

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет: ПИиКТ

Направление 09.03.04 «Системное и прикладное программное обеспечение»

Мегафакультет: КТиУ

Рабочий протокол и отчёт по

Тесту №3

"Размещение методом ветвей и границ"

Выполнил:

Студент 1 курса

группа Р3115

Вариант 156

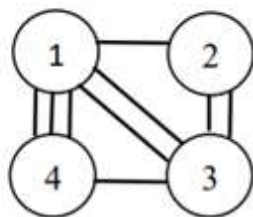
Девяткин А. Ю.

Преподаватель:

Поляков В.И.

Санкт-Петербург

2021



Составим матрицы соединений R графа и расстояний D множества позиций.

$$R = \begin{array}{c|cccc} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ \hline e_1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ e_2 & & 0 & 2 & 0 \\ e_3 & & & 0 & 1 \\ e_4 & & & & 0 \end{array} \quad D = \begin{array}{c|cccc} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ \hline p_1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ p_2 & & 0 & 1 & 2 \\ p_3 & & & 0 & 1 \\ p_4 & & & & 0 \end{array}$$

Определим нижнюю границу целевой функции для этих исходных данных.

Для этого упорядочим составляющие вектора r в невозрастающем порядке, а вектора d – в убывающем.

$$r = \{3 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0\}$$

$$d = \{1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3\}$$

$$r \times d = 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0 = 11.$$

Это значит, что для этих исходных данных значение целевой функции $F(P)$ не может быть меньше 13.

1. Помещаем элемент e_1 в позицию p_1 .

Т. к. размещен один элемент $F(q) = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_2, e_3, e_4\}$, свободные позиции $\{p_2, p_3, p_4\}$.

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы R $r_1 = \{3 \ 2 \ 1\}$, и вектор, соответствующий первой строке матрицы D $d_1 = \{1 \ 2 \ 3\}$, суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 \times d_1 = 3 + 4 + 3 = 10.$$

Для оценки $v(P)$ вычеркнем из матриц R и D первые строки и столбцы и образуем вектора: $r = \{2 \ 1 \ 0\}$ и $d = \{1 \ 1 \ 2\}$, соответствующие верхним половинам усеченных матриц R и D .

$$\text{Получим } v(P) = r \times d = 2 + 1 + 0 = 3.$$

$$\text{Таким образом, нижняя граница } F(P) = 0 + 10 + 3 = 13.$$

2. Помещаем элемент e_1 в позицию p_2 . По-прежнему $F(q) = 0$.

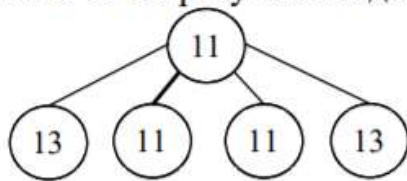
Неразмещенные элементы $\{e_2, e_3, e_4\}$, свободные позиции $\{p_1, p_3, p_4\}$.

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы R $r_1 = \{3 \ 2 \ 1\}$, и вектор, соответствующий второй строке матрицы D $d_2 = \{1 \ 1 \ 2\}$, суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 \times d_2 = 3 + 2 + 2 = 7.$$

Для оценки $v(P)$ вычеркнем из матрицы R первые строку и столбец, а из матрицы D вторые строку и столбец. Образует вектора: $r=\{2\ 1\ 0\}$ и $d=\{1\ 2\ 3\}$, соответствующие верхним половинам усеченных матриц R и D . Получим $v(P) = r \times d = 2 + 2 + 0 = 4$. Таким образом, нижняя граница $F(P) = 0 + 7 + 4 = 11$.

Очевидно, что ввиду симметричности позиций (p_1 и p_4) и (p_2 и p_3) будут получены те же результаты для симметричных позиций.



Назначаем элемент e_1 в позицию p_2 .

3. Помещаем элемент e_2 в позицию p_1 . Размещены два элемента: e_1 в позиции p_2 и e_2 в позиции p_1 , $F(q) = r_{12}d_{21} = 1$.

Неразмещенные элементы $\{e_3, e_4\}$, свободные позиции $\{p_3, p_4\}$;

$r_1 = \{3\ 2\}$ и $d_2 = \{1\ 2\}$, $r_1 \times d_2 = 3 + 4 = 7$;

$r_2 = \{2\ 0\}$ и $d_1 = \{2\ 2\}$, $r_2 \times d_1 = 4 + 0 = 4$;

$w(P) = 7 + 4 = 11$.

4. Помещаем элемент e_2 в позицию p_3 . Размещены два элемента: e_1 в позиции p_2 и e_2 в позиции p_3 , $F(q) = r_{12}d_{23} = 1$.

Неразмещенные элементы $\{e_3, e_4\}$, свободные позиции $\{p_1, p_4\}$;

$r_1 = \{3\ 2\}$ и $d_2 = \{1\ 2\}$, $r_1 \times d_2 = 3 + 4 = 7$;

$r_2 = \{2\ 0\}$ и $d_3 = \{1\ 2\}$, $r_2 \times d_3 = 2 + 0 = 2$;

$w(P) = 10 + 2 = 12$.

$r = \{1\}$ и $d = \{3\}$, $v(P) = r \times d = 3$. $F(P) = 1 + 12 + 3 = 13$.

5. Помещаем элемент e_2 в позицию p_4 . Размещены два элемента: e_1 в позиции p_2 и e_2 в позиции p_4 , $F(q) = r_{12}d_{24} = 2$.

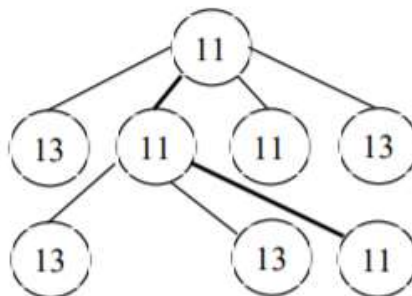
Неразмещенные элементы $\{e_3, e_4\}$, свободные позиции $\{p_1, p_3\}$;

$r_1 = \{3\ 2\}$ и $d_2 = \{1\ 1\}$, $r_1 \times d_2 = 3 + 2 = 5$;

$r_2 = \{2\ 0\}$ и $d_4 = \{1\ 2\}$, $r_2 \times d_4 = 2 + 0 = 2$;

$w(P) = 5 + 2 = 7$.

$r = \{1\}$ и $d = \{2\}$, $v(P) = r \times d = 2$. $F(P) = 2 + 9 + 2 = 11$.



Назначаем элемент e_2 в позицию p_4 .

6. Помещаем элемент e_3 в позицию p_1 . Размещены три элемента: e_1 в позиции p_2 , e_2 в позиции p_4 , и e_3 в позиции p_1 , $F(q) = r_{12}d_{24} + r_{13}d_{21} + r_{23}d_{41} = 2 + 2 + 6 = 10$.

Неразмещенный элемент $\{e_4\}$, свободная позиция $\{p_3\}$;

$r_1 = \{2\}$ и $d_2 = \{1\}$, $r_1 \times d_2 = 2$;

$r_2 = \{0\}$ и $d_4 = \{1\}$, $r_2 \times d_4 = 0$;

$r_3 = \{1\}$ и $d_1 = \{2\}$, $r_3 \times d_1 = 2$;

$w(P) = 2 + 0 + 2 = 4$.

Неразмещенный элемент один, $v(P) = 0$. $F(P) = 10 + 4 + 0 = 14$.

7. Помещаем элемент e_3 в позицию p_3 . Размещены три элемента: e_1 в позиции p_2 , e_2 в позиции p_4 , и e_3 в позиции p_3 , $F(q) = r_{12}d_{24} + r_{13}d_{23} + r_{23}d_{43} = 2 + 2 + 2 = 6$.

Неразмещенный элемент $\{e_4\}$, свободная позиция $\{p_1\}$;

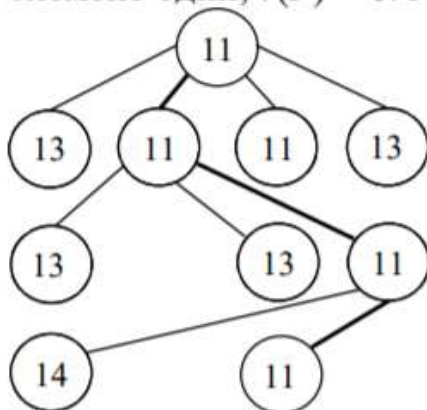
$r_1 = \{3\}$ и $d_2 = \{1\}$, $r_1 \times d_2 = 3$;

$r_2 = \{0\}$ и $d_4 = \{1\}$, $r_2 \times d_4 = 0$;

$r_3 = \{1\}$ и $d_3 = \{2\}$, $r_3 \times d_3 = 2$;

$w(P) = 3 + 0 + 2 = 5$.

Неразмещенный элемент один, $v(P) = 0$. $F(P) = 6 + 5 + 0 = 11$.



Нижние границы при размещении e_1 , e_2 и e_3

Назначаем элемент e_3 в позицию p_3 .

8. Неразмещенный элемент $\{e_4\}$, свободная позиция $\{p_1\}$.

Помещаем $\{e_4\}$ в позицию $\{p_1\}$.

$F(q) = r_{12}d_{24} + r_{13}d_{23} + r_{23}d_{43} + r_{14}d_{21} + r_{24}d_{41} + r_{34}d_{31} = 2 + 2 + 2 + 3 + 0 + 2 = 11$.

$w(P) = v(P) = 0$. $F(p) = 11$.

