

## 北京三帆中学 2015-2016 学年度第一学期期中考试试卷

## 初二 数学

班级\_\_\_\_\_ 分层班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

## 一、 选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 下列等式成立的是（ ）.

A.  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{4}{9}$

B.  $\frac{-a+b}{c} = -\frac{a+b}{c}$

C.  $0.00061 = 6.1 \times 10^{-5}$

D.  $\frac{-a-b}{-a+b} = \frac{a+b}{a-b}$

2. 化简  $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$  的结果是（ ）.

A.  $\frac{m}{m+3}$

B.  $-\frac{m}{m+3}$

C.  $\frac{m}{m-3}$

D.  $\frac{m}{3-m}$

3. 根据下列已知条件，能唯一画出  $\triangle ABC$  的是（ ）.

A.  $AB=3, BC=4, AC=8$

B.  $AB=4, BC=3, \angle A=30^\circ$

C.  $\angle A=60^\circ, \angle B=45^\circ, AB=4$

D.  $\angle C=90^\circ, AB=6$

4. 把多项式  $x^2+mx-35$  分解因式为  $(x-5)(x+7)$ ，则  $m$  的值是（ ）.

A. 2

B. -2

C. 12

D. -12

5. 若分式方程  $\frac{3x}{x+1} = \frac{m}{x+1} + 2$  无解，则  $m$  的值为（ ）.

A. -1

B. -3

C. 0

D. -2

6. 已知三角形的两边长分别为 5 和 7，则第三边上的中线长  $x$  的范围是（ ）.

A.  $2 < x < 12$

B.  $5 < x < 7$

C.  $1 < x < 6$

D. 无法确定

7. 甲、乙两班学生植树造林，已知甲班每天比乙班多植 5 棵树，甲班植 80

棵树所用的天数与乙班植 70 棵树所用的天数相等，若设乙班每天植树  $x$  棵，则根据题意列出方程是（ ）。

- A.  $\frac{80}{x-5} = \frac{70}{x}$       B.  $\frac{80}{x} = \frac{70}{x+5}$       C.  $\frac{80}{x+5} = \frac{70}{x}$       D.  $\frac{80}{x} = \frac{70}{x-5}$

8. 小明同学在学习了全等三角形的相关知识后发现，只用两把完全相同的长方形直尺就可以作出一个角的平分线。如图 1：一把直尺压住射线  $OB$ ，另一把直尺压住射线  $OA$  并且与第一把直尺交于点  $P$ ，小明说：“射线  $OP$  就是  $\angle BOA$  的角平分线。”他这样做的依据是（ ）。

- A. 角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上  
B. 角平分线上的点到这个角两边的距离相等  
C. 三角形三条角平分线的交点到三条边的距离相等  
D. 以上均不正确

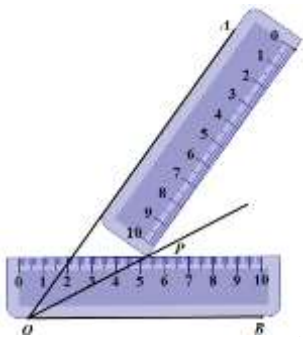


图 1

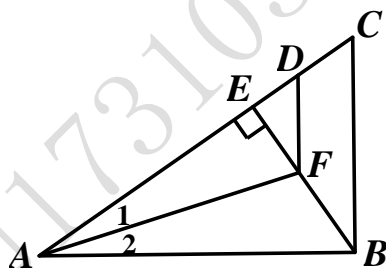


图 2

9. 如图 2， $\triangle ABC$  中， $AB \perp BC$ ， $BE \perp AC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AD = AB$ ，则下列结论不正确的是（ ）。

- A.  $BF = DF$       B.  $\angle 1 = \angle EFD$       C.  $BF > EF$       D.  $FD \parallel BC$

10. 已知  $x = a^2 + b^2 + 20$ ， $y = 4(2b - a)$ ， $x$ 、 $y$  的大小关系是（ ）。

- A.  $x < y$       B.  $x > y$       C.  $x \leq y$       D.  $x \geq y$

## 二、填空题（本题共 16 分，每题 2 分）

11. 如图 3, 已知  $AB \perp BD$ ,  $AB \parallel ED$ ,  $AB=ED$ , 要证明  $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ , 若以 “SAS” 为依据, 还要添加的条件为 \_\_\_\_\_; 若添加条件  $AC=EC$ , 则可以用 \_\_\_\_\_ 方法判定全等.

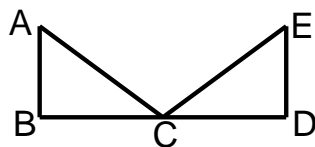


图 3

12. 当  $x=$  \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{4-x}{x-3}$  无意义; 当  $x=$  \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{|x|-9}{x+9}$  的值等于零.
13. 计算:  $2014 + 2014^2 - 2015^2 =$  \_\_\_\_\_.

分层班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

14. 轮船在静水中的速度是  $a$  千米/时, 水流速度是  $b$  千米/时, 则逆流航行 10 千米所用时间为 \_\_\_\_\_ 小时.

15. 已知:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$ , 则  $\frac{ab}{3a-ab+3b} =$  \_\_\_\_\_.

16. 如图 4,  $AE=AF$ ,  $AB=AC$ ,  $\angle A=60^\circ$ ,  $\angle B=24^\circ$ , 则  $\angle AEC=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

17. 如图 5, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  为  $BC$  上一点,  $E$ 、 $F$  两点分别在边  $AB$ 、 $AC$  上, 若  $BE=CD$ ,  $BD=CF$ ,  $\angle B=\angle C$ ,  $\angle A=50^\circ$ , 则  $\angle EDF=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

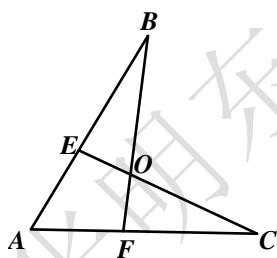
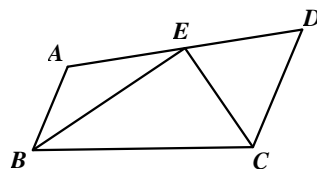
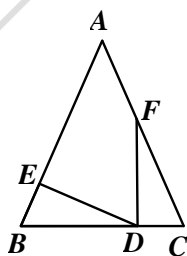


图 4



18. 如图 6, 四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ , 点  $E$  是边  $AD$  上的点,  $BE$  平分  $\angle ABC$ ,

$CE$  平分  $\angle BCD$ ，有下列结论：①  $AD=AB+CD$ ，②  $E$  为  $AD$  的中点，  
③  $BC=AB+CD$ ，④  $BE \perp CE$ ，其中正确的有\_\_\_\_\_。（填序号）

### 三、分解因式（本题共 16 分，每小题 4 分）

19.  $a^4 - a^2b^2$

20.  $4x^3 + 4x^2y + xy^2$

21.  $x^2 + 4x - 21$

22.  $x^2 - y^2 + 2y - 1$

### 四、（本题共 8 分，每小题 4 分）

23. 计算  $\left(-\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{a^2}\right)^2 \div (-2ab)^2$

24. 解方程  $\frac{3}{2x-2} - \frac{1}{x-1} = 3$

解：

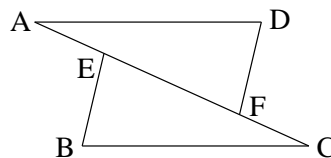
解：

### 五、解答题（本题共 30 分，第 25—27 题每题 5 分，28 题 7 分，29 题 8 分）

25. 已知：如图，点  $A, E, F, C$  在同一条直线上， $DF=BE$ ， $\angle B=\angle D$ ， $AD \parallel BC$ 。

求证：  $AE=CF$ .

证明：



分层班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_

26. 先化简再求值：已知  $a^2+2a-1=0$ ，求  $\left(\frac{a-2}{a^2+2a}-\frac{a-1}{a^2+4a+4}\right)\div\frac{a-4}{a+2}$  的值.

解：

27. 请看下面的问题：把  $x^4+4$  分解因式

分析：这个二项式既无公因式可提，也不能直接利用公式，怎么办呢？

19 世纪的法国数学家苏菲·热门抓住了该式只有两项，而且属于平方和

$(x^2)^2 + (2)^2$  的形式，要使用公式就必须添一项  $4x^2$ ，随即将此项  $4x^2$  减去，即

可得  $x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

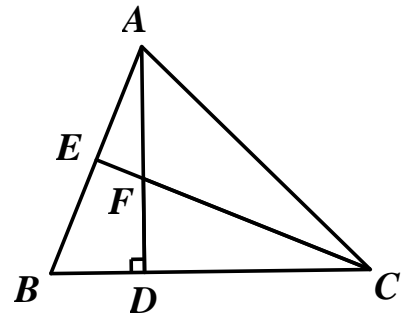
人们为了纪念苏菲·热门给出这一解法，就把它叫做“热门定理”，请你依照苏菲·热门的做法，将下列各式因式分解。

(1)  $x^4 + 4y^4$

(2)  $x^2 - 2ax - b^2 - 2ab$

28. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AD \perp BC$  于  $D$ ， $CE$  平分  $\angle ACB$  分别交  $AB$ 、 $AD$  于  $E$ 、 $F$  两点，且  $BD = FD$ ， $AB = CF$ 。求证：(1)  $CE \perp AB$ ；(2)  $AE = BE$ 。

证明：(1)



(2)

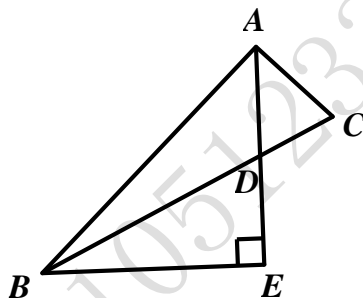
分层班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_

29. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 3AC$ ， $AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $BE \perp AD$ 交 $AD$ 的延长线于点 $E$ . 设 $\triangle ACD$ 的面积是 $S$ .

(1) 求 $\triangle ABD$ 的面积；

(2) 求证： $AD = DE$ ；

(3) 探究 $BE - AC$ 和 $BD - CD$ 之间的大小关系并证明你的结论.



### 附加卷

(本卷共 10 分，第 1、2 题每题 2 分，第 3 题 6 分)

1. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足  $a-b=8$ ， $ab+c^2+16=0$ ，则  $2a+b+c$  的值等于\_\_\_\_\_.

2. 已知  $a+x^2=2013$ ， $b+x^2=2014$ ， $c+x^2=2015$ ，且  $abc=6048$ ，则

$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$  的值等于\_\_\_\_\_.

3. 如图所示，在平面直角坐标系  $xoy$  中， $\triangle ABC$  的顶点  $B$  是  $y$  轴正半轴上一个定点， $D$  是  $BO$  的中点. 点  $C$  在  $x$  轴上， $A$  在第一象限，且满足  $AB=AO$ ， $N$  是  $x$  轴负半轴上一点， $\angle BCN = \angle BAO = \alpha$ .

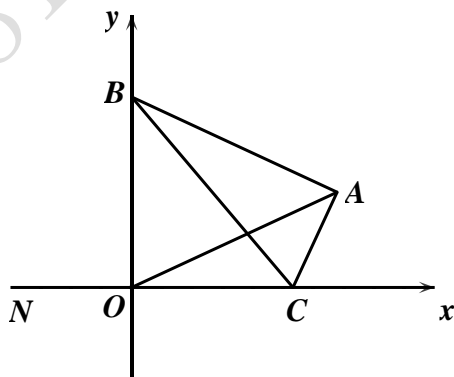
(1) 当点  $C$  在  $x$  轴正半轴上移动时，求  $\angle BCA$ ；(结果用含  $\alpha$  的式子表示)

(2) 当某一时刻  $A(20,17)$  时，求  $OC+BC$  的值；

(3) 当点  $C$  沿  $x$  轴负方向移动且与点  $O$  重合时， $\alpha =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ ，此时以  $AO$

为斜边在坐标平面内作一个  $Rt\triangle AOE$  ( $E$  不与  $D$  重合)，则  $\angle AED$  的度数的所有可能值有\_\_\_\_\_。(直接写出结果)

解：





# 北京三帆中学 2015-2016 学年度第一学期期中考试试卷

## 初二 数学 参考答案

班级\_\_\_\_\_ 分层班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

### 一、 选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 下列等式成立的是（ D ）.

A.  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{4}{9}$

B.  $\frac{-a+b}{c} = -\frac{a+b}{c}$

C.  $0.00061 = 6.1 \times 10^{-5}$

D.  $\frac{-a-b}{-a+b} = \frac{a+b}{a-b}$

2. 化简  $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$  的结果是（ B ）.

A.  $\frac{m}{m+3}$

B.  $-\frac{m}{m+3}$

C.  $\frac{m}{m-3}$

D.  $\frac{m}{3-m}$

3. 根据下列已知条件，能唯一画出  $\triangle ABC$  的是（ C ）.

A.  $AB=3, BC=4, AC=8$

B.  $AB=4, BC=3, \angle A=30^\circ$

C.  $\angle A=60^\circ, \angle B=45^\circ, AB=4$

D.  $\angle C=90^\circ, AB=6$

4. 把多项式  $x^2+mx-35$  分解因式为  $(x-5)(x+7)$ ，则  $m$  的值是（ A ）.

A. 2

B. -2

C. 12

D. -12

5. 若分式方程  $\frac{3x}{x+1} = \frac{m}{x+1} + 2$  无解，则  $m$  的值为（ B ）.

A. -1

B. -3

C. 0

D. -2

6. 已知三角形的两边长分别为 5 和 7，则第三边上的中线长  $x$  的范围是（ C ）.

A.  $2 < x < 12$

B.  $5 < x < 7$

C.  $1 < x < 6$

D. 无法确定

7. 甲、乙两班学生植树造林，已知甲班每天比乙班多植 5 棵树，甲班植 80

棵树所用的天数与乙班植 70 棵树所用的天数相等，若设乙班每天植树  $x$  棵，则根据题意列出方程是 ( C )。

- A.  $\frac{80}{x-5} = \frac{70}{x}$       B.  $\frac{80}{x} = \frac{70}{x+5}$       C.  $\frac{80}{x+5} = \frac{70}{x}$       D.  $\frac{80}{x} = \frac{70}{x-5}$

8. 小明同学在学习了全等三角形的相关知识后发现，只用两把完全相同的长方形直尺就可以作出一个角的平分线。如图 1：一把直尺压住射线  $OB$ ，另一把直尺压住射线  $OA$  并且与第一把直尺交于点  $P$ ，小明说：“射线  $OP$  就是  $\angle BOA$  的角平分线。”他这样做的依据是 ( A )。

- A. 角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上  
B. 角平分线上的点到这个角两边的距离相等  
C. 三角形三条角平分线的交点到三条边的距离相等  
D. 以上均不正确

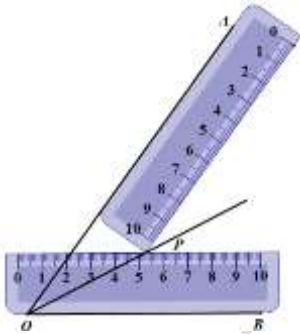


图 1

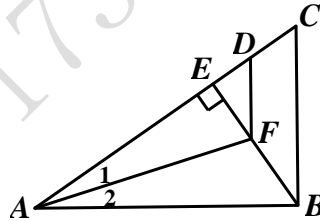


图 2

9. 如图 2， $\triangle ABC$  中， $AB \perp BC$ ， $BE \perp AC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AD = AB$ ，则下列结论不正确的是 ( B )。

- A.  $BF = DF$       B.  $\angle 1 = \angle EFD$       C.  $BF > EF$       D.  $FD \parallel BC$

10. 已知  $x = a^2 + b^2 + 20$ ， $y = 4(2b - a)$ ， $x$ 、 $y$  的大小关系是 ( D )。

- A.  $x < y$       B.  $x > y$       C.  $x \leq y$       D.  $x \geq y$

## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11. 如图，已知  $AB \perp BD$ ， $AB \parallel ED$ ， $AB = ED$ ，要证明

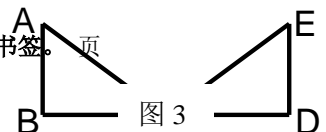


图 3

$\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ，若以“SAS”为依据，还要添加的条件为\_\_\_\_\_

$BC=CD$ ；若添加条件  $AC=EC$ ，则可以用HL方法判定全等.

12. 当  $x=$ 3 时，分式  $\frac{4-x}{x-3}$  无意义；当  $x=$ 9 时，分式  $\frac{|x|-9}{x+9}$  的值等于零.

13. 计算：  $2014 + 2014^2 - 2015^2 =$  \_\_\_\_\_  $- 2015$  \_\_\_\_\_.

14. 轮船在静水中的速度是  $a$  千米/时，水流速度是  $b$  千米/时，则逆流航行 10 千米所用时间为  $\frac{10}{a-b}$  小时.

15. 已知：  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$ ，则  $\frac{ab}{3a-ab+3b} =$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{8}$  \_\_\_\_\_.

16. 如图 4，  $AE=AF$ ，  $AB=AC$ ，  $\angle A=60^\circ$ ，  $\angle B=24^\circ$ ，则  $\angle AEC=$  96  $^\circ$ .

17. 如图 5，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  为  $BC$  上一点， $E$ 、 $F$  两点分别在边  $AB$ 、 $AC$  上，若  $BE=CD$ ， $BD=CF$ ， $\angle B=\angle C$ ， $\angle A=50^\circ$ ，则  $\angle EDF=$  65  $^\circ$ .

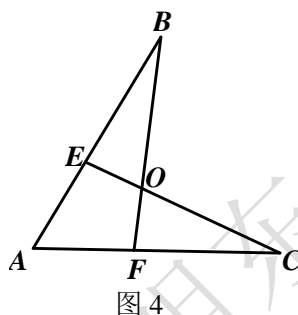


图 4

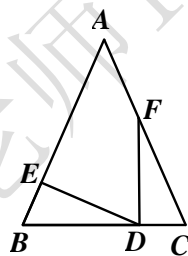


图 5

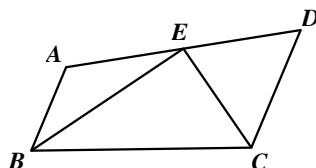


图 6

18. 如图 6，四边形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ，点  $E$  是边  $AD$  上的点， $BE$  平分  $\angle ABC$ ， $CE$  平分  $\angle BCD$ ，有下列结论：①  $AD=AB+CD$ ，②  $E$  为  $AD$  的中点，③  $BC=AB+CD$ ，④  $BE \perp CE$ ，其中正确的有 ② ③ ④。（填序号）

### 三、分解因式（本题共 16 分，每小题 4 分）

19.  $a^4 - a^2b^2$

$=a^2(a^2 - b^2) \dots\dots 2\text{分}$

$=a^2(a+b)(a-b) \dots\dots 4\text{分}$

20.  $4x^3 + 4x^2y + xy^2$

$=x(4x^2 + 4xy + y^2) \dots\dots 2\text{分}$

$=x(2x + y)^2 \dots\dots 4\text{分}$

21.  $x^2 + 4x - 21$

$= (x+7)(x-3) \dots\dots 4\text{分}$

22.  $x^2 - y^2 + 2y - 1$

$= x^2 - (y-1)^2 \dots\dots 2\text{分}$

$= (x+y-1)(x-y+1) \dots\dots 4\text{分}$

#### 四、(本题共 8 分，每小题 4 分)

23. 计算  $\left(-\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{a^2}\right)^2 \div (-2ab)^2$  24. 解方程  $\frac{3}{2x-2} - \frac{1}{x-1} = 3$

解：原式  $= \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b^2}{a^4} \div (4a^2b^2) \dots\dots 2\text{分}$

$= \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b^2}{a^4} \cdot \frac{1}{4a^2b^2}$

$= \frac{1}{4a^4b^2} \dots\dots 4\text{分}$

解：两边同乘  $2(x-1)$

$3 - 2 = 6(x-1) \dots\dots 1\text{分}$

$x = \frac{7}{6} \dots\dots 3\text{分}$

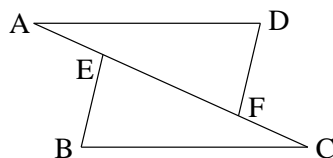
检验：当  $x = \frac{7}{6}$  时， $2(x-1) \neq 0$ ，

$\therefore$  原方程的解为  $x = \frac{7}{6} \dots\dots 4\text{分}$

#### 五、解答题(本题共 30 分，第 25—27 题每题 5 分，28 题 7 分，29 题 8 分)

25. 已知：如图，点 A、E、F、C 在同一条直线上， $DF=BE$ ， $\angle B=\angle D$ ， $AD \parallel BC$ 。

求证：  $AE=CF$ 。



证明： $\because AD \parallel BC \therefore \angle A = \angle C$  .....1分

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ \angle D = \angle B \\ DF = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE (AAS)$  .....3分

$\therefore AF = CE$  .....4分

$\therefore AF - EF = CE - EF$  即  $AE = CF$  .....5分

26. 先化简再求值：已知  $a^2 + 2a - 1 = 0$ ，求  $\left( \frac{a-2}{a^2+2a} - \frac{a-1}{a^2+4a+4} \right) \div \frac{a-4}{a+2}$  的值.

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \left[ \frac{a-2}{a(a+2)} - \frac{a-1}{(a+2)^2} \right] \cdot \frac{a+2}{a-4} \\ &= \frac{a^2-4-a(a-1)}{a(a+2)^2} \cdot \frac{a+2}{a-4} \dots\dots\dots 1\text{分} \\ &= \frac{1}{a(a+2)} \dots\dots\dots 3\text{分} \\ &= \frac{1}{a^2+2a} \end{aligned}$$

$$\because a^2 + 2a - 1 = 0, \therefore a^2 + 2a = 1$$

$$\therefore \text{原式} = 1 \dots\dots\dots 5\text{分}$$

27. 请看下面的问题：把  $x^4+4$  分解因式

分析：这个二项式既无公因式可提，也不能直接利用公式，怎么办呢？  
19 世纪的法国数学家苏菲·热门抓住了该式只有两项，而且属于平方和  $(x^2)^2 + (2)^2$  的形式，要使用公式就必须添一项  $4x^2$ ，随即将此项  $4x^2$  减去，即可得  $x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$   
人们为了纪念苏菲·热门给出这一解法，就把它叫做“热门定理”，请你依照苏菲·热门的做法，将下列各式因式分解.  $x^4 + 4y^4$ ; (2)  $x^2 - 2ax - b^2 - 2ab$ .

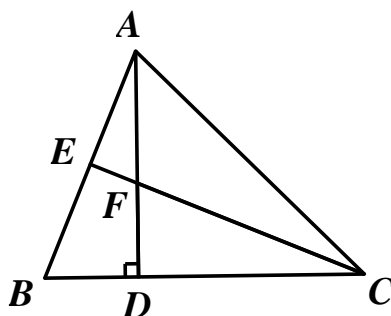
解：(1)  $x^4 + 4y^4 = x^4 + 4x^2y^2 + 4y^2 - 4x^2y^2 \dots\dots\dots 1$  分  
 $= (x^2 + 2y^2)^2 - 4x^2y^2$   
 $= (x^2 + 2y^2 + 2xy)(x^2 + 2y^2 - 2xy) \dots\dots\dots 2$  分

(2)  $x^2 - 2ax - b^2 - 2ab$ ,  
 $= x^2 - 2ax + a^2 - a^2 - b^2 - 2ab, \dots\dots\dots 3$  分  
 $= (x - a)^2 - (a + b)^2$   
 $= (x - a + a + b)(x - a - a - b) \dots\dots\dots 4$  分  
 $= (x + b)(x - 2a - b) \dots\dots\dots 5$  分

28. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AD \perp BC$  于  $D$ ， $CE$  平分  $\angle ACB$  分别交  $AB$ 、 $AD$  于  $E$ 、 $F$  两点，且  $BD = FD$ ， $AB = CF$ . 求证：(1)  $CE \perp AB$ ；(2)  $AE = BE$ .

证明：(1)  $\because AD \perp BC$  于  $D$   
 $\therefore \angle ADB = \angle CDF = 90^\circ \dots\dots\dots 1$  分  
 在  $Rt\triangle ADB$  和  $Rt\triangle CDF$  中，  

$$\begin{cases} AB = CF \\ BD = DF \end{cases}$$
  
 $\therefore Rt\triangle ADB \cong Rt\triangle CDF$  (HL)  $\dots\dots\dots 2$  分  
 $\therefore \angle BAD = \angle DCF \dots\dots\dots 3$  分  
 在  $\triangle AEF$  和  $\triangle CDF$  中，  
 $\angle EAF = \angle DCF$ ， $\angle AFE = \angle CFD$ ，  
 $\therefore \angle AEC = \angle CDF = 90^\circ$   
 $\therefore CE \perp AB \dots\dots\dots 4$  分  
 (2)  $\because CE$  平分  $\angle ACB$



$\therefore \angle ACE = \angle BCE$  ..... 5 分

又  $\because CE \perp AB$

$\therefore \angle AEC = \angle BEC = 90^\circ$

在  $\triangle ACE$  和  $\triangle BCE$  中,

$$\begin{cases} \angle ACE = \angle BCE \\ CE = CE \\ \angle AEC = \angle BEC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCE$  (ASA) ..... 6 分

$\therefore AE = BE$  ..... 7 分

29. 已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 3AC$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $BE \perp AD$  交  $AD$  的延长线于点  $E$ . 设  $\triangle ACD$  的面积是  $S$ .

(1) 求  $\triangle ABD$  的面积;

(2) 求证:  $AD = DE$ ;

(3) 探究  $BE - AC$  和  $BD - CD$  之间的大小关系并证明你的结论.

解: (1) 过  $D$  作  $DM \perp AB$  于  $M$ ,  $DN \perp AC$  于  $N$ .

$\because AD$  平分  $\angle BAC$

$\therefore DM = DN$  ..... 1 分

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot DM, S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot DN$$

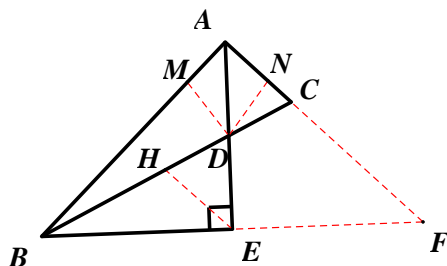
$$AB = 3AC$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = 3S_{\triangle ACD} = 3S \text{ ..... 2 分}$$

(2) 延长  $AC$ 、 $BE$  交于点  $F$

可证得:

$\triangle ABE \cong \triangle AFE$  (ASA) ..... 3 分



$$\therefore AB=AF=3AC, \quad BE=EF$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = 3S_{\triangle ABC}$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = 3S \quad \therefore S_{\triangle ABC} = 4S \quad \therefore S_{\triangle ABF} = 12S$$

$$\text{又} \because BE = EF$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEF} = \frac{12S}{2} = 6S \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle ABD} = 3S = S_{\triangle ABD}$$

$$\therefore AD = DE \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

(3) 在  $BD$  上截取  $DH=CD$ ,

则可证得:  $\triangle ADC \cong \triangle EDH(SAS) \dots\dots\dots 7 \text{分}$

$$\therefore AC=EH$$

在  $\triangle BEH$  中,  $BE-EH < BH$

$$\therefore BE-AC < BD-DH$$

$$\text{即 } BE-AC < BD-CD \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

### 附加卷

(本卷共 10 分, 第 1、2 题每题 2 分, 第 3 题 6 分)

1. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足  $a-b=8$ ,  $ab+c^2+16=0$ , 则  $2a+b+c$  的值等于 4.

2. 已知  $a+x^2=2013$ ,  $b+x^2=2014$ ,  $c+x^2=2015$ , 且  $abc=6048$ , 则

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \text{ 的值等于 } -\frac{1}{2016}.$$

3. 如图所示, 在平面直角坐标系  $xoy$  中,  $\triangle ABC$  的顶点  $B$  是  $y$  轴正半轴上一个定点,  $D$  是  $BO$  的中点. 点  $C$  在  $x$  轴上,  $A$  在第一象限, 且满足  $AB=AO$ ,  $N$  是  $x$  轴负半轴上一点,  $\angle BCN=\angle BAO=\alpha$ .

(1) 当点  $C$  在  $x$  轴正半轴上移动时, 求  $\angle BCA$ ; (结果用含  $\alpha$  的式子表示)

(2) 当某一时刻  $A(20,17)$  时, 求  $OC+BC$  的值;

(3) 当点  $C$  沿  $x$  轴负方向移动且与点  $O$  重合时,  $\alpha = \underline{\quad\quad}^\circ$ , 此时以  $AO$

为斜边在坐标平面内作一个  $Rt\triangle AOE$  ( $E$  不与  $D$  重合), 则  $\angle AED$  的度数的所有可能值有                                 . (直接写出结果)

解: (1) 过  $A$  分别作  $AM \perp BC$  于  $E$ ,  $AF \perp x$  轴于  $F$ , 则  $\angle AMB = \angle AFO = 90^\circ$



在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle AOF$ 中,

$$\begin{cases} \angle AMB = \angle AFO \\ \angle ABM = \angle AOF \\ AB = AO \end{cases} \therefore \triangle ABM \cong \triangle AOF \text{ (AAS)}$$

$$\therefore \angle BCA = \frac{1}{2} \angle BCF$$
$$\therefore \angle BCN = \alpha, \therefore \angle BCM = 180^\circ - \alpha \therefore \angle BCA = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2)  $\because \triangle ABM \cong \triangle AOF, \triangle ACM \cong \triangle ACF \therefore BM = OF, CM = CF$

$$\therefore OC+BC=OC+BM+CM \quad \therefore OC+BC=OC+OF+CF=2OF$$

$\therefore A(20, 17), \therefore OF=20 \therefore OC+BC=40 \dots\dots\dots 4$  分

(3)  $\alpha=90^\circ$  ,  $\angle AED=45^\circ$  或  $135^\circ$  .....6分

