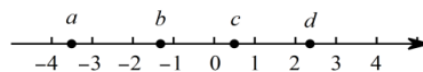


2017 年房山区初中毕业会考试卷

一. 选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）：下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1. 实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  在数轴上的对应点的位置如图所示，在这四个数中，绝对值最小的数是

- A.  $a$     B.  $b$     C.  $c$     D.  $d$



第 1 题图

2. 下列图案是轴对称图形的是



A.



B.



C.



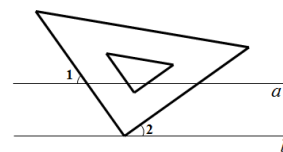
D.

3. 北京地铁燕房线，是北京地铁房山线的西延线，现正在紧张施工，通车后将是中国大陆第二条全自动无人驾驶线路. 预测初期客流量日均 132300 人次，将 132300 用科学记数法表示应为

- A.  $1.323 \times 10^5$     B.  $1.323 \times 10^4$     C.  $1.3 \times 10^5$     D.  $1.323 \times 10^6$

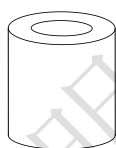
4. 如图，直线  $a \parallel b$ ，三角板的直角顶点放在直线  $b$  上，两直角边与直线  $a$  相交，如果  $\angle 1 = 55^\circ$ ，那么  $\angle 2$  等于

- A.  $65^\circ$     B.  $55^\circ$     C.  $45^\circ$     D.  $35^\circ$



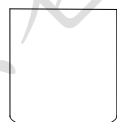
第 4 题图

5. 如图，A，B，C，D 是四位同学画出的一个空心圆柱的主视图和俯视图，正确的一组是

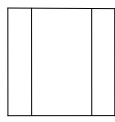


主视图

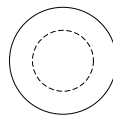
俯视图



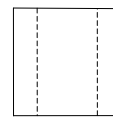
A.



B.



C.



D.

6. 一个不透明的盒子中装有 2 个白球，5 个红球和 8 个黄球，这些球除颜色外，没有任何其他区别，从这个盒子中随机摸出一个球，摸到红球的概率为

- A.  $\frac{2}{15}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{8}{15}$     D.  $\frac{1}{2}$

7. 雷达二维平面定位的主要原理是：测量目标的两个信息——距离

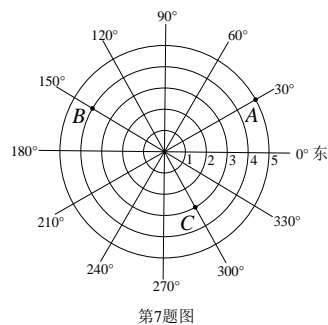
和角度，目标的表示方法为 $(\gamma, \alpha)$ ，其中： $\gamma$ 表示目标与探测器的距离； $\alpha$

表示以正东为始边，逆时针旋转的角度．如图，雷达探测器显示在点A，

B，C处有目标出现，其中目标A的位置表示为 $(5, 30^\circ)$ ，目标B的位

置表示为 $B(4, 150^\circ)$ ．用这种方法表示目标C的位置，正确的是

- A.  $(-3, 300^\circ)$     B.  $(3, 60^\circ)$   
C.  $(3, 300^\circ)$     D.  $(-3, 60^\circ)$



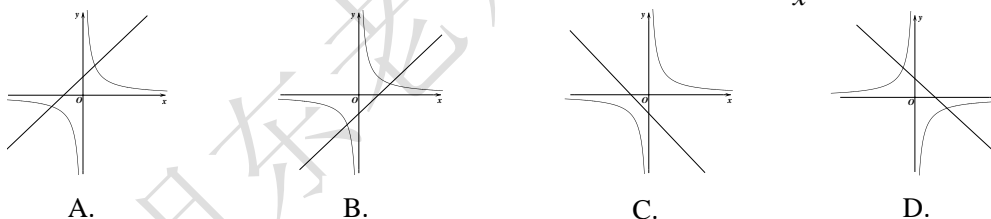
8. 2022年将在北京—张家口举办冬季奥运会，北京将成为世界上第一个既举办夏季奥运会，又举办冬季奥运会的城市．某校开设了冰球选修课，12名同学被分成甲、乙两组进行训练，他们的身高（单位：cm）如下表所示：

	队员1	队员2	队员3	队员4	队员5	队员6
甲组	176	177	175	176	177	175
乙组	178	175	170	174	183	176

设两队队员身高的平均数依次为 $\bar{x}_甲$ ， $\bar{x}_乙$ ，方差依次为 $s_甲^2$ ， $s_乙^2$ ，下列关系中完全正确的是

- A.  $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 < s_乙^2$     B.  $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 > s_乙^2$   
C.  $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 < s_乙^2$     D.  $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 > s_乙^2$

9. 在同一平面直角坐标系中，正确表示函数 $y = kx + k (k \neq 0)$ 与 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象的是



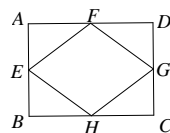
10. 如图1，已知点E，F，G，H是矩形ABCD各边的中点，AB=6，BD=8．动点M从点E出发，

沿 $E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow E$ 匀速运动，设点M运动的路

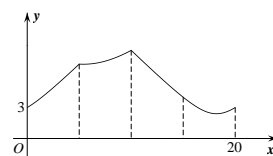
程为x，点M到矩形的某一个顶点的距离为y，

如果表示y关于x函数关系的图象如图2所示，

那么矩形的这个顶点是



第10题图1



第10题图2

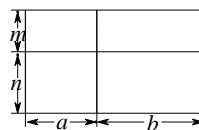
- A. 点A    B. 点B    C. 点C    D. 点D

## 二. 填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 如果二次根式  $\sqrt{x-5}$  有意义，那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

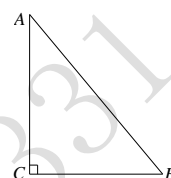
12. 分解因式： $2m^2 - 18 =$ \_\_\_\_\_.

13. 右图中的四边形均为矩形.根据图形，利用图中的字母，写出一个正确的等式：\_\_\_\_\_.



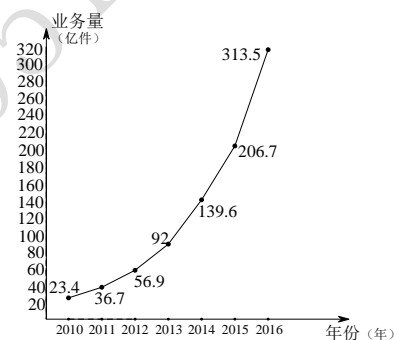
第13题图

14. 《九章算术》是我国古代最重要的数学著作之一，在“勾股”章中记载了一道“折竹抵地”问题：“今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺，问折者高几何？”翻译成数学问题是：如图所示， $\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC+AB=10$ ， $BC=3$ ，求  $AC$  的长. 如果设  $AC=x$ ，可列出的方程为\_\_\_\_\_.



第14题图

15. 中国国家邮政局公布的数据显示，2016 年中国快递业务量突破 313.5 亿件，同比增长 51.7%，快递业务量位居世界第一. 业内人士表示，快递业务连续 6 年保持 50% 以上的高速增长，已成为中国经济的一匹“黑马”，未来中国快递业务仍将保持快速增长势头. 右图是根据相关数据绘制的统计图，请你预估 2017 年全国快递的业务量大约为\_\_\_\_\_（精确到 0.1）亿件.



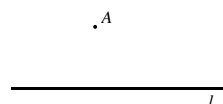
第15题图

16. 在数学课上，老师提出如下问题：

尺规作图：过直线外一点作已知直线的平行线.

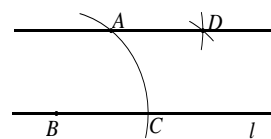
已知：直线  $l$  及其外一点  $A$ .

求作： $l$  的平行线，使它经过点  $A$ .



小云的作法如下：

- (1) 在直线  $l$  上任取一点  $B$ ;
  - (2) 以  $B$  为圆心， $BA$  长为半径作弧，交直线  $l$  于点  $C$ ;
  - (3) 分别以  $A$ 、 $C$  为圆心， $BA$  长为半径作弧，两弧相交于点  $D$ ;
  - (4) 作直线  $AD$ .
- 直线  $AD$  即为所求.



小云作图的依据是\_\_\_\_\_.

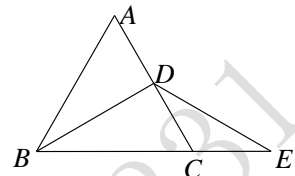
三. 解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算：  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \tan 60^\circ + |-\sqrt{3}| - \sqrt{12}$

18. 已知:如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $BD \perp AC$  于  $D$ ,  $E$  是  $BC$  延长线上的一点, 且  $\angle CED = 30^\circ$ .

求证:  $BD = DE$ .



19. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3-x \leq 2(x-3) \\ x \geq \frac{x-1}{2} \end{cases}$$

20. 当  $2a - 2b + 5 = 0$  时, 求  $\frac{a^2 - 2ab}{a-b} - \frac{b^2}{b-a}$  的值.

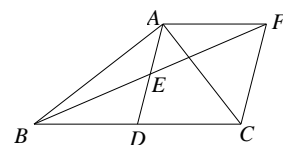
21. 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $BC$  边上的中线, 点  $E$  是  $AD$  的中点; 过点  $A$  作  $AF \parallel BC$  交  $BE$  的延长线于  $F$ , 连接  $CF$ .

(1) 求证: 四边形  $ADCF$  是平行四边形;

(2) 填空:

①如果  $AB = AC$ , 四边形  $ADCF$  是\_\_\_\_形;

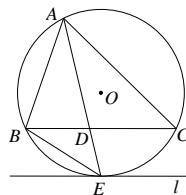
②如果  $\angle BAC = 90^\circ$ , 四边形  $ADCF$  是\_\_\_\_形;.



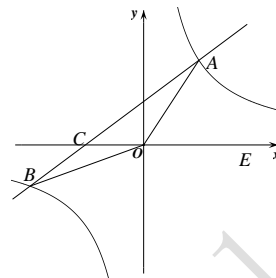
22. 已知: 如图, 点  $A, B, C$  三点在  $\odot O$  上,  $AE$  平分  $\angle BAC$ , 交  $\odot O$  于点  $E$ , 交  $BC$  于点  $D$ , 过点  $E$  作直线  $l \parallel BC$ , 连结  $BE$ .

(1) 求证: 直线  $l$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 如果  $DE = a$ ,  $AE = b$ , 写出求  $BE$  的长的思路.

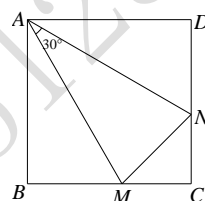


23.如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与反比例函数  $y = \frac{12}{x}$  的图象交于  $A$ 、 $B$  两点，点  $A$  在第一象限，点  $B$  的坐标为  $(-6, n)$ ，直线  $AB$  与  $x$  轴交于点  $C$ ， $E$  为  $x$  轴正半轴上一点，且  $\tan \angle AOE = \frac{4}{3}$ 。



- (1) 求点  $A$  的坐标；
- (2) 求一次函数的表达式；
- (3) 求  $\triangle AOB$  的面积。

24.如图， $M$ 、 $N$  分别是正方形  $ABCD$  的边  $BC$ 、 $CD$  上的点。已知： $\angle MAN = 30^\circ$ ， $AM = AN$ ， $\triangle AMN$  的面积为 1。



- (1) 求  $\angle BAM$  的度数；
- (2) 求正方形  $ABCD$  的边长。

25. 阅读下面的材料：

2014 年，是全面深化改革的起步之年，是实施“十二五”规划的攻坚之年。房山区经济发展稳中有升、社会局面和谐稳定，年初确定的主要任务目标圆满完成：全年地区生产总值和全社会固定资产投资分别为 530 和 505 亿元；区域税收完成 202.8 亿元；城乡居民人均可支配收入分别达到 3.6 万元和 1.88 万元。

2015 年，我区开启了转型发展的崭新航程：全年地区生产总值比上年增长 7% 左右；全社会固定资产投资完成 530 亿元；区域税收完成 247 亿元；城乡居民人均可支配收入分别增长 8% 和 10%。

2016 年，发展路径不断完善，房山区全年地区生产总值完成 595 亿元，全社会固定资产投资完成 535 亿元，超额实现预期目标，区域税收比上一年增长 4.94 亿元，城乡居民可支配收入分别增长 8.3% 和 8.8%。（摘自《房山区政府工作报告》）

根据以上材料解答下列问题：

- (1) 2015 年，我区全年地区生产总值为\_\_\_\_\_亿元；
- (2) 选择统计图或统计表，将房山区 2014~2016 年全年地区生产总值、固定资产投资和区域税收表示出来。

26. 小东根据学习函数的经验，对函数  $y = \frac{4}{(x-1)^2 + 1}$  的图象与性质进行了探究．下面是小东的探究过程，请补充完整，并解决相关问题：

(1) 函数  $y = \frac{4}{(x-1)^2 + 1}$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；

(2) 下表是  $y$  与  $x$  的几组对应值．

$x$	...	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	...
$y$	...	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{16}{13}$	2	$\frac{16}{5}$	4	$\frac{16}{5}$	2	$\frac{16}{13}$	$\frac{4}{5}$	$m$	...

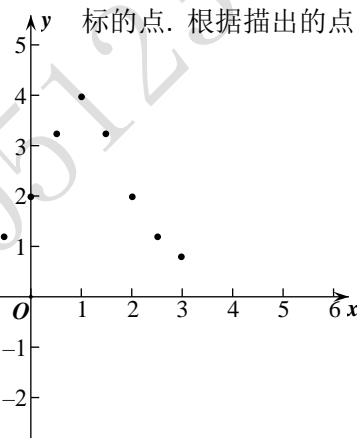
表中  $m$  的值为\_\_\_\_\_；

(3) 如图，在平面直角坐标系中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点．根据描出的点，画出函数  $y = \frac{4}{(x-1)^2 + 1}$  的大致图象；

(4) 结合函数图象，请写出函数  $y = \frac{4}{(x-1)^2 + 1}$

的一条性质：\_\_\_\_\_．

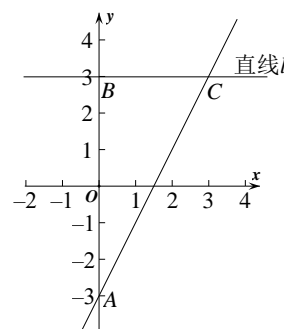
(5) 解决问题：如果函数  $y = \frac{4}{(x-1)^2 + 1}$  与直线  $y = a$  的交点有 2 个，那么  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_．



27. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = 2x - 3$  与  $y$  轴交于点  $A$ ，点  $A$  与点  $B$  关于  $x$  轴对称，过点  $B$  作  $y$  轴的垂线  $l$ ，直线  $l$  与直线  $y = 2x - 3$  交于点  $C$ ．

(1) 求点  $C$  的坐标；

(2) 如果抛物线  $y = nx^2 - 4nx + 5n$  ( $n > 0$ ) 与线段  $BC$  有唯一公共点，求  $n$  的取值范围．



28. 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=BC$ ,  $\angle B=90^\circ$ , 点 $D$ 为直线 $BC$ 上一个动点(不与 $B$ 、 $C$ 重合), 连结 $AD$ , 将线段 $AD$ 绕点 $D$ 按顺时针方向旋转 $90^\circ$ , 使点 $A$ 旋转到点 $E$ , 连结 $EC$ .

(1) 如果点 $D$ 在线段 $BC$ 上运动, 如图1:

①依题意补全图1;

②求证:  $\angle BAD = \angle EDC$

③通过观察、实验, 小明得出结论: 在点 $D$

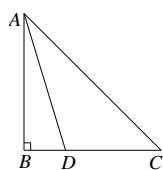


图1

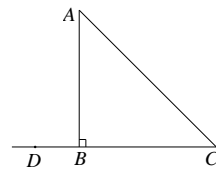


图2

运动的过程中, 总有 $\angle DCE=135^\circ$ . 小明与同学讨论后, 形成了证明这个结论的几种想法:

想法一: 在 $AB$ 上取一点 $F$ , 使得 $BF=BD$ , 要证 $\angle DCE=135^\circ$ , 只需证 $\triangle ADF \cong \triangle DEC$ .

想法二: 以点 $D$ 为圆心,  $DC$ 为半径画弧交 $AC$ 于点 $F$ . 要证 $\angle DCE=135^\circ$ , 只需证

$$\triangle AFD \cong \triangle ECD.$$

想法三: 过点 $E$ 作 $BC$ 所在直线的垂线段 $EF$ , 要证 $\angle DCE=135^\circ$ , 只需证 $EF=CF$ .

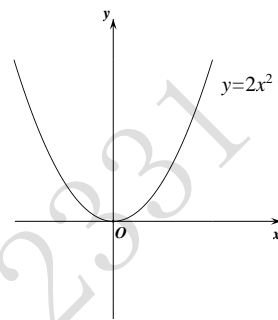
.....

请你参考上面的想法, 证明 $\angle DCE=135^\circ$ .

(2) 如果点 $D$ 在线段 $CB$ 的延长线上运动, 利用图2画图分析,  $\angle DCE$ 的度数还是确定的值吗? 如果是, 直接写出 $\angle DCE$ 的度数; 如果不是, 说明你的理由.

29. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P(x, y)$ , 如果点  $Q(x, y')$  的纵坐标满足  $y' = \begin{cases} x - y & (\text{当 } x \geq y \text{ 时}) \\ y - x & (\text{当 } x < y \text{ 时}) \end{cases}$ , 那么称点  $Q$  为点  $P$  的“关联点”.

- (1) 请直接写出点  $(3, 5)$  的“关联点”的坐标\_\_\_\_\_;
- (2) 如果点  $P$  在函数  $y = x - 2$  的图象上, 其“关联点”  $Q$  与点  $P$  重合, 求点  $P$  的坐标;
- (3) 如果点  $M(m, n)$  的“关联点”  $N$  在函数  $y = 2x^2$  的图象上, 当  $0 \leq m \leq 2$  时, 求线段  $MN$  的最大值.



备用图



## 2017 年房山区初中毕业会考数学答案及评分标准

## 一. 填空题 (本题共 30 分, 每小题 3 分):

1~ 5 CCADD 6~ 10 BCAAB

## 二. 填空题 (本题共 18 分, 每小题 3 分):

11.  $x \geq 5$  12.  $2(m+3)(m-3)$

13.  $(m+n)(a+b)=ma+mb+na+nb$  或  $ma+mb+na+nb = (m+n)(a+b)$ 、 $(m+n)(a+b)=m(a+b)+n(a+b)$ 、 $(m+n)(a+b)=(m+n)a+(m+n)b$

14.  $x^2+3^2=(10-x)^2$

15. 答案不唯一, 大于或等于 470.3 即可.

16. ① 四条边相等的四边形是菱形; 菱形的对边平行; 两点确定一条直线.

② 两组对边分别相等的四边形是平行四边形; 平行四边形的对边平行; 两点确定一条直线.

## 三. 解答题 (本题共 72 分, 第 17-26 题, 每小题 5 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

17. 解: 原式  $= 2 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3}$  -----4分  
 $= 2$  -----5分

18. 证明:  $\odot \triangle ABC$  是等边三角形,  $BD \perp AC$ 

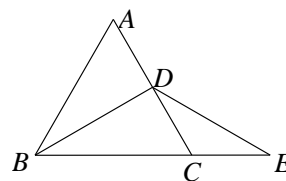
$\therefore \angle ABC = 60^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$  -----2分

$\therefore \angle DBC = 30^\circ$  -----3分

$\therefore \angle CED = 30^\circ$

$\therefore \angle DBE = \angle DEB$  -----4分

$\therefore BD = DE$  -----5分



19. 解: 解不等式①得:  $3-x \leq 2x-6$  -----1分  
 $-3x \leq -9$

$x \geq 3$  -----2分

解不等式②得:  $2x \geq x-1$  -----3分

$x \geq -1$  -----4分

$\therefore$  原不等式组的解集是  $x \geq 3$  -----5分

20. 解: 原式  $= \frac{a^2-2ab}{a-b} + \frac{b^2}{a-b}$  -----1分

$= \frac{a^2-2ab+b^2}{a-b}$  -----2分

$= \frac{(a-b)^2}{a-b}$  -----3分

$= a-b$  -----4分

$\therefore 2a-2b+5=0$

$\therefore a-b = -\frac{5}{2} \therefore$  原式  $= -\frac{5}{2}$  -----5分

21. 证明：(1)  $\because AF \parallel BC$ 

$$\therefore \angle AFB = \angle FBD, \angle FAD = \angle BDA$$

 $\because$  点  $E$  是  $AD$  的中点

$$\therefore AE = DE$$

$$\therefore \triangle FEA \cong \triangle BED$$

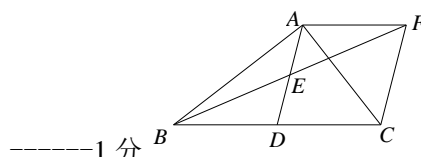
$$\therefore AF = BD$$

 $\because AD$  是  $BC$  边的中线,

$$\therefore BD = DC \therefore AF = DC$$

 又  $\because AF \parallel BC$ 
 $\therefore$  四边形  $ADCF$  是平行四边形

 (2) ①当  $AB = AC$  时, 四边形  $ADCF$  是 矩 形

 ②当  $\angle BAC = 90^\circ$  时, 四边形  $ADCF$  是 菱 形


-----1 分

-----2 分

-----3 分

-----4 分

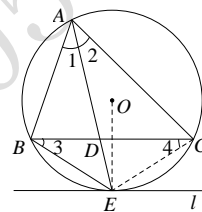
-----5 分

 22. (1) 证明: 连结  $OE, EC$ 
 $\because AE$  平分  $\angle BAC$ 

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \quad BE = CE$$

$$\therefore BE = EC$$

 又  $\because O$  为圆心

 $\therefore OE$  垂直平分  $BC$ , 即  $OE \perp BC$ 
 $\because l \parallel BC \therefore OE \perp l$ 
 $\therefore$  直线  $l$  与  $\odot O$  相切


-----1 分

-----2 分

-----3 分

 (2) 根据等弧 ( $BE = CE$ ) 所对的圆周角相等可证  $\angle 1 = \angle 3$ 

 根据  $\angle 1 = \angle 3, \angle BEA = \angle BEA$  可证  $\triangle BDE \sim \triangle ABE$ 

 根据相似三角形对应边成比例可得  $\frac{BE}{AE} = \frac{DE}{BE}$ ,

 将  $DE = a, AE = b$  代入即可求  $BE$ 

 23. 解: (1) 过点  $A$  作  $AH \perp x$  轴于点  $H$ 

$$\text{在 } \triangle AOH \text{ 中, } \because \tan \angle AOE = \frac{AH}{OH} = \frac{4}{3},$$

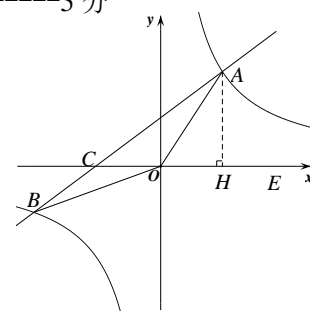
 $\therefore$  可设  $OH = 3m, AH = 4m$  即  $A(3m, 4m)$  其中  $m > 0$ 
 $\because$  点  $A$  在  $y = \frac{12}{x}$  的图象上

 $\therefore$  解得  $m = 1$  (舍负)  $\therefore$  点  $A$  坐标为  $(3, 4)$ 

 (2)  $\because$  点  $B(-6, n)$  在  $y = \frac{12}{x}$  的图象上

 $\therefore n = -2$ , 即  $B(-6, -2)$ 
 $\because y = kx + b$  的图象经过点  $A(3, 4), B(-6, -2)$ 

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 4 \\ -6k + b = -2 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases}$$

 $\therefore$  一次函数表达式为  $y = \frac{2}{3}x + 2$ 


-----1 分

-----5 分

-----2 分

-----3 分

-----4 分

(3) 在  $y = \frac{2}{3}x + 2$  中令  $y=0$ , 则  $x=-3$  即  $C(-3, 0)$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}OC \cdot |y_A| + \frac{1}{2}OC \cdot |y_B| = 9 \quad \text{-----5 分}$$

24. 解: (1)  $\because$  正方形  $ABCD$

$$\therefore AB=AD, \angle B = \angle D = \angle BAD = 90^\circ$$

$$\therefore AM=AN$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle AND \quad \text{-----1 分}$$

$$\therefore \angle BAM = \angle DAN$$

$$\text{又} \because \angle MAN = 30^\circ, \angle BAD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAM = 30^\circ \quad \text{-----2 分}$$

(2) 过点  $M$  作  $MH \perp AN$  于点  $H$  -----3 分

$$\therefore \angle BAM = 30^\circ, \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABM \text{ 中, 设 } BM=x, \text{ 则 } AM=2x, AB=\sqrt{3}x$$

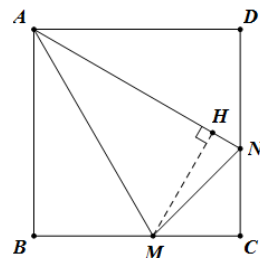
$$\text{又} \because AM=AN=2x, \angle MAN=30^\circ, MH \perp AN$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AMH \text{ 中, } MH=x$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}AN \cdot MH = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot x = x^2 = 1 \quad \text{-----4 分}$$

$$\text{解得: } x=1 \text{ (舍负)} \therefore AB=\sqrt{3}x=\sqrt{3}$$

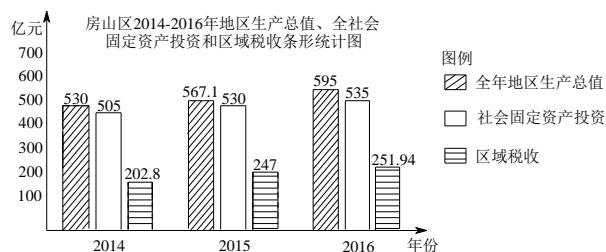
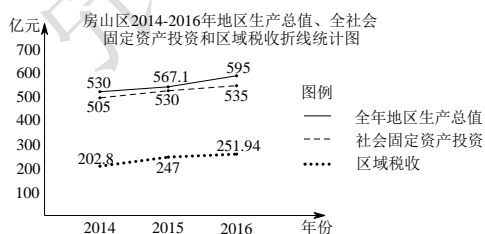
答: 正方形边长为  $\sqrt{3}$  -----5 分



25. (1) 567.1 -----1 分

(2) 我区 2014-2016 年全年地区生产总值、全社会固定资产投资和区域税收的统计表

年份 项目	全年地区生产总值(单 位: 亿元)	全社会固定资产投资 (单位: 亿元)	区域税收 (单位: 亿元)
2014	530	505	202.8
2015	567.1	530	247
2016	595	535	251.94



-----5 分

26. (1) 全体实数 -----1 分

(2)  $m = \frac{2}{5}$  -----2 分

(3) -----3 分

(4) 以下情况均给分：

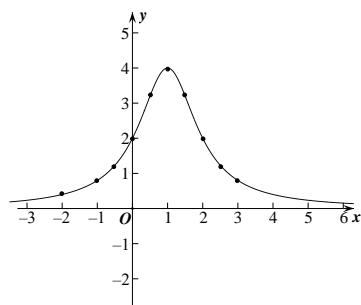
① 图象位于第一、二象限 ② 当  $x=1$  时，函数有最大值 4.

③ 图象有最高点  $(1, 4)$  ④  $x > 1$  时， $y$  随  $x$  增大而减小

⑤  $x < 1$  时， $y$  随  $x$  增大而增大 ⑥ 图象与  $x$  轴没有交点

⑦ 图象与  $y$  轴有一个交点 ⑧ 图象关于直线  $x=1$  对称 …… -----4 分

(5)  $0 < a < 4$  -----5 分



27. 解：(1)  $\because$  直线  $y=2x-3$  与  $y$  轴交于点  $A(0, -3)$  -----1 分

$\therefore$  点  $A$  关于  $x$  轴的对称点为  $B(0, 3)$ ,  $l$  为直线  $y=3$

$\because$  直线  $y=2x-3$  与直线  $l$  交于点  $C$ ,

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(3, 3)$  -----2 分

(2)  $\because$  抛物线  $y = nx^2 - 4nx + 5n$  ( $n > 0$ )

$\therefore y = nx^2 - 4nx + 4n + n = n(x-2)^2 + n$

$\therefore$  抛物线的对称轴为直线  $x=2$ , 顶点坐标为  $(2, n)$  -----3 分

$\because$  点  $B(0, 3)$ , 点  $C(3, 3)$

**错误!未找到引用源。**当  $n > 3$  时，抛物线最小值为  $n > 3$ , 与线段  $BC$  无公共点；

② 当  $n=3$  时，抛物线顶点为  $(2, 3)$ , 在线段  $BC$  上，

此时抛物线与线段  $BC$  有一个公共点； -----4 分

③ 当  $0 < n < 3$  时，抛物线最小值为  $n$ , 与直线  $BC$  有两个交点

如果抛物线  $y = n(x-2)^2 + n$  经过点  $B(0, 3)$ , 则  $3 = 5n$ , 解得  $n = \frac{3}{5}$

由抛物线的对称轴为直线  $x=2$ , 可知抛物线经过点  $(4, 3)$

点  $(4, 3)$  不在线段  $BC$  上，此时抛物线与线段  $BC$  有一个公共点  $B$  -----5 分

如果抛物线  $y = n(x-2)^2 + n$  经过点  $C(3, 3)$ , 则  $3 = 2n$ , 解得  $n = \frac{3}{2}$

由抛物线的对称轴为直线  $x=2$ , 可知抛物线经过点  $(1, 3)$

点  $(1, 3)$  在线段  $BC$  上，此时抛物线与线段  $BC$  有两个公共点 -----6 分

综上所述，当  $\frac{3}{5} \leq n < \frac{3}{2}$  或  $n=3$  时，抛物线与线段  $BC$  有一个公共点。 -----7 分

28. (1) 补全图形 -----1 分

 (2) 证明:  $\because \angle B=90^\circ$ 

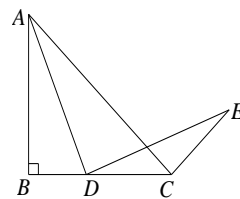
$$\therefore \angle BAD + \angle BDA = 90^\circ$$

 $\because \angle ADE=90^\circ$ , 点 D 在线段 BC 上

$$\therefore \angle BAD + \angle EDC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = \angle EDC$$

-----2 分


 证法 1: 在 AB 上取点 F, 使得  $BF=BD$ , 连结 DF -----3 分

$$\because BF=BD, \angle B=90^\circ$$

$$\therefore \angle BFD=45^\circ$$

$$\therefore \angle AFD=135^\circ$$

$$\because BA=BC$$

$$\therefore AF=CD$$

-----4 分

 在  $\triangle ADF$  和  $\triangle DEC$  中

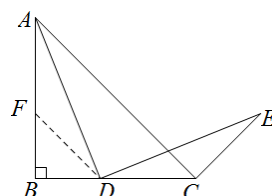
$$\begin{cases} AF = CD \\ \angle BAD = \angle CDE \\ AD = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle DEC$$

-----5 分

$$\therefore \angle DCE = \angle AFD = 135^\circ$$

-----6 分



证法 2: 以 D 为圆心, DC 为半径作弧交 AC 于点 F, 连结 DF -----3 分

$$\therefore DC=DF \quad \angle DFC = \angle DCF$$

$$\because AB=BC \quad \angle B=90^\circ$$

$$\therefore \angle ACB=45^\circ \quad \angle DFC=45^\circ$$

$$\therefore \angle FDC=90^\circ \quad \angle AFD=135^\circ$$

$$\because \angle ADE = \angle FDC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ADF = \angle EDC$$

-----4 分

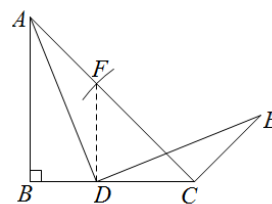
$$\text{又} \because AD=DE \quad DF=DC$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDE$$

-----5 分

$$\therefore \angle AFD = \angle DCE = 135^\circ$$

-----6 分


 证法 3: 过点 E 作  $EF \perp BC$  交 BC 延长线于点 F -----3 分

$$\therefore \angle EFD=90^\circ$$

$$\because \angle B=90^\circ, \therefore \angle EFD = \angle B$$

$$\because \angle BAD = \angle CDE, AD=DE$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle DEF$$

-----4 分

$$\therefore AB=DF \quad BD=EF$$

$$\because AB=BC$$

$$\therefore BC=DF, BC-DC=DF-DC \text{ 即 } BD=CF \text{ -----5 分}$$

$$\therefore EF=CF$$

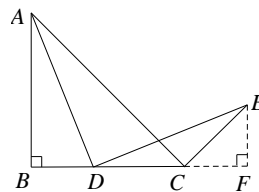
$$\because \angle EFC=90^\circ$$

$$\therefore \angle ECF=45^\circ, \angle DCE=135^\circ$$

-----6 分

 (2)  $\angle DCE=45^\circ$ 

-----7 分



29. (1) (3, 2)

-----1 分

(2)  $\because$  点  $P$  在函数  $y=x-2$  的图象上,

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(x, x-2)$ ,

$\because x > x-2$ , 根据关联点的定义, 点  $Q$  的坐标为  $(x, 2)$  -----2 分

又  $\because$  点  $P$  和点  $Q$  重合

$\therefore x-2=2$  解得  $x=4$

$\therefore$  点  $P$  的坐标是  $(4, 2)$

-----3 分

(3) 点  $M(m, n)$  的关联点是点  $N$ , 由关联点定义可知

第一种情况: 当  $m \geq n$  时, 点  $N$  的坐标为  $(m, m-n)$

$\because$  点  $N$  在函数  $y=2x^2$  的图象上,

$\therefore m-n=2m^2$ ,  $n=-2m^2+m$

即  $y_M = -2m^2 + m$ ,  $y_N = 2m^2$

$\therefore MN = |y_M - y_N| = |-4m^2 + m|$

① 当  $0 \leq m \leq \frac{1}{4}$  时,  $-4m^2 + m > 0$

$$MN = -4m^2 + m = -4\left(m - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{1}{16}$$

$\therefore$  当  $m = \frac{1}{8}$  时, 线段  $MN$  的最大值是  $\frac{1}{16}$

② 当  $\frac{1}{4} < m \leq 2$  时,  $-4m^2 + m < 0$

$$MN = 4m^2 - m = 4\left(m - \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{16}$$

$\therefore$  当  $m=2$  时, 线段  $MN$  的最大值是 14;

综合 ① 与 ②, 当  $m \geq n$  时线段  $MN$  的最大值是 14

-----5 分

第二种情况: 当  $m < n$  时, 点  $N$  的坐标为  $(m, n-m)$

$\because$  点  $N$  在函数  $y=2x^2$  的图象上,

$\therefore n-m=2m^2$  即  $n=2m^2+m$

$\therefore y_M = 2m^2 + m$ ,  $y_N = 2m^2$   $\therefore MN = |y_M - y_N| = |m|$

$\because 0 \leq m \leq 2$   $\therefore MN = m$

$\therefore$  当  $m < n$  时, 线段  $MN$  的最大值是 2;

-----7 分

综上所述, 当  $m \geq n$  时, 线段  $MN$  的最大值是 14;

当  $m < n$  时, 线段  $MN$  的最大值是 2.

-----8 分

本答案仅给出部分结果, 其他正确解答请相应酌情给分。