Распределение условного математического ожидания

Опубликовал
sobodv
Автор или источник
sobopedia
Предмет
Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)
Тема
Совместное распределение (/Topics/Details?id=10)
Раздел
Условное распределение непрерывных случайных величин (/SubTopics/Details?id=66)
Дата публикации
24.11.2018
Дата последней правки
13.11.2019
Последний вносивший правки
sobodv
Рейтинг
★⯪☆

Условие

Рассмотрим совместное распределение случайных величин X и Y, характеризующееся следующей функцией плотности:

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}\frac{2(x+ln(y))}{1+e}, \text{при } x\in[0,1] \text{ и } y\in[1,e]\\ 0, \text{в противном случае}\end{cases}$$

1. Найдите функцию плотности $X|Y$.

2. Найдите функцию распределения $E(X|Y)$.

Решение

1. Для начала найдем маржинальную функцию распределения Y.

$$f_Y(y)=\int_0^1\frac{2(x+ln(y))}{1+e}dx=\frac{2ln(y)+1}{1+e}, \text{при } y\in[1,e]$$

Теперь найдем условную функцию плотности:

$$f_{X|Y=y}(x) = \frac{\frac{2(x+ln(y))}{1+e}}{\frac{2ln(y)+1}{1+e}} = \frac{2(x+ln(y))}{2ln(y)+1}, \text{при } x \in [0,1]$$

2. Найдем, чему равно условное математическое ожидание при конкретном значении $Y = y$:

$$E(X|Y=y) = \int_0^1 x * \frac{2(x+ln(y))}{2ln(y)+1} = \frac{3ln(y)+2}{6ln(y)+3}, \text{при } y \in [1,e]$$

Теперь рассмотрим функцию распределения:

$$F_{E(X|Y)}(t) = P(E(X|Y) \leq t) = P(\frac{3ln(Y)+2}{6ln(Y)+3} \leq t) =$$

$$= P(Y \leq e^{\frac{2}{6t-3} - \frac{t}{2t-1}}) = F_Y(e^{\frac{2}{6t-3} - \frac{t}{2t-1}})$$

Далее, находя функцию распределения Y, получаем ответ.

Показать решение