

CSE URP CFD study homework #7

* 과제자료는 본 학과의 Basic of CFD 과제를 참고하였음을 밝힘.

Poisson equations

2차원 Poisson equation은 다음과 같이 주어진다.

$$\nabla^2 u(x, y) = f(x, y) \text{ for } (x, y) \in \Omega$$

그리고 경계 $\partial\Omega = \partial\Omega_D \cup \partial\Omega_N$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$u(x, y) = g(x, y) \text{ on } \partial\Omega_D \text{ and } \partial u / \partial n = h(x, y) \text{ on } \partial\Omega_N$$

n 은 경계에 대한 수직방향이며, $\partial\Omega_D$ 는 Dirichlet 경계를, $\partial\Omega_N$ 는 Neumann 경계를 의미한다.

1. (Iterative Poisson solver) 정사각 계산영역 $[0,1] \times [0,1]$ 이 주어졌고, 경계에서의 $u=0$ 이며, $f(x, y) = \sin(\pi x) \sin(\pi y)$ 로 주어졌을 때, 포아송 방정식을 계산하시오

(1) 반복계산을 사용하여 Poisson equation 을 균일 격자계에서 주변 5개 격자점을 사용하여 계산하시오. 1) Jacobi method, 2) Gauss-Seidel method, 3) Gauss-Seidel method with successive over-relaxation (SOR)

(2) 각 반복계산 방법의 Performance를 보이시오. Ex) norm of residual, errors, computational time, etc

2. (Linearity) 다음의 포아송 방정식을 고려하여 문제를 푸시오.

$$\nabla^2 u(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y) \text{ for } (x, y) \in \Omega$$

그리고 경계 $\partial\Omega$ 에서 $u(x, y) = 0$ 를 만족하며, 정사각 계산영역 $[0,1] \times [0,1]$ 에서 진행하시오.

(1) Poisson equation의 해 $u(x, y)$ 를 SOR 방법을 사용하여 구하시오. 우항의 forcing 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= \sin(\pi x) \sin(\pi y) \\ f_2(x, y) &= \exp(-100.0((x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2)) \end{aligned}$$

(2) 동일한 방법으로 f_2 만을 고려한 포아송 방정식의 해 u_2 를 구하시오

(3) 문제에서 구한 해 $u(x, y)$ 와 1. 문제에서 구한 $u_1(x, y)$ 그리고 2.-(2) 에서 구한 $u_2(x, y)$ 들의 해를 비교하고 이에 대한 생각을 서술하시오.