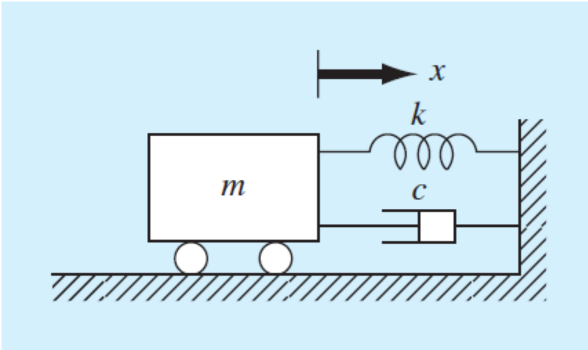
Lista 14

Para todas as listas de exercício, você deve criar arquivos .m com os códigos implementados e, se necessário, um arquivo em pdf com os resultados gerados (pode ser a impressão dos resultados calculados ou figuras). Todos arquivos devem ser nomeados como RA000000_LXX_YY.m, em que

- 000000 é o número do seu RA
- XX é o número da lista.
- YY é o número do exercício.

1) O sistema massa-mola-amortecedor mostrado na figura é excitado por uma força $f(t)$.



Sua equação de movimento pode ser escrita como

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$$

A função de transferência do sistema pode ser escrita como

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Obtenha a resposta do sistema para as seguintes excitações:

a) Impulso de amplitude arbitrária I: $f(t) = I\delta(t)$

b) Degrau de amplitude arbitrária A: $f(t) = A\Phi(t)$

c) Força harmônica de frequência ω: $f(t) = \sin(\omega t)$

d) Força arbitrária: $f(t) = 1 - e^{-t}$

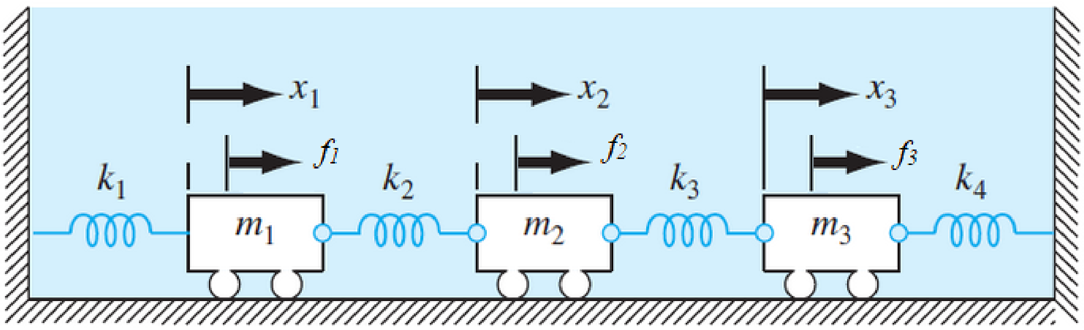
Considere $m = 20\,\mathrm{kg}$, $c = 5\,\mathrm{N \cdot s/m}$ e $k = 20\,N/m$ e condições iniciais nulas. Para as excitações, considere $I = 2\,\mathrm{N} \cdot s$, $A = -1\,\mathrm{N}$ e $\omega = 1.1\,\mathrm{rad/s}$. Resolva utilizando o modelo de função de transferência. Obtenha respostas no intervalo de tempo $0 \le t \le 40\,s$. Utilize as funções impulse, step e lsim para calcular as respostas do sistemas.

Sua função deve retornar as 4 respostas dentro das estrutras a, b, c e d, sendo que cada estrutura contém os vetores de tempo t e da posição x, com a resposta para cada um dos itens.

```
[a, b, c, c] = RA000000_L14_01;
a.t % é o vetor de tempo t do item a
a.x % é o vetor do deslocamento x do item a
```

```
function [a, b, c, d] = RA000000_L14_01()
    % seu código aqui
end
```

2) Ao conjunto de massas e molas interligados, mostrado na figura, três forças $f_1(t)$, $f_2(t)$ e $f_3(t)$ podem ser aplicadas.



As equações de movimento do sistema são:

$$\ddot{x}_1 + \frac{(k_1 + k_2)}{m_1} x_1 - \frac{k_2}{m_1} x_2 = f_1(t)$$

$$\ddot{x}_2 - \frac{k_2}{m_2} x_1 + \frac{(k_2 + k_3)}{m_2} x_2 - \frac{k_3}{m_2} x_3 = f_2(t)$$

$$\ddot{x}_3 - \frac{k_3}{m_3} x_2 + \frac{(k_3 + k_4)}{m_3} x_3 = f_3(t)$$

Esse conjunto de equações pode ser escrito no espaço de estados definindo-se as coordenadas $x_1 = x_1$, $x_2 = x_2$, $x_3 = x_3$, $x_4 = \dot{x}_1$, $x_5 = \dot{x}_2$ e $x_6 = \dot{x}_3$. A partir desse conjunto de coordenadas, as equações acima podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(k_1+k_2)}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{(k_2+k_3)}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_3}{m_3} & -\frac{(k_3+k_4)}{m_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix}$$

Deseja-se observar a resposta em deslocamento do sistema, de forma que pode-se definir o vetor de saída como:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

Observe que o conjunto de equações acima define o modelo de espaço de estados

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\}$$
$$\{y\} = [C]\{x\} + [D]\{u\}$$

com $[D] = 0$, e as outras matrizes já estão definidas.

A partir desse sistema descrito no espaço de estados, pode-se obter a resposta do sistema formado por três massas para diversas condições. Denomina-se resposta livre do sistema a resposta do sistema a condições iniciais sem forças externas agindo nele.

Obtenha a resposta livre do sistema dadas as condições iniciais:

a) $x_1 = 1$, $x_2 = x_3 = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$

b) $\dot{x}_2 = 1$, $x_1 = x_2 = x_3 = \dot{x}_1 = \dot{x}_3 = 0$

c) $x_1 = 1.0$, $x_2 = 1.1571$, $x_3 = 1.0$, $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$

Defina o modelo de espaço de estados dadas as matrizes acima com a função `ss` e utilize a função `initial` para calcular a resposta do sistema. Considere um tempo final de 20 s, isto é, calcule a resposta no intervalo $0 \le t \le 20\,\mathrm{s}$. Observe que as condições iniciais (vetor `x0`) devem ser um vetor coluna. Considere $k_1 = k_4 = 15\,\mathrm{N/m}$, $k_2 = k_3 = 35\,N/m$ e $m_1 = m_2 = m_3 = 1.5\,\mathrm{kg}$.

Sua função deve retornar 3 estruturas a, b e c, com a resposta para cada um dos itens, sendo que cada estrutura contém os vetores de tempo t e da posição x.

```
[a, b, c] = RA000000_L13_02;
a.t % é o vetor de tempo t do item a
a.x % é a matriz dos deslocamentos x do item a
```

```
function [a, b, c] = RA000000_L13_02()
    % seu código aqui
end
```