

Дружный комбинаторный чат

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Основы комбинаторики (/Topics/Details?id=3)

Раздел

Как определить, каким способом пользоваться (/SubTopics/Details?id=23)

Дата публикации

05.09.2019

Дата последней правки

13.09.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

Условие

Вы хотите сформировать в мессенджере чат любителей комбинаторики. Вы можете пригласить в него любое количество друзей из 10 доступных.

1. Сколькими способами вы можете сформировать чат? При этом порядок приглашений не имеет значение, важно лишь какие именно люди в итоге останутся в чате.

2. Повторите предыдущий пункт учитывая, что каждый из ваших друзей также может пригласить в чат сколько угодно друзей из 5 доступных и не пересекающихся с вашими 10. При этом друзья ваших друзей приглашать в чат своих друзей уже не могут.

3. Повторите предыдущий пункт учитывая, что ваши друзья под номерами 1 и 2 знакомы между собой, а значит входят в число 5 доступных для приглашения друзей в отношении друг к другу. Учтите, что способ зависит лишь от того, какие, в конечном итоге, люди окажутся в чате, а не от того, кто их пригласил.

Подсказка: без потери общности можно предположить, что друг 1 не может пригласить друга 2 и наоборот.

4. Повторите предыдущий пункт учитывая, что между собой знакомы друзья 1 — 5.

5. Повторите третий пункт учитывая, что вы также можете назначать друзей администраторами и модераторами, но лишь тех, которых пригласили самостоятельно. Поэтому каждый способ должен учитывать не только приглашенных друзей, но и наличие у них статуса администратора или модератора. При этом можно совмещать статусы администратора и модератора.

Решение

1. Поскольку каждый друг может быть приглашен или нет, то количество способов составит 2^{10} .

2. Теперь в отношении каждого друга появляются не два варианта (пригласить или нет), а сразу $1 + 2^5$, поскольку 1 способ приходится на то, чтобы не пригласить друга и 2^5 способами приглашенный друг может пригласить своих друзей. В итоге получаем ответ $(1 + 2^5)^{10}$ способов.

3. Для 3 — 10 друзей все остается по-прежнему, поэтому получаем $(1 + 2^5)^8$ способов. Теперь нужно посчитать, сколько на каждый из этих способов приходится способов пригласить 1 и 2 друзей.

Для начала рассмотрим варианты для друга под номером 1. Во-первых, его можно не пригласить. Во-вторых, существуют 2^4 вариантов, когда мы его приглашаем, но он не приглашает друга под номером 2. В-третьих, есть столько же, то есть 2^4 вариантов, в которых он приглашает друга под номером 2. Однако, в последнем случае друг 2 также может пригласить друга 1. Данное обстоятельство приведет к тому, что будут посчитаны лишние способы. Поэтому, без потери общности предположим, что друг 1 не может пригласить друга 2 и наоборот. Тогда достаточно рассмотреть лишь первые два из указанных вариантов, которые дают $1 + 2^4$ способов.

В итоге получаем ответ $(1 + 2^5)^8 (1 + 2^4)^2$ способов.

4. Действуя аналогичным образом имеем $(1 + 2^5)^5 (1 + 2^0)^5 = (1 + 2^5)^5 2^5$ способов.

5. Без потери общности предположим, что приглашать друзей 1 и 2 можете только вы. Тогда нетрудно догадаться, что поскольку добавляются три дополнительных варианта (назначить администратором, модератором или и тем и другим), то, каждый приглашенный лично вами имеет одну из $2^2 = 4$ ролей, а значит количество способов составит:

$$(1 + 4 * 2^5)^8 (1 + 4 * 2^4)^2 = (1 + 2^7)^8 (1 + 2^6)^2$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.