

Метание дисков

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Математическая Статистика (/Subjects/Details?id=5)

Тема

Теория проверки статистических гипотез (/Topics/Details?id=35)

Раздел

Проверка гипотез по поводу математического ожидания и дисперсии (/SubTopics/Details?id=125)

Дата публикации

05.02.2022

Дата последней правки

06.02.2022

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★★★

Условие

В соревнованиях по метанию диска участвуют 300 правшей и 70 левшей. Средняя дистанция полета диска (в метрах) для правшей составила 50 метров, а для левшей - 51 метр. Реализации исправленных выборочных дисперсий для них при этом составили 25 и 35 соответственно.

1. На уровне значимости 0.1 протестируйте гипотезу о том, что математическое ожидание дальности полета диска у правшей равняется 60 метрам. В качестве альтернативы предположите, что соответствующее математическое ожидание меньше. Рассчитайте p-value.
2. На уровне значимости 0.2 протестируйте гипотезу о том, что в среднем левши бросают диск дальше, чем правши. В качестве альтернативы предположите, что они бросают диск на различное расстояние. Рассчитайте p-value.

Решение

1. Через $X = (X_1, \dots, X_{300})$ обозначим выборку из расстояний, на которое диск бросили правши. По аналогии через $Y = (Y_1, \dots, Y_{200})$ обозначим выборку для левшей. Обозначим $E(X_1) = \mu_X$ и $E(Y_1) = \mu_Y$.

Из условия известно, что:

$$\bar{x}_{300} = 50, \quad \bar{y}_{200} = 51$$

$$\hat{\sigma}_{300}^2 = 25, \quad \hat{\sigma}_{200}^2 = 35$$

Тестируется гипотеза $H_0\mu_X = 60$ против альтернативы $H_0\mu_X < 60$.

Рассчитаем реализацию тестовой статистики:

$$T(x) = \frac{50 - 60}{\sqrt{\frac{25}{300}}} \approx -34.65$$

Обратим внимание, что:

$$T(X)|H_0 \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Отсюда получаем:

$$\text{p-value} = \Phi(-34.65) \approx 0$$

В результате нулевая гипотеза отвергается на любом разумном уровне значимости, в том числе на 10%-м.

2. Тестируется гипотеза $H_0\mu_X = \mu_Y$ против альтернативы $H_0\mu_X \neq \mu_Y$.

Рассчитаем реализацию тестовой статистики:

$$T(x) = \frac{50 - 51}{\sqrt{\frac{25}{300} + \frac{35}{200}}} \approx -1.31$$

Обратим внимание, что:

$$T(X)|H_0 \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Отсюда получаем:

$$\text{p-value} = 2 \min(\Phi(-1.31), 1 - \Phi(-1.31)) \approx 0.095$$

Поскольку $0.095 < 0.2$, то нулевая гипотеза отвергается на 20%-м уровне значимости.

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.