



Technische
Universität
Braunschweig

Institut für Programmierung
und Reaktive Systeme



Programmieren für Fortgeschrittene - eine Einführung in Haskell

Tag 4 — ein bisschen noch

Stephan Mielke, 12.01.2015

Technische Universität Braunschweig, IPS

Überblick

- **Lazy**
- Funktionen höherer Ordnung (HOF)
- Lambda Ausdrücke
- Beispiele für Currying, Lambda und HOF
- Listen API

Lazy

Betrachte folgende Funktion

```
rechne :: Double -> Double -> Double
rechne a b = if a > 10
              then a + b
              else a
```

Was erwartet ihr beim Aufruf von

rechne 12 6

Lazy

Betrachte folgende Funktion

```
rechne :: Double -> Double -> Double
rechne a b = if a > 10
              then a + b
              else a
```

und bei

```
rechne 9 (10 / 0)
```

Lazy

Wir betrachten

```
prims :: [Integer] -> Int -> [Integer]
prims _ 0 = []
prims (p:xs) i = (:) p $prims
                  [x|x<- xs, mod x p > 0] $i + 1
```

Terminiert die Funktion?

Lazy

Wir betrachten

```
prims :: [Integer] -> Int -> [Integer]
prims _ 0 = []
prims (p:xs) i = (:) p $prims
                  [x|x<- xs, mod x p > 0] $i + 1
```

Terminiert die Funktion?

Terminiert die Funktion auch bei der Eingabe von

primes [2..] 1

Lazy

- Haskell verwendet die Lazy-Evaluation für Ausdrücke
- Lazy \equiv Call-by-Need
- Dadurch sind Funktionen nicht strikt

Lazy — unendliche Listen

- Es werden vom Start an eine bestimmte Anzahl an Elemente erstellt
- Wenn weitere Elemente benötigt werden, werden diese neu erstellt
- Wird immer nur ein Abschnitt benötigt, wird der Start wieder gelöscht stellt es euch als „Ringpuffer“ vor
- Wenn jedoch alle Elemente benötigt werden → bis Speicher voll
- z.B.: für die Liste $[x**x \mid x <- [1..]]$ sind wir bei Element 42, die Elemente 32–52 sind bereits berechnet

```
drop 32 $ take 52 [x**x | x <- [1..]]
[1.2911004008776103e50,1.1756638905368616e52,1.1025074993541487e54,1.0638735892371651e56
,1.0555134955777783e58,1.075911801979994e60,1.125951474620712e62,1.2089258196146292e64
,1.330877630632712e66,1.5013093754529656e68,1.7343773367030268e70,2.05077382356061e72
,2.4806364445134117e74,3.068034630079427e76,3.877924263464449e78,5.007020782634593e80
,6.600972468621954e82,8.881784197001252e84,1.2192113050946485e87,1.7067655527413216e89]
```


Lazy — Parameter und Ausdrücke

- Haskell verwendet Call-by-Need
- Call-by-Need ist eine Form des Call-by-Name

Lazy — Call-by-Name

- Ausdrücke werden nicht sofort ausgewertet sondern nur übergeben
- `max (4 + 6) (10 / 0)`

Lazy — Call-by-Name

- Ausdrücke werden nicht sofort ausgewertet sondern nur übergeben
- `max (4 + 6) (10 / 0)`
- \Rightarrow `if (4 + 6) > (10 / 0) then (4 + 6) else (10 / 0)`

Lazy — Call-by-Name

- Ausdrücke werden nicht sofort ausgewertet sondern nur übergeben
- `max (4 + 6) (10 / 0)`
- \Rightarrow `if (4 + 6) > (10 / 0) then (4 + 6) else (10 / 0)`
- \Rightarrow `(4 + 6) > (10 / 0)`

Lazy — Call-by-Name

- Ausdrücke werden nicht sofort ausgewertet sondern nur übergeben
- `max (4 + 6) (10 / 0)`
- \Rightarrow `if (4 + 6) > (10 / 0) then (4 + 6) else (10 / 0)`
- \Rightarrow `(4 + 6) > (10 / 0)`
- \Rightarrow `10 > (10 / 0)`

Lazy — Call-by-Name

- Ausdrücke werden nicht sofort ausgewertet sondern nur übergeben
- `max` $(4 + 6)(10 / 0)$
- \Rightarrow `if` $(4 + 6) > (10 / 0)$ `then` $(4 + 6)$ `else` $(10 / 0)$
- $\Rightarrow (4 + 6) > (10 / 0)$
- $\Rightarrow 10 > (10 / 0)$
- $\Rightarrow \downarrow$

Lazy — Call-by-Need

- Call-by-Need erweitert Call-by-Name um Sharing
- Sharing: gleiche Ausdrücke werden nur einmal ausgewertet

```
(product [1..50000]) - (product [1..49999])  
...  
  
take 9 [div 100 (10 - x) | x <- [1..]]  
[11,12,14,16,20,25,33,50,100]
```

Überblick

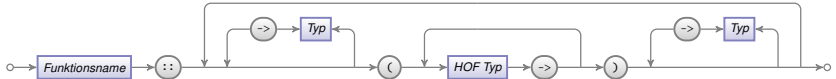
- Lazy
- **Funktionen höherer Ordnung (HOF)**
- Lambda Ausdrücke
- Beispiele für Currying, Lambda und HOF
- Listen API

Funktionen höherer Ordnung (HOF)- Allgemeines zu HOF

- **Funktionen höherer Ordnung (HOF)**
 - Allgemeines zu HOF
 - Funktionskomposition

Funktionen höherer Ordnung (HOF)

- Funktionen können als Parameter nicht nur Ausdrücke sondern auch Funktionen erhalten
- Dieses wird im Funktionskopf angegeben



Funktionen höherer Ordnung (HOF)

```
filter :: (Int -> Bool) -> [Int] -> [Int]
filter do []          = []
filter do (x:xs) | do x      = x : filter do xs
                  | otherwise = filter do xs
```

Funktionen höherer Ordnung (HOF)- Funktionskomposition

- **Funktionen höherer Ordnung (HOF)**
 - Allgemeines zu HOF
 - Funktionskomposition

Funktionskomposition

Wie vermeiden wir am besten „Klammerungswirrwarr“

```
f (f (f (f (f (f (f (f (f x))))))))
```

Funktionskomposition

Wie vermeiden wir am besten „Klammerungswirrwarr“

```
f (f (f (f (f (f (f (f (f x))))))))
```

Mit dem „Punkt“-Operator können wir Funktionen verbinden

```
(f.f.f.f.f.f.f.f.f)x
```

Funktionskomposition

Wie vermeiden wir am besten „Klammerungswirrwarr“

$$f(f(f(f(f(f(f(f(f(x))))))))$$

Mit dem „Punkt“-Operator können wir Funktionen verbinden

(f.f.f.f.f.f.f.f.f.f)x

Oder dem \$-Operator die Auswertungsreihenfolge verändern

f \$ f \$ f \$ f \$ f \$ f \$ f \$ f \$ x

Funktionskomposition

Der „Punkt“-Operator ist definiert mit

```
(.) :: (b -> c) -> (a -> b) -> a -> c  
(.) outerFunc innerFunc x = outerFunc (innerFunc x)
```

Das Resultat der inneren Funktion wird auf die äußere angewandt

Funktionskomposition

Der \$-Operator ist definiert mit

```
($) :: (a -> b) -> a -> b  
($) func x = func x
```

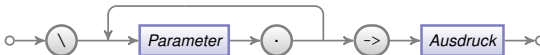
Die Funktion wird auf das Resultat von dem Ausdruck der „rechts“ vom Operator steht angewandt

Überblick

- Lazy
- Funktionen höherer Ordnung (HOF)
- **Lambda Ausdrücke**
- Beispiele für Currying, Lambda und HOF
- Listen API

Anonyme Funktionen

- Haskell unterstützt anonyme Funktionen in Form von λ -Ausdrücken
- Das λ -Symbol wird durch „\“ repräsentiert
 $\lambda x \rightsquigarrow x$
- Aufbau:
- Durch das Currying können λ -Ausdrücke mehrere Argumente besitzen
- Es gelten alle bekannten Regeln für die λ -Notation



Beispiele - Lambda-Ausdrücke

```
plus = \x -> \y -> x + y
```

```
istKleiner = \x -> \y -> x < y
```

```
g = \x -> \y -> (\y -> \x -> (y,x)) y x
```

Beispiele — Lambda-Ausdrücke

```
-- y "Operator"  
y f = f (y f)  
  
fac = y (\f n -> if n > 0 then n * f (n - 1) else 1)
```

Beispiele — Lambda-Ausdrücke

```
-- y "Operator"  
y f = f (y f)  
  
fac = y (\f n -> if n > 0 then n * f (n - 1) else 1)
```

Aufruf

fac 5

Beispiele — Lambda-Ausdrücke

```
-- y "Operator"  
y f = f (y f)  
  
fac = y (\f n -> if n > 0 then n * f (n - 1) else 1)
```

Aufruf

fac 5

Ausgabe

120

Überblick

- Lazy
- Funktionen höherer Ordnung (HOF)
- Lambda Ausdrücke
- **Beispiele für Currying, Lambda und HOF**
- Listen API

Menge I

```
module MySet(myPrint, myElem, mySingleSet, myBoolSet,  
  myListSet, myAdd, myUnion, myIntersect, myDiff, myFilter  
  , myForAll, myExists, mySubset, myEquals) where
```

```
type Set = Int -> Bool
```

```
myStart = -10000
```

```
myEnd    = 10000
```

```
myPrint :: Set -> [Int]
```

```
myPrint set = myPrint' set myStart myEnd
```

```
where
```

```
  myPrint' s min max | min > max      = []
```

```
    | myElem s min = min : (myPrint' s (min + 1) max)
```

```
    | otherwise    = myPrint' s (min + 1) max
```

Menge II

```
myElem :: Set -> Int -> Bool
```

```
myElem s e = s e
```

```
mySingleSet :: Int -> Set
```

```
mySingleSet e = (==) e
```

```
myBoolSet :: (Int -> Bool) -> Set
```

```
myBoolSet p = p
```

```
myListSet :: [Int] -> Set
```

```
myListSet list = \x -> myFind list x
```

```
where
```

```
myFind :: [Int] -> Int -> Bool
```

```
myFind [] _ = False
```

```
myFind (y:ys) x = x == y || myFind ys x
```

Menge III

```
myAdd :: Set -> Int -> Set
myAdd s i = (mySingleSet i) 'myUnion' s

myUnion :: Set -> Set -> Set
myUnion a b = \x -> ((myElem a x) || (myElem b x))

myIntersect :: Set -> Set -> Set
myIntersect a b = \x -> ((myElem a x) && (myElem b x))

myDiff :: Set -> Set -> Set
myDiff a b = \x -> ((myElem a x) && not (myElem b x))

myFilter :: Set -> (Int -> Bool) -> Set
myFilter s f = \x -> (f x && s x)
```

Menge IV

```
myForAll :: Set -> (Int -> Bool) -> Int -> Int -> Bool
myForAll s p min max
  | min > max      = True
  | myElem s min = p min && myForAll s p (min + 1) max
  | otherwise      = myForAll s p (min + 1) max

myExists :: Set -> (Int -> Bool) -> Int -> Int -> Bool
myExists s p min max = not (myForAll s (not.p) min max)

mySubset :: Set -> Set -> Bool
mySubset a b = myForAll a (\x -> myExists b (\y -> x == y)
  myStart myEnd) myStart myEnd

myEquals :: Set -> Set -> Bool
myEquals a b = (mySubset a b) && (mySubset b a)
```

Überblick

- Lazy
- Funktionen höherer Ordnung (HOF)
- Lambda Ausdrücke
- Beispiele für Currying, Lambda und HOF
- **Listen API**

Listen API

Basis Funktionen

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$
hängt die zweite an die erste Liste
- **last** $:: [a] \rightarrow a$
letztes Element
- **init** $:: [a] \rightarrow [a]$
ohne das letzte Element
- **null** $:: [a] \rightarrow \text{Bool}$
testet, ob leer
- **length** $:: [a] \rightarrow \text{Int}$
Länge der Liste

Listen API

transformations Funktionen

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
wendet die Funktion `a -> b` auf jedes Element an
- `reverse :: [a] -> [a]`
dreht die Liste um
- `subsequences :: [a] -> [[a]]`
berechnet die Potenzmenge
- `permutations :: [a] -> [[a]]`
berechnet alle Permutationen

Listen API

```
map (^2) [1..10]  
[1,4,9,16,25,36,49,64,81,100]
```

```
reverse [-x | x <- [1,10]]  
[-10,-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1]
```

```
Data.List.subsequences "123"  
["","1","2","12","3","13","23","123"]
```

```
Data.List.permutations "123"  
["123","213","321","231","312","132"]
```


Listen API

Auflösungs-Funktionen

- **foldl** :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b
wendet die Funktion (b -> a -> b) mit dem übergebenen Element von links nach rechts an
- **foldr** :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
wendet die Funktion (a -> b -> b) mit dem übergebenen Element von rechts nach links an

```
foldl (-) 10 [1..5]
```

```
10-1-2-3-4-5 = -15
```

```
foldr (-) 10 [1..5]
```

```
1-(2-(3-(4-(5-10)))) = -7
```

Listen API

Abschnitts-Funktionen

- **take** :: **Int** -> [a] -> [a]
nimmt die ersten n Elemente
- **drop** :: **Int** -> [a] -> [a]
löscht die ersten n Elemente
- **span** :: (a -> **Bool**) -> [a] -> ([a], [a])
spaltet eine Liste in zwei Teile
- **group** :: **Eq** a => [a] -> [[a]]
gruppiert gleiche Elemente zu eigenen Listen in einer Liste
- **inits** :: [a] -> [[a]]
gibt alle möglichen Restlisten zurück
- **tails** :: [a] -> [[a]]
gibt alle möglichen Startlisten zurück

Listen API

Such-Funktionen

- **elem** :: **Eq** a => a -> [a] -> **Bool**
prüft, ob enthalten
- **lookup** :: **Eq** a => a -> [(a, b)] -> **Maybe** b
gibt den Value einer Key-Value-Liste
- **find** :: (a -> **Bool**) -> [a] -> **Maybe** a
gibt das erste Element zurück, das die Bedingung erfüllt
- **filter** :: (a -> **Bool**) -> [a] -> [a]
filtert die Liste (Positiv-Filter)
- **partition** :: (a -> **Bool**) -> [a] -> ([a], [a])
teilt eine Liste in zwei Listen mit „erfüllt“ und „erfüllt nicht“

Listen API

ZIP-Funktionen

- **zip** :: [a] -> [b] -> [(a, b)]
bildet Tupel aus den Elementen, Anzahl ist beschränkt nach der kürzesten
- **zipWith** :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
statt Tupel zu bilden werden die Elemente an die Funktion übergeben
- **unzip** :: [(a, b)] -> ([a], [b])
statt Tupel zu bilden werden die Elemente an die Funktion übergeben

Listen API

```
zip [42..] [5..10]  
[(42,5),(43,6),(44,7),(45,8),(46,9),(47,10)]
```

```
zipWith (*) [42..] [5..10]  
[210,258,308,360,414,470]
```

```
unzip [(x, x^x) | x <- [3..5]]  
([3,4,5],[27,256,3125])
```

Danke

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit und das Interesse!