

# Equations Différentielles I

STEP, MINES ParisTech

12 février 2021 (#7d082cf)

**Question 1** Les solutions maximales de  $\dot{x} = f(x)$  avec  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  continue

- existent pour toute condition initiale  $(t_0, x_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ .
- sont définies sur  $\mathbb{R}$ .
- sont soit définies sur  $\mathbb{R}$ , soit divergent en temps fini.

**Question 2** L'équation différentielle  $\dot{x} = tx^2 + t$  de condition initiale  $(t_0, x_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

- admet une unique solution.
- admet une unique solution maximale définie sur  $\mathbb{R}$ .
- admet une unique solution maximale définie sur un intervalle ouvert borné de  $\mathbb{R}$ .

**Question 3** Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  continue. Dire que les solutions de  $\dot{x} = f(x)$  varient continûment par rapport à leur condition initiale sur leur intervalle de définition est

- vrai.
- vrai si  $f$  est continûment différentiable par rapport à  $x$ .
- aucun des deux.

**Question 4** Le comportement d'un système chaotique est difficile à prédire parce que

- il admet plusieurs solutions pour certaines conditions initiales.
- ses solutions ne varient pas continûment par rapport à la condition initiale.
- il est impossible d'assurer une précision suffisante sur la condition initiale pour obtenir une erreur raisonnable au delà d'un certain temps caractéristique.

**Question 5** On peut dire que le système  $\dot{x} = -ax + bx^2$  avec  $a, b > 0$ ,

- admet un point d'équilibre instable.

- admet un point d'équilibre localement asymptotiquement stable.
- admet un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable.

**Question 6**

Le système

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 - x_2 \\ \dot{x}_2 &= 4x_1 - 3x_2\end{aligned}$$

- admet plusieurs points d'équilibre.
- admet 0 comme point d'équilibre localement asymptotiquement stable.
- admet 0 comme point d'équilibre globalement asymptotiquement stable.
- a ses solutions de la forme  $x(t) = (e^{-t}c_1, e^{-t}c_2)$ , avec  $c_1, c_2$  constantes.