

Выявленные предпочтения

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

Демешев Б.Б.

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Случайные события (/Topics/Details?id=5)

Раздел

Условная вероятность, формула Байеса, формула полной вероятности и независимость событий
(/SubTopics/Details?id=32)

Дата публикации

07.09.2018

Дата последней правки

07.09.2018

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★★★

Условие

В магазине продавались 10 различных моделей телефонов по одинаковой цене. Иван купил телефон X . На следующий день в магазин на продажу выставили еще 5 **других** моделей телефонов по той же цене. Иван всегда может определить, какой из двух телефонов ему нравится больше.

1. Используя классический подход к определению вероятностей, найдите вероятность того, что телефон X является для Ивана третьим по привлекательности среди всех 15 моделей, при условии того, что в первый день из 10 моделей он выбрал именно модель X .
2. Повторите предыдущий пункт, найдя вероятность того, что телефон X является k -м по привлекательности для Ивана.
3. Повторите предыдущий пункт, учитывая, что телефон X является 2-м по привлекательности среди 10 телефонов, продававшихся в первый день.
4. Повторите предыдущий пункт, учитывая, что телефон X является j -м по привлекательности среди 10 телефонов, продававшихся в первый день.

P.S: По мотивам замечательной задачи о 33 богатырях от Демешева Бориса Борисовича.

Решение

1. Рассмотрим два основных события. Событие A - телефон X для Ивана предпочтительнее, чем 9 других телефонов, выставленных на продажу в первый день. Событие B - телефон X является третьим по привлекательности для Ивана среди всех 15 моделей.

Тогда нам нужно рассмотреть вероятность события $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$. Рассмотрим каждую из этих вероятностей в отдельности.

Очевидно, что в силу классического определения вероятностей $P(A) = \frac{1}{10}$, так как каждый из 10 телефонов, выставленных в первый день на продажу, с равной вероятностью может оказаться вторым по привлекательности.

Теперь рассмотрим событие $A \cap B$ - телефон X оказался предпочтительнее 9 телефонов, продававшихся в первый день и третьим по привлекательности среди всех 15 телефонов. Посчитаем количество исходов, благоприятствующих этому событию.

В силу события A , на 3-м месте у нас уже стоит телефон X . Далее, мы можем расставить 9 телефонов, которые продавались вместе с ним в первый день и, следовательно, оказались хуже, на 4 – 15 места A_{12}^9 способами. Затем, на оставшиеся 5 мест (поскольку остальные заняты телефоном X и 9 другими телефонами) остальные 5 телефонов можно расставить A_5^5 способами. Откуда получаем, что событию $A \cap B$ благоприятствуют $A_{12}^9 A_5^5$ исходов. Следовательно, учитывая, что общее количество элементарных исходов равняется количеству способов ранжировать все телефоны по привлекательности, то есть A_{15}^{15} , то получаем $P(A \cap B) = \frac{A_{12}^9 A_5^5}{A_{15}^{15}} = \frac{2}{273}$.

Подставляя полученные результаты имеем: $P(B|A) = \frac{\frac{2}{273}}{\frac{1}{10}} = \frac{20}{273}$.

2. Если $k > 6$, то $P(B|A) = 0$, так как событие A говорит о том, что телефон X лучше не менее чем 9 телефонов из 15, то есть может занимать, в худшем случае, 6-е место. Рассмотрим $6 \leq k \leq 1$. Тогда,

следуя подходу предыдущего пункта, получаем: $P(A \cap B) = \frac{A_{15-k}^9 A_5^5}{A_{15}^{15}}$. Откуда ответ будет $\frac{\frac{A_{15-k}^9 A_5^5}{A_{15}^{15}}}{\frac{1}{10}}$.

3. Отличие от предыдущего пункта заключается в том, что сперва из 9 телефонов мы выбираем тот самый

1, который лучше телефона X и ставим его на одно из $k - 1$ мест, что дает ответ $P(B|A) = \frac{\frac{C_9^1 A_{k-1}^1 A_{15-k}^8 A_5^5}{A_{15}^{15}}}{\frac{1}{10}}$.

4. Очевидно, что если $j \leq k \leq 10$, то $P(B|A) = \frac{\frac{C_9^{j-1} A_{k-1}^{j-1} A_{15-k}^{9-j+1} A_5^5}{A_{15}^{15}}}{\frac{1}{10}}$. Если же $k \geq 10$, то $j = 10$, а значит

$$P(B|A) = \frac{\frac{A_{k-1}^9 A_5^5}{A_{15}^{15}}}{\frac{1}{10}}.$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.

