

Режиссер во власти случайных событий

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Случайные события (/Topics/Details?id=5)

Раздел

Условная вероятность, формула Байеса, формула полной вероятности и независимость событий (/SubTopics/Details?id=32)

Дата публикации

11.09.2019

Дата последней правки

21.09.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★★

Условие

Вы снимаете научно-фантастический триллер и хотите получить за него оскар. Вероятность получения оскара зависит от того, наймете ли вы квалифицированных (хороших) оператора, звукорежиссера, актеров и сценариста.

Если вы **не наймете** квалифицированного сценариста, то вероятность того, что к вам пойдут сниматься хорошие актеры, составит 0.2. При этом вероятность нанять квалифицированного сценариста составляет 0.9. Если у вас не будет ни квалифицированного сценариста ни хороших актеров, то инвесторы прекратят финансирование вашего фильма, вследствие чего его съемки прекратятся. То есть для продолжения финансирования необходимо, чтобы хотя бы актер или хотя бы сценарист оказались хорошими. При этом звукорежиссера и оператора вы нанимаете до принятия решения инвесторами о продолжении финансирования. Но если финансирование не получено, то фильм в итоге снять не получится, а значит Оскар получить не выйдет.

Нанять хорошего звукорежиссера можно с вероятностью 0.5. При этом наем квалифицированного сценариста и хороших актеров никак не зависят от найма квалифицированного звукорежиссера.

Вероятность нанять хорошего оператора возрастает на 20 процентов с каждым нанятым хорошим специалистом, независимо от их типа (актеры, сценарист или звукорежиссер). Например. вероятность нанять хорошего оператор, если уже есть квалифицированные актеры и сценарист, будет такой же, как

вероятность нанять квалифицированного оператора при условии наличия хороших сценариста и звукорежиссера. При этом вероятность нанять квалифицированного оператора при условии, что все остальные специалисты плохие, составляет 0.2.

При решении каждого пункта можно пользоваться результатами, полученными в предыдущих.

1. Найдите вероятность того, что инвесторы обеспечат финансирование вашему фильму.
2. Посчитайте вероятность того, что вам удастся нанять хороших актеров, если известно, что при наличии хорошего сценариста она (условная вероятность нанять хороших актеров) возрастает в $\frac{14}{13}$ раз (по сравнению с безусловной вероятностью). То есть вероятность нанять хороших актеров при условии наличия хорошего сценариста в $\frac{14}{13}$ раз больше безусловной вероятности нанять хороших актеров.
3. Дайте ответ на следующий вопрос. Если вам удалось нанять хороших актеров, то с какой вероятностью вы наняли квалифицированного сценариста?
4. Вычислите, с какой вероятностью вам не удастся нанять ни хороших актеров, ни квалифицированного сценариста ни хорошего звукорежиссера.
5. Отыщите вероятность найти квалифицированного оператора.
6. Вероятность получить оскар и при этом нанять всех хороших специалистов составляет 0.1. Найдите вероятность получить оскар при условии, что все нанятые специалисты являются квалифицированными.

Решение

1. Обозначим через S событие - вы наняли квалифицированного сценариста, а через A событие - нанятые вами актеры оказались хорошими. Рассчитаем искомую вероятность, которая, к счастью, оказывается довольно высокой:

$$\begin{aligned} P(S \cup A) &= 1 - P(\overline{S \cup A}) = 1 - P(\overline{S} \cap \overline{A}) = 1 - P(\overline{A} | \overline{S}) P(\overline{S}) = \\ &= 1 - (1 - P(A | \overline{S})) (1 - P(S)) = 1 - (1 - 0.2)(1 - 0.9) = 0.92 \end{aligned}$$

2. Пользуясь тем, что $P(S \cup A) = 0.92$, воспользуемся формулой для объединения событий:

$$\begin{aligned} P(S \cup A) &= P(S) + P(A) - P(S \cap A) = P(S) + P(A) - P(A | S) P(S) = \\ &= 0.9 + P(A) - P(A | S) * 0.9 = 0.92 \end{aligned}$$

Решая данное равенство для $P(A)$ получаем:

$$P(A) = 0.02 + P(A | S) * 0.9$$

Из условия известно, что $\frac{14}{13} P(A) = P(A | S)$, а значит:

$$P(A) = 0.02 + \frac{14}{13} P(A) * 0.9$$

Решая получаем, что $P(A) = 0.65$ и $P(A | S) = 0.7$.

3. Воспользуемся формулой условной вероятности:

$$P(S | A) = \frac{P(S \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A | S) P(S)}{0.65} = \frac{0.7 * 0.9}{0.65} = \frac{63}{65}$$

4. Через Z обозначим событие - нанят хороший звукорежиссер. Искомое событие можно представить в виде:

$$P(\overline{A \cup S \cup Z}) = 1 - P(A \cup S \cup Z)$$

Воспользуемся формулой включений и исключений, учитывая независимость событий A и Z , а также S и Z :

$$\begin{aligned} P(A \cup S \cup Z) &= P(A) + P(S) + P(Z) - P(A \cap S) - P(A \cap Z) - P(S \cap Z) + P(A \cap S \cap Z) = \\ &= 0.65 + 0.9 + 0.5 - P(A|S)P(S) - P(A)P(Z) - P(S)P(Z) + P(A|S)P(S)P(Z) = \\ &= 0.65 + 0.9 + 0.5 - 0.7 * 0.9 - 0.65 * 0.5 - 0.9 * 0.5 + 0.7 * 0.9 * 0.5 = 0.96 \end{aligned}$$

В итоге получаем ответ:

$$P(\overline{A \cup S \cup Z}) = 1 - 0.96 = 0.04$$

5. Через O обозначим событие - нанят хороший оператор. Воспользуемся формулой полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(O) &= P(O|\bar{A} \cap \bar{S} \cap \bar{Z})P(\bar{A} \cap \bar{S} \cap \bar{Z}) + \\ &+ P(O|A \cap \bar{S} \cap \bar{Z})P(A \cap \bar{S} \cap \bar{Z}) + P(O|\bar{A} \cap S \cap \bar{Z})P(\bar{A} \cap S \cap \bar{Z}) + P(O|\bar{A} \cap \bar{S} \cap Z)P(\bar{A} \cap \bar{S} \cap Z) + \\ &+ P(O|A \cap S \cap \bar{Z})P(A \cap S \cap \bar{Z}) + P(O|A \cap \bar{S} \cap Z)P(A \cap \bar{S} \cap Z) + P(O|\bar{A} \cap S \cap Z)P(\bar{A} \cap S \cap Z) + \\ &+ P(O|A \cap S \cap Z)P(A \cap S \cap Z) = \\ &= 0.2 * 0.96 + \\ &+ 0.2 * 1.2 * (0.2 * 0.1 * 0.5 + 0.3 * 0.9 * 0.5 + 0.8 * 0.1 * 0.5) + \\ &+ 0.2 * 1.2^2 * (0.7 * 0.9 * 0.5 + 0.2 * 0.1 * 0.5 + 0.3 * 0.9 * 0.5) + \\ &+ 0.2 * 1.2^3 * 0.7 * 0.9 * 0.5 = \frac{29859}{62500} \end{aligned}$$

6. Через OS обозначим событие - был получен оскар. Рассчитаем следующую вероятность:

$$\begin{aligned} P(OS \cap A \cap S \cap Z \cap O) &= P(Z)P(S|Z)P(A|S \cap Z)P(O|A \cap S \cap Z) * P(OS|A \cap S \cap Z \cap O) = \\ &= 0.5 * 0.9 * 0.7 * (0.2 * 1.2^3) * P(OS|A \cap S \cap Z \cap O) = 0.1 \end{aligned}$$

Решая данное равенство обнаруживаем, что вероятность получить оскар при хороших специалистах оказывается довольно большой:

$$P(OS|A \cap S \cap Z \cap O) \approx 0.918577$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.