2015-2016 学年北京海淀区清华附中初二下学期期中数学试卷（含附加）

一、选择题

1．在 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ 中自变量 x 的取值范围是

A． $x\geqslant -1$　　B． $x\geqslant -1$ 且 $x\neq 1$　　C． $x\neq 1$　　D． $x\neq -1$ 且 $x\neq 1$

答案 B

解析根据分式和根式成立的意义，知：

$\begin{cases}x+1\geqslant 0\\ x-1\neq 0\end{cases}$，解得 $x\geqslant -1$ 且 $x\neq 1$，故答案选 B.

2．已知一元二次方程 $x^2-6x+c=0$ 有一个根为 2，则另一根为

A．2　　B．3　　C．4　　D．8

答案 C

解析一元二次方程 $x^2-6x+c=0$ 有一个根为 2，

$\therefore 2^2-6\times 2+c=0$，解得 $c=8$，

$\therefore x^2-6x+8=0$，$(x-2)(x-4)=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=4$.

3．下列正方形的性质中，菱形（非正方形）不具有的性质是

A．四边相等　　B．对角线相等

C．对角线平分一组对角　　D．对角线互相平分且垂直

答案 B

解析根据平行四边形的性质知：A、C、D 正方形和菱形共有性质；B 是正方形的特殊性质；故答案选 B.

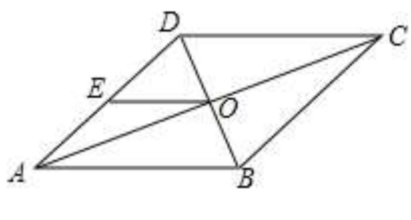
4．已知函数 $y=2x-3$，$y=-\dfrac{1}{3}x+4$，$y=kx+9$ 的图象交于一点，则 k 值为

A．2　　B．-2　　C．3　　D．-3

答案 B

解析求交点坐标 $\begin{cases}y=2x-3\\ y=-\dfrac{1}{3}x+4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=3\\ y=3\end{cases}$，$\therefore$ 交点坐标为（3，3），将该点带到 $y=kx+9$ 中，$\therefore 3=3k+9$，$\therefore k=-2$.

5．如图，平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，E 是 AD 的中点，连接 OE，如果 $AB=8$，那么 OE 的长为



A．6　　B．4　　C．3　　D．2

答案 B

解析∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴ $OD = OB$

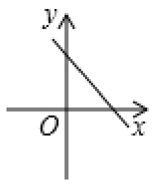
∵ E 是 AD 的中点

∴ $DE = AE$

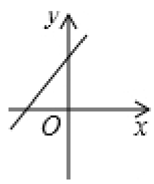
∴ OE 是△ABD 的中位线

∴ $OE = \frac{1}{2}AB = 4$

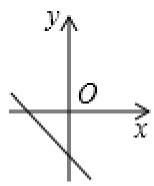
6．直线 $y = kx + b$ 经过一、三、四象限，则直线 $y = bx - k$ 的图象只能是图中的



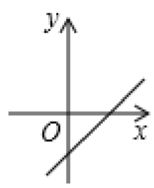
A



B



C

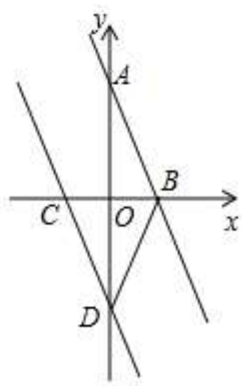


D

答案 C

解析∵直线 $y = kx + b$ 经过一、三、四象限，∴ $k > 0$，$b < 0$，∴ $-k < 0$，∴ 直线 $y = bx - k$ 经过第二、三、四象限.

7．如图，已知一条直线经过点 $A(0,2)$，点 $B(1,0)$，将这条直线向左平移与 x 轴、 y 轴分别交于点 C 、点 D，若 $DB = DC$，则直线 CD 的函数解析式为



A． $y = -2x + 2$　　B． $y = 2x - 2$　　C． $y = -x - 2$　　D． $y = -2x - 2$

答案 D

解析设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$，点 $A(0,2)$，点 $B(1,0)$ 带入

得 $\begin{cases} b = 0 \\ k + b = 0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = 2 \end{cases}$

故直线 AB 的解析式为 $y = -2x + 2$

将这条直线向左平移与 x 轴、 y 轴分别交于点 C，点 D，若 $DB = DC$

∴ DO 垂直平分 BC，∴ $OC = OB$

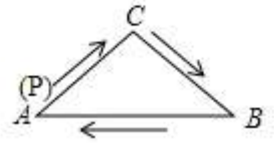
∵直线 CD 由直线 AB 平移而得

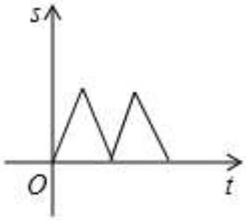
∴ $CD = AB$

∴ D 的坐标是 $(0,-2)$

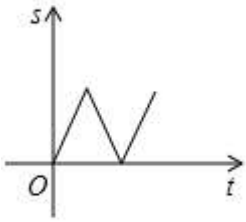
∴平移后的解析式为 $y = -2x - 2$.

8．如图，在$\triangle ABC$中，$AC=BC$，有一动点P从点A出发沿$A\to C\to B\to A$匀速运动，则CP的长度s与时间t之间的函数关系用图象描述大致是

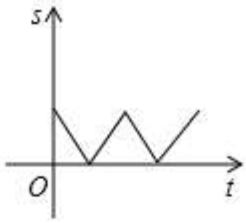




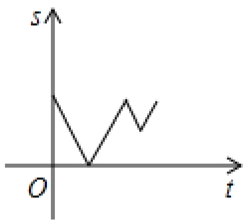
A



B



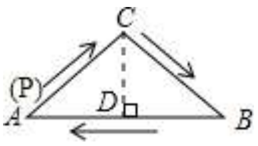
C



D

答案 D

解析如图，过点C作$CD\perp AB$于点D



∵在$\triangle ABC$中，$AC=BC$

∴$AD=BD$

①点P在AC上，s随t的增大而减小，故 A、B 错误；

②当点P在边BC上时，s随t的增大而增大；

③当点P在线段BD上时，s随t的增大而减小，点P与点D重合时，s最小，但是不等于零，故 C 错误；

④当点P在线段AD上时，s随t的增大而增大，故 D 正确．

二、填空题

9．关于x的一元二次方程$(k-3)x+x+k^2-9=0$有一个根是 0，则k的值是_______．

答案-3

解析∵方程$(k-3)x+x+k^2-9=0$有一个根是 0

∴把 0 带入得$k^2-9=0$

∴$k=\pm 3$

∵方程为一元二次方程

∴$k-3\neq 0$

∴$k\neq 3$

故答案为-3．

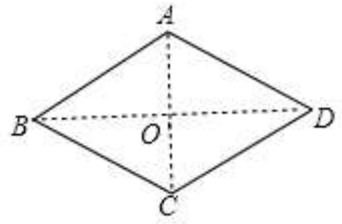
10．已知菱形的周长为 20cm，有一内角为60°，则较长的对角线长为______．

答案$5\sqrt{3}$ cm

解析如图所示，$\angle ABC=60^\circ$，连接AC、BD且相交于点O

∵四边形$ABCD$是菱形

又∵菱形的周长为 20cm



$\therefore AB = BC = CD = DA = 5\text{ cm}$

有$\because \angle ABC = 60°$

$\therefore \triangle BAC$ 是等边三角形

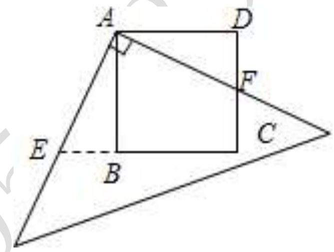
$\therefore$ 点 O 为 AC 的中点

$\therefore AO = 2.5\text{ cm}$

在 $Rt\triangle AOB$ 中，根据勾股定理得 $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2}\text{cm}$

$\therefore BD = 5\sqrt{3}\text{cm}$.

11．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，将一个足够大的直角三角板的直角顶点放于点 A 处，该三角板的两条直角边与 CD 交于点 F，与 CB 延长线交于点 E 四边形 $AECF$ 的面积是__________.



答案 16

解析$\because$四边形 $ABCD$ 为正方形

$\therefore \angle D = \angle ABC = 90°$， $AD = AB$

$\therefore \angle ABE = \angle D = 90°$

$\because \angle EAF = 90°$

$\therefore \angle DAF + \angle BAF = 90°$， $\angle BAE + \angle BAF = 90°$

$\therefore \angle DAF = \angle BAE$

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AFD$ 中

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle DAF \\ AB = AD \\ \angle ABE = \angle D \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AFD$

$\therefore S_{\triangle AEB} = S_{\triangle AFD}$

$\therefore$它们都加上四边形 $ABCF$ 的面积

可得到四边形 $AECF$ 的面积＝正方形的面积＝16.

12．如果直线 $y = -2x + k$ 与两坐标轴所围成的三角形面积为 9，则 k 的值为_______.

答案 ± 6

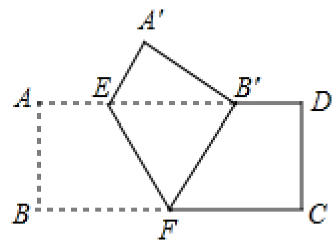
解析当 $x = 0$ 时， $y = k$；当 $y = 0$ 时， $x = \dfrac{k}{2}$

$\therefore$直线 $y = -2x + k$ 与两坐标轴的交点坐标为 $A(0, k)$， $B\left(\dfrac{k}{2}, 0\right)$

$\therefore S_{\triangle AOB} = \dfrac{1}{2} \times k \times \dfrac{k}{2} = 9$

$\therefore k = \pm 6$

13．如图，把矩形 $ABCD$ 沿 EF 翻折，点 B 恰好落在 AD 边的 B' 处，若 $AE=2$， $DE=6$，$\angle EFB=60^\circ$，则矩形 $ABCD$ 的面积是__________.



答案 $16\sqrt{3}$

解析在矩形 $ABCD$ 中，

$\because AD \parallel BC$

$\therefore \angle DEF=\angle EFB=60^\circ$

$\because$ 把矩形 $ABCD$ 沿 EF 翻折点 B 恰好落在 AD 边的 B' 处

$\therefore \angle EFB=\angle EFB'=60^\circ$，$\angle B=\angle A'B'F=90^\circ$，$\angle A=\angle A'=90^\circ$，$AE=A'E=2$，$AB=A'B'$

在 $\triangle EFB'$ 中

$\because \angle DEF=\angle EFB=\angle EB'F=60^\circ$

$\therefore \triangle EFB'$ 是等边三角形

$Rt\triangle A'EB'$ 中

$\because \angle A'B'E=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\therefore B'E=2A'E$， 而 $A'E=2$

$\therefore B'E=4$

$\therefore A'B'=2\sqrt{3}$， 即 $AB=2\sqrt{3}$

$\because AE=2$， $DE=6$

$\therefore AD=AE+DE=2+6=8$

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积 $=AB\cdot AD=2\sqrt{3}\times 8=16\sqrt{3}$

故答案为 $16\sqrt{3}$.

14．在直角坐标系中，我们把横、纵坐标都为整数的点叫做整点，设坐标轴的单位长度为 1 厘米，整点 P 从原点 O 出发，作向上或向右运动，速度为 1cm/s，当整点 P 从原点出发 1 秒时，可达到整点 $(1,0)$ 或 $(0,1)$；当整点 P 从原点出发 2 秒时，可达到整点 $(2,0)$，$(0,2)$ 或__________；当整点 P 从原点出发 4 秒时，可以达到的整点的个数为_______个；当整点 P 从原点出发 n 秒时，可到达整点 (x,y)，则 x， y 和 n 的关系为________.

答案 1． $(1,1)$

2． 5

3． $x+y=n$

解析当整点 P 从原点出发 2 秒时，可到达整点 $(2,0)$ 、$(0,2)$ 或 $(1,1)$

当整点 P 从原点出发 4 秒时，可以得到的整点个数为 $(4,0)$ 、$(1,3)$ 、$(2,2)$ 、$(3,1)$ 、$(0,4)$ 共 5 个

当整点 P 从原点出发 n 秒时，可到达整点 (x,y)，则 x 、 y 和 n 的关系为 $x+y=n$

故答案为$(1,1)$；5；　$x+y=n$．

三、解答题

15．解下列方程

（1）$(y-5)^2-36=0$．

答案 $y_1=11$；　$y_2=-1$

解析解方程：$(y-5)^2-36=0$

$(y-5)^2=36$

$y-5=\pm6$

$\therefore y_1=11, y_2=-1$

（2）$x^2-4x+1=0$

答案 $x_1=2+\sqrt{3}$，　$x_2=2-\sqrt{3}$

解析解方程：$x^2-4x+4=3$

$(x-2)^2=3$

$x-2=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x_1=2+\sqrt{3}, x_2=2-\sqrt{3}$

16．已知一次函数 $y=kx+4$，当 $x=2$ 时，　$y=-3$．

（1）求一次函数的解析式．

答案 $y=-\dfrac{7}{2}x+4$

解析把 $x=2$，　$y=-3$ 带入一次函数 $y=kx+4$，得：

$-3=2k+4$，解得 $k=-\dfrac{7}{2}$

$\therefore$ 一次函数的解析式为：　$y=-\dfrac{7}{2}x+4$

（2）将该函数的图象向上平移 6 个单位，求平移后的图象与 x 轴交点的坐标．

答案 $\left(\dfrac{20}{7},0\right)$

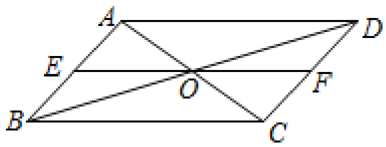
解析将 $y=-\dfrac{7}{2}x+4$ 向上平移 6 个单位长度后，解析式为 $y=-\dfrac{7}{2}x+10$

令 $y=0$，则 $0=-\dfrac{7}{2}x+10$

$\therefore x=\dfrac{20}{7}$

$\therefore$ 平移后的直线和 x 轴的交点坐标为 $\left(\dfrac{20}{7},0\right)$．

17．在四边形 $ABCD$ 中，　$AB\parallel CD$，对角线 AC 、 BD 交于点 O，　EF 过 O 交 AB 于 E，交 CD 于 F，且 $OE=OF$，求证：　$ABCD$ 是平行四边形．



答案证明过程见解析

解析∵ $AB // CD$

∴ $\angle BAC = \angle DCA$， $\angle ABD = \angle CDB$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle DCA \\ \angle AOE = \angle COF \\ OE = OF \end{cases}$$

∴ $\triangle AOE \cong \triangle COF$

∴ $AE = CF$

同理可证 $\triangle BEO \cong \triangle DFO$

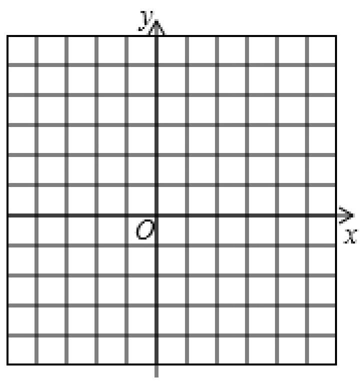
∴ $BE = DF$

∴ $AB = CD$

∵ $AB // CD$

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

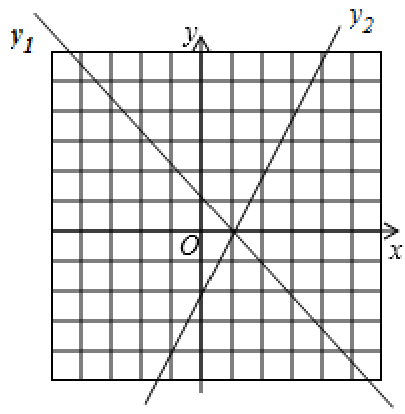
18．在同一坐标系内画出一次函数 $y_1 = -x + 1$ 与 $y_2 = 2x - 2$ 的图象，并根据图象回答下列问题：



（1）请画出 y_1， y_2 的图象.

答案图象见解析

解析



（2）写出直线 y_1 与 y_2 的交点坐标.

答案 $(1,0)$

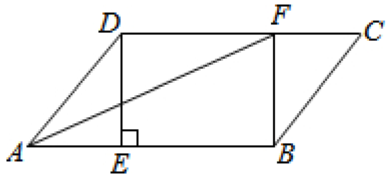
解析直线 y_1 与 y_2 的交点坐标为 $(1,0)$.

（3）直接写出，当 x 取何值时，$y_1<y_2$.

答案 $x>1$

解析 $x>1$

19．在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，点 F 在边 CD 上，$DF=BE$，连接 AF、BF.



（1）求证：四边形 $BFDE$ 是矩形.

答案证明见解析

解析∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形

∴ $DC\parallel AB$，即 $DF\parallel BE$

又∵ $DF=BE$

∴四边形 $BFDE$ 为平行四边形

又∵ $DE\perp AB$

∴ $\angle DEB=90^\circ$

∴四边形 $BFDE$ 是矩形.

（2）若 $CF=3$，$BF=4$，$DF=5$，求证：AF 平分 $\angle DAB$.

答案证明见解析

解析∵四边形 $BFDE$ 是矩形

∴ $\angle BFC=90^\circ$

∵ $CF=3$，$BF=4$

∴ $BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$

∴ $AD=BC=5$

∴ $AD=DF=5$

∴$\angle DAF=\angle DFA$

∵$AB\parallel CD$

∴$\angle FAB=\angle DFA$

∴AF 平分 $\angle DAB$.

20．某商业集团新近了 40 台空调机，60 台电冰箱，计划调配给下属的甲、乙两个连锁店销售，其中 70 台给甲连锁店，30 台给乙连锁店，两个连锁店销售这两种电器每台的利润（元）如下表：

	空调机	电冰箱
甲连锁店	200	170
乙连锁店	160	150

设集团调配给甲连锁店 x 台空调机，集团卖 100 台电器的总利润为 y 元．

（1）求 y 关于 x 的函数关系式，并求出 x 的取值范围．

答案 $y=20x+16800(10\leqslant x\leqslant 40)$

解析由题意可知，调配给甲连锁店电冰箱 $(70-x)$ 台

调配给乙连锁店空调机 $(40-x)$ 台，电冰箱为 $60-(70-x)=(x-10)$ 台

则 $y=200x+170(70-x)+160(40-x)+150(x-10)$

即 $y=20x+16800$

∵$\begin{cases}x\geqslant 0\\70-x\geqslant 0\\40-x\geqslant 0\\x-10\geqslant 0\end{cases}$

∴$10\leqslant x\leqslant 40$

∴$y=20x+16800(10\leqslant x\leqslant 40)$

（2）为了促销，集团决定仅对甲连锁店的空调机每台让利 a 元销售，其他的销售利润不变，并且让利后每台空调机的利润仍然高于甲连锁店销售的每台电冰箱的利润，问该集团应该如何设计调配方案，使总利润达到最大？

答案答案见解析

解析由题意得 $y=(200-a)x+170(70-x)+160(40-x)+150(x-10)$

即 $y=(20-a)x+16800$

∵$200-a>170$

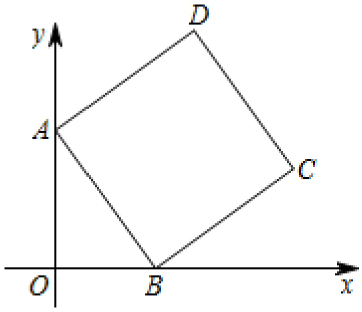
∴$a<30$

①当 $0<a<20$ 时，$20-a>0$，函数 y 随 x 的增大而增大，故当 $x=40$ 时，总利润最大，即调配给甲连锁店空调机 40 台，电冰箱 30 台，乙连锁店空调 0 台，电冰箱 30 台；

②当 $a=20$ 时， x 的取值在 $10\leqslant x\leqslant 40$ 内的所有方案利润相同；

③当 $20<a<30$ 时，$20-a<0$，函数 y 随 x 的增大而减小，故当 $x=10$ 时，总利润最大，即调配给甲连锁店空调机 10 台，电冰箱 60 台，乙连锁店空调 30 台，电冰箱 0 台．

21．如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 的顶点 $A(0,4)$，顶点 $B(3,0)$．



（1）求点 D、点 C 的坐标．

答案 $C(7,3)$， $D(4,7)$

解析过点 D、点 C 做 DM、CN 垂直于 x 轴， CH 垂直于 DM

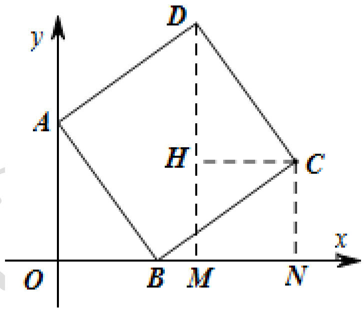
在正方形 $ABCD$ 中， $CB=CD$， $\angle DCB=\angle DCH+\angle BCH=90°$

$\because \angle HCB+\angle BCN=90°$

$\therefore \angle DCH=\angle BCN$

又$\because \angle DHC=\angle CNB$

在$\triangle DHC$和$\triangle BNC$中



$$\begin{cases} CB=CD \\ \angle DCH=\angle BCN \\ \angle DHC=\angle CNB \end{cases}$$

$\triangle DHC \cong \triangle BNC$

$\therefore DH=BN$， $CH=CN$

同理可证$\triangle BNC \cong \triangle AOB$

又$\because$点 $A(0,4)$，点 $B(3,0)$

$\therefore CH=CN=OB=3$， $DH=BN=OA=4$

$\therefore C(7,3)$， $D(4,7)$．

（2）求直线 BC 的解析式．

答案 $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{4}$

解析设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$

将 $C(7,3)$， $B(3,0)$ 代入得

$$\begin{cases} 3=7k+b \\ 0=3k+b \end{cases}，解得\begin{cases} k=\dfrac{3}{4} \\ b=-\dfrac{9}{4} \end{cases}$$

$\therefore$解析式为 $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{4}$．

（3）在直线 BC 上是否存在点 P，使$\triangle PCD$为等腰三角形？若存在，请直接写出点 P 的坐标，若不存在，说明理由．

答案 $(11,6)$ 或 $(3,0)$

解析存在， P 点坐标为 $(11,6)$ 或 $(3,0)$

22．如图 1，已知 P 是正方形 $ABCD$ 边 BC 上一点（不与 B，C 重合），把 $\triangle ABP$ 沿直线 AP 翻折至 $\triangle AB'P$ 的位置，直线 BB' 交 CD 于点 Q，交 AP 于 M，$AB=1$，$BP=x\ (0<x<1)$．

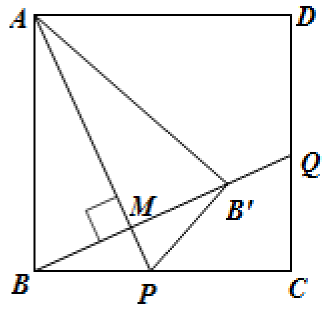


图1

（1）证明：$B'P=CQ$．

答案证明见解析

解析∵将 $\triangle ABP$ 沿直线 AP 翻折得到 $\triangle AB'P$

∴ $AM\perp BQ$，$BP=PB'$

在正方形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle BCQ=90°$，$AB=BC$

∴ $\angle BAP+\angle APB=90°$

又∵ $\angle APB+\angle QBC=90°$

∴ $\angle BAP=\angle QBC$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle BCQ$ 中

$$\begin{cases}\angle BAP=\angle QBC\\ AB=BC\\ \angle ABP=\angle BCQ\end{cases}$$

∴ $\triangle ABP\cong\triangle BCQ$

∴ $BP=CQ$

∴ $B'P=CQ$．

（2）如图 2，已知 AE 平分 $\angle B'AD$ 交 BQ 的延长线于点 E，$B'D$ 交 AE 于 N，探究下列问题：

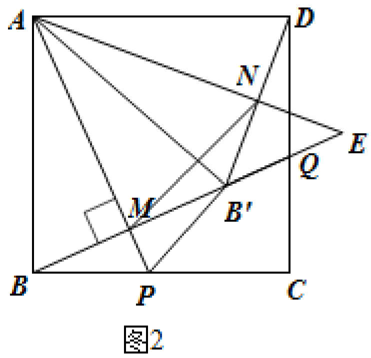


图2

① $\angle AEB$ 是否随着 x 的变化而变化，若不变化，请说明理由，并求出 $\angle AEB$ 的值，若变化，请求出 $\angle AEB$ 与 x 的变化关系．

答案不变化，$\angle AEB=45°$

解析不变化，$\angle AEB=45°$

理由：∵将$\triangle ABP$沿直线AP翻折，得到$\triangle AB'P$，

∴$\angle BAP=\angle B'AP$

∵AE平分$\angle B'AD$

∴$\angle B'AE=\angle DAE$

∵$\angle BAD=90°$

∴$\angle PAB'+\angle B'AE=\frac{1}{2}\angle BAD=45°$

又∵$\angle AME=90°$

∴$\triangle AME$是等腰直角三角形

∴$\angle AEB=45°$，不随x的变化而变化

②线段MN的长度是否随着x的变化而变化，若不变化，请说明理由，并求出MN的长度，若变化，请求出MN的长度与x的变化关系．

答案$MN=\frac{\sqrt{2}}{2}$，不随x的变化而变化

解析连接BD，由（1）知点M是BB'的中点，$AB=AB'$

∴$AB'=AD$

∴$\triangle AB'D$是等腰三角形

又∵AE平分$\angle B'AD$

∴点N为DB'的中点

∴NM为$\triangle B'BD$的中位线

∴$NM=\frac{1}{2}BD$

∵$AB=AD=1$

∴$BD=\sqrt{2}$

∴$MN=\frac{\sqrt{2}}{2}$，不随x的变化而变化

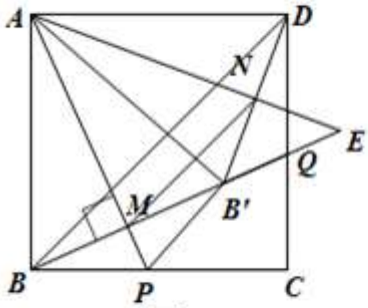


图3

四、附加题

23．已知直线$y=kx+b$经过$A(2,4)$，$B(-1,-2)$两点，则不等式$\frac{1}{2}x>kx+b>-2$的解集为________．

答案$-1<x<0$

解析将点$A(2,4)$，$B(-1,-2)$带入直线$y=kx+b$中，得：

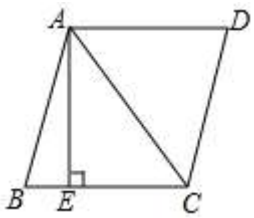
$\begin{cases}4=2k+b\\-2=-k+b\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=2\\b=0\end{cases}$

∴直线解析式为$y=2x$

∴不等式可化为$\frac{1}{2}x>2x>-2$

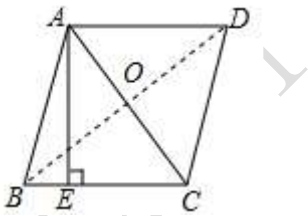
解得$-1<x<0$．

24．已知在菱形$ABCD$中，$AB=5$，对角线$AC=6$，若经过点A作$AE\perp BC$，垂足为E，则AE的长为________．



答案 $\frac{24}{5}$

解析连接 BD，交 AC 于点 O



∵四边形 $ABCD$ 是菱形

∴ $AB=BC=CD=AD=5$

∴ $AC\perp BD$， $AO=\frac{1}{2}AC$， $BD=2BO$

∴ $\angle AOB=90^{\circ}$

∵ $AC=6$

∴ $AO=3$

∴ $BO=\sqrt{25-9}=4$

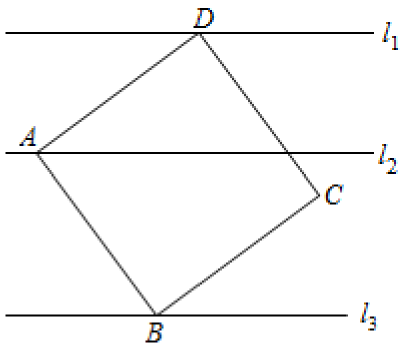
∴ $DB=8$

∴菱形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times6\times8=24$

∴ $BC\cdot AE=24$

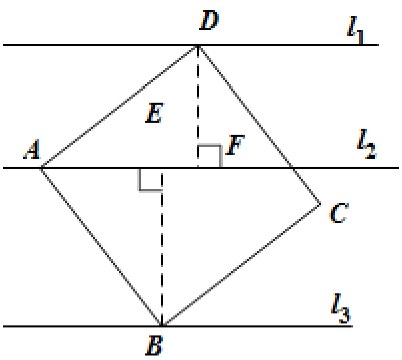
∴ $AE=\frac{24}{5}$

25．如图， $ABCD$ 为正方形，直线 l_1、l_2、l_3 分别通过 D、A、B 三点，且 $l_1\parallel l_2\parallel l_3$，若 l_1 与 l_2 的距离为 3，l_3 与 l_2 的距离为 5，则正方形的面积为________.



答案 34

解析如图，根据题意知 $BE=5$， $DF=3$



在正方形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle BAE+\angle EAD=90^{\circ}$

又∵ $\angle EBA+\angle BAE=90^{\circ}$

∴ $\angle EBA=\angle EAD$

在 $\triangle BEA$ 和 $\triangle AFD$ 中

$$\begin{cases}\angle EBA=\angle EAD\\ \angle AEB=\angle AFD=90^\circ\\ AB=AD\end{cases}$$

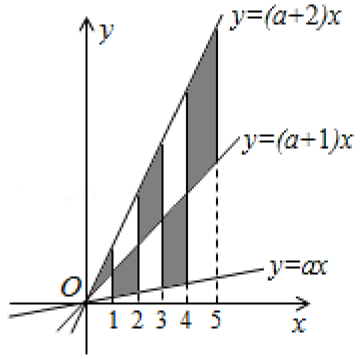
$\therefore\triangle BEA\cong\triangle AFD$

$\therefore AE=DF=3$

在 $Rt\triangle AEB$ 中，根据勾股定理得：$AB^2=AE^2+BE^2=9+25=34$

$\therefore S_{正方形ABCD}=AB^2=34$．

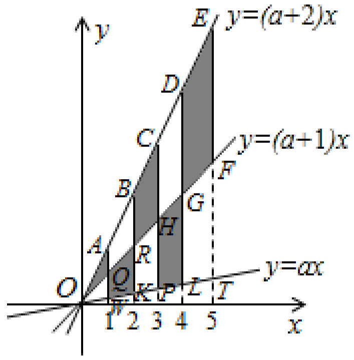
26．如图所示，在 x 轴上有五个点，它们的横坐标依次为 1，2，3，4，5．分别过这些点作 x 轴的垂线与三条直线 $y=ax$，$y=(a+1)x$，$y(a+2)x$ 相交，其中 $a>0$，则图中阴影部分的面积是



A．12.5　　B．25　　C．12.5a　　D．25a

答案 A

解析把 $x=1$ 分别代入 $y=ax$，$y=(a+1)x$，$y=(a+2)x$ 得：



$AW=a+2$，$WQ=a+1-a=1$，

$\therefore AQ=a+2-(a+1)=1$

同理：$BR=RK=2$，$CH=HP=3$，$DG=GL=4$，

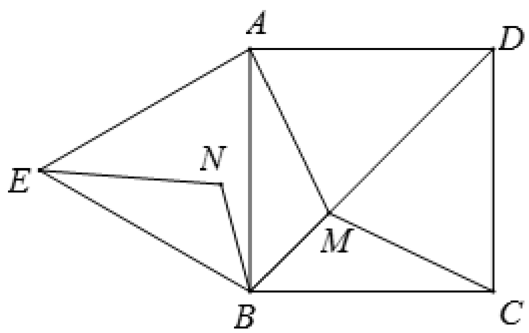
$EF=FT=5$，

$\therefore$ 图中阴影部分的面积是

$=S_{\triangle AOQ}+S_{梯形QWKR}+S_{梯形BRHC}+s_{梯形HPLG}+S_{梯形DGFE}$

$=\dfrac{1}{2}\times1\times1+\dfrac{1}{2}\times(1+2)\times1+\dfrac{1}{2}\times(2+3)\times1+\dfrac{1}{2}\times(3+4)\times1+\dfrac{1}{2}\times(4+5)\times1=12.5$

27．如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，$\triangle ABE$ 是等边三角形，M 为对角线 BD（不含 B 点）上任意一点，将 BM 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BN，连接 EN、AM、CM．



（1）证明：$\triangle ABM \cong \triangle EBN$．

答案证明见解析

解析∵$\triangle ABE$ 是等边三角形

∴$BA = BE$，$\angle ABE = 60°$

∵$\angle MBN = 60°$

∴$\angle MBN - \angle ABN = \angle ABE - \angle ABN$

即$\angle BMA = \angle NBE$

又∵$MB = NB$

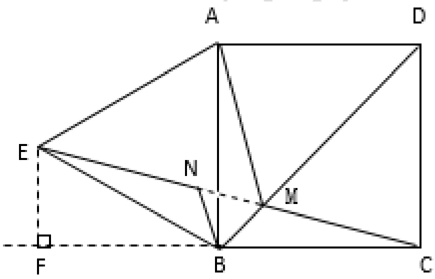
∴$\triangle AMB \cong \triangle ENB$

（2）当 M 点在何处时，$AM + BM + CM$ 的值最小，并说明理由．

答案当 M 点位于 BD 与 CE 的交点处时，$AM + BM + CM$ 的值最小

解析如图，连接 CE，当 M 点位于 BD 与 CE 的交点处时，$AM + BM + CM$ 的值最小

理由如下：连接 MN，由（1）知



$\triangle AMB \cong \triangle ENB$，∴$AM = EN$

∵$\angle MBN = 60°$，$MB = NB$

∴$\triangle BMN$ 是等边三角形，∴$BM = MN$

∴$AM + BM + CM = EN + MN + CM$

根据“两点之间线段最短”，得

$EN + MN + CM = EC$ 最短

∴当 M 点位于 BD 与 CE 的交点处时，$AM + BM + CM$ 的值最小

即等于 EC 的长．

（3）当 $AM + BM + CM$ 的最小值为$\sqrt{3}+1$时，则正方形的边长为_______．

答案$\sqrt{2}$

解析正方形的边长为$\sqrt{2}$

过 E 点作 $EF \perp BC$ 交 CB 的延长线于 F

∴$\angle EBF = 90° - 60° = 30°$

设正方形的边长为 x，则 $BF = \frac{\sqrt{3}}{2}x$，$EF = \frac{x}{2}$

在 $Rt\triangle EFC$ 中，∵$EF^2 + FC^2 = EC^2$

∴$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x + x\right)^2 = \left(\sqrt{3}+1\right)^2$

解得 $x = \sqrt{2}$（舍去负值）

∴正方形的边长为$\sqrt{2}$