

Calcul Intégral I

STEP, MINES ParisTech

12 février 2021 (#7d082cf)

Question 1 La somme de Riemann $S(f, \mathcal{D})$ associée à la fonction $f : x \in [0, 1] \mapsto x^2$ et la subdivision pointée $\mathcal{D} = \{(0, [0, 1/4]), (1/2, [1/4, 3/4]), (1, [3/4, 1])\}$ de $[0, 1]$ vaut :

- A: $3 / 8$,
- B: $7 / 32$,
- C: $1 / 3$.

Question 2 Est-ce que presque tous les nombres réels x vérifient $|x| \geq 1$?

- A: oui,
- B: non.

Question 3 La fonction $f : [0, 1] \mapsto \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} n & \text{si } n \in \mathbb{N} \text{ et } x = 2^{-n}, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- A : est intégrable au sens de Riemann,
- B : est intégrable au sens de Lebesgue,
- C : ni l'un ni l'autre.

Question 4 Calculer

$$\int_1^e \ln x \frac{dx}{x}.$$

Question 5 (réponse multiple) Si $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ est intégrable,

- A : le prolongement \bar{f} de f à $[0, +\infty]$ tel que $\bar{f}(+\infty) = 0$ est intégrable,
- B : f est bornée et $f(x)$ tend vers 0 quand x tend vers $+\infty$,
- C : f est intégrable sur tout intervalle $[r, +\infty[$ de \mathbb{R} et

$$\int_r^{+\infty} f(x) dx \rightarrow 0 \text{ quand } r \rightarrow +\infty.$$