

## Вор в законе распределения

---

### Опубликовал

sobodv

### Автор или источник

sobopedia

### Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

### Тема

Дискретные случайные величины (/Topics/Details?id=7)

### Раздел

Распределение дискретной случайной величины (/SubTopics/Details?id=36)

### Дата публикации

28.09.2019

### Дата последней правки

23.10.2021

### Последний вносивший правки

sobodv

### Рейтинг



## Условие

Глубокой ночью вор проник в музей и пытается украсть несколько картин. Стоимости (в миллионах долларов) и вероятности похищения каждой из них представлены в таблице ниже;

Картина	Стоимость	Вероятность
Утро в случайном лесу	1	0.5
Последний день перед сессией	2	0.6
Студенты пишут письмо преподавателю	4	0.8

Вор пытается похитить каждую из картин, однако, **унести** с собой он сможет не более двух. Поэтому, если ему удастся украсть все три картины, то заберет и впоследствии продаст он лишь две картины, обладающие наибольшей стоимостью.

С вероятностью 0.3 картину "Утро в случайном лесу" вору удастся продать в два раза дороже её стоимости. Остальные картины вор продает по стоимости, указанной в таблице выше.

1. Запишите в форме таблицы распределение случайной величины  $X$  - стоимость **унесенных** вором картин.
2. Запишите в форме таблицы распределение случайной величины  $Y$  - вырученные вором деньги с продажи похищенных картин.
3. Запишите функцию распределения случайной величины  $Y$ .
4. Запишите функцию распределения случайной величины  $Y$  при условии, что вору удалось выручить не менее 4 миллионов долларов с продажи картин.
5. Запишите функцию распределения для случайной величины  $\min((Y - 3)^2, 4)$ , где  $\min$  - оператор выбора наименьшего из двух чисел.

## Решение

1. Введем событие  $A_i$  - вору удалось похитить  $i$ -ю картину, откуда получаем, что:

$$P(X = 0) = (\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}) = (1 - P(A_1))(1 - P(A_2))(1 - P(A_3)) = 0.5 * 0.4 * 0.2 = 0.04$$

$$P(X = 1) = 0.5 * (1 - 0.6)(1 - 0.8) = 0.04$$

$$P(X = 2) = (1 - 0.5) * 0.6 * (1 - 0.8) = 0.06$$

$$P(X = 3) = 0.5 * 0.6 * (1 - 0.8) = 0.06$$

$$P(X = 4) = (1 - 0.5) * (1 - 0.6) * 0.8 = 0.16$$

$$P(X = 5) = 0.5 * (1 - 0.6) * 0.8 = 0.16$$

$$P(X = 6) = 0.5 * 0.6 * 0.8 + (1 - 0.5) * 0.6 * 0.8 = 0.48$$

В итоге получаем таблицу:

$$\begin{bmatrix} P(X = x) & 0.04 & 0.04 & 0.06 & 0.06 & 0.16 & 0.16 & 0.48 \\ x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

2. Для начала найдем закон распределения:

$$P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.04$$

$$P(Y = 1) = (1 - 0.3) * P(X = 1) = (1 - 0.3) * 0.04 = 0.028$$

$$P(Y = 2) = P(X = 2) + 0.3P(X = 1) = 0.06 + 0.3 * 0.04 = 0.072$$

$$P(Y = 3) = (1 - 0.3) * P(X = 3) = (1 - 0.3) * 0.06 = 0.042$$

$$P(Y = 4) = P(X = 4) + 0.3P(X = 3) = 0.16 + 0.3 * 0.06 = 0.178$$

$$P(Y = 5) = (1 - 0.3)P(X = 5) = (1 - 0.3) * 0.16 = 0.112$$

$$P(Y = 6) = 0.3P(X = 5) + P(X = 6) = 0.3 * 0.16 + 0.48 = 0.528$$

Таким образом, получаем таблицу:

$$\begin{bmatrix} P(Y = x) & 0.04 & 0.028 & 0.072 & 0.042 & 0.178 & 0.112 & 0.528 \\ x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Нетрудно догадаться, что функция распределения будет иметь следующий вид:

$$F_Y(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ 0.04, & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 0.068, & \text{при } 1 \leq x < 2 \\ 0.14, & \text{при } 2 \leq x < 3 \\ 0.182, & \text{при } 3 \leq x < 4 \\ 0.36, & \text{при } 4 \leq x < 5 \\ 0.472, & \text{при } 5 \leq x < 6 \\ 1, & \text{при } x \geq 6 \end{cases}$$

4. Для начала найдем распределение условной случайной величины  $(Y|Y \geq 5)$ :

$$P(Y = 4|Y \geq 4) = P(Y = 4|(Y = 4) \cup (Y = 5) \cup (Y = 6)) = \\ = \frac{P(Y = 4)}{P(Y = 4) + P(Y = 5) + P(Y = 6)} = \frac{0.178}{0.178 + 0.112 + 0.528} = \frac{89}{409}$$

$$P(Y = 5|Y \geq 4) = \frac{0.112}{0.178 + 0.112 + 0.528} = \frac{56}{409}$$

$$P(Y = 6|Y \geq 4) = \frac{0.528}{0.178 + 0.112 + 0.528} = \frac{264}{409}$$

В итоге получаем функцию распределения для условной случайной величины:

$$F_{Y|Y \geq 4}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 4 \\ \frac{89}{409}, & \text{при } 4 \leq x < 5 \\ \frac{145}{409}, & \text{при } 5 \leq x < 6 \\ 1, & \text{при } x \geq 6 \end{cases}$$

5. Для начала найдем закон распределения:

$$P(\min((Y - 3)^2, 4) = 0) = P(Y = 3) = 0.042$$

$$P(\min((Y - 3)^2, 4) = 1) = P(Y = 2) + P(Y = 4) = 0.072 + 0.178 = 0.25$$

$$P(\min((Y - 3)^2, 4) = 4) = P(Y = 1) + P(Y = 5) + P(Y = 0) + P(Y = 6) = 0.028 + 0.112 + 0.04 + 0.528 = 0.708$$

Отсюда форма функции распределения становится очевидна:

$$F_{\min((Y-3)^2, 4)}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ 0.042, & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 0.292, & \text{при } 1 \leq x < 4 \\ 1, & \text{при } x \geq 4 \end{cases}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.