

1. Найти определитель матрицы.

2. Найти матрицу алгебраических дополнений A_+ .

3. Транспонировать матрицу алгебраических дополнений, то есть вычислить A_+^T .

4. Найти ответ по следующей формуле:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A_+^T$$

Пример.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = ?$$

1. Находим определитель матрицы

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \cdot (-3) - 4 \cdot (-2) = -1$$

Знак плюс, поскольку сумма номера строки (1) и столбца (1) элемента равна четному числу ($1+1=2$).

$$\begin{vmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= +6(-1)$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 6(-3) - 4 \cdot 5 = -38$$

Знак минус, поскольку сумма номера строки (1) и столбца (2) элемента равна нечетному числу ($1+2=3$).

$$\begin{vmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 6(-1) - 5(-38)$$

Знак плюс, поскольку сумма номера строки (1) и столбца (3) элемента равна четному числу ($1+3=4$).

$$\begin{vmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 6(-1) - 5(-38) + 7(-27) = -5$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 6(-2) - 5 \cdot 3 = -27$$

$|A|$

2. Находим матрицу алгебраических дополнений A_+ .

The original matrix is:

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

The calculation of the adjugate matrix A_+ involves finding the minors and their signs:

- Minor (1,1): $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = -1$, sign $1+1=2 \Rightarrow +$
- Minor (1,2): $\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = -38$, sign $1+2=3 \Rightarrow -$
- Minor (1,3): $\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = -18$, sign $1+3=4 \Rightarrow +$
- Minor (2,1): $\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = -1$, sign $2+1=3 \Rightarrow -$
- Minor (2,2): $\begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = -37$, sign $2+2=4 \Rightarrow +$
- Minor (2,3): $\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = -12$, sign $2+3=5 \Rightarrow -$
- Minor (3,1): $\begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} = -12$, sign $3+1=4 \Rightarrow +$
- Minor (3,2): $\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} = -12$, sign $3+2=5 \Rightarrow -$
- Minor (3,3): $\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} = -12$, sign $3+3=6 \Rightarrow +$

The adjugate matrix A_+ is the transpose of the matrix of minors:

$$A_+ = \begin{pmatrix} -1 & 38 & -27 \\ 1 & -53 & 37 \\ -1 & 18 & -12 \end{pmatrix}$$

3. Транспонировать матрицу алгебраических дополнений, то есть вычислить A_+^T .

$$A_+ = \begin{pmatrix} -1 & 38 & -27 \\ 1 & -53 & 37 \\ -1 & 18 & -12 \end{pmatrix} \Rightarrow A_+^T = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 38 & -53 & 18 \\ -27 & 37 & -12 \end{pmatrix}$$

4. Найти ответ по следующей формуле:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A_+^T = \frac{1}{-5} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 38 & -53 & 18 \\ -27 & 37 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{38}{5} & \frac{53}{5} & -\frac{18}{5} \\ \frac{27}{5} & -\frac{37}{5} & \frac{12}{5} \end{pmatrix} = A^{-1}$$

Ответ