

Домашнее задание №4.

Планаризация графа

Вариант 156.

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0				4	3	4	4		3	4	
e2		0		2	1	4	3	2	3	2		
e3			0	5	2	1		4			3	5
e4		2	5	0	2	5	4			5		
e5	4	1	2	2	0				2			1
e6	3	4	1	5		0		4	2	2		
e7	4	3		4			0	1			1	
e8	4	2	4			4	1	0		3		
e9		3			2	2			0	2		
e10	3	2		5		2		3	2	0	3	
e11	4		3				1			3	0	1
e12			5		1						1	0

Нахождение Гамильтонова цикла:

$S=\{e_1\}$

$S=\{e_1, e_5\}$

$S=\{e_1, e_5, e_2\}$

$S=\{e_1, e_5, e_2, e_4\}$

$S=\{e_1, e_5, e_2, e_4, e_3\}$

$S=\{e_1, e_5, e_2, e_4, e_3, e_{12}\}$

$S=\{e_1, e_5, e_2, e_4, e_3, e_{12}, e_{11}\}$

$S=\{e_1, e_5, e_2, e_4, e_3, e_{12}, e_{11}, e_7\}$

$S=\{e_1, e_5, e_2, e_4, e_3, e_{12}, e_{11}, e_7, e_8\}$

$S=\{e_1, e_5, e_2, e_4, e_3, e_{12}, e_{11}, e_7, e_8, e_6\}$

$S=\{e_1,e_5,e_2,e_4,e_3,e_{12},e_{11},e_7,e_8,e_6,e_9\}$

$S=\{e_1,e_5,e_2,e_4,e_3,e_{12},e_{11},e_7,e_8,e_6,e_9,e_{10}\}$

Гамильтонов цикл найден. Ребро $e_{10} - e_1$ существует.

Матрица смежности с перенумерованными вершинами

0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0

после перенумерации $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 x_9 x_{10} x_{11} x_{12}$

до перенумерации $x_5 x_2 x_4 x_3 x_{12} x_{11} x_7 x_8 x_6 x_9 x_{10}$

Построение графа пересечений

	e1 7	e2 11	e1 8	e1 9	e1 10	e3 12	e2 4	e2 5	e2 6	e3 11	e3 10	e3 9	e3 8	e4 12	e4 10
e1 7	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
e2 11	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
e1 8	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
e1 9	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
e1 10	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
e3 12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
e2 4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

e2 5	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
e2 6	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
e3 11	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
e3 10	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0
e3 9	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
e3 8	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
e4 12	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
e4 10	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1

Построение семейства ψ_G

$M_{1\ 3}=111001000111111$

$M_{1\ 3\ 4}=111101000111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 5}=111111000111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 5\ 7}=111111100111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 5\ 7\ 8}=111111110111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 5\ 7\ 8\ 9}=111111111111111$

$\psi_1=\{e_{1\ 7}, e_{1\ 8}, e_{1\ 9}, e_{1\ 10}, e_{2\ 4}, e_{2\ 5}, e_{2\ 6}\}$

$M_{1\ 3\ 4\ 5\ 7\ 9}=111111110111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 5\ 8}=111111010111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 5\ 9}=111111001111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 7}=111101100111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 8}=111101010111111$

$M_{1\ 3\ 4\ 9}=111101001111111$

$$M_{1\ 3\ 5} = 111011000111111$$

$$M_{1\ 3\ 7} = 111001100111111$$

$$M_{1\ 3\ 8} = 111001010111111$$

$$M_{1\ 3\ 9} = 111001001111111$$

$$M_{1\ 4} = 110101000111111$$

$$M_{1\ 5} = 110011000111111$$

$$M_{1\ 7} = 110001100111111$$

$$M_{1\ 8} = 110001010111111$$

$$M_{1\ 9} = 110001001111111$$

$$M_{2\ 7} = 111111100111110$$

$$M_{2\ 7\ 8} = 111111110111111$$

$$M_{2\ 7\ 8\ 9} = 111111111111111$$

$$\psi_2 = \{e_{2\ 11}, e_{2\ 4}, e_{2\ 5}, e_{2\ 6}\}$$

$$M_{2\ 7\ 9} = 111111110111111$$

$$M_{2\ 7\ 15} = 111111111111111$$

$$\psi_3 = \{e_{2\ 11}, e_{2\ 4}, e_{4\ 10}\}$$

$$M_{2\ 8} = 111111101011111$$

$$M_{2\ 9} = 111111100111111$$

$$M_{2\ 10} = 111111111100010$$

$$M_{2\ 10\ 11} = 111111111110010$$

$$M_{2\ 10\ 11\ 12} = 111111111111011$$

$$M_{2\ 10\ 11\ 12\ 13} = 111111111111111$$

$$\psi_4 = \{e_{2\ 11}, e_{3\ 11}, e_{3\ 10}, e_{3\ 9}, e_{3\ 8}\}$$

$$M_{2\ 10\ 11\ 13} = 111111111111011$$

$$M_{2\ 10\ 11\ 15} = 111111111111111$$

$$\psi_5 = \{e_{2\ 11}, e_{3\ 11}, e_{3\ 10}, e_{4\ 10}\}$$

$$M_{2\ 10\ 12} = 111111111101011$$

$$M_{2\ 10\ 13} = 111111111100111$$

$$M_{2\ 10\ 15} = 111111111101111$$

$$M_{2\ 11} = 111111111010010$$

$$M_{2\ 12} = 111111111001011$$

$$M_{2\ 13} = 111111111000111$$

$$M_{2\ 15} = 111111011001111$$

$$M_{3\ 4} = 011101000111011$$

$$M_{3\ 4\ 5} = 011111000111011$$

$$M_{3\ 4\ 5\ 7} = 011111100111111$$

$$M_{3\ 4\ 5\ 8} = 011111010111111$$

$$M_{3\ 4\ 5\ 9} = 011111001111111$$

$$M_{3\ 4\ 5\ 13} = 111111111111111$$

$$\psi_6 = \{e_{1\ 8}, e_{1\ 9}, e_{1\ 10}, e_{3\ 8}\}$$

$$M_{3\ 4\ 7} = 011101100111111$$

$$M_{3\ 4\ 8} = 011101010111111$$

$$M_{3\ 4\ 9} = 011101001111111$$

$$M_{3\ 4\ 13} = 111101111111111$$

$$M_{3\ 5} = 011011000111011$$

$$M_{3\ 7} = 011001100111111$$

$$M_{3\ 8} = 011001010111111$$

$$M_{3\ 9} = 011001001111111$$

$$M_{3\ 13} = 111001111111111$$

$$M_{4\ 5} = 010111000110011$$

$$M_{4\ 5\ 7} = 010111100111111$$

$$M_{4\ 5\ 8} = 010111010111111$$

$$M_{4\ 5\ 9} = 010111001111111$$

$$M_{4\ 5\ 12} = 111111111111011$$

$$M_{4\ 5\ 12\ 13} = 111111111111111$$

$$\psi_7 = \{e_{1\ 9}, e_{1\ 10}, e_{3\ 9}, e_{3\ 8}\}$$

$$M_{4\ 5\ 13} = 110111111110111$$

$$M_{4\ 7} = 010101100111111$$

$$M_{4\ 8} = 010101010111111$$

$$M_{4\ 9} = 010101001111111$$

$$M_{4\ 12} = 111101111111011$$

$$M_{4\ 13} = 110101111110111$$

$$M_{5\ 7} = 010011100111110$$

$$M_{5\ 7\ 8} = 010011110111111$$

$$M_{5\ 7\ 9} = 010011101111111$$

$$M_{5\ 7\ 15} = 111111111111111$$

$$\psi_8 = \{e_{1\ 10}, e_{2\ 4}, e_{4\ 10}\}$$

$$M_{5\ 8} = 010011010111111$$

$$M_{5\ 9} = 010011001111111$$

$$M_{5\ 11} = 111111111110010$$

$$M_{5\ 11\ 12} = 111111111111011$$

$$M_{5\ 11\ 12\ 13} = 111111111111111$$

$$\psi_9 = \{e_{1\ 10}, e_{3\ 10}, e_{3\ 9}, e_{3\ 8}\}$$

$$M_{5 \ 11 \ 13} = 111111111110111$$

$$M_{5 \ 11 \ 15} = 111111111111111$$

$$\psi_{10} = \{e_{1 \ 10}, e_{3 \ 10}, e_{4 \ 10}\}$$

$$M_{5 \ 12} = 111011111101011$$

$$M_{5 \ 13} = 110011111100111$$

$$M_{5 \ 15} = 111111011101111$$

$$M_{6 \ 10} = 111111111100010$$

$$M_{6 \ 10 \ 11} = 111111111110010$$

$$M_{6 \ 10 \ 11 \ 12} = 111111111111011$$

$$M_{6 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13} = 111111111111111$$

$$\psi_{11} = \{e_{3 \ 12}, e_{3 \ 11}, e_{3 \ 10}, e_{3 \ 9}, e_{3 \ 8}\}$$

$$M_{6 \ 10 \ 11 \ 13} = 111111111110111$$

$$M_{6 \ 10 \ 11 \ 15} = 111111111111111$$

$$M_{6 \ 10 \ 12} = 111111111101011$$

$$M_{6 \ 10 \ 13} = 111111111100111$$

$$M_{6 \ 10 \ 15} = 111111111101111$$

$$M_{6 \ 11} = 111111111010010$$

$$M_{6 \ 12} = 111111111001011$$

$$M_{6 \ 13} = 111111111000111$$

$$M_{6 \ 14} = 111111111111110$$

$$M_{6 \ 14 \ 15} = 111111111111111$$

$$\psi_{13} = \{e_{3 \ 12}, e_{4 \ 12}, e_{4 \ 10}\}$$

$$M_{6 \ 15} = 111111111001101$$

$$M_{7 \ 8} = 000001110111111$$

$$M_{7\ 9} = 000001101111111$$

$$M_{7\ 14} = 111111111111110$$

$$M_{7\ 14\ 15} = 111111111111111$$

$$\psi_{14} = \{e_{2\ 4}, e_{4\ 12}, e_{4\ 10}\}$$

$$M_{7\ 15} = 101101111111101$$

$$M_{8\ 9} = 000001011111111$$

Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств Ψ_G построено. Это:

$$\psi_1 = \{e_{1\ 7}, e_{1\ 8}, e_{1\ 9}, e_{1\ 10}, e_{2\ 4}, e_{2\ 5}, e_{2\ 6}\}$$

$$\psi_2 = \{e_{2\ 11}, e_{2\ 4}, e_{2\ 5}, e_{2\ 6}\}$$

$$\psi_3 = \{e_{2\ 11}, e_{2\ 4}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_4 = \{e_{2\ 11}, e_{3\ 11}, e_{3\ 10}, e_{3\ 9}, e_{3\ 8}\}$$

$$\psi_5 = \{e_{2\ 11}, e_{3\ 11}, e_{3\ 10}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_6 = \{e_{1\ 8}, e_{1\ 9}, e_{1\ 10}, e_{3\ 8}\}$$

$$\psi_7 = \{e_{1\ 9}, e_{1\ 10}, e_{3\ 9}, e_{3\ 8}\}$$

$$\psi_8 = \{e_{1\ 10}, e_{2\ 4}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_9 = \{e_{1\ 10}, e_{3\ 10}, e_{3\ 9}, e_{3\ 8}\}$$

$$\psi_{10} = \{e_{1\ 10}, e_{3\ 10}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_{11} = \{e_{3\ 12}, e_{3\ 11}, e_{3\ 10}, e_{3\ 9}, e_{3\ 8}\}$$

$$\psi_{12} = \{e_{3\ 12}, e_{3\ 11}, e_{3\ 10}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_{13} = \{e_{3\ 12}, e_{4\ 12}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_{14} = \{e_{2\ 4}, e_{4\ 12}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_{15} = \{e_{2\ 6}\}$$

Выделение из G' максимального двудольного подграфа H'

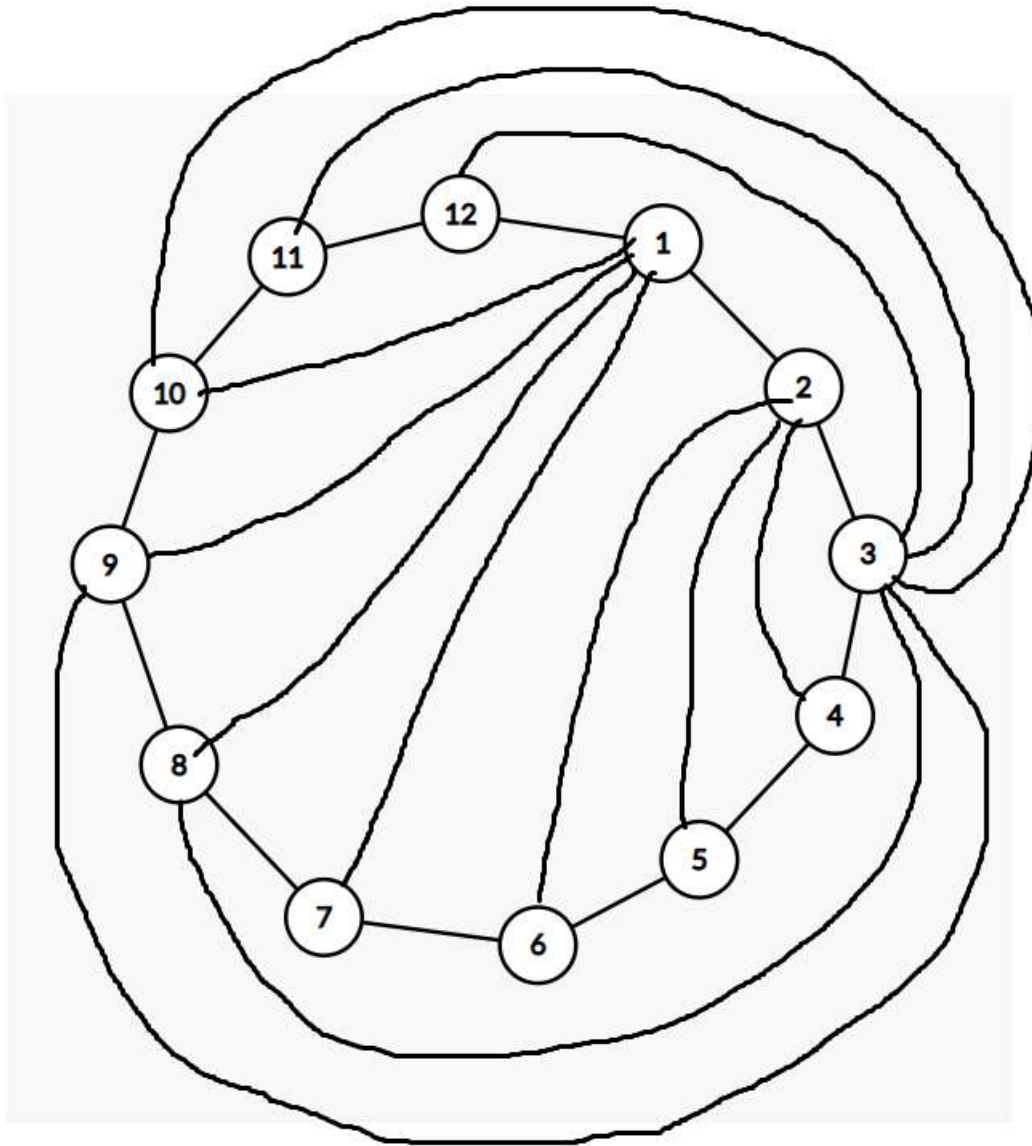
-	8	9	12	11	8	9	8	10	9	12	11	10	9	7
-	-	5	8	7	8	8	6	8	7	9	8	7	6	4
-	-	-	7	5	7	7	4	7	5	8	6	5	4	4
-	-	-	-	6	8	7	8	6	7	6	7	8	8	6
-	-	-	-	-	8	8	6	7	5	7	5	6	6	5
-	-	-	-	-	-	5	6	6	6	8	8	7	7	5
-	-	-	-	-	-	-	6	5	6	7	8	7	7	5
-	-	-	-	-	-	-	-	6	4	8	6	5	4	4
-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	6	7	7	7	5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	5	5	5	4
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	7	8	6
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	6	5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	4
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4

Значение 12 даёт множество ψ_1, ψ_{11}

$$\psi_1 = \{e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{110}, e_{24}, e_{25}, e_{26}\}$$

$$\psi_{11} = \{e_{312}, e_{311}, e_{310}, e_{39}, e_{38}\}$$

В суграфе H , содержащем максимальное число непересекающихся ребер, ребра, вошедшие в ψ_1 , проводим внутри гамильтонова цикла, а в ψ_{11} – вне его:



Удалим из ψG реализованные ребра :

$$\psi_1 = \{ \}$$

$$\psi_2 = \{e_{2\ 11}\}$$

$$\psi_3 = \{e_{2\ 11}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_4 = \{e_{2\ 11}\}$$

$$\psi_5 = \{e_{2\ 11}, e_{4\ 10}\}$$

$$\psi_6 = \{ \}$$

$$\psi_7 = \{ \}$$

$$\psi_8 = \{e_4 10\}$$

$$\psi_9 = \{\}$$

$$\psi_{10} = \{e_4 10\}$$

$$\psi_{11} = \{\}$$

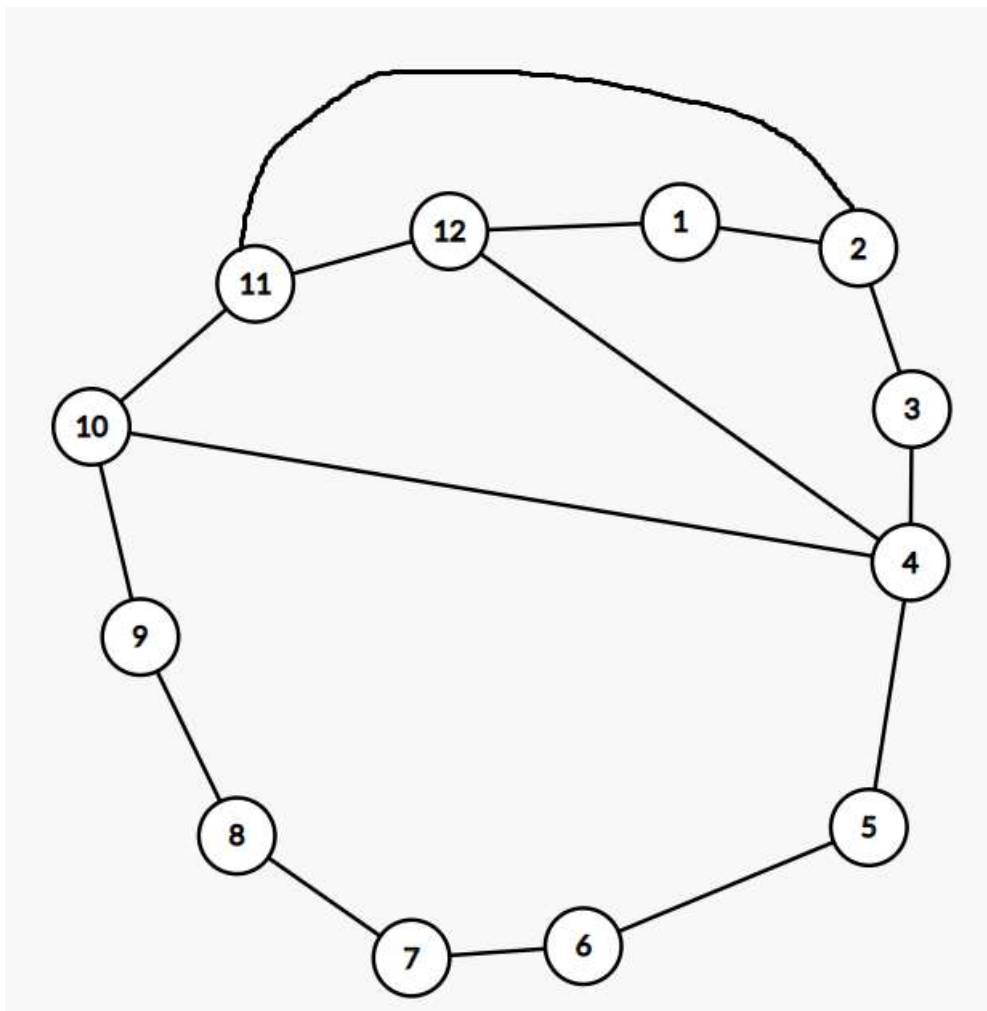
$$\psi_{12} = \{e_4 10\}$$

$$\psi_{13} = \{e_4 12, e_4 10\}$$

$$\psi_{14} = \{e_4 12, e_4 10\}$$

$$\psi_{15} = \{\}$$

Нереализованными остались ребра $e_2 11$, $e_4 10$, $e_4 12$. Проведём их:



Все ребра реализованы.