Lista 10

Para todas as listas de exercício, você deve criar arquivos .m com os códigos implementados e, se necessário, um arquivo em pdf com os resultados gerados (pode ser a impressão dos resultados calculados ou figuras). Todos arquivos devem ser nomeados como RA000000_LXX_YY.m, em que

- 000000 é o número do seu RA
- XX é o número da lista.
- YY é o número do exercício.

1) A tabela a seguir mostra a densidade da Terra em função da distância a partir de seu centro ($r = 0$).

r, km	0	1100	1500	2450	3400	3630
ρ(g/cm³)	13	12.4	12	11.2	9.7	5.7
r, km	4500	5380	6060	6280	6380	
ρ(g/cm³)	5.2	4.7	3.6	3.4	3	

Utilize alguma técnica de integração numérica para estimar a massa total da Terra e a sua densidade média. Admita que a Terra é uma esfera perfeita.

Note que a massa de uma esfera cuja densidade varia apenas com a direção radial pode ser estimada a partir da equação

$$m = \int_V \rho \mathrm{dV} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R} \rho r^2 \sin\phi \, dr \, d\theta \, d\phi = 4\pi \int_0^{R} \rho(r) r^2 dr$$

A densidade média da Terra é simplesmente

$$\bar{\rho} = \frac{m}{V}$$

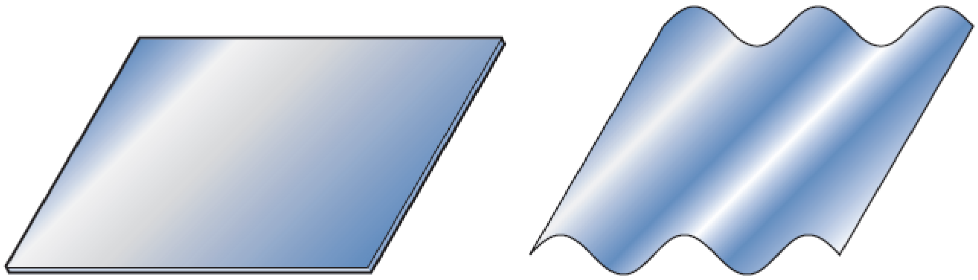
em que V é o volume total da esfera.

Determine a massa em kg da Terra e a densidade média em kg/m³. Sua função deve retornar a massa `m` e a densidade média `rho_avg`. Observe que $1 \ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 1000 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

```
[m,rho_avg] = RA000000_L10_01;
```

```
function [m,rho_avg] = RA000000_L10_01()
    % seu código aqui
end
```

2) Uma telha ondulada é construída pressionando uma folha de alumínio lisa de forma a obter uma folha cuja seção transversal tem o formato de uma onda senoidal.



Uma telha de 120 cm de comprimento é necessária, com uma altura de 2.5 cm de cada onda, medida a partir do centro. Considerando que cada onda tem um período aproximado de 2π, o problema de encontrar o comprimento da placa lisa inicial consiste em se determinar o comprimento da curva (em cm) dada por $f(x) = 2.5\sin x$, de $x = 0\,\text{cm}$ até $x = 120\,\text{cm}$. Esse comprimento é:

$$L = \int_0^{120} \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\text{dx} = \int_0^{120} \sqrt{1 + (2.5\cos x)^2}\,\text{dx}$$

Estime esse comprimento inicial da folha de alumínio. Sua função deve retornar esse comprimento `L (em cm)`.

```
L = RA000000_L10_02;
```

```
function [L] = RA000000_L10_02()
    % seu código aqui
end
```

3) Um avião é rastreado por um radar e os dados são medidos a cada 2 segundos nas coordenadas polares r e θ.

***t*, s**	200	202	204	206	208	210
θ, (rad)	0.75	0.72	0.70	0.68	0.67	0.66
***r*, m**	5120	5370	5560	5800	6030	6240

Encontre o vetor velocidade $\vec{v}$ e o vetor aceleração $\vec{a}$ do avião nos instantes $t = 200\,\text{s}$, $t = 206\,\text{s}$ e $t = 210\,\text{s}$. A velocidade e a aceleração dadas em coordenadas polares são:

$$\vec{v} = \dot{r}\,\hat{e}_r + r\dot{\theta}\,\hat{e}_\theta$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{e}_\theta$$

Utilize fórmulas apropriadas para estimar as derivadas nas equações acima. Sua função deve retornar os vetores coluna `v_210` e `a_210`, da velocidade e aceleração do avião no instante $t = 206\,\text{s}$, com as componentes $\hat{e}_r$ e $\hat{e}_\theta$.

```
[v_200, a_200, v_206, a_206, v_210, a_210] = RA000000_L10_03;
```

```
function [v_200, a_200, v_206, a_206, v_210, a_210] = RA000000_L10_03()
    % seu código aqui
end
```