

## Εργασία Ρομποτικής

Μέλη ομάδας :

Όνομ/πώνυμο	ΑΜ	Email
Θεοδωρίδης Χαράλαμπος	4674	cs04674@uoi.gr
Μπονίτσης Παντελής	4742	cs04742@uoi.gr
Σιδηρόπουλος Γεώργιος	4789	cs04789@uoi.gr

Μέθοδοι και παράμετροι σχεδιασμού τροχιάς :

Μέθοδος/Παράμετρος	Τιμή
Κυβικά πολυώνυμα	Μεγαλύτερος ΑΜ : 4789 (Περίττος)
Αρχική θέση και προσανατολισμός	$\begin{matrix} x_0 & 0\text{ m} \\ q_0 = y_0 & 0\text{ m} \\ z_0 & 0\text{ rad} \end{matrix}$
Ενδιάμεση θέση	$\begin{matrix} x_v & 24\text{ m} \\ q_v = y_v & 12\text{ m} \\ z_v & n/a\text{ rad} \end{matrix}$
Τελική θέση και προσανατολισμός	$\begin{matrix} x_f & 24\text{ m} \\ q_f = y_f & -12\text{ m} \\ z_f & 2\text{ rad} \end{matrix}$
Μέγιστη γραμμική ταχύτητα	0.2 m/s
Μέγιστη γωνιακή ταχύτητα	40 deg/s = 0.6981317008 rad/s

### Σύντομη περιγραφή των κινήσεων

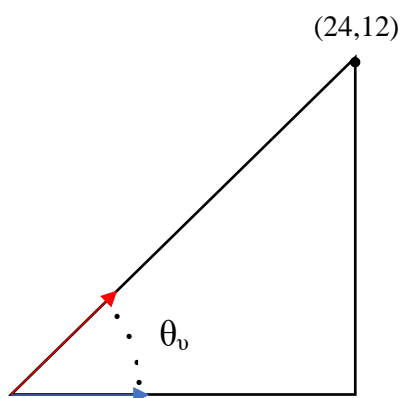
Η τροχιά που θα ακολουθήσει το ρομπότ προκειμένου να ξεκινήσει από την αρχική θέση και προσανατολισμό, να φτάσει στην ενδιάμεση θέση, να σταματήσει και τέλος, να συνεχίσει προς την τελική θέση και προσανατολισμό, έχει χωριστεί σε πέντε κινήσεις.

Σε κάθε μία από αυτές τις κινήσεις το ρομπότ είτε θα περιστρέφεται σε κάποια συγκεκριμένη γωνία, είτε θα μετακινείται στην ευθεία ώστε να διανύσει κάποια συγκεκριμένη απόσταση.

Για κάθε κίνηση, οι τροχιές θέσης και ταχύτητας σχεδιάζονται με την μέθοδο των κυβικών πολυωνύμων. Επιπρόσθετα παρουσιάζονται αναλυτικά διαγράμματα που επεξηγούν την κάθε κίνηση καθώς και γραφικές παραστάσεις με τις επιθυμητές τροχιές θέσης και ταχύτητας, καθώς και αυτές που πραγματοποίησε το ρομπότ.

## Κίνηση πρώτη

**Σύντομη περιγραφή:** Αρχικά το ρομπότ σχηματίζει γωνία μηδέν μοιρών με τον άξονα των  $x$ . Στόχος της κίνησης είναι το ρομπότ να περιστραφεί ώστε να αποκτήσει την κατάλληλη γωνία ώστε να βρίσκεται στην ίδια ευθεία με την ενδιάμεση θέση.



Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η γωνία  $\theta_v$  έχει τιμή 26.56507358 μοίρες ή 0.463648 rad.

### **Κυβικά πολυώνυμα:**

Αρχικό σημείο:  $\theta(0) = \theta_0 = 0 \text{ rad}$

Τελικό σημείο:  $\theta(t_v) = \theta_v = 0.463648 \text{ rad}$

Χρονικό διάστημα:  $t_v = 10 \text{ sec}$

Υποθέτουμε ότι το  $\theta(t)$  είναι πολυώνυμο τρίτου βαθμού:

$$\theta(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$$

$$\theta'(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2$$

Βρίσκουμε τους συντελεστές  $\alpha_i$ :

$$\text{Για } t = 0 : \quad \alpha_0 = \theta_0, \alpha_1 = 0$$

$$\text{Για } t = t_v : \quad t_v^2(\alpha_2 + \alpha_3 t_v) = \theta_v - \theta_0$$

$$t_v(2\alpha_2 + 3\alpha_3 t_v) = 0$$

Μετά από μαθηματικές πράξεις προκύπτουν τα εξής:

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 0$$

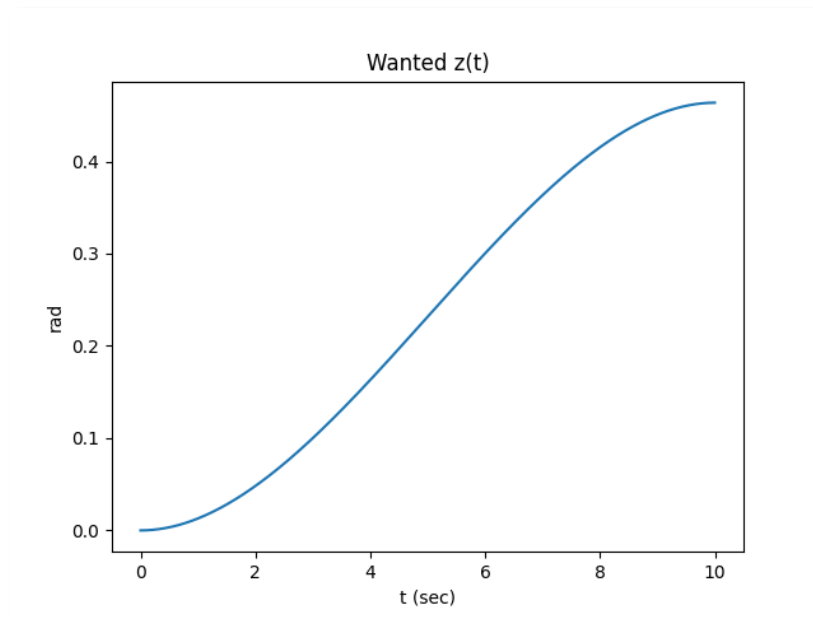
$$\alpha_2 = \frac{3}{t_v^2}(\theta_v - \theta_0) = 0.01390944$$

$$\alpha_3 = \frac{-2}{t_v^3}(\theta_v - \theta_0) = 0.000927296$$

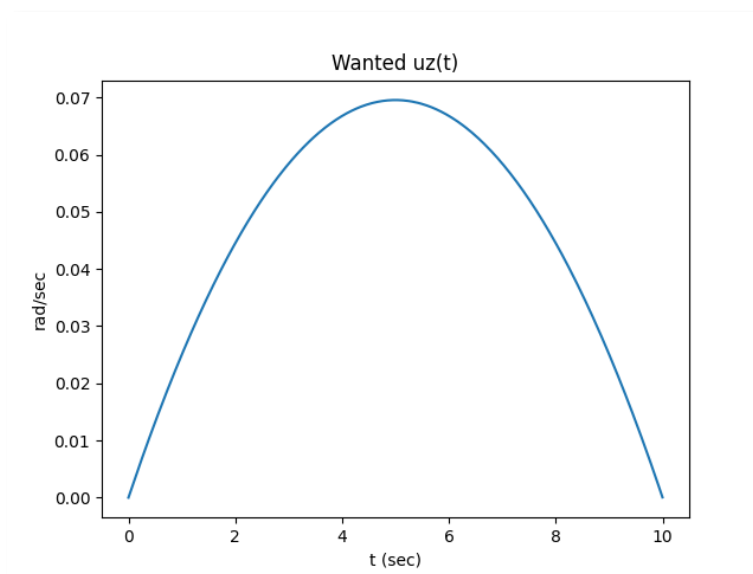
Επομένως οι δύο συναρτήσεις που προκύπτουν είναι οι εξής:

$$\theta(t) = 0.01390944t^2 + 0.000927296t^3$$

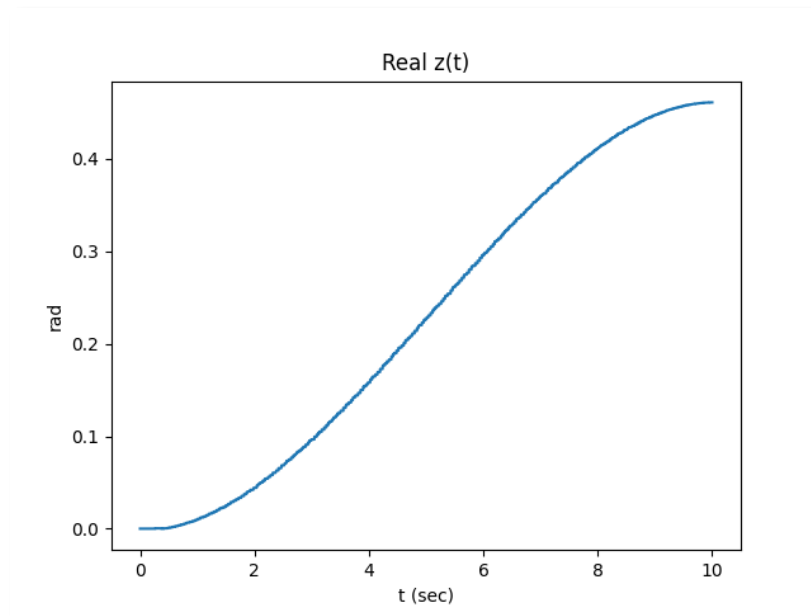
$$\theta'(t) = 0.02781888t + 0.002781888t^2$$

**Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς θέσης**

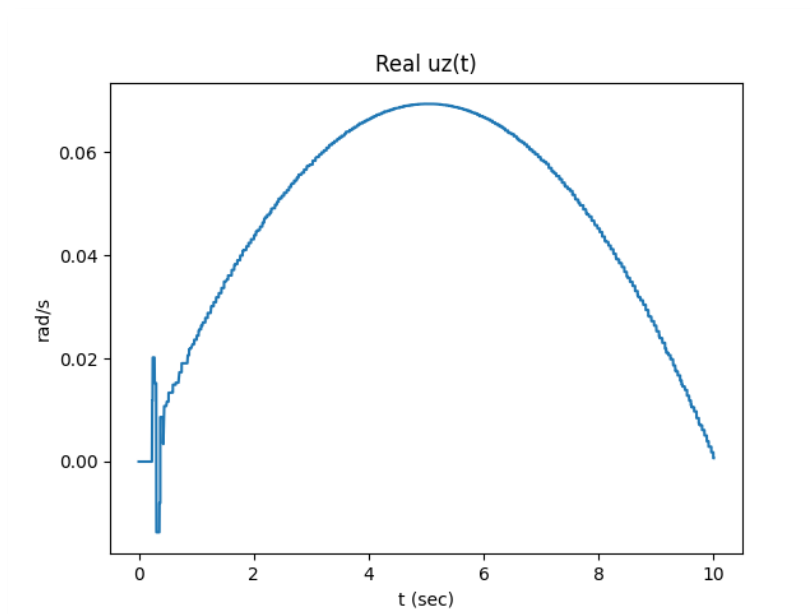
Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι μετά το τέλος της περιστροφής η οποία διαρκεί 10 sec, η γωνία που σχηματίζει το ρομπότ με τον άξονα των  $x$  θα είναι περίπου 0.463648 rad.

**Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς ταχύτητας**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η γωνιακή ταχύτητα του ρομπότ δεν ξεπερνάει την μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που δίνεται στα 0.6981317008 rad/s.

**Γραφική παράσταση τροχιάς θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ**

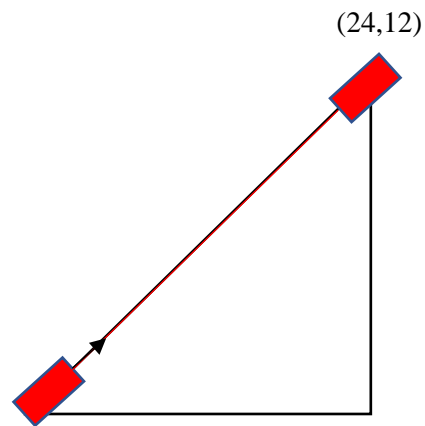
Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ, εκτός από μερικές μικρές διακυμάνσεις, είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

**Γραφική παράσταση τροχιάς ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ, εκτός από μερικές μικρές διακυμάνσεις κυρίως στην αρχή, είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

## Κίνηση δεύτερη

**Σύντομη περιγραφή:** Αφού το ρομπότ περιστραφεί και αποκτήσει την κατάλληλη γωνία με τον άξονα των x, στόχος είναι να διανύσει την απαραίτητη απόσταση ώστε να φτάσει στην ενδιάμεση θέση και στην συνέχεια να σταματήσει.



Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η απόσταση που πρέπει να διανύσει είναι 26.83282 m.

### **Κυβικά πολυώνυμα:**

Αρχικό σημείο:  $x(0) = x_0 = 0 \text{ m}$

Τελικό σημείο:  $x(t_v) = x_v = 26.83282 \text{ m}$

Χρονικό διάστημα:  $t_v = 210 \text{ sec}$

Υποθέτουμε ότι το  $x(t)$  είναι πολυώνυμο τρίτου βαθμού:

$$x(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$$

$$x'(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2$$

Μετά από τους μαθηματικούς υπολογισμούς που πραγματοποιήθηκαν στην πρώτη κίνηση προκύπτουν τα εξής:

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{tv^2}(x_v - x_0) = 0.001825361905$$

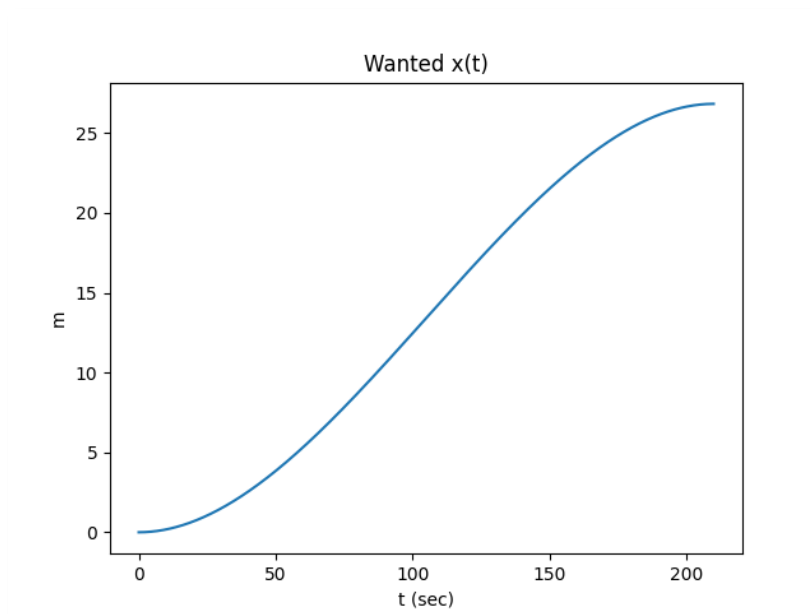
$$\alpha_3 = \frac{-2}{tv^3}(x_v - x_0) = 0.000005794799698$$

Επομένως οι δύο συναρτήσεις που προκύπτουν είναι οι εξής:

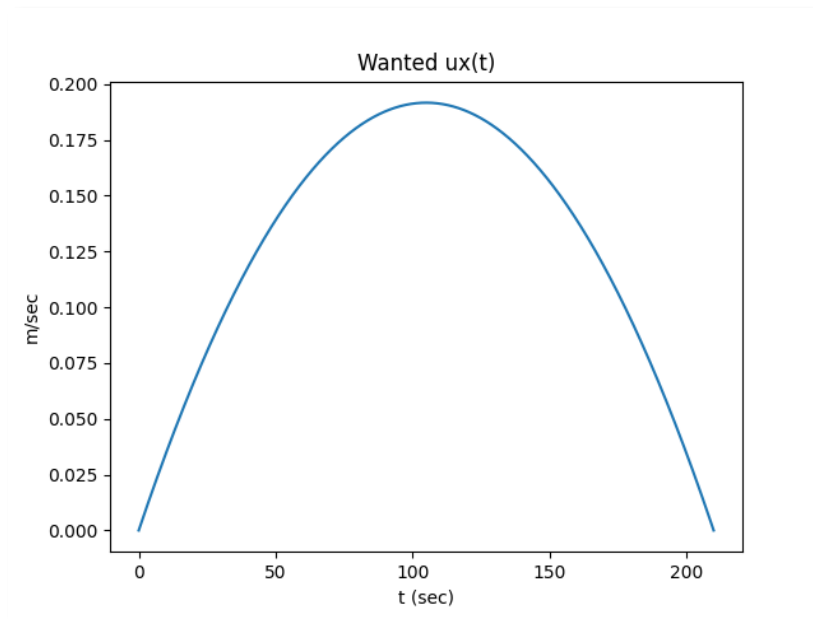
$$x(t) = 0.001825361905t^2 + 0.000005794799698t^3$$

$$x'(t) = 0.00365072381t + 0.00001738439909t^2$$

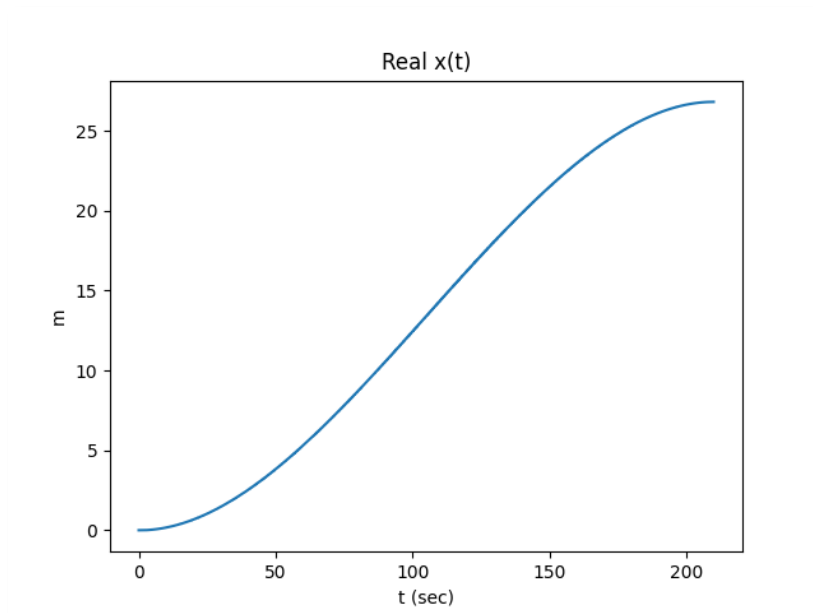
### Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς θέσης



Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι μετά το τέλος της κίνησης η οποία διαρκεί 210 sec, η απόσταση που έχει διανύσει το ρομπότ θα είναι περίπου 26.83282 m.

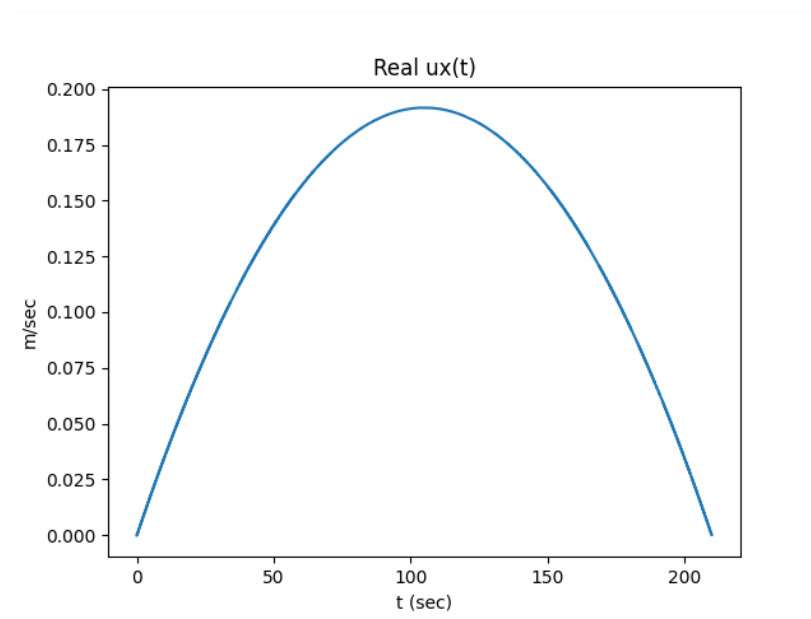
**Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς ταχύτητας**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η γραμμική ταχύτητα του ρομπότ δεν ξεπερνάει την μέγιστη γραμμική ταχύτητα που δίνεται στα 0.2 m/s.

**Γραφική παράσταση τροχιάς θέσης που πραγματοποιήσει το ρομπότ**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

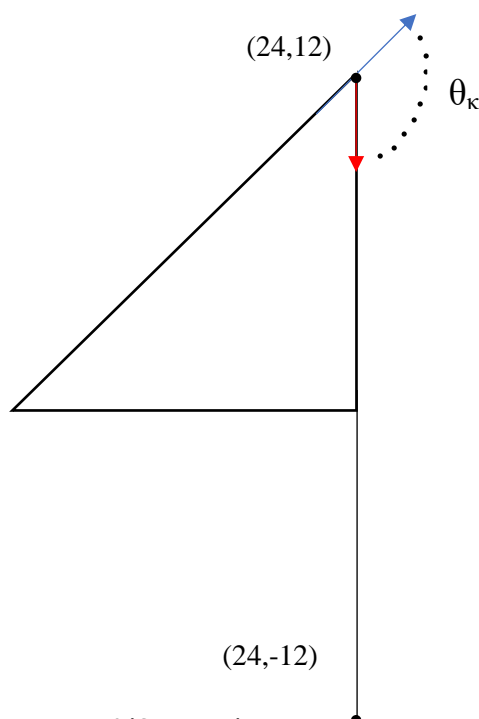


**Γραφική παράσταση τροχιάς ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

**Κίνηση τρίτη**

**Σύντομη περιγραφή:** Αφού το ρομπότ έχει φτάσει και σταματήσει στην ενδιάμεση θέση, στόχος είναι να περιστραφεί ώστε να βρεθεί στην ίδια ευθεία με το σημείο της τελικής θέσης.



Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η γωνία  $\theta_k$  έχει τιμή 116.56507359 μοίρες ή 2.034444327 rad.

**Κυβικά πολυώνυμα:**

Αρχικό σημείο:  $\theta(0) = \theta_0 = 0 \text{ rad}$

Τελικό σημείο:  $\theta(t_k) = \theta_k = 2.034444327 \text{ rad}$

Χρονικό διάστημα:  $t_k = 10 \text{ sec}$

Υποθέτουμε ότι το  $\theta(t)$  είναι πολυώνυμο τρίτου βαθμού:

$$\theta(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$$

$$\theta'(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2$$

Μετά από τους μαθηματικούς υπολογισμούς που πραγματοποιήθηκαν στην πρώτη κίνηση προκύπτουν τα εξής:

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 0$$

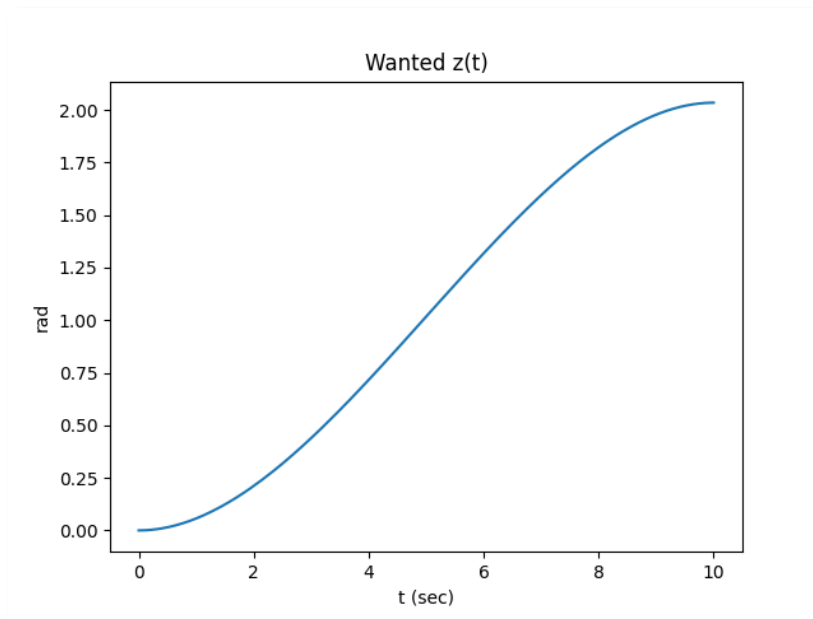
$$\alpha_2 = \frac{3}{t_k^2}(\theta_k - \theta_0) = 0.06103332981$$

$$\alpha_3 = \frac{-2}{t_k^3}(\theta_k - \theta_0) = 0.004068888654$$

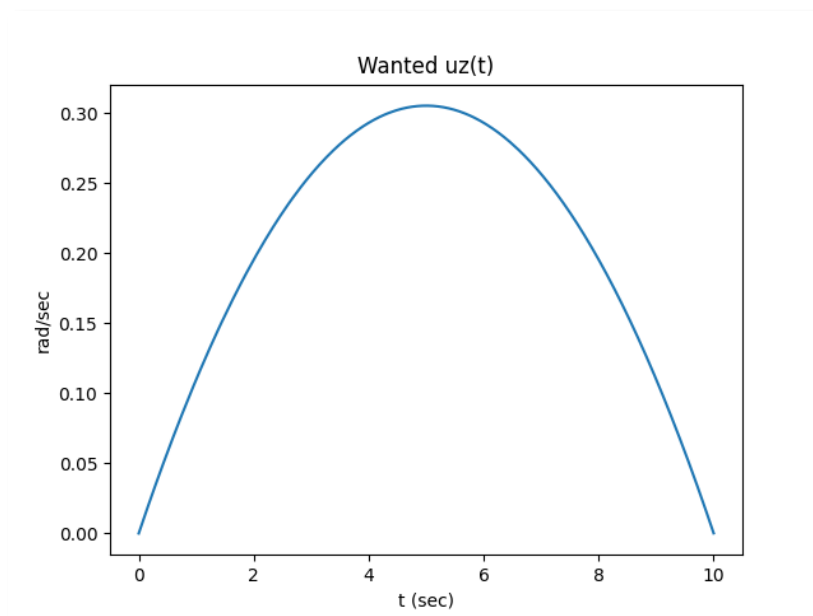
Επομένως οι δύο συναρτήσεις που προκύπτουν είναι οι εξής:

$$\theta(t) = 0.06103332981t^2 + 0.004068888654t^3$$

$$\theta'(t) = 0.1220666596t + 0.01220666596t^2$$

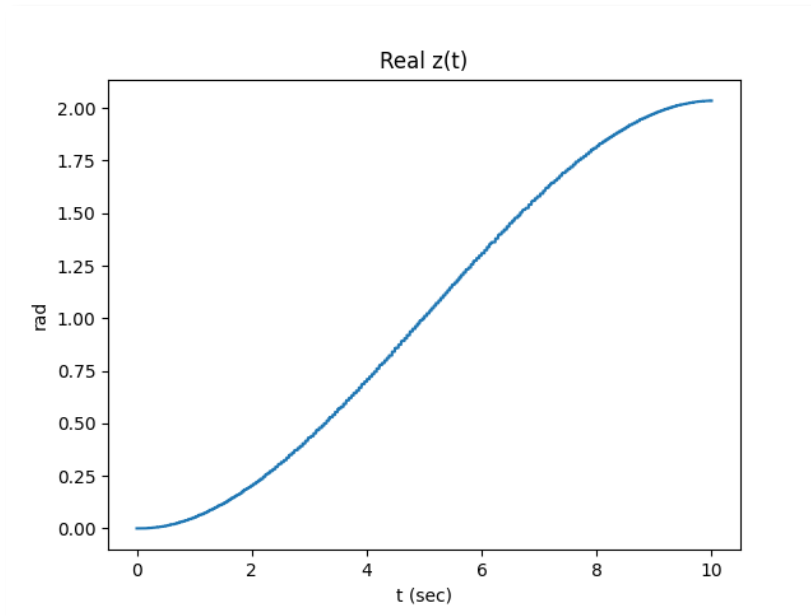
**Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς θέσης**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι μετά το τέλος της περιστροφής η οποία διαρκεί 10 sec, η γωνία που έχει περιστραφεί το ρομπότ είναι περίπου 2.034444327 rad.

**Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς ταχύτητας**

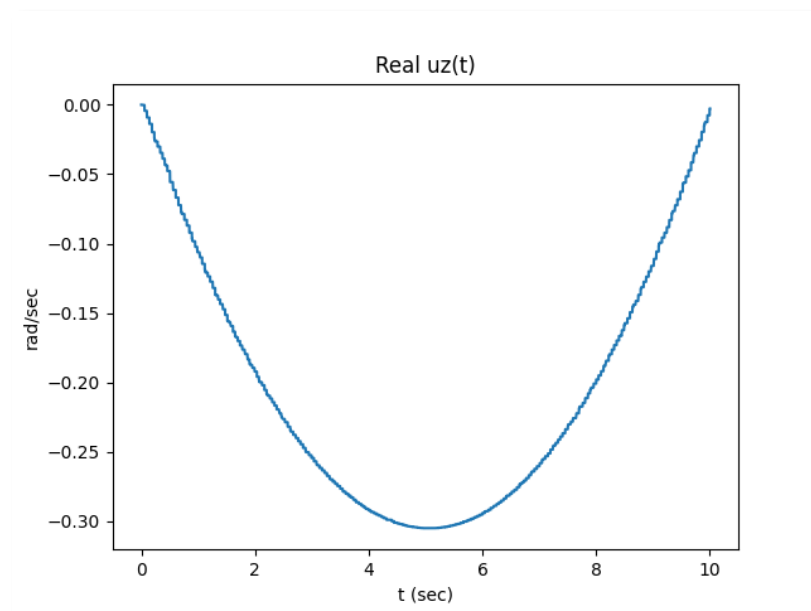
Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η γωνιακή ταχύτητα του ρομπότ δεν ξεπερνάει την μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που δίνεται στα 0.6981317008 rad/s.

**Γραφική παράσταση τροχιάς θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ**



Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ, εκτός από μερικές μικρές διακυμάνσεις, είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

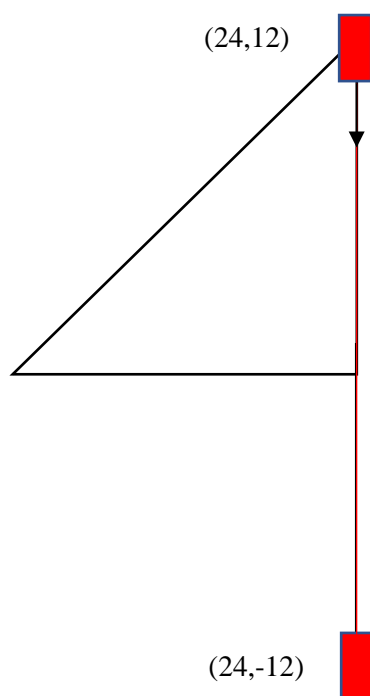
**Γραφική παράσταση τροχιάς ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ**



Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ, εκτός από μερικές μικρές διακυμάνσεις, είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή. Βέβαια είναι αρνητική διότι απαιτείται το ρομπότ να περιστραφεί δεξιόστροφα.

## Κίνηση τέταρτη

**Σύντομη περιγραφή:** Αφού το ρομπότ περιστραφεί και βρεθεί στην ίδια ευθεία με την τελική θέση, στόχος είναι να διανύσει την απαραίτητη απόσταση ώστε να φτάσει σε αυτήν.



Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η απόσταση που πρέπει να διανύσει είναι 24 m.

### **Κυβικά πολυώνυμα:**

Αρχικό σημείο:  $x(0) = x_0 = 0 \text{ m}$

Τελικό σημείο:  $x(t_f) = x_f = 24 \text{ m}$

Χρονικό διάστημα:  $t_f = 190 \text{ sec}$

Υποθέτουμε ότι το  $x(t)$  είναι πολυώνυμο τρίτου βαθμού:

$$x(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$$

$$x'(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2$$

Μετά από τους μαθηματικούς υπολογισμούς που πραγματοποιήθηκαν στην πρώτη κίνηση προκύπτουν τα εξής:

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{t_f^2}(x_f - x_0) = 0.001994459834$$

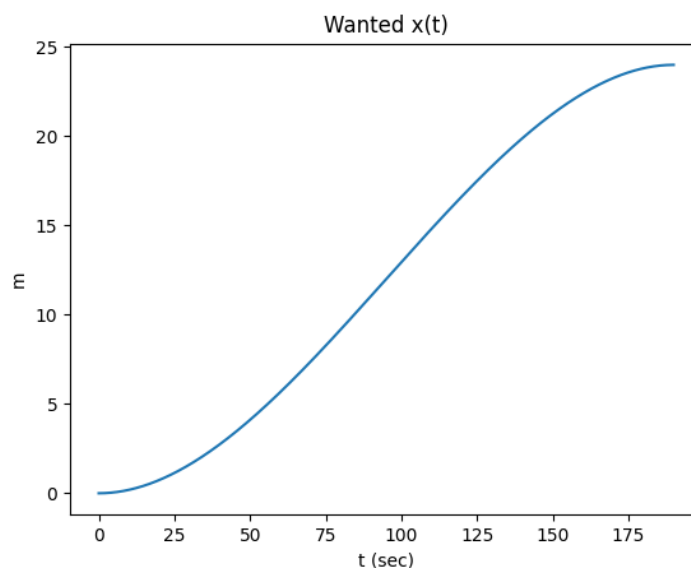
$$\alpha_3 = \frac{-2}{t_f^3}(x_f - x_0) = 0.00000699810468$$

Επομένως οι δύο συναρτήσεις που προκύπτουν είναι οι εξής:

$$x(t) = 0.001994459834t^2 + 0.00000699810468t^3$$

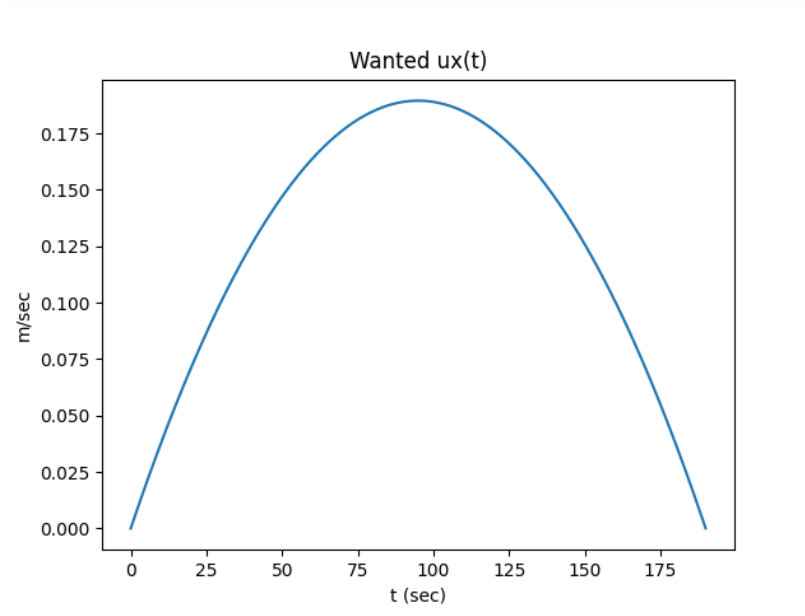
$$x'(t) = 0.003988919668t + 0.00002099431404t^2$$

#### Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς θέσης



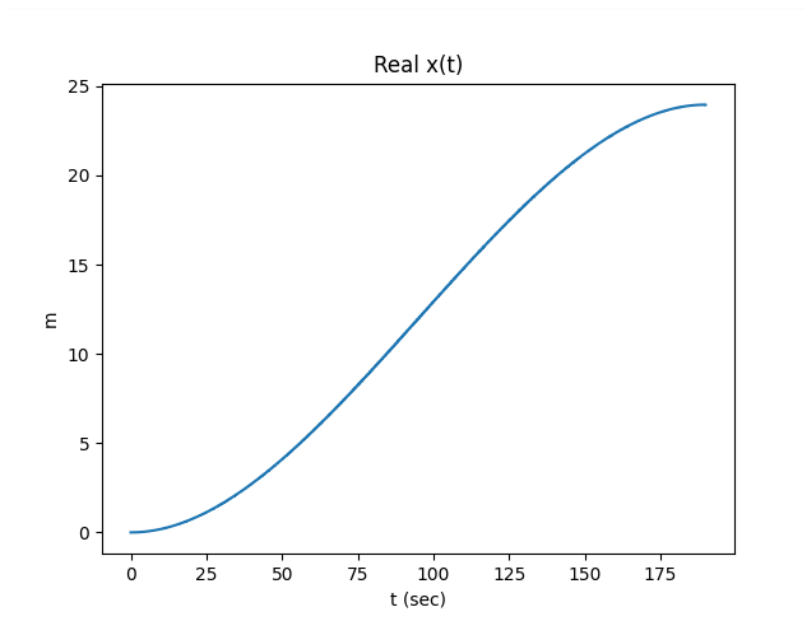
Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι μετά το τέλος της κίνησης η οποία διαρκεί 190 sec, η απόσταση που έχει διανύσει το ρομπότ θα είναι 24 m.

**Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς ταχύτητας**



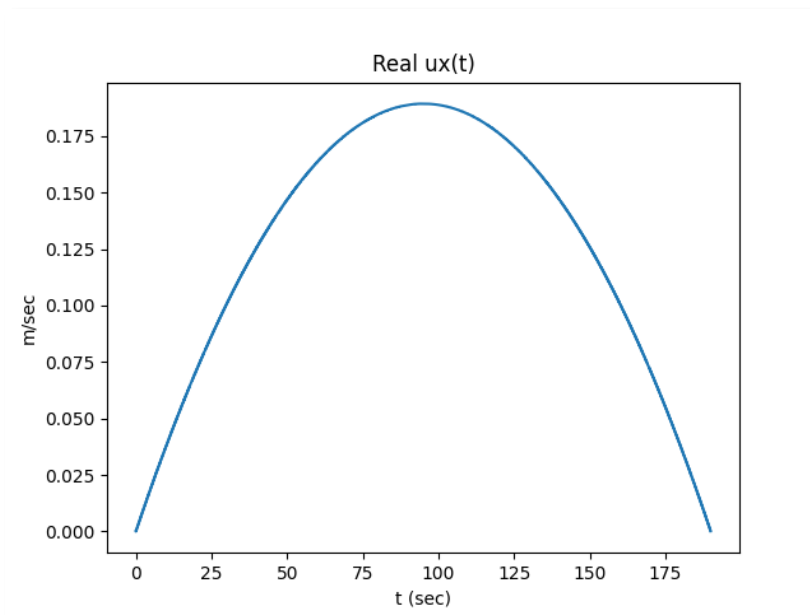
Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η γραμμική ταχύτητα του ρομπότ δεν ξεπερνάει την μέγιστη γραμμική ταχύτητα που δίνεται στα 0.2 m/s.

**Γραφική παράσταση τροχιάς θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ**



Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

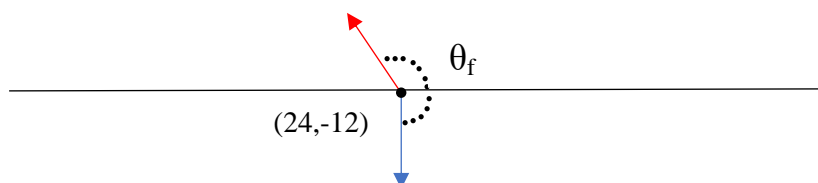
### Γραφική παράσταση τροχιάς ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ



Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

## Κίνηση πέμπτη

**Σύντομη περιγραφή:** Αφού το ρομπότ έχει φτάσει στην τελική θέση, στόχος είναι να περιστραφεί ώστε να αποκτήσει με τον άξονα των  $x$  την τελική γωνία η οποία δίνεται στην εκφώνηση και είναι 2 rad.





Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η γωνία  $\theta_f$  έχει τιμή 204.59155903 μοίρες ή 3.5707963268 rad.

**Κυβικά πολυώνυμα:**

Αρχικό σημείο:  $\theta(0) = \theta_0 = 0 \text{ rad}$

Τελικό σημείο:  $\theta(t_f) = \theta_f = 3.5707963268 \text{ rad}$

Χρονικό διάστημα:  $t_f = 10 \text{ sec}$

Υποθέτουμε ότι το  $\theta(t)$  είναι πολυώνυμο τρίτου βαθμού:

$$\theta(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$$

$$\theta'(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2$$

Μετά από τους μαθηματικούς υπολογισμούς που πραγματοποιήθηκαν στην πρώτη κίνηση προκύπτουν τα εξής:

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 0$$

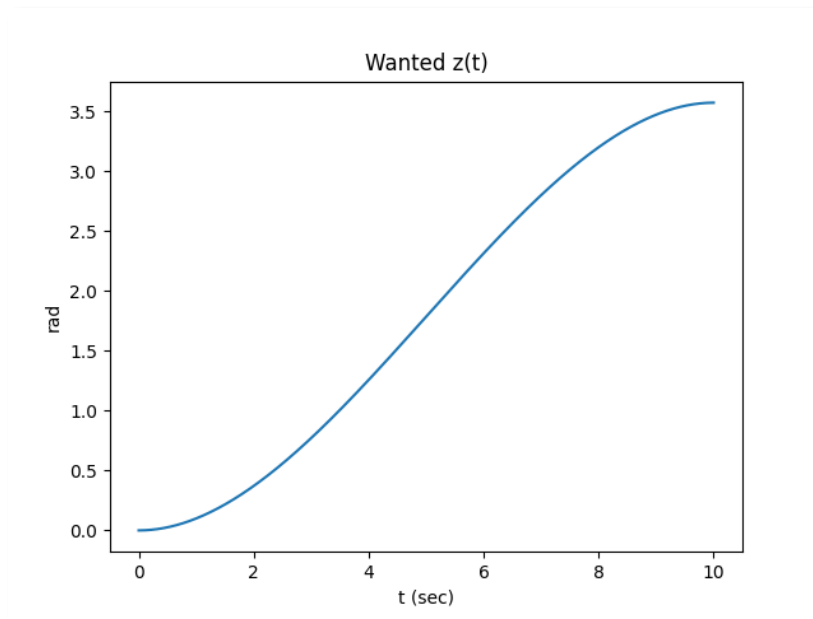
$$\alpha_2 = \frac{3}{t^2}(\theta_f - \theta_0) = 0.1071238898$$

$$\alpha_3 = \frac{-2}{t^3}(\theta_f - \theta_0) = 0.007141592654$$

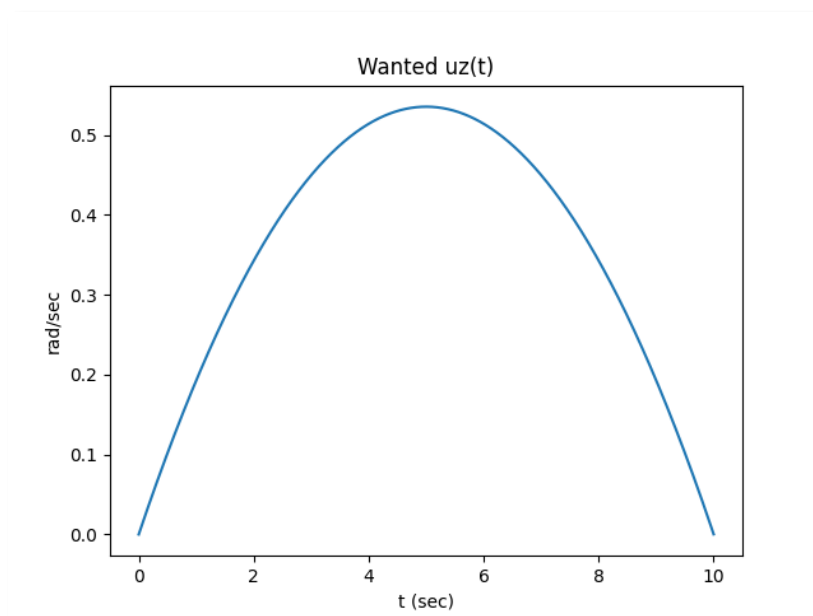
Επομένως οι δύο συναρτήσεις που προκύπτουν είναι οι εξής:

$$\theta(t) = 0.1071238898 t^2 + 0.007141592654 t^3$$

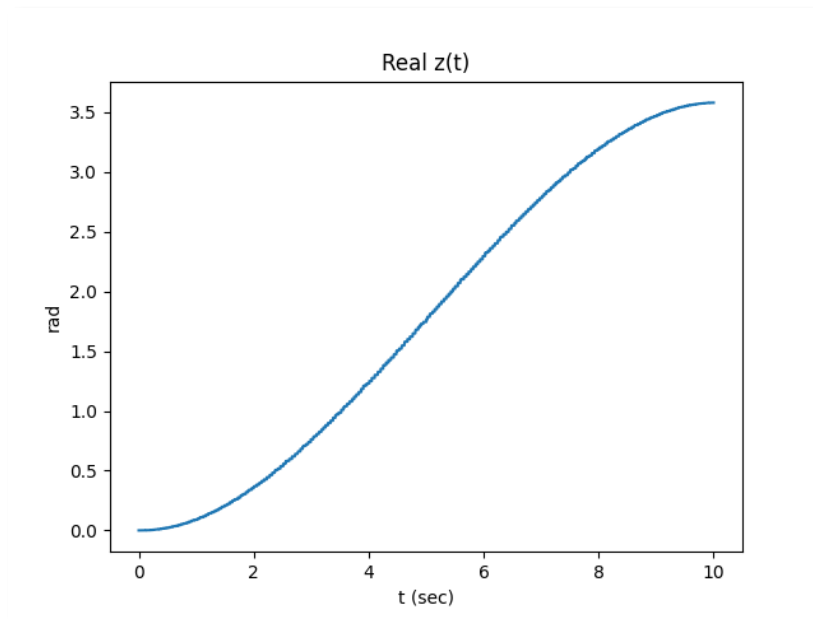
$$\theta'(t) = 0.2142477796 t + 0.02142477796 t^2$$

**Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς θέσης**

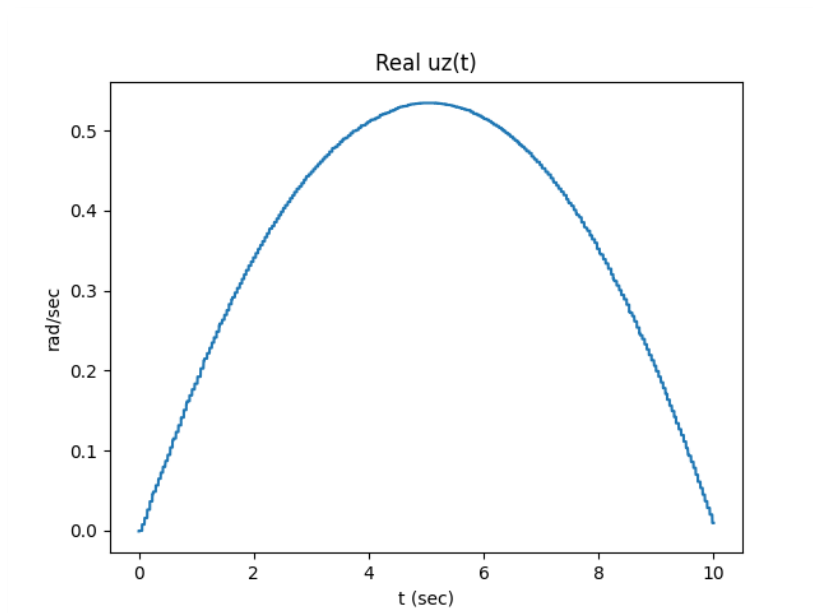
Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι μετά το τέλος της περιστροφής η οποία διαρκεί 10 sec, η γωνία που έχει περιστραφεί το ρομπότ είναι περίπου 3.5707963268 rad.

**Γραφική παράσταση επιθυμητής τροχιάς ταχύτητας**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η γωνιακή ταχύτητα του ρομπότ δεν ξεπερνάει την μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που δίνεται στα 0.6981317008 rad/s.

**Γραφική παράσταση τροχιάς θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά θέσης που πραγματοποίησε το ρομπότ, εκτός από μερικές μικρές διακυμάνσεις, είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

**Γραφική παράσταση τροχιάς ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ**

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση, γίνεται κατανοητό ότι η τροχιά ταχύτητας που πραγματοποίησε το ρομπότ, εκτός από μερικές μικρές διακυμάνσεις, είναι σε μεγάλο βαθμό όμοια με την επιθυμητή.

## Παρατηρήσεις πάνω στον κώδικα

- Ο κώδικας κίνησης του ρομπότ είναι γραμμένος σε γλώσσα προγραμματισμού Python. Περιέχεται σε ένα αρχείο το οποίο ονομάζεται **controller.py** και βρίσκεται μέσα στον κατάλογο **project\_package**.
- Για την ομαλή εκτέλεση του προγράμματος απαιτείται πρώτα η εκτέλεση της εντολής **roslaunch project\_package controller.py** και στην συνέχεια η εκτέλεση της εντολής **roslaunch p2os\_urdf pioneer3dx.gazebo.launch**
- Σε κάθε μπλοκ κώδικα που εκτελεί μία από τις παραπάνω πέντε κινήσεις, αν η κίνηση περιστρέφει το ρομπότ θα εκτυπώνονται στην οθόνη του υπολογιστή τα εξής:

Angle of robot: ..... rad

Wanted distance that the robot has rotated: ..... rad

Real distance that the robot has rotated: ..... rad

Wanted angular velocity of robot: ..... rad/sec

Real angular velocity of robot: ..... rad/sec

Ενώ αν η κίνηση μετακινεί το ρομπότ στην ευθεία θα εκτυπώνονται στην οθόνη του υπολογιστή τα εξής:

(x,y) coordinates of robot: (.... , ....)

Wanted distance traveled by the robot: ..... m

Real distance traveled by the robot: ..... m

Wanted linear velocity of robot: ..... m/sec

Real linear velocity of robot: ..... m/sec

Επιπρόσθετα, στο τέλος του προγράμματος θα εκτυπωθούν στην οθόνη οι τρεις τελικές συντεταγμένες του ρομπότ.