

Холодильник

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Классические многомерные распределения (/Topics/Details?id=19)

Раздел

Многомерное нормальное распределение (/SubTopics/Details?id=87)

Дата публикации

10.01.2019

Дата последней правки

27.01.2019

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★★★

Условие

Вкус, сытность и полезность для здоровья случайно съедаемого ночью Васей из холодильника блюда подчиняются многомерному нормальному распределению. Известно, что корреляция между вкусом и сытностью составляет 0.3, а между вкусом и полезностью (-0.5) . Дисперсии вкуса, сытности и полезности составляют 0.81, 1 и 0.25 соответственно. Математические ожидания вкуса, сытности и полезности составляют 2, 1 и 0.5 соответственно. Определитель ковариационной матрицы характеристик блюда составляет 0.12555.

1. Найдите ковариационную матрицу характеристик блюда.
2. Найдите вероятность того, что вкус блюда превысит более чем в два раза сумму сытности и полезности.

Решение

1. Обозначим через X_1 , X_2 и X_3 вкус сытность и полезность случайно взятого блюда соответственно.

Через Z обозначим стандартную нормальную величину. Наконец, $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$

Воспользуемся тем, что $Cov(X_i, X_j) = \sqrt{Var(X_1)Var(X_j)}Corr(X_1, X_2)$.

Тогда можно реконструировать ковариационную матрицу:

$$Var(X) = \begin{bmatrix} 0.81 & 0.27 & -0.225 \\ 0.27 & 1 & 0.5 * Corr(X_2, X_3) \\ -0.225 & 0.5 * Corr(X_2, X_3) & 0.25 \end{bmatrix}$$

Используя информацию о том, что $\det(Cov(X)) = 0.12555$ нетрудно, из квадратного уравнения, выразить $Corr(X_2, X_3) = 0.1$.

2. Следует найти $P(X_1 > 2(X_2 + X_3)) = P(2X_2 + 2X_3 - X_1 < 0)$.

Найдем распределение случайной величины $2X_2 + 2X_3 - X_1$.

Её математическое ожидание составляет:

$$E(2X_2 + 2X_3 - X_1) = 2 + 1 - 2 = 1$$

Дисперсия будет:

$$Var(2X_2 + 2X_3 - X_1) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \end{bmatrix} Var(X) \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = 6.03$$

Отсюда получаем, что:

$$P(2X_2 + 2X_3 - X_1 < 0) = F_Z\left(\frac{0 - 1}{\sqrt{6.03}}\right) \approx 0.341919$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.