

14—15 第二学期第三十五中学期中质量检测

初二数学

试卷说明：

1. 本试卷共 4 页，计三道大题，26 道小题；
2. 卷面分值 100 分，考试时间为 90 分钟。

一、选择题（每小题的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。请将你认为符合要求的一项的序号填在题中的括号内。每题 3 分，共 30 分）

1. 下列各组数中，能成为直角三角形的三条边长的是（ ）。

A. 3, 5, 7 B. 5, 7, 8 C. 4, 6, 7 D. 1, $\sqrt{3}$, 2

2. 直角三角形的两条直角边的长分别为 5, 12, 则斜边上的中线长为（ ）。

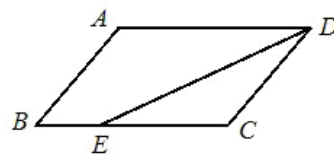
A. $\frac{60}{13}$ cm B. $\frac{13}{2}$ cm C. 6cm D. 13cm

3. 已知 $\square ABCD$ 中， $\angle A + \angle C = 200^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是（ ）。

A. 100° B. 160° C. 80° D. 60°

4. 如图，在 $\square ABCD$ 中，已知 $AD = 8$ cm, $AB = 6$ cm, DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 边于点 E ，则 BE 等于（ ）。

A. 2cm B. 4cm C. 6cm D. 8cm



5. $ax^2 + bx + c = 0$ 是关于 x 的一元二次方程的条件是（ ）。

A. a, b, c 为任意实数 B. a, b 不同时为 0 C. a 不为 0 D. b, c 不同时为 0

6. $2x^2 + 4 = 0$ 的根是（ ）。

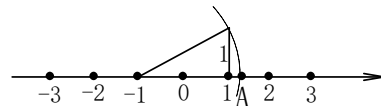
A. $x_1 = 2, x_2 = -2$ B. $x = 2$ C. 无实根 D. 以上均不正确

7. 已知一元二次方程的两根分别是 2 和 -3，则这个一元二次方程是（ ）。

A. $x^2 - 6x + 8 = 0$ B. $x^2 + 2x - 3 = 0$ C. $x^2 - x - 6 = 0$ D. $x^2 + x - 6 = 0$

8. 如图，数轴上点 A 所表示的数为 a ，则 a 的值是（ ）。

A. $\sqrt{5} - 1$ B. $-\sqrt{5} + 1$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. $\sqrt{5}$



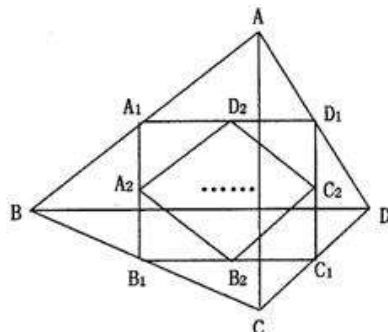
9. 若三角形的三边长分别为 $\sqrt{2}, \sqrt{6}, 2$ ，则此三角形的面积为（ ）。

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

10. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AC=a$ ， $BD=b$ ，且 $AC \perp BD$ ，顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ，再顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点，得到四边形 $A_2B_2C_2D_2 \dots$ ，如此进行下去，得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 。下列结论正确的有（ ）。

- ① 四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是矩形；
 ② 四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 是菱形；
 ③ 四边形 $A_5B_5C_5D_5$ 的周长是 $\frac{a+b}{4}$ ；错误!未找到引用源。
 ④ 四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是 $\frac{ab}{2^{n+1}}$ 错误!未找到引用源。。

A. ①② B. ②③ C. ②③④ D. ①②③④



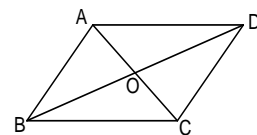
二、填空题（请将正确答案填在题中的横线上。每题 3 分，共 24 分）

11. 若 $x = -1$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - 2m + 1 = 0$ 的一个解，则 m 的值为_____。

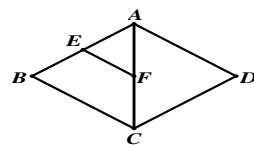
12. $x^2 + 3x = 0$ 的根是_____。

13. 若关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 无实数根，则 m _____。

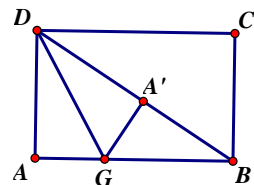
14. 如图， $\square ABCD$ 的对角线相交于点 O ，两条对角线的和为 18， AD 的长为 5，则 $\triangle OBC$ 的周长为_____。



15. 如图，菱形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点，若 $EF=3$ 则菱形 $ABCD$ 的周长是_____。



16. 如图，矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $AD=3$ ，折叠纸片使 AD 边与对角线 BD 重合，折痕为 DG ，则 AG 的长为_____。



17. 已知正方形 $ABCD$ ，以 CD 为边作等边 $\triangle CDE$ ，则 $\angle AED$ 的度数是_____。

18. 已知 $A(-2,2), B(1,-2), C(5,1)$ ，以 A, B, C 为顶点的平行四边形的第四个顶点 D 的坐标为_____。

三、解答题(19, 20 题每题 8 分，其余每题 5 分，共 46 分)

19. (本题 8 分) $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c 。

- (1) 若 $a:b=3:4, c=25$ ，求 a, b 。 (2) 若 $c-a=4, b=12$ ，求 a, c 。

20. (本题 8 分) 解方程：(1) $x^2 - 4x - 2 = 0$ ； (2) $(x+3)(x-6) = -8$ 。

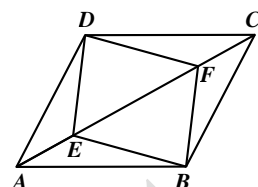
21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + 2k - 4 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 k 为正整数, 且该方程的根都是整数, 求 k 的值及这个方程的根.

22. 已知: 如图, A, C 是 $\square DEBF$ 的对角线 EF 所在直线上

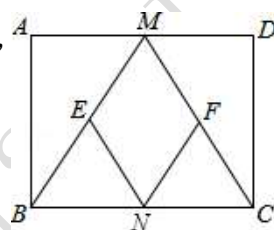
的两点, 且 $AE = CF$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



23. 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, M, N 分别是边 AD, BC 的中点, E, F 分别是线段 BM, CM 的中点.

(1) 求证: $\triangle ABM \cong \triangle DCM$;

(2) 填空: 当 $AB : AD =$ _____ 时, 四边形 $MENF$ 是正方形. 并说明理由.



24. 勾股定理神秘而美妙, 它的证法多样, 其巧妙各有不同, 其中的“面积法”给了小聪以灵感, 他惊喜的发现, 当两个全等的直角三角形如图 1 或图 2 摆放时, 都可以用“面积法”来证明, 下面是小聪利用图 1 证明勾股定理的过程:

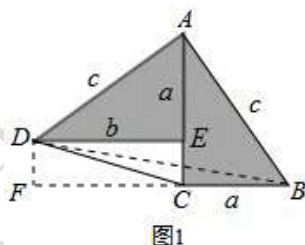


图1

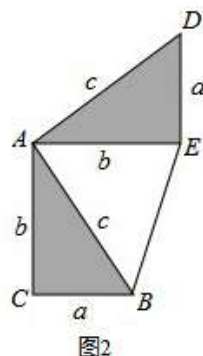


图2

将两个全等的直角三角形按图 1 所示摆放, 其中 $\angle DAB = 90^\circ$, 求证: $a^2 + b^2 = c^2$.

证明: 连结 DB , 过点 D 作 BC 边上的高 DF , 则 $DF = EC = b - a$.

$$\because S_{\text{四边形 } ADCB} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab.$$

$$\text{又} \because S_{\text{四边形 } ADCB} = S_{\triangle ADB} + S_{\triangle DCB} = \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b - a)$$

$$\therefore \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b - a)$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

请参照上述证法, 利用图 2 完成下面的证明.

将两个全等的直角三角形按图 2 所示摆放, 其中 $\angle DAB = 90^\circ$. 求证: $a^2 + b^2 = c^2$.

25. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a+c)x^2 + 2bx + (a-c) = 0$ ，其中 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三边的长.

- (1) 如果 $x = -1$ 是方程的根，试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；
- (2) 如果方程有两个相等的实数根，试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；
- (3) 如果 $\triangle ABC$ 是等边三角形，试求这个一元二次方程的根.

26. 如果三角形有一边上的中线恰好等于这边的长，那么称这个三角形为“匀称三角形”.

- (1) 已知：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ， $AB = 2\sqrt{7}$.

求证： $\triangle ABC$ 是“匀称三角形”；

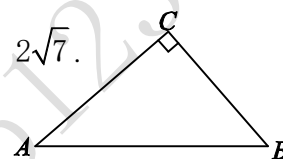


图 1

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中，如果三角形的一边在 x 轴上，且这边的中线恰好等于这边的长，我们又称这个三角形为“水平匀称三角形”.如图 2，现有 10 个边长是 1 的小正方形组成的长方形区域记为 G ，每个小正方形的顶点称为格点， $A(3, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，若 C, D (C, D 两点与 O 不重合)是 x 轴上的格点，且点 C 在点 A 的左侧. 在 G 内使 $\triangle PAC$ 与 $\triangle PBD$ 都是“水平匀称三角形”的点 P 共有几个？其中是否存在横坐标为整数的点 P ，如果存在请求出这个点 P 的坐标，如果不存在请说明理由.

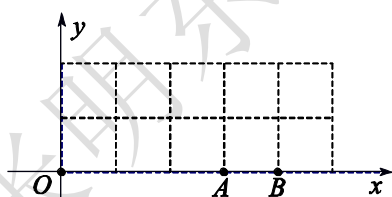
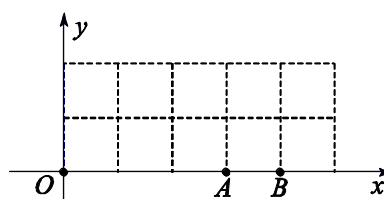


图 2



备用图

14—15 学年度第二学期北京三十五中学期中质量检测答案

初二数学

一、选择题

DBCAC CDABC

二、填空题

11. $-\frac{1}{2}$. 12. $x_1=0, x_2=-3$. 13. $m < -1$. 14. 14. 15. 24. 16. $\frac{3}{2}$.

17. 15° 或 75° . 18. $(8, -3)$ $(2, 5)$, $(-6, -1)$.

三、19. (1) 15, 20; (2) 16, 20. 20. (1) $x_1=2+\sqrt{6}, x_2=2-\sqrt{6}$. (2) $x_1=5, x_2=-2$.

21. (1) $k < \frac{5}{2}$; (2) $k=2, x_1=0, x_2=-2$.

22. 略

23. 略

24. 证明：连结 BD ，过点 B 作 DE 边上的高 BF ，则 $BF=b-a$ ，

$$\because S_{\text{五边形}ACBED} = S_{\triangle ACB} + S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab,$$

$$\text{又} \because S_{\text{五边形}ACBED} = S_{\triangle ACB} + S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b-a),$$

$$\therefore \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b-a),$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

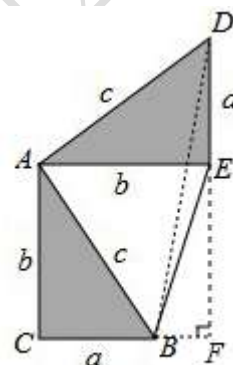


图2

25. (1) 等腰三角形; (2) 直角三角形; (3) $x_1=0, x_2=-1$.

26. 解：(1) 如图 1，作 AC 边的中线 BD 交 AC 于点 D ，

$$\because \angle C=90^\circ, BC=2\sqrt{3} \text{ 错误!未找到引用源。}, AB=2\sqrt{7} \text{ 错误!未找到引用源。},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} \text{ 错误!未找到引用源。} = 4.$$

$$\therefore AD=CD=2.$$

$$BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} \text{ 错误!未找到引用源。} = 4$$

$$\therefore AC = BD,$$

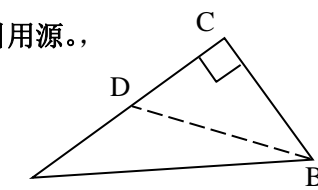
$$\therefore \triangle ABC \text{ 是“匀称三角形”}$$


图 1

(2) ①在 G 内使 $\triangle PAC$ 与 $\triangle PBD$ 都是“水平匀称三角形”的点 P 共有 4 个②在 G 内使 $\triangle PAC$ 与 $\triangle PBD$ 都是“水平匀称三角形”的点 P 中，存在横坐标为整数的点 P 。如图，当 C 点坐标为 $(2, 0)$ ， D 点坐标为 $(3, 0)$ 与 A 重合时， $\triangle PAC$ 与 $\triangle PBD$ 是水平匀称三角形。

$\because A(3, 0), C(2, 0),$

$B(4, 0), D(3, 0)$

$\therefore AC=1, BD=1$

设 PM 、 PN 分别为 CA 、 DB 上的中线,

$\therefore AM = \frac{1}{2} AC = \text{错误!未找到引用源。},$

$AN = \text{错误!未找到引用源。} BD = \text{错误!未找到引用源。},$

$\therefore AM = AN = \frac{1}{2}$

\therefore 点 A 为 MN 的中点.

$\because \triangle PAC$ 与 $\triangle PBD$ 是“水平匀称三角形”

$\therefore PM = AC = 1, PN = BD = 1$

$\therefore PM = PN = 1$

$\therefore PA \perp MN$, 即 PA 与 x 轴垂直

$\therefore A(3, 0)$

$\therefore P$ 点横坐标为整数 3.

在 $\text{Rt}\triangle PMA$ 中, $PM=1, AM = \text{错误!未找到引用源。}$

$\therefore PA = \text{错误!未找到引用源。}$

$\therefore P(3, \text{错误!未找到引用源。})$

所以, 当 C 点坐标为 $(2, 0)$, D 点坐标为 $(3, 0)$ 与 A 重合时, $\triangle PAC$ 与 $\triangle PBD$ 是水平匀称三角形且 P 点横坐标为整数.

