

Теория вероятностей и статистика, МИРЭК, 2023-2024

Дедлайн: решение домашнего задания загружается в виде единого файла, имеющего pdf-формат, в систему SmartLMS в разделе с соответствующим размещенным заданием. При наличии сбоев в работе системы файл необходимо направить на почту mirectvis@gmail.com. Тема письма должна иметь следующий формат: “МИРЭК Фамилия Имя Группа Номер ДЗ”, например, “МИРЭК Потанин Богдан 200 ДЗ 1”.

Оформление: первый лист задания должен быть титульным и содержать лишь информацию об имени и фамилии, а также о номере группы студента и сдаваемого домашнего задания. Если pdf файл содержит фотографии, то они должны быть разборчивыми и повернуты правильной стороной.

Санкции: домашние задания, не удовлетворяющие требованиям к оформлению, выполненные не самостоятельно или сданные позже срока получают 0 баллов.

Проверка: при оценивании каждого задания проверяется не ответ, а весь ход решения, который должен быть описан подробно и формально, с использованием надлежащих определений, обозначений, теорем и т.д.

Самостоятельность: задания выполняются самостоятельно. С целью проверки самостоятельности выполнения домашнего задания студент может быть вызван на устное собеседование, по результатам которого оценка может быть либо сохранена, либо обнулена.

Домашнее задание №1

Задание №1. Строители (25 баллов)

Лаврентий приобрел новостройку в жилом комплексе Сказочная Статистика. По камерам он может наблюдать за строительством комплекса, которым занимается бригада из 10 строителей, один из которых является прорабом, а двое других – его заместителями. Лаврентий по камерам видит 6 строителей. Каждый из строителей мог с равной вероятностью попасть на камеру. Посчитайте вероятность, с которой среди увиденных Лаврентием строителей:

1. Есть прораб. (2 балл)
2. Есть хотя бы один заместитель прораба. (3 балла)
3. Есть прораб и хотя бы один заместитель прораба. (5 балла)
4. Есть заместитель прораба, если на камеру попало не менее 4 обычных строителей (не являющихся прорабом или его заместителями). (10 балла)
5. Запишите функцию распределения случайной величины, отражающей число заместителей прораба, попавших на камеру. (5 балла)

Задание №2. Два гнома (25 баллов)

Два гнома с разных концов шахты прорубают путь навстречу друг другу. Между гномами расположены комнаты с золотыми монетами (см. таблицу). Комнаты разделены между собой стенками. Гномы поочередно наносят удары по стенкам между комнатами. Первым удар наносит первый гном. От каждого удара первого гнома, независимо от результатов предыдущих ударов, стена ломается с вероятностью 0.6. Второй гном гораздо сильнее, поэтому каждый его удар гарантированно ломает стену. Гном, которому удалось сломать стену, попадает в комнату с сокровищами и забирает себе все ее содержимое (если этого еще не сделал другой гном).

Гном 1	1	2	0	Гном 2
--------	---	---	---	--------

Таблица 1: Числа указывают количество золота в комнате.

Мотивирующая музыка: www.youtube.com/watch?v=ytWz0qVvBZ0

1. Посчитайте, с какой вероятностью первый гном добудет ровно одну золотую монету. (5 баллов)
2. Составьте таблицу распределения золота, добытого первым гномом. (5 баллов)
3. Найдите дисперсию золота, добытого первым гномом. (5 баллов)
4. Посчитайте ковариацию между золотом, добытым первым и вторым гномами. (10 баллов)

Подсказка: выразите золото, добытое вторым гномом, как функцию от количества золота, добытого первым гномом.

Задание №3. Пинокио (25 баллов)

Длина носа Пинокио увеличивается на 10% каждый раз, когда он говорит неправду. Пинокио отвечает на вопрос правду с вероятностью 0.2, независимо от того, как он отвечал на предыдущие вопросы. Изначально длина носа Пинокио составляла 5 сантиметров. Пинокио задали 8 вопросов.

1. Найдите математическое ожидание длины носа Пинокио. **(5 баллов)**
2. Посчитайте дисперсию длины носа Пинокио. **(5 баллов)**
3. Вычислите ковариацию между длиной носа Пинокио и числом правдивых ответов. **(5 баллов)**
4. Пинокио отвечает на вопросы до тех пор, пока не ответит правду. Найдите математическое ожидание длины его носа. **(10 баллов)**

Задание №4. Кубики (25 баллов)

Имеются два шестигранных кубика. Один из них правильный, а другой - нет. У неправильного кубика вероятность выпадения четного числа вдвое больше вероятности выпадения нечетного. При этом все числа одной и той же четности выпадают с равной вероятностью. Лаврентий с равной вероятностью берет и бросает один из этих кубиков.

1. Найдите вероятность, с которой выпадет четное число. **(5 баллов)**
2. Найдите вероятность, с которой Лаврентий взял правильный кубик, если выпало четное число. **(5 баллов)**
3. Найдите математическое ожидание числа выпавших очков. **(5 баллов)**
4. Лаврентий усложняет правила игры. Сперва он как и ранее с равной вероятностью выбирает один из кубиков и бросает его. Затем, если выпадает четное число, то он бросает тот же самый кубик, а в противном случае – другой. Посчитайте вероятность, с которой при втором броске выпадет четное число. **(5 баллов)**
5. При использовании правил игры из предыдущего пункта посчитайте, с какой вероятностью Лаврентий бросил в первый раз правильный кубик, если при втором броске выпало четное число. **(5 баллов)**