

石景山区 2017 年初三统一练习暨毕业考试

数 学 试 卷

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

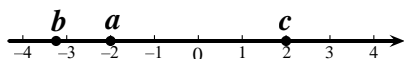
考
生
须
知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，29 道小题。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

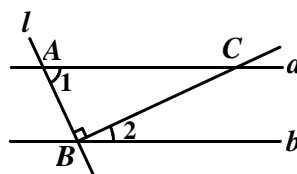
1. 实数 a , b , c 在数轴上的对应点的位置如图所示，则 a 的相反数是



- A. a B. b C. $-b$ D. c
2. 2016 年 9 月 15 日天宫二号空间实验室在酒泉卫星发射中心发射成功，它的运行轨道距离地球 393 000 米。将 393 000 用科学记数法表示应为

- A. 0.393×10^7 B. 3.93×10^5 C. 3.93×10^6 D. 393×10^3

3. 如图，直线 $a \parallel b$ ，直线 l 与 a , b 分别交于 A , B 两点，过点 B 作 $BC \perp AB$ 交直线 a 于点 C ，若 $\angle 1 = 65^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为



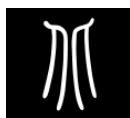
- A. 25° B. 35° C. 65° D. 115°
4. 篆体是我国汉字古代书体之一。下列篆体字“美”，“丽”，“北”，“京”中，不是轴对称图形的为



A



B



C



D

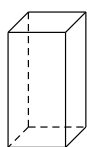
5. 若一个多边形的内角和等于外角和的2倍，则这个多边形的边数是

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

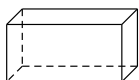
6. 在一个不透明的盒子中装有2个红球，3个黄球和4个白球，这些球除了颜色外无其他差别，现从这个盒子中随机摸出一个球，摸到红球的概率是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{3}{10}$

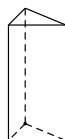
7. 若某几何体的三视图如右图所示，则该几何体是



A



B



C

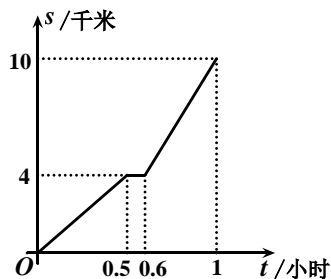


D



8. 周末小石去博物馆参加综合实践活动，乘坐公共汽车0.5小时后想换乘另一辆公共汽车，他等候一段时间后改为利用手机扫码骑行摩拜单车前往。已知小石离家的路程 s （单位：千米）与时间 t （单位：小时）的函数关系的图象大致如图。则小石骑行摩拜单车的平均速度为

- A. 30千米/小时
B. 18千米/小时
C. 15千米/小时
D. 9千米/小时



9. 用尺规作图法作已知角 $\angle AOB$ 的平分线的步骤如下：

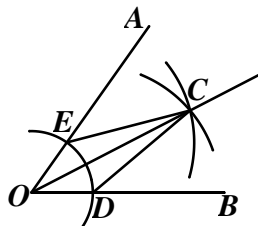
- ①以点 O 为圆心，任意长为半径作弧，交 OB 于点 D ，交 OA 于点 E ；
②分别以点 D ， E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle AOB$ 的内部相交于点 C ；

③作射线 OC 。

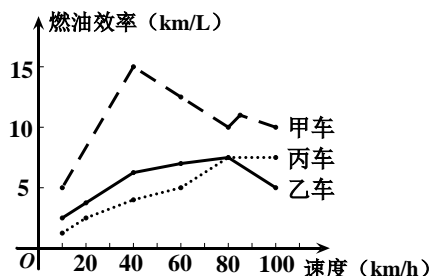
则射线 OC 为 $\angle AOB$ 的平分线。

由上述作法可得 $\triangle OCD \cong \triangle OCE$ 的依据是

- A. SAS B. ASA
C. AAS D. SSS



10. 汽车的“燃油效率”是指汽车每消耗1升汽油行驶的最大公里数（单位： km/L ），如图描述了甲、乙、丙三辆汽车在不同速度下的燃油效率情况，下列叙述正确的是



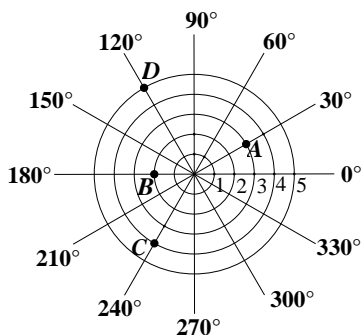
- A. 当行驶速度为 40km/h 时，每消耗1升汽油，甲车能行驶 20km
- B. 消耗1升汽油，丙车最多可行驶 5km
- C. 当行驶速度为 80km/h 时，每消耗1升汽油，乙车和丙车行驶的最大公里数相同
- D. 当行驶速度为 60km/h 时，若行驶相同的路程，丙车消耗的汽油最少

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 分解因式： $2x^2 - 18 =$ _____.
12. 请写出一个开口向下，并且过坐标原点的抛物线的表达式， $y =$ _____.
13. 为了测量校园里水平地面上的一棵大树的高度，数学综合实践活动小组的同学们开展如下活动：某一时刻，测得身高 1.6m 的小明在阳光下的影长是 1.2m ，在同一时刻测得这棵大树的影长是 3.6m ，则此树的高度是_____ m .

14. 如果 $x^2 + x - 5 = 0$ ，那么代数式 $(1 + \frac{2}{x}) \div \frac{x+2}{x^3+x^2}$ 的值是_____.

15. 某雷达探测目标得到的结果如图所示，若记图中目标 A 的位置为 $(3, 30^\circ)$ ，目标 B 的位置为 $(2, 180^\circ)$ ，目标 C 的位置为 $(4, 240^\circ)$ ，则图中目标 D 的位置可记为_____.



16. 首都国际机场连续五年排名全球最繁忙机场第二位，该机场 2012–2016 年客流量统计结果如下表：

年份	2012	2013	2014	2015	2016
客流量（万人次）	8192	8371	8613	8994	9400

根据统计表中提供的信息，预估首都国际机场 2017 年客流量约_____万人次，

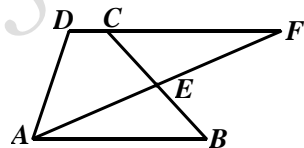
你的预估理由是_____.

三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分；第 27 题 7 分；第 28 题 7 分；第 29 题 8 分）. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. 计算： $6\sin 60^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt{12} + |2 - \sqrt{3}|$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x-1) \leq 5x+1, \\ 2x < \frac{9-x}{4}, \end{cases}$$
 并写出它的所有整数解.

19. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， E 是 CB 的中点， AE 的延长线与 DC 的延长线相交于点 F ，
求证： $AB = FC$.



20. 列方程解应用题：

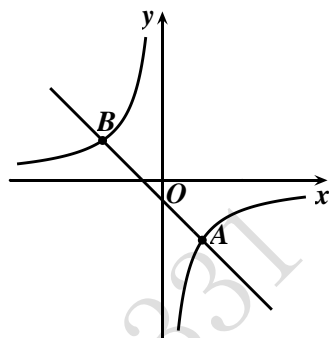
我国元代数学家朱世杰所撰写的《算学启蒙》中有这样一道题：“良马日行二百四十里，驽马日行一百五十里，驽马先行一十二日，问良马几何追及之。”

译文：良马平均每天能跑 240 里，驽马平均每天能跑 150 里. 现驽马出发 12 天后良马从同一地点出发沿同一路线追它，问良马多少天能够追上驽马？

21. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (2m-3)x + (m-1) = 0$ 有两个实数根.

- (1) 求 m 的取值范围；
- (2) 若 m 为正整数，求此方程的根.

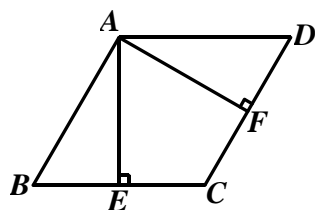
22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 交于点 $A(2, -3)$ 和点 $B(n, 2)$.



- (1) 求直线与双曲线的表达式；
(2) 对于横、纵坐标都是整数的点给出名称叫整点.

动点 P 是双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 上的整点，过点 P 作垂直于 x 轴的直线，交直线 AB 于点 Q ，当点 P 位于点 Q 下方时，请直接写出整点 P 的坐标.

23. 如图，在 $\square ABCD$ 中，过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp DC$ 于点 F ， $AE = AF$.



- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；
(2) 若 $\angle EAF = 60^\circ$ ， $CF = 2$ ，求 AF 的长.

24. 阅读下列材料：

2017 年 3 月在北京市召开的第十二届全国人民代表大会第五次会议上，环境问题再次成为大家议论的重点内容之一.

北京自 1984 年开展大气监测，至 2012 年底，全市已建立监测站点 35 个.

2013 年，北京发布的首个 $PM_{2.5}$ 年均浓度值为 89.5 微克/立方米.

2014 年，北京空气中的二氧化硫年均浓度值达到了国家新的空气质量标准；二氧化氮、 PM_{10} 、 $PM_{2.5}$ 年均浓度值超标，其中 $PM_{2.5}$ 年均浓度值为 85.9 微克/立方米.

2016 年, 北京空气中的二氧化硫年均浓度值远优于国家标准; 二氧化氮、 PM_{10} 、 $\text{PM}_{2.5}$ 的年均浓度值分别为 48 微克/立方米、92 微克/立方米、73 微克/立方米. 与 2015 年相比, 二氧化硫、二氧化氮、 PM_{10} 年均浓度值分别下降 28.6%、4.0%、9.8%; $\text{PM}_{2.5}$ 年均浓度值比 2015 年的年均浓度值 80.6 微克/立方米有较明显改善.

(以上数据来源于北京市环保局)

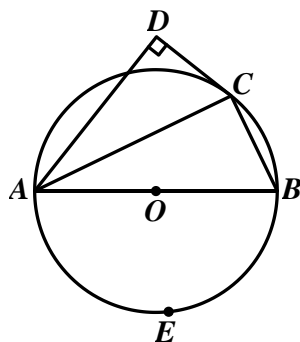
根据以上材料解答下列问题:

- (1) 2015 年北京市二氧化氮年均浓度值为_____微克/立方米;
- (2) 请你用折线统计图将 2013–2016 年北京市 $\text{PM}_{2.5}$ 的年均浓度值表示出来, 并在图上标明相应的数据.

25. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle D = 90^\circ$, AC 平分 $\angle DAB$, 且点 C 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上.

- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 点 E 是 $\odot O$ 上一点, 连接 BE , CE . 若 $\angle BCE = 42^\circ$, $\cos \angle DAC = \frac{9}{10}$, $AC = m$,

写出求线段 CE 长的思路.



26. (1) **定义**：把四边形的某些边向两方延长，其他各边有不在延长所得直线的同一旁，

这样的四边形叫做凹四边形．如图 1，四边形 $ABCD$ 为凹四边形．

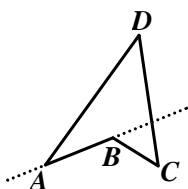


图 1

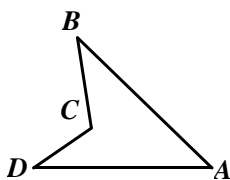


图 2

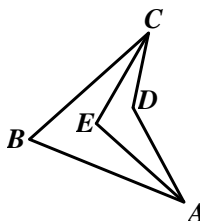


图 3

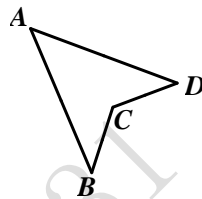


图 4

(2) **性质探究**：请完成凹四边形一个性质的证明．

已知：如图 2，四边形 $ABCD$ 是凹四边形．

求证： $\angle BCD = \angle B + \angle A + \angle D$ ．

(3) **性质应用**：

如图 3，在凹四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAD$ 的角平分线与 $\angle BCD$ 的角平分线交于点 E ，若 $\angle ADC = 140^\circ$ ， $\angle AEC = 102^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____ $^\circ$ ．

(4) **类比学习**：

如图 4，在凹四边形 $ABCD$ 中，点 E, F, G, H 分别是边 AD, AB, BC, CD 的中点，顺次连接各边中点得到四边形 $EFGH$ ．若 $AB = AD, CB = CD$ ，则四边形 $EFGH$ 是_____．（填写序号即可）

A. 梯形

B. 菱形

C. 矩形

D. 正方形

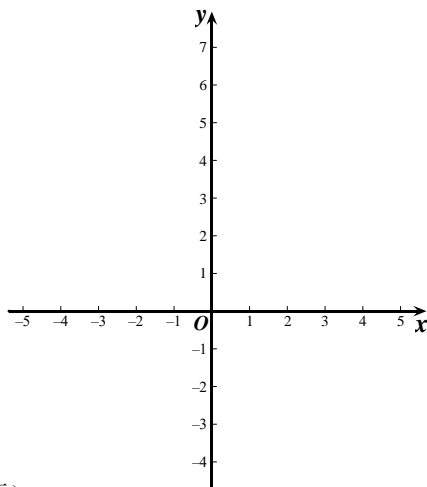
27. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4a - 3 (a \neq 0)$ 的顶点为 A ．

(1) 求顶点 A 的坐标；

(2) 过点 $(0, 5)$ 且平行于 x 轴的直线 l ，与抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4a - 3 (a \neq 0)$ 交于 B, C 两点．

①当 $a = 2$ 时，求线段 BC 的长；

②当线段 BC 的长不小于 6 时，直接写出 a 的取值范围．



28. 在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是对角线 AC 上的动点（与点 A, C 不重合），连接 BE 。

(1) 将射线 BE 绕点 B 顺时针旋转 45° ，交直线 AC 于点 F 。备用图

①依题意补全图 1；

②小研通过观察、实验，发现线段 AE, FC, EF 存在以下数量关系：

AE 与 FC 的平方和等于 EF 的平方。小研把这个猜想与同学们进行交流，通过讨论，形成证明该猜想的几种想法：

想法 1：将线段 BF 绕点 B 逆时针旋转 90° ，得到线段 BM ，要证 AE, FC, EF 的关系，只需证 AE, AM, EM 的关系。

想法 2：将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折，得到 $\triangle NBE$ ，要证 AE, FC, EF 的关系，只需证 EN, FN, EF 的关系。

.....

请你参考上面的想法，用等式表示线段 AE, FC, EF 的数量关系并证明；

（一种方法即可）

(2) 如图 2，若将直线 BE 绕点 B 顺时针旋转 135° ，交直线 AC 于点 F 。小研完成作图后，发现直线 AC 上存在三条线段（不添加辅助线）满足：其中两条线段的平方和等于第三条线段的平方，请直接写出这三条线段的数量关系。

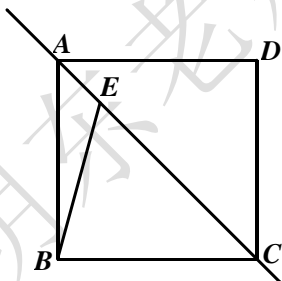


图 1

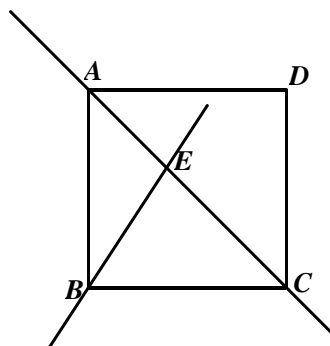


图 2

29. 在平面直角坐标系 xOy 中，对“隔离直线”给出如下定义：

点 $P(x, m)$ 是图形 G_1 上的任意一点，点 $Q(x, n)$ 是图形 G_2 上的任意一点，若存在直线 $l: y = kx + b (k \neq 0)$ 满足 $m \leq kx + b$ 且 $n \geq kx + b$ ，则称直线 $l: y = kx + b (k \neq 0)$ 是图形 G_1 与 G_2 的“隔离直线”。

如图1，直线 $l: y = -x - 4$ 是函数 $y = \frac{6}{x} (x < 0)$ 的图象与正方形 $OABC$ 的一条“隔离直线”。

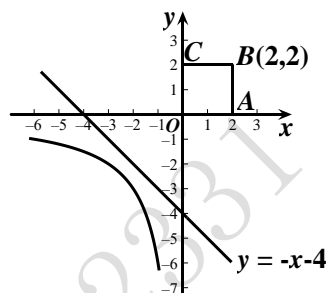


图 1

(1) 在直线 $y_1 = -2x$ ， $y_2 = 3x + 1$ ， $y_3 = -x + 3$ 中，

是图1函数 $y = \frac{6}{x} (x < 0)$ 的图象与正方形 $OABC$

的“隔离直线”的为 _____；

请你再写出一条符合题意的不同的“隔离直线”

的表达式：_____；

(2) 如图2，第一象限的等腰直角三角形 EDF 的两腰分别与坐标轴平行，直角顶点 D 的坐标是 $(\sqrt{3}, 1)$ ， $\odot O$ 的半径为2. 是否存在 $\triangle EDF$ 与 $\odot O$ 的“隔离直线”？若存在，求出此“隔离直线”的表达式；若不存在，请说明理由；

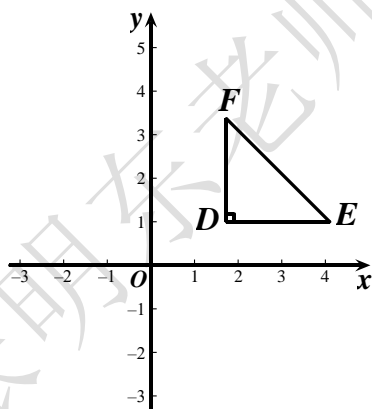
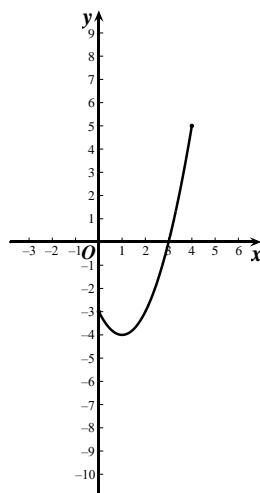


图 2



备用图

(3) 正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的一边在 y 轴上，其它三边都在 y 轴的右侧，点 $M(1, t)$ 是此正方形的中心. 若存在直线 $y = 2x + b$ 是函数 $y = x^2 - 2x - 3 (0 \leq x \leq 4)$ 的图象与正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的“隔离直线”，请直接写出 t 的取值范围。

石景山区 2017 年初三统一练习暨毕业考试

数学试卷答案及评分参考

阅卷须知：

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。

2. 若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。

3. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	A	B	C	B	A	C	D	C

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. $2(x+3)(x-3)$.

12. 答案不唯一，如 $y = -x^2 + 2x$.

13. 4.8.

14. 5.

15. $(5, 120^\circ)$.

16. 预估理由需包含统计表提供的信息，且支撑预估的数据。

如约 9900 万人次，预估理由是增长趋势平稳。

三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分；第 27 题 7 分；第 28 题 7 分；第 29 题 8 分）

17. 解：原式 $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 9 - 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$ 4 分
 $= -7$ 5 分

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} 3(x-1) \leq 5x+1, & \text{①} \\ 2x < \frac{9-x}{4}, & \text{②} \end{cases}$

解不等式①，得 $x \geq -2$.

解不等式②，得 $x < 1$ 3 分

\therefore 原不等式组的解集为 $-2 \leq x < 1$ 4 分

\therefore 原不等式组的整数解为 $-2, -1, 0$ 5 分

19. 证明: $\because AB \parallel DC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle F, \quad \angle B = \angle 2. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\because E$ 是 CB 的中点,

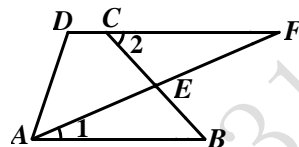
$$\therefore BE = CE.$$

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle FEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle F, \\ \angle B = \angle 2, \\ BE = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle FEC. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = FC. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



20. 解: 设良马 x 天能够追上驽马. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

由题意, 得 $240x = 150 \times (12 + x)$. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

解得 $x = 20$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

答: 良马 20 天能够追上驽马. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

21. 解: (1) $\because \Delta = [-(2m-3)]^2 - 4m(m-1)$
 $= -8m + 9$. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{依题意, 得 } \begin{cases} m \neq 0, \\ \Delta = -8m + 9 \geq 0, \end{cases}$$

解得 $m \leq \frac{9}{8}$ 且 $m \neq 0$. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) $\because m$ 为正整数,
 $\therefore m = 1$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$\therefore \text{原方程为 } x^2 + x = 0.$$

解得 $x_1 = 0$, $x_2 = -1$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

22. 解: (1) \because 双曲线 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 经过点 $A(2, -3)$,

$$\therefore m = -6.$$

\therefore 双曲线的表达式为 $y = -\frac{6}{x}$. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

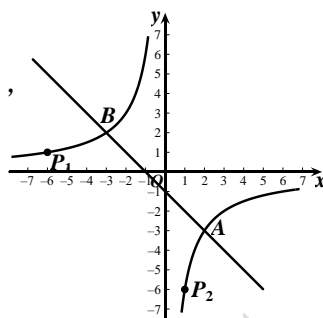
\because 点 $B(n, 2)$ 在双曲线 $y = -\frac{6}{x}$ 上,

∴点 B 的坐标为 $B(-3, 2)$.

∵直线 $y = kx + b$ 经过点 $A(2, -3)$ 和点 $B(-3, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = -3, \\ -3k + b = 2, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1, \\ b = -1, \end{cases}$$



∴直线的表达式为 $y = -x - 1$.

..... 3 分

(2) $(-6, 1)$ 或 $(1, -6)$.

..... 5 分

23. (1) 证法一:

连接 AC , 如图 1.

∵ $AE \perp BC$, $AF \perp DC$, $AE = AF$,

∴ $\angle 2 = \angle 1$.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $AD \parallel BC$.

∴ $\angle DAC = \angle 1$.

∴ $\angle DAC = \angle 2$.

∴ $DA = DC$.

∴ $\square ABCD$ 是菱形.

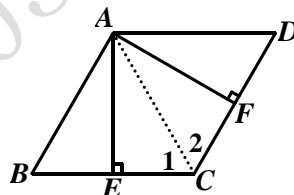


图 1

..... 1 分

..... 2 分

证法二:

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 如图 2.

∴ $\angle B = \angle D$.

∵ $AE \perp BC$, $AF \perp DC$,

∴ $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$.

又∵ $AE = AF$,

∴ $\triangle AEB \cong \triangle AFD$.

∴ $AB = AD$.

∴ $\square ABCD$ 是菱形.

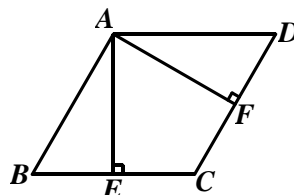


图 2

..... 1 分

..... 2 分

(2) 解法一:

连接 AC , 如图 3.

∵ $AE \perp BC$, $AF \perp DC$, $\angle EAF = 60^\circ$,

$\therefore \angle ECF = 120^\circ$ 3 分

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2} \angle ECF = 60^\circ$ 4 分

在 $\text{Rt}\triangle CFA$ 中, $AF = CF \cdot \tan \angle 2 = 2\sqrt{3}$ 5 分

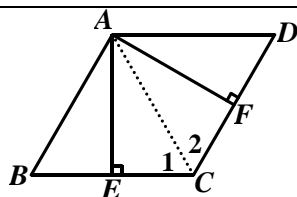


图 3

解法二:

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形, 如图 4.

$\therefore AD = DC$, $AD \parallel BC$.

$\because AE \perp BC$,

$\therefore \angle DAF = 90^\circ - \angle EAF = 30^\circ$ 3 分

在 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, $\sin \angle DAF = \frac{DF}{AD} = \frac{1}{2}$.

设 $DF = x$, $AD = 2x$,

$\therefore AF = \sqrt{3}x$.

$\therefore DC = AD = 2x$.

$\therefore 2x = x + 2$ 4 分

$\therefore x = 2$.

$\therefore AF = \sqrt{3}x = 2\sqrt{3}$ 5 分

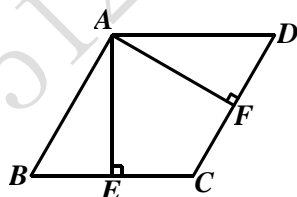


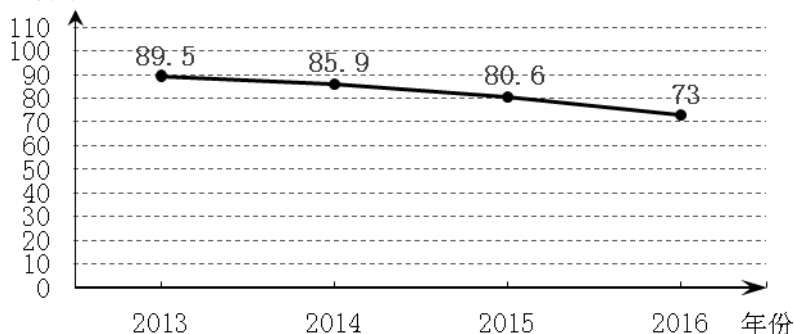
图 4

24. (1) 50. 1 分

(2) 5 分

2013-2016年北京市 $\text{PM}_{2.5}$ 年均浓度值统计图

微克/立方米



25. (1) 证明：连接 OC ，如图.

$\because AC$ 平分 $\angle DAB$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\because OA = OC$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 2$.

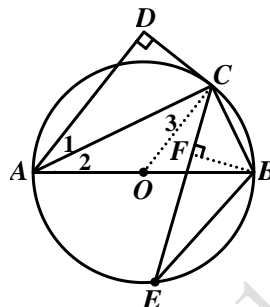
$\therefore \angle 3 = \angle 1$.

$\therefore AD \parallel OC$.

$\therefore \angle OCD = \angle D = 90^\circ$.

又 $\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.



..... 1 分

..... 2 分

(2) 求解思路如下：

过点 B 作 $BF \perp CE$ 于点 F ，如图.

① 由 $\angle E = \angle 2 = \angle 1$ ，可知 $\angle 2$ ， $\angle E$ 的三角函数值；

② 由 AB 是 $\odot O$ 的直径，可得 $\triangle ACB$ 是直角三角形，由 $\angle 2$ 的三角函数值及 $AC = m$ ，可求 CB 的长；

③ 在 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中，由 $\angle BCE = 42^\circ$ 及 CB 的长，可求 CF ， BF 的长；

④ 在 $\text{Rt}\triangle EFB$ 中，由 $\angle E$ 的三角函数值及 BF 的长，可求 EF 的长；

⑤ 由 $CE = CF + EF$ ，可求 CE 的长. 5 分

26. (2) 证法一：

连接 AC 并延长到点 E ，如图 1.

$\because \angle 1 = \angle B + \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle D + \angle 4$ ，..... 1 分

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle 3 + \angle D + \angle 4$.

即 $\angle BCD = \angle B + \angle BAD + \angle D$ 2 分

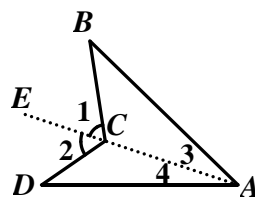


图 1

证法二：

延长 DC 交 AB 于点 E ，如图 2.

$\because \angle BCD = \angle B + \angle 1$ ， $\angle 1 = \angle A + \angle D$ ，..... 1 分

$\therefore \angle BCD = \angle D + \angle A + \angle B$ 2 分

(3) 64° 4 分

(4) C 5 分

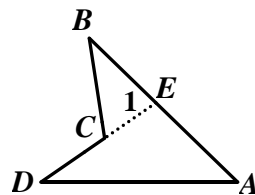


图 2

27. 解：(1) 解法一：

$$\begin{aligned} \because y &= ax^2 - 4ax + 4a - 3 \\ &= a(x-2)^2 - 3, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{顶点 } A \text{ 的坐标为 } (2, -3). \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

解法二：

$$\because -\frac{4a}{2a} = 2, \quad \frac{4a \times (4a-3) - (-4a)^2}{4a} = -3,$$

$$\therefore \text{顶点 } A \text{ 的坐标为 } (2, -3). \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) ①当 $a = 2$ 时，抛物线为 $y = 2x^2 - 8x + 5$ ，如图.

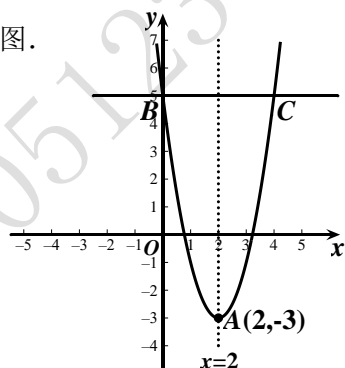
令 $y = 5$ ，得

$$2x^2 - 8x + 5 = 5, \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得, } x_1 = 0, x_2 = 4. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{线段 } BC \text{ 的长为 } 4. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{② } 0 < a \leq \frac{8}{9}. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



28. (1) ①依题意补全图形，如图 1. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

②线段 AE ， FC ， EF 的数量关系为： $AE^2 + FC^2 = EF^2$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

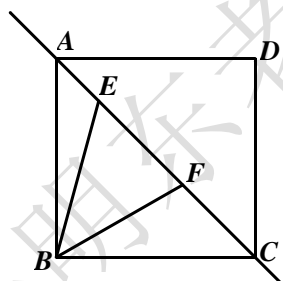


图 1

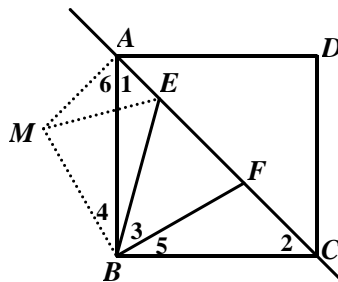


图 2

证法一：

过点 B 作 $MB \perp BF$ 于点 B 且 $BM = BF$ ，

连接 ME ， MA ，如图 2.

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$ ， $AB = BC$.

$\therefore \angle 3 = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle MBE = \angle FBE = 45^\circ.$$

$$\text{又} \because BE = BE,$$

$$\therefore \triangle MBE \cong \triangle FBE. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore EM = EF.$$

$$\therefore \angle 4 = 90^\circ - \angle ABF, \angle 5 = 90^\circ - \angle ABF,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5.$$

$$\text{又} \because BM = BF, AB = CB,$$

$$\therefore \triangle AMB \cong \triangle CFB. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AM = CF, \angle 6 = \angle 2 = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle MAE = \angle 6 = \angle 1 = 90^\circ.$$

$$\text{在 Rt}\triangle MAE \text{ 中, } AE^2 + MA^2 = EM^2.$$

$$\therefore AE^2 + FC^2 = EF^2. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

证法二:

作 $BN \perp AC$, 且 $BN = BA$, 连接 EN , FN , 如图 3.

$$\text{又} \because BE = BE,$$

$$\therefore \triangle BNE \cong \triangle BAE. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore NE = AE, \angle 6 = 45^\circ.$$

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, \angle 5 = \angle 8 = 45^\circ, AB = BC.$$

$$\therefore BN = BC.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle EBF = \angle 2 = 45^\circ - \angle 1,$$

$$\angle 4 = \angle ABC - \angle EBF = \angle 1 = 90^\circ - 45^\circ - \angle 1 = 45^\circ - \angle 1,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4.$$

$$\text{又} \because BF = BF,$$

$$\therefore \triangle BNF \cong \triangle BCF. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore FN = FC, \angle 7 = \angle 8 = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle ENF = \angle 6 + \angle 7 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ.$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ENF \text{ 中, } NE^2 + FN^2 = EF^2.$$

$$\therefore AE^2 + FC^2 = EF^2. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 用等式表示这三条线段的数量关系: $AF^2 + EC^2 = EF^2$. $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

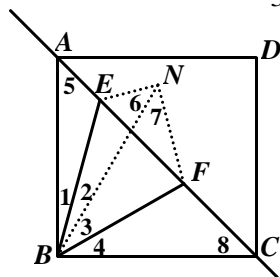


图 3

29. (1) $y_1 = -2x$; 1 分

$y = -3x$ (答案不唯一). 2 分

(2) 连接 OD , 过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于点 G , 如图.

在 $\text{Rt}\triangle DGO$ 中,

$$OD = \sqrt{DG^2 + OG^2} = 2,$$

$$\sin \angle 1 = \frac{DG}{OD} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \angle 1 = 30^\circ. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle 2 = 60^\circ.$$

$\because \odot O$ 的半径为 2,

\therefore 点 D 在 $\odot O$ 上.

过点 D 作 $DH \perp OD$ 交 y 轴于点 H ,

\therefore 直线 DH 是 $\odot O$ 的切线, 也是 $\triangle EDF$ 与 $\odot O$ 的“隔离直线”. 4 分

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ODH \text{ 中, } OH = \frac{OD}{\cos \angle 2} = 4,$$

\therefore 点 H 的坐标是 $(0, 4)$ 5 分

\therefore 直线 DH 的表达式为 $y = -\sqrt{3}x + 4$.

即所求“隔离直线”的表达式为 $y = -\sqrt{3}x + 4$ 6 分

(3) $t \geq 2$ 或 $t \leq -8$ 8 分

