

2016-2017 学年度第二学期

北京汇文中学期中考试

初二数学

第一部分 (共 100 分)

一、选择题 (请将答案填写在后同的指定位置上, 共 10 道小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下列函数中是反比例函数的是 ()

A. $y = \frac{x}{3}$

B. $y = \frac{3}{x+1}$

C. $y = \frac{x^2}{2}$

D. $y = \frac{3}{2x}$

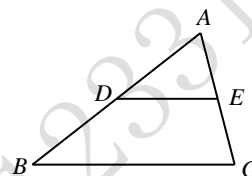
2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在 AB, AC 上, 且 $DE \parallel BC$, $AD=1, BD=2$, 那么 $\frac{AE}{AC}$ 的值为 ()

A. $1:2$

B. $1:3$

C. $1:4$

D. $2:3$

3. 将抛物线 $y = x^2$ 先向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 3 个单位长度, 得到的抛物线的表达式为 ()

A. $y = (x+2)^2 - 3$

B. $y = (x+2)^2 + 3$

C. $y = (x-2)^2 + 3$

D. $y = (x-2)^2 - 3$

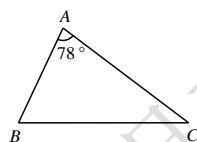
4. 反比例函数 $y = \frac{1-2m}{x}$ (m 为常数) 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m < 0$

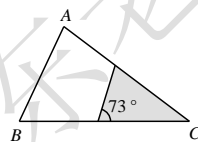
B. $m < \frac{1}{2}$

C. $m > \frac{1}{2}$

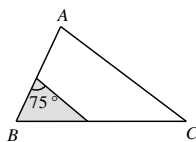
D. $m \geq \frac{1}{2}$

5. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 78^\circ$, $AB = 4$, $AC = 6$. 将 $\triangle ABC$ 沿图中的虚线剪开, 剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是 ()

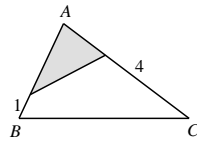
A.



B.



C.



D.

6. 关于二次函数 $y = ax^2 + b$, 下列说法中正确的是 ()A. 若 $a > 0$, 若 y 随 x 增大而增大B. $x > 0$ 时, y 随 x 增大而增大C. $a < 0$ 时, y 随 x 增大而增大D. 若 $a > 0$, 则 y 有最小值

7. 下列各组线段 (单位: cm) 中, 成比例线段的是 ()

A. 1、2、3、4

B. 1、2、2、4

C. 3、5、9、13

D. 1、2、2、3

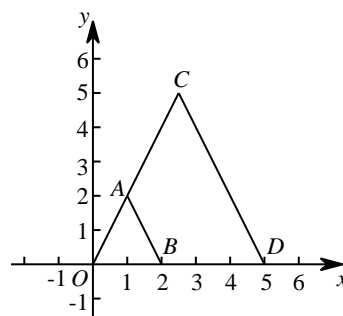
8. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A, B 分别为 $\triangle OCD$ 中边 OC, OD 上的两个点, 且 $AB \parallel CD$. 若点 $A(1, 2)$, $B(2, 0)$, $D(5, 0)$. 则点 A 的对应点 C 的坐标是 ()

A. $(2, 5)$

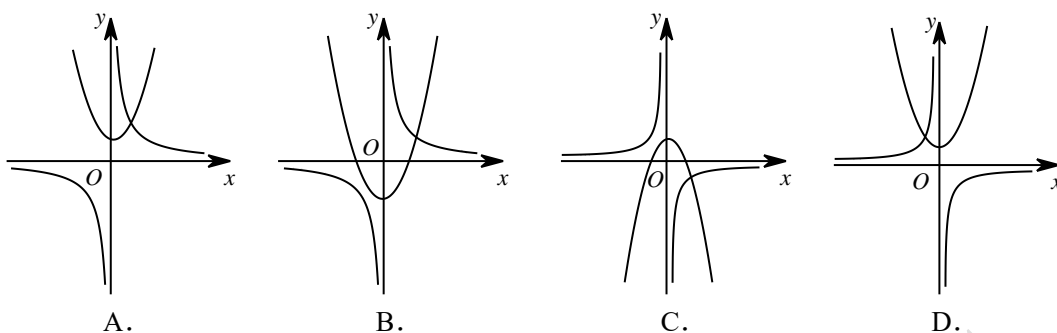
B. $(\frac{5}{2}, 5)$

C. $(3, 5)$

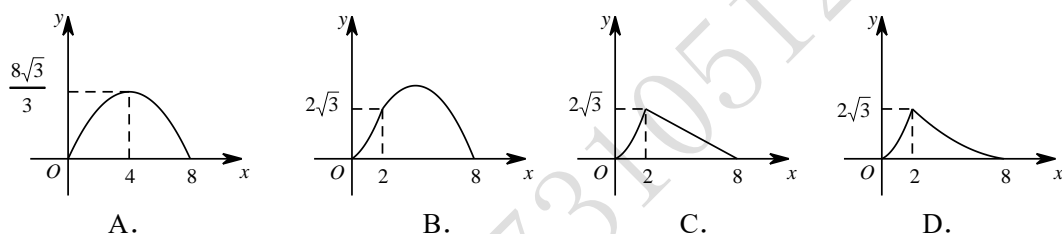
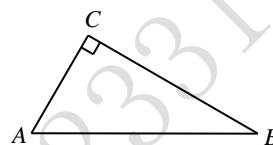
D. $(3, 6)$



9. 在同一平面直角坐标系中，函数 $y = kx^2 + k$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 的图象可能是（ ）



10. 如右图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 8$ ，点 P 是 AB 边上的一个动点，过点 P 作 $PD \perp AB$ 交直角边于点 D ，设 AP 为 x ， $\triangle APD$ 的面积为 y ，则下列图象中，能表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是（ ）



二、填空题（请将答案填写在后面的指定位置上，共 6 道小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

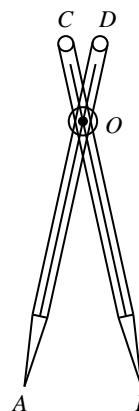
12. 把二次函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为_____.

13. 请写出一个符合以下两个条件的反比例函数的表达式：_____.

①图象位于第二、四象限；

②如果过图象上任意一点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，作 $AC \perp y$ 轴于点 C ，那么得到的矩形 $ABOC$ 的面积小于 6.

14. 如图，比例规是一种画图工具，它由长度相等的两脚 AD 和 BC 交叉构成，利用它可以把线段按一定的比例伸长或缩短，如果把比例规的两脚合上，使螺丝钉固定在刻度 3 的地方（即同时使 $OA = 3OD$ ， $OB = 3OC$ ），然后张开两脚，使 A ， B 两个端点分别在线段 l 的两个端点上，若 $CD = 3.2\text{cm}$ ，则 AB 的长为_____ cm .



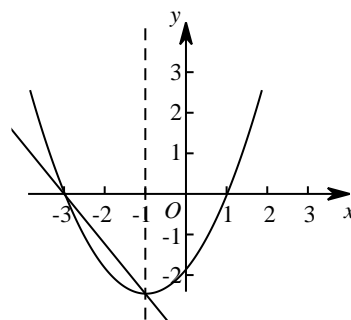
15. 已知 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \neq 0$ ，那么 $\frac{x-y+z}{x+y+z} =$ _____.

16. 已知二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 和一次函数 $y_2 = kx + n$ ($k \neq 0$) 的图象，下面有四个推断：

①二次函数 y_1 有最大值.

②二次函数 y_1 的图象关于直线 $x = -1$ 对称.

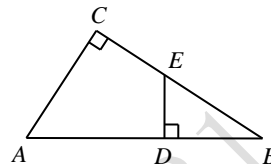
③当 $x = -2$ 时，二次函数 y_1 的值大于 0.



- ④过动点 $P(m, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线与 y_1, y_2 的图象的交点分别为 C, D ，当点 C 位于点 D 上方时， m 的取值范围是 $m < -3$ 或 $m > -1$ 。其中正确的是_____。

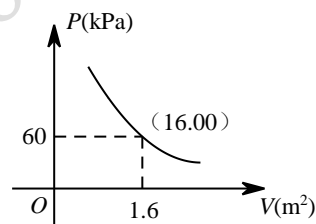
三、解答题（共 8 道小题，其中 17~20 每小题 5 分，21~24 每小题 8 分，共 52 分）

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， E 是 BC 上一点， $ED \perp AB$ ，垂足为 D 。求证： $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ 。



18. 某气球内充满了一定质量的气体，当温度不变时，气球内气体的气压 P (kPa) 是气体体积 V (m^3) 的反比例函数，其图象如图所示。

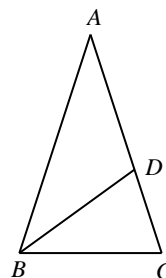
- (1) 求这个反比例函数的表达式；
- (2) 当气球内的气压大于 120kPa 时，气球将爆炸，为了安全起见，气球的体积应控制在什么范围？请根据图象，直接写出结果。



19. 已知二次函数图象的顶点坐标是 $(-3, \frac{1}{2})$ ，且图象过点 $(2, \frac{11}{2})$ ，求二次函数的解析式及其图象与 y 轴的交点坐标。

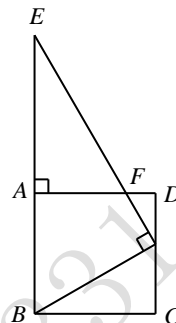
20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC$ ， BD 是 $\angle B$ 的平分线。

- (1) 求证： $AD^2 = CD \cdot AC$ ；
- (2) 若 $AC = m$ ，求 AD 的长。



21. 如图, 将一个 $\text{Rt}\triangle BPE$ 与正方形 $ABCD$ 形叠放在一起, 并使其直角顶点 P 落在线段 CD 上 (不与 C 、 D 两点重合), 斜边的一部分与线段 AB 重合.

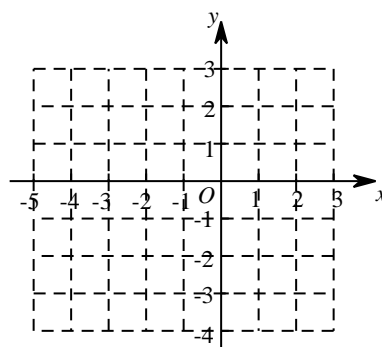
- (1) 图中与 $\text{Rt}\triangle BCP$ 相似的三角形共有_____个, 分别是_____;
- (2) 请选择第(1)问答案中的任意一个三角形, 完成该三角形与 $\triangle BCP$ 相似的证明.



22. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	...
y	...	$-\frac{5}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$...

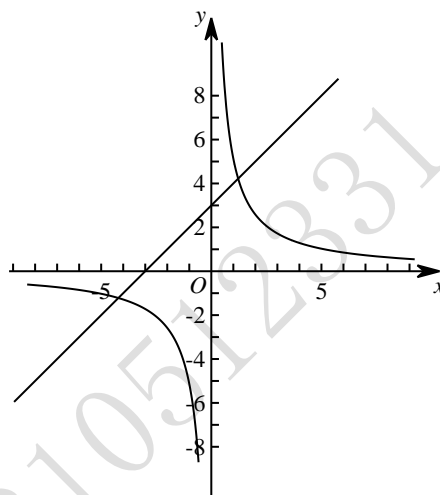
- (1) 求这个二次函数的表达式;
- (2) 在右图中画出此二次函数的图象的示意图;
- (3) 结合图象, 直接写出当 $y > 0$ 时, 自变量 x 的取值范围.



23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y_1 = \frac{m}{x}$ 的图象与一次函数 $y_2 = kx + b$ 的图

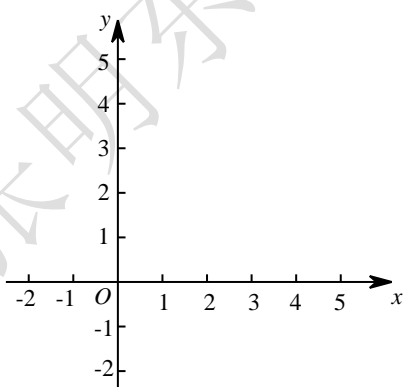
象交于点 $A(-4, -1)$ 和点 $B(1, n)$.

- (1) 求这两个函数的表达式；
- (2) 观察图象，当 $y_1 > y_2$ 时，直接写出自变量 x 的取值范围；
- (3) 如果点 C 与点 A 关于 y 轴对称，求 $\triangle ABC$ 的面积.

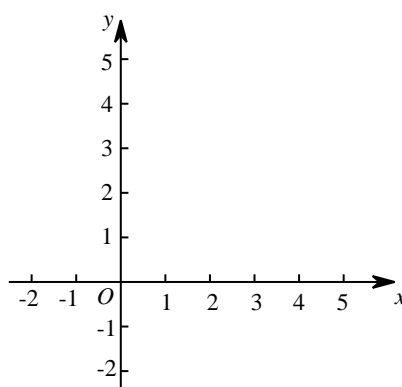


24. 若二次函数 $y = x^2 - (m+2)x + m+1$ ($m > 0$) 与 x 轴交点为 A, B (点 A 在点 B 的左边), 且两交点间的距离是 2.

- (1) 求二次函数的表达式；
- (2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点，垂直于 y 轴的直线 $y = n$ 与抛物线交于点 E, F . 若抛物线在点 E, F 之间的部分与线段 EF 所围成的区域内 (包括边界) 恰有 7 个整点，结合函数的图象，直接写出 n 的取值范围.



备用图



备用图

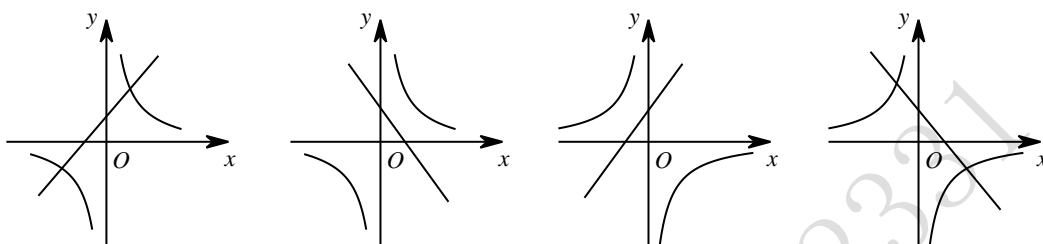
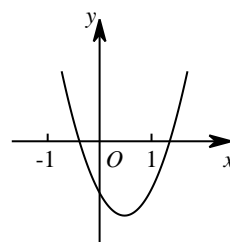
第二部分（共 30 分）

（共 8 道小题，其中 25~28 每小题 3 分，28~31 每小题 6 分，共 30 分）

25. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则一次函数

$y = bx + b^2 - 4ac$ 与反比例函数 $y = \frac{a+b+c}{x}$ 在同一坐标系内的图

象大致为（ ）

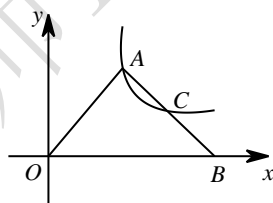


A. B. C. D.

26. 点 P 在线段 AB 上，且 $\frac{AB}{PA} = \frac{PA}{PB}$ ，若 $PB=1$ ，则 AB 的长是（ ）

A. $3+\sqrt{5}$ B. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$

27. 如图，在 $\triangle OAB$ 中， C 是 AB 的中点，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 在第一象限的图象经过 A 、 C 两点，若 $\triangle OAB$ 的面积为 6，则 k 的值为_____.

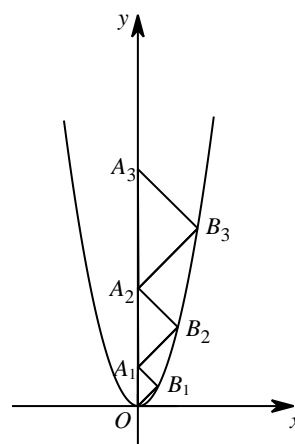


28. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 在 y 轴的正半轴上，点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ 在二次函数 $y = x^2$ 位于第一象限的图象上，若 $\triangle OB_1A_1, \triangle A_1B_2A_2, \triangle A_2B_3A_3, \dots, \triangle A_{n-1}B_nA_n$ 都是等腰直角三角形，其中 $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3 = \dots = \angle B_n = 90^\circ$ ，则：

点 B_1 的坐标为_____；

线段 A_1A_2 的长为_____；

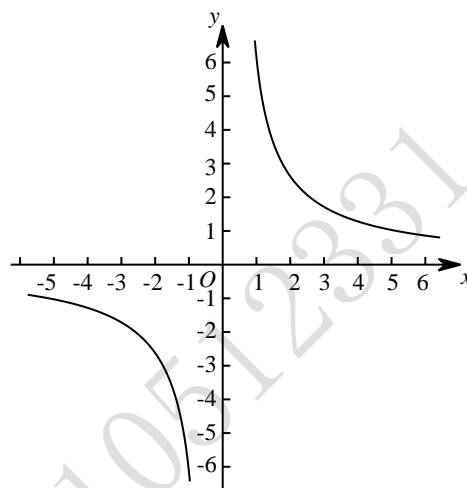
$\triangle A_{n-1}B_nA_n$ 的面积为_____.



29. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象过点 $A(6, 1)$.

(1) 求反比例函数的表达式；

(2) 过点 A 的直线与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 图象的另一个交点为 B ，与 y 轴交于点 P ，若 $AP = 3PB$ ，求点 B 的坐标.



30. 在等边 $\triangle ABC$ 中， E 是边 BC 上的一个动点（不与点 B ， C 重合）， $\angle AEF = 60^\circ$ ， EF 交 $\triangle ABC$ 外角平分线 CD 于点 F 。

(1) 如图 1，当点 E 是 BC 的中点时，请你补全图形，直接写出 $\frac{CF}{AE}$ 的值，并直接判断

AE 与 EF 的数量关系；

(2) 当点 E 不是 BC 的中点时，请在图 (2) 中补全图形，判断此时 AE 与 EF 的数量关系，并证明你的结论。

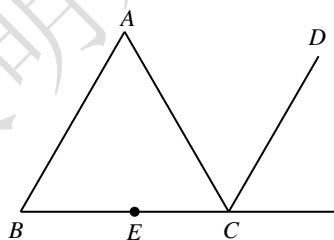


图1

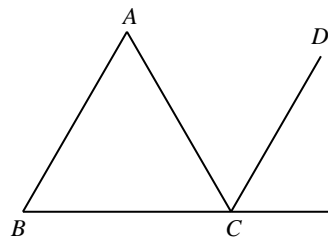


图2

31. 定义：若点 $P(a, b)$ 在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，将以 a 为二次项系数， b 为一次项系数

构造的二次函数 $y = ax^2 + bx$ 称为函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“二次派生函数”。

(1) 点 $(2, \frac{1}{2})$ 在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，则它的“二次派生函数”是_____；

(2) 若“二次派生函数” $y = ax^2 + bx$ 经过点 $(1, 2)$ ，求 a, b 的值；

(3) 若函数 $y = ax + b$ 是函数 $y = \frac{1}{x}$ 的一个“一次派生函数”，在平面直角坐标系 xOy 中，

同时画出“一次派生函数” $y = ax + b$ 和“二次派生函数” $y = ax^2 + bx$ 的图象，若只有当 $-4 < x < 1$ 时，“一次派生函数”始终大于“二次派生函数”，求点 P 的坐标。

