

## Probabilități Laborator 10

Lucru cu v.a. discrete unidimensionale și bidimensionale

1. Fie variabila aleatoare discretă  $X : \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 3p & 4p & 2p & p & p \end{pmatrix}$ ,  $p \in \mathbb{R}$ . Să se determine:

- determinați parametrul real  $p$
- funcția de repartiție a variabilei aleatoare  $X$  și să se reprezinte grafic.
- media și dispersia variabilelor  $16X - 23$  și  $3X - 2$ .

2. Se dau variabilele aleatoare discrete  $X : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$  și  $Y : \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$ .

Fie  $k = P(X = 1, Y = -1)$ . Să se determine:

- repartiția comună a variabilelor aleatoare  $X$  și  $Y$
- coeficientul de corelație al variabilelor  $X$  și  $Y$
- valorile parametrului  $k$  pentru care  $X$  și  $Y$  sunt necorelate; în acest caz să se testeze dacă  $X$  și  $Y$  sunt independente.

3. Se dau variabilele aleatoare independente:  $X : \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & p & q \end{pmatrix}$  și

$Y : \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}-q & p \end{pmatrix}$ ,  $p, q, a \in \mathbb{R}$ . Să se determine parametrul real  $a$  astfel încât

variabila aleatoare  $X - Y$  să aibă dispersia egală cu  $\frac{4}{9}$ . Stabiliți dacă valoarea parametrului real  $a$  influențează valoarea coeficientului de corelație dintre  $X$  și  $Y$ .

4. Fie variabila aleatoare discretă  $X : \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 & 6 \\ 6p & 2p & 9p & p \end{pmatrix}$ ,  $p \in \mathbb{R}$ . Să se determine

parametrii reali  $a$  și  $b$  astfel încât variabila aleatoare  $Y = aX + b$  să aibă media egală cu 57 și dispersia egală cu 75. Construiți apoi funcția de repartiție a variabilei aleatoare  $X$  și reprezentați-o grafic.

5. Se dau variabilele aleatoare discrete  $X : \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$  și  $Y : \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$ .

Fie  $k = P(X = -2, Y = 3)$ .

- Să se construiască repartiția comună a variabilelor aleatoare  $X$  și  $Y$ .
- Să se determine parametrul real  $k$  astfel încât cele două variabile să fie necorelate.
- Pentru  $k$  de la punctul anterior să se verifice dacă variabilele  $X$  și  $Y$  sunt independente.

6. Fie variabila aleatoare discretă:

$$X : \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 3p & 4p & 2p & p & p \end{pmatrix}, \quad p \in \mathbb{R}$$

- Determinați valoarea parametrului  $p \in \mathbb{R}$
- Construiți funcția de repartiție a lui  $X$  și realizați graficul acesteia
- Calculați  $E(3X - 2)$ ,  $Var(6X - 3)$ ,  $E(X + X^2)$
- Calculați  $P(|X| < \frac{1}{2} / -1.25 < X < 0.75)$

7. Se consideră variabila aleatoare bidimensională  $(X, Y)$ , având repartiția:

$X \backslash Y$	-2	0	9	$P(X = X_i)$
-1	$b$	$2b$	0	
0	$3b$	$4b$	$5b$	
$P(Y = Y_j)$				

unde  $b \in \mathbb{R}$ .

- Să se determine tabloul repartiției variabilei aleatoare bidimensionale  $(X, Y)$  și repartițiile marginale.
- Să se studieze independența variabilelor aleatoare  $X$  și  $Y$  și să se calculeze  $P(X \cdot Y \neq 0)$
- Să se calculeze dispersia variabilei aleatoare  $3X - 2Y$ .

8. Fie  $X$  și  $Y$  două v.a. discrete a căror repartiție comună incompletă este dată mai jos:

$X \backslash Y$	-2	-1	0	1	$p_i$
-1	1/80	2/80	3/80		1/4
0	2/80	3/80	14/80	1/80	
1	3/80		1/80	2/80	1/4
2			2/80		
$q_j$	1/4			1/4	

Să se determine:

- repartiția comună a lui  $X$  și  $Y$  (de completat tabelul!) și repartițiile marginale ale acestora
- coeficientul de corelație dintre  $X$  și  $Y$
- v.a. condiționate  $X|Y=0$  și  $Y|X=2$  și mediile acestora
- $\text{Var}(-3Y+3)$
- $P(X<1, Y>-1)$

9. Fie  $X$  și  $Y$  două v.a. discrete a căror repartiție comună incompletă este dată mai jos:

$X \backslash Y$	-2	-1	0	1	2	$p_i$
-1	1/10	1/50	3/50	1/50	1/10	
0		3/25		3/25		
1	2/25	1/50	7/50	1/50	2/25	
$q_j$	11/50		6/25		11/50	

Să se determine:

- repartiția comună a lui  $X$  și  $Y$  (de completat tabelul!) și repartițiile marginale ale acestora
- coeficientul de corelație dintre  $X$  și  $Y$
- v.a. condiționate  $X|Y=0$  și  $Y|X=1$  și mediile acestora
- $\text{Var}(3X+5)$
- $P(X<1, Y>0)$

10. Fie  $X$  și  $Y$  două v.a. discrete a căror repartiție comună incompletă este dată mai jos:

$X \backslash Y$	1	2	3	4	$p_i$
0	4/40	3/40	2/40		1/4
1		4/40	3/40	2/40	1/4
2	2/40	1/40		3/40	1/4
3	3/40		1/40	4/40	
$q_i$					

Să se determine:

- repartiția comună a lui  $X$  și  $Y$  (de completat tabelul!) și repartițiile marginale ale acestora
- coeficientul de corelație dintre  $X$  și  $Y$
- v.a. condiționate  $X|Y=3$  și  $Y|X=1$  și mediile acestora
- $\text{Var}(-X+5)$
- $P(X < 1, Y > 3)$