

# Теория Вероятностей и Статистика

## Дискретные случайные величины

Потанин Богдан Станиславович

старший преподаватель, научный сотрудник, кандидат экономических наук

2022-2023

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

Вид функции:

- $$X(\omega) = \left\{ \right.$$

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

Вид функции:

- $$X(\omega) = \begin{cases} 10, & \text{если } \omega \in \{2, 4, 6\} \\ 15, & \text{если } \omega \in \{1, 3\} \\ 0, & \text{если } \omega = 5 \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

Вид функции:

- $$X(\omega) = \begin{cases} 10, & \text{если } \omega \in \{2, 4, 6\} \\ 15, & \text{если } \omega \in \{1, 3\} \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

Вид функции:

- $$X(\omega) = \begin{cases} 10, & \text{если } \omega \in \{2, 4, 6\} \\ 15, & \text{если } \omega \in \{1, 3\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{5\} \end{cases}$$



# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .
- Вероятность того, что случайная величина примет значение  $x \in R$ , считается как:

$$P(X = x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = x\})$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

Вид функции:

- $$X(\omega) = \begin{cases} 10, & \text{если } \omega \in \{2, 4, 6\} \\ 15, & \text{если } \omega \in \{1, 3\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{5\} \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .
- Вероятность того, что случайная величина примет значение  $x \in R$ , считается как:

$$P(X = x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = x\})$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

Вид функции:

- $$X(\omega) = \begin{cases} 10, & \text{если } \omega \in \{2, 4, 6\} \\ 15, & \text{если } \omega \in \{1, 3\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{5\} \end{cases}$$

Вероятности:

- $P(X = 10) = P(\{2, 4, 6\}) = \frac{1}{2}$  — вероятность выиграть 10 долларов.

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .
- Вероятность того, что случайная величина примет значение  $x \in R$ , считается как:

$$P(X = x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = x\})$$

- Вероятность того, что случайная величина примет значение, принадлежащее множеству  $S \subset R$ , составляет:

$$P(X \in S) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in S\}) = \sum_{x \in S} P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = x\})$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

Вид функции:

- $$X(\omega) = \begin{cases} 10, & \text{если } \omega \in \{2, 4, 6\} \\ 15, & \text{если } \omega \in \{1, 3\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{5\} \end{cases}$$

Вероятности:

- $P(X = 10) = P(\{2, 4, 6\}) = \frac{1}{2}$  — вероятность выиграть 10 долларов.

# Дискретные случайные величины

## Определение дискретных случайных величин

- **Дискретная случайная величина** — это функция  $X : \Omega \rightarrow R$ .
- Вероятность того, что случайная величина примет значение  $x \in R$ , считается как:

$$P(X = x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = x\})$$

- Вероятность того, что случайная величина примет значение, принадлежащее множеству  $S \subset R$ , составляет:

$$P(X \in S) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in S\}) = \sum_{x \in S} P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = x\})$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего.
- Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow R$ .

Вид функции:

- $$X(\omega) = \begin{cases} 10, & \text{если } \omega \in \{2, 4, 6\} \\ 15, & \text{если } \omega \in \{1, 3\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{5\} \end{cases}$$

Вероятности:

- $P(X = 10) = P(\{2, 4, 6\}) = \frac{1}{2}$  — вероятность выиграть 10 долларов.
- $P(X \in \{10, 15\}) = P(X = 10) + P(X = 15) = P(\{2, 4, 6\}) + P(\{1, 3\}) = \frac{5}{6}$  — вероятность выиграть 5 или 10 долларов.

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .



# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.

$$X(\omega) = \left\{ \right.$$

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.

$$X(\omega) = \begin{cases} 20, & \text{если } \omega = \{\text{огненный шар}\} \\ \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.

$$X(\omega) = \begin{cases} 20, & \text{если } \omega = \{\text{огненный шар}\} \\ 10, & \text{если } \omega = \{\text{молния}\} \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.

$$X(\omega) = \begin{cases} 20, & \text{если } \omega = \{\text{огненный шар}\} \\ 10, & \text{если } \omega = \{\text{молния}\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{\text{заморозка, сосульки}\} \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.
- Закон распределения вероятностей.

$$X(\omega) = \begin{cases} 20, & \text{если } \omega = \{\text{огненный шар}\} \\ 10, & \text{если } \omega = \{\text{молния}\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{\text{заморозка, сосульки}\} \end{cases} \quad P(X = x) = \begin{cases} \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.
- Закон распределения вероятностей.

$$X(\omega) = \begin{cases} 20, & \text{если } \omega = \{\text{огненный шар}\} \\ 10, & \text{если } \omega = \{\text{молния}\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{\text{заморозка, сосульки}\} \end{cases}$$
$$P(X = x) = \begin{cases} 0.5, & \text{если } x = 20 \\ \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.
- Закон распределения вероятностей.

$$X(\omega) = \begin{cases} 20, & \text{если } \omega = \{\text{огненный шар}\} \\ 10, & \text{если } \omega = \{\text{молния}\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{\text{заморозка, сосульки}\} \end{cases}$$

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.5, & \text{если } x = 20 \\ 0.3, & \text{если } x = 10 \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.
- Закон распределения вероятностей.

$$X(\omega) = \begin{cases} 20, & \text{если } \omega = \{\text{огненный шар}\} \\ 10, & \text{если } \omega = \{\text{молния}\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{\text{заморозка, сосульки}\} \end{cases}$$

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.5, & \text{если } x = 20 \\ 0.3, & \text{если } x = 10 \\ 0.15 + 0.05, & \text{если } x = 0 \end{cases}$$



# Дискретные случайные величины

## Распределение дискретных случайных величин

- **Распределение дискретной случайной величины** представляет собой закон (правило), в соответствии с которым каждому значению  $x \in R$  сопоставляется вероятность  $P(X = x)$ .

### Пример:

- Вы сражаетесь с ледяным големом и можете применить против него одно из 4-х заклинаний. Если вы кинете в него огненный шар, то нанесете ему 20 очков урона. Если ударите в него молнией, то нанесете 10 очков урона. Если же попытаетесь применить к нему замораживающее заклинание или закидать его градом сосулек, то не нанесете ему никакого урона.
- Поскольку ваша волшебная палочка сломалась, то она колдует заклинания случайным образом. С вероятностью 0.5 вы используете огненный шар, с вероятностью 0.3 ударите молнией, с вероятностью 0.15 атакуете замораживающим заклинанием и с вероятностью 0.05 опрокидываете на ледяного голема град сосулек.
- Вероятности:  $P(\{\text{огненный шар}\}) = 0.5$ ,  $P(\{\text{молния}\}) = 0.3$ ,  $P(\{\text{заморозка}\}) = 0.15$ ,  $P(\{\text{сосульки}\}) = 0.05$ .
- Рассмотрим случайную величину  $X$  – количество нанесенного голему урона.
- Закон распределения вероятностей.

$$X(\omega) = \begin{cases} 20, & \text{если } \omega = \{\text{огненный шар}\} \\ 10, & \text{если } \omega = \{\text{молния}\} \\ 0, & \text{если } \omega \in \{\text{заморозка, сосульки}\} \end{cases}$$

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.5, & \text{если } x = 20 \\ 0.3, & \text{если } x = 10 \\ 0.15 + 0.05, & \text{если } x = 0 \\ 0, & \text{если } x \notin \{0, 10, 20\} \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .

# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .
- Распределение дискретной случайной величины часто задают в форме таблицы, в которой каждому элементу носителя случайной величины сопоставляется вероятность.

# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .
- Распределение дискретной случайной величины часто задают в форме таблицы, в которой каждому элементу носителя случайной величины сопоставляется вероятность.

### Пример:

- Вы подкидываете две обычные монетки. Количество выпавших орлов является случайной величиной. Найдите носитель этой случайной величины, а также задайте ее распределение при помощи функции и при помощи таблицы. **Подсказка:**  $\Omega = \{(O, O), (O, P), (P, O), (P, P)\}$ , где  $O$  – орел,  $P$  – решка.

# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .
- Распределение дискретной случайной величины часто задают в форме таблицы, в которой каждому элементу носителя случайной величины сопоставляется вероятность.

### Пример:

- Вы подкидываете две обычные монетки. Количество выпавших орлов является случайной величиной. Найдите носитель этой случайной величины, а также задайте ее распределение при помощи функции и при помощи таблицы. **Подсказка:**  $\Omega = \{(O, O), (O, P), (P, O), (P, P)\}$ , где  $O$  – орел,  $P$  – решка.

### Решение:

- Поскольку с ненулевой вероятностью может выпасть либо ноль, либо один, либо два орла, то  $\text{supp}(X) = \{0, 1, 2\}$ .

# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .
- Распределение дискретной случайной величины часто задают в форме таблицы, в которой каждому элементу носителя случайной величины сопоставляется вероятность.

### Пример:

- Вы подкидываете две обычные монетки. Количество выпавших орлов является случайной величиной. Найдите носитель этой случайной величины, а также задайте ее распределение при помощи функции и при помощи таблицы. **Подсказка:**  $\Omega = \{(O, O), (O, P), (P, O), (P, P)\}$ , где  $O$  – орел,  $P$  – решка.

### Решение:

- Поскольку с ненулевой вероятностью может выпасть либо ноль, либо один, либо два орла, то  $\text{supp}(X) = \{0, 1, 2\}$ .

### Функция вероятности:

- $P(X = 0) = P(\{(P, P)\}) = 0.25$

# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .
- Распределение дискретной случайной величины часто задают в форме таблицы, в которой каждому элементу носителя случайной величины сопоставляется вероятность.

### Пример:

- Вы подкидываете две обычные монетки. Количество выпавших орлов является случайной величиной. Найдите носитель этой случайной величины, а также задайте ее распределение при помощи функции и при помощи таблицы. **Подсказка:**  $\Omega = \{(O, O), (O, P), (P, O), (P, P)\}$ , где  $O$  – орел,  $P$  – решка.

### Решение:

- Поскольку с ненулевой вероятностью может выпасть либо ноль, либо один, либо два орла, то  $\text{supp}(X) = \{0, 1, 2\}$ .

### Функция вероятности:

- $P(X = 0) = P(\{(P, P)\}) = 0.25$
- $P(X = 1) = P(\{(O, P), (P, O)\}) = 0.5$

# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .
- Распределение дискретной случайной величины часто задают в форме таблицы, в которой каждому элементу носителя случайной величины сопоставляется вероятность.

### Пример:

- Вы подкидываете две обычные монетки. Количество выпавших орлов является случайной величиной. Найдите носитель этой случайной величины, а также задайте ее распределение при помощи функции и при помощи таблицы. **Подсказка:**  $\Omega = \{(O, O), (O, P), (P, O), (P, P)\}$ , где  $O$  – орел,  $P$  – решка.

### Решение:

- Поскольку с ненулевой вероятностью может выпасть либо ноль, либо один, либо два орла, то  $\text{supp}(X) = \{0, 1, 2\}$ .

### Функция вероятности:

- $P(X = 0) = P(\{(P, P)\}) = 0.25$
- $P(X = 1) = P(\{(O, P), (P, O)\}) = 0.5$
- $P(X = 2) = P(\{(O, O)\}) = 0.25$



# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .
- Распределение дискретной случайной величины часто задают в форме таблицы, в которой каждому элементу носителя случайной величины сопоставляется вероятность.

### Пример:

- Вы подкидываете две обычные монетки. Количество выпавших орлов является случайной величиной. Найдите носитель этой случайной величины, а также задайте ее распределение при помощи функции и при помощи таблицы. **Подсказка:**  $\Omega = \{(O, O), (O, P), (P, O), (P, P)\}$ , где  $O$  – орел,  $P$  – решка.

### Решение:

- Поскольку с ненулевой вероятностью может выпасть либо ноль, либо один, либо два орла, то  $\text{supp}(X) = \{0, 1, 2\}$ .

### Функция вероятности:

- $P(X = 0) = P(\{(P, P)\}) = 0.25$
- $P(X = 1) = P(\{(O, P), (P, O)\}) = 0.5$
- $P(X = 2) = P(\{(O, O)\}) = 0.25$
- $P(X \notin \{0, 1, 2\}) = 0$

# Дискретные случайные величины

## Носитель и таблица распределения дискретной случайной величины

- **Носитель дискретной случайной величины** – множество значений, которые дискретная случайная величина принимает с ненулевой вероятностью:  $\text{supp}(X) = \{x \in R : P(X = x) > 0\}$ .
- Распределение дискретной случайной величины часто задают в форме таблицы, в которой каждому элементу носителя случайной величины сопоставляется вероятность.

### Пример:

- Вы подкидываете две обычные монетки. Количество выпавших орлов является случайной величиной. Найдите носитель этой случайной величины, а также задайте ее распределение при помощи функции и при помощи таблицы. **Подсказка:**  $\Omega = \{(O, O), (O, P), (P, O), (P, P)\}$ , где  $O$  – орел,  $P$  – решка.

### Решение:

- Поскольку с ненулевой вероятностью может выпасть либо ноль, либо один, либо два орла, то  $\text{supp}(X) = \{0, 1, 2\}$ .

### Функция вероятности:

- $P(X = 0) = P(\{(P, P)\}) = 0.25$
- $P(X = 1) = P(\{(O, P), (P, O)\}) = 0.5$
- $P(X = 2) = P(\{(O, O)\}) = 0.25$
- $P(X \notin \{0, 1, 2\}) = 0$

- Таблица:

x	0	1	2
$P(X=x)$	0.25	0.5	0.25

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
P(X=x)	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
P(X=x)	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
P(X=x)	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:  
 $P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
P(X=x)	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$



# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
P(X=x)	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

$$P(X \leq 2) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
P(X=x)	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

$$P(X \leq 2) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

$$P(X \leq 3) = 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.1 = 1$$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

$$P(X \leq 2) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

$$P(X \leq 3) = 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.1 = 1$$

- Функция распределения:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0.2 \\ 0.5 \\ 0.9 \\ 1 \end{array} \right.$$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in \mathbb{R}$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

$$P(X \leq 2) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

$$P(X \leq 3) = 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.1 = 1$$

- Функция распределения:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in \mathbb{R}$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

$$P(X \leq 2) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

$$P(X \leq 3) = 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.1 = 1$$

- Функция распределения:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 0.2, & \text{если } 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in \mathbb{R}$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

$$P(X \leq 2) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

$$P(X \leq 3) = 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.1 = 1$$

- Функция распределения:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 0.2, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 0.5, & \text{если } 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

$$P(X \leq 2) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

$$P(X \leq 3) = 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.1 = 1$$

- Функция распределения:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 0.2, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 0.5, & \text{если } 1 \leq x < 2 \\ 0.9, & \text{если } 2 \leq x < 3 \end{cases}$$



# Дискретные случайные величины

## Функция распределения

- **Функцией распределения** дискретной случайной величины  $X$  является функция:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x) = P(X \leq x) = \sum_{t \in \text{supp}(X): t \leq x} P(X = t), \forall x \in R$$

- Функция распределения не убывает и принимает значения от 0 до 1 включительно.

### Пример:

- Число правильно решенных задач на контрольной является случайной величиной  $X$ , распределение которой задано следующей таблицей:

x	0	1	2	3
P(X=x)	0.2	0.3	0.4	0.1

Найдите функцию распределения числа верно решенных задач.

### Решение:

- Возможные значения функции распределения:

$$P(X < 0) = P(\{\emptyset\}) = 0$$

$$P(X \leq 0) = P(X = 0) = 0.2$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.2 + 0.3 = 0.5$$

$$P(X \leq 2) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

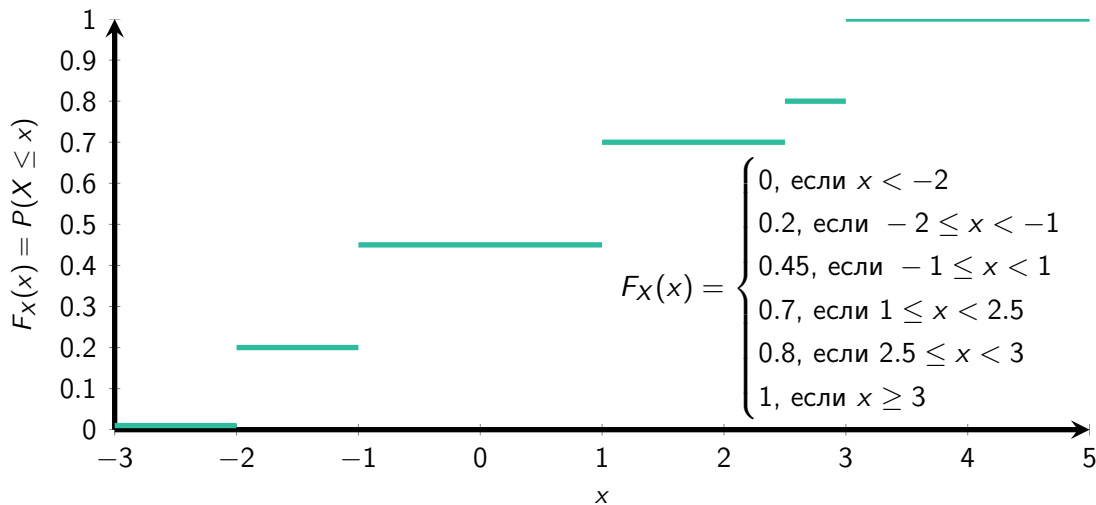
$$P(X \leq 3) = 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.1 = 1$$

- Функция распределения:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 0.2, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 0.5, & \text{если } 1 \leq x < 2 \\ 0.9, & \text{если } 2 \leq x < 3 \\ 1, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

# Оценивание вероятностей

## График функции распределения



# Дискретные случайные величины

## Распределение функции от дискретной случайной величины

- Пусть имеется случайная величина  $X$ . Рассмотрим функцию  $g : \text{supp}(X) \rightarrow R$ . Распределение случайной величины  $g(X)$  будет задаваться следующей функцией вероятности:

$$P(g(X) = x) = P(\{\omega \in \Omega : g(X(\omega)) = x\}) = \sum_{t \in \text{supp}(X) : g(t) = x} P(X = t)$$

# Дискретные случайные величины

## Распределение функции от дискретной случайной величины

- Пусть имеется случайная величина  $X$ . Рассмотрим функцию  $g : \text{supp}(X) \rightarrow R$ . Распределение случайной величины  $g(X)$  будет задаваться следующей функцией вероятности:

$$P(g(X) = x) = P(\{\omega \in \Omega : g(X(\omega)) = x\}) = \sum_{t \in \text{supp}(X) : g(t) = x} P(X = t)$$

**Пример:** про случайную величину  $X$  известно, что  $P(X = -5) = 0.2$ ,  $P(X = 3) = 0.3$  и  $P(X = 5) = 0.5$ , найдите распределение случайной величины  $X^2$ .

# Дискретные случайные величины

## Распределение функции от дискретной случайной величины

- Пусть имеется случайная величина  $X$ . Рассмотрим функцию  $g : \text{supp}(X) \rightarrow R$ . Распределение случайной величины  $g(X)$  будет задаваться следующей функцией вероятности:

$$P(g(X) = x) = P(\{\omega \in \Omega : g(X(\omega)) = x\}) = \sum_{t \in \text{supp}(X) : g(t) = x} P(X = t)$$

**Пример:** про случайную величину  $X$  известно, что  $P(X = -5) = 0.2$ ,  $P(X = 3) = 0.3$  и  $P(X = 5) = 0.5$ , найдите распределение случайной величины  $X^2$ .

**Решение:**

- $g(x) = x^2, x \in \text{supp}(X)$

# Дискретные случайные величины

## Распределение функции от дискретной случайной величины

- Пусть имеется случайная величина  $X$ . Рассмотрим функцию  $g : \text{supp}(X) \rightarrow R$ . Распределение случайной величины  $g(X)$  будет задаваться следующей функцией вероятности:

$$P(g(X) = x) = P(\{\omega \in \Omega : g(X(\omega)) = x\}) = \sum_{t \in \text{supp}(X) : g(t) = x} P(X = t)$$

**Пример:** про случайную величину  $X$  известно, что  $P(X = -5) = 0.2$ ,  $P(X = 3) = 0.3$  и  $P(X = 5) = 0.5$ , найдите распределение случайной величины  $X^2$ .

**Решение:**

- $g(x) = x^2, x \in \text{supp}(X)$
- $\text{supp}(X) = \{-5, 3, 5\} \implies \text{supp}(X^2) = \{9, 25\}$

# Дискретные случайные величины

## Распределение функции от дискретной случайной величины

- Пусть имеется случайная величина  $X$ . Рассмотрим функцию  $g : \text{supp}(X) \rightarrow R$ . Распределение случайной величины  $g(X)$  будет задаваться следующей функцией вероятности:

$$P(g(X) = x) = P(\{\omega \in \Omega : g(X(\omega)) = x\}) = \sum_{t \in \text{supp}(X) : g(t) = x} P(X = t)$$

**Пример:** про случайную величину  $X$  известно, что  $P(X = -5) = 0.2$ ,  $P(X = 3) = 0.3$  и  $P(X = 5) = 0.5$ , найдите распределение случайной величины  $X^2$ .

**Решение:**

- $g(x) = x^2, x \in \text{supp}(X)$
- $\text{supp}(X) = \{-5, 3, 5\} \implies \text{supp}(X^2) = \{9, 25\}$
- $P(X^2 = 9) = P(X = 3) = 0.3$

# Дискретные случайные величины

## Распределение функции от дискретной случайной величины

- Пусть имеется случайная величина  $X$ . Рассмотрим функцию  $g : \text{supp}(X) \rightarrow R$ . Распределение случайной величины  $g(X)$  будет задаваться следующей функцией вероятности:

$$P(g(X) = x) = P(\{\omega \in \Omega : g(X(\omega)) = x\}) = \sum_{t \in \text{supp}(X) : g(t) = x} P(X = t)$$

**Пример:** про случайную величину  $X$  известно, что  $P(X = -5) = 0.2$ ,  $P(X = 3) = 0.3$  и  $P(X = 5) = 0.5$ , найдите распределение случайной величины  $X^2$ .

**Решение:**

- $g(x) = x^2, x \in \text{supp}(X)$
- $\text{supp}(X) = \{-5, 3, 5\} \implies \text{supp}(X^2) = \{9, 25\}$
- $P(X^2 = 9) = P(X = 3) = 0.3$
- $P(X^2 = 25) = P(X = -5) + P(X = 5) = 0.2 + 0.5 = 0.7$



# Дискретные случайные величины

## Распределение функции от дискретной случайной величины

- Пусть имеется случайная величина  $X$ . Рассмотрим функцию  $g : \text{supp}(X) \rightarrow R$ . Распределение случайной величины  $g(X)$  будет задаваться следующей функцией вероятности:

$$P(g(X) = x) = P(\{\omega \in \Omega : g(X(\omega)) = x\}) = \sum_{t \in \text{supp}(X) : g(t) = x} P(X = t)$$

**Пример:** про случайную величину  $X$  известно, что  $P(X = -5) = 0.2$ ,  $P(X = 3) = 0.3$  и  $P(X = 5) = 0.5$ , найдите распределение случайной величины  $X^2$ .

**Решение:**

- $g(x) = x^2, x \in \text{supp}(X)$
- $\text{supp}(X) = \{-5, 3, 5\} \implies \text{supp}(X^2) = \{9, 25\}$
- $P(X^2 = 9) = P(X = 3) = 0.3$
- $P(X^2 = 25) = P(X = -5) + P(X = 5) = 0.2 + 0.5 = 0.7$
- $P(X^2 \notin \{9, 25\}) = 0$

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .
- Если наступило событие  $A$  – выпало нечетное число, то вероятность выиграть 15 долларов составит:

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .
- Если наступило событие  $A$  – выпало нечетное число, то вероятность выиграть 15 долларов составит:  
$$P(X = 15|A) = \frac{P(\{1,3\} \cap \{1,3,5\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{P(\{1,3\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{2}{3}$$

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .
- Если наступило событие  $A$  – выпало нечетное число, то вероятность выиграть 15 долларов составит:  
$$P(X = 15|A) = \frac{P(\{1,3\} \cap \{1,3,5\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{P(\{1,3\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{2}{3}$$
- Если наступило событие  $B$  – выпало не 6 и не 1, то вероятность выиграть более 8 долларов составит:

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .
- Если наступило событие  $A$  – выпало нечетное число, то вероятность выиграть 15 долларов составит:  
$$P(X = 15|A) = \frac{P(\{1,3\} \cap \{1,3,5\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{P(\{1,3\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{2}{3}$$
- Если наступило событие  $B$  – выпало не 6 и не 1, то вероятность выиграть более 8 долларов составит:  
$$P(X > 8|B) = \frac{P(((X=10) \cup (X=15)) \cap B)}{P(B)} = \frac{P((\{1,3\} \cup \{2,4,6\}) \cap \{2,3,4,5\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{P(\{2,3,4\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{3}{4}$$

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .
- Если наступило событие  $A$  – выпало нечетное число, то вероятность выиграть 15 долларов составит:  
$$P(X = 15|A) = \frac{P(\{1,3\} \cap \{1,3,5\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{P(\{1,3\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{2}{3}$$
- Если наступило событие  $B$  – выпало не 6 и не 1, то вероятность выиграть более 8 долларов составит:  
$$P(X > 8|B) = \frac{P(((X=10) \cup (X=15)) \cap B)}{P(B)} = \frac{P((\{1,3\} \cup \{2,4,6\}) \cap \{2,3,4,5\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{P(\{2,3,4\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{3}{4}$$
- Если наступило событие  $C$  – ваш выигрыш превысил 0, то вероятность выиграть 10 долларов составит:



# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .
- Если наступило событие  $A$  – выпало нечетное число, то вероятность выиграть 15 долларов составит:  
$$P(X = 15|A) = \frac{P(\{1,3\} \cap \{1,3,5\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{P(\{1,3\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{2}{3}$$
- Если наступило событие  $B$  – выпало не 6 и не 1, то вероятность выиграть более 8 долларов составит:  
$$P(X > 8|B) = \frac{P(((X=10) \cup (X=15)) \cap B)}{P(B)} = \frac{P((\{1,3\} \cup \{2,4,6\}) \cap \{2,3,4,5\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{P(\{2,3,4\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{3}{4}$$
- Если наступило событие  $C$  – ваш выигрыш превысил 0, то вероятность выиграть 10 долларов составит:  
$$P(X = 10|X > 0) = \frac{P((X=10) \cap (X>0))}{P(X>0)} = \frac{P(X=10)}{P(X=10)+P(X=15)} = \frac{3/6}{3/6+2/6} = \frac{3}{5}$$

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .
- Если наступило событие  $A$  – выпало нечетное число, то вероятность выиграть 15 долларов составит:  
$$P(X = 15|A) = \frac{P(\{1,3\} \cap \{1,3,5\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{P(\{1,3\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{2}{3}$$
- Если наступило событие  $B$  – выпало не 6 и не 1, то вероятность выиграть более 8 долларов составит:  
$$P(X > 8|B) = \frac{P(((X=10) \cup (X=15)) \cap B)}{P(B)} = \frac{P((\{1,3\} \cup \{2,4,6\}) \cap \{2,3,4,5\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{P(\{2,3,4\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{3}{4}$$
- Если наступило событие  $C$  – ваш выигрыш превысил 0, то вероятность выиграть 10 долларов составит:  
$$P(X = 10|X > 0) = \frac{P((X=10) \cap (X > 0))}{P(X > 0)} = \frac{P(X=10)}{P(X=10) + P(X=15)} = \frac{3/6}{3/6 + 2/6} = \frac{3}{5}$$
- Значение функции распределения случайной величины  $(X|A)$  в точке 12 равняется:

# Дискретные случайные величины

## Условное распределение дискретных случайных величин

- Пусть имеются случайная величина  $X$  и событие  $A$ . Условное распределение случайной величины  $X$  при условии  $A$ , то есть случайной величины  $(X|A)$ , может быть задано условной функцией вероятности:

$$P((X|A) = x) = P(X = x|A) = \frac{P((X = x) \cap A)}{P(A)}, x \in R$$

### Пример:

- Вы кидаете шестигранный кубик. Если выпадает четное число, то вы получаете 10 долларов. Если выпадает 1 или 3, то вам платят 15 долларов. Наконец, если выпадает 5, то вы не получаете ничего. Количество денег, которое вы получите по результатам броска кубика, является случайной величиной  $X$ .
- Если наступило событие  $A$  – выпало нечетное число, то вероятность выиграть 15 долларов составит:
$$P(X = 15|A) = \frac{P(\{1,3\} \cap \{1,3,5\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{P(\{1,3\})}{P(\{1,3,5\})} = \frac{2}{3}$$
- Если наступило событие  $B$  – выпало не 6 и не 1, то вероятность выиграть более 8 долларов составит:
$$P(X > 8|B) = \frac{P(((X=10) \cup (X=15)) \cap B)}{P(B)} = \frac{P((\{1,3\} \cup \{2,4,6\}) \cap \{2,3,4,5\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{P(\{2,3,4\})}{P(\{2,3,4,5\})} = \frac{3}{4}$$
- Если наступило событие  $C$  – ваш выигрыш превысил 0, то вероятность выиграть 10 долларов составит:
$$P(X = 10|X > 0) = \frac{P((X=10) \cap (X>0))}{P(X>0)} = \frac{P(X=10)}{P(X=10)+P(X=15)} = \frac{3/6}{3/6+2/6} = \frac{3}{5}$$
- Значение функции распределения случайной величины  $(X|A)$  в точке 12 равняется:
$$F_{X|A}(12) = P(X \leq 12|A) = P(X = 0|A) + P(X = 10|A) = 1 - P(X = 15|A) = \frac{1}{3}$$

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

x	-3	0	3	10	15
P(X=x)	0.1	c	0.05	c <sup>2</sup>	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :

$$0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$$

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :  
 $0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$
- вероятность того, что  $X$  примет положительное значение:

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :

$$0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$$

- вероятность того, что  $X$  примет положительное значение:

$$P(X > 0) = P(X = 3) + P(X = 10) + P(X = 15) = 0.05 + 0.5^2 + 0.1 = 0.4$$

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :  
 $0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$
- вероятность того, что  $X$  примет положительное значение:  
 $P(X > 0) = P(X = 3) + P(X = 10) + P(X = 15) = 0.05 + 0.5^2 + 0.1 = 0.4$
- вероятность того, что  $X$  не меньше 9, если  $X$  принял положительное значение меньше 11:



# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :  
 $0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$
- вероятность того, что  $X$  примет положительное значение:  
 $P(X > 0) = P(X = 3) + P(X = 10) + P(X = 15) = 0.05 + 0.5^2 + 0.1 = 0.4$
- вероятность того, что  $X$  не меньше 9, если  $X$  принял положительное значение меньше 11:  
 $P(X \geq 9 | 0 < X < 11) = \frac{P(9 \leq X < 11)}{P(0 < X < 11)} = \frac{P(X=10)}{P(X=3)+P(X=10)} = \frac{0.25}{0.05+0.25} = \frac{5}{6}$

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :  
 $0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$
- вероятность того, что  $X$  примет положительное значение:  
 $P(X > 0) = P(X = 3) + P(X = 10) + P(X = 15) = 0.05 + 0.5^2 + 0.1 = 0.4$
- вероятность того, что  $X$  не меньше 9, если  $X$  принял положительное значение меньше 11:  
 $P(X \geq 9 | 0 < X < 11) = \frac{P(9 \leq X < 11)}{P(0 < X < 11)} = \frac{P(X=10)}{P(X=3)+P(X=10)} = \frac{0.25}{0.05+0.25} = \frac{5}{6}$
- вероятность того, что  $(2|X - 7| + 1)$  примет значение 21:

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :  
 $0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$
- вероятность того, что  $X$  примет положительное значение:  
 $P(X > 0) = P(X = 3) + P(X = 10) + P(X = 15) = 0.05 + 0.5^2 + 0.1 = 0.4$
- вероятность того, что  $X$  не меньше 9, если  $X$  принял положительное значение меньше 11:  
 $P(X \geq 9 | 0 < X < 11) = \frac{P(9 \leq X < 11)}{P(0 < X < 11)} = \frac{P(X=10)}{P(X=3)+P(X=10)} = \frac{0.25}{0.05+0.25} = \frac{5}{6}$
- вероятность того, что  $(2|X - 7| + 1)$  примет значение 21:  
 $P(2|X - 7| + 1 = 21) = P((X = -3) \cup (X = 17)) = P(X = -3) + P(X = 17) = 0.1 + 0 = 0.1$

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :  
 $0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$
- вероятность того, что  $X$  примет положительное значение:  
 $P(X > 0) = P(X = 3) + P(X = 10) + P(X = 15) = 0.05 + 0.5^2 + 0.1 = 0.4$
- вероятность того, что  $X$  не меньше 9, если  $X$  принял положительное значение меньше 11:  
 $P(X \geq 9 | 0 < X < 11) = \frac{P(9 \leq X < 11)}{P(0 < X < 11)} = \frac{P(X=10)}{P(X=3)+P(X=10)} = \frac{0.25}{0.05+0.25} = \frac{5}{6}$
- вероятность того, что  $(2|X - 7| + 1)$  примет значение 21:  
 $P(2|X - 7| + 1 = 21) = P((X = -3) \cup (X = 17)) = P(X = -3) + P(X = 17) = 0.1 + 0 = 0.1$
- функцию распределения случайной величины  $X^2$  в точке 10:

# Дискретные случайные величины

## Задача на таблицу распределения

- Распределение случайной величины  $X$  задано таблицей:

$x$	-3	0	3	10	15
$P(X=x)$	0.1	$c$	0.05	$c^2$	0.1

Найдите:

- константу  $c$ :  
 $0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1 \implies c = 0.5$
- вероятность того, что  $X$  примет положительное значение:  
 $P(X > 0) = P(X = 3) + P(X = 10) + P(X = 15) = 0.05 + 0.5^2 + 0.1 = 0.4$
- вероятность того, что  $X$  не меньше 9, если  $X$  принял положительное значение меньше 11:  
 $P(X \geq 9 | 0 < X < 11) = \frac{P(9 \leq X < 11)}{P(0 < X < 11)} = \frac{P(X=10)}{P(X=3)+P(X=10)} = \frac{0.25}{0.05+0.25} = \frac{5}{6}$
- вероятность того, что  $(2|X - 7| + 1)$  примет значение 21:  
 $P(2|X - 7| + 1 = 21) = P((X = -3) \cup (X = 17)) = P(X = -3) + P(X = 17) = 0.1 + 0 = 0.1$
- функцию распределения случайной величины  $X^2$  в точке 10:  
 $F_{X^2}(10) = P(X^2 \leq 10) = P(X = -3) + P(X = 0) + P(X = 3) = 0.1 + 0.5 + 0.05 = 0.65$

# Дискретные случайные величины

Вероятность попадания дискретной случайной величины в интервал

- Вероятность попадания случайной величины в интервал:

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

# Дискретные случайные величины

Вероятность попадания дискретной случайной величины в интервал

- Вероятность попадания случайной величины в интервал:

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

**Доказательство:**

$$\begin{aligned} P(a < X \leq b) &= [P(X \leq a) + P(a < X \leq b)] - P(X \leq a) = \\ &= P(X \leq b) - P(X \leq a) = F_X(b) - F_X(a) \end{aligned}$$

# Дискретные случайные величины

Вероятность попадания дискретной случайной величины в интервал

- Вероятность попадания случайной величины в интервал:

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

**Доказательство:**

$$\begin{aligned} P(a < X \leq b) &= [P(X \leq a) + P(a < X \leq b)] - P(X \leq a) = \\ &= P(X \leq b) - P(X \leq a) = F_X(b) - F_X(a) \end{aligned}$$

**Пример:**

- Сервис по доставке еды на дом принимает заказы. Вероятность того, что фирма получит не более 8 заказов, равняется 0.8. Вероятность получить не более 5 заказов составляет 0.3. Найдите вероятность того, что фирма получит от 6 до 8 заказов включительно.



# Дискретные случайные величины

## Вероятность попадания дискретной случайной величины в интервал

- Вероятность попадания случайной величины в интервал:

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

**Доказательство:**

$$\begin{aligned} P(a < X \leq b) &= [P(X \leq a) + P(a < X \leq b)] - P(X \leq a) = \\ &= P(X \leq b) - P(X \leq a) = F_X(b) - F_X(a) \end{aligned}$$

**Пример:**

- Сервис по доставке еды на дом принимает заказы. Вероятность того, что фирма получит не более 8 заказов, равняется 0.8. Вероятность получить не более 5 заказов составляет 0.3. Найдите вероятность того, что фирма получит от 6 до 8 заказов включительно.

**Решение:**  $P(6 \leq X \leq 8) = P(5 < X \leq 8) = F_X(8) - F_X(5) = 0.8 - 0.3 = 0.5$ .

# Дискретные случайные величины

## Пределы функции распределения

Справедливы следующие пределы:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$

# Дискретные случайные величины

## Пределы функции распределения

Справедливы следующие пределы:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1$

# Дискретные случайные величины

## Пределы функции распределения

Справедливы следующие пределы:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1$

**Пример:**

- Число новых клиентов фирмы является случайной величиной  $y/X$ , где  $y \in \mathbb{N}$  отражает объем средств, вложенных в рекламную кампанию, а  $X$  – случайная величина с носителем  $\text{supp}(X) = \{1, 2, \dots\}$ , отражающая меру общественного порицания деятельности фирмы. Найдите, к чему стремится вероятность того, что фирма привлечет не менее 100 новых клиентов, если расходы на рекламу стремятся к бесконечности.

# Дискретные случайные величины

## Пределы функции распределения

Справедливы следующие пределы:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1$

**Пример:**

- Число новых клиентов фирмы является случайной величиной  $y/X$ , где  $y \in \mathbb{N}$  отражает объем средств, вложенных в рекламную кампанию, а  $X$  – случайная величина с носителем  $\text{supp}(X) = \{1, 2, \dots\}$ , отражающая меру общественного порицания деятельности фирмы. Найдите, к чему стремится вероятность того, что фирма привлечет не менее 100 новых клиентов, если расходы на рекламу стремятся к бесконечности.

**Решение:**  $\lim_{y \rightarrow \infty} P(y/X \geq 100) = \lim_{y \rightarrow \infty} P(X \leq \frac{y}{100}) = \lim_{x \rightarrow \infty} P(X \leq x) = \lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1.$

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 1

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших Орлов.

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 1

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших Орлов.

- Задайте распределение числа выпавших орлов при помощи таблицы.
- Найдите функцию распределения число выпавших орлов.

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 1

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших Орлов.

- Задайте распределение числа выпавших орлов при помощи таблицы.

$x$	0	1	2	3
$P(X=x)$	$1/8$	$3/8$	$3/8$	$1/8$

- Найдите функцию распределения число выпавших орлов.



# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 1

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших Орлов.

- Задайте распределение числа выпавших орлов при помощи таблицы.

$x$	0	1	2	3
$P(X=x)$	$1/8$	$3/8$	$3/8$	$1/8$

- Найдите функцию распределения число выпавших орлов.

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 1/8, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 4/8, & \text{если } 1 \leq x < 2 \\ 7/8, & \text{если } 2 \leq x < 3 \\ 1, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 2

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 2

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассмотрим событие  $A$  – выпал по крайней мере один орел. Задайте условное распределение  $(X|A)$  при помощи таблицы.
- Найдите распределение  $|X - 2|$  при условии  $A$  и запишите соответствующую функцию распределения.

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 2

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассмотрим событие  $A$  – выпал по крайней мере один орел. Задайте условное распределение  $(X|A)$  при помощи таблицы.

$x$	1	2	3
$P(X=x A)$	$3/7$	$3/7$	$1/7$

- Найдите распределение  $|X - 2|$  при условии  $A$  и запишите соответствующую функцию распределения.

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 2

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассмотрим событие  $A$  – выпал по крайней мере один орел. Задайте условное распределение  $(X|A)$  при помощи таблицы.

$x$	1	2	3
$P(X=x A)$	$3/7$	$3/7$	$1/7$

- Найдите распределение  $|X - 2|$  при условии  $A$  и запишите соответствующую функцию распределения.

$x$	0	1
$P( X-2 =x A)$	$3/7$	$4/7$

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 2

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассмотрим событие  $A$  – выпал по крайней мере один орел. Задайте условное распределение  $(X|A)$  при помощи таблицы.

$x$	1	2	3
$P(X=x A)$	$3/7$	$3/7$	$1/7$

- Найдите распределение  $|X - 2|$  при условии  $A$  и запишите соответствующую функцию распределения.

$x$	0	1
$P( X-2 =x A)$	$3/7$	$4/7$

$$F_{|X-2|}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 3/7, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 3

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 3

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассчитайте вероятность  $P(X \geq 2 | X \geq 1)$ .
- Найдите распределение  $(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5)$ .



# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 3

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассчитайте вероятность  $P(X \geq 2 | X \geq 1)$ .

$$P(X \geq 2 | X \geq 1) = \frac{P(X \geq 2 \cap X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{P(X \geq 2)}{P(X \geq 1)} =$$

- Найдите распределение  $(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5)$ .

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 3

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассчитайте вероятность  $P(X \geq 2 | X \geq 1)$ .

$$\begin{aligned} P(X \geq 2 | X \geq 1) &= \frac{P(X \geq 2 \cap X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{P(X \geq 2)}{P(X \geq 1)} = \\ &= \frac{P(X = 2) + P(X = 3)}{P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)} = \frac{3/8 + 1/8}{3/8 + 3/8 + 1/8} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

- Найдите распределение  $(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5)$ .

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 3

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассчитайте вероятность  $P(X \geq 2 | X \geq 1)$ .

$$\begin{aligned} P(X \geq 2 | X \geq 1) &= \frac{P(X \geq 2 \cap X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{P(X \geq 2)}{P(X \geq 1)} = \\ &= \frac{P(X = 2) + P(X = 3)}{P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)} = \frac{3/8 + 1/8}{3/8 + 3/8 + 1/8} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

- Найдите распределение  $(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5)$ .

$$\text{supp}(X | X < 2.5) = \{0, 1, 2\} \implies \text{supp}(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5) = \{1, 6\}$$

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 3

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассчитайте вероятность  $P(X \geq 2 | X \geq 1)$ .

$$\begin{aligned} P(X \geq 2 | X \geq 1) &= \frac{P(X \geq 2 \cap X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{P(X \geq 2)}{P(X \geq 1)} = \\ &= \frac{P(X = 2) + P(X = 3)}{P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)} = \frac{3/8 + 1/8}{3/8 + 3/8 + 1/8} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

- Найдите распределение  $(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5)$ .

$$\text{supp}(X | X < 2.5) = \{0, 1, 2\} \implies \text{supp}(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5) = \{1, 6\}$$

$$P(5(X - 1)^2 + 1 = 1 | X < 2.5) = P(X = 1 | X < 2.5) = 3/7$$

# Дополнительные примеры

## Случайные монетки, часть 3

Вы подбрасываете правильную монетку 3 раза. Рассмотрим случайную величину  $X$  – число выпавших орлов.

- Рассчитайте вероятность  $P(X \geq 2 | X \geq 1)$ .

$$\begin{aligned} P(X \geq 2 | X \geq 1) &= \frac{P(X \geq 2 \cap X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{P(X \geq 2)}{P(X \geq 1)} = \\ &= \frac{P(X = 2) + P(X = 3)}{P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)} = \frac{3/8 + 1/8}{3/8 + 3/8 + 1/8} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

- Найдите распределение  $(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5)$ .

$$\text{supp}(X | X < 2.5) = \{0, 1, 2\} \implies \text{supp}(5(X - 1)^2 + 1 | X < 2.5) = \{1, 6\}$$

$$P(5(X - 1)^2 + 1 = 1 | X < 2.5) = P(X = 1 | X < 2.5) = 3/7$$

$$P(5(X - 1)^2 + 1 = 6 | X < 2.5) = P(X = 0 | X < 2.5) + P(X = 2 | X < 2.5) = 1/7 + 3/7 = 4/7$$

# Дополнительные материалы

## Метод первого шага

Вася и Маша поочередно подбрасывают обычный шестигранный кубик. Вася побеждает, если на его ходу на кубике выпадает 1, а Маша – если на ее ходу выпадет 2 или 3. Вася и Маши поочередно бросают кубики до тех пор, пока кто-то из них не победит. Первым кубик бросает Вася. Найдите вероятность того, что он победит в этой игре.

# Дополнительные материалы

## Метод первого шага

Вася и Маша поочередно подбрасывают обычный шестигранный кубик. Вася побеждает, если на его ходу на кубике выпадает 1, а Маша – если на ее ходу выпадет 2 или 3. Вася и Маши поочередно бросают кубики до тех пор, пока кто-то из них не победит. Первым кубик бросает Вася. Найдите вероятность того, что он победит в этой игре.

- Через  $V$  обозначим событие, в соответствии с которым побеждает Вася, а через  $M$  – побеждает Маша. Через  $V_1$  обозначим событие, при котором при первом броске у Васи выпадает 1. Через  $M_{23}$  обозначим событие, при котором на первом броске Маши выпадает 2 или 3.

# Дополнительные материалы

## Метод первого шага

Вася и Маша поочередно подбрасывают обычный шестигранный кубик. Вася побеждает, если на его ходу на кубике выпадает 1, а Маша – если на ее ходу выпадет 2 или 3. Вася и Маши поочередно бросают кубики до тех пор, пока кто-то из них не победит. Первым кубик бросает Вася. Найдите вероятность того, что он победит в этой игре.

- Через  $V$  обозначим событие, в соответствии с которым побеждает Вася, а через  $M$  – побеждает Маша. Через  $V_1$  обозначим событие, при котором при первом броске у Васи выпадает 1. Через  $M_{23}$  обозначим событие, при котором на первом броске Маши выпадает 2 или 3.
- Используя формулу полной вероятности получаем:

$$P(V) = P(V|V_1)P(V_1) + P(V|\bar{V}_1 \cap M_{23})P(\bar{V}_1 \cap M_{23}) + P(V|\bar{V}_1 \cap \bar{M}_{23})P(\bar{V}_1 \cap \bar{M}_{23}) =$$



# Дополнительные материалы

## Метод первого шага

Вася и Маша поочередно подбрасывают обычный шестигранный кубик. Вася побеждает, если на его ходу на кубике выпадает 1, а Маша – если на ее ходу выпадет 2 или 3. Вася и Маши поочередно бросают кубики до тех пор, пока кто-то из них не победит. Первым кубик бросает Вася. Найдите вероятность того, что он победит в этой игре.

- Через  $V$  обозначим событие, в соответствии с которым побеждает Вася, а через  $M$  – побеждает Маша. Через  $V_1$  обозначим событие, при котором при первом броске у Васи выпадает 1. Через  $M_{23}$  обозначим событие, при котором на первом броске Маши выпадает 2 или 3.
- Используя формулу полной вероятности получаем:

$$\begin{aligned} P(V) &= P(V|V_1)P(V_1) + P(V|\bar{V}_1 \cap M_{23})P(\bar{V}_1 \cap M_{23}) + P(V|\bar{V}_1 \cap \bar{M}_{23})P(\bar{V}_1 \cap \bar{M}_{23}) = \\ &= 1 \times \frac{1}{6} + 0 \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{3} + P(V) \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} \end{aligned}$$

# Дополнительные материалы

## Метод первого шага

Вася и Маша поочередно подбрасывают обычный шестигранный кубик. Вася побеждает, если на его ходу на кубике выпадает 1, а Маша – если на ее ходу выпадет 2 или 3. Вася и Маши поочередно бросают кубики до тех пор, пока кто-то из них не победит. Первым кубик бросает Вася. Найдите вероятность того, что он победит в этой игре.

- Через  $V$  обозначим событие, в соответствии с которым побеждает Вася, а через  $M$  – побеждает Маша. Через  $V_1$  обозначим событие, при котором при первом броске у Васи выпадает 1. Через  $M_{23}$  обозначим событие, при котором на первом броске Маши выпадает 2 или 3.
- Используя формулу полной вероятности получаем:

$$\begin{aligned} P(V) &= P(V|V_1)P(V_1) + P(V|\bar{V}_1 \cap M_{23})P(\bar{V}_1 \cap M_{23}) + P(V|\bar{V}_1 \cap \bar{M}_{23})P(\bar{V}_1 \cap \bar{M}_{23}) = \\ &= 1 \times \frac{1}{6} + 0 \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{3} + P(V) \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} \end{aligned}$$

- Решая соответствующее равенство для  $P(V)$  имеем  $P(V) = \frac{3}{8}$ .