

博弈优化

张伯雷

南京邮电大学计算机学院、通达学院

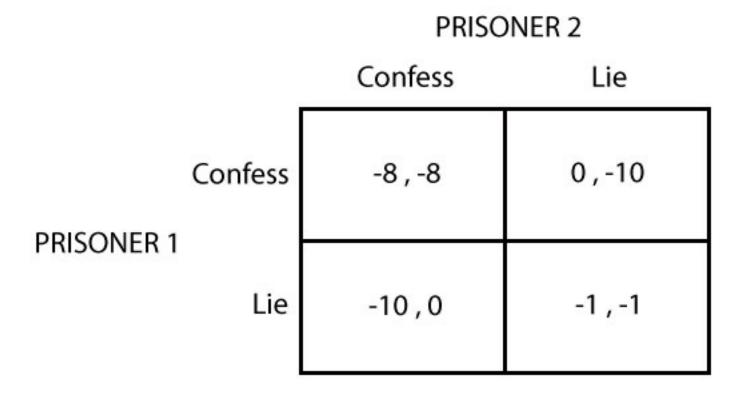
https://bolei-zhang.github.io/course/opt.html

bolei.zhang@njupt.edu.cn



囚徒困境





常见的博弈



	stag	rabbit
stag	5,5	0,3
rabbit	3,0	3,3

	转弯	直行
转弯	0, 0	-1, + 1
直行	1, -1	-10, -10

Goalkeeper

	Right	Left
Right Kicker	0, <u>1</u>	<u>1</u> , 0
Left	<u>1</u> , 0	0, <u>1</u>

纳什均衡



纳什均衡:任何一位玩家在此策略组合下单方面改变自己的策略 (其他玩家策略不变)都不会提高自身的收益。

• "混合策略 (mixed strategies)"的情况下, 纳什均衡在n人有限博弈中普遍存在



最优化方法-复习

张伯雷

南京邮电大学计算机学院、通达学院

https://bolei-zhang.github.io/course/opt.html

bolei.zhang@njupt.edu.cn

最终成绩



• 学时: 32=12(理论课)*2+4(实验)*2

•考试: 开卷 成绩=期末*40%+平时*60%

• 试卷: 选择题30分+计算证明题70分

• 平时成绩:

•考勤+提问: 10%

•作业: 25%

•上机实验: 25%

6

本门课程授课内容



- •1. 最优化概述
- 2. 凸集
- 3. 凸函数
- 4. 凸优化问题
- 5. 最优性理论
- 6. 优化算法
- •7. 组合优化算法

/

凸集



•定义

- 凸集:集合C中任意两点所组成的线段仍然在该集合中 $x_1, x_2 \in C, 0 \le \theta \le 1. \Rightarrow \theta x_1 + (1 \theta)x_2 \in C$
- 仿射集 $\theta_1 + \theta_2 = 1$
- 凸锥 $\theta_i \geq 0$
- •几种重要的凸集
 - •超平面、半空间、多面体
 - 对称半正定矩阵
 - 球与椭球
- •保凸的运算
 - 交集、仿射变换

凸函数



•凸函数的定义

- ・定义1: 对于一个函数f: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, 如果dom f 为凸集,且 $f(\theta x + (1 \theta)y) \le \theta f(x) + (1 \theta)f(y)$ 对所有的 $x, y \in dom f$, $0 \le \theta \le 1$ 成立,则f 为凸函数
- 定义2: 对于可微函数f,如果dom f 为凸集,则f 为凸函数当且仅当 $f(y) \ge f(x) + \nabla f(x)^T (y-x)$ 对所有 $x,y \in dom f$ 都成立
- •定义3:对于二阶可微函数f,如果dom f为凸集,则f为凸函数当且仅当 $\nabla^2 f(x) \geq 0$ 对所有 $x \in dom f$ 都成立
- 常见的凸函数与凹函数:仿射函数、指数、负对数、范数等
- •保持凸性的操作:非负加权和、仿射组合、最大化、函数组合
- •函数共轭



凸优化问题



- •标准形式
 - •优化目标、优化变量、约束、定义域、可行解集、最优解…
- 凸优化问题的标准形式
 - 等价变换
- •性质
 - •局部最优=全局最优
- •典型凸优化问题
 - 线性规划
 - •二次规划
 - 复合优化问题



对偶理论



- •拉格朗日函数、对偶函数、对偶问题
- •性质
 - 弱对偶理论、凹函数
- •Slater条件
- •KKT条件
 - •原始可行、对偶可行、互补松弛、稳定点
 - 求解KKT条件
- 支持向量机SVM

优化算法



•无约束优化问题

•步长: armijo准则

•方向:梯度下降法、经典牛顿法

•等式约束优化问题

•等式约束的牛顿法

•拉格朗日法

•不等式约束优化问题

•复合优化问题



组合优化算法



- •多项式归约
- •P, NP, NP-complete
- •节点覆盖问题
 - •贪心法
 - 放松-取整法
 - •对偶法



谢谢!