

## Простые задачи на ММ с классическими распределениям

---

### Опубликовал

sobodv

### Автор или источник

sobopedia

### Предмет

Математическая Статистика (/Subjects/Details?id=5)

### Тема

Метод моментов (/Topics/Details?id=32)

### Раздел

Введение в ММ (/SubTopics/Details?id=112)

### Дата публикации

28.02.2019

### Дата последней правки

21.02.2020

### Последний вносивший правки

sobodv

### Рейтинг



## Условие

Рассмотрим выборку  $X^\theta = (X_1^\theta, \dots, X_n^\theta)$  из распределения  $\xi_\theta$ , зависящего от вектора параметров  $\theta$ . В качестве данных будем рассматривать реализацию выборки  $x = (x_1, \dots, x_n)$ . Для следующих распределений найдите оценки параметров методом моментов.

1. Распределение Пуассона, то есть  $\xi_\theta \sim Pois(\theta)$ .
2. Экспоненциальное распределение, то есть  $\xi_\theta \sim EXP(\theta)$ .
3. Равномерное распределение, то есть  $\xi_\theta \sim U(\theta_1, \theta_2)$ .

## Решение

1. Поскольку  $\theta = E(\xi_\theta)$ , то  $\hat{\theta}^{MM} = \hat{\alpha}_1$ .
2. Поскольку  $\frac{1}{\theta} = E(\xi_\theta)$ , то  $\theta = \frac{1}{E(\xi_\theta)}$ , а значит  $\hat{\theta}^{MM} = \frac{1}{\hat{\alpha}_1}$ .
3. Составим систему равенств:

$$\begin{cases} \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = E(\xi_\theta) \\ \frac{(\theta_1 - \theta_2)^2}{12} + \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)^2 = E(\xi_\theta^2) \end{cases}$$

Чтобы получить оценки метода моментов, следует решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\hat{\theta}_1^{MM} + \hat{\theta}_2^{MM}}{2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \hat{\alpha}_1 \\ \frac{(\hat{\theta}_1^{MM})^2 + \hat{\theta}_1^{MM} \hat{\theta}_2^{MM} + (\hat{\theta}_2^{MM})^2}{3} = \hat{\alpha}_2 \end{cases}$$

Решая получаем оценки:

$$\hat{\theta}_1^{MM} = \hat{\alpha}_1 - \sqrt{3(\hat{\alpha}_2 - \hat{\alpha}_1^2)}$$

$$\hat{\theta}_2^{MM} = \hat{\alpha}_1 + \sqrt{3(\hat{\alpha}_2 - \hat{\alpha}_1^2)}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.