

Наиболее вероятное значение Пуассона

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Классические дискретные распределения (/Topics/Details?id=39)

Раздел

Распределение Пуассона (/SubTopics/Details?id=136)

Дата публикации

16.09.2018

Дата последней правки

05.10.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг



Условие

Найдите наиболее вероятное значение (может быть несколько), которое принимает случайная величина $X \sim Pois(\lambda)$. То есть следует найти такое значение k , что $P(X = k) \geq P(X = t), \forall t \in \{1, \dots, n\}$.

1. Найдите наиболее вероятное значение для $X \sim Pois(9.3)$.
2. Найдите наиболее вероятное значение для $X \sim Pois(10)$.

Решение

Рассмотрим следующие отношение:

$$\frac{P(X = k + 1)}{P(X = k)} = \frac{\frac{e^{-\lambda} \lambda^{k+1}}{(k+1)!}}{\frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}} = \frac{\lambda}{k + 1}$$
$$\frac{P(X = k - 1)}{P(X = k)} = \frac{\frac{e^{-\lambda} \lambda^{k-1}}{(k-1)!}}{\frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}} = \frac{k}{\lambda}$$

Оптимальное значение k^* должно удовлетворять следующим неравенствам:

$$\frac{\lambda}{k^* + 1} \leq 1$$

$$\frac{k^*}{\lambda} \leq 1$$

Решая получаем: $\lambda - 1 \leq k^* \leq \lambda$

1. Тогда наиболее вероятное значение случайной величины $X \sim Pois(9.3)$ может быть найдено из неравенства $9.3 - 1 \leq k^* \leq 9.3$, откуда $k^* = 9$.

2. По аналогии, наиболее вероятное значение случайной величины $X \sim Pois(10)$ может быть найдено из неравенства $10 - 1 \leq k^* \leq 10$, откуда $k^* \in \{9, 10\}$.

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.