2015－2016 学年北京海淀区上地 101 初二下学期期中数学试卷

一、选择题

1．下列各组数中，以它们为边长的线段不能构成直角三角形的是

A．2，2，3　　　　B．3，4，5

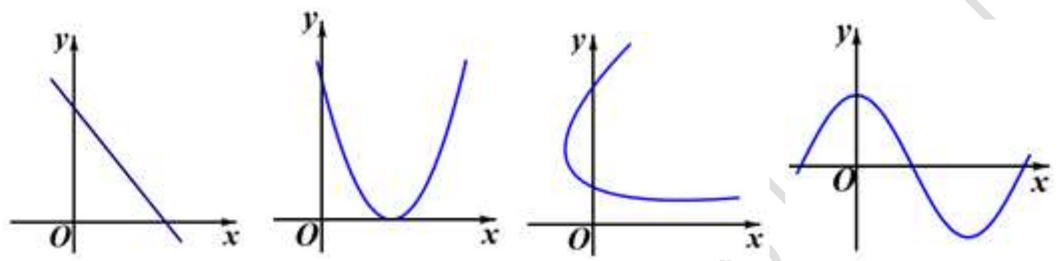
C．5，12，13　　　　D．1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$

答案 A

解析∵$2^2+2^2\geqslant 3^2$，

∴以 2，2，3 为边长的线段不能构成直角三角形．

2．下列各曲线表示的 y 与 x 的关系中，y 不是 x 的函数的是

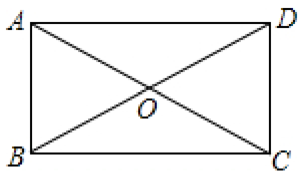


A　　　　B　　　　C　　　　D

答案 C

解析由函数定义可知，一个 x 只能对应一个 y 值，C 中曲线不是函数．

3．如图，在矩形 $ABCD$ 中，有以下结论：①$\triangle AOB$ 是等腰三角形；②$S_{\triangle ABO}=S_{\triangle ADO}$；③$AC=BD$；④$AC\perp BD$；⑤当$\angle ABD=45°$时，矩形 $ABCD$ 会变成正方形，正确结论的个数是



A．2　　　　B．3

C．4　　　　D．5

答案 C

解析∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AO=BO=DO=CO$，　$AC=BD$，故①③正确．

∵$BO=DO$，

∴$S_{\triangle ABO}=S_{\triangle ADO}$，故②正确；

当$\angle ABD=45°$时，

则$\angle AOD=90°$，

∴$AC\perp BD$，

∴矩形 $ABCD$ 变成正方形，故⑤正确．

而④不一定正确，矩形的对角线只是相等，

∴正确结论有 4 个．

4．矩形、菱形、正方形都具有的性质是

A．对角线相等　　B．对角线互相平分

C．对角线互相垂直　　D．对角线平分对角

答案 B

解析矩形的对角线互相平分且相等，

菱形的对角线互相垂直平分且平分一组对角，

正方形的对角线具有菱形和矩形的性质，

∴矩形、菱形、正方形都具有的性质是对角线互相平分．

5．函数 $y=-2x$ 的图象一定经过下列四个点的

A．点 $\left(1,2\right)$　　B．点 $\left(-2,1\right)$

C．点 $\left(\frac{1}{2},-1\right)$　　D．点 $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$

答案 C

解析 A．当 $x=1$，代入 $y=-2x$ 得 $y=-2$，故点 $\left(1,2\right)$ 不在此图象上，

B．当 $x=-2$，代入 $y=-2x$ 得 $y=4$，故点 $\left(-2,1\right)$ 不在此图象上，

C．当 $x=\frac{1}{2}$，代入 $y=-2x$ 得 $y=-1$，点 $\left(\frac{1}{2},-1\right)$ 在此图象上，

D．当 $x=-1$，代入 $y=-2x$ 得 $y=2$，点 $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ 不在此图象上．

6．一次函数 $y=\left(1-m\right)x+m-5$ 的图象经过二、三、四象限，则实数 m 的取值范围是

A．$1<m<5$　　B．$m>5$

C．$m<1$ 或 $m>5$　　D．$m<1$

答案 A

解析∵一次函数 $y=\left(1-m\right)x+m-5$ 的图象经过二、三、四象限，

∴$\begin{cases}1-m<0\\m-5<0\end{cases}$

解得 $1<m<5$．

7．已知 $P_1\left(-3,y_1\right)$，$P_2\left(2,y_2\right)$ 是一次函数 $y=2x+1$ 图象上的两个点，则 y_1、y_2 的大小关系是

A．$y_1>y_2$　　B．$y_1<y_2$

C．$y_1=y_2$　　D．不能确定

答案 B

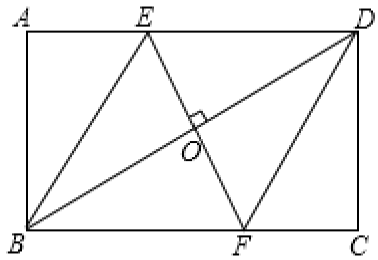
解析∵一次函数 $y=2x+1$ 中 $k=2>0$，

∴此函数是增函数，

∵$-3<2$，

∴$y_1<y_2$．

8．如图，在矩形 $ABCD$ 中，边 AB 的长为 3，点 E、F 分别在 AD、BC 上，连接 BE、DF、EF、BD，若四边形 $BFDE$ 是菱形，且 $EF=AE+FC$，则边 BC 的长为



A．$2\sqrt{3}$　　　　B．$3\sqrt{3}$

C．$6\sqrt{3}$　　　　D．$\frac{9}{2}\sqrt{3}$

答案 B

解析∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle A=90°$，$AD=BC$，$AB=DC=3$，

∵四边形 $BEDF$ 菱形，

∴$EF\perp BD$，$\angle EBO=\angle DBF$，$ED=BE=BF$

∴$AD-DE=BC-BF$，即 $AE=CF$

∵$EF=AE+FC$，$EO=FO$

∴$AE=EO=CF=FO$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle OBE$

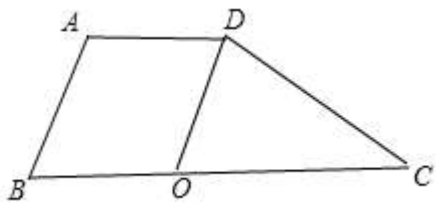
∴$AB=BO=3$，$\angle ABE=\angle EBO$

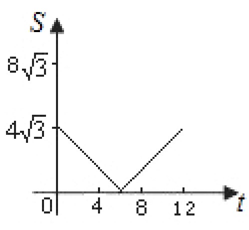
∴$\angle ABE=\angle EBD=\angle DBC=30°$

∴在 $Rt\triangle BCD$ 中，$BD=2DC=6$

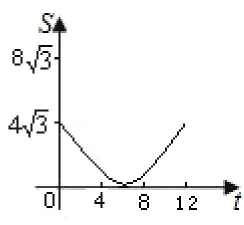
∴$BC=\sqrt{BD^2-DC^2}=3\sqrt{3}$．

9．如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle B=60°$，$AB=AD=BO=4\,\text{cm}$，$OC=8\,\text{cm}$，点 M 从点 B 出发，按 $B\to A\to D\to C$ 的方向，沿四边形 $BADC$ 的边以 1cm/s 的速度作匀速运动，运动到点 C 即停止．若运动的时间为 t，$\triangle MOD$ 的面积为 y，则 y 关于 t 的函数图象大约是

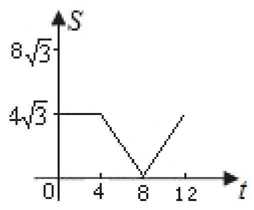




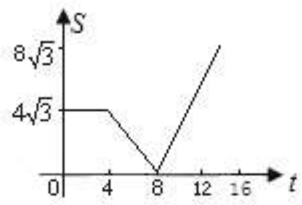
A



B



C



D

答案 D

解析∵点 P 从 B 点出发，沿四边形 $ABCD$ 的边 $BA\to AD\to DC$ 以每分钟一个单位长度的速度匀速运动，

∴$0<t<4$ 时，S 不变，$S=4\sqrt{3}$，

当 $4\leqslant t<8$ 时，$S=-\sqrt{3}x+8\sqrt{3}$

当 $t>8$，S 最大为 $8\sqrt{3}$.

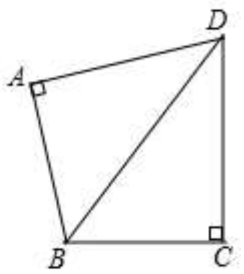
二、填空题

10．在函数 $y=-\sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是______.

答案 $x\geqslant 2$

解析由题意 $x-2\geqslant 0$，解得 $x\geqslant 2$.

11．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=90^\circ$，且 BD 平分 $\angle ABC$，$BD=3$，$BC=2$，AD 的长度为________.



答案 $\sqrt{5}$

解析∵$BD=3$，$BC=2$，$\angle C=90^\circ$

∴$CD=\sqrt{BD^2-BC^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

∵$\angle A=\angle C=90^\circ$，且 BD 平分 $\angle ABC$

∴$AD=CD=\sqrt{5}$

12．已知函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象与 y 轴交点的纵坐标为 -2，且当 $x=2$ 时，$y=1$，那么此函数的解析式为________.

答案 $y=\dfrac{3}{2}x-2$

解析将 $\left(0,-2\right)$ 与 $\left(2,1\right)$ 代入 $y=kx+b$ 得：$\begin{cases}b=-2\\2k+b=1\end{cases}$

解得 $k=\dfrac{3}{2}$，$b=-2$，

则函数解析式为 $y=\frac{3}{2}x-2$．

13．已知一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$， x、 y 的对应值如下表：

x	-2	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2	-4

那么方程 $kx+b=0$ 的解是_____；不等式 $kx+b>-2$ 的解集为_______.

答案 1． $x=1$

2． $x<2$

解析由题知，当 $x=1$ 时， $y=0$，∴方程 $kx+b=0$ 的解是 $x=1$；

由题知，一次函数 y 值随 x 的增大而减小，且当 $x=2$ 时 $y=-2$，

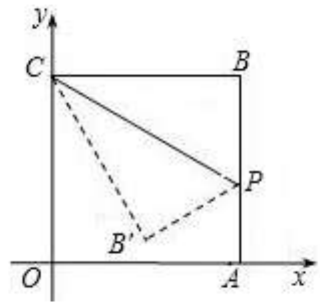
∴不等式 $kx+b>-2$ 的解集为 $x<2$．

14．小明现已存款 1000 元，为赞助“希望工程”，他计划今后三年每月存款 20 元，存款总金额 y（单位：元）将随时间 x（单位：月）的变化而改变，写出 y 与 x 的函数关系式________.

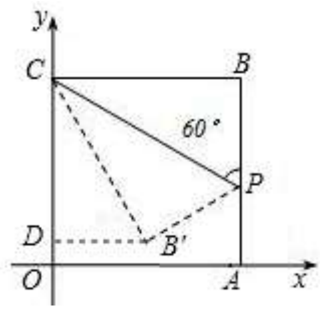
答案 $y=1000+20x$（$0\leqslant x\leqslant 36$，且 x 为整数）

解析由题意得 $y=1000+20x$（$0\leqslant x\leqslant 36$，且 x 为整数）.

15．如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 是正方形，点 A 的坐标是 $\left(4,0\right)$，点 P 为边 AB 上一点，$\angle CPB=60^\circ$，沿 CP 折叠正方形，折叠后，点 B 落在平面内点 B'，则 B' 的坐标为_________.



答案 $\left(2,4-2\sqrt{3}\right)$



解析过点 B' 作 $B'D\perp OC$

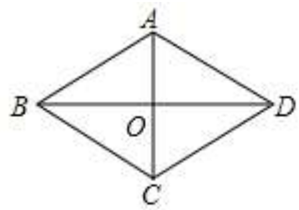
∵$\angle CPB=60^\circ$， $CB'=OC=OA=4$

∴$\angle B'CD=30^\circ$， $B'D=2$

根据勾股定理得 $DC=2\sqrt{3}$

∴$OD=4-2\sqrt{3}$，即 B' 点的坐标为 $\left(2,4-2\sqrt{3}\right)$

16．如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AD=13$， $BD=24$， AC、BD 交于点 O，则菱形 $ABCD$ 的面积为________.



答案 120

解析∵四边形 $ABCD$ 是菱形

∴ $AC \perp BD$，$BO = DO$

∵ $AD = 13$，$BD = 24$

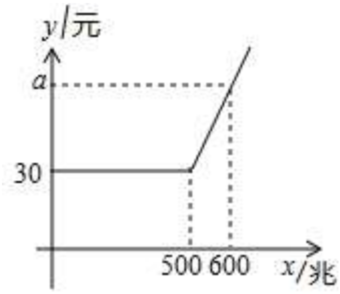
∴ $DO = 12$

则 $AO = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

故 $AC = 10$

菱形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120$.

17．某通讯公司的 4G 上网套餐每月上网费用 y（单位：元）与上网流量 x（单位：兆）的函数关系的图形如图所示．若该公司用户月上网流量超过 500 兆以后，每兆流量的费用为 0.29 元，则图中 a 的值为_______.



答案 59

解析∵该公司用户月上网流量超过 500 兆以后，每兆流量的费用为 0.29 元，

根据图象可知：$a = 30 + 0.29 \times (600 - 500) = 59$.

18．一次函数 $y = kx + b(k \neq 0)$ 的图象由直线 $y = 3x$ 向下平移得到，且过点 $A(1,2)$，一次函数的解析式为_________.

答案 $y = 3x - 1$

解析一次函数 $y = kx + b(k \neq 0)$ 的图象由直线 $y = 3x$ 向下平移得到，

∴ $k = 3$，

将点 $A(1,2)$ 代入 $y = 3x + b$，

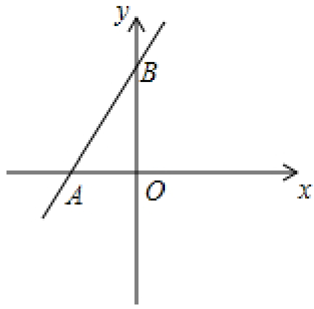
得 $3 + b = 2$，解得 $b = -1$，

∴一次函数的解析式为 $y = 3x - 1$.

19．直线 $y = \frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A 和点 B，在 x 轴上取点 C，使△ABC 为等腰三角形，则点 C 的坐标是__________.

答案$\left(\frac{7}{6},0\right)$或$(2,0)$或$(3,0)$或$(-8,0)$

解析∵直线方程为$y=\frac{4}{3}x+4$



∴易求$A(-3,0)$，$B(0,4)$

设C点坐标为$(x,0)$

①当以AB为底时，可得$AC=BC$，即$3+x=\sqrt{x^2+16}$

解得$x=\frac{7}{6}$

则$C\left(\frac{7}{6},0\right)$

②当以BC为底时，可得$AC=AB$，即$3+x=5$，或$-3-x=5$

解得$x=2$或$x=-8$

则$C(2,0)$或$(-8,0)$

③当以AC为底时，可得$AB=BC$，即得$\sqrt{x^2+16}=5$

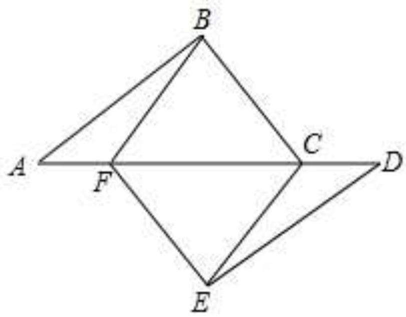
解得$x=\pm3$

则$C(3,0)$

综上所述，满足条件的点C的坐标是$\left(\frac{7}{6},0\right)$或$(2,0)$或$(3,0)$或$(-8,0)$.

三、解答题

20．如图，点A、F、C、D共线，点B、E分别在直线AD两侧，且$AB=DE$，$\angle A=\angle D$，$AF=DC$.



（1）求证：四边形$BFEC$是平行四边形.

答案证明见解析

解析在$\triangle AFB$和$\triangle DCE$中

$$\begin{cases}AB=DE\\ \angle A=\angle D\\ AF=DC\end{cases}$$

∴$\triangle AFB\cong\triangle DCE$（SAS）

∴$FB=CE$

∴$\angle AFB=\angle DCE$

∴$FB\parallel CE$

∴四边形 $BCEF$ 是平行四边形.

（2）若 $\angle ABC=90^\circ$， $AB=3\sqrt{3}$， $BC=3$，当 $AF=$____时，四边形 $BFEC$ 是菱形.

答案 3

解析∵四边形 $BCEF$ 是平行四边形

∴ $BF=BC$ 时，四边形 $BCEF$ 是菱形

∵ $\angle ABC=90^\circ$， $AB=3\sqrt{3}$， $BC=3$

∴ $\angle ACB=30^\circ$

∴ $AC=2BC=6$

当 $BF=BC$ 时

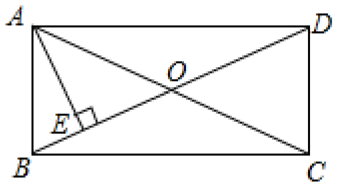
$\triangle BFC$ 为等边三角形

∴ $CF=BC=3$

∴ $AF=AC-BC=3$

21.如图，矩形 $ABCD$ 对角线交于 O， $AE\perp BD$ 于 E， $\angle BAE:\angle EAD=1:2$， $BC=4\sqrt{3}$.

求：矩形 $ABCD$ 的面积和对角线的长.



答案对角线长 8，矩形 $ABCD$ 的面积为 $16\sqrt{3}$

解析∵四边形 $ABCD$ 是矩形

∴ $\angle BAD=90^\circ$

∵ $\angle BAE:\angle EAD=1:2$

∴ $\angle DAE=90^\circ\times\dfrac{2}{1+2}=60^\circ$

∴ $\angle ADE=90^\circ-\angle DAE=30^\circ$

∴ $AB=\dfrac{AD}{\sqrt{3}}=\dfrac{BC}{\sqrt{3}}=4$, $AC=2AB=8$

∴ $S_{矩形ABCD}=BC\times AB=4\sqrt{3}\times 4=16\sqrt{3}$.

22．已知一个正比例函数的图象经过点 $(1,2)$，且与另一直线 $y=kx-4$ 相交于点 $(-1,b)$，求这个正比例函数的解析式及另一直线的解析式.

答案正比例函数解析式为 $y=2x$，直线解析式为 $y=-2x-4$

解析设正比例函数为 $y=ax$

∵正比例函数的图象经过点 $(1,2)$

∴ $2=a$

∴正比例函数解析式为 $y=2x$

又 $(-1,b)$ 在该函数图象上

∴ $b=2\times(-1)=-2$

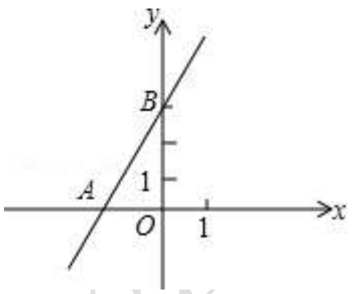
∴点 $(-1,-2)$ 在直线 $y=kx-4$ 上

∴ $-2=-k-4$

∴ $k=-2$

∴正比例函数解析式为 $y=2x$，直线解析式为 $y=-2x-4$.

23．已知：如图，A 点坐标为 $\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$，$B$ 点坐标为 $(0,3)$.



（1）求过 A、B 两点的直线解析式.

答案 $y=2x+3$

解析设过 A、B 两点的直线解析式为 $y=ax+b(a\neq 0)$，则根据题意，

得 $\begin{cases}0=-\dfrac{3}{2}a+b\\3=b\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}$

则过 A、B 两点的直线解析式为 $y=2x+3$.

（2）过 B 点作直线 BP 与 x 轴交于点 P，且使 $OP=2OA$，求 $\triangle ABP$ 的面积.

答案 $\triangle ABP$ 的面积为 $\dfrac{27}{4}$ 或 $\dfrac{9}{4}$

解析设 P 点坐标为 $(x,0)$，依题意得 $x=\pm 3$，所以 P 点坐标分别为 $P_1(3,0)$，$P_2(-3,0)$

$S_{\triangle ABP_1}=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3}{2}+3\right)=\dfrac{27}{4}$

$S_{\triangle ABP_2}=\dfrac{1}{2}\times\left(3-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{9}{4}$

所以，$\triangle ABP$ 的面积为 $\dfrac{27}{4}$ 或 $\dfrac{9}{4}$.

24．如图 1 是某公共汽车线路收支差额 y（单位：万元）（票价总收入减去运营成本）与乘客量 x（单位：万人）的函数图象．目前这条线路亏损，为了扭亏，有关部门举行提高票价的听证会.

乘客代表认为：公交公司应节约能源，改善管理，降低运营成本，以此举实现扭亏.

公交公司认为：运营成本难以下降，公司已尽力，提高票价才能扭亏.

根据这两种意见，可以把图 1 分别改画成图 2 和图 3.

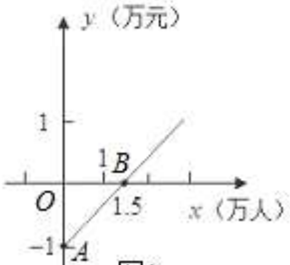


图1

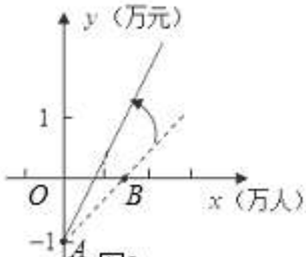


图2

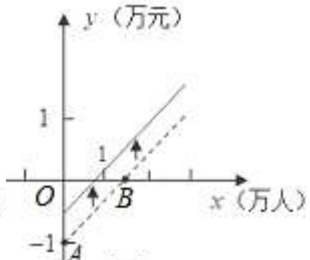


图3

（1）说明图 1 中点 A 和点 B 的实际意义．

答案点 A 表示这条线路的运营成本为 1 万元．

点 B 表示乘客数达1.5 万人时，这条线路的收支达到平衡．

解析点 A 表示这条线路的运营成本为 1 万元．

点 B 表示乘客数达1.5 万人时，这条线路的收支达到平衡．

（2）你认为图 2 和图 3 两个图象中，反映乘客意见的是______，反映公交公司意见的是___．

答案 1．图 3

2．图 2

解析反映乘客意见的是图 3；

反映公交公司意见的是图 2．

（3）如果公交公司采用适当提高票价又减少成本的办法实现扭亏为赢，请你在图 4 中画出符合这种办法的 y 与 x 的大致函数关系图象．

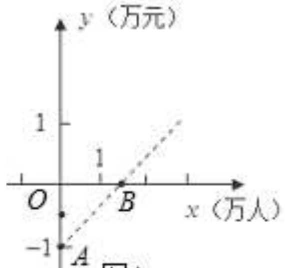
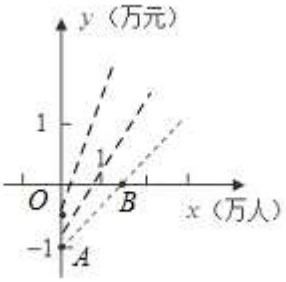


图4

答案将图 4 中的射线 AB 绕点 A 逆时针适当旋转且向上平移

解析将图 4 中的射线 AB 绕点 A 逆时针适当旋转且向上平移

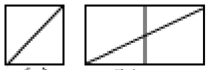


25．已知：小正方形的边长为 1．

（1）如图（a），可以计算出正方形的对角线长为______．

如图（b），由两个小正方形并排成的矩形的对角线的长为_______．

按照如此拼接，由 n 个小正方形并排拼成的矩形的对角线长为_______．


(a)　(b)

答案 1．$\sqrt{2}$

2．$\sqrt{5}$

3．$\sqrt{n^2+1}$

解析利用勾股定理可得：

可以计算出正方形的对角线长为$\sqrt{2}$；

两个正方形并排成的矩形的对角线的长为$\sqrt{5}$；

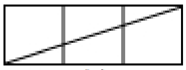
三个正方形并排成的矩形的对角线的长为$\sqrt{10}$；

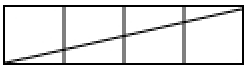
四个正方形并排成的矩形的对角线的长为$\sqrt{17}$；

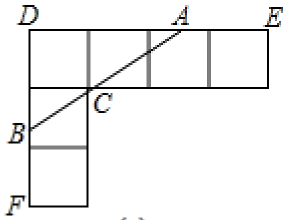
…

根据以上规律，n个正方形并排成的矩形的对角线长为$\sqrt{n^2+1}$．

（2）若把（c）（d）两图拼成如下“L”形，如图（c），过C作直线交DE于A，交DF于B，若$DB=\dfrac{5}{3}$，求线段DA的长度．


(c)

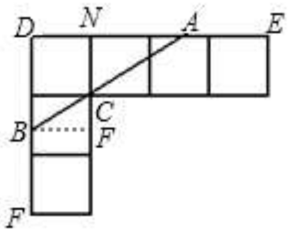

(d)



(e)

答案$\dfrac{5}{2}$

解析过点B作$BF\perp NC$于点F，



由题意可得出：$\triangle ANC\backsim\triangle BFC$

$\therefore\dfrac{CF}{NC}=\dfrac{BF}{AN}$

$\therefore\dfrac{\frac{5}{3}-1}{1}=\dfrac{1}{AN}$

解得$AN=\dfrac{3}{2}$

$\therefore AD=1+\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$．

26．如图，经过正方形$ABCD$的顶点A在其外侧作直线AP，点B关于直线AP的对称点为E，连接BE、DE，其中DE交直线AP于点F．

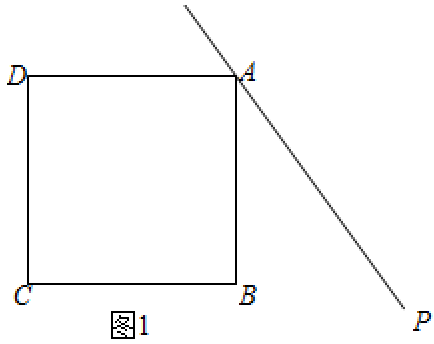


图1

（1）依题意补全图 1．

答案

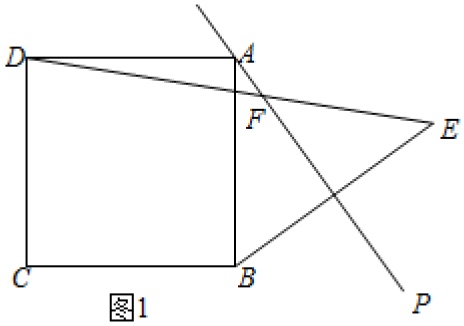


图1

解析如图 1 所示

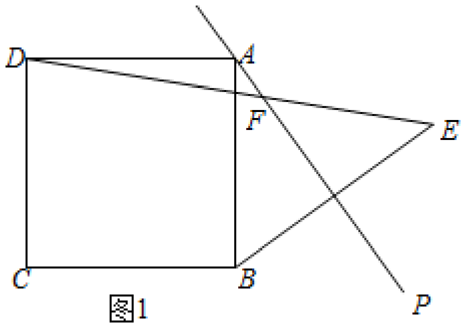


图1

（2）若 $\angle PAB=30°$，求 $\angle ADF$ 的度数．

答案 $\angle ADF=15°$

解析如图 2，连接 AE，

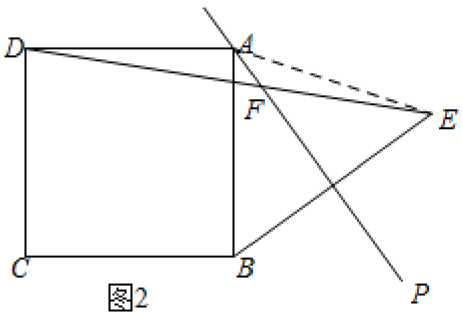


图2

则 $\angle PAB=\angle PAE=30°$， $AE=AB=AD$

∵四边形 $ABCD$ 是正方形

∴ $\angle BAD=90°$

∴ $\angle EAP=\angle BAP=30°$

∴ $\angle EAD=150°$

∴ $\angle ADF=\dfrac{180°-150°}{2}=15°$．

（3）如图 2，若 $45°<\angle PAB<90°$，用等式表示线段 AB、FE、FD 之间的数量关系，并证明．

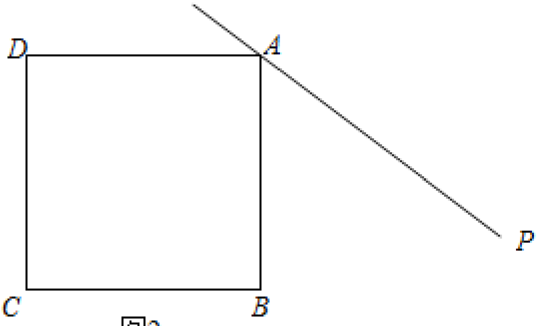


图2

答案 $EF^2+FD^2=2AB^2$

解析如图 3，连接 AE 、 BF 、 BD

由轴对称的性质可得： $EF=BF$ ， $AE=AB=AD$

$\angle ABF=\angle AEF=\angle ADF$

$\therefore \angle BFD=\angle BAD=90°$

$\therefore BF^2+FD^2=BD^2$

$\therefore EF^2+FD^2=2AB^2$.

27．在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $P_1(x_1,y_1)$ 与 $P_2(x_2,y_2)$ 的“非常距离”，给出如下定义：

若 $|x_1-x_2|\geqslant|y_1-y_2|$，则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|x_1-x_2|$；

若 $|x_1-x_2|<|y_1-y_2|$，则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|y_1-y_2|$.

例如：点 $P_1(1,2)$，点 $P_2(3,5)$，因为 $|1-3|<|2-5|$，所以点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|2-5|=3$，也就是图 1 中线段 P_1Q 与线段 P_2Q 长度的较大值（点 Q 为垂直于 y 轴的直线 P_1Q 与垂直于 x 轴的直线 P_2Q 交点）.

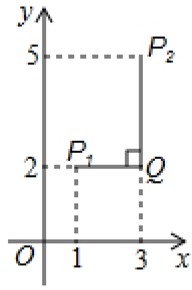


图1

（1）已知点 $A\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$， B 为 y 轴上的一个动点.

①若点 A 与点 B 的“非常距离”为 2，写出一个满足条件的点 B 的从标.

答案 $(0,2)$ 或 $(0,-2)$

解析 $\because B$ 为 y 轴上的一个动点，

$\therefore$ 设点 B 的坐标为 $(0,y)$

$\because \left|-\frac{1}{2}-0\right|=\frac{1}{2}\neq 0$

$\therefore |0-y|=2$

解得 $y=2$ 或 $y=-2$

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(0,2)$ 或 $(0,-2)$

②直接写出点 A 与点 B 的“非常距离”的最小值．

答案 $\frac{1}{2}$

解析点 A 与点 B 的“非常距离”的最小值为 $\frac{1}{2}$．

（2）已知 C 是直线 $y=\frac{3}{4}x+3$ 上的一个动点．

①如图 2，点 D 的坐标是 $(0,1)$，求点 C 与点 D 的“非常距离”的最小值及相应的点 C 的坐标．

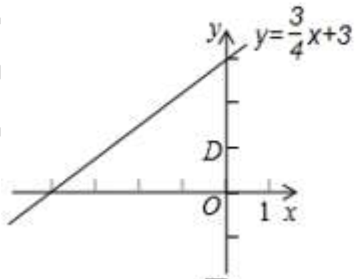
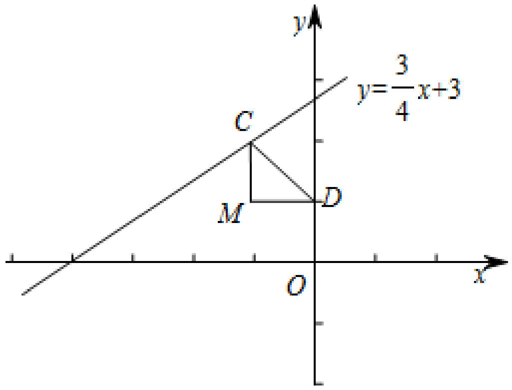


图2

答案点 C 的坐标是 $\left(-\frac{8}{7},\frac{15}{7}\right)$，点 C 与点 D 的“非常距离”最小值为 $\frac{8}{7}$

解析过点 C 作 x 轴的垂线，过点 D 作 y 轴的垂线，两条垂线交于点 M，连接 CD

如图，当点 C 在点 D 的左上方且使 $\triangle CMD$ 是等腰直角三角形时，点 C 与点 D 的“非常距离”最小．



理由：记此时 C 所在位置的坐标为 $\left(x_0,\frac{3}{4}x_0+3\right)$

$\because$ 点 C 与 D 的“非常距离”是线段 CM 与线段 MD 长度的较大值，当点 C 的横坐标大于 x_0 时，线段 CM 的长度变大

$\therefore$ 点 C 与点 D 的“非常距离”变大

当点 C 的横坐标小于 x_0 时，线段 MD 的长度变大

$\therefore$ 点 C 与点 D 的“非常距离”变大

当点 C 的横坐标等于 x_0 时，点 C 与点 D 的“非常距离”最小

$\because CM=\frac{3}{4}x_0+3-1$，$MD=-x_0$，$CM=MD$

$\therefore \frac{3}{4}x_0+3-1=-x_0$

解得 $x_0=-\frac{8}{7}$

$\because$ 点 C 的坐标是 $\left(-\frac{8}{7},\frac{15}{7}\right)$

$\therefore CM=MD=\frac{8}{7}$

$\therefore$ 点 C 的坐标是 $\left(-\frac{8}{7},\frac{15}{7}\right)$

点 C 与点 D 的"非常距离"最小，最小值为 $\frac{8}{7}$.

②如图 3，E 是正六边形的边上的一个动点，写出点 C 与点 E 的"非常距离"的最小值及相应的点 E 与点 C 的坐标.

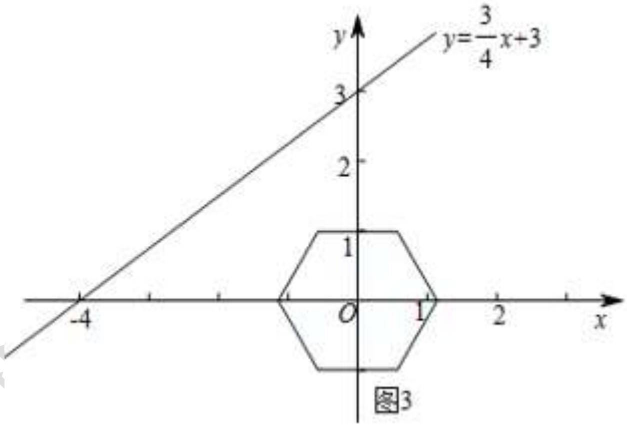


图3

答案点 E 坐标为 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$，点 C 坐标 $\left(\frac{-24-4\sqrt{3}}{21},\frac{15-\sqrt{3}}{7}\right)$

非常距离最小值为 $\frac{8-\sqrt{3}}{7}$

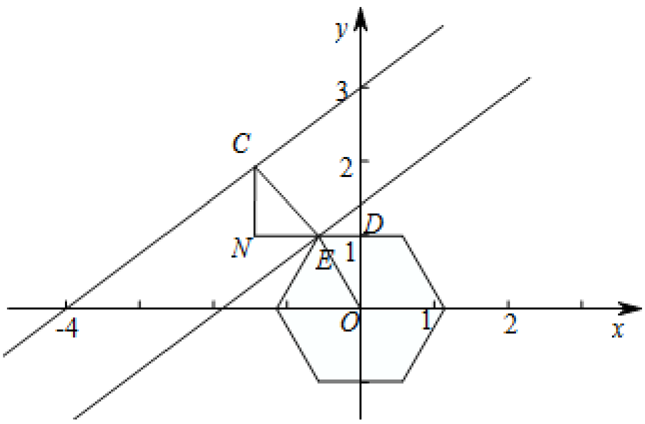
解析如图，对于正六边形上每一个给定的点 E，过点 E 作 y 轴的垂线，过点 C 作 x 轴的垂线，两条垂线交于点 N，连接 CE .

由①可知，当点 C 运动到点 E 的左上方且使 $\triangle CNE$ 是等腰直角三角形时，

点 C 与点 E 的"非常距离"最小

当点 E 在正六边形上运动时，求这些最小"非常距离"中的最小值，只需要使 CE 的长度最小

因此，将直线 $y=\frac{3}{4}x+3$ 沿图中所示由点 C 到点 E 的方向平移



到第一次与正六边形有公共点，

正六边形在第二象限内的顶点即为点E

连接OE，可知$\triangle ODE$为含30°角的直角三角形.

$\therefore DE=\dfrac{\sqrt{3}}{3}OD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore E\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},1\right)$

设C点坐标为$\left(x_C,\dfrac{3}{4}x_C+3\right)$

$\because CN=\dfrac{3}{4}x_C+3-1=\dfrac{3}{4}x_C+2$，$EN=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}-x_C$

$\therefore \dfrac{3}{4}x_C+2=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}-x_C$

解得$x_C=\dfrac{-24-4\sqrt{3}}{21}$

$\therefore \dfrac{3}{4}x_C+3=\dfrac{15-\sqrt{3}}{7}$

$\therefore CN=NE=\dfrac{8-\sqrt{3}}{7}$

$\therefore$点E坐标为$\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},1\right)$，点$C$坐标$\left(\dfrac{-24-4\sqrt{3}}{21},\dfrac{15-\sqrt{3}}{7}\right)$

非常距离最小值为$\dfrac{8-\sqrt{3}}{7}$.