Выборка или не выборка?

Опубликовал
sobodv
Автор или источник
sobopedia
Предмет
Математическая Статистика (/Subjects/Details?id=5)
Тема
Основные понятия математической статистики (/Topics/Details?id=26)
Раздел
Определение выборки и её основные характеристики (/SubTopics/Details?id=94)
Дата публикации
26.01.2019
Дата последней правки
17.01.2020
Последний вносивший правки
sobodv
Рейтинг
★★☆

Условие

Определите, какие из следующих случайных векторов можно считать выборкой, после чего укажите объем данной выборки и из какого она распределения:

1. $X = (X_1, X_2, X_3)$, где $X_1 \sim U(0,1)$, $X_2 \sim U(0,1)$ и $X_3 \sim U(0,1)$ независимы.

2. $X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$, где $X_1, \ldots, X_5$ распределены так же, как случайная величина $\eta \sim exp(3)$, при этом являясь независимыми.

3. $X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$, где $X_1, \ldots, X_5$ распределены так же, как случайная величина $\eta \sim Pois(5)$.

4. $X = (X_1, X_2, X_2, X_3, X_4)$, где $X_1, \ldots, X_4$ распределены так же, как случайная величина $\eta \sim exp(2)$. При этом X_1, X_2, X_3 и X_4 независимы.

5. $X = (X_1, X_2)$, где $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$

6. $X = (X_1, X_2)$, где $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}\right)$

7. $X = (X_1, X_2)$, где $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}\right)$

8. $X = (X_1, X_2)$, где $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\right)$

9. $X = (X_1, X_2, X_3)$, где $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ \beta \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 & \alpha \\ 0 & \gamma & \alpha^2 \\ \alpha & \alpha^2 & 3 \end{bmatrix}\right)$. Найдите параметры α, β и γ, при которых X будет являться выборкой.

10. $X = (X_1, X_2)$ и $X_1 \sim \mathcal{N}(8, 5)$, $X_2 \sim \mathcal{N}(8, 5)$. При этом $Corr(X_1, X_2) = 0$.

Решение

1. X является выборкой из распределения ξ, где $\xi \sim U(0, 1)$. Потому что X_1, X_2 и X_3 независимы и одинаково распределены (так же, как и ξ). Объем выборки $n = 3$.

2. X является выборкой из распределения η. Объем выборки $n = 5$.

3. X не обязательно является выборкой, поскольку не сказано, что компоненты X являются независимыми.

4. X не является выборкой, поскольку его вторая и третья компоненты включают одну и ту же случайную величину X_2, что нарушает допущение о независимости.

5. X не является выборкой, так как её компоненты имеют различные математические ожидания: $E(X_1)$=2 и $E(X_2)$=3, из чего следует нарушение требования о различии в распределении.

6. X не является выборкой, так как $Corr(X_1, X_2) = 0.5$, что нарушает допущение о независимости.

7. X не является выборкой, так как $Var(X_1) \neq Var(X_2)$, что нарушает допущение об одинаковом распределении.

8. X является выборкой из распределения ξ, где $\xi \sim N(2, 3)$. Объем выборки составляет $n = 2$.

9. Необходимо, чтобы компоненты X были одинаково распределены и независимы. Следовательно, они должны иметь одинаковое математическое ожидание и дисперсию, а также быть независимыми, для чего, в случае с многомерным нормальным распределением, равносильно отсутствию корреляций. Поэтому получаем $\alpha = 0$, $\beta = 2$ и $\gamma = 3$. Объем выборки составляет $n = 3$.

10. X не обязательно является выборкой из распределения ξ, где $\xi \sim N(8, 5)$. Это связано с тем, что хоть случайные величины X_1 и X_2 не коррелированы и имеют нормальное распределение, их совместное распределение не обязательно будет многомерным нормальным, вследствие чего из нулевой корреляции не следует соблюдение допущения о независимости.

Показать решение