

## Хроники трудоустройства

---

**Опубликовал**

sobodv

**Автор или источник**

sobopedia

**Предмет**

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

**Тема**

Дискретные случайные величины (/Topics/Details?id=7)

**Раздел**

Распределение дискретной случайной величины (/SubTopics/Details?id=36)

**Дата публикации**

23.09.2019

**Дата последней правки**

24.09.2021

**Последний вносивший правки**

sobodv

**Рейтинг**

### Условие

По окончании университета вы решили устроиться на работу и отправили свое резюме в 5 различных компаний. Вероятность того, что вас пригласят на работу в  $i$ -ю компанию (событие  $A_i$ ), зависит от предлагаемой ими зарплаты  $x_i$  (измеренной в тысячах долларов) следующим образом:

$$P(A_i) = \begin{cases} \frac{100-x_i^2}{100}, & \text{при } x_i \in [0, 10] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

В следующем таблице представлены предлагаемые каждой из компаний зарплаты:

Компания	Зарплата
1	5
2	6
3	6
4	8
5	10

Вы идете работать в фирму, которая предлагает вам наибольшую зарплату. Если несколько фирм предложили вам одинаковую зарплату, то вы с равной вероятностью идете в одну из них. Если вас не приглашает ни одна фирма, то вы гарантированно идете работать на фирму к своему знакомому где ваш оклад составит 1 тысячу долларов.

1. Для каждой компании рассчитайте вероятность того, что она пригласит вас на работу. Результаты занесите в таблицу.
2. Укажите, с какой вероятностью вы пойдете работать на фирму к своему знакомому?
3. Задайте распределение (например, в форме таблицы) для случайной величины  $X$  - сколько вам предложил фирма, на предложение которой вы согласились.
4. С какой вероятностью ваша зарплата не превысит 5 тысяч долларов?
5. Постройте функцию распределения  $X$ .
6. В стране ввели закон, согласно которому нельзя получать больше 6 тысяч долларов и меньше 3 тысяч долларов. С момента трудоустройства в одну из фирм, обсуждавшихся в предыдущих пунктах задачи, вы не меняли место работы. Теперь, если вы работали больше чем за 6 тысяч долларов, то ваш доход составит 6 тысяч долларов, а если меньше чем за 3, то вы будете зарабатывать 3 тысячи долларов. Найдите распределение случайной величины  $X^*$  - ваш заработок после введения закона.
7. Вычислите, с какой вероятностью до введения закона вы работали за 5 тысяч долларов, если после введения закона ваш заработок не изменился.
8. Найдите функцию распределения условной случайной величины  $(X|X^* = 6)$ .

## Решение

1.

Компания	Зарплата	Вероятность
1	5	0.75
2	6	0.64
3	6	0.64
4	8	0.36
5	10	0

2. Введем событие  $N$  - вас не пригласила ни одна фирма. Его вероятность, очевидно, составит:

$$P(N) = (1 - 0.75)(1 - 0.64)(1 - 0.64)(1 - 0.36)(1 - 0) = \frac{324}{15625}$$

3. Без потери общности не будем рассматривать пятую фирму, поскольку вероятность получить приглашение от неё является нулевой. Рассчитаем все возможные вероятности пользуясь тем, что приглашения фирм являются независимыми:

$$P(X = 1) = P(N) = \frac{324}{15625}$$

$$\begin{aligned} P(X = 5) &= P(A_1 \cap \overline{(A_2 \cup A_3 \cup A_4)}) = P(A_1)P(\overline{A_2 \cup A_3 \cup A_4}) = \\ &= 0.75 * (1 - 0.64)(1 - 0.64)(1 - 0.36) = \frac{972}{15625} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(X = 6) &= P((A_2 \cup A_3) \cap \overline{A_4}) = P(A_2 \cup A_3)P(\overline{A_4}) = \\
 &= (P(A_2) + P(A_3) - P(A_2)P(A_3))(1 - P(A_4)) = \\
 &= (0.64 + 0.64 - 0.64^2)(1 - 0.36) = \frac{8704}{15625}
 \end{aligned}$$

$$P(X = 8) = P(A_4) = 0.36$$

На основании полученной информации составим таблицу распределения:

$$\begin{bmatrix} P(X = x) & \frac{324}{15625} & \frac{972}{15625} & \frac{8704}{15625} & 0.36 \\ x & 1 & 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

4. Очевидно, что:

$$P(X \leq 5) = P(X = 1) + P(X = 5) = \frac{324}{15625} + \frac{972}{15625} = \frac{1296}{15625}$$

5. Построим функцию распределения:

$$P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 1 \\ \frac{324}{15625}, & \text{если } 1 \leq x < 5 \\ \frac{972}{15625} + \frac{324}{15625}, & \text{если } 5 \leq x < 6 \\ \frac{972}{15625} + \frac{324}{15625} + \frac{8704}{15625}, & \text{если } 6 \leq x < 8 \\ 1, & \text{если } x \geq 8 \end{cases}$$

6. Вследствие введения закона получаем:

$$\begin{bmatrix} P(X^* = x) & \frac{324}{15625} & \frac{972}{15625} & \frac{8704}{15625} + 0.36 \\ x & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

7. Рассчитаем соответствующую вероятность:

$$\begin{aligned}
 P(X = 5 | (X = 5) \cup (X = 6)) &= \frac{P(X = 5 \cap ((X = 5) \cup (X = 6)))}{P((X = 5) \cup (X = 6))} = \\
 &= \frac{P(X = 5)}{P(X = 5) + P(X = 6)} = \frac{\frac{972}{15625}}{\frac{972}{15625} + \frac{8704}{15625}} = \frac{243}{2419}
 \end{aligned}$$

8. По аналогии с предыдущим пунктом нетрудно рассчитать, что:

$$P(X = 1 | X^* = 6) = 0$$

$$P(X = 5 | X^* = 6) = 0$$

$$\begin{aligned}
 P(X = 6 | X^* = 6) &= \frac{P(X = 6 \cap X^* = 6)}{P(X^* = 6)} = \frac{P(X = 6)}{P(X^* = 6)} = \\
 &= \frac{\frac{8704}{15625}}{\frac{8704}{15625} + 0.36} = \frac{8704}{14329}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(X = 8 | X^* = 6) &= \frac{P(X = 8 \cap X^* = 6)}{P(X^* = 6)} = \frac{P(X = 8)}{P(X^* = 6)} = \\
 &= \frac{0.36}{\frac{8704}{15625} + 0.36} = \frac{5625}{14329}
 \end{aligned}$$

Исходя из полученного результата форма функции распределения очевидна:

$$F_{X|X^*=6}(x) = P(X \leq x | X^* = 6) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 6 \\ \frac{8704}{14329}, & \text{если } 6 \leq x < 8 \\ 1, & \text{если } x \geq 8 \end{cases}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.