

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Факультет: ПИиКТ

Направление 09.03.04 «Системное и прикладное программное обеспечение»

Мегафакультет: КТиУ

**Рабочий протокол и отчёт по**

**Тесту №3**

**"Размещение методом ветвей и границ"**

**Выполнил:**

Студент 1 курса

группа Р3115

Вариант 156

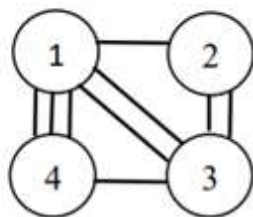
Девяткин А. Ю.

**Преподаватель:**

Поляков В.И.

Санкт-Петербург

2021



Составим матрицы соединений  $R$  графа и расстояний  $D$  множества позиций.

$$R = \begin{array}{c|cccc} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ \hline e_1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ e_2 & & 0 & 2 & 0 \\ e_3 & & & 0 & 1 \\ e_4 & & & & 0 \end{array}$$

$$D = \begin{array}{c|cccc} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ \hline p_1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ p_2 & & 0 & 1 & 2 \\ p_3 & & & 0 & 1 \\ p_4 & & & & 0 \end{array}$$

Определим нижнюю границу целевой функции для этих исходных данных.

Для этого упорядочим составляющие вектора  $r$  в невозрастающем порядке, а вектора  $d$  – в неубывающем.

$$r = \{3 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0\}$$

$$d = \{1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3\}$$

$$r \times d = 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0 = 11.$$

Это значит, что для этих исходных данных значение целевой функции  $F(P)$  не может быть меньше 13.

1. Помещаем элемент  $e_1$  в позицию  $p_1$ .

Т. к. размещен один элемент  $F(q) = 0$ .

Неразмещенные элементы  $\{e_2, e_3, e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_2, p_3, p_4\}$ .

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы  $R$   $r_1 = \{3 \ 2 \ 1\}$ , и вектор, соответствующий первой строке матрицы  $D$   $d_1 = \{1 \ 2 \ 3\}$ , суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 \times d_1 = 3 + 4 + 3 = 10.$$

Для оценки  $v(P)$  вычеркнем из матриц  $R$  и  $D$  первые строки и столбцы и образуем вектора:  $r = \{2 \ 1 \ 0\}$  и  $d = \{1 \ 1 \ 2\}$ , соответствующие верхним половинам усеченных матриц  $R$  и  $D$ .

$$\text{Получим } v(P) = r \times d = 2 + 1 + 0 = 3.$$

$$\text{Таким образом, нижняя граница } F(P) = 0 + 10 + 3 = 13.$$

2. Помещаем элемент  $e_1$  в позицию  $p_2$ . По-прежнему  $F(q) = 0$ .

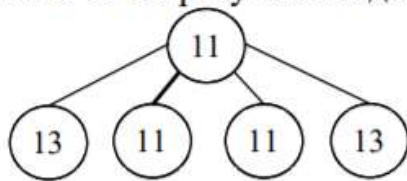
Неразмещенные элементы  $\{e_2, e_3, e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_1, p_3, p_4\}$ .

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы  $R$   $r_1 = \{3 \ 2 \ 1\}$ , и вектор, соответствующий второй строке матрицы  $D$   $d_2 = \{1 \ 1 \ 2\}$ , суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 \times d_2 = 3 + 2 + 2 = 7.$$

Для оценки  $v(P)$  вычеркнем из матрицы  $R$  первые строку и столбец, а из матрицы  $D$  вторые строку и столбец. Образует вектора:  $r=\{2\ 1\ 0\}$  и  $d=\{1\ 2\ 3\}$ , соответствующие верхним половинам усеченных матриц  $R$  и  $D$ . Получим  $v(P) = r \times d = 2 + 2 + 0 = 4$ . Таким образом, нижняя граница  $F(P) = 0 + 7 + 4 = 11$ .

Очевидно, что ввиду симметричности позиций ( $p_1$  и  $p_4$ ) и ( $p_2$  и  $p_3$ ) будут получены те же результаты для симметричных позиций.



Назначаем элемент  $e_1$  в позицию  $p_2$ .

3. Помещаем элемент  $e_2$  в позицию  $p_1$ . Размещены два элемента:  $e_1$  в позиции  $p_2$  и  $e_2$  в позиции  $p_1$ ,  $F(q) = r_{12}d_{21} = 1$ .

Неразмещенные элементы  $\{e_3, e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_3, p_4\}$ ;

$r_1 = \{3\ 2\}$  и  $d_2 = \{1\ 2\}$ ,  $r_1 \times d_2 = 3 + 4 = 7$ ;

$r_2 = \{2\ 0\}$  и  $d_1 = \{2\ 2\}$ ,  $r_2 \times d_1 = 4 + 0 = 4$ ;

$w(P) = 7 + 4 = 11$ .

4. Помещаем элемент  $e_2$  в позицию  $p_3$ . Размещены два элемента:  $e_1$  в позиции  $p_2$  и  $e_2$  в позиции  $p_3$ ,  $F(q) = r_{12}d_{23} = 1$ .

Неразмещенные элементы  $\{e_3, e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_1, p_4\}$ ;

$r_1 = \{3\ 2\}$  и  $d_2 = \{1\ 2\}$ ,  $r_1 \times d_2 = 3 + 4 = 7$ ;

$r_2 = \{2\ 0\}$  и  $d_3 = \{1\ 2\}$ ,  $r_2 \times d_3 = 2 + 0 = 2$ ;

$w(P) = 10 + 2 = 12$ .

$r = \{1\}$  и  $d = \{3\}$ ,  $v(P) = r \times d = 3$ .  $F(P) = 1 + 12 + 3 = 13$ .

5. Помещаем элемент  $e_2$  в позицию  $p_4$ . Размещены два элемента:  $e_1$  в позиции  $p_2$  и  $e_2$  в позиции  $p_4$ ,  $F(q) = r_{12}d_{24} = 2$ .

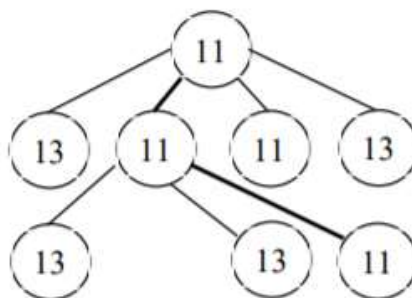
Неразмещенные элементы  $\{e_3, e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_1, p_3\}$ ;

$r_1 = \{3\ 2\}$  и  $d_2 = \{1\ 1\}$ ,  $r_1 \times d_2 = 3 + 2 = 5$ ;

$r_2 = \{2\ 0\}$  и  $d_4 = \{1\ 2\}$ ,  $r_2 \times d_4 = 2 + 0 = 2$ ;

$w(P) = 5 + 2 = 7$ .

$r = \{1\}$  и  $d = \{2\}$ ,  $v(P) = r \times d = 2$ .  $F(P) = 2 + 9 + 2 = 11$ .



Назначаем элемент  $e_2$  в позицию  $p_4$ .

6. Помещаем элемент  $e_3$  в позицию  $p_1$ . Размещены три элемента:  $e_1$  в позиции  $p_2$ ,  $e_2$  в позиции  $p_4$ , и  $e_3$  в позиции  $p_1$ ,  $F(q) = r_{12}d_{24} + r_{13}d_{21} + r_{23}d_{41} = 2 + 2 + 6 = 10$ .



Неразмещенный элемент  $\{e_4\}$ , свободная позиция  $\{p_3\}$ ;

$r_1 = \{2\}$  и  $d_2 = \{1\}$ ,  $r_1 \times d_2 = 2$ ;

$r_2 = \{0\}$  и  $d_4 = \{1\}$ ,  $r_2 \times d_4 = 0$ ;

$r_3 = \{1\}$  и  $d_1 = \{2\}$ ,  $r_3 \times d_1 = 2$ ;

$w(P) = 2 + 0 + 2 = 4$ .

Неразмещенный элемент один,  $v(P) = 0$ .  $F(P) = 10 + 4 + 0 = 14$ .

7. Помещаем элемент  $e_3$  в позицию  $p_3$ . Размещены три элемента:  $e_1$  в позиции  $p_2$ ,  $e_2$  в позиции  $p_4$ , и  $e_3$  в позиции  $p_3$ ,  $F(q) = r_{12}d_{24} + r_{13}d_{23} + r_{23}d_{43} = 2 + 2 + 2 = 6$ .

Неразмещенный элемент  $\{e_4\}$ , свободная позиция  $\{p_1\}$ ;

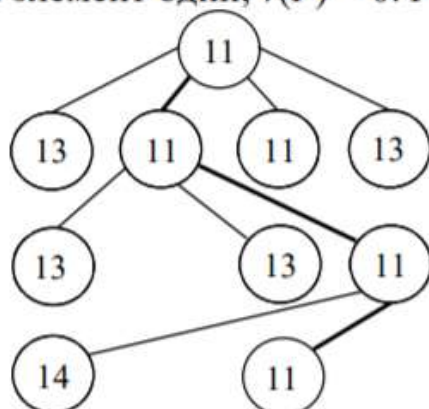
$r_1 = \{3\}$  и  $d_2 = \{1\}$ ,  $r_1 \times d_2 = 3$ ;

$r_2 = \{0\}$  и  $d_4 = \{1\}$ ,  $r_2 \times d_4 = 0$ ;

$r_3 = \{1\}$  и  $d_3 = \{2\}$ ,  $r_3 \times d_3 = 2$ ;

$w(P) = 3 + 0 + 2 = 5$ .

Неразмещенный элемент один,  $v(P) = 0$ .  $F(P) = 6 + 5 + 0 = 11$ .



Нижние границы при размещении  $e_1$ ,  $e_2$  и  $e_3$

Назначаем элемент  $e_3$  в позицию  $p_3$ .

8. Неразмещенный элемент  $\{e_4\}$ , свободная позиция  $\{p_1\}$ .

Помещаем  $\{e_4\}$  в позицию  $\{p_1\}$ .

$F(q) = r_{12}d_{24} + r_{13}d_{23} + r_{23}d_{43} + r_{14}d_{21} + r_{24}d_{41} + r_{34}d_{31} = 2 + 2 + 2 + 3 + 0 + 2 = 11$ .

$w(P) = v(P) = 0$ .  $F(p) = 11$ .

