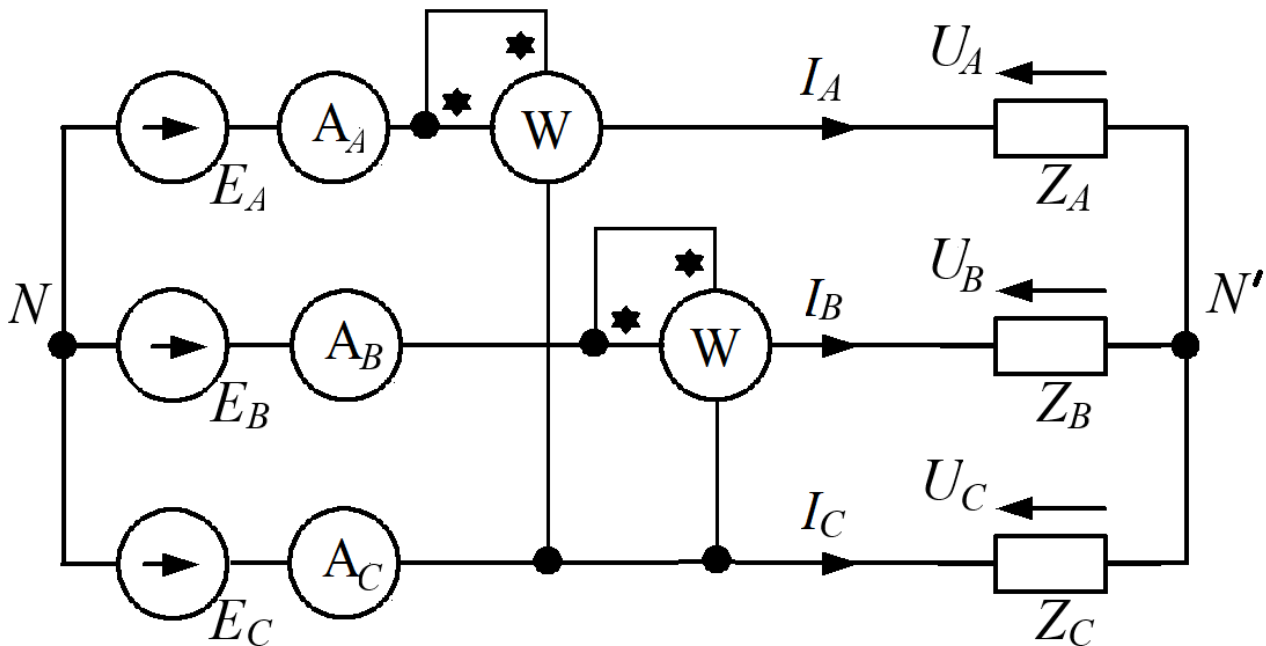


Zadanie 2

Dla podanego obwodu, oblicz rozptyw prądu oraz wskazania przyrządów

$$E_A = j220 \text{ V}$$

$$Z_A = Z_B = Z_C = 10 + j10 \Omega$$



$Z_A = Z_B = Z_C$ oznacza, że odbiornik jest symetryczny.

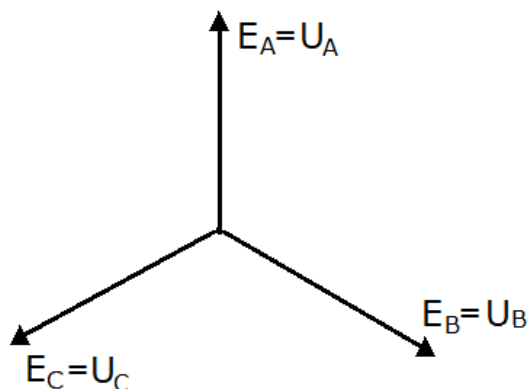
Gdy odbiornik jest symetryczny napięcie $U_N = 0$, więc napięcia fazowe odbiornika są równe napięciom fazowym generatora (E_B, E_C to napięcia o tej samej amplitudzie i częstotliwości co napięcie fazy odniesienia E_A , ale przesunięte względem niej zgodnie z ruchem wskazówek zegara o kąt 120° i 240° , czyli $E_B = 220 e^{j(90-120)} = 220 e^{-j30} \text{ V}$, $E_C = 220 e^{j(90-240)} = 220 e^{-j150} \text{ V}$):

$$U_A = E_A - U_N = E_A = 220 e^{j90} \text{ V}$$

$$U_B = E_B - U_N = E_B = 220 e^{-j30} \text{ V}$$

$$U_C = E_C - U_N = E_C = 220 e^{-j150} \text{ V}$$

Równolegle do obliczeń rysujemy wykres wskazowy. Zaczynamy od wskazania napięcia E_A , jako fazy odniesienia. Następnie rysujemy wskazki napięć kolejnych faz generatora E_B, E_C (przesunięte względem fazy A o kąt kolejno: 120° i 240°). W naszym przypadku możemy od razu oznaczyć napięcia fazowe odbiornika U_A, U_B, U_C .



Prądy fazowe (zgodnie z prawem Ohma):

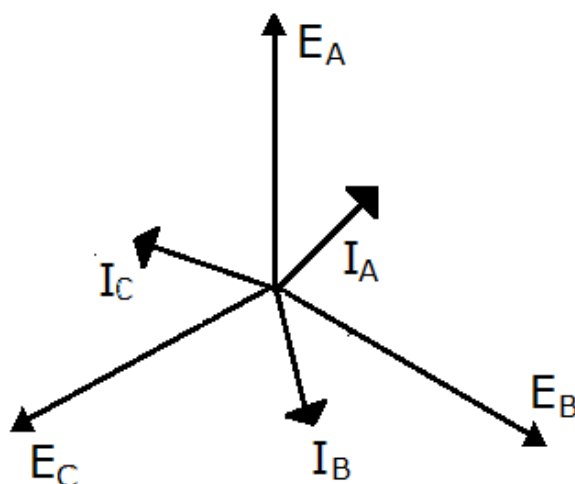
$$I_A = \frac{U_A}{Z_A} = \frac{220 e^{j90}}{10 + j10} = \frac{220 e^{j90}}{10\sqrt{2} e^{j45}} = 15,56 e^{j45}$$

$$I_B = \frac{U_B}{Z_B} = \frac{220 e^{-j30}}{10 + j10} = \frac{220 e^{-j30}}{10\sqrt{2} e^{j45}} = 15,56 e^{-j75} \text{ A}$$

$$I_C = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{220 e^{-j150}}{10 + j10} = \frac{220 e^{-j150}}{10\sqrt{2} e^{j45}} = 15,56 e^{-j195} \text{ A}$$

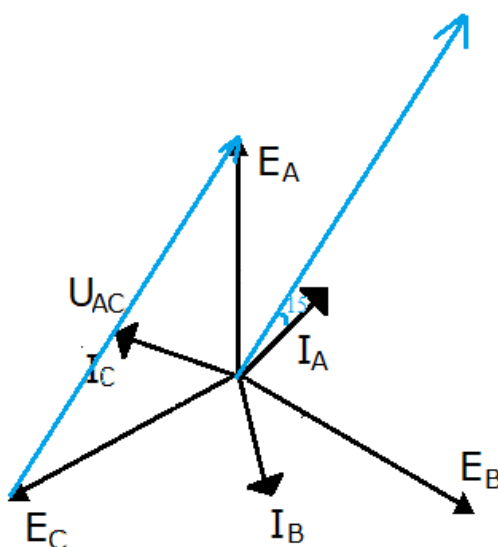
Amperomierze wskazują nam wartość skuteczną, więc wskazania amperomierzy, będą jednakowe: $A_A = A_B = A_C = 15,56 \text{ A}$

Zaznaczamy wskaźy prądów fazowych na wykresie wskazowym:



Moce mierzone przez poszczególne watomierze:

Cewka napięciowa watomierza 1 jest wpięta na napięcie U_{AC} a cewka prądowa na I_A , zgodnie ze wzorem moc będzie równa iloczynowi wartości skutecznych tych dwóch wielkości oraz cosinusa kąta między tymi wskazami tych wielkości. Aby znaleźć kąt między wskazami możemy wspomóc się wykresem wskazowym:

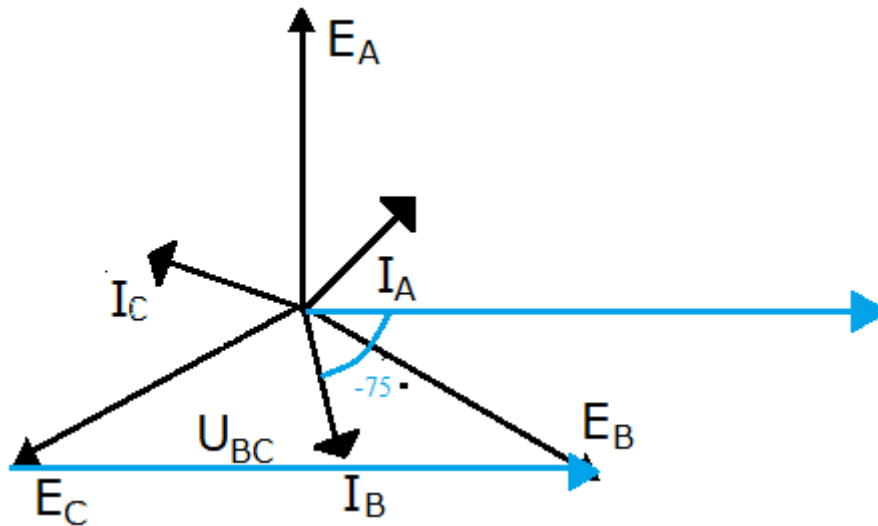


Wskaź prądu I_A jest pod kątem 45° , natomiast wskaź napięcia międzyfazowego U_{AC} pod kątem 60° , więc kąt pomiędzy wskazami wynosi 15° . Podstawiamy więc do wzoru, pamiętając, że wartości

skutecznej napięcia międzyfazowego jest $\sqrt{3}$ raza większa od wartości skutecznej napięcia fazowego, więc napięcie $|U_{AC}| = \sqrt{3}|E|$

$$P_1 = |U_{AC}| |I_A| \cos(\angle U_{AC} I_A) = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 15,56 \cdot \cos 15^\circ = 5,7 \text{ kW}$$

Analogicznie postępujemy z watomierzem 2. Cewka napięciowa watomierza 2 jest wpięta na napięcie U_{BC} a cewka prądowa na I_B , zgodnie ze wzorem moc będzie równa iloczynowi wartości skutecznych tych dwóch wielkości oraz cosinusa kąta między tymi wskazami tych wielkości. Aby znaleźć kąt między wskazami możemy wspomóc się wykresem wskazowym:



Wskaz prądu I_B jest pod kątem -75° , natomiast wskaz napięcia międzyfazowego U_{AC} pod kątem 0° , więc kąt pomiędzy wskazami wynosi 75° . Podstawiamy więc do wzoru, pamiętając, że wartości skutecznej napięcia międzyfazowego jest $\sqrt{3}$ raza większa od wartości skutecznej napięcia fazowego, więc napięcie $|U_{BC}| = \sqrt{3}|E|$

$$P_2 = |U_{BC}| |I_B| \cos(\angle U_{BC} I_B) = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 15,56 \cdot \cos 75^\circ = 1,5 \text{ kW}$$