

CSE URP CFD study homework #3

* 과제자료는 본 학과의 Basic of CFD 과제를 참고하였음을 밝힘.

1) Numerical Interpolation

주어진 함수 $f(x) = \frac{1}{1+16x^2}, [-1, 1]$ 에 대하여 다음 문제를 풀어 제출하시오.

1. $h=0.2$ 로 동일하게 간격이 나누어진 uniform nodes를 사용하여, 본 함수의 Lagrange interpolating polynomial $p(x)$ 를 찾고 그리시오.

2. 동일한 과정을 Chebyshev nodes $x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2n+2}\pi\right), i = 0, 1, \dots, 10$ 를 사용하여 진행하시오.

3. Chebyshev nodes를 사용하였을 때가, 동일한 간격으로 나누어진 격자 점을 사용한 경우보다 좋은 결과를 보이는지를 서술하시오. [HINT : uniform and Chebyshev nodes를 사용하여 $\prod_{i=0}^n |x - x_i|$ 를 그려보시오.]

4. Cubic spline interpolation 을 사용하여 1,2에 대해 진행하시오.

** 양 끝 경계에 대해서는 각 점에서 두 번 미분한 값이 0 이라는 조건을 추가한다.

5. Chebyshev node를 사용하여 Lagrangian interpolation과 Cubic spline method를 적용한 결과와 Exact solution 과의 비교를 통한 Error 분석을 하고, 이에 대한 본인의 의견을 서술하시오.

2) Numerical differentiation

주어진 함수 $f(x) = \sin((4-x)(4+x)), 0 \leq x \leq 8$ 에 대하여 다음 문제를 푸시오. Uniform nodes를 사용하여 33개의 격자점을 사용하도록 한다.

1. Second-order one-sided difference scheme을 사용하여 경계에서의 f'' 를 유도하시오 (서술)

2. Second-order central difference scheme을 사용하여 exact solution 과 함께 f'' 를 그리시오. (정확도는 $O(\Delta x^2)$ 를 유지하도록 한다.)

3. Second-order central difference scheme을 사용하여 격자 개수를 바꿔가며 (33,65,129) 정확도를 분석하시오. 정확도 분석은 x축을 $\log(\Delta x)$, y축을 $\log||e||$ 를 그리도록 한다. 본 방법에서 $||e||$ 는 L_2 norm error 를 의미한다.