

2014-2015 学年北京市初二下学期数学学习能力检测练习（二）

2015.06.11

满分：58 分，时间：70 分钟.

一、选择题(本题共 12 分，每小题 3 分)下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1. 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x > 2$ D. $x \geq -2$

2. 某居民小区开展节约用电活动，该小区 100 户家庭 4 月份的节电情况如下表所示.

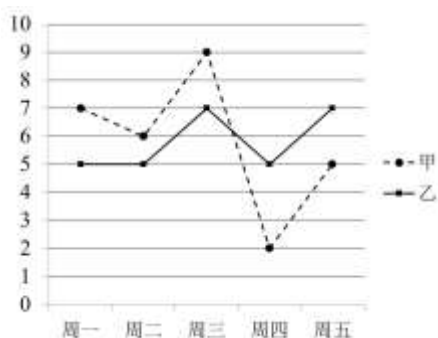
节电量(千瓦时)	20	30	40	50
户数(户)	20	30	30	20

那么 4 月份这 100 户家庭的节电量(单位：千瓦时)的平均数是 ()

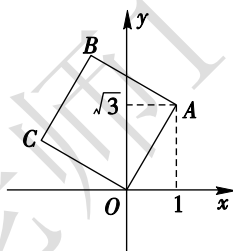
- A. 35 B. 26 C. 25 D. 20

3. 甲和乙入选学校的定点投篮大赛，他们每天训练后投 10 个球测试，记录命中的个数，五天后将记录的数据绘制成折线统计图，如右图所示. 则下列对甲、乙数据描述正确的是 ()

- A. 甲的方差比乙的方差大 B. 甲的方差比乙的方差小
C. 甲的平均数比乙的平均数小 D. 甲的平均数比乙的平均数大



第 3 题 图



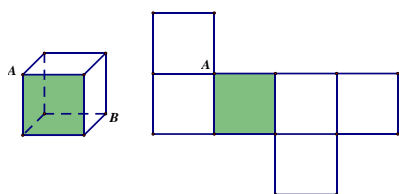
第 4 题 图

4. 如图，将正方形 $OABC$ 放在平面直角坐标系 xOy 中， O 是原点，若点 A 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$ ，则点 C 的坐标为 ()

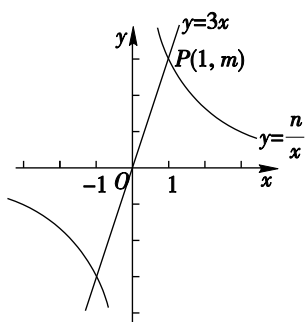
A. $(\sqrt{3}, 1)$ B. $(-1, \sqrt{3})$ C. $(-\sqrt{3}, 1)$ D. $(-\sqrt{3}, -1)$

二、填空题(本题共 12 分，每小题 3 分)

5. 如图，点 A, B 是棱长为 1 的正方体的两个顶点，将正方体按图中所示展开，则在展开图中 A, B 两点间的距离为_____



第5题图

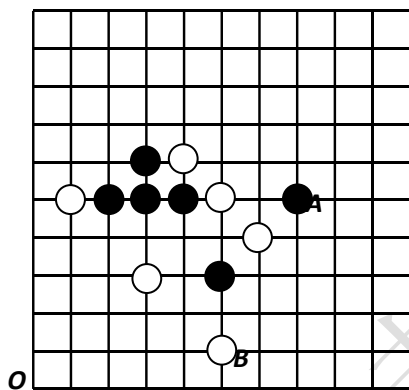


第6题图

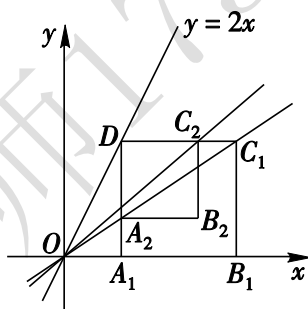
6、如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=3x$ 与双曲线 $y=\frac{n}{x}$ ($n \neq 0$) 在第一象限的公共点是 $P(1, m)$ 。小

明说：“从图象上可以看出，满足 $3x > \frac{n}{x}$ 的 x 的取值范围是 $x > 1$ 。”你同意他的观点吗？答：_____。理由是_____。

7、五子棋是一种两人对弈的棋类游戏，规则是：在正方形棋盘中，由黑方先行，白方后行，轮流弈子，下在棋盘横线与竖线的交叉点上，直到某一方首先在任一方向（横向、竖向或者是斜着的方向）上连成五子者为胜。如图，这一部分棋盘是两个五子棋爱好者的对弈图。观察棋盘，以点 O 为原点，在棋盘上建立平面直角坐标系，将每个棋子看成一个点，若黑子 A 的坐标为 $(7, 5)$ ，则白子 B 的坐标为_____；为了不让白方获胜，此时黑方应该下在坐标为_____的位置处。



第7题图



第8题图

8、如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 D 为直线 $y=2x$ 上且在第一象限内的任意一点， $DA_1 \perp x$ 轴于点 A_1 ，以 DA_1 为边在 DA_1 的右侧作正方形 $A_1B_1C_1D$ ；直线 OC_1 与边 DA_1 交于点 A_2 ，以 DA_2 为边在 DA_2 的右侧作正方形 $A_2B_2C_2D$ ；直线 OC_2 与边 DA_1 交于点 A_3 ，以 DA_3 为边在 DA_3 的右侧作正方形 $A_3B_3C_3D$ ，……，按这种方式进行下去，则直线 OC_1 对应的函数表达式为_____，直线 OC_3 对应的函数表达式为_____。

三、解答题（每小题 5 分，共 20 分）

9. 已知 $x^2 - 5x - 4 = 0$ ，求代数式 $(x+2)(x-2) - (2x-1)(x-2)$ 的值。

10. 解方程： $\frac{3}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2-3x}$.

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 3a - 1 = 0$ 有两个实数根.

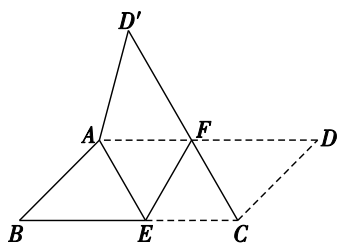
(1) 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 a 为正整数, 求方程的根.

12. 如图, 将平行四边形纸片 $ABCD$ 按如图方式折叠, 使点 C 与点 A 重合, 点 D 的落点记为点 D' , 折痕为 EF , 连接 CF .

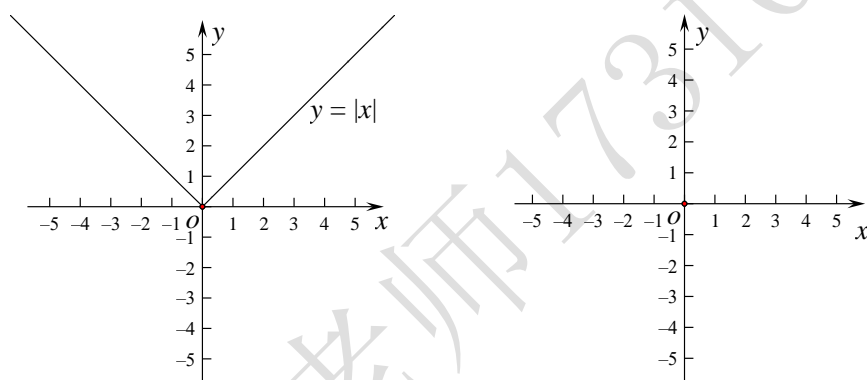
(1) 求证: 四边形 $AFCE$ 是菱形;

(2) 若 $\angle B = 45^\circ$, $\angle FCE = 60^\circ$, $AB = 6\sqrt{2}$, 求线段 $D'F$ 的长.



四、解答题（第 13 题 3 分，第 14 题 7 分，第 15 题 4 分，共 14 分）

13. 阅读下面材料：小明研究了这样一个问题：求使得等式 $kx+2-|x|=0(k>0)$ 成立的 x 的个数．小明发现，先将该等式转化为 $kx+2=|x|$ ，再通过研究函数 $y=kx+2$ 的图象与函数 $y=|x|$ 的图象（如图）的交点，使问题得到解决．



请回答：

- (1) 当 $k=1$ 时，使得原等式成立的 x 的个数为_____；
- (2) 当 $0<k<1$ 时，使得原等式成立的 x 的个数为_____；
- (3) 当 $k>1$ 时，使得原等式成立的 x 的个数为_____．

14. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle ABC=\alpha$ ， D 是 BC 边上一点，以 AD 为边作 $\triangle ADE$ ，使 $AE=AD$ ， $\angle DAE+\angle BAC=180^\circ$ ．

- (1) 直接写出 $\angle ADE$ 的度数（用含 α 的式子表示）；
- (2) 以 AB ， AE 为边作平行四边形 $ABFE$ ，
 - ①如图 2，若点 F 恰好落在 DE 上，求证： $BD=CD$ ；

②如图 3，若点 F 恰好落在 BC 上，求证： $BD=CF$ 。

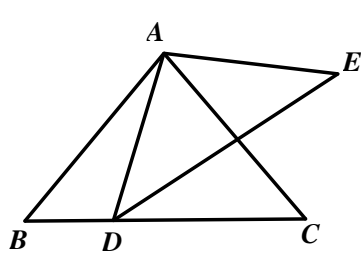


图 1

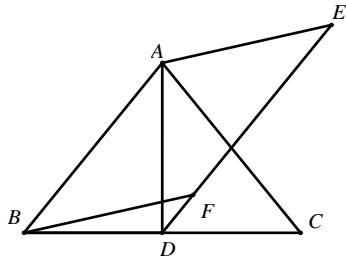


图 2

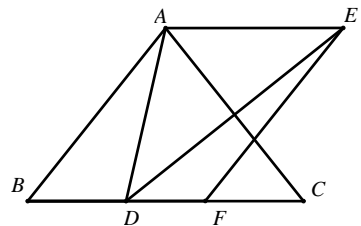


图 3

15. 如图 1，在平面直角坐标系 xOy 内，已知点 $A(-1,0)$ ， $B(-1,1)$ ， $C(1,0)$ ， $D(1,1)$ ，记线段 AB 为 T_1 ，线段 CD 为 T_2 ，点 P 是坐标系内一点.给出如下定义：若存在过点 P 的直线 l 与 T_1 ， T_2 都有公共点，则称点 P 是 T_1-T_2 联络点.

例如，点 $P(0, \frac{1}{2})$ 是 $T_1 - T_2$ 联络点.

(1) 以下各点中，_____是 $T_1 - T_2$ 联络点（填出所有正确的序号）；

- ① $(0, 2)$ ；② $(-4, 2)$ ；③ $(3, 2)$.

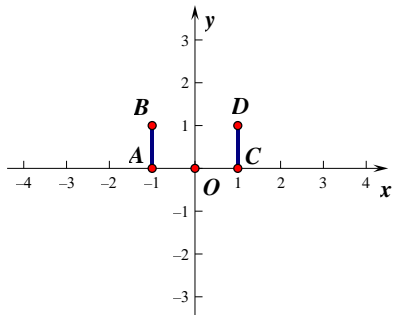
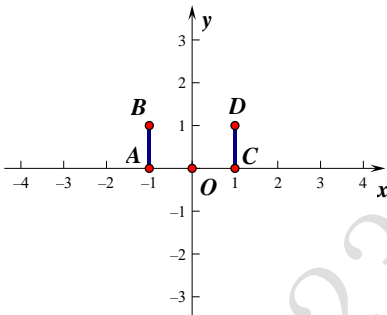


图 1



备用图

(2) 直接在图 1 中画出所有 $T_1 - T_2$ 联络点所组成的区域，用阴影部分表示；

答案：

一、1、B； 2、A； 3、A； 4、C；

二、5、 $\sqrt{5}$ ；

6、不同意； x 的取值范围是 $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$ （或其他正确结论）

7、(5,1)； (1分) (3,7) 或 (7,3) (2分)答对1个给1分

8、 $y = \frac{2}{3}x$ ； $y = \frac{14}{15}x$

三、9. 解： $(x+2)(x-2) - (2x-1)(x-2)$

$$= x^2 - 4 - (2x^2 - 5x + 2) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= x^2 - 4 - 2x^2 + 5x - 2$$

$$= -x^2 + 5x - 6. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore x^2 - 5x - 4 = 0,$$

$$\therefore x^2 - 5x = 4. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{原式} = -(x^2 - 5x) - 6 = -4 - 6 = -10. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

10. 解：去分母，得 $3x - (x - 3) = 2$. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

去括号，得 $3x - x + 3 = 2$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

整理，得 $2x = -1$. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

解得 $x = -\frac{1}{2}$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

经检验， $x = -\frac{1}{2}$ 是原方程的解. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

所以原方程的解是 $x = -\frac{1}{2}$.

11. (本小题满分 5 分)

解：(1) \because 关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 3a - 1 = 0$ 有两个实数根，

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4(3a - 1) \geq 0. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } a \leq \frac{5}{3}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore a \text{ 的取值范围为 } a \leq \frac{5}{3}.$$

(2) $\because a \leq \frac{5}{3}$ ，且 a 为正整数，

$$\therefore a = 1. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{方程 } x^2 - 4x + 3a - 1 = 0 \text{ 可化为 } x^2 - 4x + 2 = 0.$$

$$\therefore \text{此方程的根为 } x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

12. (1) 证明：如图 2.

\because 点 C 与点 A 重合，折痕为 EF ,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$, $AE = EC$.

\because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$.

$\therefore \angle 3 = \angle 2$.

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

$\therefore AE = AF$ 1 分

$\therefore AF = EC$.

又 $\because AF \parallel EC$,

\therefore 四边形 $AFCE$ 是平行四边形. 2 分

又 $AE = AF$,

\therefore 四边形 $AFCE$ 为菱形. 3 分

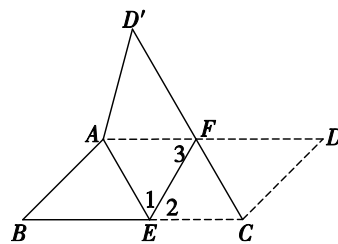


图 2

(2) 解：如图 3，作 $AG \perp BE$ 于点 G ，则 $\angle AGB = \angle AGE = 90^\circ$.

\because 点 D 的落点为点 D' ，折痕为 EF ,

$\therefore D'F = DF$.

\because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore AD = BC$.

又 $\because AF = EC$,

$\therefore AD - AF = BC - EC$ ，即 $DF = BE$.

\because 在 $\text{Rt}\triangle AGB$ 中， $\angle AGB = 90^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $AB = 6\sqrt{2}$,

$\therefore AG = GB = 6$.

\because 四边形 $AFCE$ 为平行四边形,

$\therefore AE \parallel FC$.

$\therefore \angle 4 = \angle 5 = 60^\circ$.

\because 在 $\text{Rt}\triangle AGE$ 中， $\angle AGE = 90^\circ$ ， $\angle 4 = 60^\circ$,

$\therefore GE = \frac{AG}{\tan 60^\circ} = 2\sqrt{3}$.

$\therefore BE = BG + GE = 6 + 2\sqrt{3}$.

$\therefore D'F = 6 + 2\sqrt{3}$ 5 分

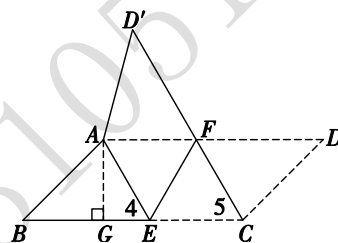
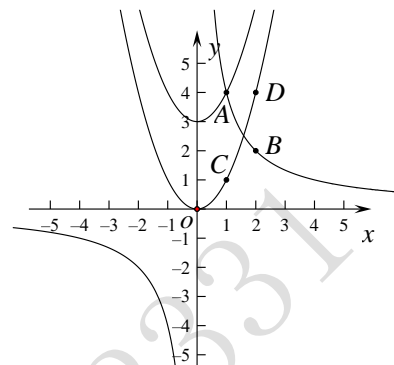


图 3

13、（本小题满分 3 分）

- 解：（1）当 $k=1$ 时，使得原等式成立的 x 的个数为 1；1 分
 （2）当 $0 < k < 1$ 时，使得原等式成立的 x 的个数为 2；2 分
 （3）当 $k > 1$ 时，使得原等式成立的 x 的个数为 1。3 分



14、（本小题满分 7 分）

- （1） $\angle ADE = 90^\circ - \alpha$ 1 分
 （2）①证明： \because 四边形 $ABFE$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel EF.$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ABC = \alpha . \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

由（1）知， $\angle ADE = 90^\circ - \alpha$ ，

$$\therefore \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = 90^\circ . \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore AD \perp BC.$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore$$

$$BD = CD . \quad \dots\dots\dots$$

.....4 分

②证明：

$$\because AB = AC, \angle ABC = \alpha ,$$

$$\therefore \angle C = \angle B = \alpha .$$

\because 四边形 $ABFE$ 是平行四边形，

$$\therefore AE \parallel BF, AE = BF.$$

$$\therefore$$

$$\angle EAC = \angle C = \alpha . \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

由（1）知， $\angle DAE = 2\alpha$ ，

$$\therefore \angle DAC = \alpha . \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

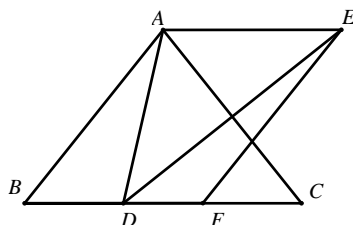
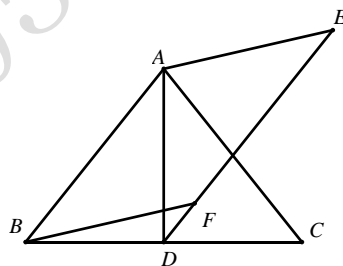
$$\therefore \angle DAC = \angle C .$$

$$\therefore AD = CD.$$

$$\because AD = AE = BF,$$

$$\therefore BF = CD.$$

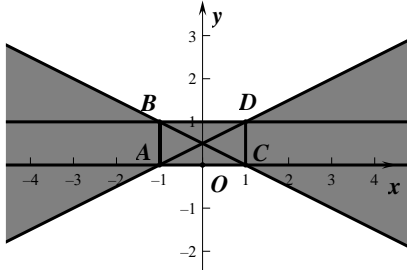
$$\therefore BD = CF . \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



15、（本小题满分 4 分）

(1) ②, ③ 是 $T_1 - T_2$ 联络点.2 分

(2) 所有 $T_1 - T_2$ 联络点所组成的区域为图中阴影部分（含边界）.



.....4 分