

## Ejercicios Capítulo 3.

3.1 Clasifique las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:

X: el numero de accidentes automovilisticos por un año en Virginia. Discreta,

Y: el tiempo para jugar 18 hoyos de golf. Continua

M: la cantidad de leche que una vaca especifica produce anualmente. Continua

N: el numero de huevos que una gallina produce mensualmente. discreta

P: el numero de permisos para construcción que emiten cada mes en una ciudad.  
discreta

Q: el peso del grano producido por acre.  
Continua.

3.2 Un embarque fondeo de cinco automóviles extranjeros contiene 2 que tienen 110 eras manchas de pintura. Si una agencia recibe 3 de estos automóviles al azar, liste los elementos del espacio muestral  $S$  con las letras  $B$  y  $N$  para manchado y sin mancha respectivamente: luego cada punto muestral asigne un valor  $x$  de la variable aleatoria  $X$  que representa el número de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura.

$$S = \{NIN, N, B, N, N, B, B, N, N, B; N, N, B, B, N, N, B\}$$

$x$	0	1	2	1	2	2	1
-----	---	---	---	---	---	---	---

3.3 Sea  $w$  la variable aleatoria que da el número de caras menos el número de cruces en tres lanzamientos de una moneda.

Lista el espacio muestral  $S$  para los tres lanzamientos de la moneda.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} & & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} & \\
 \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} & & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} & & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} \\
 & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} & & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} & \\
 & & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} & & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} \\
 & & & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array} & \\
 & & & & \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array}
 \end{array} \\
 S = \{(0,0,0), (0,0,+), (0,+0), (0,+,+), (+,0,0), (+,0,+), \\
 (+,+0), (+,+,+)\}
 \end{array}$$

$$w = \#0 - \#+$$

$S$	$(0,0,0)$	$(0,0,+)$	$(0,+0)$	$(0,+,+)$	$(+,0,0)$	$(+,0,+)$	$(+,+0)$	$(+,+,+)$
$w$	$3-0$	$2-1$	$2-1$	$1-2$	$2-1$	$1-2$	$1-2$	$0-3$
$w$	$3$	$1$	$1$	$-1$	$1$	$-1$	$-1$	$-3$

3.4 Se lanza una moneda hasta que ocurren 3 caras sucesivamente. Lista los elementos del espacio muestral  $S$  para los tres lanzamientos de la moneda y asigna un valor  $w$  de  $w$  a cada punto muestral que requieren 6 o menos lanzamientos. Es discreto explícitamente.

$$\begin{aligned}
 S = & \{(0,0,0), (+,0,0,0), (0,0,0,0), (0,0,0,0,0), (0,+0,0,0) \\
 & (+,0,0,0,0), (+,+0,0,0), (0,0,0,0,0), (0,0,+0,0,0), (0,+0,0,0,0) \\
 & (0,+0,0,0,0), (+,0,0,0,0,0), (+,0,+0,0,0), (+0,+0,0,0), (+0,+0,0,0)
 \end{aligned}$$

Es discreto porque solo enteros positivos

305 Determine el valor de modo que cada una de las siguientes funciones sirve como distribución de probabilidad de la variable aleatoria discreta  $X$ :

a)  $f(x) = c(x^2 + 4)$ , para  $x = 0, 1, 2, 3$ :

b)  $f(x) = c \binom{2}{x} \binom{3}{3-x}$  para  $x = 0, 1, 2$ :

$x$	$x=0$	$x=1$	$x=2$	$x=3$
	$c(0^2+4)$	$c(1^2+4)$	$c(2^2+4)$	$c(3^2+4)$
	$4c$	$5c$	$8c$	$13c$

$$\Sigma = 4c + 5c + 8c + 13c = 30c$$

$$\underline{c = \frac{1}{30}}$$

b)  $\begin{aligned} x=0 & \quad x=1 & \quad x=2 \\ \binom{2}{0} \binom{3}{3-0} &= \binom{2}{0} \binom{3}{3} & \binom{2}{1} \binom{3}{3-1} = \binom{2}{1} \binom{3}{2} & \binom{2}{2} \binom{3}{3-2} = \binom{2}{2} \binom{3}{1} \end{aligned}$

$$\Sigma = c + 6c + 3c = 10c$$

$$\binom{n}{r} = n! \cdot \frac{c}{r!(n-r)!}$$

$$\underline{\frac{1}{10} = c}$$

3.8 Encuentre la distribución de probabilidad de la variable aleatoria  $w$  del ejercicio 3a)

Supongamos que la moneda está cargada de manera que una cara tiene doble probabilidad de ocurrir que otra cara.

$$P(w=0) = P(HHT) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 1/27$$

$$P(w=-1) = P(HHT) + P(HTHT) + P(THH) = 3 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 2/9$$

$$P(w=1) = P(HHH) + P(HTH) + P(THH) = 3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right) = 2/3$$

$$P(w=2) = P(HTT) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 8/27$$

$$\begin{matrix} -3 \\ 1/27 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -1 \\ 2/9 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 \\ 2/9 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2 \\ 8/27 \end{matrix}$$

3.010 Encuentre la formula para la distribución de probabilidad de la variable aleatoria  $X$  que represente el resultado cuando se lanza una vez un solo dado

$$X(x=1) = \frac{1}{6} \quad X(x=4) = \frac{1}{6}$$

$$X(x=2) = \frac{1}{6} \quad X(x=5) = \frac{1}{6}$$

$$X(x=3) = \frac{1}{6} \quad X(x=6) = \frac{1}{6}$$

$$F(x) = \frac{1}{6} \text{ para } 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

3.011 Un establecimiento de 7 televisores contiene 2 unidades de fábrica. Un hotel realiza una compra azar de 3 de los televisores. Si  $x$  es el número unidades fábricas compradas por el hotel, encuentre la distribución de probabilidad de  $X$ . Expres los resultados de forma gráfica como histograma de probabilidad.

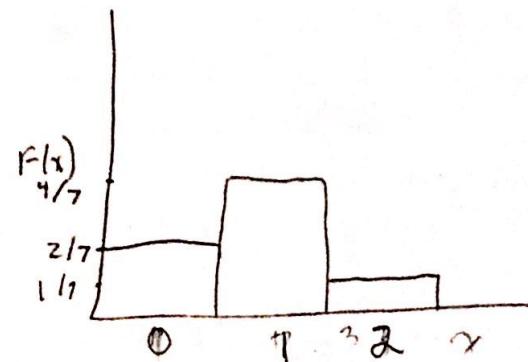
$$P(x) = \binom{r}{x} \binom{n-r}{n-x} \quad N: \text{tamaño Pobl.}$$

$$N=7 \quad r=2 \quad n=5 \quad n: \text{tamaño 'investig.'}$$

$$n=5 \quad r=2 \quad x=0, 1, 2 \quad r=\text{exitos}$$

$$r=2 \quad F(x) = \frac{\binom{2}{x} \binom{5}{n-x}}{\binom{7}{3}} \quad x=0, 1, 2 \quad x=\text{Funcion}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline P(x) & \frac{\binom{2}{0} \binom{5}{3}}{\binom{7}{3}} & \frac{\binom{2}{1} \binom{5}{2}}{\binom{7}{3}} & \frac{\binom{2}{2} \binom{5}{1}}{\binom{7}{3}} \\ \hline P(x) & 2/7 & 4/7 & 1/7 \end{array}$$



3012 Una firma de inversores ofrece a sus clientes bonos municipales que vencen después de varios años.

Dado que la función de distribución acumulativa de  $T$ , el número de años de vencimiento para un bono que se elige al azar, es

en cuadros

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 1, \\ 1/4, & 1 \leq t < 3, \\ 1/2, & 3 \leq t < 5, \\ 3/4, & 5 \leq t < 7, \\ 1, & t \geq 7. \end{cases}$$

a)  $P(T=5)$

b)  $P(T>3)$

c)  $(P(4 < T < 6))$

a)  $P(T=5) = F(5) - F(4) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$   
 $P(T>3) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$   
 $P(4 < T < 6) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

3013 La distribución de probabilidad de  $X$ , el número de imperfecciones por 10 metros de tela sintética en rollos continua de ancho uniforme consta de la forma

$x$	0	1	2	3	4
$F(x)$	0.91	0.37	0.16	0.05	0.01

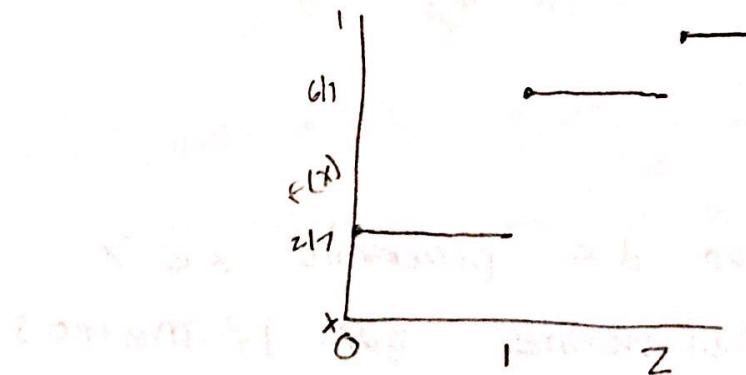
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ .41, & 0 \leq x < 1, \\ .78, & 1 \leq x < 2 \\ .94, & 2 \leq x < 3 \\ .99, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & 4 \leq x \end{cases}$$

3.15. Encuentre la función de distribución acumulativa de la variable aleatoria  $X$  que representa el número de unidades defectuosas en el ejercicio 3.11 con  $F(x)$ , encuentre a)  $P(X=1)$ ; b)  $P(0 < X \leq 2)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{2}{7}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{6}{7}, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

a)  $P(1) = \frac{2}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$   
 a)  $P(0 < X \leq 2) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

3.16 Construya una gráfica de la función de distribución acumulativa del ejercicio 3.15.



3.22 De una baraja se sacan tres cartas sucesivamente sin reemplazo.

Encuentre la distribución de probabilidad.

Para el número de espadas, tomando en cuenta las cartas

Espada = E

Cuenta 52 cartas

Otra = O

$$P(X=0) = P(O, O, O) = \left(\frac{39}{52}\right) \left(\frac{38}{51}\right) \left(\frac{37}{50}\right) = \frac{703}{1700}$$

$$P(X=1) = P(E, O, O) + P(O, E, O) + P(O, O, E) = 3 \left(\frac{13}{52}\right) \left(\frac{39}{51}\right) \left(\frac{38}{50}\right) = \frac{741}{1700}$$

$$P(X=2) = 1 - \frac{703}{1700} - \frac{741}{1700} = \frac{117}{1700}$$

$$P(X=3) = P(E, E, E) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{11}{850}$$

X 0 1 2 3

$$F(x) \quad \frac{703}{1700} \quad \frac{741}{1700} \quad \frac{117}{850} \quad \frac{11}{850}$$

\*3.23 Encuentre la probabilidad de una

distribución de la variable w de ejecución

3.8 usando  $f(w)$  enunciado. a)  $P(w > 0)$

b)  $P(-1 \leq w \leq 3)$

$$F(w) = \begin{cases} 0, & w < -3 \\ \frac{1}{27}, & -3 \leq w < -1 \\ \frac{7}{27}, & -1 \leq w < 1 \\ \frac{19}{27}, & 1 \leq w < 3 \\ 1, & w \geq 3 \end{cases}$$

$$a) P(w > 0) = 1 - \frac{7}{27} = \frac{20}{27}$$

$$b) P(-1 \leq w \leq 3) = \frac{19}{27} - \frac{1}{27} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

3.24 Encuentre la distribución de probabilidad para el número de discos de goma cuando se seleccionan cuatro al azar con 5 juguetes dos clásicos y tres modernos.

Fórmula

$$F(x) = \frac{\binom{5}{x} \binom{5}{4-x}}{\binom{10}{4}} \quad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

3.25 Se seleccionan aleatoriamente 3 monedas sin reemplazo de una caja que contiene 4 de diez centavos y 2 de cinco centavos. Encuentre la distribución de probabilidad para el total T de las monedas.

$$P(T=25) = \frac{\binom{2}{1} \binom{4}{2}}{\binom{6}{3}} = \frac{3}{5} \quad P(T=t) \quad \begin{matrix} 20 & 25 & 30 \\ 1/5 & 3/5 & 1/5 \end{matrix}$$

$$P(T=30) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{6}{3}} = \frac{1}{5}$$

$$P(T=20) = \frac{\binom{2}{2} \binom{4}{1}}{\binom{6}{3}} = \frac{1}{5}$$



3.26 Se sacan 3 bolas sucesivamente de una Caja que contiene 4 bolas negras y 2 verdes, cada bola se regresa a la Caja antes de sacar la siguiente. Encuen la distribución probabil de el número de bolas verdes.

	$N = \text{negra}$	$V = \text{verde}$	$X$	$P(X=x)$
	$N N N$		0	$(\frac{4}{6})^3 = \frac{8}{27}$
	$V N N$		1	$(\frac{2}{6})(\frac{4}{6})^2 = \frac{4}{27}$
	$N V N$		1	$\checkmark \checkmark \frac{4}{27}$
	$N N V$		1	$\checkmark \checkmark \frac{4}{27}$
	$N V V$		2	$(\frac{1}{6})(\frac{2}{6})(\frac{4}{6}) = \frac{1}{27}$
	$V N V$		2	$\checkmark \checkmark \frac{1}{27}$
	$V V N$		2	$\checkmark \checkmark \frac{1}{27}$
	$V V V$		3	$\checkmark \checkmark \frac{1}{27}$

$Y$	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{27}$

34 Los tubos de magnetron se produce

a) una líneas de ensamblaje automatizadas. Períodicamente se utilizan un plan de muestreo.

Se considera la probabilidad que un tubo elegido se considere que la probabilidad.

b) Se utiliza un plan de muestreo en el cual se miden los longitudes de 5 tubos

a) Muestra la función de probabilidad de el tubo que es que cumple con la especificación de longitud entre la media y la función de probabilidad.

$$f(x) = \frac{s}{x! (s-x)!} (0.99)^x (0.01)^{s-x} \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

a)  $\bar{x} = \bar{v} + \bar{s}-\bar{v} (m)$   $(0.99^v) (1-0.99)^{s-v}$

$$\frac{s!}{v! (s-v)!}$$

b)  $v = 2 \quad P(v=2) = 0.8 \times 10^{-6}$

nf

3.35 Supongamos que a partir de un control de datos históricos sabemos que el número de automóviles que llegan a una intersección es aleatorio durante un período de 20 segundos. Esta determinación se hace mediante la función de probabilidad discreta:

$$f(x) = e^{-6} \frac{6^x}{x!}, \quad x=0,1,2$$

a) Encuentre la probabilidad de que en un período específico de 20 segundos mas de 8 automóviles lleguen a la intersección.

b) Encuentre la probabilidad de que lleguen dos.

$$\text{a) } P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 8) = e^{-6} \left( \frac{6^0}{0!} + \frac{6^1}{1!} + \frac{6^2}{2!} + \frac{6^3}{3!} + \frac{6^4}{4!} + \frac{6^5}{5!} + \dots + \frac{6^8}{8!} \right) = \underline{.1528}$$

$$\text{b) } P(X=2) = e^{-6} \frac{6^2}{2!} = \underline{.0441}$$

## Ejercicios Capítulo 4.

4.2 La distribución de probabilidad de la variable aleatoria discreta  $x$  es

$$f(x) = \binom{3}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{3-x}, \quad x=0,1,2,3.$$

encuentre la media de  $x$

$$\mu = E(x) = \sum x f(x)$$

$$F(0) = \binom{3}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{27}{64} = \frac{27}{64}$$

$$F(1) = \binom{3}{1} \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{16} = \frac{27}{64}$$

$$F(2) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = 3 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$$

$$F(3) = \binom{3}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1 \cdot \frac{1}{64} \cdot 1 = \frac{1}{64}$$

$$\mu = (0) \frac{27}{64} + (1) \frac{27}{64} + (2) \frac{9}{64} + (3) \frac{1}{64} = \frac{3}{4}$$

4.3 Encuentre la media de la variable aleatoria  $T$  que representa el total de las tres monedas

dcl ejercicio 3.25.

$$x = 20, 25, 30$$

$$P(T=25) = \frac{3}{5}$$

$$\mu = E(x) = \sum x f(x)$$

$$P(T=30) = \frac{1}{5}$$

$$\mu = (20) \left(\frac{1}{5}\right) + (25) \left(\frac{3}{5}\right) + (30) \left(\frac{1}{5}\right) = 25$$

$$P(T=20) = \frac{1}{5}$$

4.4 Una moneda está cargada de manera que la probabilidad de ocurrencia de una cara es tres veces mayor que la de una cruz. Encuentre el número esperado de cruces cuando se lanza dos veces esta moneda.

$$P(C) = \frac{3}{4} \quad P(X=0) = P(HH) = \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

$$P(+)=\frac{1}{4} \quad P(X=1) = P(CH) + P(HT) = (2)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8}$$

$$\cdot \quad P(X=2) = P(TT) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16}$$

$x$	0	1	2
$f(x)$	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$

$$n = (0)\left(\frac{9}{16}\right) + (1)\left(\frac{3}{8}\right) + (2)\left(\frac{1}{16}\right) = \underline{\underline{1/2}}$$

4.5 La distribución de probabilidad de  $X$  el número de imperfecciones por cada 10 metros de tela sintética en rollos continuos de ancho variable está dada en el cuadro 3.13

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	.41	.37	.16	.05	.01

Encuentre el promedio

$$n = E(x) = (0)(.41) + (1)(.37) + (2)(.16) + (3)(.05) + (4)(.01) =$$

$$\underline{\underline{.88}}$$

4.6 A un dependiente de un sútolugat, se le puso de acuerdo con el número de automóviles que iba, suponiendo que las probabilidades son  $\frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6},$  y  $\frac{1}{6}$  respectivamente. Se que el dependiente reciba \$7, \$9, \$11, \$13, \$15 o \$17 entre 4 y 5 p. en incluyer otras si no se encuentre las ganancias.

$$E(x) = (7) \left(\frac{1}{12}\right) + (9) \left(\frac{1}{12}\right) + (11) \left(\frac{1}{4}\right) + (13) \left(\frac{1}{4}\right) + (15) \left(\frac{1}{6}\right)$$

$$\rightarrow (17) \left(\frac{1}{6}\right) = \underline{\underline{12.67}}$$

4.7 Al invertir en unas acciones particulares en un año un individuo puede obtener una ganancia de \$4000 con probabilidad de 0.3 o tener pérdida de 1000 con probabilidad de 0.7 ¿Cuál es la ganancia esperada por lo susunto?

$$E(x) = (4000)(0.3) + (-1000)(0.7) = \underline{\underline{500}}$$

Suponga de un distribuidor de joyería que se interesa en comprar un collar de oro, para el que las probabilidades son .22, .36, .28, .14 respectivamente de que puede venderlo con una ganancia de \$50 sobre con una ganancia de \$150. Vendolo costo o perdi \$200. Cuál es su ganancia.

$$N = E(\gamma) = (250)(.22) + (150)(.36) + (0)(.28) + (-150)(.14)$$

$$= \underline{88}$$

\* 4.9 En un Juego de azar a una mujer se le pagan 3 si saca un JACK o una reina y \$5 si saca un rey o un as de una baraja ordinaria de 52 cartas. Si saca cualquier otra carta pierde el juego.   
 Si saca el Jack gana \$5 - C, el rey \$3 - C y el as \$0 - C  
 $F(V) = 2/13 \quad 2/13 \quad 9/13$

$$E(V) = (5 - C)(2/13) + (3 - C)(2/13) + (-C)(9/13) = 0$$

$$13C = 16 \quad C = 1.23$$

10 Dos expertos en calidad de neumáticas examinan lotes de estos y asignan puntuación de calidad a cada neumático en una escala de tres puntos. Sección X es puntuación dada por el experto A y la sección Y por el experto B. La siguiente tabla presenta la distribución conjunta para X y Y.

$f(x,y)$	1	2	3
1	.10	.05	.02
2	.10	.35	.05
3	.03	.10	.20

$$N_x = \sum x f(x) = (1)(.17) + (2)(.5) + (3)(0.33) = 2.016$$

$$N_y = \sum y f(y) = (1)(.23) + (2)(.5) + (3)(.27) = 2.04$$

11 Un cliente privado desea asegurar un valor de 200,000. La combinación de seguro que puede ofrecer un proveedor tiene una probabilidad de .01 y una pérdida de 25% con probabilidad de .1 y una ganancia de 10% con probabilidad de .9. La utilidad promedio es de 500.

$f(z)$	200,000	100,000	50,000	0
	.002	.01	.1	.888

$$(200,000)(.002) + (100,000)(.01) + (50,000)(.01) + (0)(.888) = 6.4$$

$$6400 + 500 = \underline{6900}$$

16 Suponge que usted inspeccione un lote de 1000 bombillas de luz entre las cuales hay 20 defectuosas. Elija al azar dos bombillas del lote sin reemplazo. Sean

$$X_1 = \begin{cases} 1, & \text{si la primera bombilla está defectuosa} \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 1, & \text{si la primera bombilla está defectuosa} \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Encuentre la probabilidad de que al menos una bombilla este defectuosa calcula  $P(X_1 + X_2 = 1)$

$$P(X_1 + X_2 = 1) = P(X_1 = 1, X_2 = 0) + (X_1 = 0, X_2 = 1)$$

$$= \frac{\binom{20}{1} \binom{980}{1}}{\binom{1000}{2}} + \frac{\binom{980}{1} \binom{20}{1}}{\binom{1000}{2}} = 2(0.0392) = \underline{0.0784}$$

4017 Sea  $X$  una variable aleatoria con la siguiente distribución de probabilidad

$x$	$f(x)$	densidad de probabilidad
-3	$\frac{1}{6}$	$(z(-3)+1)^2 = 25$
6	$\frac{1}{2}$	$(z(6)+1)^2 = 169$
9	$\frac{1}{3}$	$(z(9)+1)^2 = 361$

$$\text{dnde } g(x) = (zx+1)^2$$

$$g(x) = 25 \quad 169 \quad 361$$

4.18. Encuentre el valor esperado de la variable aleatoria  $g(x) = x^2$  donde  $x$  tiene la distribución de probabilidad que sigue:

$$\begin{aligned} E(x^2) &= (0)(27/64) + (1)(27/64) + (4)(9/64) + (9)(1/64) \\ &= 9/8 \end{aligned}$$

4.19. Una empresa industrial grande compra varios procesadores de palabras nuevas al final de cada año. El número exacto depende de la frecuencia de reparaciones en el año que gana. Supóngase que el número de procesadores de palabras  $X$  que se compran el año  $t$  es

$f(x)$	0	1	2	3
	1/10	3/10	2/5	1/5

$$E(X) = 12000 \cdot 0 + 50 \cdot 1 + 100 \cdot 2 + 150 \cdot 3 = 610.$$

$$\sigma^2 = E(X^2) - E(X)^2$$

$$E(X^2) = 12000 \cdot 0^2 + 50^2 \cdot 1 + 100^2 \cdot 2 + 150^2 \cdot 3 = 115000$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E(X^2) - E(X)^2 = (115000) - (610)^2 \\ &= 115000 - 372100 = 108550 \end{aligned}$$

- 4,23 Supongan que  $X$  y  $Y$  tienen las siguientes  
distribuciones de probabilidad conjunta

$x \setminus y$	1	2	3	4	a) Encuentre el valor
1	.10	.15			esperanza de $Z(X,Y) = XY^2$
2	.20	.30			b) Encuentre $NX$ y $NY$
3	.10	.15			
4					

a)  $E(Z(X,Y)) = E(XY^2) = \sum xy^2 f(x,y)$

$$= (2)(1)^2(.10) + (2)(3)^2(.20) + (2)(5)^2(.10) + (4)(1)^2(.15) \\ + (4)(3)^2(.30) + (4)(5)^2(.15) = \underline{35.2}$$

b)  $NX = E(X) = (2)(.40) + (4)(.60) = 3.20$

$$NY = E(Y) = (1)(.25) + (3)(.50) + (5)(.25) = 3.00$$

- 4,24 Con referencia a las variables aleatorias

luego distribución de probabilidades conjuntas se da en

a) Encuentro  $3.39$  de la tabla

a) Encuentro  $E(X^2Y - 2XY)$

b)  $NX - NY$

a)  $E(X^2Y - 2XY) = \sum \sum (x^2y - 2xy) f(x,y) = (1-2)(18/70) \\ + (4-4)(18/70) + (4-4)(7/70) = -3/7$

b)  $X \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad Y \quad 0 \quad 1 \quad 2$

$$f(x,y) \quad 5/70 \quad 3/70 \quad 3/70 \quad 5/70 \quad 15/70 \quad 40/70 \quad 15/70$$

$$NX \quad (0)(5/70) + (1)(3/70) + (2)(3/70) + (3)(15/70) = 2/2$$

$$NY \quad (0)(15/70) + (1)(40/70) + (2)(15/70) = 1$$

• 4.25 Represéntase a las variables aleatorias  
 (x+y) distintas. conjunto se da en el Ejercicio  
 4.53 de la pág. 103, y encuéntre la media  
 para el número total de jugos y sales co-

Se saca 3 cartas de "loto"

$$M(x+y) = E(x+y) = \sum_{x,y} (x+y) f(x,y) = (0+0)(1/5^2) + (1+0)$$

$$(6/5^2) + (0+1)(1/5^2) = 2,$$

4.32 En el ejercicio 3.13 de la pág. 89  
 la distribución del número de imperfecciones  
 por 10 met. de tel.

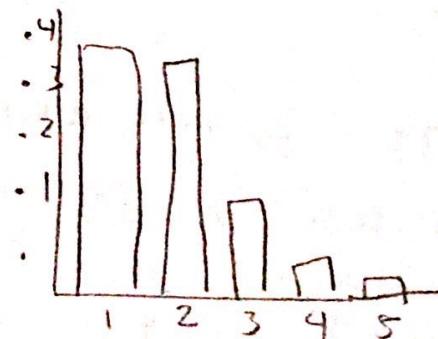
x	0	1	2	3	4
f(x)	.41	.37	.16	.05	.01

a) Gráfico de la función

b) Encuentre el número de marcas esperado  $E(x)=\lambda$

c) Encuentre  $E(x^2)$

a)



$$\lambda = 0(0.41) + 1(0.37) + 2(0.16) + 3(0.05) + 4(0.01)$$

$$\rightarrow \lambda = 0.88$$

$$c) E(x^2) = (0)^2(0.41) + (1)^2(0.37) + (2)^2(0.16) + (3)^2(0.05) + (4)^2(0.01) = 1.62$$

$$d) Var(x) = 1.62 - 0.88^2 = 0.8456$$

4.33 Use la definición para encontrar  
la varianza de la variable aleatoria  $X$  de la que sigue

$$N = 500$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E(X-N)^2 = E(X^2) - \mu^2 = (1500)(.07) + (3500)(.2) \\ &= 51250,000 \end{aligned}$$

4.34 Se  $X$  una variable aleatoria con los siguientes  
desarrollos de probabilidad

$$P(x) \begin{matrix} -2 & 3 & 5 \\ .3 & .2 & .5 \end{matrix}$$

Encuentre desviación estandar

$$\mu = (-2)(.3) + (3)(.2) + (5)(.5) = 2.5$$

$$E(X^2) = (-2)^2(.3) + (3)^2(.2) + (5)^2(.5) = 15.5$$

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2 = 9.25 \quad \sigma = 3.041$$

4.35 La variable aleatoria  $X$  se representa en el numero  
de errores 100 l.m. d.

$$P(x) \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ .01 & .25 & .4 & .3 & .04 \end{matrix} \quad \text{Varianza}$$

$$\mu = (2)(.01) + (3)(.25) + (4)(.4) + (5)(.3) + (6)(.04) = 4.11$$

$$E(X^2) = (2)^2(.01) + (3)^2(.25) + (4)^2(.4) + (5)^2(.3) + (6)^2(.04) = 27$$

$$\sigma^2 = 17.63 - 4.11^2 = 0.74$$

4.36 Supongamos que las probabilidades son 0.4, 0.3, 0.2, 0.1, respectivamente que 0, 1, 2, 3 son los resultados obtenidos. Encuentre la media, varianza, y la desviación

$$N(0)(0) + (1)(0.3) + (2)(0.2) + (3)(0.1) = 1.0$$

$$E(X^2) = (0)^2(0.4) + (1)^2(0.3) + (2)^2(0.2) + (3)^2(0.1) = 2.6$$

$$\sigma^2 = E(X^2) - \bar{X}^2 = 1$$

4.41 Encuentre la desviación estandar de la variable

$$\text{aleatoria } g(x) = (2x+1)^2 \text{ en el ejercicio.}$$

$$E((2x+1)^2) = 209$$

$$\sigma^2(g) = E[(2x+1)^2 - 209]^2 g(x)$$

$$= (25 - 209)^2(1/0) + (100 - 209)^2(1/2) + (361 - 209)^2(1/2) = 14.144$$

$$\sigma(g) = \sqrt{14.144} = 118.9$$

4.44 Encuentre la covarianza de las variables

aleatorias  $X$  y  $Y$  dadas en 3.39. La tabla

$$E(XY) = E(X(Y-1)) = (1)(1)(18/2) + (2)(1)(18/2) + (3)(1)(21/2) \\ + (1)(2)(17/2) + (2)(2)(17/2) = 917$$

$$\sigma^2(X) = -3/14$$

4.45 Encuentre la covarianza de las variables aleatorias  $X$  y  $Y$  dadas en ejercicio 3.49.

$$E(X) = 2.45 \quad E(Y) = 2.10 \quad E(XY) = E(X(Y-1))$$

$$(1)(0.2) + (2)(0.4) + (3)(0.1) + (4)(0.05) + (5)(0.1) + (6)(0.05)$$

$$= 13/10 + 6/10 + 1/10 = 1.10$$

$$\sigma^2(X) = 3/14 - (2.45)^2/12.10 = 0.0051$$

• - 48 Dada una variable aleatoria  $X$  con  
desviación estandar  $b$ , y una variable al azar  $V = a + bX$   
se sabe que si  $b < 0$  el coeficiente de correlación

$$P(V = -1 \wedge V \geq 0) = 1$$

$$\text{Cov}(a + bX, X) = b\sigma^2_X$$

$$P = \frac{\text{Cov}}{\sigma_X} = \frac{b\sigma^2_X}{\sqrt{a^2 + b^2}\sigma_X} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad P = 1 \quad \Rightarrow \quad b > 0$$

$$\checkmark P = -1 \quad \Rightarrow \quad b < 0$$

4,49 Considera la situación del ejercicio  
4,32 de la página 15. La distribución  
de los números de imperfecciones en un metro  
de tela se muestra a continuación

$x$	0	1	2	3	4
$P(x)$	.41	.37	.16	.05	.01

Varianza y desviación estándar

$$E(x) = (0)(.41) + (1)(.37) + (2)(.16) + (3)(.05) + (4)(.01) = 0.80$$

$$E(x^2) = (0)^2(.41) + (1)^2(.37) + (2)^2(.16) + (3)^2(.05) + (4)^2(.01) = 1.62$$

$$\text{Var}(x) = 1.62 - 0.80^2 = 0.0845 \quad \sigma = \sqrt{0.0845} = 0.9196$$