

## Вероятностные супергерои

---

### Опубликовал

sobodv

### Автор или источник

sobopedia

### Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

### Тема

Случайные события (/Topics/Details?id=5)

### Раздел

Вероятность как мера и Аксиоматика Колмогорова (/SubTopics/Details?id=31)

### Дата публикации

09.09.2019

### Дата последней правки

17.10.2019

### Последний вносивший правки

sobodv

### Рейтинг

☆☆

## Условие

Супергерои Случайный Экспериментатор, Сигма-Алгебра и Событийный Элементалист сражаются с Вероятностной Химерой. **Герои атакуют по очереди.** Первую атаку совершает Случайный Экспериментатор, второй вступает в бой Сигма-Алгебра, а третьим удар по Вероятностной Химере наносит Событийный Элементалист. Вероятность успешной атаки для каждого из них зависят от успешности атак предыдущих героев.

Атака Случайного Экспериментатора может оказаться успешной с вероятностью 0.6. Если его атака окажется успешной, то вероятность успешной атаки для Сигма-Алгебры составит 0.5, а в противном случае - 0.3.

Известно, что атака Событийного Элементалиста увенчается успехом с вероятностью 0.65. Если атаки обоих предыдущих супергероев закончились успешно, то Событийный Элементарист нанесет успешный удар с вероятностью 0.75, а если обе атаки прошли неудачно - то с вероятностью 0.25. Если успешной оказалась лишь одна атака, то вероятность успешной атаки для Событийного Элементариста составит  $x$ , независимо от того, кто именно совершил успешную атаку.

1. С какой вероятностью атака Сигма-Алгебры окажется успешной?
2. Вычислите вероятность, с которой среди первых двух атак, совершенных супергероями, будет хотя бы одна удачная.
3. Посчитайте вероятность того, что атаки всех героев окажутся успешными.
4. Найдите  $x$ , то есть посчитайте вероятность, с которой Событийный Элементарист совершит успешную атаку, при условии, что лишь одна из предшествовавших атак окончилась успехом.
5. Найдите вероятность того, что Событийный Элементалист совершит удачную атаку, при условии, что атака Случайного Экспериментатора была удачной, а затем при условии, что атака Сигма-Алгебры была удачной.
6. Отыщите вероятность того, что атаки всех героев окажутся неудачными.

# Решение

Перед началом решения задачи введем обозначения:

$A$  - атака Случайного Экспериментатора оказалась успешной

$B$  - атака Сигма-Алгебры оказалась успешной

$C$  - атака Событийного Элементариста оказалась успешной

1. Рассчитаем вероятность события  $B$  используя формулу полной вероятности:

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A}) = 0.5 * 0.6 + 0.3 * (1 - 0.6) = 0.42$$

2. Воспользуемся формулой включений и исключений:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(B|A)P(A) = \\ &= 0.6 + 0.42 - 0.5 * 0.6 = 0.72 \end{aligned}$$

3. Нетрудно найти следующую вероятность:

$$P(A \cap B \cap C) = P(C|B \cap A)P(B|A)P(A) = 0.75 * 0.5 * 0.6 = 0.225$$

4. Вновь используем формулу полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(C|A \cap B)P(A \cap B) + P(C|A \cap \bar{B})P(A \cap \bar{B}) + P(C|\bar{A} \cap B)P(\bar{A} \cap B) + P(C|\bar{A} \cap \bar{B})P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \\ &= P(C|A \cap B)P(B|A)P(A) + P(C|A \cap \bar{B})P(\bar{B}|A)P(A) + P(C|\bar{A} \cap B)P(B|\bar{A})P(\bar{A}) + P(C|\bar{A} \cap \bar{B})P(\bar{B}|\bar{A})P(\bar{A}) = \\ &= 0.75 * 0.5 * 0.6 + P(C|A \cap \bar{B}) * 0.5 * 0.6 + P(C|\bar{A} \cap B) * 0.3 * 0.4 + 0.25 * 0.7 * 0.4 = \\ &= 0.75 * 0.5 * 0.6 + x * 0.5 * 0.6 + x * 0.3 * 0.4 + 0.25 * 0.7 * 0.4 = 0.65 \end{aligned}$$

Решая получаем, что  $x = \frac{71}{84}$ .

5. Найдем следующие вероятности:

$$P(C|A) = P(C|A \cap B)P(B|A) + P(C|A \cap \bar{B})P(\bar{B}|A) = 0.75 * 0.42 + \frac{71}{84} * (1 - 0.42) = \frac{1691}{2100}$$

$$P(C|B) = P(C|A \cap B)P(A|B) + P(C|B \cap \bar{A})P(\bar{A}|B) = 0.75 * 0.6 + \frac{71}{84} * (1 - 0.6) = \frac{331}{420}$$

6. Начнем считать вероятность:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$

Воспользуемся формулой включений и исключений:

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = \\ &= 0.6 + 0.42 + 0.65 - P(B|A)P(A) - P(C|A)P(A) - P(C|B)P(B) + P(C|B \cap A)P(B|A)P(A) = \\ &= 0.6 + 0.42 + 0.65 - 0.5 * 0.6 - \frac{1691}{2100} * 0.6 - \frac{331}{420} * 0.42 + 0.75 * 0.5 * 0.6 = \frac{2733}{3500} \end{aligned}$$

В итоге получаем ответ:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 1 - \frac{2733}{3500} = \frac{767}{3500}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.

---