

## Тест о явке на выборы

---

### Опубликовал

sobodv

### Автор или источник

sobopedia

### Предмет

Математическая Статистика (/Subjects/Details?id=5)

### Тема

Теория проверки статистических гипотез (/Topics/Details?id=35)

### Раздел

Критерий Хи-Квадрат Пирсона (/SubTopics/Details?id=128)

### Дата публикации

22.05.2020

### Дата последней правки

13.05.2021

### Последний вносивший правки

sobodv

### Рейтинг

★★★

## Условие

В очень большой стране проходят выборы и каждый гражданин заранее однозначно определился с тем, за кого из кандидатов он собирается отдать свой голос и пойдет ли он на выборы. Начальник предвыборного штаба предполагает, что его кандидат  $A$  наберет 60% голосов избирателей и что явка на выборы составит 20%. Кроме того, начальник штаба считает, что среди тех, кто поддерживает его кандидата, на выборы пойдут 24% избирателей. Наконец, начальник штаба предполагает, что его кандидата поддерживает половина жителей страны.

На кануне выборов в стране провели репрезентативный, независимый опрос, участие в котором приняли 1000 граждан. Каждому из них был задан вопрос о том, пойдет ли гражданин на выборы и будет ли он поддерживать кандидата  $A$ . Результаты опроса представлены ниже в таблице:

	Поддерживаю	Не поддерживаю
Пойду	150	50
Не пойду	350	450

1. Используя тест хи-квадрат Пирсона на 10%-м уровне значимости определите, согласуются ли результаты опроса с предположениями начальника штаба: запишите нулевую гипотезу, критическую область и тестовую статистику теста, а также её асимптотическое распределение (при условии, что верна нулевая гипотеза) и реализацию.

**Примечание:** необходимо использовать **всю** доступную информацию о предположениях начальника штаба.

2. Посчитайте p-value теста, то есть на каком минимальном уровне значимости нулевая гипотеза будет отвергнута. Ответ дайте с точностью до пятого знака после запятой.

**Примечание:** посчитайте квантиль распределения статистики критерия на компьютере.

## Решение

1. Обозначим через  $V$  (vote) событие, в соответствии с которым случайно выбранный гражданин голосует за кандидата  $A$ . Через  $G$  (go) обозначим событие, в соответствии с которым случайно выбранный гражданин идет на выборы. Из условия задачи известно, что в соответствии с предположениями начальника штаба:

$$P(G) = 0.2$$

$$P(V) = 0.5$$

$$P(V|G) = 0.6$$

$$P(G|V) = 0.24$$

Используем соответствующую информацию для расчета дополнительных вероятностей:

$$P(V \cap G) = P(V|G)P(G) = 0.6 * 0.2 = 0.12$$

$$P(\bar{V} \cap G) = P(\bar{V}|G)P(G) = 0.4 * 0.2 = 0.08$$

$$P(V \cap \bar{G}) = P(\bar{G}|V)P(V) = 0.76 * 0.5 = 0.38$$

$$P(\bar{V} \cap \bar{G}) = 1 - 0.12 - 0.08 - 0.38 = 0.42$$

В результате предположения начальника штаба формируют следующую нулевую гипотезу:

$$H_0 : \begin{cases} P(V \cap G) = 0.12 \\ P(\bar{V} \cap G) = 0.08 \\ P(V \cap \bar{G}) = 0.38 \\ P(\bar{V} \cap \bar{G}) = 0.42 \end{cases}$$

Реализация статистики будет иметь вид:

$$(T(X)|X = x) = \left( \frac{(0.12 * 1000 - 150)^2}{0.12 * 1000} \right) + \left( \frac{(0.08 * 1000 - 50)^2}{0.08 * 1000} \right) + \\ + \left( \frac{(0.38 * 1000 - 350)^2}{0.38 * 1000} \right) + \left( \frac{(0.42 * 1000 - 450)^2}{0.42 * 1000} \right) \approx 23.26$$

Поскольку статистика теста имеет асимптотическое распределение  $\chi^2((2-1) * (2-1))$  и  $\alpha = 0.1$ , то критическая область будет задана как:

$$x^{(1)} = (\chi_{1,1-0.1}^2, \infty) \approx (2.705543, \infty)$$

Поскольку  $23.26 > 2.705543$ , то нулевая гипотеза о верности предположений начальника штаба отвергается на уровне значимости  $\alpha = 0.1$ .

2. Очевидно, что:

$$\text{p-value} = P(T(X) \geq 2.705543 | H_0) = 1 - F_{\chi^2(1)}(411.73) \approx 1.415127 * 10^{-6}$$

Показать решение

Пожалуйста, войдите или зарегистрируйтесь, чтобы оценивать задачи, добавлять их в избранные и совершать некоторые другие, дополнительные действия.