

Таблица со случайной величиной

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Дискретные случайные величины (/Topics/Details?id=7)

Раздел

Распределение дискретной случайной величины (/SubTopics/Details?id=36)

Дата публикации

15.09.2018

Дата последней правки

15.09.2018

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

Условие

Вероятностное распределение случайной величины X задано следующей таблицей:

$$\begin{bmatrix} x & -3 & 0 & 8 & 10 & 15 \\ P(X = x) & 0.1 & c & 0.05 & c^2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

1. Найдите константу c .
2. Найдите функцию распределения $F_X(x)$.
3. Посчитайте $P(X \leq 9)$, $P(X > 0)$ и $P(X \in \{0, 10, 15\})$.
4. Найдите распределение вероятностей X^2 и запишите его таблицу.
5. Найдите распределение вероятностей случайной величины $\ln(X^3 + 100)$ и запишите его таблицу, а затем найдите $P(\ln(X^3 + 100) > \ln(500))$.

Решение

1. Чтобы найти константу c воспользуемся тем, что вероятности в сумме должны давать единицу:

$$0.1 + c + 0.05 + c^2 + 0.1 = 1$$

Решая это квадратное уравнение для c получаем $c = 0.5$.

Таким образом, таблица распределения принимает вид:

$$\begin{bmatrix} x & -3 & 0 & 8 & 10 & 15 \\ P(X = x) & 0.1 & 0.5 & 0.05 & 0.25 & 0.1 \end{bmatrix}$$

2. Считая строго по определению нетрудно получить:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -3 \\ 0.1, & \text{если } -3 \leq x < 0 \\ 0.1 + 0.5 = 0.6, & \text{если } 0 \leq x < 8 \\ 0.1 + 0.5 + 0.05 = 0.65, & \text{если } 8 \leq x < 10 \\ 0.1 + 0.5 + 0.05 + 0.25 = 0.9, & \text{если } 10 \leq x < 15 \\ 0.1 + 0.5 + 0.05 + 0.25 + 0.1 = 1, & \text{если } x \geq 15 \end{cases}$$

3. Нетрудно осуществить следующие расчеты:

$$P(X \leq 9) = F_X(9) = 0.65$$

$$\begin{aligned} P(X > 0) &= P(X = 8) + P(X = 10) + P(X = 15) = \\ &= 0.05 + 0.25 + 0.1 = 0.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X \in \{0, 10, 15\}) &= P(X = 0) + P(X = 10) + P(X = 15) = \\ &= 0.5 + 0.25 + 0.1 = 0.85 \end{aligned}$$

4. Очевидно, что таблица имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} x & 9 & 0 & 64 & 100 & 225 \\ P(X^2 = x) & 0.1 & 0.5 & 0.05 & 0.25 & 0.1 \end{bmatrix}$$

5. Нетрудно догадаться, что таблица имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} x & \ln(73) & \ln(100) & \ln(612) & \ln(1100) & \ln(3475) \\ P(\ln(X^3 + 100) = x) & 0.1 & 0.5 & 0.05 & 0.25 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Теперь рассчитаем:

$$P(\ln(X^3 + 100) > \ln(500)) = 0.05 + 0.25 + 0.1 = 0.4$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.