

Марков и распределения

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Сходимости (/Topics/Details?id=13)

Раздел

Неравенство Маркова (/SubTopics/Details?id=71)

Дата публикации

07.12.2018

Дата последней правки

03.12.2020

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★☆☆

Условие

Для каждой из следующих случайных величин при помощи неравенства Маркова и обычным способом оцените вероятность того, что её значение окажется больше, а затем что у не меньше 2.

1. $X \sim U(0, 3)$
2. $X \sim N(0, 1)$
3. $X \sim EXP(5)$
4. $X \sim Pois(3)$
5. $X \sim Binomial(10, 0.1)$

Решение

1. Согласно неравенству Маркова получаем:

$$P(X \geq 2) \leq \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4}$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X \geq 2) \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

В то время как на самом деле соответствующая вероятность равняется:

$$P(X \geq 2) = \frac{1}{3}$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X \geq 2) = \frac{2}{3}$$

2. Казалось бы, что использовать неравенство Маркова нельзя, так как рассматриваемая случайная величина принимает с ненулевой вероятностью и отрицательные значения. Однако, можно воспользоваться симметрией нормального распределения вокруг 0, откуда имеем:

$$P(X \geq 2) = \frac{P(|X| \geq 2)}{2} \leq \frac{E(|X|)}{2 * 2}$$

Значение математического ожидания модуля нормальной случайной величины в данном случае можно найти по ссылке (https://en.wikipedia.org/wiki/Folded_normal_distribution).

3. Согласно неравенству Маркова получаем:

$$P(X \geq 2) \leq \frac{1}{5 * 2} = \frac{1}{10}$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X \geq 2) \geq 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

В то время как на самом деле соответствующая вероятность равняется:

$$P(X \geq 2) = 1 - (1 - e^{-5*2}) = 0.000045$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X \geq 2) = 0.999955$$

4. Согласно неравенству Маркова получаем:

$$P(X > 2) = P(X \geq 3) \leq \frac{3}{3} = \frac{3}{3} \Rightarrow P(X > 2) \leq 1$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X \geq 2) \geq 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow P(X \leq 2) \geq 0$$

В то время как на самом деле соответствующая вероятность равняется:

$$P(X \geq 2) = 1 - \left(e^{-3} \frac{3^2}{2!} + e^{-3} \frac{3^1}{1!} + e^{-3} \frac{3^0}{0!} \right) \approx 0.577$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X \geq 2) \approx 0.423$$

5. Согласно неравенству Маркова получаем:

$$P(X > 2) = P(X \geq 3) \leq \frac{1}{3}$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X > 2) \geq \frac{2}{3}$$

В то время как на самом деле соответствующая вероятность равняется:

$$P(X \geq 2) = 1 - (C_{10}^2 0.1^2 0.9^8 + C_{10}^1 0.1^1 0.9^9 + C_{10}^0 0.1^0 0.9^{10}) \approx 0.07$$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X > 2) = 0.93$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.