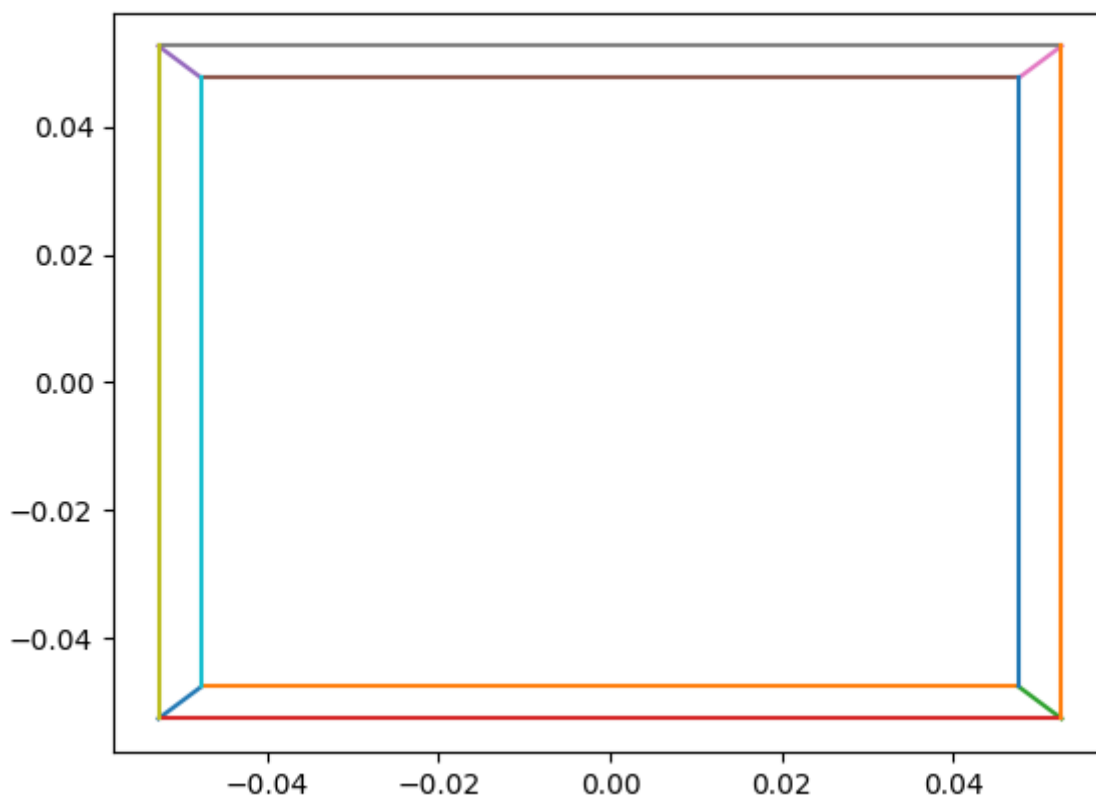


计算机辅助设计 作业8

PB19000093 张奇

1. 设计用户指定的 $2d$ 变长的正方形, x 为中心的立方体, 并自己设计相机内外参数, 给出投影的结果

参考OpenGL的主要设置, 我们设参考的相机外参为一个字典, 主要是 `position` 表示相机的位置, `lookat` 表示相机所看的点, `headup` 表示相机的 y 轴方向。以及相机内参为 `fx`, `fy`, 正方形的表示我们主要参考obj文件的方式, 记录顶点和连接关系 (即每一条边), `render` 的过程用 `matplotlib.pyplot.plot` 模拟, 并且能够呈现最终的结果如下 (具体实现可以参考代码) (此处参数为相机在 $(-10,0,0)$, 头朝 y 轴, 正方体在 $(0,0,0)$ 为中心, $d=0.5$ 的情形, 其中相机内参均为1)



2. 用有理Bezier样条表示圆锥曲线 $x^2/a^2 + x^2/b^2 = 1$ (椭圆), 和 $x^2/a^2 - x^2/b^2 = 1$ (双曲线)

解：可以考虑首先给出其参数形式（三角函数），然后根据三角换元，给出用 $\tan(t/2)$ 的表达式，然后整理成有理Bezier曲线，随后画出即可

其中万能公式为 $\sin(x) = 2t/(1+t^2)$, $\cos(x) = (t^2 - 1)/(t^2 + 1)$, 其中 $t = \tan(x/2)$,

取值范围是 $t: 0 \rightarrow \infty, -\infty \rightarrow 0$, 对应分别采取换元策略: $l = 1/(t'+1)$, $l = 1/(1-t')$, $0 < l < 1$,

也就是 $t' = 1/l - 1$, $t' = 1 - 1/l$

若假设 $B_2^0 = l^2$, $B_2^1 = l(1-l)$, $B_2^2 = (1-l)^2$

首先是椭圆, 为 $x = a \sin(t)$, $y = b \cos(t)$, 所以参数表示为

$$(a \sin(t), b \cos(t)) = \frac{(2at', bt'^2 - b)}{t'^2 + 1}$$

分别两段差值

1. 第一部分, $\frac{(0,b)B_2^2 + (2a,0)B_2^1 + (0,-b)B_2^0}{B_2^2 + B_2^0}$, 控制点为 $(0, b, 1) \rightarrow (2a, 0, 0) \rightarrow (0, -b, 1)$.
2. 第二部分, $\frac{(0,b)B_2^2 - (2a,0)B_2^1 + (0,-b)B_2^0}{B_2^2 + B_2^0}$, 控制点为 $(0, b, 1) \rightarrow (-2a, 0, 0) \rightarrow (0, -b, 1)$.

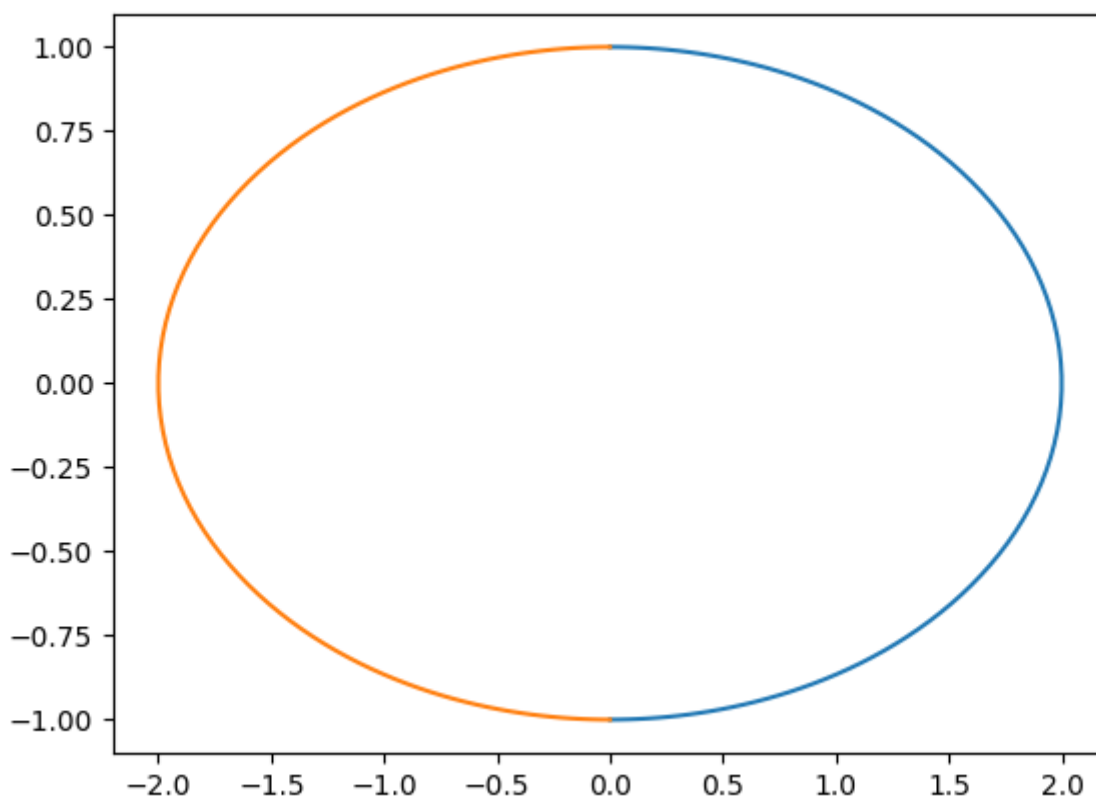
同理, 给出双曲线的参数表示为 $x = \frac{a}{\cos(t)}$, $y = \frac{b \sin(t)}{\cos(t)}$, 即,

$$\frac{(a(t'^2 + 1), 2bt')}{t'^2 - 1}$$

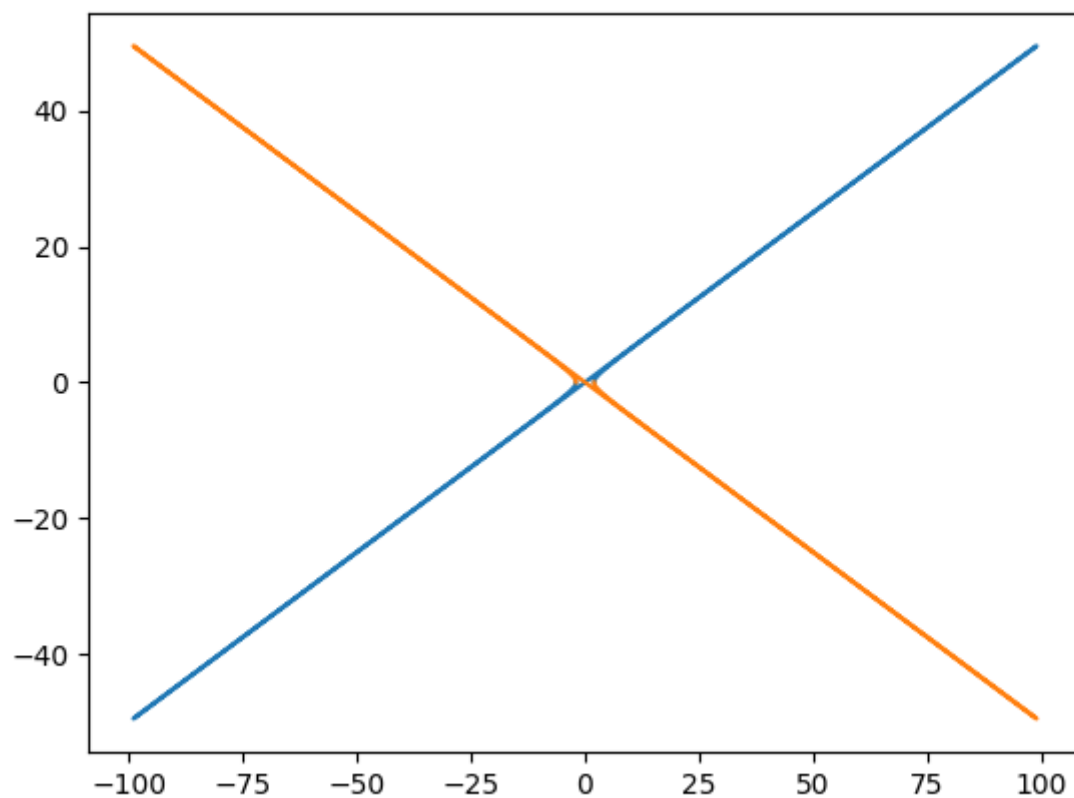
分成如下两个部分

1. 第一部分, $((a,0)B_2^2 + (0,2b)B_2^1 + (a,0)B_2^0)/(B_2^2 - B_2^0)$, 控制点为 $(a, 0, 1) \rightarrow (0, 2b, 0) \rightarrow (a, 0, -1)$.
2. 第二部分, $\frac{(a,0)B_2^2 - (0,2b)B_2^1 + (a,0)B_2^0}{B_2^2 - B_2^0}$, 控制点为 $(a, 0, 1) \rightarrow (0, -2b, 0) \rightarrow (a, 0, -1)$.

那么, 由理论可以给出画出来的结果如下(用到了两组参数表示)



以及

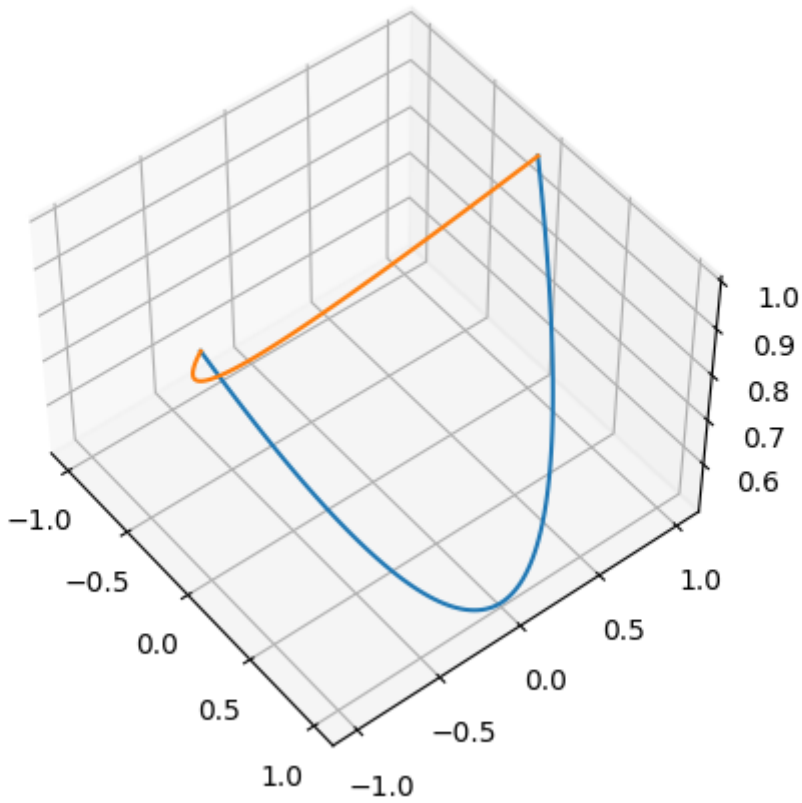


(可能

对于双曲线，这样做不是很好吧)

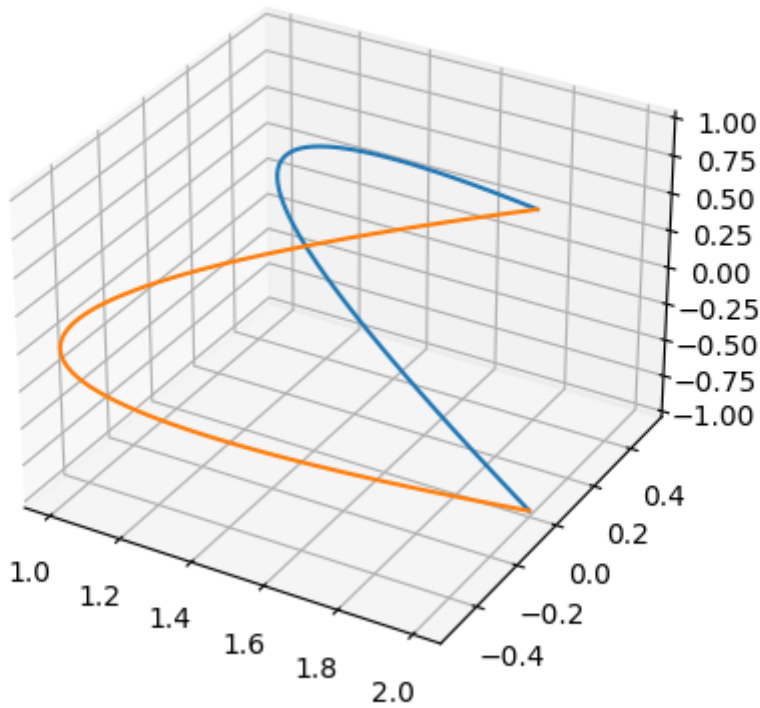
3.将上一问的在三维空间中表示出来

画出来的结果如下（更多的交互展示请运行代码`main2.py`,其中依赖项为`pip install matplotlib numpy`） 首先是椭圆的结果



其次

是双曲线的结果



（上面的结果均从 $a=2, b=1$ 给出）。