

Парадокс заключенных

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

Classic

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Случайные события (/Topics/Details?id=5)

Раздел

Условная вероятность, формула Байеса, формула полной вероятности и независимость событий (/SubTopics/Details?id=32)

Дата публикации

13.09.2018

Дата последней правки

13.09.2018

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг



Условие

В тюрьме находятся 100 заключенных. Начальник предложил им пройти испытание, в случае успешного завершения которого они все получат свободу.

Каждому заключенному присваивается номер от 1 до 100. Заключенных по очереди заводят в комнату, в которой лежат 100 пронумерованных от 1 до 100 коробок. В каждой коробке лежит шарик с номером от 1 до 100. Заключенный может открыть 50 коробок. Если каждый заключенный найдет шарик со своим номером, то все заключенные получают свободу. Если же хотя бы один заключенный не найдет шарик, соответствующий своему номеру, то все заключенные останутся сидеть в тюрьме. После того, как заключенный покидает комнату, все коробки закрываются и следующий заключенный не получает никакой информации по поводу того, какие коробки открыл предыдущий и удалось ли ему найти шарик со своим номером.

Перед началом испытания у заключенных есть возможность обсудить стратегию.

1. С какой вероятностью заключенным удастся выйти на свободу, если каждый из них будет открывать коробки случайным образом.
2. Помогите заключенным выработать стратегию, максимизирующую вероятность получения свободы.

Решение

1. Каждый из заключенных найдет шарик со своим номером с вероятностью $\frac{1}{2}$. Следовательно, вероятность того, что все заключенные найдут шарики со своими номерами составляет $\left(\frac{1}{2}\right)^{100} \approx 10^{-31}$. То есть в таком случае почти наверняка заключенные останутся сидеть в тюрьме.

2. В процессе решения

Для начала постараемся понять, какую дополнительную информацию мы можем извлечь.

Представьте, что в начале произошло событие 1_2^1 - заключенный под номером 1 открыл коробку 1 и там лежал шар 2. Тогда заключенный точно знает, что в коробке 2 не лежит шар 2. Тогда вероятность того, что шарик 1 лежит в коробке 2 составит $P(1_1^2 | 1_2^1) = \frac{P(1_1^2 \cap 1_2^1)}{P(1_2^1)} = \frac{A_{98}^{98}}{A_{99}^{99}} = \frac{1}{99}$, то есть для данного конкретного заключенного это не дает никакой дополнительной информации.

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.