

# Бобер самолет

---

**Опубликовал**

sobodv

**Автор или источник**

sobopedia

**Предмет**

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

**Тема**

Классические дискретные распределения (/Topics/Details?id=39)

**Раздел**

Биномиальное распределение и распределение Бернулли (/SubTopics/Details?id=135)

**Дата публикации**

16.09.2018

**Дата последней правки**

05.10.2019

**Последний вносивший правки**

sobodv

**Рейтинг**

☆☆

## Условие

Вы летите на бобре самолете на деловую встречу. На протяжении вашего полета вы последовательно пролетаете над 8 плотинами. При этом, если в плотине есть пробоина, то бобер спускается, для того, чтобы бережно ее залатать. Вероятность того, что в плотине есть пробоина составляет 0.3.

1. С какой вероятностью на протяжении вашего полета бобер залатает 3 плотины?
2. Вам нужно добраться до деловой встречи за 90 минут. На то, чтобы починить плотину, у Бобра уходит 10 минут. Если бы Бобер ни разу не остановился, то вы долетели бы за 30 минут. Какова вероятность того, что вы прилетите на деловую встречу вовремя?
3. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа остановок Бобра.
4. Найдите математическое ожидание и дисперсию времени, за которое вы долетите до деловой встречи.
5. Теперь представьте, что вероятность того, что Бобер успешно починит плотину, составляет 0.8. Если у Бобра не получается починить плотину, то он, облегчая свою совесть мыслью о том, что сделал все что мог, летит дальше к месту вашей деловой встречи. Найдите, с какой вероятностью Бобер успешно починит 6 плотин.
6. Повторите предыдущий пункт учитывая, что Бобер упорный и продолжает чинить плотину до тех пор, пока не починит.
7. Если Бобру не удастся починить плотину, он пытается починить её вновь, что ему удастся сделать также с вероятностью 0.8, но на это уходит 10 дополнительных минут. Найдите вероятность того, что

вы доберетесь до встречи за 50 минут.

8. В предыдущем пункте найдите вероятность того, что вы доберетесь до встречи за  $10t$  минут, где  $t \geq 3, t \in N$ .
9. Представьте, что одновременно с вами на деловую встречу на бобре самолете вылетел кот в сапогах. Предположим, что ваши бобры самолеты идентичны. Если бобер кота в сапогах уже чинит плотину, то ваш бобер не будет останавливаться, чтобы починить её. А если два бобра одновременно решают остановиться на одной плотине, то с вероятностью  $\frac{1}{2}$  на ней останавливаетесь вы, и с такой же вероятностью - кот в сапогах. Найдите вероятность того, что ваш бобер остановится на 3-х плотинах. При этом предположим, что бобер успешно чинит плотину с вероятностью 1.
10. Повторите предыдущий пункт учитывая, что бобер успешно чинит плотину с вероятностью 0.8.

## Решение

1. Количество плотин, которые починит Бобер на протяжении полета, является Биномиальной случайной величиной  $X \sim B(8, 0.3)$ . Откуда получаем следующую вероятность:

$$P(X = 3) = C_8^3 0.3^3 0.7^5 \approx 0.254$$

2. Чтобы вы прилетели вовремя, необходимо, чтобы Бобер остановился не более  $\frac{90-30}{10} = 6$  раз.

Следовательно, вы опоздаете, если Бобер остановится 7 или 8 раз. Рассчитаем соответствующую вероятность:

$$\begin{aligned} P(X \leq 6) &= 1 - P(X > 6) = 1 - P(X \geq 7) = \\ &= 1 - (P(X = 7) + P(X = 8)) = 1 - (C_8^7 0.3^7 0.7^1 + C_8^8 0.3^8 0.7^0) \approx 0.9987 \end{aligned}$$

3. Используем выведенные ранее формулы:

$$E(X) = 8 * 0.3 = 2.4$$

$$Var(X) = 8 * 0.3 * 0.7 = 1.68$$

4. Следует рассмотреть случайную величину  $30 + 10X$ , для которой, в силу свойств математического ожидания и дисперсии, справедливо следующее:

$$E(30 + 10X) = 30 + 10E(X) = 30 + 10 * 2.4 = 54$$

$$Var(30 + 10X) = 100Var(X) = 100 * 1.68 = 168$$

5. Поскольку нас интересует случай, когда Бобер починит 6 плотин, нам следует рассмотреть ситуации, при которых он остановился на 6 — 8 плотинах. Если он остановился на 6 плотинах, то вероятность того, что он все их починил, составляет  $0.8^6$ . Если же он остановился на 7 плотинах, то вероятность того, что он починил 6 из них составит  $C_7^6 0.8^6 0.2^1$ . По аналогии для 8 плотин получаем  $C_8^6 0.8^6 0.2^2$ . Обозначим через  $Y$  случайную величину - количество отремонтированных плотин. Тогда, используя формулу полной вероятности, получаем:

$$\begin{aligned} P(Y = 6) &= P(Y = 6|X = 6)P(X = 6) + P(Y = 6|X = 7)P(X = 7) + P(Y = 6|X = 8)P(X = 8) = \\ &= (C_6^6 0.8^6 0.2^0 * C_8^6 0.3^6 0.7^2) + (C_7^6 0.8^6 0.2^1 * C_8^7 0.3^7 0.7^1) + (C_8^6 0.8^6 0.2^2 * C_8^8 0.3^8 0.7^0) \approx 0.003 \end{aligned}$$

6. В данном случае очевидно, что  $P(Y = 6|X = x) = 1, \forall x \geq 6$ , откуда получаем:

$$P(Y = 6) = P(Y = 6|X = 6)P(X = 6) + P(Y = 6|X = 7)P(X = 7) + P(Y = 6|X = 8)P(X = 8) = \\ = (1 * C_8^6 0.3^6 0.7^2) + (1 * C_8^7 0.3^7 0.7^1) + (1 * C_8^8 0.3^8 0.7^0) \approx 0.011$$

7. Через  $Z$  обозначим случайную величину - количество раз, которое Бобер берется ремонтировать плотину.

Очевидно, что вы доберетесь до встречи за 50 минут, если Бобер возьмется чинить плотину два раза. Следовательно, он либо останавливается на одной плотине и чинит её со второй попытки, либо останавливается на двух плотинах и успешно чинит их обе с первого раза. Исходя из этих рассуждений получаем:

$$P(Z = 2) = P(Z = 2|X = 1)P(X = 1) + P(Z = 2|X = 2)P(X = 2) = \\ = 0.2 * 0.8 * C_8^1 0.3^1 0.7^7 + 0.8 * 0.8 * C_8^2 0.3^2 0.7^6 \approx 0.221$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.