

昌平区 2016 年初三年级第二次统一练习

数 学 试 卷

2016. 5

学校_____ 姓名_____ 考试编号_____

- | | |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 考
生
须
知 | 1. 本试卷共 8 页，共五道大题，29 道小题，满分 120 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考试编号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回。 |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

一、选择题（共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 天安门广场位于北京市中心，南北长 880 米，东西宽 500 米，面积达 440 000 平方米，是当今世界上最大的城市广场。将 440 000 用科学记数法表示应为

A. 4.4×10^5 B. 4.4×10^4 C. 44×10^4 D. 0.44×10^6

2. 在函数 $y = \sqrt{2-x}$ 中，自变量 x 的取值范围是

A. $x > 2$ B. $x \neq 2$ C. $x < 2$ D. $x \leq 2$

3. 在下列简笔画图案中，是轴对称图形的为



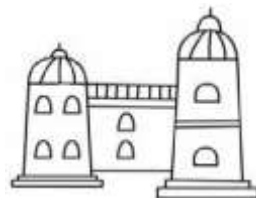
A



B



C



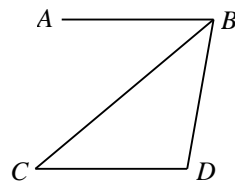
D

4. 在一个不透明的袋子里装有 3 个白球和 m 个黄球，这些球除颜色外其余都相同。若从这个袋子里任意摸出 1 个球，该球是黄球的概率为 $\frac{1}{4}$ ，则 m 等于

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 如右图， $AB \parallel CD$ ， BC 平分 $\angle ABD$ ，若 $\angle C = 40^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数为

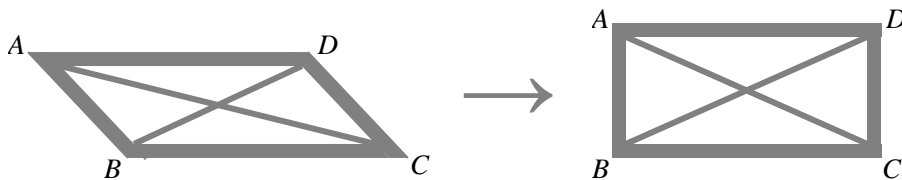
A. 90° B. 100° C. 110° D. 120°



6. 为了研究特殊四边形，李老师制作了这样一个教具（如下左图）：用钉子将四根木条钉成一个平行四边

形框架 $ABCD$ ，并在 A 与 C 、 B 与 D 两点之间分别用一根橡皮筋拉直固定。课上，李老师右手拿住木条 BC ，用左手向右推动框架至 $AB \perp BC$ （如下右图）。观察所得到的四边形，下列判断正确的是

- A. $\angle BCA = 45^\circ$ B. BD 的长度变小 C. $AC = BD$ D. $AC \perp BD$



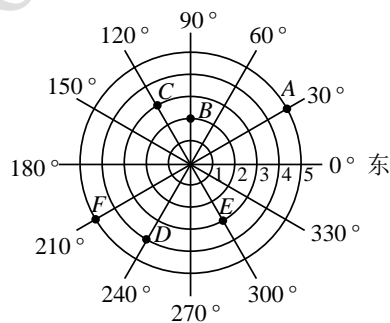
7. 在一次中学生田径运动会上，参加男子跳高的 15 名运动员的成绩如下表所示：

成绩 (m)	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人 数	1	2	4	3	3	2

这些运动员跳高成绩的中位数和众数分别是

- A. 1.65, 1.70 B. 1.70, 1.70 C. 1.70, 1.65 D. 3, 4

8. 如右图，是雷达探测器测得的结果，图中显示在点 A, B, C, D, E, F 处有目标出现，目标的表示方法为 (r, α) ，其中， r 表示目标与探测器的距离； α 表示以正东为始边，逆时针旋转后的角度。例如，点 A, D 的位置表示为 $A(5, 30^\circ)$ ， $D(4, 240^\circ)$ 。用这种方法表示点 B, C, E, F 的位置，其中正确的是



- A. $B(2, 90^\circ)$ B. $C(2, 120^\circ)$
C. $E(3, 120^\circ)$ D. $F(4, 210^\circ)$

9. 商场为了促销，推出两种促销方式：

方式①：所有商品打 8 折销售。

方式②：购物每满 100 元送 30 元现金。

杨奶奶同时选购了标价为 120 元和 280 元的商品各一件，现有四种购买方案：

方案一：120 元和 280 元的商品均按促销方式①购买；

方案二：120 元的商品按促销方式①购买，280 元的商品按促销方式②购买；

方案三：120 元的商品按促销方式②购买，280 元的商品按促销方式①购买；

方案四：120 元和 280 元的商品均按促销方式②购买。

你给杨奶奶提出的最省钱的购买方案是

- A. 方案一 B. 方案二 C. 方案三 D. 方案四

10. 如图 1，四边形 $ABCD$ 是菱形，对角线 AC, BD 相交于点 O ， $AB=2$ 厘米， $\angle BAD=60^\circ$ 。 P, Q 两点

同时从点 O 出发，以 1 厘米/秒的速度在菱形的对角线及边上运动. 设运动的时间为 x 秒， P, Q 间的距离为 y 厘米， y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则 P, Q 的运动路线可能为

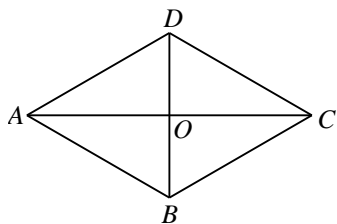


图1

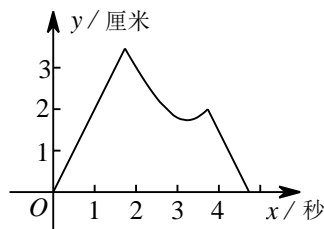


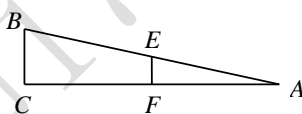
图2

- A. 点 $P: O-A-D-C$, 点 $Q: O-C-D-O$ B. 点 $P: O-A-D-O$, 点 $Q: O-C-B-O$
 C. 点 $P: O-A-B-C$, 点 $Q: O-C-D-O$ D. 点 $P: O-A-D-O$, 点 $Q: O-C-D-O$

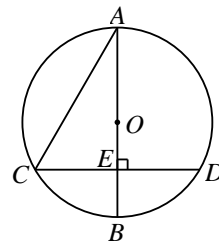
二、填空题（共 6 道小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 分解因式： $3m^2 - 6m + 3 =$ _____.

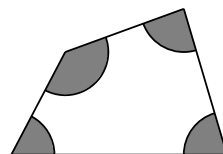
12. 如下图，小慧与小聪玩跷跷板，跷跷板支架 EF 的高为 0.4 米， E 是 AB 的中点，那么小慧能将小聪翘起的最大高度 BC 等于_____米.



13. 如右图， $\odot O$ 的直径 $AB \perp$ 弦 CD ，垂足为点 E ，连接 AC ，若 $CD = 2\sqrt{3}$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，则 $\odot O$ 的半径为_____.



14. 如右图，已知四个扇形的半径均为 1，那么图中阴影部分面积的和是_____.



15. 市运会举行射击比赛，射击队从甲、乙、丙、丁四人中选拔一人参赛. 在选拔赛中，每人射击 10 次，计算他们 10 次成绩（单位：环）的平均数及方差如下表. 根据表中提供的信息，你认为最合适的人选是_____，理由是_____.

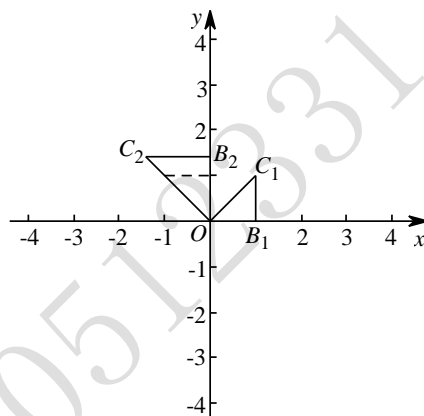
	甲	乙	丙	丁
平均数	8.3	8.1	8.0	8.2
方差	2.1	1.8	1.6	1.4

16. 已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 B_1, C_1 的坐标分别为 $(1, 0), (1, 1)$. 将 $\triangle OB_1C_1$ 绕原

点 O 逆时针旋转 90° ，再将其各边都扩大为原来的 m 倍，使 $OB_2=OC_1$ ，得到 $\triangle OB_2C_2$ ；将 $\triangle OB_2C_2$ 绕原点 O 逆时针旋转 90° ，再将其各边都扩大为原来的 m 倍，使 $OB_3=OC_2$ ，得到 $\triangle OB_3C_3$ 。如此下去，得到 $\triangle OB_nC_n$ 。

(1) m 的值为_____；

(2) 在 $\triangle OB_{2016}C_{2016}$ 中，点 C_{2016} 的纵坐标为_____。



三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

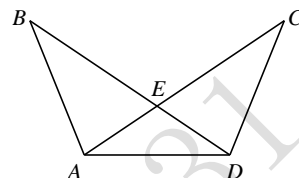
17. 计算： $\sqrt{18} + (\pi - 2016)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 6\sin 45^\circ$ 。

18. 解不等式组 $\begin{cases} x-2 \leq 0, \\ 2(x-1) - (x-3) > 0, \end{cases}$ 并写出它的整数解。

19. 先化简，再求值： $\frac{x^2 - 6x + 9}{2x - 6} \cdot (x + 3)$ ，其中 $x - \sqrt{3} = 0$ 。

20. 已知：如图， $\angle B = \angle C$ ， $AB = DC$ 。

求证： $\angle EAD = \angle EDA$ 。



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + k - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根。

(1) 求 k 的取值范围；

(2) 若 k 为大于 1 的整数，求方程的根。

22. 为保障北京 2022 年冬季奥运会赛场间的交通服务，北京将建设连接北京城区—延庆区—崇礼县三地

的高速铁路和高速公路. 在高速公路方面, 目前主要的交通方式是通过京藏高速公路(G6), 其路程为 220 公里. 为将崇礼县纳入北京一小时交通圈, 有望新建一条高速公路, 将北京城区到崇礼的道路长度缩短到 100 公里. 如果行驶的平均速度每小时比原来快 22 公里, 那么从新建高速行驶全程所需时间与从原高速行驶全程所需时间比为 4:11. 求从新建高速公路行驶全程需要多少小时?



23. 在 $\triangle OAB$ 中, $\angle OAB=90^\circ$, $\angle AOB=30^\circ$, $OB=4$. 以 OB 为边, 在 $\triangle OAB$ 外作等边 $\triangle OBC$, E 是 OC 上的一点.

(1) 如图 1, 当点 E 是 OC 的中点时, 求证: 四边形 $ABCE$ 是平行四边形;

(2) 如图 2, 点 F 是 BC 上的一点, 将四边形 $ABCO$ 折叠, 使点 C 与点 A 重合, 折痕为 EF , 求 OE 的长.

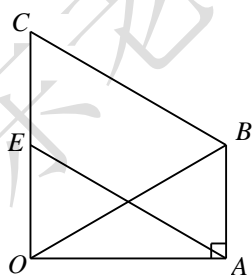


图1

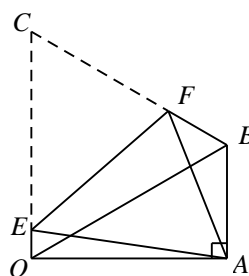


图2

24. 阅读下列材料:

根据北京市统计局、国家统计局北京调查总队及《北京市统计年鉴》数据, 2004 年本市常住人口

总量约为 1493 万人，2013 年增至 2115 万人，10 年间本市常住人口增加了 622 万人。如果按照数据平均计算，本市常住人口每天增加 1704 人。我们还能在网上获取以下数据：2010 年北京常住人口约 1962 万人，2011 年北京常住人口约 2019 万人，2014 年北京常住人口为 2152 万人，2015 年北京常住人口约 2171 万人。

北京市近几年常住人口平稳增长，而增长的速度有所放缓。其中，2011 年比上一年增加 2.91%，2012 年比上一年增加 2.53%，2013 年比上一年增加 2.19%，2014 年比上一年增加 1.75%。相关人士认为，常住人口出现增速连续放缓的原因，主要与经济增速放缓相关。2011 年开始，随着 GDP 增速放缓，人口增速也随之放缓。还有一个原因是就业结构发生变化，劳动密集型行业就业人员在 2013 年出现下降，住宿、餐饮业、居民服务业、制造业的就业人数下降。

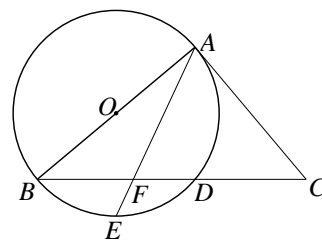
根据以上材料解答下列问题：（部分数据列出算式即可）

- (1) 2011 年北京市常住人口约为_____万人；
- (2) 2012 年北京市常住人口约为_____万人；
- (3) 利用统计表或统计图将 2013 — 2015 年北京市常住人口总量及比上一年增速百分比表示出来。

25. 如图，以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径作 $\odot O$ ，与 BC 交于点 D ，点 E 是弧 BD 的中点，连接 AE 交 BC 于点 F ， $\angle ACB = 2\angle BAE$.

(1) 求证： AC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\sin B = \frac{2}{3}$ ， $BD=5$ ，求 BF 的长.



26. 我们学习了锐角三角函数的相关知识，知道锐角三角函数定量地描述了在直角三角形中边角之间的联系. 在直角三角形中，一个锐角的大小与两条边长的比值相互唯一确定，因此边长的比与角的大小之间

可以相互转化. 如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$. 若 $\angle A=30^\circ$ ，则 $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

类似的，可以在等腰三角形中建立边角之间的联系，我们定义：等腰三角形中底边与腰的比叫做顶角

的正对. 如图 2，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，顶角 A 的正对记作 $\text{sad}A$ ，这时， $\text{sad}A = \frac{\text{底边}}{\text{腰}} = \frac{BC}{AB}$. 容易知道

一个角的大小与这个角的正对值也是相互唯一确定的.

根据上述角的正对的定义，解答下列问题：

(1) 直接写出 $\text{sad}60^\circ$ 的值为_____；

(2) 若 $0^\circ < \angle A < 180^\circ$ ，则 $\angle A$ 的正对值 $\text{sad}A$ 的取值范围是_____；

(3) 如图 2，已知 $\tan A = \frac{3}{4}$ ，其中 $\angle A$ 为锐角，求 $\text{sad}A$ 的值；

(4) 直接写出 $\text{sad}36^\circ$ 的值为_____.

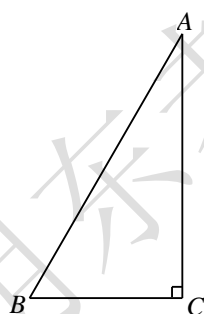


图1

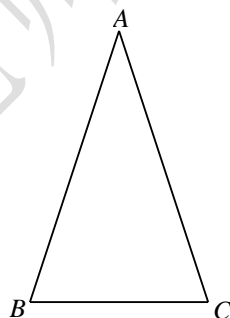
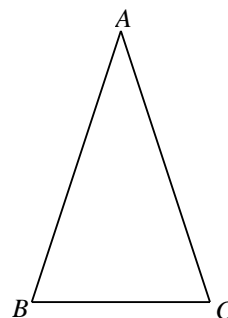


图2



备用图

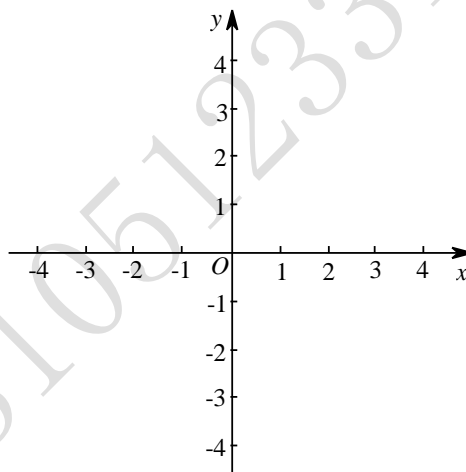
27. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx+b$ 的图象经过 $(1, 0)$, $(-2, 3)$ 两点，且与 y 轴交于点 A .

(1) 求直线 $y=kx+b$ 的表达式；

(2) 将直线 $y=kx+b$ 绕点 A 沿逆时针方向旋转 45° 后与抛物线 $G_1: y = ax^2 - 1 (a > 0)$ 交于 B, C 两点.

若 $BC \geq 4$ ，求 a 的取值范围；

(3) 设直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $G_2: y = x^2 - 1 + m$ 交于 D, E 两点，当 $3\sqrt{2} \leq DE \leq 5\sqrt{2}$ 时，结合函数的图象，直接写出 m 的取值范围.



28. 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, 点 E 是 BC 边上一点, $\angle DEF=60^\circ$, 且 $\angle DEF$ 的两边分别与 $\triangle ABC$ 的边 AB , AC 交于点 P , Q (点 P 不与点 A , B 重合).

(1) 若点 E 为 BC 中点.

①当点 Q 与点 A 重合, 请在图1中补全图形;

②在图2中, 将 $\angle DEF$ 绕着点 E 旋转, 设 BP 的长为 x , CQ 的长为 y , 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 如图3, 当点 P 为 AB 的中点时, 点 M , N 分别为 BC , AC 的中点, 在 EF 上截取 $EP'=EP$, 连接 NP' . 请你判断线段 NP' 与 ME 的数量关系, 并说明理由.

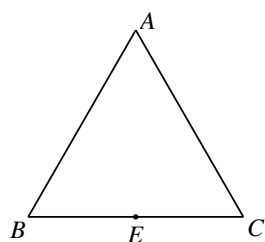


图1

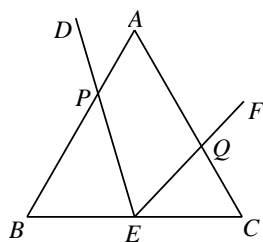


图2

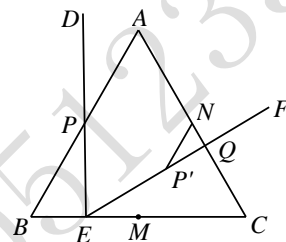


图3

29. 已知四边形 $ABCD$ ，顶点 A, B 的坐标分别为 $(m, 0), (n, 0)$ ，当顶点 C 落在反比例函数的图象上，我们称这样的四边形为“轴曲四边形 $ABCD$ ”，顶点 C 称为“轴曲顶点”。小明对此问题非常感兴趣，对反比例函数为 $y = \frac{2}{x}$ 时进行了相关探究。

(1) 若轴曲四边形 $ABCD$ 为正方形时，小明发现不论 m 取何值，符合上述条件的轴曲正方形只有两个，且一个正方形的顶点 C 在第一象限，另一个正方形的顶点 C_1 在第三象限。

①如图 1 所示，点 A 的坐标为 $(1, 0)$ ，图中已画出符合条件的一个轴曲正方形 $ABCD$ ，易知轴曲顶点 C 的坐标为 $(2, 1)$ ，请你画出另一个轴曲正方形 $AB_1C_1D_1$ ，并写出轴曲顶点 C_1 的坐标为_____；

②小明通过改变点 A 的坐标，对直线 CC_1 的解析式 $y = kx + b$ 进行了探究，可得 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 b (用含 m 的式子表示) = _____；

(2) 若轴曲四边形 $ABCD$ 为矩形，且两邻边的比为 $1:2$ ，点 A 的坐标为 $(2, 0)$ ，求出轴曲顶点 C 的坐标。

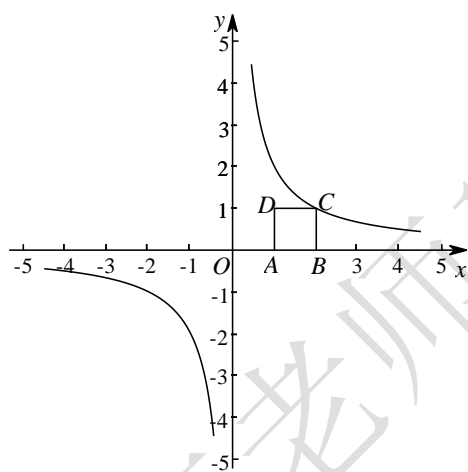
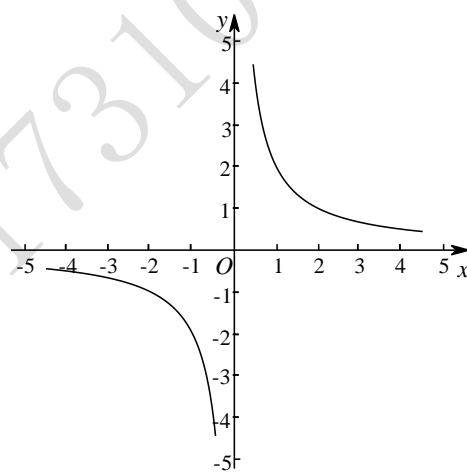


图1



备用图

昌平区 2016 年初三年级第二次统一练习

数学参考答案及评分标准

2016.5

一、选择题（共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	B	A	B	C	C	A	D	B

二、填空题（共 6 道小题，每小题 3 分，共 18 分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$3(m-1)^2$	0.8	2	π	丁，最稳定； 甲，平均环数高.	$\sqrt{2}$ ； $-(\sqrt{2})^{2015}$

三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 解： $\sqrt{18} + (\pi - 2016)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 6\sin 45^\circ$

$$= 3\sqrt{2} + 1 + 2 - 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= 3 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解： $\begin{cases} x-2 \leq 0, & \text{①} \\ 2(x-1) - (x-3) > 0, & \text{②} \end{cases}$

由①得： $x \leq 2$. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

由②得： $2x - 2 - x + 3 > 0$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$x > -1. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

\therefore 原不等式组的解集为： $-1 < x \leq 2$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

\therefore 原不等式组的整数解为 0, 1, 2. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

19. 解： 原式 $= \frac{(x-3)^2}{2(x-3)} \cdot (x+3) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

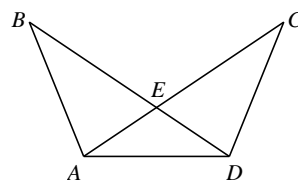
$$= \frac{x^2 - 9}{2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore x - \sqrt{3} = 0,$$

$$\therefore x = \sqrt{3} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 9}{2} = -3 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

20. 证明：在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle DEC$ 中，



$$\because \begin{cases} \angle AEB = \angle DEC, \\ \angle B = \angle C, \\ AB = DC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle DEC$3 分

$\therefore AE = DE$4 分

$\therefore \angle EAD = \angle EDA$5 分

21. 解：（1）由题意得：

$$\Delta = 2^2 - 4(k-2) > 0 \text{2 分}$$

$$\text{解得： } k < 3. \text{3 分}$$

（2） $\because k$ 为大于 1 的整数，

$$\therefore k = 2. \text{4 分}$$

$$\therefore \text{原方程为： } x^2 + 2x = 0.$$

$$\text{解得： } x_1 = 0, x_2 = -2. \text{5 分}$$

22. 解：设选择从新建高速公路行驶全程所需的时间为 $4x$ 小时.1 分

$$\text{由题意得： } \frac{100}{4x} - \frac{220}{11x} = 22. \text{2 分}$$

$$\text{解得： } x = \frac{5}{22}. \text{3 分}$$

经检验 $x = \frac{5}{22}$ 是原方程的解，且符合题意.4 分

$$\therefore 4x = \frac{10}{11}.$$

答：从新建高速公路行驶所需时间为 $\frac{10}{11}$ 小时.5 分

23. （1）证明：如图 1， $\because \triangle OBC$ 为等边三角形，

$$\therefore OC = OB, \angle COB = 60^\circ.$$

\because 点 E 是 OC 的中点，

$$\therefore EC = \frac{1}{2} OC = \frac{1}{2} OB. \text{1 分}$$

在 $\triangle OAB$ 中， $\angle OAB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2} OB, \angle COA = 90^\circ.$$

$$\therefore CE = AB, \angle COA + \angle OAB = 180^\circ.$$

$$\therefore CE \parallel AB.$$

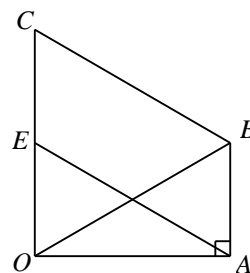


图1

∴ 四边形 $ABCE$ 是平行四边形.2 分

(2) 解：如图 2，∵ 四边形 $ABCO$ 折叠，点 C 与点 A 重合，折痕为 EF ，

$$\therefore \triangle CEF \cong \triangle AEF,$$

$$\therefore EC = EA.$$

$$\because OB = 4,$$

$$\therefore OC = BC = 4. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

在 $\triangle OAB$ 中， $\angle OAB = 90^\circ$ ，

$$\because \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore OA = 2\sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle OAE$ 中，由 (1) 知： $\angle EOA = 90^\circ$ ，

设 $OE = x$ ，

$$\because OE^2 + OA^2 = AE^2,$$

$$\therefore x^2 + (2\sqrt{3})^2 = (4-x)^2,$$

$$\text{解得, } x = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

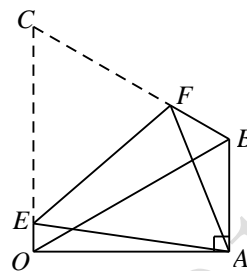


图2

24. 解：(1) 2019. 1 分

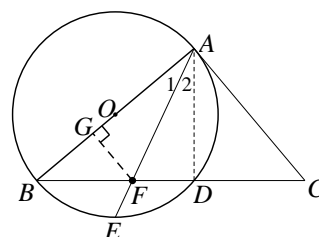
(2) $2019(1 + 2.53\%) = 2070. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(3) 2013 — 2015 年北京市常住人口总量及比上一年增速百分比统计表

	2013 年	2014 年	2015 年
常住人口总量 (万人)	2115	2152	2171
比上一年增速百分比 (%)	2.19	1.75	$\left(\frac{2171}{2152} - 1\right) \times 100$

..... 5 分

25. (1) 证明：连接 AD .



∵ E 是弧 BD 的中点,

∴ 弧 $BE =$ 弧 ED ,

∴ $\angle 1 = \angle 2$.

∴ $\angle BAD = 2\angle 1$.

∵ $\angle ACB = 2\angle 1$,

∴ $\angle C = \angle BAD$1 分

∵ AB 为 $\odot O$ 直径,

∴ $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$.

∴ $\angle DAC + \angle C = 90^\circ$.

∵ $\angle C = \angle BAD$,

∴ $\angle DAC + \angle BAD = 90^\circ$.

∴ $\angle BAC = 90^\circ$.

即 $AB \perp AC$.

又 ∵ AC 过半径外端,

∴ AC 是 $\odot O$ 的切线.2 分

(2) 解: 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G .

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ADB = 90^\circ$, $\sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$,

设 $AD = 2m$, 则 $AB = 3m$, 利用勾股定理求得 $BD = \sqrt{5}m$.

∵ $BD = 5$,

∴ $m = \sqrt{5}$.

∴ $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = 3\sqrt{5}$3 分

∵ $\angle 1 = \angle 2$, $\angle ADB = 90^\circ$,

∴ $FG = FD$4 分

设 $BF = x$, 则 $FG = FD = 5 - x$.

在 $\text{Rt}\triangle BGF$ 中, $\angle BGF = 90^\circ$, $\sin B = \frac{2}{3}$,

∴ $\frac{5-x}{x} = \frac{2}{3}$.

解得, $x = 3$.

$$\therefore BF=3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

26. 解：(1) 1. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) $0 < \text{sad } A < 2. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(3) 如图 2，过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D .

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = 90^\circ.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADB \text{ 中, } \tan A = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{设 } BD=3k, \text{ 则 } AD=4k.$$

$$\therefore AB = \sqrt{BD^2 + AD^2} = 5k. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore CD=k.$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CDB \text{ 中, 利用勾股定理得, } BC = \sqrt{10}k.$$

$$\text{在等腰}\triangle ABC \text{ 中, } \text{sad } A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{10}k}{5k} = \frac{\sqrt{10}}{5}. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(4) \frac{\sqrt{5}-1}{2}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

27. 解：(1) \because 直线 $y=kx+b$ 的图象经过 $(1, 0), (-2, 3)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} k+b=0, \\ -2k+b=3. \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-1, \\ b=1. \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } y=kx+b \text{ 的表达式为: } y=-x+1. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) ①将直线 $y=-x+1$ 绕点 A 沿逆时针方向旋转 45° 后可得直线 $y=1$. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$$\therefore \text{直线 } y=1 \text{ 与抛物线 } G_1: y=ax^2-1(a>0) \text{ 的交点 } B, C \text{ 关于 } y \text{ 轴对称.}$$

$$\therefore \text{当线段 } BC \text{ 的长等于 } 4 \text{ 时, } B, C \text{ 两点的坐标分别为 } (2, 1), (-2, 1).$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

由抛物线二次项系数的性质及已知 $a>0$ 可知, 当 $BC \geq 4$ 时, $0 < a \leq \frac{1}{2}$. $\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$\text{② } -4 \leq m \leq 0. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

28. 解：(1) ①如图 1. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

② \because 等边 $\triangle ABC$,

$$\therefore \angle B = \angle C = \angle DEF = 60^\circ, AB=BC=AC=2.$$

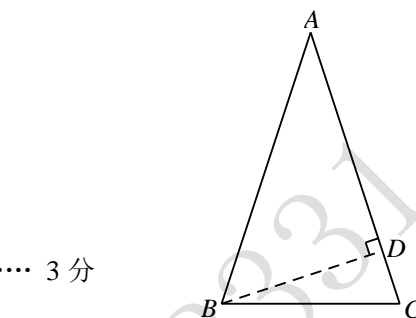


图2

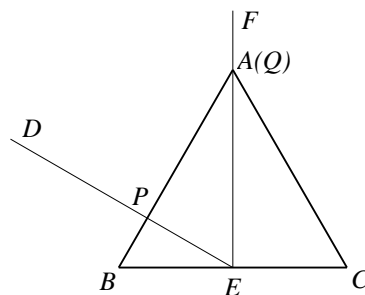


图1

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 1 + \angle 3 = 120^\circ.$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3.$$

$$\therefore \triangle PBE \sim \triangle ECQ. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{BP}{EC} = \frac{BE}{CQ}.$$

\because 点 E 为 BC 的中点,

$$\therefore BE = EC = 1.$$

$\because BP$ 的长为 x , CQ 的长为 y ,

$$\therefore \frac{x}{1} = \frac{1}{y}.$$

$$\text{即 } y = \frac{1}{x}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{自变量 } x \text{ 的取值范围是: } \frac{1}{2} \leq x < 2. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 如图 3, 答: $NP' = ME$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

证明: 连接 PM , PN , PP' .

$\because P, M, N$ 分别是 AB, BC, AC 的中点,

$$\therefore PN \parallel BC, PN = \frac{1}{2} BC, PM \parallel AC, PM = \frac{1}{2} AC.$$

\therefore 四边形 $PMCN$ 为平行四边形. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore BC = AC, \angle C = 60^\circ.$$

$$\therefore PM = PN, \angle NPM = \angle C = 60^\circ.$$

$$\therefore EP = EP', \angle PEP' = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle PEP'$ 是等边三角形.

$$\therefore \angle EPP' = 60^\circ, PE = PP'.$$

$$\therefore \angle EPP' = \angle NPM.$$

$$\therefore \angle EPM = \angle NPP'.$$

$$\therefore \triangle EPM \cong \triangle NPP'.$$

$$\therefore NP' = ME. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

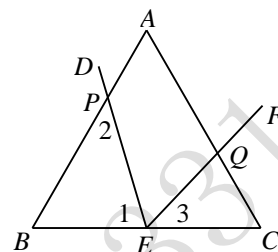


图2

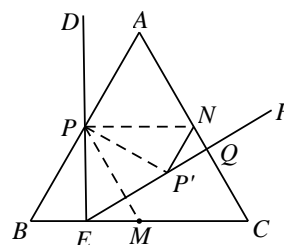


图3

29. 解: (1) ①如图 1. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$C_1(-1, -2). \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{② } k = 1. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

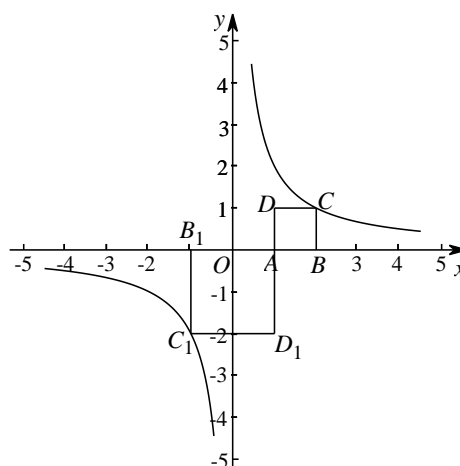


图1

$$b = -m. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) ①当 $AB=2BC$ 时,

\because 点 A 的坐标为 $(2, 0)$,

\therefore 点 C 的坐标为 $(n, \frac{n-2}{2})$ 或 $(n, \frac{2-n}{2})$.

$$\therefore n \times \frac{n-2}{2} = 2 \text{ 或 } n \times \frac{2-n}{2} = 2.$$

解得: $n = 1 \pm \sqrt{5}$ 或无实根.

\therefore 点 C 的坐标为 $(1 + \sqrt{5}, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$ 或 $(1 - \sqrt{5}, \frac{-\sqrt{5}-1}{2})$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

②当 $BC=2AB$ 时,

点 C 的坐标为 $(n, 2n-4)$ 或 $(n, 4-2n)$.

$$\therefore n(2n-4) = 2 \text{ 或 } n(4-2n) = 2.$$

解得: $n = 1 \pm \sqrt{2}$ 或 $n = 1$.

\therefore 点 C 的坐标为 $(1 + \sqrt{2}, 2\sqrt{2}-2)$ 或 $(1 - \sqrt{2}, -2-2\sqrt{2})$ 或 $(1, 2)$ $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$