

Тьмутаракань

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Основы комбинаторики (/Topics/Details?id=3)

Раздел

Неупорядоченный выбор с возвращением (/SubTopics/Details?id=22)

Дата публикации

30.08.2018

Дата последней правки

13.01.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★★★

Условие

В Тьмутаракань вторглось вражеское войско. Правитель страны Тараканцлер принимает решение сформировать войско, чтобы оказать сопротивление противнику. У него в распоряжении имеется 900 боевых тараканов. Ему необходимо распределить их по 3-м родам войск.

1. Сколькими способами он может сформировать войска различной численности?
2. Повторите первый пункт учитывая, что каждый род войск должен включать не менее 100 тараканов.
3. Повторите первый пункт учитывая, что в первом роде войск должно быть в два раза меньше тараканов, чем во втором.
4. Повторите первый пункт учитывая, что в первом роде войск должно быть **не менее чем** в два раза меньше тараканов, чем во втором.
5. Повторите предыдущий пункт для 5 родов войск.

Решение

1. $C_{900+3-1}^{3-1} = C_{902}^2$
2. Вначале в каждый из родов войск определяем по 100 боевых тараканов. Затем оставшихся $900 - 3 * 100 = 600$ тараканов можно распределить $C_{600+3-1}^{3-1}$ способами.
3. Для начала ответим на вопрос о том, сколькими способами можно составить пары численностей первого и второго рода войск? Это способы $(1, 2), (2, 4), \dots, (450, 900)$ количество которых

составляет 450. Каждому из этих способов соответствует лишь один способ сформировать численность третьего отряда. Следовательно, общее количество способов составляет 450.

4. Если в первом роду войск x_1 таракан, то во втором может быть от $2x_1$ до 900 боевых тараканов. То есть следует учесть $900 - 2x_1 + 1$ способов. Поскольку $x_1 \in \{1, \dots, 450\}$, то общее количество способов составит $\sum_{i=1}^{450} (900 - 2i + 1)$, что является ответом, поскольку численность третьего рода войск можно выбрать лишь одним способом, если численности двух других уже определены.
5. На каждый из $900 - 2x_1 + 1$ способов распределить тараканов между двумя первыми родами войск приходится по $C_{(900-3x_1)+3-1}^{3-1}$ способов распределить оставшихся $900 - 3x_1$ тараканов по трем другим родам войск. Откуда получаем ответ $\sum_{i=1}^{450} (900 - 2i + 1) C_{(900-3i)+3-1}^{3-1}$.

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.