

Эффективность в классе несмещенных оценок

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Математическая Статистика (/Subjects/Details?id=5)

Тема

Оценки (/Topics/Details?id=30)

Раздел

Определение и свойства оценок (/SubTopics/Details?id=100)

Дата публикации

14.02.2019

Дата последней правки

15.02.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг



Условие

Имеется выборка $X = (X_1, \dots, X_n)$ из распределения ξ . Положим $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Класс Θ включает в себя все несмещенные оценки параметра $\theta = E(\xi)$ вида $\hat{\theta}_\alpha = \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_n X_n$. Определите, какие значения $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ соответствуют эффективной оценке в этом классе и какие ограничения на них наложены с учетом того, что оценки данного класса являются несмещенными.

Решение

Заметим, что:

$$E(\hat{\theta}_\alpha) = E(\alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_n X_n) = (\alpha_1 + \dots + \alpha_n)E(\xi)$$

Отсюда очевидно, что несмещенность оценки требует $\alpha_1 + \dots + \alpha_n = 1$.

Теперь найдем дисперсию оценки:

$$Var(\hat{\theta}_\alpha) = Var(\alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_n X_n) = (\alpha_1^2 + \dots + \alpha_n^2)Var(\xi)$$

Поскольку дисперсия эффективной оценки минимально, то следует решить следующую оптимизационную задачу:

$$\text{minimize } \alpha_1^2 + \dots + \alpha_n^2$$

$$\text{s.t. } \alpha_1 + \dots + \alpha_n$$

Решая получаем вектор параметров эффективной оценки $\alpha^* = (\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n})$.

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.