

数学试卷

(考试时间为 100 分钟, A 卷满分为 100 分, B 卷满分为 20 分)

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 分数_____

A 卷

一、选择(每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下面式子从左边到右边的变形是因式分解的是 ()

A. $x^2 - x - 2 = x(x-1) - 2$ B. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

C. $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ D. $x-1 = x(1-\frac{1}{x})$

2. 下列不适合全面调查的是 ().

- A. 老师检查全班同学完成作业情况 B. 人口普查
C. 汽车公司检测安全气囊在撞击时的保护作用 D. 机场安检

3. 用科学记数法表示 0.00003082 为 ()

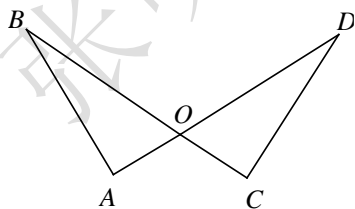
A. 3.082×10^{-5} B. 308.2×10^{-7} C. 0.3082×10^{-4} D. 30.82×10^{-6}

4. 已知 $x \neq 0$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 等于 ()

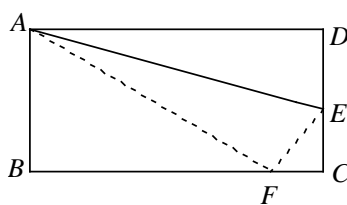
A. $\frac{1}{2x}$ B. $\frac{1}{6x}$ C. $\frac{5}{6x}$ D. $\frac{11}{6x}$

5. 如图, 已知 $AB = CD$, $BC = AD$, $\angle B = 23^\circ$, 则 $\angle D$ 为 ().

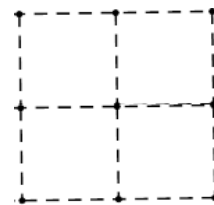
- A. 67° B. 46° C. 23° D. 无法确定



第 5 题图



第 8 题图



第 9 题图

6. 已知一个样本 27, 23, 25, 27, 29, 31, 27, 30, 32, 28, 31, 28, 26, 27, 29, 28, 24, 26, 27, 30, 那么频数为 8 的范围是 ()

- A. 24.5 ~ 26.5 B. 26.5 ~ 28.5 C. 28.5 ~ 30.5 D. 30.5 ~ 32.5

7. 下列各式正确的有()

(1) $\frac{-a-b}{c-d} = \frac{a+b}{-c+d}$; (2) $\frac{-a-b}{c+d} = \frac{a+b}{c+d}$; (3) $\frac{-a-b}{c-d} = \frac{a+b}{-c-d}$; (4) $\frac{-a-b}{c-d} = \frac{-a-b}{c+d}$.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

8. 如图, 将长方形 $ABCD$ 沿 AE 折叠, 使 D 点落在 BC 边上的 F 点处, 如果 $\angle BAF = 60^\circ$, 那么 $\angle DAE$ 等于 ().

A. 60°

B. 45°

C. 30°

D. 15°

9. 以图中方格纸的 3 个格点为顶点画出三角形, 不全等的三角形有 () 种.

A. 8

B. 9

C. 10

D. 11

10. 若三角形的三条边的长分别为 a, b, c , 且 $a^2b - a^2c + b^2c - b^3 = 0$, 则这个三角形一定是 ()

A. 等腰三角形

B. 直角三角形

C. 等边三角形

D. 等腰直角三角形

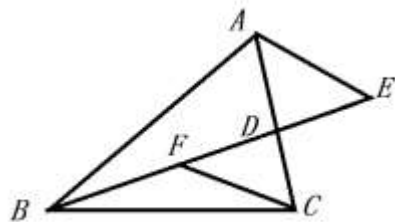
二、填空 (每小题 4 分, 共 24 分)

11. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{4}{8-x}$ 的值为正数;

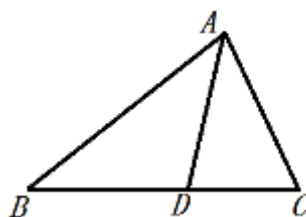
当 x _____ 时, 分式 $\frac{x+3}{|x|-3}$ 的值为 -1 .

12. 写出中间过程及结果: $\frac{-2}{5^{-2}} + (\sqrt{5})^0 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图, 已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的中线, CF 是 $\triangle BCD$ 的中线, $AE \parallel CF$ 交 BD 的延长线于点 E , 若 $\triangle ADE$ 的面积为 3, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____.



第 13 题图



第 15 题图

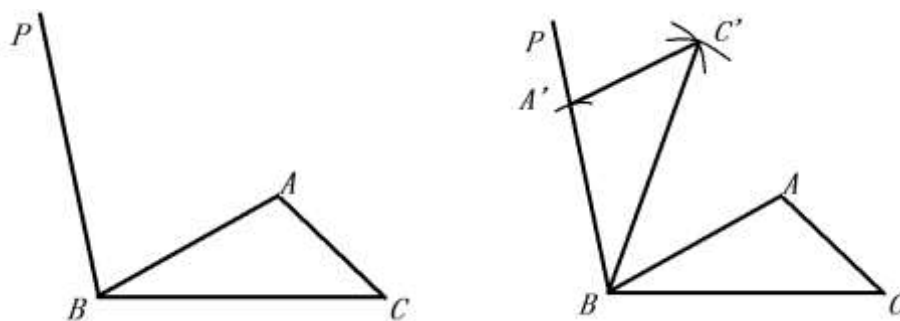
14. 为使 $x^2 + bx + 5$ 在整数范围内可以分解因式, 则 b 可能取的值为 _____.

15. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 若 $AB:AC=5:3$, 则 $S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ACD} = \underline{\hspace{2cm}}$,

进而 $BC:CD = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知 $\triangle ABC$ 如图，现将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转，使点 A 落在射线 BP 上，求作 $\triangle A'C'B$.

作法：在 BP 上截 $BA'=BA$ ，以点 B 为圆心、 BC 为半径作弧，以点 A' 为圆心、 AC 为半径作弧，两弧在射线 BP 右侧交于点 C' ，则 $\triangle A'C'B$ 即为所求.



请简述操作原理：_____.

三、解答（共 46 分）

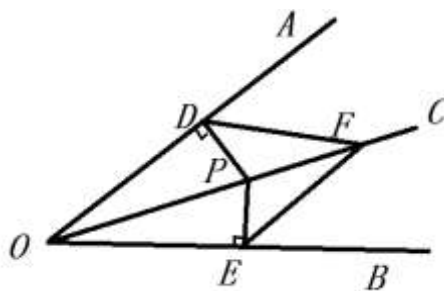
17. 因式分解：(1) $x^2y - 4y$ (2) $-x^3 + x(2x - 1)$

18. 分式化简：(1) $\frac{-3ab}{4x^2y} \div \frac{21b}{10xy}$ (2) $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{2}{x^2 - 3xy + 2y^2}$

19. 解方程：(1) $\frac{1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} = 2 - \frac{1-x}{x^2-4}$ (2) $(\frac{27}{8})^{x-1} \times (\frac{2}{3})^{2x-3} = \frac{4}{9}$

20. 先化简，再求值： $(\frac{a^2+1}{a}-2) \div \frac{(a+2)(a-1)}{a^2+2a}$ ，其中 $a^2-4=0$ 。

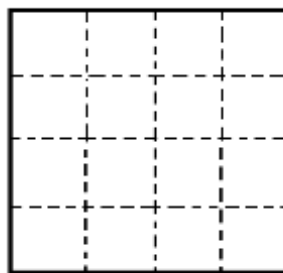
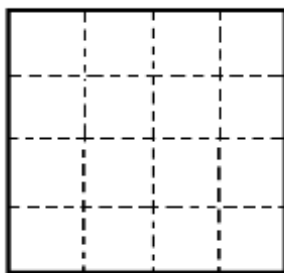
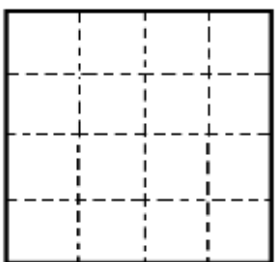
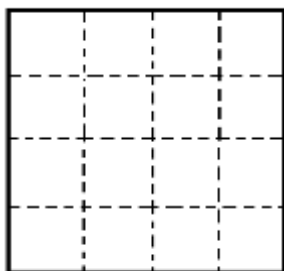
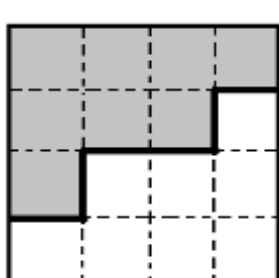
21. 如图， OC 是 $\angle AOB$ 的角平分线，点 P, F 在 OC 上， $PD \perp AO$ 于点 D ， $PE \perp BO$ 于点 E ，连接 DF, EF 。求证： $DF=EF$ 。



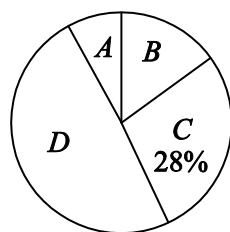
22. 列方程解应用题：在生产操作中，有些化工原料对人体有害，所以需要用机器人来搬运。现有 A、B 两种机器人，A 型机器人比 B 型机器人每小时多搬运 30kg，A 型机器人搬运 900kg 所用时间与 B 型机器人搬运 600kg 所用时间相等，

则两种机器人每小时分别搬运多少化工原料？

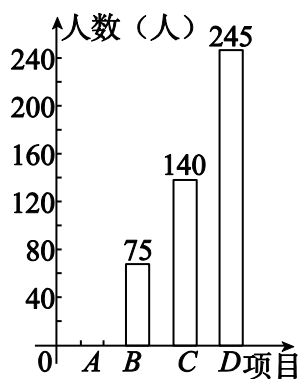
23. 将 4×4 的棋盘沿格线划分成两个全等图形，参考图例补全另外几种.



24. 我市中小学全面开展“阳光体育”活动，某校在大课间中开设了 A：体操；B：跑操；C：舞蹈；D：健美操四项活动。为了了解学生最喜欢哪一项活动，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成了如图所示的两幅不完整的统计图，请根据统计图回答下列问题：



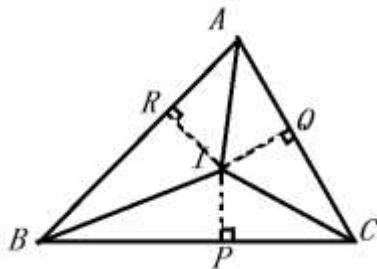
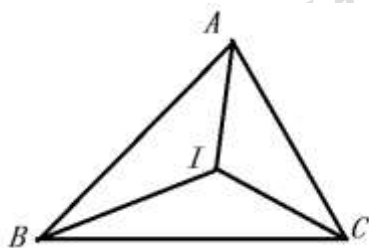
①



②

- (1) 这次被调查的学生共有_____人；
- (2) 请将统计图②补充完整；
- (3) 统计图①中 B 项目对应的扇形的圆心角是_____度；
- (4) 已知该校共有学生 3600 人，请根据调查结果估计该校喜欢健美操的学生人数，并给出对活动安排的合理建议.

25. 小明做数学作业时遇到一道证明题：求证三角形的三条角平分线交于一点. 小明首先根据题意画出图形如下面左图.



然后他将原命题转化为：

已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 I ，求证： AI 是_____.

- (1) 请帮小明补全命题的结论： AI 是_____；
- (2) 结合右图，补全下面证明过程（括号中填写定理内容）

作 $IP \perp BC$ 于点 P ， $IQ \perp AC$ 于点 Q ， $IR \perp AB$ 于点 R .

$\because BI$ 平分 $\angle ABC$ ， $IP \perp BC$ ， $IR \perp AB$

$\therefore IP = IR$ （_____）

同理：_____

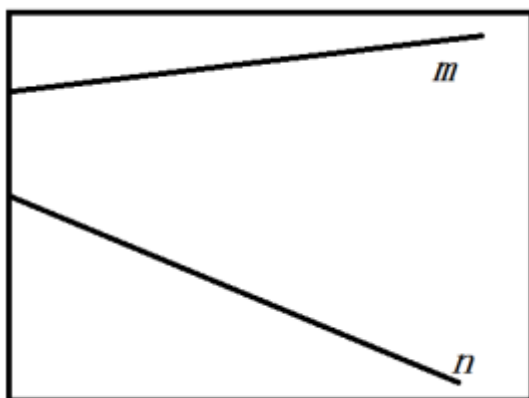
$$\therefore IQ = IR$$

$$\text{又} \because IQ \perp AC, IR \perp AB$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \quad (\underline{\hspace{2cm}})$$

(3) 根据上述结论，完成下述作图任务：

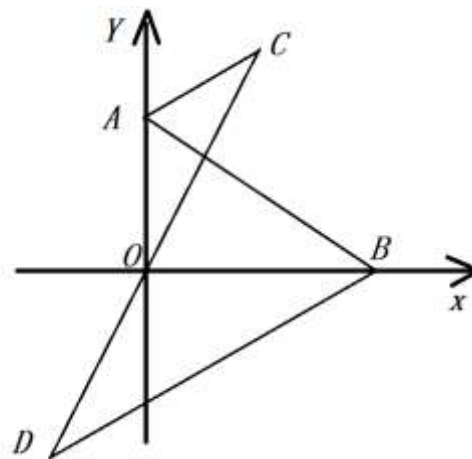
如图，有一张矩形纸片，上面画有一个角的两边 m, n ，但是这个角的顶点 P 在纸片的外部，试在纸片上作出 $\angle P$ 的平分线。（要求：尺规作图，不得折纸，不得超出矩形纸片，保留作图痕迹，不必写作法）



26. 在平面直角坐标系中，点 $A(0,6)$ ， $B(8,0)$ ， $AB=10$ ，如图作 $\angle DBO = \angle ABO$ ， $\angle CAY = \angle BAO$ ，直线 CD 过点 O 。

(1) 写出线段 AC 、 BD 的关系；

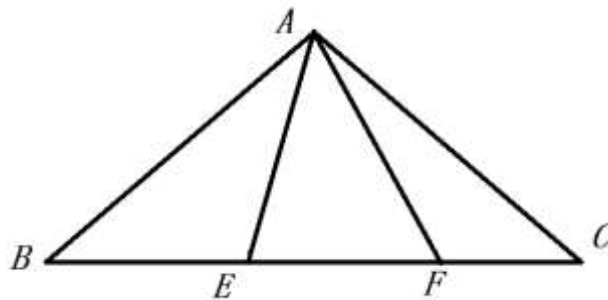
(2) 动点 P 从 A 出发，沿 $A \rightarrow O \rightarrow B$ 路线运动，速度为 1，到 B 点处停止；动点 Q 从 B 出发，沿 $B \rightarrow O \rightarrow A$ 运动，速度为 2，到 A 点处停止。二者同时开始运动，都要到达相应的终点才能停止。在某时刻，作 $PE \perp CD$ 于点 E ， $QF \perp CD$ 于点 F 。问两动点运动多长时间时 $\triangle OPE$ 与 $\triangle OQF$ 全等？



B 卷

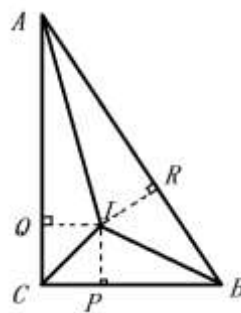
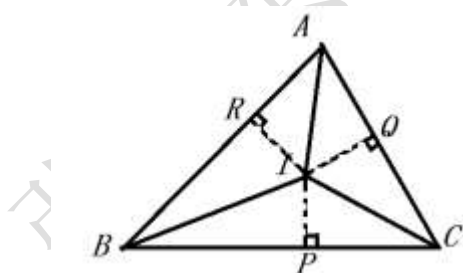
1. 已知 n 是整数，且 $|n^2 + 2n - 224|$ 是质数，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 如图， $\triangle ABC$ 中 $AB = AC$ ， $\angle B = \angle C = 40^\circ$ ；点 E 、 F 在 BC 边上， $\angle AEF = 70^\circ$ ， $\angle AFE = 60^\circ$ ；求线段 BE 、 EF 、 CF 围成的三角形的各内角度数.



3. 在笔直的公路上，一只老虎想捕获距离它 14 米远的一只兔子. 老虎跑 5 步的距离，兔子要跑 9 步；老虎跑 3 步的时间，兔子能跑 4 步. 问老虎能否追上兔子. 如果能追上，求老虎跑多远追上；如果不能追上，叙述理由.

4. 我们在 A 卷 25 题中证明了“三角形的三条角平分线交于一点”，这点 I 叫做 $\triangle ABC$ 的内心，显然内心 I 到三角形三边的距离相等，这个距离叫做三角形的“内切圆半径”，记作 r ，下面我们来讨论 r 的求法.



(1) 已知，如左图， $\triangle ABC$ 的三边长 $AB=c$ ， $AC=b$ ， $BC=a$ ，面积为 S ，则

$$S = S_{\triangle IAB} + S_{\triangle IBC} + S_{\triangle IAC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore r = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{用 } a, b, c, S \text{ 表示})$$

(2) 特别地，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 $\angle ACB=90^\circ$ ；如右图，(1) 中结论仍然成立，而 $S = \frac{ab}{2}$

故 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ (用 a, b, c 表示)，记作①式；

另外，容易证明四边形 $IPCQ$ 为正方形，即 $CP=CQ=r$ ，所以可以得到 r 的另一种表达方式 $r=$ _____（用 a 、 b 、 c 表示），记作②式；

由上述①式②式相等，请继续推倒直角三角形中 a 、 b 、 c 的关系。

解：

数学试卷答案

A 卷

一、选择（每小题 3 分，共 30 分）

1. C 2. C 3. A 4. D 5. C 6. B 7. A 8. D 9. A 10. A

二、填空（每小题 4 分，共 24 分）

11. $x < 8$; $x \leq 0$ 且不等于 -3 12. $-50+1=-49$ 13. 12 14. ± 6 15. 5:3, 8:3

16. 三边分别相等的两个三角形全等

三、解答（共 46 分）

17. 因式分解：(1) x^2y-4y (2) $-x^3+x(2x-1)$

$$=x^2y-4y \quad =-x^3+2x^2-x$$

$$=y(x^2-4) \quad =-x(x^2-2x+1)$$

$$=y(x+2)(x-2) \quad =-x(x-1)^2$$

18. 分式化简：

$$(1) \frac{-3ab}{4x^2y} \div \frac{21b}{10xy}$$

$$= \frac{-3ab}{4x^2y} \cdot \frac{10xy}{21b}$$

$$= -\frac{5a}{14x}$$

$$(2) \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{2}{x^2-3xy+2y^2}$$

$$= \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{2}{(x-y)(x-2y)}$$

$$= \frac{x-2y}{(x-y)^2(x-2y)} + \frac{2(x-y)}{(x-y)^2(x-2y)}$$

$$= \frac{3x-4y}{(x-y)^2(x-2y)}$$

$$19. \text{解: } \frac{1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} = 2 - \frac{1-x}{(x+2)(x-2)}$$

方程两边同乘以 $(x+2)(x-2)$ ，去分母得：

$$(x+2) + 2x(x-2) = 2(x+2)(x-2) - (1-x)$$

$$\text{解得: } x = \frac{11}{4}$$

10/14

$$\text{检验: 把 } x = \frac{11}{4} \text{ 代入 } (x+2)(x-2) = \left(\frac{11}{4}+2\right)\left(\frac{11}{4}-2\right) \neq 0$$

$$\therefore x = \frac{11}{4} \text{ 是方程的解}$$

$$(2) \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-3} = \frac{4}{9}$$

解：解法1: $\left(\frac{3}{2}\right)^{3(x-1)} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{(2x-3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ 解法2: $\frac{27^{x-1}}{8^{x-1}} \times \frac{2^{2x-3}}{3^{2x-3}} = \frac{4}{9}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3(x-1)} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{(2x-3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3(x-1)+(2x-3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$-3(x-1) + (2x-3) = 2$$

解得: $x = -2$

$$\frac{3^{3(x-1)}}{2^{3(x-1)}} \times \frac{2^{2x-3}}{3^{2x-3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\therefore \frac{3^x}{2^x} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\therefore \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

$$\therefore x = -2$$

20. 先化简，再求值: $\left(\frac{a^2+1}{a}-2\right) \div \frac{(a+2)(a-1)}{a^2+2a}$ ，其中 $a^2-4=0$.

解: $\left(\frac{a^2+1}{a}-2\right) \div \frac{(a+2)(a-1)}{a^2+2a} = \frac{(a-1)^2}{a} \times \frac{a(a+2)}{(a+2)(a-1)} = a-1$

$\because a^2-4=0 \quad \therefore a = \pm 2$. 又依题意可知, $a \neq -2$, $\therefore a = 2$

当 $a = 2$ 时, 原式=1

21. 思路: 先证明 $\triangle DOP \cong \triangle EOP$ (HL 或 AAS) (或利用三角形外角或内角和得出 $\angle DPF = \angle EPF$)

再证明 $\triangle DOF \cong \triangle EOF$ 或 $\triangle DPF \cong \triangle EPF$.

22. 设 B 型机器人每小时搬运 x kg, 则 A 型机器人每小时搬运 $(x+30)$ kg.

依题意列方程得: $\frac{900}{x+30} = \frac{600}{x}$

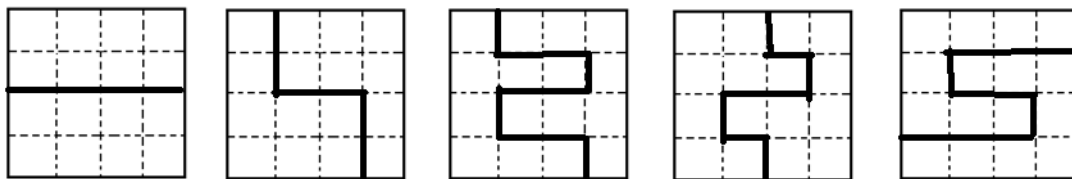
解得: $x=60$

经检验 $x=60$ 是原方程的根且符合题意

当 $x=60$ 时, $x+30=90$.

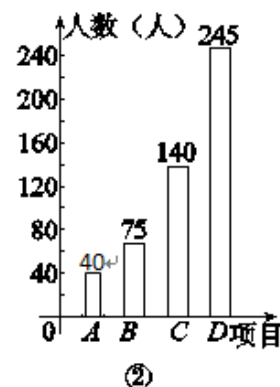
答：A 型机器人每小时搬运 90kg，B 型机器人每小时搬运 60kg

23. 答案不唯一：如



24. (1) 500 (2) 如右图 (3) 54

(4) $\frac{245}{500} \times 3600 = 1764(\text{人})$ (建议答案不唯一)

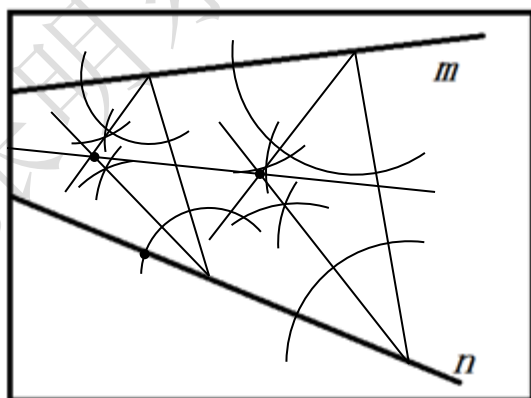


25. (1) $\angle BAC$ 的平分线

(2) 角的平分线上的点，到角两边的距离相等； $IP=IQ$; IA 是 $\angle BAC$ 的平分线

(在角的内部到角两边的距离相等的点在角的平分线上)

(3)



26. (1) $AC \parallel BD, AC = BD - 10$

(2) 设运动的时间为 t 秒

(i) 当点 P、Q 分别在 y 轴、x 轴上时 $PO=QO$ 得： $6-t=8-2t$ ，解得 $t=2$ （秒）

(ii) 当点 P、Q 都在 y 轴上时 $PO=QO$ 得： $6-t=2t-8$ ，解得 $t=\frac{14}{3}$ （秒）

(iii) 当点 P 在 x 轴上，Q 在 y 轴时若二者都没有提前停止，则 $PO=QO$ 得： $t-6=2t-8$ ，解得 $t=2$ （秒）不合题意；当点 Q 提前停止时，有 $t-6=6$ ，解得 $t=12$ （秒）

综上所述：当两动点运动时间为 2、 $\frac{14}{3}$ 、12 秒时， $\triangle OPE$ 与 $\triangle OQF$ 全等。

B 卷

1. 15、-15、13、-17（提示如下）

$$n^2 + 2n - 224 = n^2 + 2n + 1 - 225 = (n+1)^2 - 15^2 = (n+16)(n-14)$$

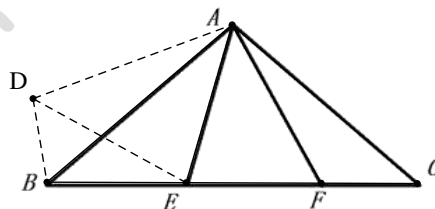
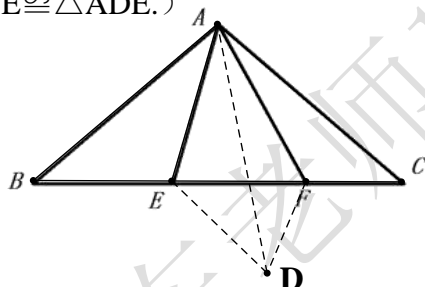
$\therefore |n^2 + 2n - 224|$ 为质数，

当 $n+16=1$ ， $n=-15$ ，则 $n-14=-29$ ；当 $n-14=1$ ， $n=15$ ，则 $n+16=31$ ；

当 $n+16=-1$ ， $n=-17$ ，则 $n-14=-31$ ；当 $n-14=-1$ ， $n=13$ ，则 $n+16=29$ 。

$\therefore n$ 的值为 -15、15、13、-17。

2. 40° ， 60° ， 80° （方法 1 提示：如图 1，把 $\triangle ACF$ 沿 AF 翻折 180° ，再证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADE$ 。）



（方法 2 提示：如图 2，把 $\triangle ACF$ 绕点 A 顺时针旋转 $\angle BAC$ 度数，再证明 $\triangle ADE \cong \triangle AFE$ 。）

3. 解：（1）设老虎跑 5 步的距离为 am ，跑 3 步的时间为 ts ，则

$$\text{老虎的速度 } v_1 = \frac{a}{5} \div \frac{t}{3} = \frac{3a}{5t} \text{ (m/s)}, \text{ 兔子的速度为 } v_2 = \frac{a}{9} \div \frac{t}{4} = \frac{4a}{9t} \text{ (m/s)},$$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{3a}{5t} \div \frac{4a}{9t} = \frac{27}{20} > 1,$$

$$\therefore v_1 > v_2,$$

所以，老虎可以追上兔子；

答：老虎能追上兔子；

(2) 设老虎追上兔子时，老虎跑过的路程为 x m，时间为 t ，则兔子跑过的路程为 $(x-14)$ m。根据题意，得

$$\frac{x}{x-14} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{27}{20},$$

解之得， $x=54$ ，

经检验， $x=54$ 是原方程的解。

答：要追上兔子，老虎要跑 54m。

$$4. (1) \frac{1}{2}(a+b+c)r, \frac{2S}{a+b+c} \quad (2) r = \frac{ab}{a+b+c}, \quad r = \frac{a+b-c}{2}$$

$$\frac{ab}{a+b+c} = \frac{a+b-c}{2}, (a+b+c)(a+b-c) = 2ab$$

$$(a+b)^2 - c^2 = 2ab \therefore a^2 + b^2 = c^2$$