Составление расписания

Опубликовал
sobodv
Автор или источник
sobopedia
Предмет
Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)
Тема
Основы комбинаторики (/Topics/Details?id=3)
Раздел
Упорядоченный выбор без возвращения (/SubTopics/Details?id=18)
Дата публикации
02.09.2019
Дата последней правки
06.09.2019
Последний вносивший правки
sobodv
Рейтинг
★★

Условие

Сотрудники учебного офиса составляют расписание. Студенты учатся только в понедельник, вторник, среду и пятницу. Каждый день может быть до 6 пар (с 9.00 до 18.00).

Группе БЭК007 необходимо посетить 5 различных семинара и 5 различных лекций.

1. Найдите количество способов, которыми можно составить расписание группы.

2. Предположим, что каждой лекции соответствует один семинар. Например, лекции по теории вероятностей соответствует семинар по этому же предмету. Учебный офис хочет расставить предметы таким образом, чтобы сначала шла лекция по предмету, а потом - семинар. Сколькими различными способами может быть составлено расписание?

3. Предположим, что также имеется группа БЭК777. Ей нужно поставить те же семинары и лекции, что и группе БЭК007. При этом лекции и семинары по одному и тому же предмету не могут пересекаться (идти одновременно у двух групп). Например, семинары по теории вероятностей не могут идти одновременно у обеих групп. Но при этом одновременно могут идти семинар по теории вероятностей у одной группы и по микроэкономике - у другой. Найдите количество способов, которыми можно составить расписание двух групп. При этом не нужно, чтобы семинары шли перед лекциями.

4. Повторите предыдущий пункт учитывая, что семинары у групп не могут пересекаться, но лекции обязательно совпадают. Например, обе группы одновременно посещают лекции по теории вероятностей, но семинары по этому предмету у них идут в разное время.

5. Повторите предыдущий пункт учитывая, что есть два предмета, по которым семинары могут пересекаться. То есть их ведут разные семинаристы, поэтому эти семинары могут идти в одно и то же время у обеих групп (а могут идти и в разное). А остальные семинары обязательно идут у обеих групп в разное время, то есть ни один из этих семинаров у группы БЭК007 не может пересекаться ни с какими семинарами (даже по другим предметам) у группы БЭК777.

Решение

1. Всего имеется $6*4=24$ позиции под размещение занятий. Сначала выбираем $5+5=10$ позиций, на которых будут размещены семинары и лекции, что можно сделать C_{24}^{10} способами. Затем расставляем на них лекции и семинары, что можно сделать A_{10}^{10} способами. В итоге получаем ответ $A_{10}^{10}C_{24}^{10}$. Альтернативный способ решения дает такой же ответ, но записанный в другой форме $C_{24}^{1}C_{23}^{1}\cdots C_{15}^{1}$ (убедитесь, что оба ответа совпадают). Наконец, можно помыслить ситуацию так, что каждому из семинаров назначается позиция, откуда получаем эквивалентный ответ A_{24}^{10}.

2. Будем составлять расписание следующим образом. Без потери общности представьте, что пары семинар-лекция расставлены в ряд. Выбираем под первую из них две позиции одним из C_{24}^{2} способов. Очевидно, что расположить лекцию и семинар на этих двух позициях можно лишь одним способом, поскольку лекции должен предшествовать семинар. Повторяя аналогичную процедуру для оставшихся семинаров и лекций получаем ответ:

$$C_{24}^{2}C_{22}^{2}C_{20}^{2}C_{18}^{2}C_{16}^{2}$$

3. Сначала расставим расписание в группе БЭК007, что, как было показано ранее, можно сделать A_{24}^{10} способами. Возьмем произвольное занятие группы БЭК777. Его можно поставить на одну из 23 доступных позиций, поскольку одна из них соответствует этому же занятию у другой группы. Откуда получаем $C_{23}^{1}C_{22}^{1}\cdots C_{14}^{1}=A_{23}^{10}$ способов. В итоге ответ будет:

$$A_{24}^{10}A_{23}^{10}$$

4. Сначала расставим лекции, а затем семинары по аналогии с предыдущим пунктом, откуда получаем следующее количество способов:

$$A_{24}^{5}\left(A_{19}^{5}A_{18}^{5}\right)$$

5. Сначала расставим лекции A_{24}^{5} способами, а семинары, которые никак не могут пересекаться A_{19}^{6} способами. Далее рассмотрим следующие различные ситуации касательно оставшихся семинаров (которые могут пересекаться) по двум предметам.

Во-первых, на то, что оба семинара пересекаются, приходится A_{13}^{2} способов. Во-вторых, расставить семинары так, чтобы ни один из них не пересекался, можно $A_{13}^{2}A_{12}^{2}$. В-третьих, если пересечение всего одно, то получаем $C_{2}^{1}A_{13}^{1}A_{12}^{2}$ способа: из двух предметов выбираем один одним из 2 способов, ставим соответствующий ему семинар для обеих групп на одну из 13 оставшихся позиций, а остальные две пары ставим на две разные позиции из 12 оставшихся. В итоге получаем следующее количество способов:

$$A_{24}^{5}A_{19}^{6}\left(A_{13}^{2}+A_{13}^{2}A_{12}^{2}+C_{2}^{1}A_{13}^{1}A_{12}^{2}\right)$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.