

Счетные задачи на ковариацию

Опубликовал

sobodv

Автор или источник

sobopedia

Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

Тема

Совместное распределение (/Topics/Details?id=10)

Раздел

Ковариация (/SubTopics/Details?id=63)

Дата публикации

11.11.2018

Дата последней правки

11.11.2018

Последний вносивший правки

sobodv

Рейтинг

★★★★★

Условие

1. Известно, что $E(XY) = 2E(X) = 3E(Y) = 10$, найдите $Cov(X, Y)$
2. Известно, что $Cov(\alpha X, X + \alpha Y) = 1$ и $Cov(X, Y) = Var(X) = 1$, найдите $\alpha > 0$
3. Докажите, что $Cov(X + Y, X - Y) \leq Var(X)$
4. Известно, что $E(X^2Y) = 10$, $Cov(X, Y) = 5$, $E(X) = 3$, $E(Y) = 8$, найдите $Cov(X, XY)$.
5. Последовательность независимых случайных величин X_1, \dots, X_n характеризуется тем, что $Var(X_i) = i$, $\forall i \in \{1 \dots n\}$. Найдите $Cov(X_1 + \dots + X_n, X_1 + \dots + X_n)$.

Решение

1. $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 10 - \frac{10}{2} \cdot \frac{10}{3} = -\frac{20}{3}$
2. $Cov(\alpha X, X + \alpha Y) = \alpha Var(X, X) + \alpha^2 Cov(X, Y) = \alpha + \alpha^2 = 1$, откуда $\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.
3. Поскольку $Cov(X + Y, X - Y) = Var(X) - Var(Y)$ и $Var(Y) \geq 0$, то $Cov(X + Y, X - Y) \leq Var(X)$.
4. $Cov(X, XY) = E(X^2Y) - E(X)E(XY) = E(X^2Y) - E(X) * (Cov(X, Y) + E(X)E(Y)) = 10 - 3 * (5 + 3 * 8) = 67$
5. Пользуясь независимостью случайных величин получаем:

$$Cov(X_1 + \dots + X_n, X_1 + \dots + X_n) = Var(X_1) + \dots + Var(X_n) = 1 + \dots + n = \frac{n+1}{2}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.
