

CSE-URP CFD study Homework #6

* 과제자료는 본 학과의 Basic of CFD 과제를 참고하였음을 밝힘.

Heat equations

Source term을 포함하는 2차원 Heat equation이 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + S(x, y), \quad -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1.$$

균일한 초기 및 경계조건은 $\phi(x, y, 0) = 0, \phi(\pm 1, y, t) = 0, \phi(x, \pm 1, t) = 0$ 이며, 본 문제에서 열전도율 α 는 1로 주어진다.

1. Source term, $S(x, y) = 2(2 - x^2 - y^2)$ 일 때, ϕ 의 대한 exact solution을 구하시오.
2. uniform 격자계에서 시간에 대하여 Crank-Nicolson method를, 공간에 대하여 2차 central difference scheme을 사용하여 정상상태 (steady state)에 도달하도록 방정식을 푸시오. Exact solution과 수치해석한 정상상태의 solution을 시간간격 Δt 와 x, y 방향 격자수 (각각 N, M)에 변화를 주어 plot하시오.
3. 수치해석 결과의 order of accuracy를 시간과 공간에 대하여 분석하시오.