

## 丰台区 2018 年初三毕业及统一练习

## 数学试卷

2018. 05

考生须知

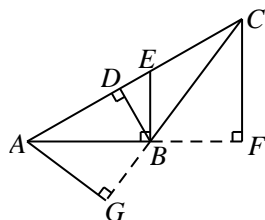
1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答题卡一并交回。

## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图所示，
- $\triangle ABC$
- 中
- $AB$
- 边上的高线是

- (A) 线段  $AG$  (B) 线段  $BD$   
(C) 线段  $BE$  (D) 线段  $CF$



2. 如果代数式
- $\sqrt{x-4}$
- 有意义，那么实数
- $x$
- 的取值范围是

- (A)  $x \geq 0$  (B)  $x \neq 4$   
(C)  $x \geq 4$  (D)  $x > 4$



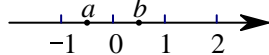
3. 右图是某个几何体的三视图，该几何体是

- (A) 正三棱柱 (B) 正三棱锥  
(C) 圆柱 (D) 圆锥



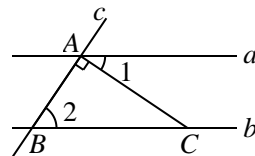
4. 实数
- $a$
- ,
- $b$
- 在数轴上的对应点的位置如图所示，如果
- $ab = c$
- ，那么实数
- $c$
- 在数轴上的对应点的位置可能是

- (A) (B)   
(C) (D)



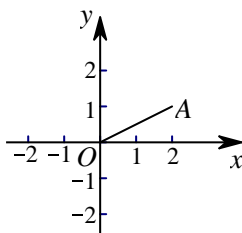
5. 如图，直线
- $a \parallel b$
- ，直线
- $c$
- 与直线
- $a$
- ,
- $b$
- 分别交于点
- $A$
- , 点
- $B$
- ,
- $AC \perp AB$
- 于点
- $A$
- ，交直线
- $b$
- 于点
- $C$
- 。如果
- $\angle 1 = 34^\circ$
- ，那么
- $\angle 2$
- 的度数为

- (A)  $34^\circ$  (B)  $56^\circ$   
(C)  $66^\circ$  (D)  $146^\circ$



6. 如图，在平面直角坐标系
- $xOy$
- 中，点
- $A$
- 的坐标为
- $(2, 1)$
- ，如果将线段
- $OA$
- 绕点
- $O$
- 逆时针方向旋转
- $90^\circ$
- ，那么点
- $A$
- 的对应点的坐标为

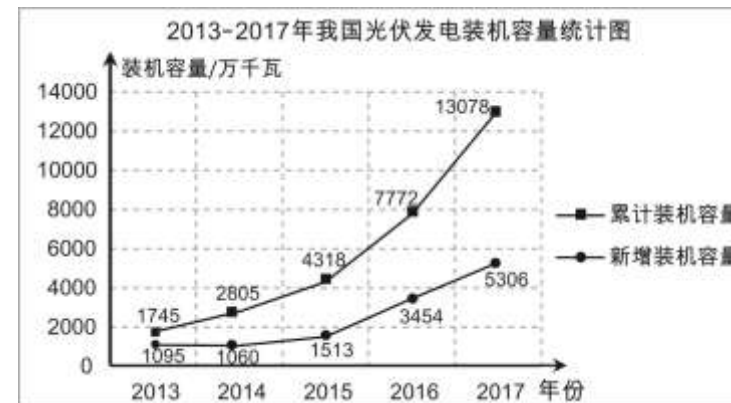
- (A)  $(-1, 2)$  (B)  $(-2, 1)$



- (C)  $(1, -2)$  (D)  $(2, -1)$

7. 太阳能是来自太阳的辐射能量。对于地球上的人类来说，太阳能是对环境无任何污染的可再生能源，因此许多国家都在大力发展太阳能。下图是 2013-2017 年我国光伏发电装机容量统计图。根据统计图提供的信息，判断下列说法不合理的是

- (A) 截至 2017 年底，我国光伏发电累计装机容量为 13 078 万千瓦  
(B) 2013-2017 年，我国光伏发电新增装机容量逐年增加  
(C) 2013-2017 年，我国光伏发电新增装机容量的平均值约为 2 500 万千瓦  
(D) 2017 年我国光伏发电新增装机容量大约占当年累计装机容量的 40%



8. 如图 1，荧光屏上的甲、乙两个光斑（可看作点）分别从相距 8cm 的
- $A$
- ,
- $B$
- 两点同时开始沿线段
- $AB$
- 运动，运动过程中甲光斑与点
- $A$
- 的距离
- $S_1(\text{cm})$
- 与时间
- $t(\text{s})$
- 的函数关系图象如图 2，乙光斑与点
- $B$
- 的距离
- $S_2(\text{cm})$
- 与时间
- $t(\text{s})$
- 的函数关系图象如图 3，已知甲光斑全程的平均速度为
- $1.5\text{cm/s}$
- ，且两图象中
- $\triangle P_1O_1Q_1 \cong \triangle P_2Q_2O_2$
- 。下列叙述正确的是

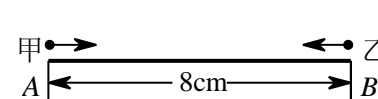


图 1

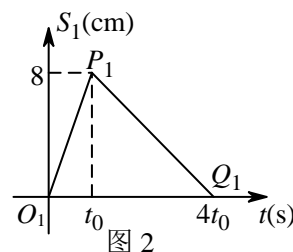


图 2

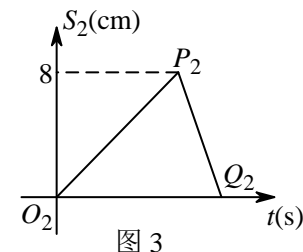


图 3

- (A) 甲光斑从点  $A$  到点  $B$  的运动速度是从点  $B$  到点  $A$  的运动速度的 4 倍  
(B) 乙光斑从点  $A$  到  $B$  的运动速度小于  $1.5\text{cm/s}$   
(C) 甲乙两光斑全程的平均速度一样  
(D) 甲乙两光斑在运动过程中共相遇 3 次

## 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 在某一时刻, 测得身高为 1.8m 的小明的影长为 3m, 同时测得一建筑物的影长为 10m, 那么这个建筑物的高度为\_\_\_\_\_m.

10. 写出一个函数的表达式, 使它满足: ①图象经过点(1, 1); ②在第一象限内函数  $y$  随自变量  $x$  的增大而减少, 则这个函数的表达式为\_\_\_\_\_.

11. 在数学家吴文俊主编的《“九章算术”与刘徽》一书中, 小宇同学看到一道有趣的数学问题: 古代数学家刘徽使用“出入相补”原理, 即割补法, 把筝形转化为与之面积相等的矩形, 从而得到“筝形的面积等于其对角线乘积之半”.

(说明: 一条对角线垂直平分另一条对角线的四边形是筝形)

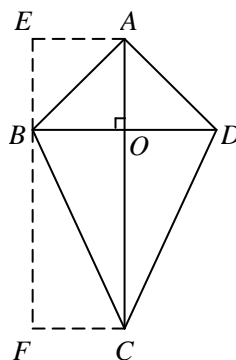
请根据右图完成这个数学问题的证明过程.

证明:  $S_{\text{筝形}ABCD} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOD} + S_{\triangle COB} + S_{\triangle COD}$ .

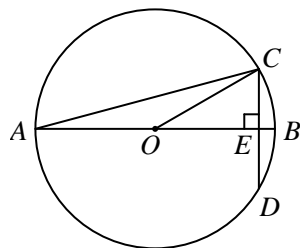
易知,  $S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BEA}$ ,  $S_{\triangle COD} = S_{\triangle BFC}$ .

由等量代换可得:

$$\begin{aligned} S_{\text{筝形}ABCD} &= S_{\triangle AOB} + \underline{\hspace{2cm}} + S_{\triangle COB} + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= S_{\text{矩形}EFCA} \\ &= AE \cdot AC \\ &= \frac{1}{2} \cdot \underline{\hspace{2cm}}. \end{aligned}$$



12. 如果代数式  $m^2 + 2m = 1$ , 那么  $\frac{m^2 + 4m + 4}{m} \div \frac{m+2}{m^2}$  的值为\_\_\_\_\_.



13. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 弦  $CD \perp AB$  于点  $E$ . 如果  $\angle A = 15^\circ$ , 弦  $CD = 4$ , 那么  $AB$  的长是\_\_\_\_\_.

14. 营养学家在初中学生中做了一项实验研究: 甲组同学每天正常进餐, 乙组同学每天除正常进餐外, 每人还增加 600ml 牛奶. 一年后营养学家统计发现: 乙组同学平均身高的增长值比甲组同学平均身高的增长值多 2.01cm, 甲组同学平均身高的增长值比乙组同学平均身高的增长值的 75% 少 0.34cm. 设甲、乙两组同学平均身高的增长值分别为  $x$  cm、 $y$  cm, 依题意, 可列方程组为\_\_\_\_\_.

15. “明天的降水概率为 80%” 的含义有以下四种不同的解释:

- ① 明天 80% 的地区会下雨;
  - ② 80% 的人认为明天会下雨;
  - ③ 明天下雨的可能性比较大;
  - ④ 在 100 次类似于明天的天气条件下, 历史纪录告诉我们, 大约有 80 天会下雨.
- 你认为其中合理的解释是\_\_\_\_\_. (写出序号即可)

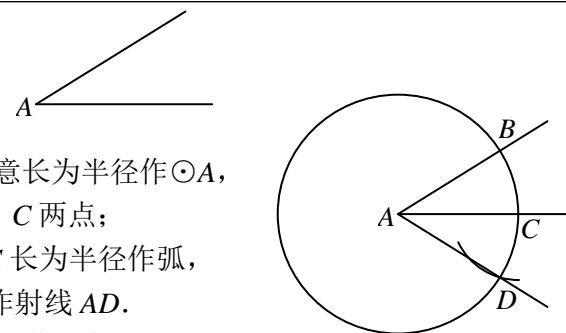
16. 下面是“作一个角等于已知角”的尺规作图过程.

已知:  $\angle A$ .

求作: 一个角, 使它等于  $\angle A$ .

作法: 如图,

- (1) 以点  $A$  为圆心, 任意长为半径作  $\odot A$ , 交  $\angle A$  的两边于  $B, C$  两点;
  - (2) 以点  $C$  为圆心,  $BC$  长为半径作弧, 与  $\odot A$  交于点  $D$ , 作射线  $AD$ .
- 所以  $\angle CAD$  就是所求作的角.



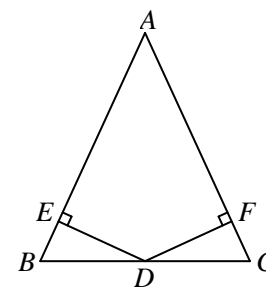
请回答: 该尺规作图的依据是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-24 题, 每小题 5 分, 第 25 题 6 分, 第 26, 27 题, 每小题 7 分, 第 28 题 8 分)

17. 计算:  $\sqrt{8} - 2\cos 45^\circ + (3 - \pi)^0 + |1 - \sqrt{2}|$ .

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x \geq 4x - 1, \\ \frac{5x - 1}{2} > x - 2. \end{cases}$$

19. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D$  是  $BC$  边上的中点,  $DE \perp AB$  于点  $E$ ,  $DF \perp AC$  于点  $F$ . 求证:  $DE = DF$ .



20. 已知：关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + 2m = 0$  有两个不相等的实数根.

(1) 求  $m$  的取值范围;

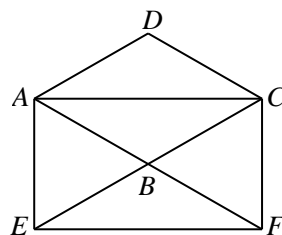
(2) 如果  $m$  为非负整数, 且该方程的根都是整数, 求  $m$  的值.

21. 已知: 如图, 菱形  $ABCD$ , 分别延长  $AB$ ,  $CB$  到点  $F$ ,  $E$ , 使得  $BF = BA$ ,  $BE = BC$ , 连接  $AE$ ,  $EF$ ,  $FC$ ,  $CA$ .

(1) 求证: 四边形  $AEFC$  为矩形;

(2) 连接  $DE$  交  $AB$  于点  $O$ , 如果  $DE \perp AB$ ,

$AB = 4$ , 求  $DE$  的长.

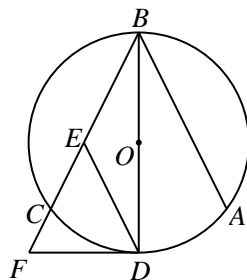


22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象与一次函数  $y = kx + b$  的图象

的交点分别为  $P(m, 2)$ ,  $Q(-2, n)$ .

(1) 求一次函数的表达式;

(2) 过点  $Q$  作平行于  $y$  轴的直线, 点  $M$  为此直线上的一点, 当  $MQ = PQ$  时, 直接写出点  $M$  的坐标.



23. 如图,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三点在  $\odot O$  上, 直径  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 过点  $D$  作  $DE \parallel AB$  交弦  $BC$  于点  $E$ , 过点  $D$  作  $\odot O$  的切线交  $BC$  的延长线于点  $F$ .

(1) 求证:  $EF = ED$ ;

(2) 如果半径为 5,  $\cos \angle ABC = \frac{3}{5}$ , 求  $DF$  的长.

24. 第二十四届冬季奥林匹克运动会将于 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日在北京举行, 北京将成为历史上第一座既举办过夏奥会又举办过冬奥会的城市. 某区举办了一次冬奥知识网上答题竞赛, 甲、乙两校各有 400 名学生参加活动, 为了解这两所学校的的成绩情况, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

【收集数据】

从甲、乙两校各随机抽取 20 名学生, 在这次竞赛中他们的成绩如下:

甲	30	60	60	70	60	80	30	90	100	60
	60	100	80	60	70	60	60	90	60	60
乙	80	90	40	60	80	80	90	40	80	50
	80	70	70	70	70	60	80	50	80	80

【整理、描述数据】按如下分数段整理、描述这两组样本数据:

人数 成绩 学校	$30 \leq x \leq 50$	$50 < x \leq 80$	$80 < x \leq 100$
甲	2	14	4
乙	4	14	2

(说明: 优秀成绩为  $80 < x \leq 100$ , 良好成绩为  $50 < x \leq 80$ , 合格成绩为  $30 \leq x \leq 50$ .)

【分析数据】两组样本数据的平均分、中位数、众数如下表所示:

学校	平均分	中位数	众数
甲	67	60	60
乙	70	75	$a$

其中  $a =$  \_\_\_\_\_.

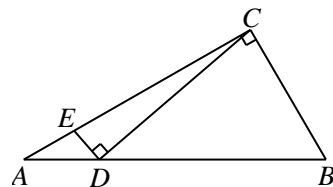
【得出结论】

(1) 小明同学说: “这次竞赛我得了 70 分, 在我们学校排名属中游略偏上!” 由表中数据可知小明是\_\_\_\_\_校的学生; (填 “甲” 或 “乙”)

(2) 张老师从乙校随机抽取一名学生的竞赛成绩, 试估计这名学生的竞赛成绩为优秀的概率为\_\_\_\_\_;

(3) 根据以上数据推断一所你认为竞赛成绩较好的学校, 并说明理由. (至少从两个不同的角度说明推断的合理性)

25. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $D$  为  $AB$  边上的动点（点  $D$  不与点  $A$ ，点  $B$  重合），过点  $D$  作  $ED \perp CD$  交直线  $AC$  于点  $E$ 。已知  $\angle A = 30^\circ$ ， $AB = 4\text{cm}$ ，在点  $D$  由点  $A$  到点  $B$  运动的过程中，设  $AD = x\text{cm}$ ， $AE = y\text{cm}$ 。



小东根据学习函数的经验，对函数  $y$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究。

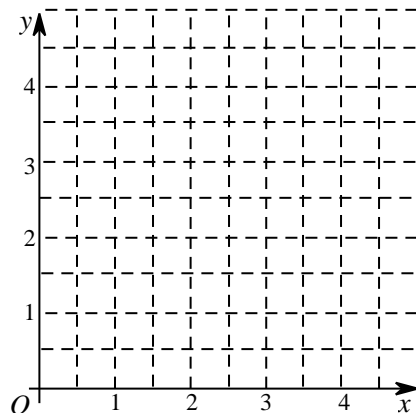
下面是小东的探究过程，请补充完整：

- (1) 通过取点、画图、测量，得到了  $x$  与  $y$  的几组值，如下表：

$x/\text{cm}$	...	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	...
$y/\text{cm}$	...	0.4	0.8	1.0		1.0	0	4.0	...

（说明：补全表格时相关数值保留一位小数）

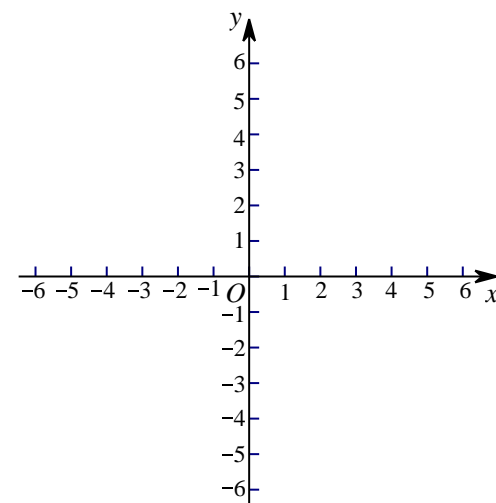
- (2) 在下面的平面直角坐标系  $xOy$  中，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；



- (3) 结合画出的函数图象，解决问题：当  $AE = \frac{1}{2}AD$  时， $AD$  的长度约为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。

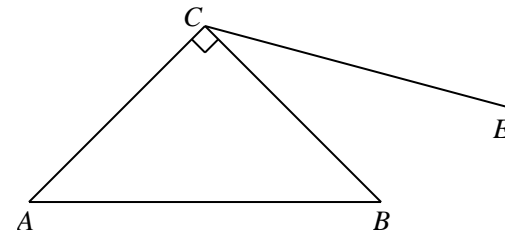
26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = ax^2 - 4ax + 3a$  的最高点的纵坐标是 2。

- (1) 求抛物线的对称轴及抛物线的表达式；  
 (2) 将抛物线在  $1 \leq x \leq 4$  之间的部分记为图象  $G_1$ ，将图象  $G_1$  沿直线  $x = 1$  翻折，翻折后的图象记为  $G_2$ ，图象  $G_1$  和  $G_2$  组成图象  $G$ 。过  $(0, b)$  作与  $y$  轴垂直的直线  $l$ ，当直线  $l$  和图象  $G$  只有两个公共点时，将这两个公共点分别记为  $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ ，求  $b$  的取值范围和  $x_1 + x_2$  的值。



27. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB$ ，过点  $C$  在  $\triangle ABC$  外作射线  $CE$ ，且  $\angle BCE = \alpha$ ，点  $B$  关于  $CE$  的对称点为点  $D$ ，连接  $AD$ ， $BD$ ， $CD$ ，其中  $AD$ ， $BD$  分别交射线  $CE$  于点  $M$ ， $N$ 。

- (1) 依题意补全图形；  
 (2) 当  $\alpha = 30^\circ$  时，直接写出  $\angle CMA$  的度数；  
 (3) 当  $0^\circ < \alpha < 45^\circ$  时，用等式表示线段  $AM$ ， $CN$  之间的数量关系，并证明。



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $M$  和图形  $W_1, W_2$  给出如下定义：点  $P$  为图形  $W_1$  上一点，点  $Q$  为图形  $W_2$  上一点，当点  $M$  是线段  $PQ$  的中点时，称点  $M$  是图形  $W_1, W_2$  的“中立点”. 如果点  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ ，那么“中立点” $M$  的坐标为  $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ .

已知，点  $A(-3, 0), B(0, 4), C(4, 0)$ .

- (1) 连接  $BC$ ，在点  $D(\frac{1}{2}, 0), E(0, 1), F(0, \frac{1}{2})$  中，可以成为点  $A$  和线段  $BC$  的“中立点”的是\_\_\_\_\_；
- (2) 已知点  $G(3, 0)$ ， $\odot G$  的半径为 2. 如果直线  $y = -x + 1$  上存在点  $K$  可以成为点  $A$  和  $\odot G$  的“中立点”，求点  $K$  的坐标；
- (3) 以点  $C$  为圆心，半径为 2 作圆. 点  $N$  为直线  $y = 2x + 4$  上的一点，如果存在点  $N$ ，使得  $y$  轴上的一点可以成为点  $N$  与  $\odot C$  的“中立点”，直接写出点  $N$  的横坐标的取值范围.

