

Принятие решения

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Дискретные случайные величины (/Topics/Details?id=7)

Раздел

Медиана, квантили и мода дискретных случайных величин (/SubTopics/Details?id=141)

Дата публикации

07.10.2019

Дата последней правки

17.10.2020

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★★★★★

Условие

Вы инвестировали в два проекта: A и B (понесенными вами на это затратами для простоты пренебрежем). Обозначим через X случайную величину - количество вырученных денег (доходности) от инвестиции в проект A , а через Y - в проект B . Распределения **доходностей от инвестиций** представлены в таблицах ниже:

$$\begin{bmatrix} P(X = x) & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \\ x & -1, & 0, & 1, & 1.5, & 2 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} P(Y = y) & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ y & -2, & 0, & 1.5, & 2, & 5.5 \end{bmatrix}$$

Вы также можете инвестировать дополнительные β_A денежных единиц в проект A и β_B - в проект B . Разница между вырученными от проекта $C \in \{A, B\}$ деньгами и затратами на соответствующие инвестиции $\beta_C \geq 0$ будем именовать **прибылью от проекта C** и обозначим её как π_C . Если вы инвестируете в проект C дополнительные $\beta_C > 0$ единиц, то доходность от инвестиции возрастет в $(1 + \sqrt{\beta_C})$ раз.

1. Вычислите математическое ожидание, дисперсию, медиану, моду и квантиль уровня 0.2 **доходности** инвестиции в проект A .

2. Вычислите математическое ожидание и дисперсию **прибыли** от инвестиций в проект A при $\beta_A = 9$. Каков будет оптимальный объем инвестиций в проект A с точки зрения максимизации математического ожидания **прибыли**?
3. Вычислите математическое ожидание суммарной прибыли от инвестиций в проекты A и B при $\beta_A = 9$ и $\beta_B = 25$.

Решение

1. Вычислим соответствующее математическое ожидание:

$$\begin{aligned} E(X) &= P(X = 0.1) * (0.1) + P(X = 0) * 0 + P(X = 1) * 1 + P(X = 1.5) * 1.5 + P(X = 2) * 2 = \\ &= 0.1 * (-1) + 0.2 * 0 + 0.3 * 1 + 0.2 * 1.5 + 0.2 * 2 = 0.9 \end{aligned}$$

По аналогии рассчитаем дисперсию:

$$E(X^2) = 0.1 * (-1)^2 + 0.2 * 0^2 + 0.3 * 1^2 + 0.2 * 1.5^2 + 0.2 * 2^2 = 1.65$$

$$Var(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 1.65 - 0.9^2 = 0.84$$

В данном случае и модой и медианой будет являться число 1. Оно является медианой потому, что, как нетрудно проверить, $P(X \leq 1) \geq 0.5$ и $P(X \geq 1) \geq 0.5$. Квантилью уровня 0.2 будет число 0, потому что $P(X \leq 0) \geq 0.2$ и $P(X \geq 0) \geq 0.8$.

2. Воспользуемся свойствами математического ожидания:

$$E(\pi_A) = E((1 + \sqrt{\beta_A})X - \beta_A) = E((1 + \sqrt{9})X - 9) = 4E(X) - 9 = 3.6 - 9 = -5.4$$

Также, вычислим дисперсию пользуясь её свойствами:

$$Var(\pi_A) = Var((1 + \sqrt{9})X - 9) = (1 + \sqrt{9})^2 Var(X) = 16 * 0.84 = 13.44$$

При произвольном β_A ожидаемая прибыль имеет следующий вид:

$$E((1 + \sqrt{\beta_A})X - \beta_A) = (1 + \sqrt{\beta_A})E(X) - \beta_A = (1 + \sqrt{\beta_A})0.9 - \beta_A$$

Максимизируя данную функцию получаем оптимальный объем инвестиций $\beta_A^* = \frac{81}{400}$.

3. Для начала найдем математическое ожидание прибыли от проекта B :

$$E(Y) = 0.3 * (-2) + 0.3 * 0 + 0.2 * 1.1 + 0.1 * 2 + 0.1 * 5.5 = 0.37$$

Исходя из этого нетрудно найти суммарную прибыль:

$$\begin{aligned} &E((1 + \sqrt{\beta_A})X - \beta_A + (1 + \sqrt{\beta_B})Y - \beta_B) = \\ &= E((1 + \sqrt{\beta_A})X - \beta_A) + E((1 + \sqrt{\beta_B})Y - \beta_B) = -5.4 - 22.78 = -28.18 \end{aligned}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.
