

2014-2015 学年北京市 101 中学初二下学期《勾股定理、平行四边形》阶段测试卷

张明东老师17310512331

8. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D, E$  是斜边  $BC$  上两点, 且  $\angle DAE = 45^\circ$ , 将  $\triangle ADC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  后, 得到  $\triangle AFB$ , 连接  $EF$ , 下列结论正确的是 ( 8 )

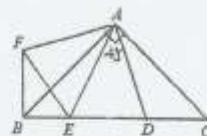
①  $\triangle AED \cong \triangle AEF$ ; ②  $\angle FAB = 45^\circ$ ; ③  $BE + DC = DE$ ; ④  $BE^2 + DC^2 = DE^2$ .

A. ②④

B. ①③

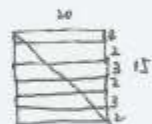
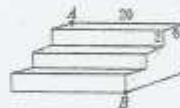
C. ②③

D. ①④

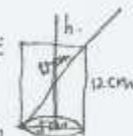


## 二、填空题共 8 小题。

9. 如图, 是一个三级台阶, 它的每一级的长、宽、高分别为 20 dm, 3 dm, 2 dm,  $A$  和  $B$  是这个台阶两个相对的端点,  $A$  点有一只蚂蚁, 想到  $B$  点去吃可口的食物, 则蚂蚁沿着台阶面爬到  $B$  点的最短路程是 25 dm.

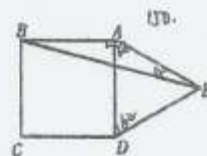


10. 将一根长为 15 cm 的筷子置于底面直径为 5 cm, 高为 12 cm 的圆柱形水杯中, 设筷子露在杯子外面的长为  $h$  cm, 则  $h$  的取值范围是  $3 \text{ cm} \leq h \leq 13 \text{ cm}$

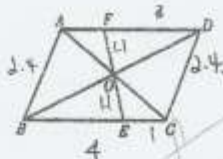


11. 一艘小船早晨 8:00 出发, 它以 8 海里/时的速度向东航行, 1 小时后, 另一艘小船从同一地点, 以 12 海里/时的速度向南航行, 上午 10:00, 两小船相距 20 海里.

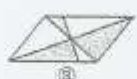
12. 如图, 在正方形  $ABCD$  的外侧, 作等边  $\triangle ADE$ , 则  $\angle AEB =$   $15^\circ$ .



13. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 过对角线交点  $O$ , 引一直线交  $BC$  于  $E$ , 交  $AD$  于  $F$ , 若  $AB = 2.4$  cm,  $BC = 4$  cm,  $OE = 1.1$  cm, 则四边形  $CDFE$  周长为 8.6 cm.



14. 如图, 下列平行四边形中, 其图中阴影部分面积等于平行四边形面积一半的是 ①②③④.



$$S_{\text{阴影}} = ax + by$$

$$S_{\text{白}} = bax + ay$$

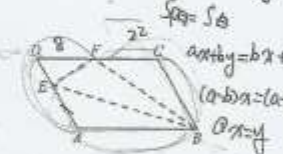
$$S_{\text{白}} = S_{\text{白}}$$

$$ax + by = bx + ay$$

$$(a-b)x = (a-b)y$$

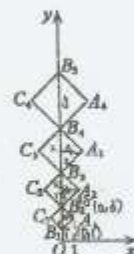
$$bx = ay$$

15. 如图,  $\square ABCD$  中, 点  $E$  在边  $AD$  上, 以  $BE$  为折痕, 将  $\triangle ABE$  向上翻折, 点  $A$  正好落在  $CD$  上的点  $F$ , 若  $\triangle FDE$  的周长为 8,  $\triangle FCB$  的周长为 22, 则  $FC$  的长为 7.



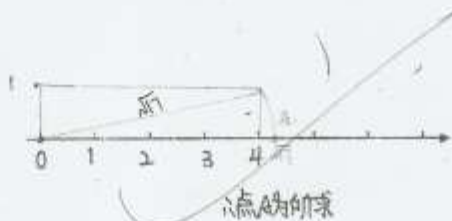
毕

16. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $B_1(0, 1)$ ,  $B_2(0, 3)$ ,  $B_3(0, 6)$ ,  $B_4(0, 10)$ ,  $\dots$ , 以  $B_1B_2$  为对角线作第一个正方形  $A_1B_1C_1B_2$ , 以  $B_2B_3$  为对角线作第二个正方形  $A_2B_2C_2B_3$ , 以  $B_3B_4$  为对角线作第三个正方形  $A_3B_3C_3B_4$ ,  $\dots$ , 如果所作正方形的对角线  $B_nB_{n+1}$  都在  $y$  轴上, 且  $B_nB_{n+1}$  的长度依次增加 1 个单位, 顶点  $A_n$  都在第一象限内 ( $n \geq 1$ , 且  $n$  为整数). 那么  $A_1$  的纵坐标为  $\frac{1}{2}$ ; 用  $n$  的代数式表示  $A_n$  的纵坐标为  $\frac{n+1}{2}$ .



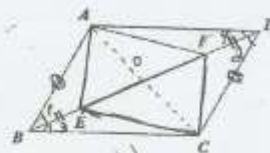
三、解答题共 9 小题。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 在数轴上画出表示  $\sqrt{17}$  的点 (不写作法, 但要保留画图痕迹).

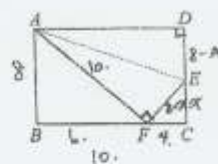


18. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $E$  和  $F$  都在  $BD$  上, 且  $BE = DF$ . 求证: 四边形  $AECF$  是平行四边形.

连  $AC$   
 $\because \square ABCD$   
 $\therefore AB = CD, AD = BC, AB \parallel CD, AD \parallel BC$   
 $\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$   
 $\because BE = DF$   
 $\therefore \triangle AEB \cong \triangle CFD (SAS), \triangle ADF \cong \triangle CBE (SAS)$   
 $\therefore AF = CE, AE = CF$   
 $\therefore$  四边形  $AECF$  是平行四边形



19. 如图, 小红用一张长方形纸片  $ABCD$  进行折纸, 已知该纸片宽  $AB$  为 8 cm, 长  $BC$  为 10 cm. 当小红折叠时, 顶点  $D$  落在  $BC$  边上的点  $F$  处 (折痕为  $AE$ ), 此时  $EC$  有多长?



$\because \triangle AFE$  由  $\triangle ADE$  翻折而来

$\therefore AD = AF = 10$

$\therefore AD = BC = 10$

$\therefore AF = BF = 10$

在  $Rt\triangle ABF$  中,  $\therefore \angle ABF = 90^\circ$

$\therefore BF = \sqrt{AF^2 - AB^2} = 6$

$\therefore CF = BC - BF = 4$

设  $CE = x$ , 则  $DE = EF = 8 - x$

$(8-x)^2 = x^2 + 4^2$

$64 + x^2 - 16x = x^2 + 16$

$48 = 16x$

$x = 3$

答: 此时  $CE = 3$  cm

20. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB = 5$  cm,  $AC = 8$  cm,  $\angle A = 60^\circ$ , 求  $BC$  的长.

作  $AD$  边上的高  $BD$ .

$\therefore \angle ABD = 30^\circ$

$\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 2.5$

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{25 - 6.25} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$CD = AC - AD = 5.5$

$\therefore BC = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2} = \sqrt{14}$



46

21. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 15$ ,  $AC = 13$ , 高  $AD = 12$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.



在  $\triangle ABD$  中,  $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 9$

在  $\triangle ADC$  中,  $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 5$

$\therefore BC = BD + CD = 14$

$\therefore C_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 15 + 13 + 14 = 42$

在  $\triangle ABD$  中,  $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$

在  $\triangle ADC$  中,  $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 5$



22. 如图, 平行四边形  $ABCD$  中,  $M, N$  分别是  $AB, CD$  的中点,  $AN, DM$  交于点  $P$ ,  $BN, CM$  交于点  $Q$ , 求证:  $PQ, MN$  互相平分.

$\because \square ABCD$

$\therefore AB = CD, AD = BC, AB \parallel CD, \angle DAB = \angle NCB, \therefore \triangle ADM \cong \triangle CBN (SAS), \triangle ADN \cong \triangle MNC (SAS)$

$\angle ADN = \angle CBN, \therefore DM \parallel BN$

$\therefore AN = CM$

又  $\because M, N$  为  $AB, CD$  中点,

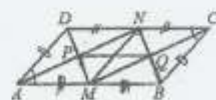
$\therefore DN = NC = AM = MB$

$\therefore$  四边形  $AMND, MBNC$  为平行四边形

$\therefore AD = MN, BC = MN, DP = PM = NQ = BQ, AP = PN = MQ = CQ$

$\therefore$  四边形  $PMQN$  为平行四边形

$\therefore PQ, MN$  互相平分.



23. 小明遇到一个问题: 5个同样大小的正方形纸片排列形式如图1所示, 将它们分割后拼接成一个新的正方形他的做法是: 按图2所示的方法分割后, 将三角形纸片①绕AB的中点O旋转至三角形纸片②处, 依此方法继续操作, 即可拼接成一个新的正方形DEFG. 请你参考小明的做法解决下列问题:

- (1) 现有5个形状、大小相同的矩形纸片, 排列形式如图3所示. 请将其分割后拼接成一个平行四边形. 要求: 在图3中画出并指明拼接成的平行四边形(画出一个符合条件的平行四边形即可);
- (2) 如图4, 在面积为2的平行四边形ABCD中, 点E, F, G, H分别是边AB, BC, CD, DA的中点, 分别连结AF, BG, CH, DE得到一个新的平行四边形MNPQ. 请在图4中探究平行四边形MNPQ面积的大小(画图并直接写出结果).

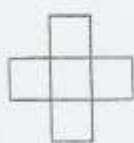


图1

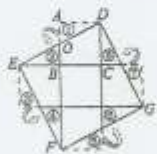


图2

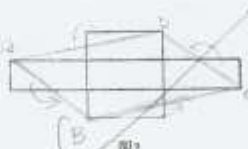


图3

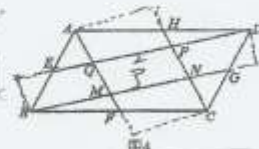
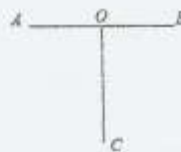


图4

□ ABCD为所求

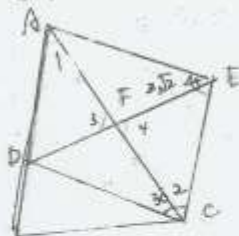
24. 如图,  $AO = OB = 50$  cm,  $OC$  是一条射线,  $OC \perp AB$ , 一只蚂蚁  $M$  由  $A$  点以  $2$  cm/s 的速度沿  $AB$  向  $B$  爬行, 同时另一只蚂蚁  $N$  由  $O$  点以  $3$  cm/s 的速度沿  $OC$  向  $C$  爬行. 当蚂蚁  $M$  到达点  $B$  时都停止爬行. 是否存在这样的时刻  $t$ (s), 使得两只蚂蚁  $M, N$  与  $O$  点组成的三角形的面积为  $450$   $\text{cm}^2$ ? 如果存在, 求出这个时刻; 如果不存在, 请说明理由.



T.24.  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $AB$  上点,  $F$  为  $AC$  中点, 过  $C$  作  $CE \parallel AB$  交  $DF$  的延长线于  $E$ .

(1) 求证: 四边形  $ADCE$  为平行四边形

(2) 若  $EF = 2\sqrt{2}$ ,  $\angle FCD = 30^\circ$ ,  $\angle AED = 45^\circ$  求  $CD$



(1)  $\because CE \parallel AB$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

又  $\because F$  为  $AC$  中点

$\therefore AF = CF$

又  $\because \angle 3 = \angle 4$

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle CFE$  (ASA)

$\therefore DF = EF$

$\therefore$  四边形  $ADCE$  为平行四边形



千

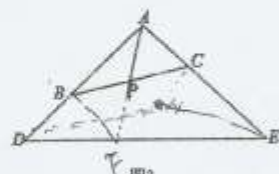
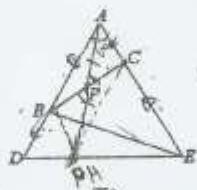
25. 在  $\triangle ABC$  中, 点  $P$  为  $BC$  的中点.

(1) 如图 1, 求证:  $AP < \frac{1}{2}(AB + AC)$ ;

(2) 延长  $AB$  到  $D$ , 使得  $BD = AC$ , 延长  $AC$  到  $E$ , 使得  $CE = AB$ , 连结  $DE$ .

①如图 2, 连结  $BE$ , 若  $\angle BAC = 60^\circ$ , 请你探究线段  $BE$  与线段  $AP$  之间的数量关系. 写出你的结论, 并加以证明;

②请在图 3 中证明:  $BC \geq \frac{1}{2}DE$ .



①证: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB + AC > BC$   
 $\because P$  为  $BC$  中点  $\therefore BP = PC$   
 $\therefore \frac{1}{2}(AB + AC) > BP$   
 在  $\triangle ABP$  中,  $AB + BP > AP$   
 $\because \angle 1 = \angle 2$   
 $\therefore \triangle ACP \cong \triangle BDP$  (SAS)  
 $\therefore AC = BD$   
 在  $\triangle ABD$  中,  $AB + BD > AD$ ,  $\therefore \frac{1}{2}(AB + BD) > \frac{1}{2}AD$   
 $\therefore AP = \frac{1}{2}AD$   
 $\therefore \frac{1}{2}(AB + BD) > AP$   
 ~~$AB + AC$~~   $\therefore AP < \frac{1}{2}(AB + AC)$