

Лесные танцы

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Основы комбинаторики (/Topics/Details?id=3)

Раздел

Как определить, каким способом пользоваться (/SubTopics/Details?id=23)

Дата публикации

01.09.2018

Дата последней правки

13.01.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг



Условие

В лесу живут 10 бобров и 10 барсов. Сколькими способами можно сделать следующее:

1. Составить из бобров 3 пары для танцев, если все пары танцуют по очереди.
2. Составить из бобров 3 пары для танцев, если все пары танцуют одновременно.
3. Повторите предыдущий пункт учитывая, что в каждой паре один из бобров должен не только танцевать, но и одновременно играть на гармошке.
4. Повторите предыдущие пункты учитывая, что пары отбирают из барсов и бобров, причем в каждой паре должен быть один бобер и один барс.

Решение

1. Выбрать 6 бобров для 3-х пар можно C_{10}^6 способами. Распределить 6 выбранных бобров по последовательно выступающим парам можно $C_6^2 C_4^2 C_2^2$ способами. Откуда получаем ответ $C_{10}^6 C_6^2 C_4^2 C_2^2$.
2. Изменить порядок выступления пар бобров можно $3!$ способами, откуда получаем ответ $\frac{C_{10}^6 C_6^2 C_4^2 C_2^2}{3!}$.
3. Из шести танцующих бобров каждому выбранному теперь присваивается абсолютно уникальный номер. Действительно, сначала выбираем бобра, который танцует в первой паре и играет на гармошке. Он отличается от бобра, который тоже танцует в первой паре, но при этом не играет на гармошке и т.д. Откуда

получаем количество способов $C_{10}^6 A_6^6$.

4.1. Выбрать 3 бобра и 3 барса для 3-х пар можно $C_6^3 C_6^3$ способами. Представьте, что мы выстроили 3-х отобранных бобров в линию и последовательно назначаем каждому из них барса, что можно сделать A_3^3 способами. При этом порядок, в котором будут выстроены бобры, можно изменить также A_3^3 способами. В итоге получаем ответ $(C_6^3)^2 (A_3^3)^2$.

4.2. Количество способов будет в A_3^3 раз меньше, так как не следует учитывать изменение порядка выстроенных в шеренгу 3-х бобров, откуда получаем ответ $(C_6^3)^2 A_3^3$.

4.3. Для каждой пары из предыдущего пункта определим, играет ли в ней на гармошке бобер, что можно сделать 2^3 способами. Откуда получаем ответ $2^3 (C_6^3)^2 A_6^6$. Отметим, что в данном случае мы допускаем, что если бобер играет на гармошке, то барс не играет и наоборот.

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.