

Finanse obliczeniowe - Duży projekt  
Wycena skomplikowanych opcji barierowych  
metodą PDE

Piotr Bochnia, Paweł Marcinkowski

19 czerwca 2014

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Wyceniane instrumenty</b>	<b>3</b>
2.1	Opcje z barierą monitorowaną dyskretnie . . . . .	3
2.2	Opcje z barierą monitorowaną w oknie czasowym . . . . .	3
2.3	Opcje paryskie . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Dokumentacja funkcji</b>	<b>4</b>
3.1	Opis funkcji . . . . .	5
3.1.1	DM_out . . . . .	6
3.1.2	DM_in . . . . .	6
3.1.3	Double_KO . . . . .	6
3.1.4	KIKO . . . . .	6
3.1.5	Window_out . . . . .	6
3.1.6	Window_in . . . . .	6
3.1.7	Window_DoubleKO . . . . .	7
3.1.8	Window_KIKO . . . . .	7
3.1.9	CalculatePriceGreeksParisianOut . . . . .	7
3.1.10	CalculatePriceGreeksParisianIn . . . . .	7

# 1 Wstęp

Celem niniejszego projektu jest implementacja algorytmów wyceny wybranych opcji barierowych metodą opartą na rozwiązywaniu równania Blacka-Scholesa. Na podstawie danych rynkowych oraz charakterystyk opcji napisany w Octave program wyznacza parametry równania Blacka-Scholesa wraz z odpowiednimi dla danego kontraktu warunkami brzegowymi i końcowymi, a następnie rozwiązuje to równanie metodą różnic skończonych (schemat Crank-Nicholson). Poza ceną opcji obliczane są także parametry greckie: *delta spot*, *delta forward*, *gamma spot*, *gamma forward*, *theta*, oraz *vega*.

## 2 Wyceniane instrumenty

Wycenę przeprowadzono dla wybranych skomplikowanych opcji barierowych: opcji z pojedynczą, dyskretnie monitorowaną barierą, opcji z podwójną barierą (monitorowaną w sposób zarówno dyskretny jak i ciągły), opcji barierowych z barierami monitorowanymi w oknie czasowym, oraz opcji paryskich.

Poniżej wymieniono poszczególne typy kontraktów, dla których zaimplementowano algorytm wyceny. Niech  $T$  będzie czasem zapadalności opcji,  $K$  ceną wykonania,  $U$  i  $L$  odpowiednio barierą górną i dolną, oraz  $S_t$  ceną instrumentu bazowego w chwili  $t$ . Ponadto niech  $f$  będzie funkcją wypłaty dla opcji waniliowej tj.  $f(x) = (x - K)^+$  dla opcji *call* i  $f(x) = (K - x)^+$  dla opcji *put*.

### 2.1 Opcje z barierą monitorowaną dyskretnie

Niech  $0 \leq T_1 < T_2 < \dots < T_L \leq T$  będą punktami monitorowania bariery.

- *Up and out* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\forall t \in \{T_1, \dots, T_L\} S_t < U\}}$
- *Up and in* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\exists t \in \{T_1, \dots, T_L\} S_t \geq U\}}$
- *Down and out* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\forall t \in \{T_1, \dots, T_L\} S_t > L\}}$
- *Down and in* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\exists t \in \{T_1, \dots, T_L\} S_t \leq L\}}$
- *Double Knock-out* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\forall t \in \{T_1, \dots, T_L\} L < S_t < U\}}$ . Zaimplementowano również wycenę tego typu opcji z ciągłym monitorowaniem bariery.
- *Knock-in Knock-out* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \left( \mathbb{1}_{\{\exists t \in \{T_1, \dots, T_L\} S_t \leq L\} \wedge \forall t \in \{T_1, \dots, T_L\} S_t < U\}} \right)$ . Zaimplementowano również wycenę tego typu opcji z ciągłym monitorowaniem bariery.

### 2.2 Opcje z barierą monitorowaną w oknie czasowym

Niech  $0 \leq \tau_1 < \tau_2 \leq T$  będą punktami odpowiednio początku i końca okna, którym monitorowana jest bariera.

- *Up and out* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\forall t \in [\tau_1, \tau_2] S_t < U\}}$
- *Up and in* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\exists t \in [\tau_1, \tau_2] S_t \geq U\}}$
- *Down and out* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\forall t \in [\tau_1, \tau_2] S_t > L\}}$
- *Down and in* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\exists t \in [\tau_1, \tau_2] S_t \leq L\}}$
- *Double Knock-out* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{\forall t \in [\tau_1, \tau_2] L < S_t < U\}}$
- *Knock-in Knock-out* z wypłatą  $X = f(S_T) \cdot \left( \mathbb{1}_{\{\exists t \in [\tau_1, \tau_2] S_t \leq L\}} \wedge \forall t \in [\tau_1, \tau_2] S_t < U \right)$

### 2.3 Opcje paryskie

Jednobarierowe opcje paryskie są kontraktami, w których własność *in* lub *out* jest aktywowana nie w momencie dotknięcia bariery lecz po pewnym ustalonym z góry czasie przebywania ceny instrumentu bazowego nad lub pod barierą (czas barierowy). Opcje typu paryskiego dzielą się na dwie klasy:

- *Parisian* - W momencie, gdy cena akcji jest równa barierze, czas barierowy jest zerowany.
- *Parasian* - Czas barierowy jest sumą wszystkich przebywań poza barierą.

Wypłata z opcji jest równa wypłacie z opcji europejskiej po spełnieniu warunków zależnych od typu bariery (analogicznie do tradycyjnych opcji barierowych) i zero w przeciwnym przypadku.

## 3 Dokumentacja funkcji

Wszystkie funkcje używane do wyceny opcji zwracają 7-elementowy wektor zawierający na kolejnych pozycjach odpowiednio cenę opcji, deltę spot, deltę forward, gammę spot, gammę forward, thetę oraz vegę. Funkcje przyjmują następujące argumenty:

- F\_bid - kurs forward bid
- F\_ask - kurs forward ask
- barrier - wysokość bariery (w przypadku opcji jednobarierowych, wyrażona w walucie kwotowania)
- Lbarrier - wysokość dolnej bariery (w przypadku opcji dwubarierowych, wyrażona w walucie kwotowania)
- Ubarrier - wysokość górnej bariery (w przypadku opcji dwubarierowych, wyrażona w walucie kwotowania)
- strike - kurs wykonania opcji

- `issue_date` - data zawarcia kontraktu (np. '21-May-2014')
- `expire_date` - data zapadalności kontraktu (np. '21-May-2014')
- `PPO` - liczba dni roboczych od daty zawarcia kontraktu do dnia zapłaty premi opcyjnej (*Premium Payment Offset*)
- `OSO` - liczba dni roboczych od daty zapadalności opcji do dnia rozliczenia kontraktu (*Option Settlement Offset*)
- `monitoring_dates` - wektor zawierający daty monitorowania barier w kolejności chronologicznej
- `price_type` - typ obliczanej ceny (poprawne wartości: *bid*, *ask*)
- `barrier_type` - typ bariery (w przypadku opcji jednobarierowych, poprawne wartości: *up*, *down*)
- `payoff_type` - typ opcji (poprawne wartości: *put*, *call*)
- `window_start_date` - data początku okna czasowego, w którym monitorowane są bariery
- `window_end_date` - data końca okna czasowego, w którym monitorowane są bariery
- `day_hat` - czas przebywania poza barierą konieczny do aktywacji bariery (w przypadku opcji paryskich, wyrażony w dniach)
- `isAsian` - parametr określający typ opcji paryskiej 0 - *Parisian*, 1 - *Parasian* (poprawne wartości: 0, 1)

Dodatkowo poprzez zmienne globalne przekazywane są parametry metody PDE

- `Mt` - liczba punktów siatki w wymiarze czasowym
- `Mx` - liczba punktów siatki w wymiarze przestrzennym
- `dsigma` - przyrost volatylity opcji używany do obliczania współczynnika *vega*

### 3.1 Opis funkcji

W tym podrozdziale zostaną przedstawione sygnatury funkcji służących do wyznaczenia cen oraz parametrów greckich instrumentów opisanych w poprzednim rozdziale. Każda z nich zwraca wektor 7 elementów zawierający kolejno cenę, deltę spot, deltę forward, *gamme spot*, *gamme forward*, *thetę* oraz *vegę*.

### 3.1.1 DM\_Out

Funcja DM\_out służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji dyskretnie monitorowanych *up and out*, *down and out*

*DM\_out(F\_bid, F\_ask, barrier, strike, monitoring\_dates, issue\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, barrier\_type, payoff\_type)*

### 3.1.2 DM\_in

Funcja DM\_in służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji dyskretnie monitorowanych *up and in*, *down and in*

*DM\_in(F\_bid, F\_ask, barrier, strike, monitoring\_dates, issue\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, barrier\_type, payoff\_type)*

### 3.1.3 Double\_KO

Funcja Double\_KO służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji z podwójną barierą typu *out* monitorowanych dyskretnie lub w sposób ciągły (należy wywołać funkcję z parametrem *monitoring\_dates = []*).

*DoubleKO(F\_bid, F\_ask, Lbarrier, Ubarrier, strike, monitoring\_dates, issue\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, payoff\_type)*

### 3.1.4 KIKO

Funcja KIKO służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji z jedną barierą typu *in*, i z drugą barierą typu *out* monitorowanych dyskretnie lub w sposób ciągły (należy wywołać funkcję z parametrem *monitoring\_dates = []*).

*KIKO(F\_bid, F\_ask, Lbarrier, Ubarrier, strike, monitoring\_dates, issue\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, payoff\_type)*

### 3.1.5 Window\_out

Funcja Window\_out służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji z jedną barierą okienkową typu *out*.

*Window\_out(F\_bid, F\_ask, barrier, strike, issue\_date, window\_start\_date, window\_end\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, barrier\_type, payoff\_type)*

### 3.1.6 Window\_in

Funcja Window\_in służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji z jedną barierą okienkową typu *out*.

*Window\_in(F\_bid, F\_ask, barrier, strike, issue\_date, window\_start\_date, window\_end\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, barrier\_type, payoff\_type)*

### 3.1.7 Window\_DoubleKO

Funcja `Window_DoubleKO` służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji z podwójną barierą typu *out* aplikowaną w zdefiniowanym przez parametry oknie czasowym.

*Window\_DoubleKO(F\_bid, F\_ask, Lbarrier, Ubarrier, strike, issue\_date, window\_start\_date, window\_end\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, payoff\_type)*

### 3.1.8 Window\_KIKO

Funcja `Window_KIKO` służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji z jedną barierą typu *in*, i z drugą barierą typu *out* aplikowanymi w wyznaczonym przez parametry oknie czasowym.

*Window\_KIKO(F\_bid, F\_ask, Lbarrier, Ubarrier, strike, issue\_date, window\_start\_date, window\_end\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, payoff\_type)*

### 3.1.9 CalculatePriceGreeksParisianOut

Funcja `CalculatePriceGreeksParisianOut` służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji typu paryskiego z barierą typu *out*.

*CalculatePriceGreeksParisianOut(F\_bid, F\_ask, barrier, day\_hat, strike, issue\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, barrier\_type, payoff\_type, isAsian)*

### 3.1.10 CalculatePriceGreeksParisianIn

Funcja `CalculatePriceGreeksParisianIn` służy do wyznaczenia ceny i parametrów greckich opcji typu paryskiego z barierą typu *in*.

*CalculatePriceGreeksParisianIn(F\_bid, F\_ask, barrier, day\_hat, strike, issue\_date, expire\_date, PPO, OSO, price\_type, barrier\_type, payoff\_type, isAsian)*