

Машинное обучение в экономике

Нейронные сети

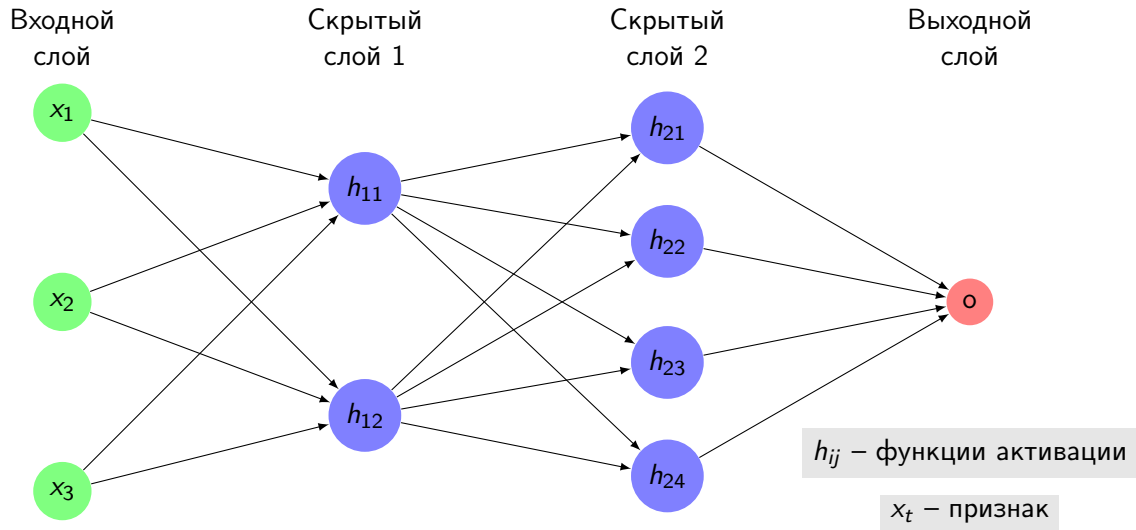
Потанин Богдан Станиславович

доцент, научный сотрудник, кандидат экономических наук

2023–2024

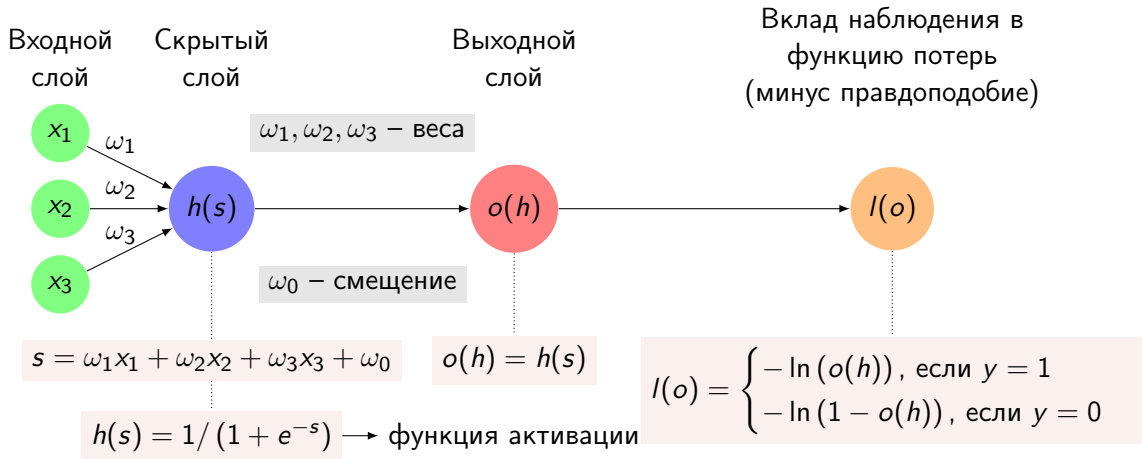
Нейронная сеть

Графическая репрезентация идеи



Нейронная сеть

Логистическая регрессия как нейронная сеть



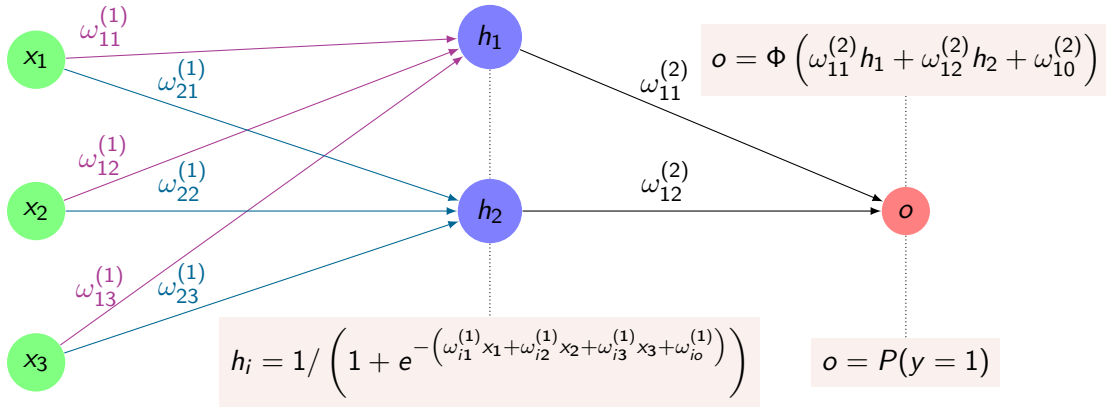
Нейронная сеть

Пример с двумя функциями активации

Входной слой

Скрытый слой

Выходной слой



- Определяется функция потерь. Например, в задаче классификации в качестве функции потерь может выступать умноженная на минус единицу функция правдоподобия. При работе с непрерывными переменными можно рассмотреть сумму квадратов отклонений предсказанных значений от истинных.
- Сперва представим, что веса зафиксированы. В таком случае для получения значения функции потерь достаточно каждое наблюдение провести через нейросеть (от входного слоя до выходного слоя) и воспользоваться полученными значениями (из выходного слоя) для расчета функции потерь. В задаче классификации эти значения, как правило, представляют собой вероятности, а при работе с непрерывными переменными – предсказанные значения целевой переменной.
- Можно воспользоваться любым удобным алгоритмом численной оптимизации, для того чтобы найти веса $\omega_{(ij)}^k$ и смещения $\omega_{(i0)}^k$ нейросети, минимизирующие функцию потерь.
- Число слоев и нейронов, а также функции активации являются гиперпараметрами нейросети.

Функции активации

Общая идея

- Как правило во всех скрытых слоях применяется одна и та же функция активации. Однако, можно использовать разные функции активации даже в рамках одного слоя, а также включать дополнительные оцениваемые параметры этих функций активации.
- Наиболее популярные функции активации:

Сигмоида (логистическая): $1 / (1 + e^{-s})$

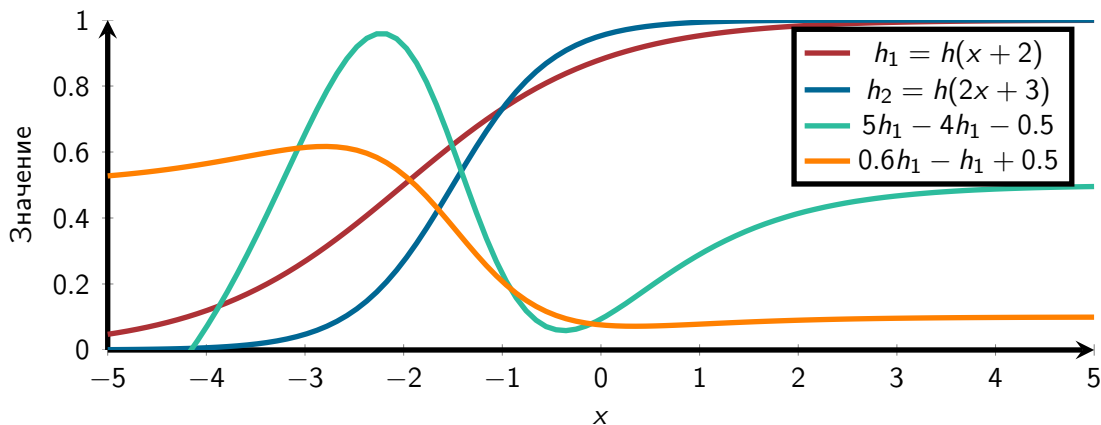
ReLU: $\max(0, s)$

ELU:
$$\begin{cases} \alpha(e^s - 1), & \text{если } s \leq 0 \\ s, & \text{если } s > 0 \end{cases}$$

- Форма каждой функции активации варьируется достаточно слабо, однако линейные комбинации даже одних и тех же функций могут принимать самые разнообразные формы, благодаря чему и достигается гибкость нейросети.

Функции активации

Графический пример с одним признаком и линейной комбинацией логистических функций активации



Вывод – h_1 и h_2 похожи, но их линейные комбинации могут принимать разнообразные формы, что позволяет аппроксимировать очень сложные зависимости.

Алгоритм обратного распространения ошибки (backpropagation)

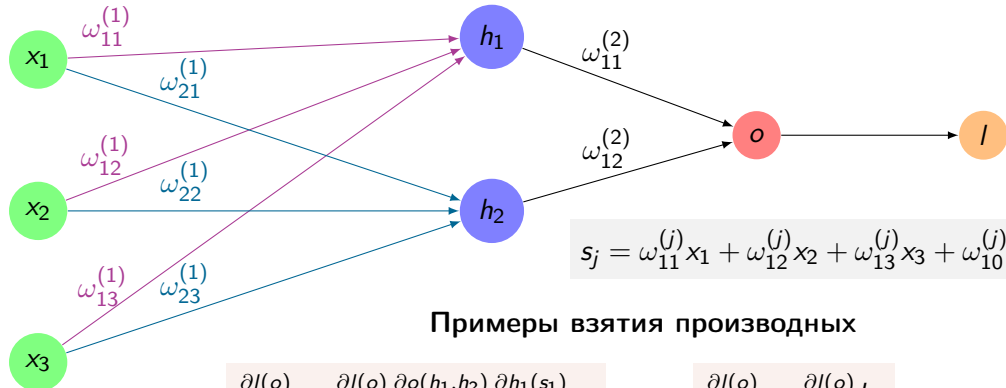
Основная идея

- Для повышения скорости оптимизации нейронных сетей обычно используются методы численной оптимизации, опирающиеся на информацию о градиенте, такие как, например, градиентный спуск и BFGS.
- Численный расчет градиента может привести к существенным потерям в скорости расчетов, поэтому, в качестве альтернативы часто рассматривается аналитический градиент.
- Для расчета градиента по параметрам нейросети (весам и смещению) часто применяется **алгоритм обратного распространения ошибки**. Этот алгоритм сводится к обычному применению дифференцирования по цепочке (chain rule) и его идея легко иллюстрируется графически.
- **Преимущество** - для того, чтобы запрограммировать производную функции потерь по параметру нейросети, достаточно запрограммировать частные производные функций активации, выходного слоя и функции потерь, а затем, с помощью правила цепочки, перемножить эти производные.

Алгоритм обратного распространения ошибки (backpropagation)

Графическая иллюстрация

Входной слой Скрытый слой Выходной слой Функция потерь



Примеры взятия производных

$$\frac{\partial l(o)}{\partial \omega_{11}^{(1)}} = \frac{\partial l(o)}{\partial o} \frac{\partial o(h_1, h_2)}{\partial h_1} \frac{\partial h_1(s_1)}{\partial s_1} x_1$$

$$\frac{\partial l(o)}{\partial \omega_{12}^{(2)}} = \frac{\partial l(o)}{\partial o} h_2$$

- **Проблема** - поскольку нейронные сети очень хорошо аппроксимируют данные, то они склонны к переобучению.
- **Решение** - воспользоваться регуляризацией.
- **Штрафы** - можно накладывать штрафы на большие значения параметров нейросети, например, с помощью лассо или ридж регуляризации. В частности, при лассо регуляризации наименее важные веса могут обнуляться.
- **Ранняя остановка** - вместо того, чтобы искать минимум функции потерь, можно прекратить алгоритм численной оптимизации до нахождения точного решения, что снижает степень подгонки под данные и благодаря этому иногда воспрепятствует переобучению.
- **Зашумление** - можно добавить некоторую случайную компоненту в данные или в градиент.

Исключение (dropout / dilution)

Основная идея

- **Исключение** (dropout / dilution) - метод построения ансамбля из нейросетей.
- **Первый шаг** – выбирается исходная нейросеть, как правило обладающая достаточно сложной структурой: много скрытых слоев и нейронов.
- 123