

Ожидающий

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Дискретные случайные величины (/Topics/Details?id=7)

Раздел

Математическое ожидание дискретной случайной величины (/SubTopics/Details?id=37)

Дата публикации

15.09.2018

Дата последней правки

02.11.2022

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг



Условие

Вероятностное распределение случайной величины X задано следующей таблицей:

$$\begin{bmatrix} x & -5 & -1 & 5 & 8 & 10 \\ P(X = x) & 0.1 & 0.3 & c & 3c & 0.2 \end{bmatrix}$$

Вероятностное распределение случайной величины Y задано следующей таблицей:

$$\begin{bmatrix} y & 1 & 3 & 8 & 12 \\ P(Y = y) & 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Вероятностное распределение случайной величины Z задано следующей таблицей:

$$\begin{bmatrix} z & 1 & 4 \\ P(Z = z) & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

Случайные величины X , Y и Z - независимы.

1. Найдите константу c в таблице случайной величины X .
2. Посчитайте математическое ожидание случайной величины X .

3. Найдите математическое ожидание случайной величины $3X + 5$
4. Посчитайте математическое ожидание случайной величины $X + Y$
5. Найдите математическое ожидание случайной величины $2X - 5Y + 3$
6. Посчитайте математическое ожидание случайной величины X^2
7. Посчитайте математическое ожидание случайной величины $\frac{X^2}{Z}$

Решение

1. Решая $0.1 + 0.3 + c + 3c + 0.2 = 1$ получаем $c = 0.1$.
2. $E(X) = -5 * 0.1 - 1 * 0.3 + 5 * 0.1 + 8 * 0.3 + 10 * 0.2 = 4.1$
3. $E(3X + 5) = 3E(X) + 5 = 17.3$
4. Сначала найдем $E(Y) = 1 * 0.3 + 3 * 0.1 + 8 * 0.1 + 12 * 0.5 = 7.4$, откуда $E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 11.5$
5. $E(2X - 5Y + 3) = 2E(X) - 5E(Y) + 3 = 2 * 4.1 - 5 * 7.4 + 3 = -25.8$
6. Составим таблицу, отражающую закон распределения вероятностей случайной величины X^2 :

$$\begin{bmatrix} x & 1 & 25 & 64 & 100 \\ P(X^2 = x) & 0.3 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Обратите внимание, что при построении таблицы учитывалось, что $P(X^2 = 25) = P(X = -5) + P(X = 5) = 0.1 + 0.1 = 0.2$.

Откуда нетрудно найти, что $E(X^2) = 0.3 * 1 + 0.2 * 25 + 0.3 * 64 + 0.2 * 100 = 44.5$

7. Пользуясь независимостью X и Z , составим таблицу, отражающую закон распределения вероятностей случайной величины $\frac{X^2}{Z}$:

$$\begin{bmatrix} t & 1 & 25 & 64 & 100 & 0.25 & \frac{25}{4} & 16 \\ P(\frac{X^2}{Z} = t) & 0.3 * 0.2 & 0.2 * 0.2 + 0.2 * 0.8 & 0.2 * 0.3 & 0.2 * 0.2 & 0.3 * 0.8 & 0.2 * 0.8 & 0.3 * 0.8 \end{bmatrix}$$

Осуществляя перемножения получаем:

$$\begin{bmatrix} t & 1 & 25 & 64 & 100 & 0.25 & \frac{25}{4} & 16 \\ P(\frac{X^2}{Z} = t) & 0.06 & 0.2 & 0.06 & 0.04 & 0.24 & 0.16 & 0.24 \end{bmatrix}$$

Получаем математическое ожидание:

$$E\left(\frac{X^2}{Z}\right) = 0.06 * 1 + 0.2 * 25 + 0.06 * 64 + 0.04 * 100 + 0.24 * 25 + \frac{25}{4} * 0.16 + 0.24 * 16 = 23.74$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.
