

Вариант 1.

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{если } x < -2 \\ \sqrt{4 - x^2}, & \text{если } -2 \leq x < 2 \\ x - 2, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

2. Доказать, что функция $f(x) = x^3$ монотонно возрастает в промежутке $0 \leq x < +\infty$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{2x}{1-x^2}$$

$$4. y = \sqrt[5]{\frac{(x^2+1)(x+3)}{(x-3)^3}}$$

$$5. y = \sin^n x \cdot \cos(nx)$$

$$6. y = x \cdot 2^{\sqrt{x}}$$

$$7. y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

Вариант 2

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & \text{если } x < 1 \\ 2, & \text{если } 1 < x \leq 2 \\ 3x, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

2. Доказать, что функция $f(x) = \sin x$ монотонно возрастает в промежутке $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$$

$$4. y = (1+x)\sqrt{2+x^2}\sqrt[3]{3+x^3}$$

$$5. y = \frac{\sin^2 x}{\sin x^2}$$

$$6. y = 10^{x^2+1}$$

$$7. y = x^{\ln x}$$

Вариант 3

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x < 0 \\ x^3, & \text{если } 0 \leq x < 2 \\ 3, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

2. Доказать, что функция $f(x) = \operatorname{tg} x$ монотонно возрастает в промежутке $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{x}{(1-x)^2(1+x)^3}$$

$$4. y = \sqrt[m+n]{(1-x)^m(1+x)^n}$$

$$5. y = \frac{\cos x}{2 \sin^2 x}$$

$$6. y = x^x$$

$$7. y = (x^2 + 1)^{\sqrt{x}}$$

Вариант 4

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} -2, & \text{если } x < -\frac{\pi}{2} \\ 2 \sin x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

2. Доказать, что функция $f(x) = 2x + \sin x$ монотонно возрастает в промежутке $-\infty < x < +\infty$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{(2-x^2)(2-x^3)}{(1-x)^2}$$

$$4. y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

$$5. y = \sin(\cos^2 x) \cdot \cos(\sin^2 x)$$

$$6. y = x^{\sin x}$$

$$7. y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}$$

Вариант 5

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -\pi \\ \sin x, & \text{если } -\pi < x < 0 \\ \pi, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

2. Доказать, что функция $f(x) = x^2$ монотонно убывает в промежутке $-\infty < x \leq 0$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{(1-x)^p}{(1+x)^q}$$

$$4. y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-x^4}}$$

$$5. y = \cos 2x - 2 \sin x$$

$$6. y = 3^{x^2} \cdot \sqrt{x^3 - 5x}$$

$$7. y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-x^4}}$$

Вариант 6

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x < 0 \\ (x + 1)^2, & \text{если } 0 < x \leq 2 \\ -x + 4, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

2. Доказать, что функция $f(x) = \cos x$ монотонно убывает в промежутке $0 \leq x \leq \pi$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{x^p(1-x)^q}{1+x}$$

$$4. y = \frac{(x^3-2)\sqrt[3]{x-1}}{(x+5)^4}$$

$$5. y = (2 - x^2) \cos x + 2x \sin x$$

$$6. y = e^{-x^2}$$

$$7. y = \ln(5x^3 - x)$$

Вариант 7

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & \text{если } x < 1 \\ 2, & \text{если } 1 < x \leq 2 \\ 3x, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

2. Доказать, что функция $f(x) = \operatorname{ctg} x$ монотонно убывает в промежутке $0 < x < \pi$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{x}{(1-x)^2(1+x)^3}$$

$$4. y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$5. y = \frac{1}{\cos^n x}$$

$$6. y = \frac{x + e^{3x}}{x - e^{3x}}$$

$$7. y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

Вариант 8

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x \leq 0 \\ 1 + 2x, & \text{если } 0 < x < 2 \\ x - 3, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

2. Исследовать на монотонность функцию $f(x) = ax^2 + bx + c$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{-2x}{x^2 - 1}$$

$$4. y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$$

$$5. y = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}$$

$$6. y = e^x (1 + \operatorname{ctg} \frac{x}{2})$$

$$7. y = \sqrt{x+1} - \ln(1 + \sqrt{x+1})$$

Вариант 9

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -1 \\ x^2 + 1, & \text{если } -1 < x \leq 1 \\ -x + 3, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

2. Исследовать на монотонность функцию $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

Найти производные функций:

$$3. y = x^3 - \frac{1}{5}x^2 + 2x - 4$$

$$4. y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}(x+\sqrt{1+x^2})}$$

$$5. y = \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$$

$$6. y = x^{\cos x}$$

$$7. y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

Вариант 10

1. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)$. Определить характер точек разрыва, в случае разрыва первого рода типа скачка определить величину скачка функции в этих точках разрыва.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -\pi \\ \cos x, & \text{если } -\pi < x < 0 \\ \pi, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

2. Исследовать на монотонность функцию $f(x) = a^x, a > 0$

Найти производные функций:

$$3. y = \frac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$$

$$4. y = x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$$

$$5. y = \operatorname{tg} x - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 x$$

$$6. y = e^x(x^2 - 2x + 2)$$

$$7. y = \frac{1}{4x^4} \ln \frac{1}{x} - \frac{1}{16x^4}$$