2015－2016学年北京东城区北京二中分校初二下学期期中数学试卷

一、选择题

1．反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象位于

A．一、二象限　　B．一、三象限　　C．二、三象限　　D．二、四象限

答案 B

解析 $k=2>0$，所以位于一、三象限．

2．要使菱形 $ABCD$ 成为正方形，需要添加的条件是

A．$AB=CD$　　B．$AD=BC$　　C．$AB=BC$　　D．$AC=BD$

答案 C

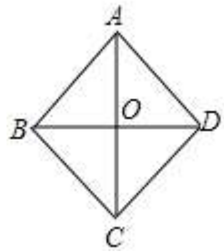
解析根据菱形的判定定理可知，邻边相等的平行四边形是菱形，所以答案为 C．

3．若菱形两条对角线的长分别为 6 和 8，则这个菱形的周长为

A．20　　B．16　　C．12　　D．10

答案 A

解析如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AC=8$，$BD=6$，



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AC\perp BD$，$BO=3$，$AO=4$，

∴ $AB=5$，

∴周长 $=4\times 5=20$．

4．设正比例函数 $y=mx$ 的图象经过点 $A(m,4)$，且 y 的值随 x 值的增大而减小，则 $m=$

A．2　　B．-2　　C．4　　D．-4

答案 B

解析∵正比例函数 $y=mx$ 的图象经过点 $A(m,4)$，

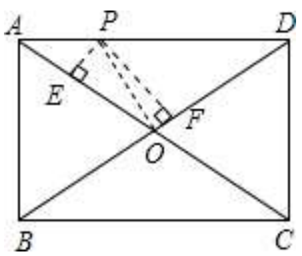
∴ $4=m^2$，解得 $m=\pm 2$，

∵ y 的值随 x 值的增大而减小

∴ $m<0$，

∴ $m=-2$．

5．如图，点 P 是矩形 $ABCD$ 的边上的一动点，矩形的两条边 AB、BC 的长分别是 3 和 4，则点 P 到矩形的两条对角线 AC 和 BD 的距离之和是



A．$\frac{12}{5}$　　B．$\frac{6}{5}$　　C．$\frac{24}{5}$　　C．不确定

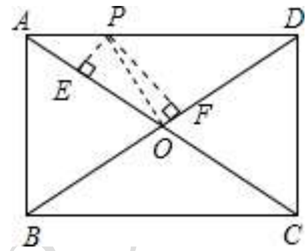
答案 A

解析连接OP，

∵矩形的两条边AB、BC的长分别为 3 和 4，

∴$S_{ABCD}=AB\cdot BC=12$，$OA=OC$，$OB=OD$，$AC=BD=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$，

∴$OA=OD=2.5$，



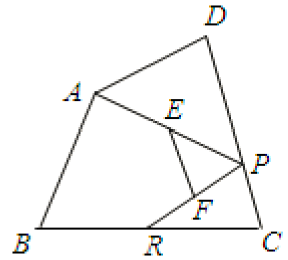
∴$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABCD}=6$，

∴$S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ACD}=3$，

∵$S_{\triangle AOD}=S_{\triangle AOP}+S_{\triangle DOP}=\frac{1}{2}OA\cdot PE+\frac{1}{2}OD\cdot PF=\frac{1}{2}\times 2.5\times PE+\frac{1}{2}\times 2.5\times PF=\frac{5}{2}(PE+PF)=3$

解得：$PE+PF=\frac{12}{5}$．

6．如图，已知四边形$ABCD$中，R、P分别是BC、CD上的点，E、F分别是AP、RP的中点，当点P在CD上从C向D移动而点R不动时，那么下列结论成立的是



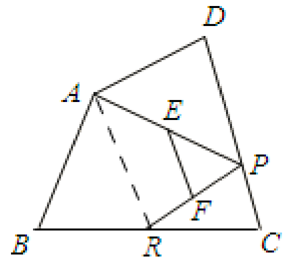
A．线段EF的长逐渐增大　　B．线段EF的长逐渐减小

C．线段EF的长不变　　D．线段EF的长与点P的位置有关

答案 C

解析因为R不动，所以AR不变．根据中位线定理，EF不变．

如图，连接AR，



因为E、F分别是AP、RP的中点，

则EF为$\triangle APR$的中位线，

所以$EF=\frac{1}{2}AR$，为定值，

所以线段EF的长不改变，故选 C．

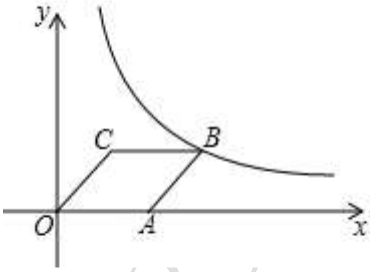
7．直线$y=2x+2$沿y轴向下平移 6 个单位后与x轴交点坐标是

A．$(-4,0)$　　B．$(-1,0)$　　C．$(0,2)$　　D．$(2,0)$

答案 D

解析直线 $y=2x+2$ 沿 y 轴向下平移6个单位后解析式为 $y=2x+2-6=2x-4$，当 $y=0$ 时，$x=2$，因此与 x 轴的交点坐标是 $(2,0)$．故选 D.

8．如图，菱形 $OABC$ 的顶点 C 的坐标为 $(3,4)$，顶点 A 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过顶点 B，则 k 的值为

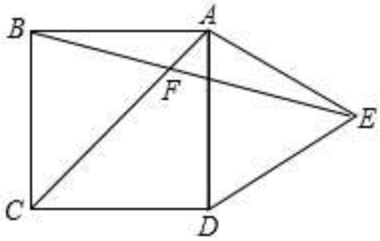


A．12　　B．20　　C．24　　D．32

答案 D

解析做 $BM\perp OA$，根据勾股定理求出 $OC=5$，所以 $B(8,4)$，$k=32$.

9．如图，在正方形 $ABCD$ 的外侧，作等边三角形 ADE，AC、BE 相交于点 F，则 $\angle BFC$ 为



A．75°　　B．60°　　C．55°　　D．45°

答案 B

解析∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB=AD$，

又∵△ADE 是等边三角形，

∴ $AE=AD=DE$，$\angle DAE=60°$，

∴ $AD=AE$，

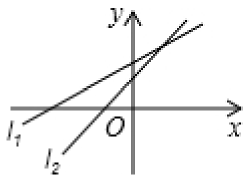
∴ $\angle ABE=\angle AEB$，$\angle BAE=90°+60°=150°$，

∴ $\angle ABE=(180°-150°)\div 2=15°$，

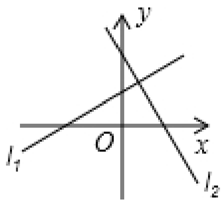
又∵ $\angle BAC=45°$，

∴ $\angle BFC=45°+15°=60°$，故选 B.

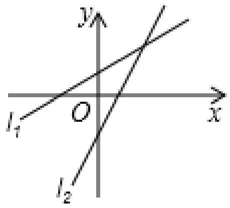
10．如图所示，直线 $l_1: y=ax+b$ 和 $l_2: y=bx-a$ 在同一坐标系中的图象大致是



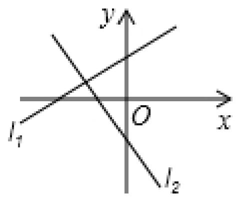
A



B



C



D

答案 C

解析可由 l_1 的图象来判断 a， b 符号，再去判断 l_2 的位置.

二、填空题

11．函数 $y=\sqrt{2x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围为______.

答案 $x \geqslant \frac{3}{2}$，

解析∵被开方数大于等于零， $2x-3 \geqslant 0$，

$\therefore x \geqslant \frac{3}{2}$.

12．已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过两点 $A(0,1)$， $B(2,0)$，则当 x______时， $y \leqslant 0$.

答案 $\geqslant 2$

解析∵一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过两点 $A(0,1)$， $B(2,0)$，

$\therefore \begin{cases} b=1 \\ 2x+k=0 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=1 \end{cases}$

这个一次函数的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+1$

解不等式 $-\frac{1}{2}x+1 \leqslant 0$，

解得 $x \geqslant 2$.

13．已知两直线 $l_1: y=k_1x+b_1$， $l_2: y=k_2x+b_2$，若 $l_1 \perp l_2$，则有 $k_1 \cdot k_2=1$．若直线 $y=2x+1$ 与 $y=kx-1$ 垂直，则 $k=$________；若直线经过 $A(2,3)$，且与 $y=-\frac{1}{3}x+3$ 垂直，则其解析式为________.

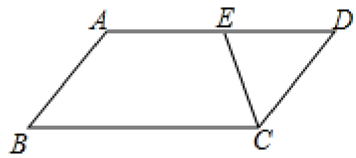
答案 1． $-\frac{1}{2}$.

2． $y=3x-3$.

解析∵ $l_1 \perp l_2$，则有 $k_1 \cdot k_2=1$， $\therefore 2k=-1$， $\therefore k=-\frac{1}{2}$；

∵过点 $A(2,3)$，且与 $y=-\frac{1}{3}x+3$ 垂直，∴设过点 A 直线的解析式为 $y=3x+b$，把 $A(2,3)$ 代入得，$b=-3$，∴解析式为 $y=3x-3$.

14．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AD=2AB$，CE 平分 $\angle BCD$ 交 AD 边于点 E，且 $AE=4$，则 AB 的长为__________.



答案 4

解析∵CE 平分 $\angle BCD$，

∴$\angle BCE=\angle ECD$.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，

∴$\angle BCE=\angle DEC$，

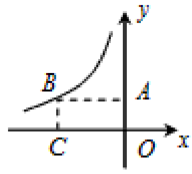
∴$\angle ECD=\angle DEC$，

∴$ED=DC=AB$，

又∵$AD=2AB$，$AD=AE+ED$，$AE=4$，

∴$2AB=4+AB$，解得 $AB=4$.

15．如图是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第二象限内的图象，若图中的矩形 $OABC$ 的面积为 2，则 $k=$______.

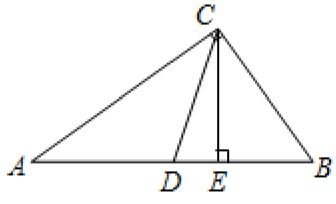


答案 $k=-2$

解析由图象上的点所构成的矩形 $OABC$ 的面积为 2 可知，$S=|k|=2$，$k=\pm2$，

又由于反比例函数的图象在第二、四象限，$k<0$，则 $k=-2$.

16．如图，$Rt\triangle ABC$，$\angle C=90^\circ$，D 为 AB 中点，$CE\perp AB$ 于 E，$CD=5$，$BC=6$，则 $AC=$_______，$CE=$______.



答案 1．8

2．4.8．

解析 D 为 AB 中点，所以 CD 为斜边上中线，

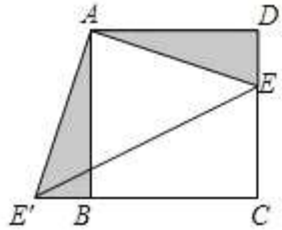
因此 $AB=2CD=10$ 在 $Rt\triangle ACB$ 中，$BC=6$，$AB=10$．

根据勾股定理，$AC=\sqrt{10^2-6^2}=8$，CE 是斜边上的高．

$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times AC\times BC=\dfrac{1}{2}\times AB\times CE$，

所以 $CE=4.8$．

17．如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 3，E 为 CD 边上一点，$DE=1$，以点 A 为中心，把 $\triangle ADE$ 顺时针旋转 $90°$，得 $\triangle ABE'$，连接 EE'，则 EE' 的长等于______．



答案 $2\sqrt{5}$

解析 ∵ 正方形 $ABCD$，

∴ $\angle BAD=90°$，

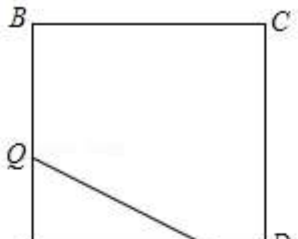
∴ $AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{10}$，

∵ 以点 A 为中心，把 $\triangle ADE$ 顺时针旋转 $90°$，得 $\triangle ABE'$，

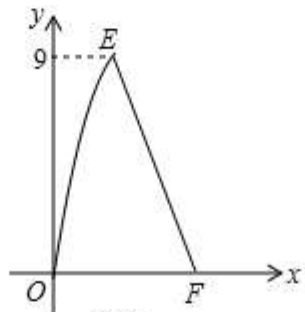
∴ $AE=AE'=\sqrt{10}$，$\angle EAE'=90°$，

∴ $EE'=\sqrt{AE^2+AE'^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$．

18．如图①，在正方形 $ABCD$ 中，点 P 沿边 DA 从点 D 开始向点 A 以每秒钟 1cm 的速度移动；同时，点 Q 沿边 AB、BC 从点 A 开始向点 C 以每秒钟 2cm 的速度移动．当点 P 移动到点 A 时，P、Q 同时停止移动．设点 P 出发 x 秒时，$\triangle PAQ$ 的面积为 y cm^2，y 与 x 的函数图象如图②，则线段 EF 所在的直线对应的函数关系式为________．



图①



图②

答案 $y=-3x+18$．

解析∵点 P 沿边 DA 从点 D 开始向点 A 以每秒钟 1cm 的速度移动，点 Q 沿边 AB、BC 从点 A 开始向点 C 以每秒钟 2cm 的速度移动.

∴当 P 点到 AD 的中点时，Q 到 B 点，从图②可以看出当 Q 点到 B 点时的面积为 9，

∴$9=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}AD\times AB$，

∵$AD=AB$，

∴$AD=6$，即正方形的边长为 6，

当 Q 点在 BC 上时，$AP=6-x$，$\triangle APQ$ 的高为 AB，

∴$y=\frac{1}{2}\times(6-x)\times 6$，即 $y=-3x+18$.

故答案为：$y=-3x+18$.

三、解答题

19．在平面直角坐标系中，一条直线经过 $A(-1,5)$，与 $B(3,-3)$ 两点.

（1）求这条直线与坐标轴围成的图形的面积.

答案 $S=\frac{9}{4}$

解析设直线解析式为 $y=kx+b(k\neq 0)$

将 $A(-1,5)$ 与 $B(3,-3)$ 两点代入直线 $y=kx+b(k\neq 0)$ 中得，

$\begin{cases}-k+b=5\\3k+b=-3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-2\\b=3\end{cases}$，∴直线解析式为 $y=-2x+3$，

将 $x=0$ 代入得，

$y=3$，∴与 y 轴交于点 $(0,3)$

将 $y=0$ 代入得，

$x=\frac{3}{2}$，∴与 y 轴交于点 $\left(\frac{3}{2},0\right)$

∴$S=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$

（2）若这条直线与 $y=-x+1$ 交于点 C，求点 C 的坐标.

答案 $C(2,-1)$

解析将直线 $y=-2x+3$ 与 $y=-x+1$ 联立得，

$\begin{cases}y=-2x+3\\y=-x+1\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$，

∴点 $C(2,-1)$.

20．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 轴交于点 A，与反比例函数

$y=\dfrac{k}{x}\left(x>0\right)$的图象交于点$B\left(1,6\right)$．

（1）求反比例函数解析式．

答案 $y=\dfrac{6}{x}\left(x>0\right)$

解析将$B\left(1,6\right)$代入$y=\dfrac{k}{x}\left(x>0\right)$得，

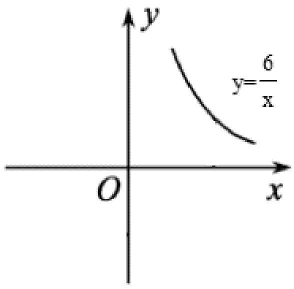
$6=\dfrac{k}{1}$，$\therefore k=6$

$\therefore$反比例函数解析式为$y=\dfrac{6}{x}\left(x>0\right)$．

（2）画出反比例函数$y=\dfrac{k}{x}\left(x>0\right)$的图象．

答案答案见解析．

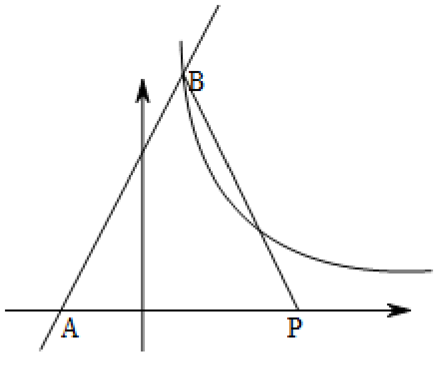
解析



（3）设点P是x轴上一点，若$S_{\triangle APB}=18$，直接写出点P的坐标．

答案 $P_1\left(-8,0\right)$，$P_2\left(4,0\right)$

解析如图

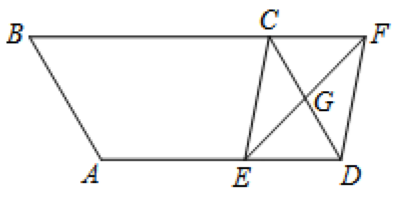


将$y=0$代入$y=2x+4$得，$x=-2$，$\therefore A\left(-2,0\right)$，

$S_{\triangle APB}=\dfrac{1}{2}\times AP\times 6=18$，$\therefore AP=6$，

$\therefore P_1\left(-8,0\right)$，$P_2\left(4,0\right)$．

21．如图，平行四边形$ABCD$中，$AB=3$ cm，$BC=5$ cm，$\angle B=60^\circ$，G是CD的中点，E是边AD上的动点，EG的延长线与BC的延长线交于点F，连接CE，DF．



（1）求证：四边形$CEDF$是平行四边形．

答案证明见解析.

解析∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴$CF \parallel ED$，

∴$\angle FCG = \angle EDG$，

∵G 是 CD 的中点，

∴$CG = DG$，

在△FCG 和△EDG 中，

$$\begin{cases}\angle FCG = \angle EDG \\ CG = DG \\ \angle CGF = \angle DGE\end{cases}，$$

∴△FCG≌△EDG（ASA），

∴$FG = EG$，

∵$CG = DG$，

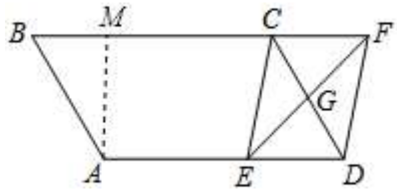
∴四边形 $CEDF$ 是平行四边形.

（2）以下两问二选一进行求解

①当 $AE =$________ cm 时，四边形 $CEDF$ 是矩形；

答案3.5

解析当 $AE = 3.5$ cm 时，四边形 $CEDF$ 是矩形，



理由如下：过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M，

∵$\angle B = 60°$，$AB = 3$，

∴$BM = 1.5$，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$\angle CDA = \angle B = 60°$，$DC = AB = 3$，$BC = AD = 5$，

∵$AE = 3.5$，

∴$DE = 1.5 = BM$，

∴△MBA≌△EDC，

∴$\angle CED = \angle AMB = 90°$，

∵四边形 $CEDF$ 是平行四边形，

∴四边形 $CEDF$ 是矩形，

故答案为3.5.

②当 $AE =$__________ cm 时，四边形 $CEDF$ 是菱形.

答案 2

解析当 $AE = 2$ cm 时，四边形 $CEDF$ 是菱形，

理由如下：∵$AD = 5, AE = 2$，

∴$DE=3$，

∵$CD=3$，$\angle CDE=60^\circ$，

∴$\triangle CDE$ 是等边三角形，

∴$CE=DE$，

∵四边形 $CEDF$ 是平行四边形，

∴四边形 $CEDF$ 是菱形．

22．某地为了鼓励居民节约用水，决定实行两级收费制，即每月用水量不超过 12 吨（含 12 吨）时，每吨按政府补贴优惠收费，每月超过 12 吨，超过部分每吨按市场调节价收费，小黄家 1 月份用水 24 吨，交水费 42 元，2 月份用水 20 吨，交水费 32 元．

（1）求每吨水的政府补贴优惠价和市场调节价分别是多少元．

答案每吨水的政府补贴优惠价 1 元，市场调节价 2.5 元

解析设每吨水的政府补贴优惠价和市场调节价分别为 x 元，y 元，

依题意得 $\begin{cases}12x+12y=42\\12x+8y=32\end{cases}$，

解方程组得 $\begin{cases}x=1\\y=2.5\end{cases}$，

答：每吨水的政府补贴优惠价 1 元，市场调节价 2.5 元．

（2）设每月用水量为 x 吨，应交水费为 y 元，写出 y 与 x 之间的函数关系式．

答案当 $x\leqslant 12$ 时，$y=x$，

当 $x>12$ 时，$y=2.5x-18$．

解析当 $x\leqslant 12$ 时，$y=x$，

当 $x>12$ 时，$y=12+2.5(x-12)$，

即 $y=2.5x-18$．

（3）小黄家 3 月份用水 26 吨，它家应交水费多少元？

答案小黄家三月份应交水费 47 元

解析当 $x=26$ 时，$y=2.5\times 26-18=47$ 元．

答：小黄家三月份应交水费 47 元．

23．阅读下面的材料：

如果函数 $y=f(x)$ 满足：对于自变量 x 的取值范围内的任意 x_1，x_2，

①若 $x_1<x_2$，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 是增函数；

②若 $x_1<x_2$，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 是增函数；

例题：证明函数 $f(x)=\dfrac{2}{x}(x>0)$ 是减函数．

证明：假设 $x_1<x_2$，且 $x_1>0$，$x_2>0$，

$$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\frac{2}{x_1}-\frac{2}{x_2}=\frac{2x_2-2x_1}{x_1x_2}=\frac{2\left(x_2-x_1\right)}{x_1x_2}$$

∵ $x_1<x_2$，且 $x_1>0$，$x_2>0$，

∴ $x_2-x_1>0$，$x_1x_2>0$，

∴ $\frac{2\left(x_2-x_1\right)}{x_1x_2}>0$，即 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)>0$，

∴ $f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$，

∴函数 $f\left(x\right)=\frac{2}{x}\left(x>0\right)$ 是减函数.

根据以上材料，解答下面的问题：

（1）函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{x^2}\left(x>0\right)$，$f\left(1\right)=\frac{1}{1^2}=1$，$f\left(2\right)=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$.

计算：$f\left(3\right)=$_____，$f\left(4\right)=$_______，猜想 $f\left(x\right)=\frac{1}{x^2}\left(x>0\right)$ 是_____函数（填“增”或“减”）.

答案 1．$\frac{1}{9}$

2．$\frac{1}{16}$

解析∵ $f\left(x\right)=\frac{1}{x^2}\left(x>0\right)$，$f\left(1\right)=\frac{1}{1^2}=1$，$f\left(2\right)=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$，

∴ $f\left(3\right)=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$，$f\left(4\right)=\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}$，

∵ $\frac{1}{9}>\frac{1}{16}$，

∴猜想 $f\left(x\right)=\frac{1}{x^2}\left(x>0\right)$ 是减函数.

（2）请仿照材料中的例题证明你的猜想.

答案证明见解析.

解析证明：假设 $x_1<x_2$，且 $x_1>0$，$x_2>0$，

$$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\frac{1}{x_1^2}-\frac{1}{x_2^2}=\frac{x_2^2-x_1^2}{x_1^2x_2^2}=\frac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)}{x_1^2x_2^2},$$

∵ $x_1<x_2$，且 $x_1>0$，$x_2>0$，

∴ $x_2-x_2>0$，$x_2+x_1>0$，$x_1x_2>0$，

$\therefore \dfrac{\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)}{x_1^2x_2^2}>0$，即 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)>0$，

$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$.

$\therefore$ 函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x^2}\left(x>0\right)$ 是减函数.

24．阅读下列材料：

我们定义：若一个四边的一条对角线把四边形分成两个等腰三角形，则称这条对角线叫这个四边形的和谐线，这个四边形叫做和谐四边形，如正方形就是和谐四边形.

结合阅读材料，完成下列问题：

（1）下列哪个四边形一定是和谐四边形

A．平行四边形

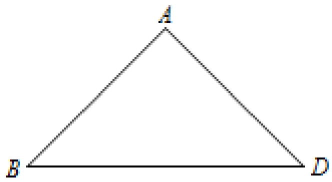
B．矩形

C．菱形

D．等腰梯形

答案 C

（2）如图，等腰 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle BAD=90°$，若点 C 为平面上一点，AC 为凸四边形 $ABCD$ 的和谐线，且 $AB=BC$，请直接写出 $\angle ABC$ 的度数.



答案 $\angle ABC$ 的度数为 $60°$，$90°$，$150°$.