Теория Вероятностей и Статистика

Дискретное вероятностное пространство

Потанин Богдан Станиславович

старший преподаватель, кандидат экономических наук

2021

Некоторые явления нельзя однозначно предсказать заранее:

Некоторые явления нельзя однозначно предсказать заранее:

- цена акции

Актуальность изучения теории вероятностей

Что изучает теория вероятностей?

Некоторые явления нельзя однозначно предсказать заранее:

- цена акции
- результаты выборов

Некоторые явления нельзя однозначно предсказать заранее:

- цена акции
- результаты выборов
- оценка за курс

Некоторые явления нельзя однозначно предсказать заранее:

- цена акции
- результаты выборов
- оценка за курс

Но можно оценить вероятности происхождения одного из возможных событий и то, как различные факторы влияют на соответствующие вероятности:

Актуальность изучения теории вероятностей

Что изучает теория вероятностей?

Некоторые явления нельзя однозначно предсказать заранее:

- цена акции
- результаты выборов
- оценка за курс

Но можно оценить вероятности происхождения одного из возможных событий и то, как различные факторы влияют на соответствующие вероятности:

- как рыночные условия влияют на вероятность роста акций

Некоторые явления нельзя однозначно предсказать заранее:

- цена акции
- результаты выборов
- оценка за курс

Но можно оценить вероятности происхождения одного из возможных событий и то, как различные факторы влияют на соответствующие вероятности:

- как рыночные условия влияют на вероятность роста акций
- с какой вероятностью на выборах победит кандидат от демократической партии

Что изучает теория вероятностей?

Некоторые явления нельзя однозначно предсказать заранее:

- цена акции
- результаты выборов
- оценка за курс

Но можно оценить вероятности происхождения одного из возможных событий и то, как различные факторы влияют на соответствующие вероятности:

- как рыночные условия влияют на вероятность роста акций
- с какой вероятностью на выборах победит кандидат от демократической партии
- каким образом прикладываемые студентом усилия влияют на вероятность получить ту или иную оценку за курс

Актуальность изучения теории вероятностей

Где и для чего применяется теория вероятностей?

Финансовые рынки

- Предсказание цен акций и прочих финансовых активов
- Моделирование дефолтов заемщиков, банков и компаний

Актуальность изучения теории вероятностей

Где и для чего применяется теория вероятностей?

Финансовые рынки

- Предсказание цен акций и прочих финансовых активов
- Моделирование дефолтов заемщиков, банков и компаний

Медицина

- Тестирование гипотез об эффективности лекарств и различных методик лечения
- Предсказание динамики эпидемиологических показателей

Актуальность изучения теории вероятностей

Где и для чего применяется теория вероятностей?

Финансовые рынки

- Предсказание цен акций и прочих финансовых активов
- Моделирование дефолтов заемщиков, банков и компаний

Маркетинг

- Оценка влияния различных факторов на узнаваемость бренда, популярность видео и т.д.
- Оптимизация рекламных расходов

Медицина

- Тестирование гипотез об эффективности лекарств и различных методик лечения
- Предсказание динамики эпидемиологических показателей

Актуальность изучения теории вероятностей

Где и для чего применяется теория вероятностей?

Финансовые рынки

- Предсказание цен акций и прочих финансовых активов
- Моделирование дефолтов заемщиков, банков и компаний

Маркетинг

- Оценка влияния различных факторов на узнаваемость бренда, популярность видео и т.д.
- Оптимизация рекламных расходов

Медицина

- Тестирование гипотез об эффективности лекарств и различных методик лечения
- Предсказание динамики эпидемиологических показателей

Машинное обучение

- Анализ текстов и распознавание речи
- Распознавание и преобразование изображений и видео (например, deep fake)

Актуальность изучения теории вероятностей

Где и для чего применяется теория вероятностей?

Финансовые рынки

- Предсказание цен акций и прочих финансовых активов
- Моделирование дефолтов заемщиков, банков и компаний

Маркетинг

- Оценка влияния различных факторов на узнаваемость бренда, популярность видео и т.д.
- Оптимизация рекламных расходов

Экономическая политика

- Оценка эффективности государственных программ
- Моделирование динамики ключевых макроэкономических показателей: ВВП, ВРП и т.д.

Медицина

- Тестирование гипотез об эффективности лекарств и различных методик лечения
- Предсказание динамики эпидемиологических показателей

Машинное обучение

- Анализ текстов и распознавание речи
- Распознавание и преобразование изображений и видео (например, deep fake)

Актуальность изучения теории вероятностей

Где и для чего применяется теория вероятностей?

Финансовые рынки

- Предсказание цен акций и прочих финансовых активов
- Моделирование дефолтов заемщиков, банков и компаний

Маркетинг

- Оценка влияния различных факторов на узнаваемость бренда, популярность видео и т.д.
- Оптимизация рекламных расходов

Экономическая политика

- Оценка эффективности государственных программ
- Моделирование динамики ключевых макроэкономических показателей: ВВП, ВРП и т.д.

Медицина

- Тестирование гипотез об эффективности лекарств и различных методик лечения
- Предсказание динамики эпидемиологических показателей

Машинное обучение

- Анализ текстов и распознавание речи
- Распознавание и преобразование изображений и видео (например, deep fake)

Мировая экономика и мировая политика

- Оценивание вероятности глобальных и региональных конфликтов
- Моделирование показателей, характеризующих экономические отношения между странами

Тестирование гипотез

$$H_0 : \text{Лекарство не работает vs } H_1 : \text{Лекарство работает}$$

Тестирование гипотез

H_0 : Лекарство не работает vs H_1 : Лекарство работает

⇓

Собираются данные о группе, получившей лекарство, и о группе, которой дали плацебо

Тестирование гипотез

H_0 : Лекарство не работает vs H_1 : Лекарство работает

↓

Собираются данные о группе, получившей лекарство, и о группе, которой дали плацебо

↓

Применяются формулы из теории вероятностей

Тестирование гипотез

H_0 : Лекарство не работает vs H_1 : Лекарство работает

↓

Собираются данные о группе, получившей лекарство, и о группе, которой дали плацебо

↓

Применяются формулы из теории вероятностей

↓

Делается вывод о работоспособности лекарства

Тестирование гипотез

H_0 : Лекарство не работает vs H_1 : Лекарство работает

↓

Собираются данные о группе, получившей лекарство, и о группе, которой дали плацебо

↓

Применяются формулы из теории вероятностей

↓

Делается вывод о работоспособности лекарства

Регрессионный анализ

Моделирование влияния различных факторов на продажи

Тестирование гипотез

H_0 : Лекарство не работает vs H_1 : Лекарство работает

↓

Собираются данные о группе, получившей лекарство, и о группе, которой дали плацебо

↓

Применяются формулы из теории вероятностей

↓

Делается вывод о работоспособности лекарства

Регрессионный анализ

Моделирование влияния различных факторов на продажи

↓

$$\text{Продажи} = \beta_1\,(\text{Качество продукта}) + \beta_2\,(\text{Рекламные расходы}) + \text{Случайная ошибка}$$

Актуальность изучения теории вероятностей

Как применяется теория вероятностей?

Тестирование гипотез

H_0 : Лекарство не работает vs H_1 : Лекарство работает

↓

Собираются данные о группе, получившей лекарство, и о группе, которой дали плацебо

↓

Применяются формулы из теории вероятностей

↓

Делается вывод о работоспособности лекарства

Регрессионный анализ

Моделирование влияния различных факторов на продажи

↓

$$\text{Продажи} = \beta_1\,(\text{Качество продукта}) + \beta_2\,(\text{Рекламные расходы}) + \text{Случайная ошибка}$$

↓

С использованием собираемых данных и формул теории вероятностей получаются оценки (приблизительные значения) коэффициентов β_1 и β_2, а также ожидаемых продаж

Оценивание

Что нужно знать и уметь для получения той или иной оценки?

4-5 баллов

- Решать типовые (обычно алгоритмические) задачи, обсуждаемые на лекциях и семинарах.
- Воспроизводить определения и формулировать теоремы, фигурирующие в лекциях.

Оценивание

Что нужно знать и уметь для получения той или иной оценки?

4-5 баллов

- Решать типовые (обычно алгоритмические) задачи, обсуждаемые на лекциях и семинарах.
- Воспроизводить определения и формулировать теоремы, фигурирующие в лекциях.

6-7 баллов

- Решать задачи повышенного уровня сложности, схожие с теми, что рассматриваются на семинарах, лекциях и в домашних задания.
- Воспроизводить вывод формул и доказательства теорем в той (или более математически строгой) форме, в которой они были даны на лекциях.

Оценивание

Что нужно знать и уметь для получения той или иной оценки?

4-5 баллов

- Решать типовые (обычно алгоритмические) задачи, обсуждаемые на лекциях и семинарах.
- Воспроизводить определения и формулировать теоремы, фигурирующие в лекциях.

6-7 баллов

- Решать задачи повышенного уровня сложности, схожие с теми, что рассматриваются на семинарах, лекциях и в домашних задания.
- Воспроизводить вывод формул и доказательства теорем в той (или более математически строгой) форме, в которой они были даны на лекциях.

8 баллов

- Решать сложные (нестандартные) задачи, не схожие с теми, что рассматриваются на семинарах и лекциях, но для решения которых достаточно применить (обычно некоторым неочевидным образом) формулы и теоремы с лекций.

Оценивание

Что нужно знать и уметь для получения той или иной оценки?

4-5 баллов

- Решать типовые (обычно алгоритмические) задачи, обсуждаемые на лекциях и семинарах.
- Воспроизводить определения и формулировать теоремы, фигурирующие в лекциях.

6-7 баллов

- Решать задачи повышенного уровня сложности, схожие с теми, что рассматриваются на семинарах, лекциях и в домашних задания.
- Воспроизводить вывод формул и доказательства теорем в той (или более математически строгой) форме, в которой они были даны на лекциях.

8 баллов

- Решать сложные (нестандартные) задачи, не схожие с теми, что рассматриваются на семинарах и лекциях, но для решения которых достаточно применить (обычно некоторым неочевидным образом) формулы и теоремы с лекций.

9 баллов

- Решать сложные (нестандартные) задачи, в том числе с использованием формул и теорем, описанных в литературе, рекомендуемой для самостоятельного углубленного изучения курса.

Оценивание

Что нужно знать и уметь для получения той или иной оценки?

4-5 баллов

- Решать типовые (обычно алгоритмические) задачи, обсуждаемые на лекциях и семинарах.
- Воспроизводить определения и формулировать теоремы, фигурирующие в лекциях.

6-7 баллов

- Решать задачи повышенного уровня сложности, схожие с теми, что рассматриваются на семинарах, лекциях и в домашних задания.
- Воспроизводить вывод формул и доказательства теорем в той (или более математически строгой) форме, в которой они были даны на лекциях.

8 баллов

- Решать сложные (нестандартные) задачи, не схожие с теми, что рассматриваются на семинарах и лекциях, но для решения которых достаточно применить (обычно некоторым неочевидным образом) формулы и теоремы с лекций.

9 баллов

- Решать сложные (нестандартные) задачи, в том числе с использованием формул и теорем, описанных в литературе, рекомендуемой для самостоятельного углубленного изучения курса.

10 баллов

- Решать очень сложные нестандартные задачи.

Оценивание

Какие используются элементы контроля и сколько они весят?

Формула:

$$\mathrm{mr} = 0.25 \times (\mathrm{cr}_1 + \mathrm{cr}_2 + \mathrm{ex}) + 0.1 \times \mathrm{dz} + 0.15 \times \mathrm{pr}$$

где:

- mr - оценка за курс
- cr_i - оценка за i-ю контрольную работу, где $i \in \{1, 2\}$
- dz - оценка за домашние задания
- ex - оценка за экзамен
- pr - оценка за проверочные работы

Оценки за элементы контроля не округляются. Округляется лишь итоговая оценка за курс.

Информирование

Где можно узнать информацию по курсу?

- Все основные материалы курса публикуются на викистраничке.

Информирование

Где можно узнать информацию по курсу?

- Все основные материалы курса публикуются на викистраничке.
- Основные объявления (о домашних заданиях, контрольных и т.д.) осуществляются в телеграм канале.

Информирование

Где можно узнать информацию по курсу?

- Все основные материалы курса публикуются на викистраничке.
- Основные объявления (о домашних заданиях, контрольных и т.д.) осуществляются в телеграм канале.
- Ссылки на викистраничку курса и телеграм канал будут отправлены на корпоративные почтовые адреса групп.

Информирование

Где можно узнать информацию по курсу?

- Все основные материалы курса публикуются на викистраничке.
- Основные объявления (о домашних заданиях, контрольных и т.д.) осуществляются в телеграм канале.
- Ссылки на викистраничку курса и телеграм канал будут отправлены на корпоративные почтовые адреса групп.
- В случае, если в течение недели вы не получили ссылку на викистраничку курса или у вас возникли проблемы с подключением к телеграм каналу, необходимо проинформировать меня по почте **bpotanin@hse.ru**.

Информирование

Как и по каким вопросам я могу связаться с вами?

- Вопросы можно задавать по почте **bpotanin@hse.ru**.

Информирование

Как и по каким вопросам я могу связаться с вами?

- Вопросы можно задавать по почте **bpotanin@hse.ru**.
- Тема **любого** письма должна **обязательно** начинаться с аббревиатуры **МИРЭК**.

Информирование

Как и по каким вопросам я могу связаться с вами?

- Вопросы можно задавать по почте **bpotanin@hse.ru**.
- Тема **любого** письма должна **обязательно** начинаться с аббревиатуры **МИРЭК**.
- Если вопрос касается проблем с решением задачи или пониманием лекционного материала, то в нем должны быть четко указаны:
  - Фамилия, имя, отчество и группа студента, задающего вопрос.
  - Полное условие задачи, определение или формулировка теоремы, по поводу которых возник вопрос.
  - Самостоятельно предпринятые для решения проблемы шаги (решенная часть задания, прочитанная литература и т.д.), например, в форме скриншота решения с сопутствующими пояснениями проделанных шагов.
  - Сам вопрос, в котором необходимо указать ту часть задачи, определения или теоремы, с пониманием которых возникают сложности.

Информирование

Как и по каким вопросам я могу связаться с вами?

- Вопросы можно задавать по почте **bpotanin@hse.ru**.
- Тема **любого** письма должна **обязательно** начинаться с аббревиатуры **МИРЭК**.
- Если вопрос касается проблем с решением задачи или пониманием лекционного материала, то в нем должны быть четко указаны:
  - Фамилия, имя, отчество и группа студента, задающего вопрос.
  - Полное условие задачи, определение или формулировка теоремы, по поводу которых возник вопрос.
  - Самостоятельно предпринятые для решения проблемы шаги (решенная часть задания, прочитанная литература и т.д.), например, в форме скриншота решения с сопутствующими пояснениями проделанных шагов.
  - Сам вопрос, в котором необходимо указать ту часть задачи, определения или теоремы, с пониманием которых возникают сложности.
- Перед отправкой вопроса убедитесь, что ответ на него **не был озвучен на лекции и не содержится в программе курса**. Также проверьте, что вопрос **не нарушает нормы академической этики**. Например, вопрос о возможности поднять балл средствами, непосредственно не предусмотренными программой курса, вследствие того, что это важно для рейтинга или сохранения скидки, нарушает академическую этику.

Информирование

Ответы на часто задаваемые вопросы

- Те, кто по уважительной причине пропустили одну или несколько контрольных работ, смогут получить за них оценку написав дополнительную работу в конце курса. Для получения права на написание соответствующей работы необходимо отправить подтверждающие уважительные причины пропуска контрольных работ документы на почту **bpotanin@hse.ru**, предварительно предоставив соответствующие документы сотрудникам учебного офиса.

Информирование

Ответы на часто задаваемые вопросы

- Те, кто по уважительной причине пропустили одну или несколько контрольных работ, смогут получить за них оценку написав дополнительную работу в конце курса. Для получения права на написание соответствующей работы необходимо отправить подтверждающие уважительные причины пропуска контрольных работ документы на почту **bpotanin@hse.ru**, предварительно предоставив соответствующие документы сотрудникам учебного офиса.
- Сданные после дедлайна или не соответствующие требованиям к оформлению домашние задания оцениваются в 0 баллов.

Информирование

Ответы на часто задаваемые вопросы

- Те, кто по уважительной причине пропустили одну или несколько контрольных работ, смогут получить за них оценку написав дополнительную работу в конце курса. Для получения права на написание соответствующей работы необходимо отправить подтверждающие уважительные причины пропуска контрольных работ документы на почту **bpotanin@hse.ru**, предварительно предоставив соответствующие документы сотрудникам учебного офиса.
- Сданные после дедлайна или не соответствующие требованиям к оформлению домашние задания оцениваются в 0 баллов.
- Студент может быть вызван на устное собеседование для подтверждения самостоятельности выполнения домашнего задания или иной формы контроля.

Повторение комбинаторики

Упорядоченный выбор без возвращения

Пример: необходимо распределить первое, второе и третье места среди двадцати участников соревнования.

Пример: необходимо распределить первое, второе и третье места среди двадцати участников соревнования.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если мы отдали одно из мест некоторому участнику, то отдать это же место другому мы уже не можем.

Повторение комбинаторики

Упорядоченный выбор без возвращения

Пример: необходимо распределить первое, второе и третье места среди двадцати участников соревнования.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если мы отдали одно из мест некоторому участнику, то отдать это же место другому мы уже не можем.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что важно не только каким трем людям были назначены места, но и какие именно места (первое, второе или третье): отдать первое место Васе, второе Маше а третье Кате не то же самое, что первое Кате, второе Маше и третье Васе (это два различных способа распределить места).

Пример: необходимо распределить первое, второе и третье места среди двадцати участников соревнования.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если мы отдали одно из мест некоторому участнику, то отдать это же место другому мы уже не можем.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что важно не только каким трем людям были назначены места, но и какие именно места (первое, второе или третье): отдать первое место Васе, второе Маше а третье Кате не то же самое, что первое Кате, второе Маше и третье Васе (это два различных способа распределить места).
- Первое место можно отдать любому из кандидатов, на что приходится 20 способов.

Повторение комбинаторики

Упорядоченный выбор без возвращения

Пример: необходимо распределить первое, второе и третье места среди двадцати участников соревнования.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если мы отдали одно из мест некоторому участнику, то отдать это же место другому мы уже не можем.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что важно не только каким трем людям были назначены места, но и какие именно места (первое, второе или третье): отдать первое место Васе, второе Маше а третье Кате не то же самое, что первое Кате, второе Маше и третье Васе (это два различных способа распределить места).
- Первое место можно отдать любому из кандидатов, на что приходится 20 способов.
- На **каждый** способ назначить первое место приходится $(20-1)=19$ способов назначить второе: всего 20×19 способов.

Повторение комбинаторики

Упорядоченный выбор без возвращения

Пример: необходимо распределить первое, второе и третье места среди двадцати участников соревнования.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если мы отдали одно из мест некоторому участнику, то отдать это же место другому мы уже не можем.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что важно не только каким трем людям были назначены места, но и какие именно места (первое, второе или третье): отдать первое место Васе, второе Маше а третье Кате не то же самое, что первое Кате, второе Маше и третье Васе (это два различных способа распределить места).
- Первое место можно отдать любому из кандидатов, на что приходится 20 способов.
- На **каждый** способ назначить первое место приходится $(20-1)=19$ способов назначить второе: всего 20×19 способов.
- На **каждый** способ назначить первое и второе места приходится $(20-2)=18$ способов назначить третье: всего $20\times 19\times 18=\frac{20\times 19\times 18\times 17\times\cdots\times 1}{17\times 16\times 15\times\cdots\times 1}=\frac{20!}{(20-3)!}$ способов.

Повторение комбинаторики

Упорядоченный выбор без возвращения

Пример: необходимо распределить первое, второе и третье места среди двадцати участников соревнования.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если мы отдали одно из мест некоторому участнику, то отдать это же место другому мы уже не можем.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что важно не только каким трем людям были назначены места, но и какие именно места (первое, второе или третье): отдать первое место Васе, второе Маше а третье Кате не то же самое, что первое Кате, второе Маше и третье Васе (это два различных способа распределить места).
- Первое место можно отдать любому из кандидатов, на что приходится 20 способов.
- На **каждый** способ назначить первое место приходится $(20-1)=19$ способов назначить второе: всего 20×19 способов.
- На **каждый** способ назначить первое и второе места приходится $(20-2)=18$ способов назначить третье: всего $20\times 19\times 18=\frac{20\times 19\times 18\times 17\times\cdots\times 1}{17\times 16\times 15\times\cdots\times 1}=\frac{20!}{(20-3)!}$ способов.

Общий случай: количество способов, которыми можно выбрать k объектов из n, с учетом порядка и без возвращения, составляет:

$$A_n^k=n*(n-1)*...*(n-k+1)=\frac{n!}{(n-k)!}$$

где A_n^k называется количеством размещений из n по k.

Пример: необходимо выбрать три из десяти курсов по выбору.

Пример: необходимо выбрать три из десяти курсов по выбору.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если студент выбрал один из курсов, то выбрать его повторно уже нельзя.

Пример: необходимо выбрать три из десяти курсов по выбору.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если студент выбрал один из курсов, то выбрать его повторно уже нельзя.
- **Неупорядоченный** выбор говорит о том, что не важно, в каком порядке студент выбрал курсы, важно лишь какие именно курсы он предпочел: например, выбрать сперва Топологию, затем Финансы и в конце - Физику эквивалентно тому, чтобы сначала выбрать Финансы, затем Физику и, наконец, Топологию.

Пример: необходимо выбрать три из десяти курсов по выбору.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если студент выбрал один из курсов, то выбрать его повторно уже нельзя.
- **Неупорядоченный** выбор говорит о том, что не важно, в каком порядке студент выбрал курсы, важно лишь какие именно курсы он предпочел: например, выбрать сперва Топологию, затем Финансы и в конце - Физику эквивалентно тому, чтобы сначала выбрать Финансы, затем Физику и, наконец, Топологию.
- Сперва мы можем посчитать способы так, словно порядок важен, то есть используя упорядоченный выбор без возвращения, откуда число способов составит $A_{10}^{3} = \frac{10!}{(10-3)!}$.

Пример: необходимо выбрать три из десяти курсов по выбору.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если студент выбрал один из курсов, то выбрать его повторно уже нельзя.
- **Неупорядоченный** выбор говорит о том, что не важно, в каком порядке студент выбрал курсы, важно лишь какие именно курсы он предпочел: например, выбрать сперва Топологию, затем Финансы и в конце - Физику эквивалентно тому, чтобы сначала выбрать Финансы, затем Физику и, наконец, Топологию.
- Сперва мы можем посчитать способы так, словно порядок важен, то есть используя упорядоченный выбор без возвращения, откуда число способов составит $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!}$.
- Существует $A_3^3 = 3!$ способов расставить три предмета в различном порядке. Поскольку выбор неупорядоченный, то все эти способы эквиваленты, а значит общее число способов окажется в 3! раз меньше того, что было посчитано с помощью упорядоченного выбора с возвращением, то есть $A_{10}^3/A_3^3 = \frac{10!}{(10-3)!3!}$.

Повторение комбинаторики

Неупорядоченный выбор без возвращения

Пример: необходимо выбрать три из десяти курсов по выбору.

- Выбор **без возвращения** подразумевает, что если студент выбрал один из курсов, то выбрать его повторно уже нельзя.
- **Неупорядоченный** выбор говорит о том, что не важно, в каком порядке студент выбрал курсы, важно лишь какие именно курсы он предпочел: например, выбрать сперва Топологию, затем Финансы и в конце - Физику эквивалентно тому, чтобы сначала выбрать Финансы, затем Физику и, наконец, Топологию.
- Сперва мы можем посчитать способы так, словно порядок важен, то есть используя упорядоченный выбор без возвращения, откуда число способов составит $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!}$.
- Существует $A_3^3 = 3!$ способов расставить три предмета в различном порядке. Поскольку выбор неупорядоченный, то все эти способы эквиваленты, а значит общее число способов окажется в 3! раз меньше того, что было посчитано с помощью упорядоченного выбора с возвращением, то есть $A_{10}^3/A_3^3 = \frac{10!}{(10-3)!3!}$.

Общий случай: количество способов, которыми можно выбрать k объектов из n, без учета порядка и без возвращений, составляет:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{A_k^k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

где C_n^k называется количеством сочетаний из n по k.

- $A_n^{n-1} = A_n^n = n!$ - выбрать все объекты при помощи упорядоченного выбора без возвращения эквивалентно тому, чтобы выбрать все, кроме одного: например, если двадцать различных мест в автобусе распределяются между двадцатью пассажирами, то количество способов рассадить 20 пассажиров по 20 местам окажется эквивалентным числу способов рассадить 19 пассажиров по 20 местам, поскольку последнее оставшееся место также будет автоматически распределено оставшемуся 20-му пассажиру.

Повторение комбинаторики

Свойства выбора без возвращения

- $A_n^{n-1} = A_n^n = n!$ - выбрать все объекты при помощи упорядоченного выбора без возвращения эквивалентно тому, чтобы выбрать все, кроме одного: например, если двадцать различных мест в автобусе распределяются между двадцатью пассажирами, то количество способов рассадить 20 пассажиров по 20 местам окажется эквивалентным числу способов рассадить 19 пассажиров по 20 местам, поскольку последнее оставшееся место также будет автоматически распределено оставшемуся 20-му пассажиру.
- $A_n^k = C_n^1 * C_{n-1}^1 * ... * C_{n-k+1}^1$ - упорядоченный выбор можно представить как последовательность неупорядоченных выборов.

Повторение комбинаторики

Свойства выбора без возвращения

- $A_n^{n-1} = A_n^n = n!$ - выбрать все объекты при помощи упорядоченного выбора без возвращения эквивалентно тому, чтобы выбрать все, кроме одного: например, если двадцать различных мест в автобусе распределяются между двадцатью пассажирами, то количество способов рассадить 20 пассажиров по 20 местам окажется эквивалентным числу способов рассадить 19 пассажиров по 20 местам, поскольку последнее оставшееся место также будет автоматически распределено оставшемуся 20-му пассажиру.
- $A_n^k = C_n^1 * C_{n-1}^1 * ... * C_{n-k+1}^1$ - упорядоченный выбор можно представить как последовательность неупорядоченных выборов.
- $C_n^k = C_n^{n-k}$ - количество способов выбрать k объектов из n эквивалентно числу способов не выбрать $n-k$ объектов из n: например, количество способов распределить пять одинаковых билетов среди двадцати претендентов эквивалентно числу способов выбрать пятнадцать претендентов, которым билеты не достанутся.

Повторение комбинаторики
Свойства выбора без возвращения

- $A_n^{n-1} = A_n^n = n!$ - выбрать все объекты при помощи упорядоченного выбора без возвращения эквивалентно тому, чтобы выбрать все, кроме одного: например, если двадцать различных мест в автобусе распределяются между двадцатью пассажирами, то количество способов рассадить 20 пассажиров по 20 местам окажется эквивалентным числу способов рассадить 19 пассажиров по 20 местам, поскольку последнее оставшееся место также будет автоматически распределено оставшемуся 20-му пассажиру.
- $A_n^k = C_n^1 * C_{n-1}^1 * ... * C_{n-k+1}^1$ - упорядоченный выбор можно представить как последовательность неупорядоченных выборов.
- $C_n^k = C_n^{n-k}$ - количество способов выбрать k объектов из n эквивалентно числу способов не выбрать $n-k$ объектов из n: например, количество способов распределить пять одинаковых билетов среди двадцати претендентов эквивалентно числу способов выбрать пятнадцать претендентов, которым билеты не достанутся.
- $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$

Пример: необходимо каждому из 120 студентов поставить оценку от 1 до 10.

Пример: необходимо каждому из 120 студентов поставить оценку от 1 до 10.

- Выбор **с возвращением** подразумевает, если один из студентов получил какую-то оценку, например, 10-ку, то 10-ку все равно могут получить и другие студенты.

Пример: необходимо каждому из 120 студентов поставить оценку от 1 до 10.

- Выбор **с возвращением** подразумевает, если один из студентов получил какую-то оценку, например, 10-ку, то 10-ку все равно могут получить и другие студенты.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что имеет значение то, какому конкретному студенту какая оценка была назначена.

Пример: необходимо каждому из 120 студентов поставить оценку от 1 до 10.

- Выбор **с возвращением** подразумевает, если один из студентов получил какую-то оценку, например, 10-ку, то 10-ку все равно могут получить и другие студенты.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что имеет значение то, какому конкретному студенту какая оценка была назначена.
- Каждому студенту можно поставить оценку одним из 10 способов.

Пример: необходимо каждому из 120 студентов поставить оценку от 1 до 10.

- Выбор **с возвращением** подразумевает, если один из студентов получил какую-то оценку, например, 10-ку, то 10-ку все равно могут получить и другие студенты.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что имеет значение то, какому конкретному студенту какая оценка была назначена.
- Каждому студенту можно поставить оценку одним из 10 способов.
- На каждый из 10-и способов поставить оценку первому студенту приходится 10 способов поставить оценку второму и т.д. В итоге получаем $\underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{\text{120 раз}} = 10^{120}$ способов.

Пример: необходимо каждому из 120 студентов поставить оценку от 1 до 10.

- Выбор **с возвращением** подразумевает, если один из студентов получил какую-то оценку, например, 10-ку, то 10-ку все равно могут получить и другие студенты.
- **Упорядоченный** выбор говорит о том, что имеет значение то, какому конкретному студенту какая оценка была назначена.
- Каждому студенту можно поставить оценку одним из 10 способов.
- На каждый из 10-и способов поставить оценку первому студенту приходится 10 способов поставить оценку второму и т.д. В итоге получаем $\underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{\text{120 раз}} = 10^{120}$ способов.

Общий случай: количество способов, которыми можно каждому из k упорядоченных элементов назначить одну из n различных категорий, составляет n^k.

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника -

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5}=\frac{15!}{10!5!}$.

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5} = \frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект -

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5} = \frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5} = \frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя -

Повторение комбинаторики
Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5}=\frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2}=\frac{15!}{13!}$.

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5} = \frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2} = \frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух$\neq$воздух+земля -

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5} = \frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2} = \frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух$\neq$воздух+земля - $A_4^2 + A_4^3 + A_4^4$.

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5} = \frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2} = \frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух≠воздух+земля - $A_4^2 + A_4^3 + A_4^4$.
- порядок соединения неважен, то есть, например, огонь+вода=вода+огонь -

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5}=\frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2}=\frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух≠воздух+земля - $A_4^2+A_4^3+A_4^4$.
- порядок соединения неважен, то есть, например, огонь+вода=вода+огонь - $C_4^2+C_4^3+C_4^4$.

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^5=\frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^2=\frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух≠воздух+земля - $A_4^2+A_4^3+A_4^4$.
- порядок соединения неважен, то есть, например, огонь+вода=вода+огонь - $C_4^2+C_4^3+C_4^4$.
- порядок соединения важен и каждую из стихий можно добавить в малом, среднем или большом объеме (**для последующих пунктов эти условия сохраняются**), что также повлияет на итоговый элемент -

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5}=\frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2}=\frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух$\neq$воздух+земля - $A_4^2+A_4^3+A_4^4$.
- порядок соединения неважен, то есть, например, огонь+вода=вода+огонь - $C_4^2+C_4^3+C_4^4$.
- порядок соединения важен и каждую из стихий можно добавить в малом, среднем или большом объеме (**для последующих пунктов эти условия сохраняются**), что также повлияет на итоговый элемент - $s=A_4^2\times 3^2+A_4^3\times 3^3+A_4^4\times 3^4$.

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5}=\frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2}=\frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух≠воздух+земля - $A_4^2+A_4^3+A_4^4$.
- порядок соединения неважен, то есть, например, огонь+вода=вода+огонь - $C_4^2+C_4^3+C_4^4$.
- порядок соединения важен и каждую из стихий можно добавить в малом, среднем или большом объеме (**для последующих пунктов эти условия сохраняются**), что также повлияет на итоговый элемент - $s=A_4^2\times 3^2+A_4^3\times 3^3+A_4^4\times 3^4$.
- Соединив 7 **различных** элементов в произвольном порядке маг может создать новый **сверхэлемент**. Число возможных сверхэлементов составляет -

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5}=\frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2}=\frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух$\neq$воздух+земля - $A_4^2+A_4^3+A_4^4$.
- порядок соединения неважен, то есть, например, огонь+вода=вода+огонь - $C_4^2+C_4^3+C_4^4$.
- порядок соединения важен и каждую из стихий можно добавить в малом, среднем или большом объеме (**для последующих пунктов эти условия сохраняются**), что также повлияет на итоговый элемент - $s=A_4^2\times 3^2+A_4^3\times 3^3+A_4^4\times 3^4$.
- Соединив 7 **различных** элементов в произвольном порядке маг может создать новый **сверхэлемент**. Число возможных сверхэлементов составляет - C_s^7.

Повторение комбинаторики

Дополнительные примеры

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5} = \frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2} = \frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух≠воздух+земля - $A_4^2 + A_4^3 + A_4^4$.
- порядок соединения неважен, то есть, например, огонь+вода=вода+огонь - $C_4^2 + C_4^3 + C_4^4$.
- порядок соединения важен и каждую из стихий можно добавить в малом, среднем или большом объеме (**для последующих пунктов эти условия сохраняются**), что также повлияет на итоговый элемент - $s = A_4^2 \times 3^2 + A_4^3 \times 3^3 + A_4^4 \times 3^4$.
- Соединив 7 **различных** элементов в произвольном порядке маг может создать новый **сверхэлемент**. Число возможных сверхэлементов составляет - C_s^7.
- Число сверхэлементов, в состав которых входят элементы с водой, составляет -

Пример: в компьютерной игре вы управляете отрядом из 15 персонажей. Сколькими способами вы можете:

- выбрать из них 5, которые нападут на базу противника - $C_{15}^{5} = \frac{15!}{10!5!}$.
- прокачать каждому персонажу один из 3-х возможных навыков: силу, ловкость или интеллект - 3^{15}.
- выбрать из них главу отряда и его заместителя - $A_{15}^{2} = \frac{15!}{13!}$.

Пример: у мага в распоряжении имеются 4 стихии: вода, огонь, земля и воздух. Соединив две, три или сразу четыре из них он может получить новый элемент. Сколько всего различных новых элементов может получить маг, если:

- порядок соединения важен, то есть, например, земля+воздух≠воздух+земля - $A_4^2 + A_4^3 + A_4^4$.
- порядок соединения неважен, то есть, например, огонь+вода=вода+огонь - $C_4^2 + C_4^3 + C_4^4$.
- порядок соединения важен и каждую из стихий можно добавить в малом, среднем или большом объеме (**для последующих пунктов эти условия сохраняются**), что также повлияет на итоговый элемент - $s = A_4^2 \times 3^2 + A_4^3 \times 3^3 + A_4^4 \times 3^4$.
- Соединив 7 **различных** элементов в произвольном порядке маг может создать новый **сверхэлемент**. Число возможных сверхэлементов составляет - C_s^7.
- Число сверхэлементов, в состав которых входят элементы с водой, составляет - $C_{s^*}^7$, где
$$\underbrace{s^*}_{\text{число элементов с водой}} = \underbrace{s}_{\text{общее число элементов}} - \underbrace{A_3^2 \times 2^3 + A_3^3 \times 3^3}_{\text{число элементов, в состав которых не входит вода}}.$$

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.

Повторение теории множеств

Определение множества и подмножества

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.

Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

Повторение теории множеств

Определение множества и подмножества

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.

Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R\text{, что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

- колдун $\in A$, $8 \in A$, печенье $\notin A$.

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

- колдун $\in A$, $8 \in A$, печенье $\notin A$.
- $1.3 \in B$, $2 \in B$, $7 \notin B$.

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

- колдун $\in A$, $8 \in A$, печенье $\notin A$.
- $1.3 \in B$, $2 \in B$, $7 \notin B$.

Множество C является **подмножеством** множества D, если все элементы множества C принадлежат множеству D. То есть если для любого $x \in C$ выполняется $x \in D$, то $C \subset D$.

Повторение теории множеств

Определение множества и подмножества

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

- колдун $\in A$, $8 \in A$, печенье $\notin A$.
- $1.3 \in B$, $2 \in B$, $7 \notin B$.

Множество C является **подмножеством** множества D, если все элементы множества C принадлежат множеству D. То есть если для любого $x \in C$ выполняется $x \in D$, то $C \subset D$.

- $C = \{1, 3, 5\}$, $D = \{1, 2, 3, 4, 5\} \implies C \subset D, D \not\subset C$.

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

- колдун $\in A$, $8 \in A$, печенье $\notin A$.
- $1.3 \in B$, $2 \in B$, $7 \notin B$.

Множество C является **подмножеством** множества D, если все элементы множества C принадлежат множеству D. То есть если для любого $x \in C$ выполняется $x \in D$, то $C \subset D$.

- $C = \{1, 3, 5\}$, $D = \{1, 2, 3, 4, 5\} \implies C \subset D, D \not\subset C$.
- $C = \{x \in R : x > 5\}$, $D = \{x \in R : x > 3\} \implies D \not\subset C, C \subset D$.

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

- колдун $\in A$, $8 \in A$, печенье $\notin A$.
- $1.3 \in B$, $2 \in B$, $7 \notin B$.

Множество C является **подмножеством** множества D, если все элементы множества C принадлежат множеству D. То есть если для любого $x \in C$ выполняется $x \in D$, то $C \subset D$.

- $C = \{1, 3, 5\}$, $D = \{1, 2, 3, 4, 5\} \implies C \subset D, D \not\subset C$.
- $C = \{x \in R : x > 5\}$, $D = \{x \in R : x > 3\} \implies D \not\subset C, C \subset D$.

Множества C и D **эквивалентны**, если они являются подмножествами друг друга. То есть из $C \subset D$ и $D \subset C$ следует, что $C = D$.

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

- колдун $\in A$, $8 \in A$, печенье $\notin A$.
- $1.3 \in B$, $2 \in B$, $7 \notin B$.

Множество C является **подмножеством** множества D, если все элементы множества C принадлежат множеству D. То есть если для любого $x \in C$ выполняется $x \in D$, то $C \subset D$.

- $C = \{1, 3, 5\}$, $D = \{1, 2, 3, 4, 5\} \implies C \subset D, D \not\subset C$.
- $C = \{x \in R : x > 5\}$, $D = \{x \in R : x > 3\} \implies D \not\subset C, C \subset D$.

Множества C и D **эквивалентны**, если они являются подмножествами друг друга. То есть из $C \subset D$ и $D \subset C$ следует, что $C = D$.

- $C = \{1, 2, 3\}$, $D = \{3, 1, 2\} \implies C \subset D$, $D \subset C \implies C = D$.

Множество - совокупность любых элементов, в том числе других множеств.
Способы задать множество:

- перечислить элементы множества - $A = \{\text{колдун}, 8, \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}\}$.
- описать условия попадания во множество - $B = \{\text{такие } x \in R, \text{ что } 1 \leq x \leq 2\} = \{x \in R : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$.

Каждый объект либо **принадлежит**, либо **не принадлежит** множеству:

- колдун $\in A$, $8 \in A$, печенье $\notin A$.
- $1.3 \in B$, $2 \in B$, $7 \notin B$.

Множество C является **подмножеством** множества D, если все элементы множества C принадлежат множеству D. То есть если для любого $x \in C$ выполняется $x \in D$, то $C \subset D$.

- $C = \{1, 3, 5\}$, $D = \{1, 2, 3, 4, 5\} \implies C \subset D, D \not\subset C$.
- $C = \{x \in R : x > 5\}$, $D = \{x \in R : x > 3\} \implies D \not\subset C, C \subset D$.

Множества C и D **эквивалентны**, если они являются подмножествами друг друга. То есть из $C \subset D$ и $D \subset C$ следует, что $C = D$.

- $C = \{1, 2, 3\}$, $D = \{3, 1, 2\} \implies C \subset D$, $D \subset C \implies C = D$.
- $C = \{1, 3, 5\}$, $D = \{1, 2, 3, 4, 5\} \implies D \not\subset C \implies C \neq D$.

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.
Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$

Повторение теории множеств

Основные операции над множествами и некоторые особые виды множеств

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.
Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.
Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Повторение теории множеств

Основные операции над множествами и некоторые особые виды множеств

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.
Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $A \cap B = \{3, 4, 5\}$

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.
Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$
- **Разница**: $A - B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $A \cap B = \{3, 4, 5\}$

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.

Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$
- **Разница**: $A - B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $A \cap B = \{3, 4, 5\}$
- $A - B = \{1, 2\}$

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.
Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$
- **Разница**: $A - B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $A \cap B = \{3, 4, 5\}$
- $A - B = \{1, 2\}$
- $B - A = \{6, 7\}$

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.

Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$
- **Разница**: $A - B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $A \cap B = \{3, 4, 5\}$
- $A - B = \{1, 2\}$
- $B - A = \{6, 7\}$

Особые виды множеств:

Повторение теории множеств

Основные операции над множествами и некоторые особые виды множеств

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.
Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$
- **Разница**: $A - B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $A \cap B = \{3, 4, 5\}$
- $A - B = \{1, 2\}$
- $B - A = \{6, 7\}$

Особые виды множеств:

- Пустое множество $\emptyset$ не содержит элементов и принадлежит каждому из множеств.

Повторение теории множеств

Основные операции над множествами и некоторые особые виды множеств

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.

Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$
- **Разница**: $A - B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $A \cap B = \{3, 4, 5\}$
- $A - B = \{1, 2\}$
- $B - A = \{6, 7\}$

Особые виды множеств:

- Пустое множество $\emptyset$ не содержит элементов и принадлежит каждому из множеств.
- Универсальное множество U включает в себя все возможные элементы, поэтому любое множество является его подмножеством.

Логические символы: $\vee$ - или, $\wedge$ - и, $\forall$ - для любого, $\exists$ - существует.

Основные операции:

- **Объединение**: $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$
- **Пересечение**: $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$
- **Разница**: $A - B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, тогда:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $A \cap B = \{3, 4, 5\}$
- $A - B = \{1, 2\}$
- $B - A = \{6, 7\}$

Особые виды множеств:

- Пустое множество $\emptyset$ не содержит элементов и принадлежит каждому из множеств.
- Универсальное множество U включает в себя все возможные элементы, поэтому любое множество является его подмножеством.
- Дополнением множества A до множества X является множество $\overline{A} = X - A$. **Например**, если $A = \{1, 2, 3\}$ и $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, то $\overline{A} = \{4, 5\}$.

Дистрибутивные законы:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Дистрибутивные законы:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Дистрибутивные законы:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Законы Моргана:

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Дистрибутивные законы:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Законы Моргана:

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Дистрибутивные законы:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Законы Моргана:

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ и $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, где $\overline{A} = X - A$ и $\overline{B} = X - B$:

Дистрибутивные законы:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Законы Моргана:

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Примеры: пусть $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4,5\}$ и $X = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, где $\overline{A} = X - A$ и $\overline{B} = X - B$:

- $A \cup B = \{1,2,3,4,5\} \implies \overline{A \cup B} = X - (A \cup B) = \{6,7\} = \{4,5,6,7\} \cap \{1,2,6,7\} = \overline{A} \cap \overline{B}$.

Дистрибутивные законы:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Законы Моргана:

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Примеры: пусть $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ и $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, где $\overline{A} = X - A$ и $\overline{B} = X - B$:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \implies \overline{A \cup B} = X - (A \cup B) = \{6, 7\} = \{4, 5, 6, 7\} \cap \{1, 2, 6, 7\} = \overline{A} \cap \overline{B}$.
- $A \cap B = \{3\} \implies \overline{A \cap B} = X - (A \cap B) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6, 7\} \cup \{1, 2, 6, 7\} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

- **Системой** (семейством) **множеств** (подмножеств) над Ω называется множество $\mathcal{F}$, состоящее из подмножеств множества Ω.

- **Системой** (семейством) **множеств** (подмножеств) над Ω называется множество $\mathcal{F}$, состоящее из подмножеств множества Ω.
  Пример: рассмотрим множество $\Omega = \{10, 37, 45, 90, 0\}$. Возьмем в нем произвольную совокупность разных подмножеств $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4, \mathcal{F}_5\}$. Где $\mathcal{F}_1 = \{37, 90\}$, $\mathcal{F}_2 = \{10, 37, 90\}$, $\mathcal{F}_3 = \{0, 90, 37\}$, $\mathcal{F}_4 = \{0, 10, 90, 37\}$, $\mathcal{F}_5 = \{0\}$. Тогда $\mathcal{F}$ будет системой подмножеств над Ω. **Обратите внимание**, что $\{37, 90\} \in \mathcal{F}$, но $37, 90 \notin \mathcal{F}$.

- **Системой** (семейством) **множеств** (подмножеств) над Ω называется множество $\mathcal{F}$, состоящее из подмножеств множества Ω.
  Пример: рассмотрим множество $\Omega = \{10, 37, 45, 90, 0\}$. Возьмем в нем произвольную совокупность разных подмножеств $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4, \mathcal{F}_5\}$. Где $\mathcal{F}_1 = \{37, 90\}$, $\mathcal{F}_2 = \{10, 37, 90\}$, $\mathcal{F}_3 = \{0, 90, 37\}$, $\mathcal{F}_4 = \{0, 10, 90, 37\}$, $\mathcal{F}_5 = \{0\}$. Тогда $\mathcal{F}$ будет системой подмножеств над Ω. **Обратите внимание**, что $\{37, 90\} \in \mathcal{F}$, но $37, 90 \notin \mathcal{F}$.
- **Булеаном** называется множество $\mathcal{P}(\Omega)$, состоящее из всех подмножеств Ω, включая пустое множество и само множество Ω. Иногда булеан обозначают как 2^Ω, поскольку количество подмножеств множества Ω составляет 2^n, где n - количество элементов множества Ω.

- **Системой** (семейством) **множеств** (подмножеств) над Ω называется множество $\mathcal{F}$, состоящее из подмножеств множества Ω.
  Пример: рассмотрим множество $\Omega = \{10, 37, 45, 90, 0\}$. Возьмем в нем произвольную совокупность разных подмножеств $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_4, \mathcal{F}_5\}$. Где $\mathcal{F}_1 = \{37, 90\}$, $\mathcal{F}_2 = \{10, 37, 90\}$, $\mathcal{F}_3 = \{0, 90, 37\}$, $\mathcal{F}_4 = \{0, 10, 90, 37\}$, $\mathcal{F}_5 = \{0\}$. Тогда $\mathcal{F}$ будет системой подмножеств над Ω. **Обратите внимание**, что $\{37, 90\} \in \mathcal{F}$, но $37, 90 \notin \mathcal{F}$.
- **Булеаном** называется множество $\mathcal{P}(\Omega)$, состоящее из всех подмножеств Ω, включая пустое множество и само множество Ω. Иногда булеан обозначают как 2^{Ω}, поскольку количество подмножеств множества Ω составляет 2^n, где n - количество элементов множества Ω.
  Пример: рассмотрим $\Omega = \{1, 3, 5\}$. Выпишем все возможные подмножества этого множества: $A_1 = \emptyset$, $A_2 = \{1\}$, $A_3 = \{3\}$, $A_4 = \{5\}$, $A_5 = \{1, 3\}$, $A_6 = \{1, 5\}$, $A_7 = \{3, 5\}$ и $A_8 = \{1, 3, 5\}$. Тогда булеаном этого множества будет:

$$\mathcal{P}(\Omega) = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8\} = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}\}$$

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.
- Булеан пространства элементарных событий $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$ именуется **пространством событий**. Элементы пространства событий $A \in \mathcal{F}$ называются **случайными событиями** или просто **событиями**.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.
- Булеан пространства элементарных событий $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$ именуется **пространством событий**. Элементы пространства событий $A \in \mathcal{F}$ называются **случайными событиями** или просто **событиями**.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.
- $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{w\}, \{d\}, \{l\}, \{w, d\}, \{w, l\}, \{d, l\}, \{w, d, l\}\}$.

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.
- Булеан пространства элементарных событий $\mathcal{F} = \mathcal{P}\left(\Omega\right)$ именуется **пространством событий**. Элементы пространства событий $A \in \mathcal{F}$ называются **случайными событиями** или просто **событиями**.
- Случайное событие $A = \emptyset$ именуется **невозможным**, а случайное событие $A = \Omega$ - **достоверным**.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.
- $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{w\}, \{d\}, \{l\}, \{w, d\}, \{w, l\}, \{d, l\}, \{w, d, l\}\}$.

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.
- Булеан пространства элементарных событий $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$ именуется **пространством событий**. Элементы пространства событий $A \in \mathcal{F}$ называются **случайными событиями** или просто **событиями**.
- Случайное событие $A = \emptyset$ именуется **невозможным**, а случайное событие $A = \Omega$ - **достоверным**.
- Случайные события A и B являются **несовместными**, если $A \cap B = \emptyset$, то есть не могут произойти одновременно.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.
- $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{w\}, \{d\}, \{l\}, \{w, d\}, \{w, l\}, \{d, l\}, \{w, d, l\}\}$.

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.
- Булеан пространства элементарных событий $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$ именуется **пространством событий**. Элементы пространства событий $A \in \mathcal{F}$ называются **случайными событиями** или просто **событиями**.
- Случайное событие $A = \emptyset$ именуется **невозможным**, а случайное событие $A = \Omega$ - **достоверным**.
- Случайные события A и B являются **несовместными**, если $A \cap B = \emptyset$, то есть не могут произойти одновременно.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.
- $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{w\}, \{d\}, \{l\}, \{w, d\}, \{w, l\}, \{d, l\}, \{w, d, l\}\}$.
- Различные события:
  - A $=$ Матч закончился победой $= \{w\}$.

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.
- Булеан пространства элементарных событий $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$ именуется **пространством событий**. Элементы пространства событий $A \in \mathcal{F}$ называются **случайными событиями** или просто **событиями**.
- Случайное событие $A = \emptyset$ именуется **невозможным**, а случайное событие $A = \Omega$ - **достоверным**.
- Случайные события A и B являются **несовместными**, если $A \cap B = \emptyset$, то есть не могут произойти одновременно.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.
- $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{w\}, \{d\}, \{l\}, \{w, d\}, \{w, l\}, \{d, l\}, \{w, d, l\}\}$.
- Различные события:
  - A $=$ Матч закончился победой $= \{w\}$.
  - B $=$ Вы не победили $= \{l, d\}$.

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.
- Булеан пространства элементарных событий $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$ именуется **пространством событий**. Элементы пространства событий $A \in \mathcal{F}$ называются **случайными событиями** или просто **событиями**.
- Случайное событие $A = \emptyset$ именуется **невозможным**, а случайное событие $A = \Omega$ - **достоверным**.
- Случайные события A и B являются **несовместными**, если $A \cap B = \emptyset$, то есть не могут произойти одновременно.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.
- $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{w\}, \{d\}, \{l\}, \{w, d\}, \{w, l\}, \{d, l\}, \{w, d, l\}\}$.
- Различные события:
  - A $=$ Матч закончился победой $= \{w\}$.
  - B $=$ Вы не победили $= \{l, d\}$.
  - C $=$ Вы одновременно и проиграли и победили $= \emptyset$.

Дискретное вероятностное пространство

Случайный эксперимент, множество элементарных событий и случайные события

- **Случайный эксперимент** характеризуется тем, что он всегда заканчивается одним из возможных исходов, которые могут быть непредсказуемы.
- **Пространство элементарных событий** Ω – это множество, которое состоит из всех возможных результатов случайного эксперимента, именуемых **элементарными событиями** $\omega \in \Omega$.
- Булеан пространства элементарных событий $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$ именуется **пространством событий**. Элементы пространства событий $A \in \mathcal{F}$ называются **случайными событиями** или просто **событиями**.
- Случайное событие $A = \emptyset$ именуется **невозможным**, а случайное событие $A = \Omega$ - **достоверным**.
- Случайные события A и B являются **несовместными**, если $A \cap B = \emptyset$, то есть не могут произойти одновременно.

Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч с вашим участием, который может окончиться победой (w), ничьей (d) или поражением (l).
- $\Omega = \{\text{победа}, \text{ничья}, \text{поражение}\} = \{w, d, l\}$.
- $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{w\}, \{d\}, \{l\}, \{w, d\}, \{w, l\}, \{d, l\}, \{w, d, l\}\}$.
- Различные события:
    - A $=$ Матч закончился победой $= \{w\}$.
    - B $=$ Вы не победили $= \{l, d\}$.
    - C $=$ Вы одновременно и проиграли и победили $= \emptyset$.
    - События A и B являются несовместными, поскольку $A \cap B = \{w\} \cap \{l, d\} = \emptyset$.

Пространство элементарных событий Ω может быть и бесконечным.
Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч между Аргентиной и Ямайкой, оканчивающийся со счетом (x, y), где x - голы Аргентины, а y - голы Ямайки (возможностью победы по пенальти пренебрежем).

Примечание: на протяжении курса будем предполагать, что множество натуральных чисел N включает 0.

Пространство элементарных событий Ω может быть и бесконечным.
Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч между Аргентиной и Ямайкой, оканчивающийся со счетом (x, y), где x - голы Аргентины, а y - голы Ямайки (возможностью победы по пенальти пренебрежем).
- $\Omega = \{(0,0),(0,1),(1,1),\cdots\} = \{(x,y) \in N^2\}$

Примечание: на протяжении курса будем предполагать, что множество натуральных чисел N включает 0.

Пространство элементарных событий Ω может быть и бесконечным.
Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч между Аргентиной и Ямайкой, оканчивающийся со счетом (x, y), где x - голы Аргентины, а y - голы Ямайки (возможностью победы по пенальти пренебрежем).
- $\Omega = \{(0,0),(0,1),(1,1),\cdots\} = \{(x,y) \in N^2\}$
- События:
  - Команды сыграли вничью $= \{(0,0),(1,1),(2,2),\cdots\} = \{(x,y) \in \Omega : x = y\}$

Примечание: на протяжении курса будем предполагать, что множество натуральных чисел N включает 0.

Дискретное вероятностное пространство

Бесконечные счетные пространства элементарных событий

Пространство элементарных событий Ω может быть и бесконечным.
Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч между Аргентиной и Ямайкой, оканчивающийся со счетом (x, y), где x - голы Аргентины, а y - голы Ямайки (возможностью победы по пенальти пренебрежем).
- $\Omega = \{(0,0),(0,1),(1,1),\cdots\} = \{(x,y) \in N^2\}$
- События:
  - Команды сыграли вничью $= \{(0,0),(1,1),(2,2),\cdots\} = \{(x,y) \in \Omega : x = y\}$
  - Победила Аргентина $= \{(1,0),(2,0),(2,1),(3,2),(5,0)\cdots\} = \{(x,y) \in \Omega : x > y\}$

Примечание: на протяжении курса будем предполагать, что множество натуральных чисел N включает 0.

Пространство элементарных событий Ω может быть и бесконечным.
Пример:

- Случайный эксперимент – футбольный матч между Аргентиной и Ямайкой, оканчивающийся со счетом (x, y), где x - голы Аргентины, а y - голы Ямайки (возможностью победы по пенальти пренебрежем).
- $\Omega = \{(0,0),(0,1),(1,1),\cdots\} = \{(x,y) \in N^2\}$
- События:
  - Команды сыграли вничью $= \{(0,0),(1,1),(2,2),\cdots\} = \{(x,y) \in \Omega : x = y\}$
  - Победила Аргентина $= \{(1,0),(2,0),(2,1),(3,2),(5,0)\cdots\} = \{(x,y) \in \Omega : x > y\}$
  - Разница мячей оказалась больше двух $= \{(5,0),(1,5),(7,3),\cdots\} = \{(x,y) \in \Omega : |x - y| > 2\}$

Примечание: на протяжении курса будем предполагать, что множество натуральных чисел N включает 0.

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0,1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0, 1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = \sum\limits_{i \in I} P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in \mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$, где $i, j \in I$.

Дискретное вероятностное пространство

Вероятность

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0, 1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = \sum\limits_{i \in I} P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in \mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$, где $i, j \in I$.
- $P(\Omega) = 1$.

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0,1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = \sum\limits_{i \in I} P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in \mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$, где $i, j \in I$.
- $P(\Omega) = 1$.

Пример: пусть $\Omega = \{1, 2, 3\}$ и функция вероятности P имеет следующий вид:

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0, 1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = \sum\limits_{i \in I} P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in \mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$, где $i, j \in I$.
- $P(\Omega) = 1$.

Пример: пусть $\Omega = \{1, 2, 3\}$ и функция вероятности P имеет следующий вид:

- $P(\{1\}) = 0.2$, $P(\{2\}) = 0.3$, $P(\{3\}) = 0.5$.

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0, 1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = \sum\limits_{i \in I} P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in \mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$, где $i, j \in I$.
- $P(\Omega) = 1$.

Пример: пусть $\Omega = \{1, 2, 3\}$ и функция вероятности P имеет следующий вид:

- $P(\{1\}) = 0.2$, $P(\{2\}) = 0.3$, $P(\{3\}) = 0.5$.
- $P(\{1, 2\}) = P(\{1\} \cup \{2\}) = P(\{1\}) + P(\{2\}) = 0.2 + 0.3 = 0.5$, поскольку $\{1\} \cap \{2\} = \emptyset$

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0, 1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = \sum\limits_{i \in I} P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in \mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$, где $i, j \in I$.
- $P(\Omega) = 1$.

Пример: пусть $\Omega = \{1, 2, 3\}$ и функция вероятности P имеет следующий вид:

- $P(\{1\}) = 0.2$, $P(\{2\}) = 0.3$, $P(\{3\}) = 0.5$.
- $P(\{1, 2\}) = P(\{1\} \cup \{2\}) = P(\{1\}) + P(\{2\}) = 0.2 + 0.3 = 0.5$, поскольку $\{1\} \cap \{2\} = \emptyset$
- $P(\{1, 3\}) = P(\{1\} \cup \{3\}) = P(\{1\}) + P(\{3\}) = 0.2 + 0.5 = 0.7$, поскольку $\{1\} \cap \{3\} = \emptyset$

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0, 1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = \sum\limits_{i \in I} P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in \mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$, где $i, j \in I$.
- $P(\Omega) = 1$.

Пример: пусть $\Omega = \{1, 2, 3\}$ и функция вероятности P имеет следующий вид:

- $P(\{1\}) = 0.2$, $P(\{2\}) = 0.3$, $P(\{3\}) = 0.5$.
- $P(\{1, 2\}) = P(\{1\} \cup \{2\}) = P(\{1\}) + P(\{2\}) = 0.2 + 0.3 = 0.5$, поскольку $\{1\} \cap \{2\} = \emptyset$
- $P(\{1, 3\}) = P(\{1\} \cup \{3\}) = P(\{1\}) + P(\{3\}) = 0.2 + 0.5 = 0.7$, поскольку $\{1\} \cap \{3\} = \emptyset$
- $P(\{2, 3\}) = P(\{2\} \cup \{3\}) = P(\{2\}) + P(\{3\}) = 0.3 + 0.5 = 0.8$, поскольку $\{2\} \cap \{3\} = \emptyset$

Вероятность это функция $P : \mathcal{F} \to [0, 1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i \in I} A_i) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = \sum\limits_{i \in I} P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in \mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$, где $i, j \in I$.
- $P(\Omega) = 1$.

Пример: пусть $\Omega = \{1, 2, 3\}$ и функция вероятности P имеет следующий вид:

- $P(\{1\}) = 0.2$, $P(\{2\}) = 0.3$, $P(\{3\}) = 0.5$.
- $P(\{1, 2\}) = P(\{1\} \cup \{2\}) = P(\{1\}) + P(\{2\}) = 0.2 + 0.3 = 0.5$, поскольку $\{1\} \cap \{2\} = \emptyset$
- $P(\{1, 3\}) = P(\{1\} \cup \{3\}) = P(\{1\}) + P(\{3\}) = 0.2 + 0.5 = 0.7$, поскольку $\{1\} \cap \{3\} = \emptyset$
- $P(\{2, 3\}) = P(\{2\} \cup \{3\}) = P(\{2\}) + P(\{3\}) = 0.3 + 0.5 = 0.8$, поскольку $\{2\} \cap \{3\} = \emptyset$
- $P(\{1, 2, 3\}) = P(\{1\} \cup \{2\} \cup \{3\}) = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) = 0.2 + 0.3 + 0.5 = 1$, см. выше

Вероятность это функция $P:\mathcal{F}\to[0,1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- $P(A)\geq 0, \forall A\in\mathcal{F}$.
- $P(\bigcup\limits_{i\in I} A_i)=P(A_1\cup A_2\cup\cdots)=\sum\limits_{i\in I}P(A_i)$ для любой последовательности $A_1, A_2, ... \in\mathcal{F}$ (со множеством индексов I) **попарно несовместных событий**, то есть таких, что никакие два различных события не имеют общих элементов: $A_i\cap A_j=\emptyset, \forall i\neq j$, где $i,j\in I$.
- $P(\Omega)=1$.

Пример: пусть $\Omega=\{1,2,3\}$ и функция вероятности P имеет следующий вид:

- $P(\{1\})=0.2$, $P(\{2\})=0.3$, $P(\{3\})=0.5$.
- $P(\{1,2\})=P(\{1\}\cup\{2\})=P(\{1\})+P(\{2\})=0.2+0.3=0.5$, поскольку $\{1\}\cap\{2\}=\emptyset$
- $P(\{1,3\})=P(\{1\}\cup\{3\})=P(\{1\})+P(\{3\})=0.2+0.5=0.7$, поскольку $\{1\}\cap\{3\}=\emptyset$
- $P(\{2,3\})=P(\{2\}\cup\{3\})=P(\{2\})+P(\{3\})=0.3+0.5=0.8$, поскольку $\{2\}\cap\{3\}=\emptyset$
- $P(\{1,2,3\})=P(\{1\}\cup\{2\}\cup\{3\})=P(\{1\})+P(\{2\})+P(\{3\})=0.2+0.3+0.5=1$, см. выше
- $P(\{1,2,3\})=P(\{1,2\}\cup\{3\})=P(\{1,2\})+P(\{3\})=0.5+0.5=1$, поскольку $\{1,2\}\cap\{3\}=\emptyset$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
  Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
  Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
  Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Доказательство:
  $P(\Omega) = P((\Omega - A) \cup A) = P(\Omega - A) + P(A) = P(\overline{A}) + P(A) \implies P(\overline{A}) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
  Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Доказательство:
  $P(\Omega) = P((\Omega - A) \cup A) = P(\Omega - A) + P(A) = P(\overline{A}) + P(A) \implies P(\overline{A}) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$
- $P(\emptyset) = 0$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
  Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Доказательство:
  $P(\Omega) = P((\Omega - A) \cup A) = P(\Omega - A) + P(A) = P(\overline{A}) + P(A) \implies P(\overline{A}) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$
- $P(\emptyset) = 0$
  Доказательство: $P(\emptyset) = P(\Omega - \Omega) = P(\overline{\Omega}) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
  Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Доказательство:
  $P(\Omega) = P((\Omega - A) \cup A) = P(\Omega - A) + P(A) = P(\overline{A}) + P(A) \implies P(\overline{A}) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$
- $P(\emptyset) = 0$
  Доказательство: $P(\emptyset) = P(\Omega - \Omega) = P(\overline{\Omega}) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Дискретное вероятностное пространство

Основные свойства вероятности

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
  Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Доказательство:
  $P(\Omega) = P((\Omega - A) \cup A) = P(\Omega - A) + P(A) = P(\overline{A}) + P(A) \implies P(\overline{A}) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$
- $P(\emptyset) = 0$
  Доказательство: $P(\emptyset) = P(\Omega - \Omega) = P(\overline{\Omega}) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  Доказательство:
  $P(B) = P\left([B - A] \cup [B \cap A]\right) = P(B - A) + P(B \cap A) \implies P(B - A) = P(B) - P(B \cap A)$

Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
  Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
  Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Доказательство:
  $P(\Omega) = P((\Omega - A) \cup A) = P(\Omega - A) + P(A) = P(\overline{A}) + P(A) \implies P(\overline{A}) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$
- $P(\emptyset) = 0$
  Доказательство: $P(\emptyset) = P(\Omega - \Omega) = P(\overline{\Omega}) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  Доказательство:
  $P(B) = P\left([B - A] \cup [B \cap A]\right) = P(B - A) + P(B \cap A) \implies P(B - A) = P(B) - P(B \cap A)$
  $P(A \cup B) = P\left(A \cup (B - A)\right) = P(A) + P(B - A) = P(A) + P(B) - P(B \cap A)$

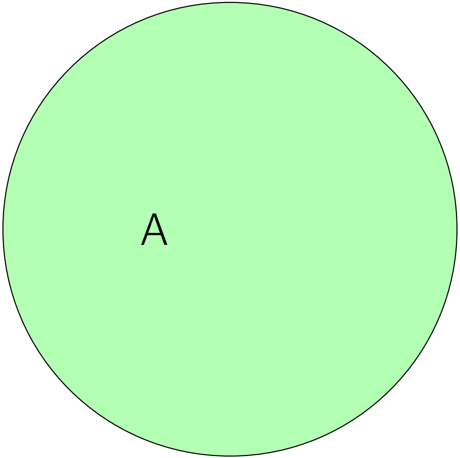
Обратное событие для события $A \in \mathcal{F}$, это событие $\overline{A} = \Omega - A$.
Свойства функции вероятности - для любых $A, B, C \in \mathcal{F}$ соблюдается:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
Доказательство: $0 \leq P(A) = \sum\limits_{\omega \in A} P(\omega) \leq \sum\limits_{\omega \in \Omega} P(\omega) = P(\Omega) = 1$
- Если $A \subset B$, то $P(B) \geq P(A)$.
Доказательство: если $A \subset B$, то $P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
Доказательство:
$P(\Omega) = P((\Omega - A) \cup A) = P(\Omega - A) + P(A) = P(\overline{A}) + P(A) \implies P(\overline{A}) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$
- $P(\emptyset) = 0$
Доказательство: $P(\emptyset) = P(\Omega - \Omega) = P(\overline{\Omega}) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Доказательство:
$P(B) = P\left([B - A] \cup [B \cap A]\right) = P(B - A) + P(B \cap A) \implies P(B - A) = P(B) - P(B \cap A)$
$P(A \cup B) = P\left(A \cup (B - A)\right) = P(A) + P(B - A) = P(A) + P(B) - P(B \cap A)$
- $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

Дискретное вероятностное пространство

Визуализация формулы объединения событий

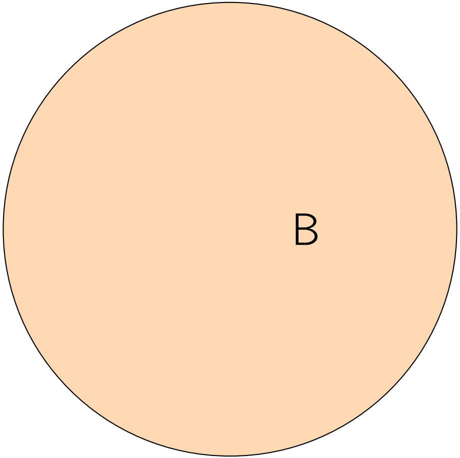
Формула объединения событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



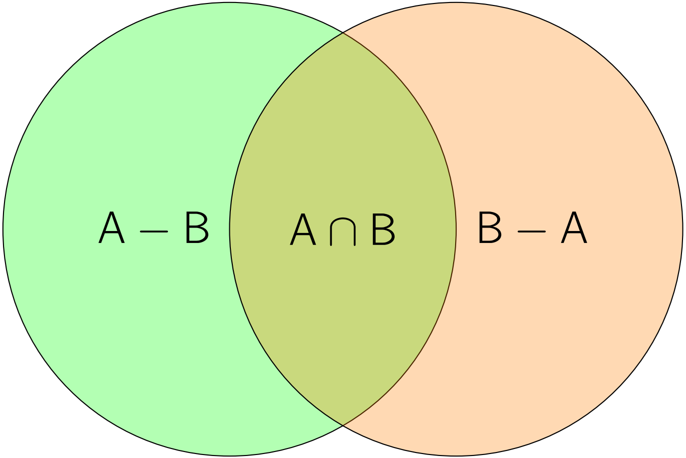
Дискретное вероятностное пространство

Визуализация формулы объединения событий

Формула объединения событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

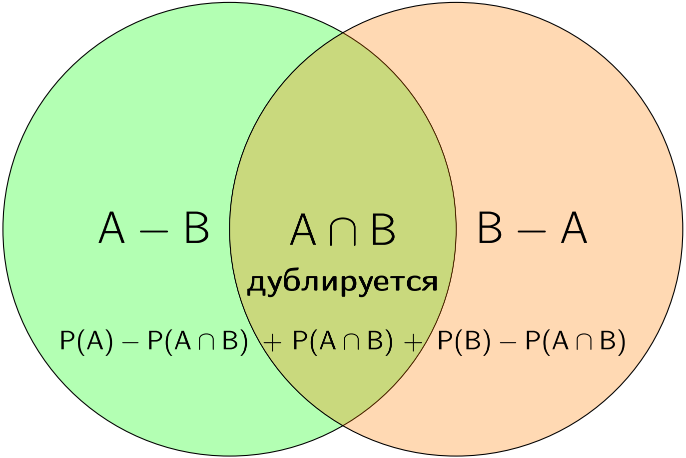


Формула объединения событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



Визуализация формулы объединения событий

Формула объединения событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$
- Пусть $P(A) = 0.2, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$. Найдите $P(A \cap B)$

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$
- Пусть $P(A) = 0.2, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$. Найдите $P(A \cap B)$
  Решение: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.2 + 0.6 - 0.7 = 0.1$

Дискретное вероятностное пространство

Примеры применения свойств

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$
- Пусть $P(A) = 0.2, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$. Найдите $P(A \cap B)$
  Решение: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.2 + 0.6 - 0.7 = 0.1$
- Пусть $P(\overline{A}) = 0.3$. Найдите $P(A)$

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$
- Пусть $P(A) = 0.2, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$. Найдите $P(A \cap B)$
  Решение: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.2 + 0.6 - 0.7 = 0.1$
- Пусть $P(\overline{A}) = 0.3$. Найдите $P(A)$
  Решение: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.3 = 0.7$

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$
- Пусть $P(A) = 0.2, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$. Найдите $P(A \cap B)$
  Решение: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.2 + 0.6 - 0.7 = 0.1$
- Пусть $P(\overline{A}) = 0.3$. Найдите $P(A)$
  Решение: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.3 = 0.7$
- Пусть $P(A) = 2P(B), P(A \cup B) = 0.8, P(A \cap B) = 0.1$. Найдите $P(A)$

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$
- Пусть $P(A) = 0.2, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$. Найдите $P(A \cap B)$
  Решение: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.2 + 0.6 - 0.7 = 0.1$
- Пусть $P(\overline{A}) = 0.3$. Найдите $P(A)$
  Решение: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.3 = 0.7$
- Пусть $P(A) = 2P(B), P(A \cup B) = 0.8, P(A \cap B) = 0.1$. Найдите $P(A)$
  Решение:
  - $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 3P(B) - P(A \cup B)$

Дискретное вероятностное пространство

Примеры применения свойств

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$
- Пусть $P(A) = 0.2, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$. Найдите $P(A \cap B)$
  Решение: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.2 + 0.6 - 0.7 = 0.1$
- Пусть $P(\overline{A}) = 0.3$. Найдите $P(A)$
  Решение: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.3 = 0.7$
- Пусть $P(A) = 2P(B), P(A \cup B) = 0.8, P(A \cap B) = 0.1$. Найдите $P(A)$
  Решение:
  - $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 3P(B) - P(A \cup B)$
  - $P(B) = \frac{P(A \cap B) + P(A \cup B)}{3} = \frac{0.8 + 0.1}{3} = 0.3$

- Пусть $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.2$. Найдите $P(A \cup B)$
  Решение: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$
- Пусть $P(A) = 0.2, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.7$. Найдите $P(A \cap B)$
  Решение: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.2 + 0.6 - 0.7 = 0.1$
- Пусть $P(\overline{A}) = 0.3$. Найдите $P(A)$
  Решение: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.3 = 0.7$
- Пусть $P(A) = 2P(B), P(A \cup B) = 0.8, P(A \cap B) = 0.1$. Найдите $P(A)$
  Решение:
  - $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 3P(B) - P(A \cup B)$
  - $P(B) = \frac{P(A \cap B) + P(A \cup B)}{3} = \frac{0.8 + 0.1}{3} = 0.3$
  - $P(A) = 2P(B) = 2 * 0.3 = 0.6$

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10} / A^2_{15} \approx 0.238$.

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5/A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10}/A^2_{15} \approx 0.238$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, второй - белым, а третий - черным (событие D)

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10} / A^2_{15} \approx 0.238$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, второй - белым, а третий - черным (событие D)
  Решение: $P(D) = A^1_5 A^2_{10} / A^3_{15} = A^1_{10} A^1_5 A^1_{10-1} / A^3_{15} \approx 0.165$.

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10} / A^2_{15} \approx 0.238$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, второй - белым, а третий - черным (событие D)
  Решение: $P(D) = A^1_5 A^2_{10} / A^3_{15} = A^1_{10} A^1_5 A^1_{10-1} / A^3_{15} \approx 0.165$.
- из трех выбранных вами шариков хотя бы один будет черным (событие F)

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10} / A^2_{15} \approx 0.238$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, второй - белым, а третий - черным (событие D)
  Решение: $P(D) = A^1_5 A^2_{10} / A^3_{15} = A^1_{10} A^1_5 A^1_{10-1} / A^3_{15} \approx 0.165$.
- из трех выбранных вами шариков хотя бы один будет черным (событие F)
  Решение: $P(F) = P(\overline{\text{все белые}}) = 1 - P(\text{все белые}) = 1 - A^3_5 / A^3_{15} \approx 0.978$.

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10} / A^2_{15} \approx 0.238$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, второй - белым, а третий - черным (событие D)
  Решение: $P(D) = A^1_5 A^2_{10} / A^3_{15} = A^1_{10} A^1_5 A^1_{10-1} / A^3_{15} \approx 0.165$.
- из трех выбранных вами шариков хотя бы один будет черным (событие F)
  Решение: $P(F) = P(\overline{\text{все белые}}) = 1 - P(\text{все белые}) = 1 - A^3_5 / A^3_{15} \approx 0.978$.
- из двух выбранных вами шариков хотя бы один окажется белым (событие $G_1 \cup G_2$)

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10} / A^2_{15} \approx 0.238$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, второй - белым, а третий - черным (событие D)
  Решение: $P(D) = A^1_5 A^2_{10} / A^3_{15} = A^1_{10} A^1_5 A^1_{10-1} / A^3_{15} \approx 0.165$.
- из трех выбранных вами шариков хотя бы один будет черным (событие F)
  Решение: $P(F) = P(\overline{\text{все белые}}) = 1 - P(\text{все белые}) = 1 - A^3_5 / A^3_{15} \approx 0.978$.
- из двух выбранных вами шариков хотя бы один окажется белым (событие $G_1 \cup G_2$)
  Решение: $P(G_1 \cup G_2) = P(G_1) + P(G_2) - P(G_1 \cap G_2) = A^1_5 A^1_{15-1} / A^2_{15} + A^1_5 A^1_{15-1} / A^2_{15} - A^2_5 / A^2_{15} \approx 0.571$.

Дискретное вероятностное пространство

Равновероятные элементарные события

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10} / A^2_{15} \approx 0.238$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, второй - белым, а третий - черным (событие D)
  Решение: $P(D) = A^1_5 A^2_{10} / A^3_{15} = A^1_{10} A^1_5 A^1_{10-1} / A^3_{15} \approx 0.165$.
- из трех выбранных вами шариков хотя бы один будет черным (событие F)
  Решение: $P(F) = P(\overline{\text{все белые}}) = 1 - P(\text{все белые}) = 1 - A^3_5 / A^3_{15} \approx 0.978$.
- из двух выбранных вами шариков хотя бы один окажется белым (событие $G_1 \cup G_2$)
  Решение: $P(G_1 \cup G_2) = P(G_1) + P(G_2) - P(G_1 \cap G_2) = A^1_5 A^1_{15-1} / A^2_{15} + A^1_5 A^1_{15-1} / A^2_{15} - A^2_5 / A^2_{15} \approx 0.571$.

Пример: если каждый из 120-ти студентов с равной вероятностью выбирает одну из 30-ти доступных тем эссе, то вероятность того, что все выберут первую или вторую тему, составляет -

Предположим, что все элементарные события равновероятны, то есть $P(\omega_1) = P(\omega_2), \forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega$, откуда $P(\omega) = \frac{1}{n}$, где n - общее число элементарных событий. Следовательно $P(A) = \frac{n_A}{n}$, где n_A - число элементарных событий, соответствующих событию A.

Пример: в урне лежат 5 белых и 10 черных шариков, найдите вероятность того, что:

- вы наугад достанете белый шарик (событие A)
  Решение: всего шарик можно достать $n_A = A^1_{10+5}$ способами, из них $n = A^1_5$ соответствуют белому шарику, а значит $P(A) = A^1_5 / A^1_{10+5} = 1/3$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, а второй - белым (событие C)
  Решение: $P(C) = A^1_5 A^1_{10} / A^2_{15} \approx 0.238$.
- первый шарик, который вы достанете, окажется черным, второй - белым, а третий - черным (событие D)
  Решение: $P(D) = A^1_5 A^2_{10} / A^3_{15} = A^1_{10} A^1_5 A^1_{10-1} / A^3_{15} \approx 0.165$.
- из трех выбранных вами шариков хотя бы один будет черным (событие F)
  Решение: $P(F) = P(\overline{\text{все белые}}) = 1 - P(\text{все белые}) = 1 - A^3_5 / A^3_{15} \approx 0.978$.
- из двух выбранных вами шариков хотя бы один окажется белым (событие $G_1 \cup G_2$)
  Решение: $P(G_1 \cup G_2) = P(G_1) + P(G_2) - P(G_1 \cap G_2) = A^1_5 A^1_{15-1} / A^2_{15} + A^1_5 A^1_{15-1} / A^2_{15} - A^2_5 / A^2_{15} \approx 0.571$.

Пример: если каждый из 120-ти студентов с равной вероятностью выбирает одну из 30-ти доступных тем эссе, то вероятность того, что все выберут первую или вторую тему, составляет - $\frac{2^{120}}{30^{120}}$.

Рекомендации

Как готовиться к лекциям и работать с лекционными материалами?

- Перед лекцией кратко просмотрите слайды с предыдущего занятия.

Рекомендации

Как готовиться к лекциям и работать с лекционными материалами?

- Перед лекцией кратко просмотрите слайды с предыдущего занятия.
  Мотивация: В теории вероятностей каждая последующая тема **очень** тесно связана с предыдущими, поэтому даже малые пробелы в освоении предыдущих разделов могут создавать серьезные проблемы с изучением последующих.

Рекомендации

Как готовиться к лекциям и работать с лекционными материалами?

- Перед лекцией кратко просмотрите слайды с предыдущего занятия.
  Мотивация: В теории вероятностей каждая последующая тема **очень** тесно связана с предыдущими, поэтому даже малые пробелы в освоении предыдущих разделов могут создавать серьезные проблемы с изучением последующих.
- Выучите все формулы и определения, соблюдая строгие математические формулировки.

Рекомендации

Как готовиться к лекциям и работать с лекционными материалами?

- Перед лекцией кратко просмотрите слайды с предыдущего занятия.
  Мотивация: В теории вероятностей каждая последующая тема **очень** тесно связана с предыдущими, поэтому даже малые пробелы в освоении предыдущих разделов могут создавать серьезные проблемы с изучением последующих.
- Выучите все формулы и определения, соблюдая строгие математические формулировки.
  Мотивация: Самые простые задачи иногда можно решить при помощи интуиции и базовых знаний. Однако, сложность многих задач, встречающихся на практике, оказывается слишком высокой для того, чтобы полагаться на интуицию. Теория вероятностей является математической дисциплиной, оперирующей **строгими** определениями, использование которых позволяет решать задачи повышенной сложности, интуитивное решение которых представляется крайне затруднительным. Из педагогических соображений знакомство с теорией вероятностей начинается с простых задач, решить которые, иногда, можно и с помощью интуиции, однако ключевая цель решения данных задач заключается именно в **обучении использованию строгого математического аппарата** теории вероятностей, с целью его последующего приложения к задачам повышенной сложности.

Рекомендации

Как готовиться к лекциям и работать с лекционными материалами?

- Перед лекцией кратко просмотрите слайды с предыдущего занятия.
  Мотивация: В теории вероятностей каждая последующая тема **очень** тесно связана с предыдущими, поэтому даже малые пробелы в освоении предыдущих разделов могут создавать серьезные проблемы с изучением последующих.
- Выучите все формулы и определения, соблюдая строгие математические формулировки.
  Мотивация: Самые простые задачи иногда можно решить при помощи интуиции и базовых знаний. Однако, сложность многих задач, встречающихся на практике, оказывается слишком высокой для того, чтобы полагаться на интуицию. Теория вероятностей является математической дисциплиной, оперирующей **строгими** определениями, использование которых позволяет решать задачи повышенной сложности, интуитивное решение которых представляется крайне затруднительным. Из педагогических соображений знакомство с теорией вероятностей начинается с простых задач, решить которые, иногда, можно и с помощью интуиции, однако ключевая цель решения данных задач заключается именно в **обучении использованию строгого математического аппарата** теории вероятностей, с целью его последующего приложения к задачам повышенной сложности.
- Убедитесь, что можете самостоятельно привести решение всех рассмотренных на лекции примеров.

Рекомендации

Как готовиться к лекциям и работать с лекционными материалами?

- Перед лекцией кратко просмотрите слайды с предыдущего занятия.
  Мотивация: В теории вероятностей каждая последующая тема **очень** тесно связана с предыдущими, поэтому даже малые пробелы в освоении предыдущих разделов могут создавать серьезные проблемы с изучением последующих.
- Выучите все формулы и определения, соблюдая строгие математические формулировки.
  Мотивация: Самые простые задачи иногда можно решить при помощи интуиции и базовых знаний. Однако, сложность многих задач, встречающихся на практике, оказывается слишком высокой для того, чтобы полагаться на интуицию. Теория вероятностей является математической дисциплиной, оперирующей **строгими** определениями, использование которых позволяет решать задачи повышенной сложности, интуитивное решение которых представляется крайне затруднительным. Из педагогических соображений знакомство с теорией вероятностей начинается с простых задач, решить которые, иногда, можно и с помощью интуиции, однако ключевая цель решения данных задач заключается именно в **обучении использованию строгого математического аппарата** теории вероятностей, с целью его последующего приложения к задачам повышенной сложности.
- Убедитесь, что можете самостоятельно привести решение всех рассмотренных на лекции примеров.
  Мотивация: Часто бывает так, что на лекции решение задачи вам казалось простым и понятным, но дома не получается его воспроизвести. Это абсолютно нормально. В таком случае вдумчиво поработайте над решением данной задачи до тех пор, пока не сможете самостоятельно воспроизвести его логику. При этом пассивное восприятие лекций (без подробного самостоятельного **воспроизведения** определений и решений) является крайне малопродуктивным.

Рекомендации

Как готовиться к лекциям и работать с лекционными материалами?

- Перед лекцией кратко просмотрите слайды с предыдущего занятия.
  Мотивация: В теории вероятностей каждая последующая тема **очень** тесно связана с предыдущими, поэтому даже малые пробелы в освоении предыдущих разделов могут создавать серьезные проблемы с изучением последующих.
- Выучите все формулы и определения, соблюдая строгие математические формулировки.
  Мотивация: Самые простые задачи иногда можно решить при помощи интуиции и базовых знаний. Однако, сложность многих задач, встречающихся на практике, оказывается слишком высокой для того, чтобы полагаться на интуицию. Теория вероятностей является математической дисциплиной, оперирующей **строгими** определениями, использование которых позволяет решать задачи повышенной сложности, интуитивное решение которых представляется крайне затруднительным. Из педагогических соображений знакомство с теорией вероятностей начинается с простых задач, решить которые, иногда, можно и с помощью интуиции, однако ключевая цель решения данных задач заключается именно в **обучении использованию строгого математического аппарата** теории вероятностей, с целью его последующего приложения к задачам повышенной сложности.
- Убедитесь, что можете самостоятельно привести решение всех рассмотренных на лекции примеров.
  Мотивация: Часто бывает так, что на лекции решение задачи вам казалось простым и понятным, но дома не получается его воспроизвести. Это абсолютно нормально. В таком случае вдумчиво поработайте над решением данной задачи до тех пор, пока не сможете самостоятельно воспроизвести его логику. При этом пассивное восприятие лекций (без подробного самостоятельного **воспроизведения** определений и решений) является крайне малопродуктивным.
- Лекции рекомендуется посещать, чтобы в памяти отложилось живое воспроизведение материала.