



最优化方法-复习

张伯雷

南京邮电大学 计算机学院

<https://bolei-zhang.github.io/course/opt.html>

bolei.zhang@njupt.edu.cn

最终成绩



- 学时: $32 = 12(\text{理论课}) * 2 + 4(\text{实验}) * 2$
- 考试: 开卷 成绩 = 期末 * 40% + 平时 * 60%
- 试卷: 选择题30分 + 计算证明题70分
- 平时成绩:
 - 考勤 + 提问: 10%
 - 作业: 25%
 - 上机实验: 25%

本门课程授课内容



- 1. 最优化概述
- 2. 凸集
- 3. 凸函数
- 4. 凸优化问题
- 5. 最优性理论
- 6. 优化建模
- 7. 优化算法

- 定义

- 凸集：集合C中任意两点所组成的线段仍然在该集合中

$$x_1, x_2 \in C, 0 \leq \theta \leq 1 \Rightarrow \theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \in C$$

- 仿射集 $\theta_1 + \theta_2 = 1$

- 凸锥 $\theta_i \geq 0$

- 几种重要的凸集

- 超平面、半空间、多面体

- 对称半正定矩阵

- 球与椭球

- 保凸的运算

- 交集、仿射变换

- 凸函数的定义

- 定义1: 对于一个函数 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 如果 $\text{dom}f$ 为凸集, 且 $f(\theta x + (1 - \theta)y) \leq \theta f(x) + (1 - \theta)f(y)$ 对所有的 $x, y \in \text{dom}f$, $0 \leq \theta \leq 1$ 成立, 则 f 为凸函数
- 定义2: 对于可微函数 f , 如果 $\text{dom}f$ 为凸集, 则 f 为凸函数当且仅当 $f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)^T(y - x)$ 对所有 $x, y \in \text{dom}f$ 都成立
- 定义3: 对于二阶可微函数 f , 如果 $\text{dom}f$ 为凸集, 则 f 为凸函数当且仅当 $\nabla^2 f(x) \succeq 0$ 对所有 $x \in \text{dom}f$ 都成立
- 常见的凸函数与凹函数: 仿射函数、指数、负对数、范数等
- 保持凸性的操作: 非负加权和、仿射组合、最大化、函数组合
- 函数共轭

凸优化问题



- 标准形式
 - 优化目标、优化变量、约束、定义域、可行解集、最优解...
- 凸优化问题的标准形式
 - 等价变换
- 性质
 - 局部最优=全局最优
- 典型凸优化问题
 - 线性规划
 - 二次规划
 - 复合优化问题

- 拉格朗日函数、对偶函数、对偶问题
- 性质
 - 弱对偶理论、凹函数
- Slater 条件
- KKT 条件
 - 原始可行、对偶可行、互补松弛、稳定点
 - 求解KKT条件
- 支持向量机SVM

- 无约束优化问题
 - 步长: armijo 准则
 - 方向: 梯度下降法、经典牛顿法
- 等式约束优化问题
 - 等式约束的牛顿法
 - 拉格朗日法
- 不等式约束优化问题
- 复合优化问题