

Купец и пираты

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Дискретные случайные величины (/Topics/Details?id=7)

Раздел

Определение (/SubTopics/Details?id=35)

Дата публикации

15.09.2018

Дата последней правки

13.01.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

Условие

Представьте, что вы купец, отправивший свои торговые суда в дальнее плавание. Ваше первое судно защищено довольно слабо и везет товаров на сумму 100 золотых. Вероятность того, что оно будет захвачено пиратами, составляет 0.5. На втором корабле, везущем сундук с 200 золотыми монетами, стоят две пушки, в связи с чем вероятность его захвата пиратами составляет 0.3. Наконец, на последнем корабле вы везете товары на сумму 500 золотых, поэтому оснастили его многочисленными пушками, за счет которых вероятность захвата корабля пиратами составляет 0.1.

Рассмотрим случайную величину X - количество украденного у вас пиратами золота.

1. Запишите соответствующие случайной величине X отображение и функцию.
2. Найдите вероятность того, что пираты украдут у вас 700 монет.
3. Найдите вероятность того, что пираты украдут у вас не менее 600 монет.
4. Рассмотрите случайную величину $Y = 800 - X$. Дайте ей интерпретацию. Повторите для неё предыдущие пункты.

Решение

1. Обозначим через A_1, A_2 и A_3 элементарные события, в соответствии с которыми захватывается только 1-й, 2-й и 3-й корабль соответственно. Через A_{12}, A_{13} и A_{23} обозначим элементарные события, в соответствии с которыми захватывается только 1-й и 2-й, 1-й и 3-й, 2-й и 3-й корабли соответственно. Через A_{123} обозначим элементарное событие - захвачены все корабли. Через A_0 обозначим элементарное событие - не захвачен ни один корабль.

Тогда отображение, соответствующее случайной величине X , принимает вид:

$$X : (A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_{12} \cup A_{13} \cup A_{23} \cup A_{123} \cup A_0) \rightarrow \{0, 100, 200, 500, 300, 600, 700, 800\}$$

Функция, которой является случайная величина X , записывается следующим образом:

$$X(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega \in A_0 \\ 100, & \text{если } \omega \in A_1 \\ 200, & \text{если } \omega \in A_2 \\ 500, & \text{если } \omega \in A_3 \\ 300, & \text{если } \omega \in A_{12} \\ 600, & \text{если } \omega \in A_{13} \\ 700, & \text{если } \omega \in A_{23} \\ 800, & \text{если } \omega \in A_{123} \end{cases}$$

2. Нетрудно показать, что:

$$P(X = 700) = P(A_{23}) = 0.3 * 0.1 * (1 - 0.5) = 0.015$$

3. Пользуясь несовместностью событий A_{13}, A_{23} и A_{123} получаем:

$$\begin{aligned} P(X \in [600, 800]) &= P(X \in \{600, 700, 800\}) = \\ &= (0.5 * (1 - 0.3) * 0.1 + (1 - 0.5) * 0.3 * 0.1 + \\ &\quad + 0.5 * 0.3 * 0.1 = 0.065 \end{aligned}$$

4. Случайная величина Y соответствует количеству спасенных вами от пиратов золотых монет. Решение остается таким же, достаточно лишь заменить все события A на противоположные \bar{A} .

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.