

Поле и фигурки

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Основы комбинаторики (/Topics/Details?id=3)

Раздел

Как определить, каким способом пользоваться (/SubTopics/Details?id=23)

Дата публикации

29.08.2018

Дата последней правки

19.06.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг



Условие

Сколькими способами на клетчатом поле размерности 10×10 можно расставить 10 фигурок так, чтобы ни одна из них не стояла в одной и той же строке или в одном и том же столбце?

1. Если фигурки одинаковые
2. Если фигурки разные
3. Если фигурки одинаковые, но размерность поля 15×10 (строки, столбцы).

Решение

1. Сначала в первой строке выбирается одна из 10 клеток. Те строка и столбец, на которых была установлена эта фигурка, оказываются заблокированными для размещения на них других фигурок. Следовательно, во второй строке фигурка располагается на одной из 9 доступных позиций и т.д. Следовательно, количество способов составляет $10!$.

Задачу можно помыслить и иначе. Каждой строке сопоставляется уникальный столбец, что можно сделать A_{10}^{10} способами. То есть сначала мы выбираем номер столбца, который будет находиться в первой строке, затем номер столбца, который будет находится во второй строке и т.д.

2. Если фигурки разные, то на каждый способ, которым они были расставлены в предыдущем пункте, будет приходиться $10!$ способов перемешать их между собой. Откуда получаем ответ $(10!)^2$.

3. Представьте, что мы удаляем 5 строк и размещаем фигурки на 10 оставшихся так же, как делали это в первом пункте задачи. Количество способов удалить 5 строк из 15 составляет C_{15}^5 . А значит ответ будет $C_{15}^5 A_{10}^{10}$.

Решение можно помыслить и иначе. Мы сначала выбираем 10 строк из 15, на которых разместим фигурки, что можно сделать $C_{15}^{10} = C_{15}^{15-10} = C_{15}^5$ способами, а затем на них размещаем фигурки A_{10}^{10} способами.

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.
