



Instrukcja

Analiza Sygnału
w Dziedzinie
Czasu i Częstości
dr Teodor Buchner

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
WYDZIAŁ FIZYKI

PRACOWNIA FIZYKI UKŁADU KRAŻENIA CZŁOWIEKA
efizyka.if.pw.edu.pl/twiki/bin/view/ACC/



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



PRZYGOTOWANIE I REALIZACJA SPECJALNOŚCI WSPÓLFINANSOWANE ZE ŚRODKÓW UNII EUROPEJSKIEJ W RAMACH EUROPEJSKIEGO FUNDUSZU SPOŁECZNEGO

Ćwiczenie 5 *Transformata falkowa*

Wprowadzenie

Ćwiczenie ma na celu wprowadzenie w analizę czas-częstość przy użyciu transformaty falkowej. Jako przykład sygnału niestacjonarnego wykorzystamy sygnał mowy oraz sygnał syntetyczny.

Jednym z podstawowych zagadnień w analizie, rozpoznawaniu i syntezie mowy ludzkiej jest rozpoznanie tzw. formantów - struktur czasowo-częstotliwościowych odpowiadających konkretnym głoskom. Analizy formantów dokonuje się także w przypadku analizy dźwięków wydawanych przez zwierzęta (nietoperze, walenie). Analiza tego typu jest również użyteczna w zagadnieniach inżynierskich - por. Białasiewicz - gdzie pojawienie się drgań o niskich częstościach jest interpretowane jako efekt zmęczenia badanych mechanizmów lub problem konstrukcyjny, któremu należy zapobiegać przez modyfikację drgających mechanizmów.

Transformata falkowa, podobnie jak inne metody analizy czas-częstość, bywa często wykorzystywana do tego typu analiz. Zapoznamy się tutaj z podejściem zorientowanym numerycznie, które pozwala na przyspieszenie obliczeń. Dość wspomnieć, że istnieją implementacje dyskretnej transformaty falkowej (DWT), które umożliwiają jej wyznaczanie w czasie rzeczywistym, co pozwala na wykorzystanie jej wyników w sterownikach przemysłowych.

Układ liniowy (czwórnik) możemy traktować jak filtr w dziedzinie częstotliwości. Filtracja w dziedzinie częstotliwości jest równoważna operacji splotu w dziedzinie czasu. Mnożenie sygnału wejściowego (np. harmonicznego) przez transmitancję daje odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości. Analogicznie odpowiedź układu w funkcji czasu można uzyskać przez operację splotu sygnału wejściowego z funkcją odpowiedzi na skok jednostkowy, która stanowi odwrotną transformatę Fouriera funkcji transmitancji.

Operację splotu można postrzegać jako iloczyn skalarny badanego sygnału i danej funkcji bazowej. Zatem wyjście układu liniowego (filtra) złożone jest z kolejno wyznaczonych iloczynów skalarnych, gdzie funkcją bazową jest odpowiedź na skok jednostkowy. Wynikiem są współczynniki rozwinięcia badanego sygnału w bazie nieskończenie wielu kopii funkcji h , różniących się argumentem, który jest przesunięty za każdym razem o 1 próbkę. Taka operacja jest możliwa jedynie skończonej długości nośnika funkcji bazowych. Przy odpowiedniej konstrukcji funkcje takie dla przesuniętych wartości argumentu są ortogonalne.

Opisana powyżej operacja jest istotą transformaty falkowej, przy czym powtarza się ją najpierw dla różnych lokalizacji w czasie "środek" funkcji bazowej, a następnie, co będzie opisane poniżej, dla różnych skal czasowych.

W transformacie falkowej sygnał przepuszczany jest na każdym poziomie przez parę filtrów, które mają własność sprzężonych filtrów zwierciadlanych (quadrature mirror filters - QMF): suma mocy sygnału na wyjściu filtrów jest równa mocy sygnału na wejściu. Zarazem suma kwadratów transmitancji jest równa 1. Jeden z filtrów ma charakter dolnoprzepustowy (low pass - LP) a drugi - górnoprzepustowy (high pass - HP). Sygnał na wyjściu filtra HP to współczynniki rozwinięcia w bazie falek (jest to zarazem wynik transformaty falkowej na danym poziomie), zaś sygnał na wyjściu filtra LP to współczynniki rozwinięcia w bazie funkcji skalujących. Następnie obie grupy współczynników poddane są tzw. decymacji - używana jest co druga wartość. W ten sposób analizowane pasmo częstości przesuwane jest o połowę swojej wartości w dół. Następnie operacja filtracji jest powtórzona: tym razem na wejściu obu filtrów jest wektor współczynników, które wyszły z filtra dolnoprzepustowego. W ten sposób na wyjściu filtra HP otrzymujemy kolejne współczynniki rozwinięcia w bazie falek

przeskalowanych w dziedzinie czasu (i zarazem częstości). Po wielokrotnej realizacji tych operacji otrzymujemy tzw skalogram: zbiór współczynników transformaty falkowej odpowiadający rozwinięciom w bazie falek o różnych skalach. Technika opisana powyżej realizuje rozpięcie na siatce diadycznej, na której skala zmienia się o $\frac{1}{2}$. W związku z tym analizowany sygnał jest za każdym razem $2x$ krótszy, zaś procedurę kończymy po wykonaniu analizy w zadanej liczbie skal, przy czym liczba skal jest albo zadana jako parametr albo określona przez długość sygnału wejściowego - jako $\log_2 N$, gdzie N - długość sygnału.

Opisaną powyżej operację można obrócić, co realizuje tzw odwrotną transformatę falkową. Różnica jest taka, iż w miejsce filtrów LP i HP analizy falkowej wstawiane są filtry syntezy o innych współczynnikach, zaś po zmianie skali sygnał jest uzupełniany zerami, co stanowi odwrotność decymacji.

Jeśli przy syntezie niektóre skale zostaną pominięte, sygnał wyjściowy zostaje poddany filtracji. Tą samą drogą można dokonywać kompresji sygnału. Operacja taka wykorzystywana jest w standardzie JPEG-2000.

Filtracja w wielu skalach w praktyce numerycznej wykorzystuje wielokrotnie te same filtry, przy zmieniającym się sygnale wejściowym. Formalnie można tę operację przedstawić jako filtrację przez zespół filtrów.

Każda falka ma swój zakres częstości - w istocie obejmujący pewne pasmo częstotliwości. W związku z tym można formalnie przekształcić skalogram w diagram czas-częstość, przypisując każdej ze skal częstość centralną falki o danej skali.

Wykonanie ćwiczenia

Środowisko sugerowane: *Matlab*.

Przygotuj skrypt który wykona następujące czynności:

- Wygeneruje falkę podstawową typu Coiflet1

```
f = [ .038580777748 .126969125396 -.077161555496 ...
      -.607491641386 .745687558934 -.226584265197 ];
```

- Przeanalizuje dowolny fragment nietrywialnego sygnału o długości 2^L za pomocą dyskretnej transformaty falkowej, a więc:
 - Utworzy filtr zwierciadlany do falki Coiflet - dolnoprzepustowy przez operację:


```
y = -( (-1).^(1:length(f)) ).*f;
```
 - Dokona filtracji, a więc wykona spłot cykliczny (por wykład) sygnału z filtrem falki (górnoprzepustowym) i filtrem zwierciadlanym do falki (dolnoprzepustowym).
 - Dokona decymacji współczynników które stanowią wynik spłotu dla obu filtrów.
 - Zapamięta współczynniki filtracji filtrem górnoprzepustowym jako współczynniki rozwinięcia falkowego dla danej skali.
 - Podstawi zdecydowane współczynniki filtracji filtrem dolnoprzepustowym jako sygnał dla analizy w następnej skali.
 - Wykona powyższą operację maksymalną możliwą ilość razy (dla danej długości sygnału).
- Następnie należy wyznaczyć częstość centralną falki dla każdej skali.
- Następnie należy narysować skalogram badanego sygnału, zaś oś skal wyskalować w Hz.
- Proszę zacząć badanie od prostych sygnałów (sygnał harmoniczny, chirp) żeby było dobrze widać co się dzieje w wynikach, a następnie przeanalizować sygnał z pliku *rabarbar.wav*.
- *Wskazówka* Można wybrać dowolną inną falkę, byle nie db4 i o długości innej niż 4.