

2015—2016 学年度第二学期终结性检测试卷

八 年 级 数 学

一、 选择题（每小题 3 分，共 30 分）：下面各题均有四个选项，其中只有一个符合题意。

1. 在平面直角坐标中，点 $P(3, -5)$ 在（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 下列环保标志中，是中心对称图形的是（ ）



A.



B.



C.



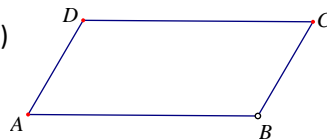
D.

3. 一个多边形的内角和是 720° ，这个多边形是（ ）

- A. 六边形 B. 五边形 C. 四边形 D. 三角形

4. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle D = 120^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数等于（ ）

- A. 120° B. 60°
C. 40° D. 30°

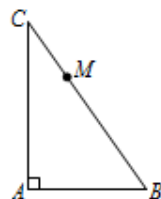


5. 如果 $4x = 5y$ ($y \neq 0$)，那么下列比例式成立的是（ ）

- A. $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ B. $\frac{x}{4} = \frac{5}{y}$ C. $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$ D. $\frac{x}{5} = \frac{y}{4}$

6. 如图， M 是 $\triangle ABC$ 的斜边 BC 上一点（ M 不与 B 、 C 重合），过点 M 作直线截 $\triangle ABC$ ，所得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，这样的直线共有（ ）

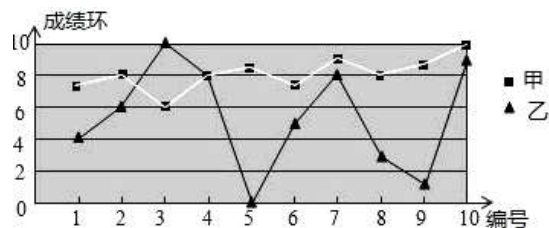
- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 无数条



7. 甲和乙一起练习射击，第一轮 10 枪打完后两人的成绩如图所示. 设他们这 10 次射击成绩的方差

为 $S_{\text{甲}}^2$ 、 $S_{\text{乙}}^2$ ，下列关系正确的是（ ）

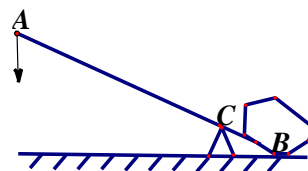
- A. $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ B. $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$
C. $S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2$ D. 无法确定



8. 菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC=6$, $BD=8$, 那么边 AB 的长度是 ()

- A. 10 B. 5 C. $2\sqrt{7}$ D. $\sqrt{7}$

9. 右图是用杠杆撬石头的示意图, C 是支点, 当用力压杠杆的 A 端时, 杠杆绕 C 点转动, 另一端 B 向上翘起, 石头就被撬动. 现有一块石头, 要使其滚动, 杠杆的 B 端必须向上翘起, 已知杠杆上 AC 与 BC 的长度比之比为 $5:1$, 要使这块石头滚动, 至少要将杠杆的 A 端向下压



- A. B. C. D.

10. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E 、 F 分别是边 BC 、 AD 的中点, $AB=2$, $BC=4$, 一动点 P 从点 B 出发, 沿着 $B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C$ 的方向在矩形的边上运动, 运动到点 C 停止. 点 M 为图 1 中的某个定点, 设点 P 运动的路程为 x , $\triangle BPM$ 的面积为 y , 表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示. 那么, 点 M 的位置可能是图 1 中的 ()

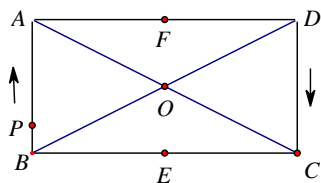


图1

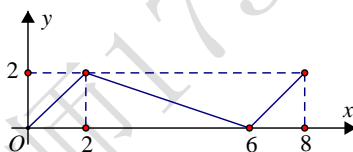


图2

- A. 点 C B. 点 E C. 点 F D. 点 O

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

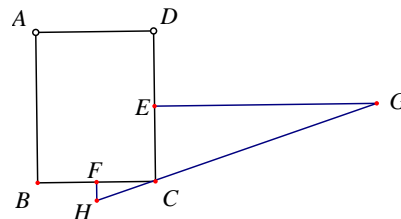
11. 函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

12. “今有邑, 东西七里, 南北九里, 各开中门, 出东门一十五里

有木, 问: 出南门几何步而见木?”这段话摘自《九章算术》, 意思是说: 如图, 矩形城池 $ABCD$, 城墙 CD 长 里, 城墙

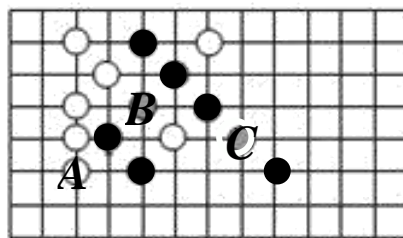
BC 长 里, 东门所在的点 E , 南门所在的点 F 分别是 CD ,

的中点, $EG \perp CD$, $EG=15$ 里, $FH \perp BC$, 点 C 在 HG 上, 问 FH 等于多少里? 答案是 FH _____里.



13. 四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$, 再添加一个条件, 使得四边形 $ABCD$ 为正方形, 可添加的条件是_____ (答案不唯一, 只添加一个即可).

14. 五子棋的比赛规则是一人执黑子，一人执白子，两人轮流出棋，每次放一个棋子在棋盘的格点处，只要有同色的五个棋子先连成一条线（横、竖、斜均可）就获得胜利.如图是两人正在玩的一盘棋，若白棋 A 所在点的坐标是 $(-2, 2)$ ，黑棋 B 所在点的坐标是 $(0, 4)$ ，现在轮到黑棋走，黑棋放到点 C 的位置就获得胜利，点 C 的坐标是_____.



15. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、三、四象限，请你赋予 k 和 b 具体的数值，写出一个符合条件的表达式_____.

16. 阅读下面材料：

在数学课上，老师提出如下问题：

尺规作图：过直线外一点作已知直线的平行线.

A.

已知：直线 l 及其外一点 A.

求作： l 的平行线，使它经过点 A.



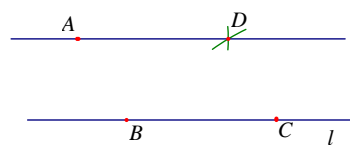
小云的作法如下：

(1) 在直线 l 上任取两点 B, C;

(2) 以 A 为圆心，以 BC 长为半径作弧；
以 C 为圆心，以 AB 长为半径作弧，
两弧相交于点 D;

(3) 作直线 AD.

直线 AD 即为所求.



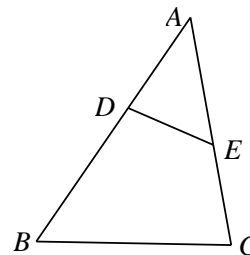
老师说：“小云的作法正确.” 请回答：小云的作图依据是_____.

三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 证明：如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那么 $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$.

18. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 上的点, 且满足 $AB \cdot AD = AE \cdot AC$, 连接 DE

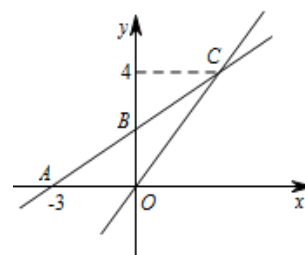
求证: $\angle ABC = \angle AED$.



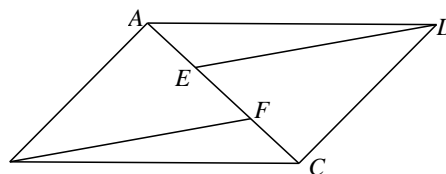
19. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴交点为 A , 与 y 轴交点为 B , 且与正比例函数 $y = \frac{4}{3}x$ 的图象的交于点 C .

(1) 求 m 的值及一次函数 $y = kx + b$ 的表达式;

(2) 若点 P 是 y 轴上一点, 且 $\triangle BPC$ 的面积为 6, 请直接写出点 P 的坐标.



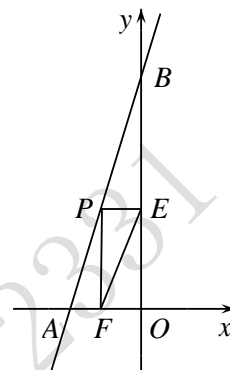
20. 如图, E 、 F 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC 上两点, 且 $AE = CF$, 请你写出图中的一对全等三角形并对其进行证明.



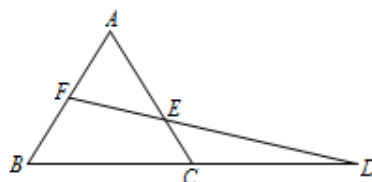
21. 如图，已知直线 AB 的函数表达式为 $y = 2x + 10$ ，与 x 轴交点为 A ，与 y 轴交点为 B 。

(1) 求 A, B 两点的坐标；

(2) 若点 P 为线段 AB 上的一个动点，作 $PE \perp y$ 轴于点 E ， $PF \perp x$ 轴于点 F ，连接 EF 。是否存在点 P ，使 EF 的值最小？若存在，求出 EF 的最小值；若不存在，请说明理由。



22. 如图，延长 $\triangle ABC$ 的边 BC 到 D ，使 $CD = BC$ 。取 AD 的中点 E ，连接 BE 交 AC 于点 F 。求 $EC : AC$ 的值。

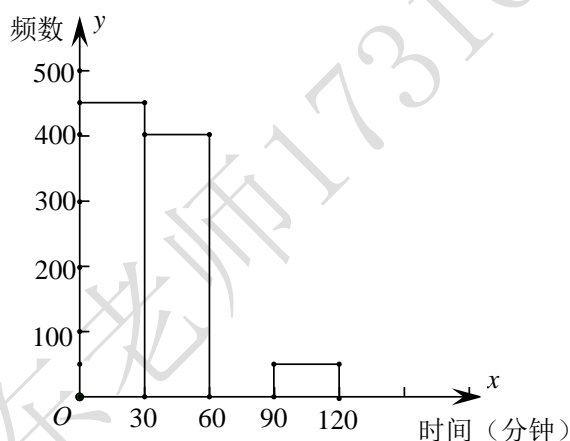


23. 2016 年 4 月 12 日，由国家新闻出版广电总局和北京市人民政府共同主办的“2016 书香中国暨北京阅读季”启动仪式于在我区良乡体育馆隆重举行。房山是北京城发展的源头，历史源远流长，文化底蕴深厚。启动仪式上，全国书香家庭及社会各界代表，与我区近 2000 名中小学师生一起，在这传统文化与现代文明交相辉映的地方，吟诵经典篇章，倡导全面阅读。为了对我区全民阅读状况进行调查和评估，有关部门随机抽取了部分市民进行每天阅读时间情况的调查，并根据调查结果制做了如下尚不完整的频数分布表（被调查者每天的阅读时间均在 0~120 分钟之内）：

阅读时间 x (分钟)	$0 \leq x < 30$	$30 \leq x < 60$	$60 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 120$
频数	450	400	m	50
频率	0.45	0.4	0.1	n

- (1) 表格中， $m=$ _____； $n=$ _____；被调查的市民人数为_____。
- (2) 补全下面的频数分布直方图：

部分市民每天阅读时间频数分布直方图



- (3) 我区目前的常住人口约有 103 万人，请估计我区每天阅读时间在 60~120 分钟 的市民大约有多少万人？

24. 某工厂现有甲种原料 360 千克, 乙种原料 290 千克, 计划利用这两种原料生产 A、B 两种产品共 50 件. 已知生产一件 A 种产品需用甲种原料 9 千克、乙种原料 3 千克, 可获利润 700 元; 生产一件 B 种产品需用甲种原料 4 千克、乙种原料 10 千克, 可获利润 1200 元. 设生产 A 种产品的生产件数为 x , A、B 两种产品所获总利润为 y (元)

- (1) 试写出 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 求出自变量 x 的取值范围;
- (3) 利用函数的性质说明哪种生产方案获总利润最大? 最大利润是多少?

25. 在同一坐标系中画出了三个一次函数的图象:

$$y = 1 - x, \quad y = x + 1 \quad \text{和} \quad y = 3x - 1$$

(1) 求 $y = 1 - x$ 和 $y = 3x - 1$ 的交点 A 的坐标;

(2) 根据图象填空:

① 当 x _____ 时 $3x - 1 > x + 1$;

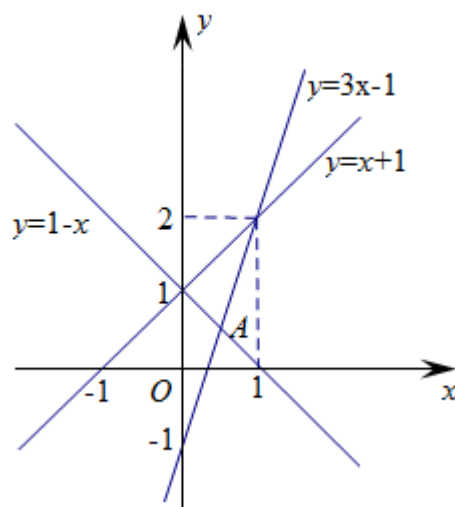
② 当 x _____ 时 $1 - x > x + 1$;

(3) 对于三个实数 a, b, c , 用 $\max\{a, b, c\}$ 表示

这三个数中最大的数, 如 $\max\{-1, 2, 3\} = 3$,

$$\max\{-1, 2, a\} = \begin{cases} 2 & (\text{当 } a \leq 2 \text{ 时}) \\ a & (\text{当 } a > 2 \text{ 时}) \end{cases},$$

请观察三个函数的图象, 直接写出 $\max\{1 - x, x + 1, 3x - 1\}$ 的最小值.



26. 小东根据学习一次函数的经验，对函数 $y = |2x - 1|$ 的图象和性质进行了探究．下面是小东的探究过程，请补充完成：

(1) 函数 $y = |2x - 1|$ 的自变量 x 的取值范围是_____；

(2) 已知：①当 $x = \frac{1}{2}$ 时， $y = |2x - 1| = 0$ ； ②当 $x > \frac{1}{2}$ 时， $y = |2x - 1| = 2x - 1$

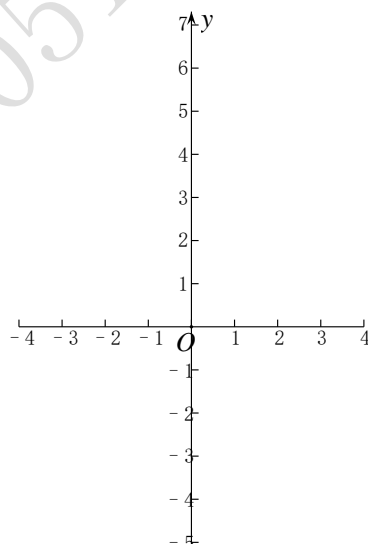
③当 $x < \frac{1}{2}$ 时， $y = |2x - 1| = 1 - 2x$ ；显然，②和③均为某个一次函数的一部分．

(3) 由(2)的分析，取 5 个点可画出此函数的图象，请你帮小东确定下表中第 5 个点的坐标 (m, n) ，其中 $m =$ _____； $n =$ _____；

x	...	-2	0	$\frac{1}{2}$	1	m	...
y	...	5	1	0	1	n	...

(4) 在平面直角坐标系 xOy 中，做出函数 $y = |2x - 1|$ 的图象：

(5) 根据函数的图象，写出函数 $y = |2x - 1|$ 的一条性质 0.



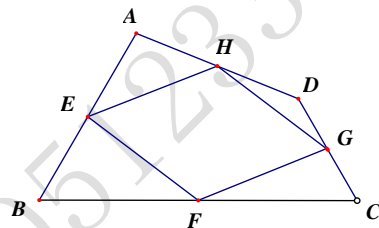
27. 四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别为 AB 、 BC 、 CD 、 DA 边的中点, 顺次连接各边中点得到的新四边形 $EFGH$ 称为中点四边形.

(1) 我们知道: 无论四边形 $ABCD$ 怎样变化, 它的中点四边形 $EFGH$ 都是平行四边形. 特殊的:

①当对角线 $AC=BD$ 时, 四边形 $ABCD$ 的中点四边形为_____形;

②当对角线 $AC \perp BD$ 时, 四边形 $ABCD$ 的中点四边形是_____形.

(2) 如图: 四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle B = \angle C = 60^\circ$, 且 $BC = AB + CD$, 请利用 (1) 中的结论, 判断四边形 $ABCD$ 的中点四边形 $EFGH$ 的形状并进行证明.



28. 在学习了正方形后，数学小组的同学对正方形进行了探究，发现：

(1) 如图 1，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 为 BC 边上任意一点（点 E 不与 B 、 C 重合），点 F 在线段 AE 上，过点 F 的直线 $MN \perp AE$ ，分别交 AB 、 CD 于点 M 、 N 。此时，有结论 $AE=MN$ ，请进行证明；

(2) 如图 2：当点 F 为 AE 中点时，其他条件不变，连接正方形的对角线 BD ， MN 与 BD 交于点 G ，连接 BF ，此时有结论： $BF=FG$ ，请利用图 2 做出证明。

(3) 如图 3：当点 E 为直线 BC 上的动点时，如果 (2) 中的其他条件不变，直线 MN 分别交直线 AB 、 CD 于点 M 、 N ，请你直接写出线段 AE 与 MN 之间的数量关系、线段 BF 与 FG 之间的数量关系。

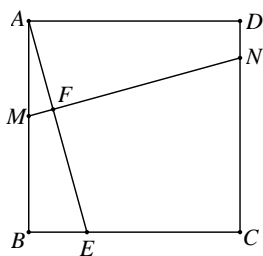


图 1

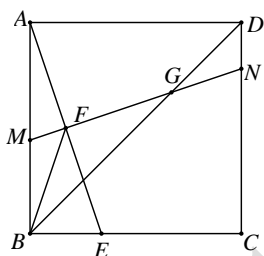


图 2

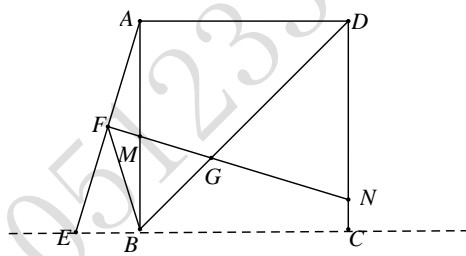


图 3

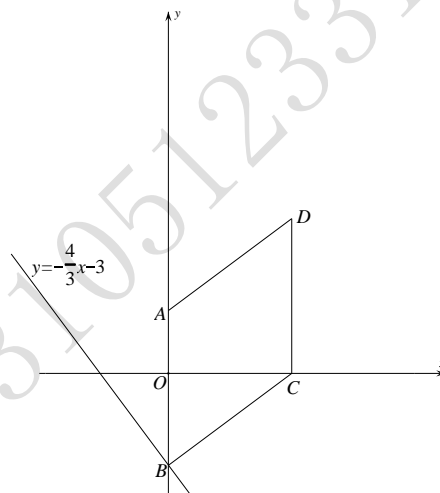
29. 如图所示，将菱形 $ABCD$ 放置于平面直角坐标系中，其中 AB 边在 y 轴上点 C 坐标为.

直线 $m: y = -\frac{4}{3}x - 3$ 经过点 B ，将该直线沿着轴以每秒 1 个单位的速度向上平移，设平移时间为 t 经过点 D 时停止平移.

(1) 填空：点 D 的坐标为 _____，

(2) 设平移时间为 t ，求直线 m 经过点 A 、 C 、 D 的时间 t ；

(3) 已知直线 m 与 BC 所在直线互相垂直，在平移过程中，直线 m 被菱形 $ABCD$ 截得线段的长度为 l ，请写出 l 与平移时间函数关系表达式（不必写出详细的解答过程，简要说明你的解题思路，写清结果即可）.



房山区 2015—2016 学年度第二学期终结性检测试题
八年级数学参考答案及评分标准

一、选择题(本题共 30 分，每小题 3 分)：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	A	B	D	C	A	B	C	D

二、填空题(本题共 18 分，每小题 3 分)：

11. $x \neq 3$; 12. 1.05;

13. $AB=BC$ (或 $BC=CD$ 、 $CD=AD$ 、 $AD=AB$ 、 $AC \perp BD$);

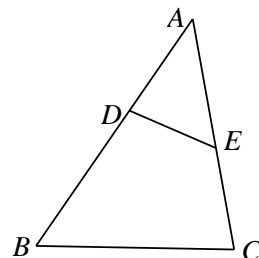
14. $(3, 3)$; 15. 此题答案不唯一，表达式中的 k, b 满足 $k > 0, b < 0$ 即可;

16. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形; 平行四边形对边平行; 两点确定一条直线. (此题答案不唯一，能够完整地说明依据且正确即可)

三、解答题(本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分)：

17. 证明: $\because \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 可设 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$,1 分
 $\therefore a = bk, c = dk$,2 分
 $\therefore \frac{a+b}{b} = \frac{bk+b}{b} = \frac{b(k+1)}{b} = k+1$,
 $\frac{c+d}{d} = \frac{dk+d}{d} = \frac{d(k+1)}{d} = k+1$,4 分
 $\therefore \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$5 分

18. 证明: $\because AB \cdot AD = AE \cdot AC$
 $\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ 2 分
 又 $\because \angle A = \angle A$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED$ 4 分
 $\therefore \angle ABC = \angle AED$ 5 分



19. 解：(1) \because 点 $C(m, 4)$ 在正比例函数 $y = \frac{4}{3}x$ 的图象上，

$$\therefore 4 = \frac{4}{3} \cdot m, \quad m = 3 \quad \text{即点 } C \text{ 坐标为 } (3, 4) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

\because 一次函数 $y = kx + b$ 经过 $A(-3, 0)$ 、点 $C(3, 4)$

$$\therefore \begin{cases} 0 = -3k + b \\ 4 = 3k + b \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{一次函数的表达式为 } y = \frac{2}{3}x + 2 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 点 P 的坐标为 $(0, 6)$ 、 $(0, -2)$ $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

20. $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ (或 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$, $\triangle ABC \cong \triangle CDA$) $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

证明： $\because \square ABCD$

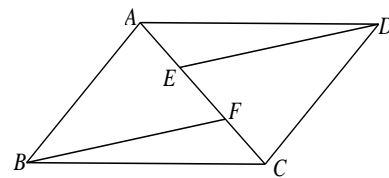
$$\therefore AD \parallel BC, \quad AD = BC \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BCF \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中

$$\begin{cases} AD = CB \\ \angle DAE = \angle BCF \\ AE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



注：本题只呈现一种答案，其他正确解答请酌情相应给分

21. 解：(1) \because 一次函数 $y = 2x + 10$

令 $x = 0$ ，则 $y = 10$ ；令 $y = 0$ ，则 $x = -5$

\therefore 点 A 坐标为 $(-5, 0)$ ，点 B 坐标为 $(0, 10)$ $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) 存在点 P 使得 EF 的值最小，理由为：

$\because PE \perp y$ 轴于点 E ， $PF \perp x$ 轴于点 F ，

\therefore 四边形 $PEOF$ 是矩形，且 $EF = OP$ $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$\because O$ 为定点， P 在线段上 AB 运动，

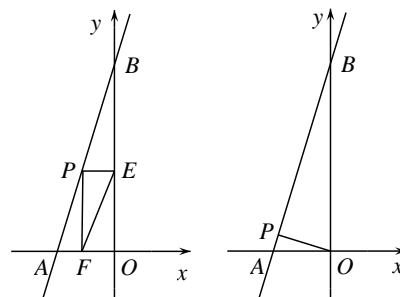
\therefore 当 $OP \perp AB$ 时， OP 取得最小值，此时 EF 最小。 $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

\therefore 点 A 坐标为 $(-5, 0)$ ，点 B 坐标为 $(0, 10)$

$\therefore OA = 5$ ， $OB = 10$ ，由勾股定理得： $AB = 5\sqrt{5}$

$\because \angle AOB = 90^\circ$ ， $OP \perp AB$

$\therefore \triangle AOB \sim \triangle OPB$



$$\therefore \frac{AO}{OP} = \frac{AB}{OB}$$

$$\therefore OP = 2\sqrt{5},$$

即存在点 P 使得 EF 的值最小，最小值为 $2\sqrt{5}$5 分

22. 解：取 BC 中点 G ，则 $CG = \frac{1}{2}BC$ ，连接 GF ，1 分

又 $\because F$ 为 AB 中点，

$$\therefore FG \parallel AC, \text{ 且 } FG = \frac{1}{2}AC \quad \text{.....2 分}$$

即 $EC \parallel FG \therefore \triangle DEC \sim \triangle DFG$

$$\therefore \frac{EC}{FG} = \frac{DC}{DG} \quad \text{.....3 分}$$

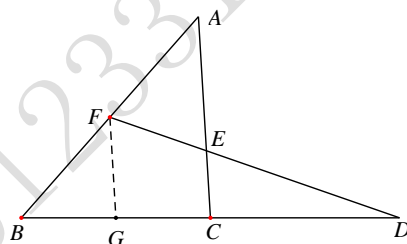
$$\because CG = \frac{1}{2}BC, DC = BC$$

设 $CG = k$ ，那么 $DC = BC = 2k$ ， $DG = 3k$

$$\therefore \frac{EC}{FG} = \frac{DC}{DG} = \frac{2}{3} \text{ 即 } EC = \frac{2}{3}FG \quad \text{.....4 分}$$

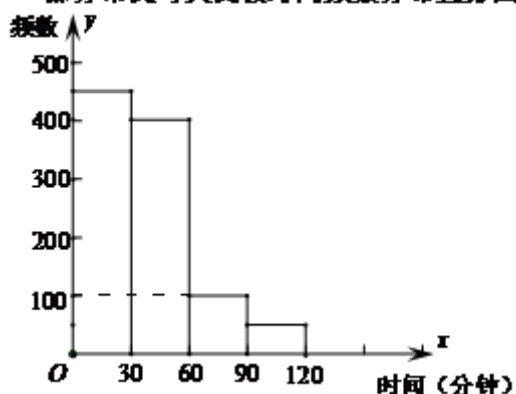
$$\because FG = \frac{1}{2}AC$$

$$\therefore EC = \frac{1}{3}AC \text{ 即 } EC : AC = 1 : 3 \quad \text{.....5 分}$$



23. (1) $m = 100$ ， $n = 0.05$ ；被调查的市民人数为 1000 人.3 分

(2) 部分市民每天阅读时间频数分布直方图



.....4 分

$$(3) 103 \times 0.15 = 15.45$$

估计我区每天阅读时间在 $60 \sim 120$ 分钟 的市民大约有 15.45 万人.5 分

24.解：（1）设生产 A 种产品的件数为 x ，则生产 B 种产品的件数为 $(50-x)$

生产 A、B 两种产品所获总利润为： $y = 700x + 1200(50-x)$

即： $y = 60000 - 500x$ 1 分

（2）由已知可得： $\begin{cases} 9x + 4(50-x) \leq 360 \\ 3x + 10(50-x) \leq 290 \end{cases}$ 3 分

解这个不等式组得： $30 \leq x \leq 32$

$\because x$ 为整数 $\therefore x = 30, 31, 32$ 4 分

（3） $\because y = 60000 - 500x$ ，一次项系数 $k = -500 < 0$

$\therefore y$ 随 x 增大而减小，当 x 取最小值 30 时， y 最大，此时 $y = 45000$

\therefore 生产 A 种产品 30 件时总利润最大，最大利润是 45000 元，...5 分

25.解：（1） $\because \begin{cases} y = 1-x \\ y = 3x-1 \end{cases}$ 1 分

解得 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\therefore y = 1-x$ 和 $y = 3x-1$ 的交点 A 的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 2 分

（2）① 当 $x > 1$ 时 $3x-1 > x+1$ 3 分

② 当 $x < 0$ 时 $1-x > 1+x$ 4 分

（3） $\max\{1-x, x+1, 3x-1\}$ 的最小值是 1。5 分

26.（1）函数 $y = |2x-1|$ 的自变量 x 的取值范围是 全体实数；1 分

（3） m 、 n 的取值不唯一，符合 $n = 2m-1$ 即可。2 分

（4）图象略；（要求描点、连线正确）4 分

（5）答案不唯一，符合函数 $y = |2x-1|$ 的性质均可。5 分

27.（1）①当对角线 $AC = BD$ 时，四边形 $ABCD$ 的中点四边形是 菱 形； ...1 分

②当对角线 $AC \perp BD$ 时，四边形 $ABCD$ 的中点四边形是 矩 形.2 分

(2) 四边形 $ABCD$ 的中点四边形 $EFGH$ 是菱形. 理由如下:3 分

分别延长 BA 、 CD 相交于点 M ，连接 AC 、 BD 4 分

$$\because \angle ABC = \angle BCD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BCM$ 是等边三角形,

$$\therefore MB = BC = CM, \angle M = 60^\circ$$

$$\because BC = AB + CD$$

$$\therefore MA + AB = AB + CD = CD + DM$$

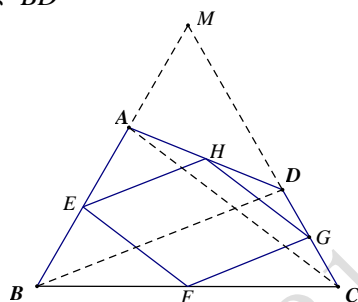
$$\therefore MA = CD, DM = AB \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because \angle ABC = \angle M = 60^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DMB \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$AC = DB$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 的对角线相等，中点四边形 $EFGH$ 是菱形.7 分



28. 证明: (1) 在图 1 中，过点 D 作 $PD \parallel MN$ 交 AB 于 P ，则 $\angle APD = \angle AMN$...1 分

\because 正方形 $ABCD$

$$\therefore AB = AD, AB \parallel DC, \angle DAB = \angle B = 90^\circ$$

\therefore 四边形 $PMND$ 是平行四边形且 $PD = MN$

$$\because \angle B = 90^\circ \therefore \angle BAE + \angle BEA = 90^\circ$$

$$\because MN \perp AE \text{ 于 } F, \therefore \angle BAE + \angle AMN = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BEA = \angle AMN = \angle APD$$

$$\text{又} \because AB = AD, \angle B = \angle DAP = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAP$$

$$\therefore AE = PD = MN \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

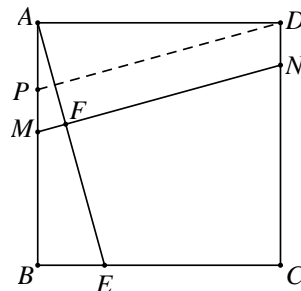


图1

(2) 在图 2 中连接 AG 、 EG 、 CG 3 分

由正方形的轴对称性 $\triangle ABG \cong \triangle CBG$

$$\therefore AG = CG, \angle GAB = \angle GCB$$

$\because MN \perp AE$ 于 F , F 为 AE 中点

$$\therefore AG = EG$$

$$\therefore EG = CG, \angle GEC = \angle GCE$$

$$\therefore \angle GAB = \angle GEC$$

由图可知 $\angle GEB + \angle GEC = 180^\circ$

$$\therefore \angle GEB + \angle GAB = 180^\circ$$

又 \because 四边形 $ABEG$ 的内角和为 360° , $\angle ABE = 90^\circ$

$$\therefore \angle AGE = 90^\circ \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle AGE$ 中, AE 为斜边, F 为 AE 的中点,

$$\therefore BF = \frac{1}{2}AE, \quad FG = \frac{1}{2}AE$$

$$\therefore BF = FG \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) AE 与 MN 的数量关系是: $AE = MN$ $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

BF 与 FG 的数量关系是: $BF = FG$ $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

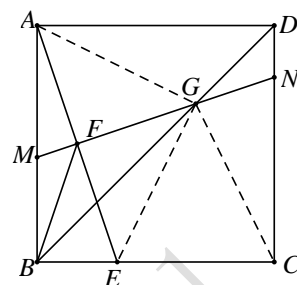


图2

29. (1) 点 D 的坐标为 $(4, 5)$. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) 解: $\because y = -\frac{4}{3}x - 3 \quad \therefore B(0, -3), OB = 3$

$\because C(4, 0) \quad \therefore OC = 4$, 由勾股定理 $BC = 5$, 即菱形边长是 5, 点 $A(0, 2)$

直线 $m: y = -\frac{4}{3}x - 3$ 从点 $B(0, -3)$ 开始沿着 y 轴向上平移,

设平移过程中直线 m 的函数表达式为 $y = -\frac{4}{3}x + b$, 直线 m 与 y 轴交点为 M , 则 $BM = t$

当直线 $m: y = -\frac{4}{3}x + b$ 经过点 $A(0, 2)$ 时:

M 与 A 重合, $t = BM = BA = 5$; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

当直线 $m: y = -\frac{4}{3}x + b$ 经过点 $C(4, 0)$ 时:

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{16}{3}, \text{ 此时 } M \text{ 坐标为 } (0, \frac{16}{3}), t = BM = \frac{25}{3}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

当直线 $m: y = -\frac{4}{3}x + b$ 经过点 $D(4, 5)$ 时:

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{31}{3}, \text{ 此时 } M \text{ 坐标为 } (0, \frac{31}{3}), t = BM = \frac{40}{3} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) ① 当 $0 \leq t \leq 5$ 时, 如图 1: 设直线 m 交 y 轴于 M ,

交 BC 于 N , 则 $l = MN, BM = t$

\because 在平移过程中直线 m 与 BC 所在直线互相垂直

$$\text{显然 } \triangle BNM \sim \triangle BOC, \frac{MN}{OC} = \frac{BM}{BC}$$

$$\because OC=4, BC=5 \therefore l = MN = \frac{4}{5}t \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

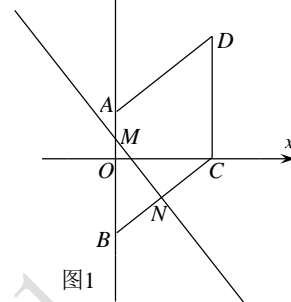


图1

② 当 $5 < t \leq \frac{25}{3}$ 时, 设直线 m 交 y 轴于 M , 交 BC 于 N ,

交 AD 于 P , 此时: $l = NP, BM = t$

过 A 点作 $AE \perp BC$ 于 E , 则 $AE = PN = l$.

此时 $\triangle AEB \cong \triangle COB$, $AE = OC = 4$

$$\therefore l = 4 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

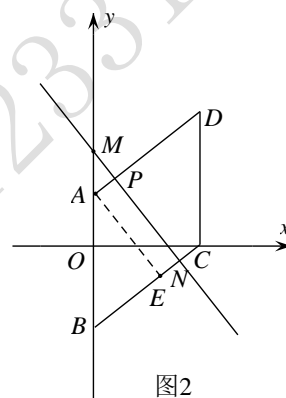


图2

③ 当 $\frac{25}{3} < t \leq \frac{40}{3}$ 时, 设直线 m 交 y 轴于 M , 交 AD 于 P ,

交 CD 于 N , 此时: $l = PN, BM = t, MA = t - 5$

过 N 点作 $NF \parallel BC$ 交 y 轴于 F , 则 $FN = BC = 5$.

$$\text{由 } \triangle MFN \sim \triangle CBO, \text{ 得 } \frac{MN}{OC} = \frac{FN}{BO}, MN = \frac{20}{3};$$

$$\text{由 } \triangle MAP \sim \triangle CBO, \text{ 得 } \frac{MP}{CO} = \frac{MA}{CB}, MP = \frac{4}{5}(t-5)$$

$$l = PN = MN - MP = \frac{32}{3} - \frac{4}{5}t \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

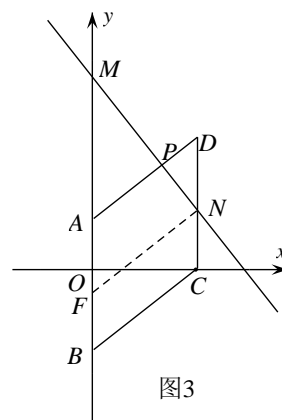


图3

$$\text{综上所述: } l = \begin{cases} \frac{4}{5}t & (\text{当 } 0 \leq t \leq 5 \text{ 时}) \\ 4 & (\text{当 } 5 < t \leq \frac{25}{3} \text{ 时}) \\ \frac{32}{3} - \frac{4}{5}t & (\text{当 } \frac{25}{3} < t \leq \frac{40}{3} \text{ 时}) \end{cases} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$