

## Сапер

---

### Опубликовал

sobodv

### Автор или источник

sobopedia

### Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

### Тема

Классические непрерывные распределения (/Topics/Details?id=11)

### Раздел

Равномерное распределение (/SubTopics/Details?id=59)

### Дата публикации

30.09.2019

### Дата последней правки

05.11.2021

### Последний вносивший правки

sobodv

### Рейтинг

★★★

## Условие

На дороге длиной в 5 километров с равной вероятностью в любой точке лежит одна мина. Чтобы её найти был отправлен специальный робот. Как только робот находит мину, он её обезвреживает.

1. С какой вероятностью робот обезвредит мину раньше, чем пройдет 3 километра?
2. С какой вероятностью робот обезвредит мину между 3 и 5 километрами, если он уже прошел 2 километра?
3. Если всего мины 3 и их расположения независимы, то с какой вероятностью хотя бы одна из них будет обезврежена раньше, чем на 3-м километре?
4. Если мин 10 и их расположения независимы, то с какой вероятностью будут обезврежены ровно половина из них между 2 и 3 километрами?
5. Предположим, что робот обезвреживает мину с вероятностью  $\frac{D}{5}$ , где  $D$  - пройденная роботом дистанция. С какой вероятностью робот обезвредит мину раньше 3-го километра? А с какой вероятностью мина была обезврежена, если она была найдена раньше 3-го километра?

## Решение

1. Обозначим через  $X$  случайную величину, равную пройденной роботом дистанции, откуда получаем:

$$P(X < 3) = F_X(x) = \frac{3}{5}$$

2. По аналогии:

$$P(3 < X < 5 | X > 2) = \frac{P(3 < X < 5)}{1 - P(X < 2)} = \frac{\frac{5}{5} - \frac{3}{5}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{2}{3}$$

3. Воспользуемся формулой объединения событий, а также равновероятностью и независимостью соответствующих событий:

$$\begin{aligned} P((X_1 < 3) \cup (X_2 < 3) \cup (X_3 < 3)) &= 3P(X_1 < 3) - 3P(X_1 < 3)^2 + P(X_1 < 3)^3 = \\ &= 3 * \frac{3}{5} - 3 * \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{117}{125} \end{aligned}$$

Либо, можно рассмотреть обратное событие:

$$\begin{aligned} P((X_1 < 3) \cup (X_2 < 3) \cup (X_3 < 3)) &= 1 - P(\overline{(X_1 < 3)} \cap \overline{(X_2 < 3)} \cap \overline{(X_3 < 3)}) = \\ &= 1 - \left(1 - \frac{3}{5}\right)^3 = \frac{117}{125} \end{aligned}$$

4. Обозначим через  $Y$  случайную величину - мины, обезвреженные между 2 и 3 километрами. Нетрудно догадаться, что в силу независимости и равновероятности:

$$P(Y = 5) = C_{10}^5 P(X \in [2, 3])^5 (1 - P(X \in [2, 3]))^5 = C_{10}^5 \left(\frac{1}{5}\right)^5 \left(\frac{4}{5}\right)^5 \approx 0$$

5. Получаем следующий ответ:

$$P(X < 3) = \int_0^3 \frac{1}{5} \frac{D}{5} dD = 0.18$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.