Теория вероятностей и статистика, МИРЭК, 2022-2023

Дедлайн: домашнее задание отправляется в **pdf** формате на почту семинариста. В копию письма необходимо поставить ассистента группы.

Почты, на которые следует отправлять домашние задания, в зависимости от вашего семинариста:

1. Погорелова Полина Вячеславовна – tvis.we.2021@gmail.com
2. Потанин Богдан Станиславович – tvismirec@gmail.com
3. Слаболицкий Илья Сергеевич – tvis.fweia.hse@gmail.com

Домашнее задание должно быть отправлено на указанные почты в **pdf** формате до конца дня **20.10.2022** включительно (по московскому времени). Тема письма должна иметь следующий формат: "МИРЭК Фамилия Имя Группа Номер ДЗ", например, "МИРЭК Потанин Богдан 200 ДЗ 1".

Оформление: первый лист задания должен быть титульным и содержать лишь информацию об имени и фамилии, а также о номере группы студента и сдаваемого домашнего задания. Если pdf файл содержит фотографии, то они должны быть разборчивыми и повернуты правильной стороной.

Санкции: домашние задания, не удовлетворяющие требованиям к оформлению, выполненные не самостоятельно или сданные позже срока получают 0 баллов.

Проверка: при оценивании каждого задания проверяется не ответ, а весь ход решения, который должен быть описан подробно и формально, с использованием надлежащих определений, обозначений, теорем и т.д.

Самостоятельность: задания выполняются самостоятельно. С целью проверки самостоятельности выполнения домашнего задания студент может быть вызван на устное собеседование, по результатам которого оценка может быть либо сохранена, либо обнулена.

Домашнее задание №1

Задание №1. Монеты (40 баллов)

В компьютерной игре при победе над противником из него выпадает железный, серебряный или золотой сундук с монетами с вероятностями 0.6, 0.3 и 0.1 соответственно. В железном сундуке с равной вероятностью лежит от 1-й до 3-х монет. В серебряном сундуке лежит 2, 3 или 4 монеты с вероятностями 0.2, 0.7 и 0.1 соответственно. Наконец, в золотом сундуке с вероятностью 0.8 лежит 4 монеты, а с вероятностью 0.2 находится 5 монет.

Если игрок проигрывает противнику, то лишается всех своих ранее накопленных монет, но может продолжить сражаться с другими противниками, тем самым начав накапливать монеты заново. Игрок начинает игру с нулем монет и для простоты сперва допустим, что игрок одерживает победу над противником с вероятностью $p = 1$ (то есть всегда).

1. Посчитайте вероятность того, что из противника выпадет сундук с 3-мя монетами. **(5 баллов)**

2. Вычислите условную вероятность того, что из противника выпал серебряный сундук, если в выпавшем сундуке лежало 3 монеты. **(5 баллов)**

3. Запишите таблицу распределения числа монет, которое может выпасть из побежденного противника. **(5 баллов)**

4. Выпишите функцию распределения числа монет, которое может выпасть из побежденного противника и посчитайте вероятность, с которой из противника выпадет сундук не менее, чем с тремя монетами. **(5 баллов)**

5. Начиная с данного пункта и далее предположим, что вероятность победы над противником составляет $p = 0.9$. Посчитайте математическое ожидание числа монет, которое останется у игрока после поочередного сражения с двумя противниками. **(5 баллов)**

6. Рассчитайте ковариацию между числом монет, которое останется у игрока после первого боя, и числом монет, которое останется после второго боя. **(5 баллов)**

7. Посчитайте математическое ожидание выигрыша игрока, последовательно сразившегося со 100 противниками. **(10 баллов)**

Подсказка к пунктам 5, 6 и 7:
Без потери общности предположите, что сперва игроку дают сундук с монетками независимо от того, победил он или нет, а затем полученные монетки отбирают, если оказывается, что игрок проиграл. Тогда через X_1 и X_2 обозначьте число монет, которое игрок получает после первого и второго боя соответственно, независимо от того, победил он или проиграл (то есть до того, как их могли у него отобрать).

Через $W_1 \sim Ber(0.9)$ и $W_2 \sim Ber(0.9)$ обозначьте независимые бернуллиевские случайные величины, единичные значения которых соответствуют событиям, при которых игрок побеждает первого и второго противников соответственно. Отметим, что случайные величины X_1, X_2, W_1 и W_2 независимы.

Таким образом, по результатам первого боя игрок получает X_1W_1 монет, где при $W_1 = 1$ игрок получает X_1 монет, а при $W_1 = 0$ он не получает ничего. По аналогии X_2W_2 отражает число монет, заработанных во втором бою. Подумайте, как в этих обозначениях записать случайную величину, которая отражает то, сколько монет остается у игрока по окончанию двух раундов. При этом обратите внимание на то, что в случае поражения во втором раунде игрок утрачивает все ранее накопленные монеты.

Решение:

1. Обозначим через S_1, S_2 и S_3 события, при которых из противника выпадает железный, серебряный и золотой сундук соответственно. Через X обозначим число монет, выпадающих из противника. Для удобства запишем таблицы условного распределения:

x	1	2	3
$P(X = x\|S_1)$	1/3	1/3	1/3

x	2	3	4
$P(X = x\|S_2)$	0.2	0.7	0.1

x	4	5
$P(X = x\|S_3)$	0.8	0.2

Воспользуемся формулой полной вероятности:

$$P(X = 3) = P(X = 3|S_1)P(S_1) + P(X = 3|S_2)P(S_2) + P(X = 3|S_3)P(S_3) = \\ = \frac{1}{3} \times 0.6 + 0.7 \times 0.3 + 0 \times 0.1 = 0.41$$

2. Применим формулу условной вероятности:

$$P(S_2|X = 3) = \frac{P(X = 3|S_2)P(S_2)}{P(X = 3)} = \frac{0.7 \times 0.3}{0.41} = \frac{21}{41} \approx 0.51$$

3. Сперва, с помощью формулы полной вероятности, рассчитаем все вероятности:

$$P(X = 1) = \frac{1}{3} \times 0.6 = 0.2$$
$$P(X = 2) = \frac{1}{3} \times 0.6 + 0.2 \times 0.3 = 0.26$$
$$P(X = 3) = \frac{1}{3} \times 0.6 + 0.7 \times 0.3 = 0.41$$
$$P(X = 4) = 0.1 \times 0.3 + 0.8 \times 0.1 = 0.11$$
$$P(X = 5) = 0.2 \times 0.1 = 0.02$$

Зададим распределение X в форме таблицы:

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.2	0.26	0.41	0.11	0.02

4. Запишем функцию распределения:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x < 1 \\ 0.2, \text{ если } 1 \leq x < 2 \\ 0.46, \text{ если } 2 \leq x < 3 \\ 0.87, \text{ если } 3 \leq x < 4 \\ 0.98, \text{ если } 4 \leq x < 5 \\ 1, \text{ если } x \geq 5 \end{cases}$$

   Пользуясь функцией распределения запишем искомую вероятность:

$$P(X \leq 3) = F_X(3) = 0.87$$

5. Обратим внимание, что $X_1W_1W_2 + X_2W_2$ отражает общее число заработанных по результатам двух сражений монет, где домножение X_1 на W_2 необходимо для того, чтобы учесть, что в случае поражения игрок теряет все ранее заработанные монеты.

   Сперва для удобства рассчитаем математическое ожидание числа монет, которое можно получить при условии победы над противником, пользуясь найденной ранее таблицей распределения случайной величины X:

$$\begin{gathered} E(X_1) = E(X_2) = \\ = 0.2 \times 1 + 0.26 \times 2 + 0.41 \times 3 + 0.11 \times 4 + 0.02 \times 5 = 2.49 \end{gathered}$$

   Пользуясь независимостью рассматриваемых случайных величин получаем:

$$\begin{gathered} E(X_1W_1W_2 + X_2W_2) = E(X_1)E(W_1)E(W_2) + E(X_2)E(W_2) = \\ = 2.49 \times 0.9 \times 0.9 + 2.49 \times 0.9 = 4.2579 \end{gathered}$$

6. Сперва рассчитаем второй начальный момент, который нам в дальнейшем понадобится при вычислениях:

$$E(X_1^2) = 0.2 \times 1^2 + 0.26 \times 2^2 + 0.41 \times 3^2 + 0.11 \times 4^2 + 0.02 \times 5^2 = 7.19$$

   Пользуясь полученным результатом вычислим ковариацию:

$$Cov(X_1W_1, X_1W_1W_2 + X_2W_2) = Cov(X_1W_1, X_1W_1W_2) + \underbrace{Cov(X_1W_1, X_2W_2)}_{\text{равно 0 из-за независимости}} =$$

$$\begin{gathered} = E(X_1^2W_1W_2) - E(X_1W_1)E(X_1W_1W_2) = \\ = E(X_1^2)E(W_1)E(W_2) - E(X_1)E(W_1)E(X_1)E(W_1)E(W_2) = \\ = 7.19 \times 0.9 \times 0.9 - 2.49 \times 0.9 \times 2.49 \times 0.9 \times 0.9 = 1.3040271 \end{gathered}$$

7. По аналогии с предыдущими пунктами обозначим через X_i гипотетическое число монет, получаемое от сражения с i-м противником, а через $W_i \sim Ber(0.9)$ обозначим бернуллиевскую случайную величину, принимающую единичное значение в случае победы, где $i \in \{1, 2, ..., 100\}$. В результате, пользуясь независимостью рассматриваемых случайных величин получаем:

$$E(X_{100}W_{100} + X_{99}W_{100}W_{99} + ... + X_1W_1W_2 \times ... \times W_{100}) =$$
$$E(X_{100})E(W_{100}) + E(X_{99})E(W_{100})E(W_{99}) + ... + E(X_1)E(W_1)E(W_2) \times ... \times E(W_{100})) =$$
$$= 2.49 \times 0.9 + 2.49 \times 0.9^2 + ... + 2.49 \times 0.9^{100} =$$
$$= 2.49 \times (0.9 + 0.9^2 + ... + 0.9^{100}) = 22.4094$$

Проверка в R:

```
# Вероятности открыть тот или иной сундук
s.p <- c(0.6, 0.3, 0.1)
# Содержимое сундуков
s <- list()
s$s1 <- c(1, 2, 3)
s$s2 <- c(2, 3, 4)
s$s3 <- c(4, 5)
# Вероятности монет в сундуках
p <- list()
p$p1 <- c(1 / 3, 1 / 3, 1 / 3)
p$p2 <- c(0.2, 0.7, 0.1)
p$p3 <- c(0.8, 0.2)
# Вероятность победы
p.w <- 0.9
# Число симуляций
n.sim <- 10000
# Количество полученных монет
x1 <- rep(NA, n.sim)
x2 <- rep(NA, n.sim)
# Номер выбранного сундука
s.ind1 <- rep(NA, n.sim)
s.ind2 <- rep(NA, n.sim)
# Индикатор победы в бою
w1 <- rep(NA, n.sim)
w2 <- rep(NA, n.sim)
# Генерация боев
for (i in 1:n.sim)
{
  s.ind1[i] <- sample(x = 1:3, size = 1, prob = s.p)
  s.ind2[i] <- sample(x = 1:3, size = 1, prob = s.p)
  w1[i] <- rbinom(1, 1, p.w)
  w2[i] <- rbinom(1, 1, p.w)
  x1[i] <- sample(s[[s.ind1[i]]], size = 1, prob = p[[s.ind1[i]]])
  x2[i] <- sample(s[[s.ind2[i]]], size = 1, prob = p[[s.ind2[i]]])
}
```

```
# Вектор выигрышей
x <- x1 * w1 * w2 + x2 * w2
# пункт 1
mean(x1 == 3)
# пункт 2
mean((s.ind1 == 2)[x1 == 3])
# пункт 3
table(x1) / length(x1)
# пункт 4
cumsum(table(x1) / length(x1))
mean(x1 <= 3)
# пункт 5
mean(x)
# пункт 6
cov(x1 * w1, x)
```

Задание №2. Игра (20 баллов)

Лаврентий играет в следующую игру. Сперва он кидает **четырехгранный** кубик и записывает выпавшее на нем число (каждая грань выпадает с равной вероятностью). Затем он подбрасывает этот же кубик до тех пор, пока не выбросит такое же или меньшее число, чем то, которое он записал.

1. Предположим, что сперва Лаврентий выбросил 2 очка и, соответственно, записал число 2. Найдите условную вероятность того, что после этого он подбросит кубик еще ровно (только) 3 раза. **(5 баллов)**

2. Вычислите вероятность, с которой Лаврентий, после того, как запишет очки, кинет кубик ровно (только) 3 раза. **(5 баллов)**

3. Найдите условную вероятность того, что Лаврентий записал 2 очка, если после этого он подкинул кубик ровно (только) 3 раза. **(5 баллов)**

4. Найдите условный третий начальный момент числа бросков кубика, после того, как Лаврентий записал число 2 по результатам первого броска. **(5 баллов)**

Решение:

1. Через X обозначим случайную величину, отражающую число бросков кубика, осуществленных после первого броска (при котором записывается число выпавших очков). Через Y обозначим случайную величину, отражающую число записанных по результатам первого броска очков.

   Случайная величина $(X-1|Y=y) \sim Geom(\frac{y}{4})$ имеет геометрическое распределение, где $y \in \{1,2,3,4\}$. Пользуясь соответствующим распределением рассчитаем искомую вероятность:

   $$P(X=3|Y=2) = P(X-1=2|Y=2) = (1-0.5)^2\,0.5 = \frac{1}{8} = 0.125$$

2. Воспользуемся формулой полной вероятности:

$$
\begin{gathered}
P(X=3) = P(X=3|Y=1)P(Y=1) + P(X=3|Y=2)P(Y=2) + \\
+P(X=3|Y=3)P(Y=3) + P(X=3|Y=4)P(Y=4) = \\
= (1-0.25)^2 \times 0.25 \times 0.25 + (1-0.5)^2 \times 0.5 \times 0.25 + \\
+ (1-0.75)^2 \times 0.75 \times 0.25 + (1-1)^2 \times 0.25 \times 0.25 = 0.078125
\end{gathered}
$$

3. Посчитаем условную вероятность:

$$
P(Y=2|X=3) = \frac{P(X=3|Y=2)P(Y=2)}{P(X=3)} = \frac{0.125 \times 0.25}{0.078125} = 0.4
$$

4. Учитывая, что $(X-1|Y=2)$ имеет геометрическое распределение, получаем:

$$
\begin{gathered}
E(X|Y=2) = E(X-1|Y=2) + 1 = \frac{1-0.5}{0.5} + 1 = 2 \\
E(X^2|Y=2) = E((X-1)^2|Y=2) + 2E(X|Y=2) - 1 = \\
= Var(X-1|Y=2) + E(X-1|Y=2)^2 + 2E(X|Y=2) - 1 = \\
= \frac{1-0.5}{0.5^2} + (2-1)^2 + 2 \times 2 - 1 = 6
\end{gathered}
$$

Воспользуемся методом первого шага, через A обозначив событие, при котором при первом броске на кубике выпало число меньше или равное тому, что было изначально записано:

$$
\begin{gathered}
E(X^3|Y=2) = E(X^3|Y=2 \cap A)P(A|Y=2) + E(X^3|Y=2 \cap \overline{A})(1 - P(A|Y=2)) = \\
= 1^3 \times 0.5 + E((X+1)^3|Y=1) \times 0.5 = \\
= 0.25 + 0.5\left(E(X^3|Y=2) + 3E(X^2|Y=2) + 3E(X|Y=2) + 1\right) = \\
= 0.5 + 0.5\left(E(X^3|Y=2) + 3 \times 6 + 3 \times 2 + 1\right) = \\
0.5E(X^3|Y=2) + 13
\end{gathered}
$$

Решая соответствующее равенство получаем, что $E(X^3|Y=2) = 26$.

Проверка в R:

```
# Задача 2
n.sim <- 1000000
s <- sample(1:4, n.sim, replace = TRUE)
x <- rgeom(n = n.sim, prob = s / 4) + 1
# пукт 1
mean((x == 3)[s == 2])
# пункт 2
mean(x == 3)
# пункт 3
mean((s == 2)[x == 3])
# пункт 4
mean((x ^ 3)[s == 2])
```

Задание №3. Гномы (40 баллов)

Группа отважных гномов копает туннель в поисках золота. Карта разведываемого гномами участка изображена ниже. Каждый день гномы с равной вероятностью передвигаются на одну клетку вверх или на одну клетку вправо, если только не упрутся в верхнюю или правую стенку. Если гномы упираются в стенку справа, то они продолжают идти наверх до тех пор, пока не достигнут выхода. По аналогии, если гномы упираются в верхнюю стенку, то вплоть до выхода он продолжают идти вправо. Если гномы оказываются на клетке с золотом, то они забирают его с собой.

A1	0	**3**	0	0	выход
A2	0	0	0	**2**	0
A3	0	0	0	0	0
A4	0	0	**1**	0	0
A5	0	0	0	0	0
A6	старт	0	0	0	0
	B1	B2	B3	B4	B5

Где для удобства в левом столбце и нижней строке указаны координаты. Например, точка с 3-мя килограммами золота обозначена как A1, B2. Прохождение гномов через точку с той или иной координатой удобно рассматривать в качестве события.

Мотивирующая музыка: www.youtube.com/watch?v=ytWz0qVvBZ0

1. Посчитайте вероятность, с которой гномы попадут на клетку, в которой хранится ровно 1 килограмм золота. **(5 баллов)**
   Подсказка: подумайте, сколько нужно сделать шагов, чтобы попасть в соответствующую клетку и сколько из них должны быть вправо.

2. Рассчитайте вероятность, с которой гномы пройдут и клетку с 1-м килограммом золота, и клетку с 2-мя килограммами золота. **(5 баллов)**
   Подсказка: воспользуйтесь формулой вероятности пересечения событий и посчитайте вероятность попасть в клетку с двумя килограммами золота, если гномы уже находятся на клетке с одним килограммом золота.

3. Рассчитайте вероятность, с которой гномы добудут ровно 3 килограмма золота. **(5 баллов)**
   Подсказка: учтите, что если гномы упираются в верхнюю стенку, то далее они гарантированно продолжают двигаться направо.

4. Вычислите вероятность, с которой гномы добудут ровно 1 килограмм золота. **(5 баллов)**

5. Найдите математическое ожидание количества добытого гномами золота (за весь путь). **(10 баллов)**

6. Повторите предыдущий пункт, предполагая, что клетки с золотом охраняются злыми гоблинами. Каждый раз гномы побеждают гоблинов и продолжают поход с вероятностью 0.8. В случае поражения гномы теряют все накопленное золото и продолжают поход, при этом сохраняя возможность получить золото с посещаемых далее клеток в случае успешной победы над охраняющими их гоблинами. **(10 баллов)**

Решение:

1. Через Ai, Bj обозначим событие, при котором гномы оказываются в клетке с соответствующими координатами. Поскольку на клетке имеется всего одна клетка с одним килограммом золота, то достаточно рассчитать вероятность события $A4, B3$. Гном попадет в соответствующую клетку, если из стартовой клетки сделает два шага вправо и два шага вверх, вероятность чего составит:

$$P(A4, B3) = C_4^2 0.5^4 = 0.375$$

Где C_4^2 это количество способов выбрать 2 клетки из 4, в которые гном перейдет двигаясь вправо.

2. Воспользуемся формулой пересечения событий:

$$P(A4, B3 \cap A3, B4) = P(A4, B3)P(A2, B4|A4, B3) =$$
$$= C_4^2 0.5^4 \times C_3^2 0.5^3 = 0.375 \times 0.375 = 0.140625$$

3. Гномы добудут ровно 3 килограмма золота, если произойдет событие из предыдущего пункта, либо если они попадут на клетку $A1, B2$, что произойдет со следующей вероятностью:

$$P(A1, B2) = P(A1, B1) + P(A2, B2 \cap A1, B2) =$$
$$P(A1, B1) + P(A2, B2)P(A1, B2|A2, B2) =$$
$$= 0.5^5 + 0.5 \times \left(5 \times 0.5^5\right) = 0.109375$$

Обратим внимание, что данная вероятность рассчитывается как сумма двух других вероятностей. Во-первых, $P(A1, B1)$ это вероятность того, что гномы пять раз подряд из стартовой точки пойдут наверх, после чего они неизбежно станут двигаться направо по направлению к выходу. Во-вторых, $P(A2, B2 \cap A1, B2)$ это вероятность того, что гномы попадут в соответствующую точку до того, как упрутся в верхнюю стенку.

Поскольку события $A4, B3 \cap A3, B4$ и $A1, B2$ несовместные, то:

$$P\left((A4, B3 \cap A3, B4) \cup (A1, B2)\right) = P(A4, B3 \cap A3, B4) + P(A1, B2) =$$
$$= 0.140625 + 0.109375 = 0.25$$

4. Обратим внимание, что соответствующее событие произойдет если гномы сперва придут в клетку A4, B3, а затем не попадет в клетку A2, B4:

$$P\left(A4, B3 \cap \overline{A2, B4}\right) = P\left(A4, B3\right) P\left(\overline{A2, B4}|A4, B3\right) =$$
$$= P(A4, B3) \times \left(1 - P\left(A2, B4|A4, B3\right)\right) =$$
$$= 0.375 \times (1 - C_3^1 0.5^3) = 0.234375$$

5. Для того, чтобы найти математическое ожидание, сперва необходимо задать распределение случайной величины X, отражающей объем добытого гномами золота. Из предыдущих пунктов известно, что $P(X = 1) = 0.234375$ и $P(X = 3) = 0.109375$. Следовательно, недостает вероятностей $P(X = 0)$ и $P(X = 2)$.

Проще найти вероятность события $X=0$, поскольку оно происходит в случаях, когда гном не попал ни на одну из клеток с золотом:

$$\begin{gathered}
P(X=0) = P\left(\overline{A1,B2} \cap \overline{A4,B3} \cap \overline{A2,B4}\right) = \\
= P\left(\overline{A1,B2 \cup A4,B3 \cup A2,B4}\right) = \\
= 1 - P\left(A1,B2 \cup A4,B3 \cup A2,B4\right) = \\
= 1 - P\left(A1,B2 \cap A4,B3 \cap A2,B4\right) + \\
+P\left(A1,B2 \cap A4,B3\right) + P\left(A1,B2 \cap A2,B4\right) + P\left(A4,B3 \cap A2,B4\right) - \\
-P(A1,B2) - P(A4,B3) - P(A2,B4) = \\
1 - 0 + (0 + 0 + 0.140625) - (0.109375 + 0.375 + C_7^3 0.5^7) = 0.3828125
\end{gathered}$$

Отсюда получаем, что:

$$\begin{gathered}
P(X=2) = 1 - P(X=3) - P(X=1) - P(X=0) = \\
= 1 - 0.25 - 0.234375 - 0.3828125 = 0.1328125
\end{gathered}$$

Наконец, рассчитаем математическое ожидание:

$$E(X) = 0 \times 0.3828125 + 1 \times 0.234375 + 2 \times 0.1328125 + 3 \times 0.25 = 1.25$$

6. Пересчитаем вероятность каждой возможной суммы золота, обозначив через Y случайную величину, отражающую накопленное количество золота с учетом того, что его могут похитить гоблины.

   Поскольку получить лишь 1 килограмм золота можно только в случае посещения соответствующей клетки и непосещения иных клеток с золотом, то:

   $$P(Y=1) = 0.8P(X=1) = 0.8 \times 0.234375 = 0.1875$$

   Получить 2 килограмма золота можно и в случае, если гномы пришли в нее, предварительно пройдя клетку с 1-м килограммом золота, но потерпев поражение в битве с гоблинами, откуда:

   $$\begin{gathered}
P(Y=2) = \underbrace{0.2}_{\text{проиграли на клетке 1}} \times \underbrace{0.8}_{\text{выиграли на клетке 2}} \times \underbrace{0.140625}_{\text{были на клетке и с 1 и с 2}} + \\
+ \underbrace{0.1328125}_{\text{были только на клетке с 2}} \times \underbrace{0.8}_{\text{выиграли на клетке с 2}} = 0.12875
\end{gathered}$$

   При расчете вероятности 3-х килограмм золота необходимо учесть, что если они собраны по результатам посещения клеток с 1-м и 2-мя килограммами золота, то гномы дважды одержали победу над орками, откуда:

   $$P(Y=3) = 0.109375 \times 0.8 + 0.140625 \times 0.8^2 = 0.1775$$

   Отсюда получаем, что:

   $$P(Y=0) = 1 - 0.1875 - 0.12875 - 0.1775 = 0.50625$$

   В результате имеем:

   $$E(Y) = 0 \times 0.50625 + 1 \times 0.1875 + 2 \times 0.12875 + 3 \times 0.1775 = 0.9775$$

Проверка в R:

```
# число походов гномов
n.sim <- 10000
# карта
m <- matrix(c(0, 3, 0, 0, 0,
              0, 0, 0, 2, 0,
              0, 0, 0, 0, 0,
              0, 0, 1, 0, 0,
              0, 0, 0, 0, 0,
              0, 0, 0, 0, 0),
            nrow = 6, byrow = TRUE)
m.row <- nrow(m)
m.col <- ncol(m)
# накопленное золото с учетом
# гоблинов и без учета гоблинов
s <- rep(0, n.sim)
s2 <- rep(0, n.sim)
# матрица, в которой отмечаются
# посещенные клетки с золотом
visited <- matrix(0, nrow = n.sim, ncol = 3)
# вероятность победы над гоблинами
p.victory <- 0.8
for (i in 1:n.sim)
{
  pos <- c(6, 1)
  while (!((pos[1] == 1) & (pos[2] == m.col)))
  {
    if (pos[1] == 1)
    {
      pos[2] <- pos[2] + 1
    }
    else
    {
      if (pos[2] == m.col)
      {
        pos[1] <- pos[1] - 1
      }
      else
      {
        if (rbinom(1, 1, 0.5) == 1)
        {
          pos[1] <- pos[1] - 1
        }
        else
        {
          pos[2] <- pos[2] + 1
        }
      }
```

```
    }
    if (m[pos[1], pos[2]] != 0)
    {
      s[i] <- s[i] + m[pos[1], pos[2]]
      s2[i] <- s2[i] + m[pos[1], pos[2]]
      if (rbinom(1, 1, p.victory) == 0)
      {
        s2[i] <- 0
      }
      visited[i, m[pos[1], pos[2]]] <- TRUE
    }
  }
}
# пункт 1
mean(visited[, 1])
# пункт 2
mean(visited[, 1] & visited[, 2])
# пункт 3
mean(s == 3)
# пункт 4
mean(s == 1)
# пункт 5
mean(s)
# пункт 6
mean(s2)
```