

Интегральный детектив

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Математический анализ (/Subjects/Details?id=2)

Тема

Интегрирование (/Topics/Details?id=2)

Раздел

Первообразная и неопределенный интеграл (/SubTopics/Details?id=15)

Дата публикации

25.08.2018

Дата последней правки

06.01.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★★☆

Условие

Найдите множество первообразных функции $f(x) = \alpha x^\beta$.

Решение

Нахождение интегралов сродни работе детектива: необходимо восстановить изначальную картину событий. В данном случае известно, что после того, как от некоей функции $F(x)$ взяли производную, то получили αx^β . Очевидно, что сначала у x была степень $\beta + 1$. Поэтому, в качестве первого подозреваемого на первообразную выступает $\alpha x^{\beta+1}$.

Однако, после взятия производной на эту степень, то есть на $\beta + 1$, должно было быть умножено все выражение, в результате чего функция $f(x)$ должна была бы иметь вид $(\beta + 1)\alpha x^\beta$, что не верно. Тем не менее, если данное выражение поделить на $\beta + 1$, то оно станет эквивалентно исходной функции. А поскольку при дифференцировании константа выносится, то становится очевидно, что первообразной является $\frac{\alpha}{\beta+1} x^{\beta+1}$.

Наконец, вспомним, что при дифференцировании константы уничтожаются (но не улики!), что наводит на мысль о том, что множество первообразных (целая ОПГ - организованная первообразная группировка :)) рассматриваемой функции задается следующим образом:

$$\int \alpha x^{\beta} dx = \frac{\alpha}{\beta + 1} x^{\beta+1} + c$$

Где c - константа, которой они все повязаны.

Собрав достаточную для вынесения обвинительного приговора доказательную базу на всякий случай еще раз удостоверимся в справедливости вынесенного приговора, воспользовавшись детектором дифференцирования:

$$\frac{d(\frac{\alpha}{\beta+1} x^{\beta+1} + c)}{dx} = \alpha x^{\beta}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.
