data . .

Lista 01

Exercício 1 [GL]:

Se lucro é dado por

$$L = 800 \cdot c_1 + 500 \cdot c_2,$$

onde c_1 = lote de camisas e c_2 = lote de calças vendidos no período.

Sabendo que há no máximo 30 homens x hora de trabalho especializado e 50 horas x homem de trabalho não especializado, podemos definir:

$$10 \cdot c_2 + 20 \cdot c_1 \leq 50$$

$$10 \cdot c_1 \leq 30$$

de acordo com as exigências de cada tipo de produto por horas de trabalho.

Além disso, pelas informações da planta de produção, temos:

$10 \cdot c_1' + 20 \cdot c_2' \leq 80$, onde $10 c_1'$ e $20 c_2'$ representam, respectivamente, as horas alocadas para camisas e calças na máquina 1.

Analogamente, pelos dados da máquina 2, temos:

$$35 \cdot c_1'' + 30 \cdot c_2'' \leq 130.$$

Temos que $c_1' + c_1'' = c_1$ e

$c_2' + c_2'' = c_2$,

ou seja, a quantidade de lotes de cada produto é a soma da quantidade produzida em cada máquina.

Quanto à matéria-prima disponível obtemos:

$8 \cdot c_1 + 12 \cdot c_2 \leq 120$ ⇒ matéria-prima A

$15 \cdot c_1 + 10 \cdot c_2 \leq 100$ ⇒ matéria-prima B

Em resumo, podemos modelar o problema como:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 800 \cdot c_1 + 500 \cdot c_2 \\
\text{sujeito a} \quad & 10 \cdot c_2 + 20 \cdot c_1 \leq 50, \\
& 10 \cdot c_1 \leq 30, \\
& 10 \cdot c_1' + 20 \cdot c_2' \leq 80, \\
& 35 \cdot c_1'' + 30 \cdot c_2'' \leq 130, \\
& c_1' + c_1'' = c_1, \\
& c_2' + c_2'' = c_2 \\
& 8 \cdot c_1 + 12 \cdot c_2 \leq 120 \\
& 15 \cdot c_1 + 10 \cdot c_2 \leq 100,
\end{aligned}
$$

data

1.12 [BT]

Podemos definir a bola $B(y,R)$, de centro y e raio R como

$$B = \{ x \mid \|x-y\| \leq R \} = \{ y+u \mid \|u\| \leq R \}$$

Queremos a bola de maior raio possível contida em P, ou seja,

$$\begin{aligned} \max \quad & R \\ \text{suj. a:} \quad & B(y,R) \subset P \end{aligned}$$

Mas $B(y,R) \subset P \iff$

$$y+u \in P \quad \forall u \in B(0,R)$$

$\iff a_i'(y+u) \leq b_i \quad , \; i \in [1,\dots,m], \; \forall u \text{ t.q. } \|u\| \leq R$

$\iff a_i'(y) + a_i'(u) \leq b_i, \; i \in [1,\dots,m], \; \forall u \text{ t.q. } \|u\| \leq R$

$\iff a_i'y + \max_{\|u\|=R} a_i' u \leq b_i, \quad i \in [1,\dots,m]$

Note, no entanto, que $u \in B(0,R)$ de módulo máximo é um vetor t.q. $\|u\| = R$

$\Rightarrow \max_{\|u\|=R} a_i' u = \|a_i\| R$

ou seja,

$a_i' y + \|a_i\| R \leq b_i$.

Portanto podemos formular o problema como

$$\max \quad R$$

$$\text{suj. a} \quad a_i^T y + \|a_i\| R \leq b_i, \; i \in [1, \dots, m],$$

$$R \geq 0.$$