

## Распределение в ланале

---

### Опубликовал

sobodv

### Автор или источник

sobopedia

### Предмет

Теория Вероятностей (/Subjects/Details?id=1)

### Тема

Совместное распределение (/Topics/Details?id=10)

### Раздел

Случайные векторы и ковариационная матрица (/SubTopics/Details?id=76)

### Дата публикации

28.11.2019

### Дата последней правки

28.11.2019

### Последний вносивший правки

sobodv

### Рейтинг

★★★

## Условие

Пусть  $X_i \sim \mathcal{N}(i, i^2)$ ,  $i \in \{1, 2, 3\}$  - нормальная случайная величина, причем  $\text{Corr}(X_i, X_j) = \frac{1}{i+j}$ ,  $\forall i \neq j$ .  
Рассмотрим следующий вектор:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$$

Найдите математическое ожидание, ковариационную матрицу и корреляционную матрицу следующих случайных векторов:

1.  $Y = AX$ , где  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix}$

2.  $Y = AX$ , где  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

# Решение

1. Осуществим соответствующие расчеты:

$$\begin{aligned} E(AX) &= E\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix} E\left(\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}\right) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 28 \\ 49 \end{bmatrix} \\ Cov(AX) &= Cov\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix} Cov\left(\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 9 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{1*4}}{1+2} & \frac{\sqrt{1*9}}{1+3} \\ \frac{\sqrt{1*4}}{1+2} & 4 & \frac{\sqrt{4*9}}{2+3} \\ \frac{\sqrt{1*9}}{1+3} & \frac{\sqrt{4*9}}{2+3} & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 9 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 119.557 & 209.433 & 383.683 \\ 209.433 & 404.000 & 717.533 \\ 383.683 & 717.533 & 1289.800 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Используя ковариационную матрицу нетрудно найти корреляционную:

$$Corr(AX) \approx \begin{bmatrix} 1 & \frac{209.433}{\sqrt{119.557*404.000}} & \frac{383.683}{\sqrt{119.557*1289.800}} \\ \frac{209.433}{\sqrt{119.557*404.000}} & 1 & \frac{717.533}{\sqrt{404.000*1289.800}} \\ \frac{383.683}{\sqrt{119.557*1289.800}} & \frac{717.533}{\sqrt{404.000*1289.800}} & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0.95 & 0.98 \\ 0.95 & 1 & 0.99 \\ 0.98 & 0.99 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Нетрудно получить следующие результаты:

$$\begin{aligned} E(AX) &= E(X_1 + 2X_2 + 3X_3) = 1 + 2 * 2 + 3 * 3 = 14 \\ Var(AX) &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{1*4}}{1+2} & \frac{\sqrt{1*9}}{1+3} \\ \frac{\sqrt{1*4}}{1+2} & 4 & \frac{\sqrt{4*9}}{2+3} \\ \frac{\sqrt{1*9}}{1+3} & \frac{\sqrt{4*9}}{2+3} & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 119.5667 \\ Corr(AX) &= 1 \end{aligned}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.