2016年门头沟区初三二模考试

数学试卷

2016. 6

- 1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 29 道小题, 满分 120 分, 考试时间 120 分钟;
- 2. 在试卷和答题卡的密封线内准确填写学校名称、班级和姓名;

3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效;

- 4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答;
- 5. 考试结束,将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

选择题(本题共30分,每小题3分)下列各题均有四个选项,其中只有一个是符合题意的.

- 1. 门头沟位于北京西南部,属太行山余脉,地势险要"东望都邑,西走塞上而通大漠",自古为兵家必争 之地,全区总面积1455平方公里,其中山区占98.5%.将数字1455用科学记数法表示为()
 - A. 1.455×10^3
- B. 14.55×10^2 C. 1.455×10^4
- D. 0.1455×10^4
- 2. 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示,下面结论正确的是(



- A. c > a
- B. $\frac{1}{c} > 0$ C. |a| < |b|
- 3. 窗花是我国传统民间艺术,下列窗花中,是轴对称图形的为(





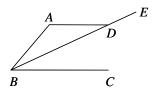
C



D

- 4. 在下列运算中,正确的是(

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $a^5 + a^5 = 2a^{10}$
- 5. 如图, AD//BC, 点 E 在 BD 的延长线上, 如果 $\angle ADE = 155^{\circ}$, 那么 $\angle DBC$ 的度数为
 - A. 155°
- B. 50°
- C. 45°
- D. 25°



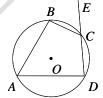
- 6. 右图是一个正方体的平面展开图,那么这个正方体"美"字的对面所标的字是
 - A. 让
- B. 更
- C. 活
- D. 生



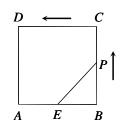
- 7. 某小区要建一个地基为多边形的凉亭,如果这个多边形的外角和等于它的内角和,那么这个多边形是
 - A. 六边形
- B. 五边形
- C. 四边形
- D. 三边形
- 8. 甲、乙、丙、丁四位同学参加了 10 次数学测验,他们测验的平均成绩(\bar{x})与方差(S^2)如下表所示,那么这四位同学中,成绩较好,且较稳定的是

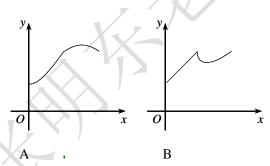
	甲	Z	丙	丁
$\frac{-}{x}$	85	90	90	85
S^2	1.0	1.0	1.2	1.8

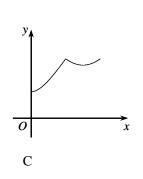
- A. 甲
- в. Z
- C. 丙
- D. 丁
- 9. 如图,四边形 ABCD 内接于 $\odot O$,E 是 DC 延长线上一点,如果 $\odot O$ 的半径为 6, $\angle BCE = 60^{\circ}$,那么 BCD 的长为
 - A. 6π
- B. 12π
- \cdot C. 2π
- D. 4π

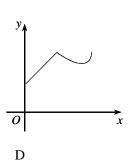


10. 如图,在正方形 ABCD 中, AB=2 , E 是 AB 的中点,动点 P 从点 B 开始,沿着边 BC , CD 匀速运动 到 D ,设点 P 运动的时间为 x , EP=y ,那么能表示 y 与 x 函数关系的图象大致是









- 二、填空题(本题共18分,每小题3分)
- 11. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是______
- 12. 分解因式: $ax^4 9ay^2 =$ _____

张明东老师 17310512331 公众号:中学数学一加一

13.《算法统宗》是中国古代数学名著,作者是明代著名数学家程大位.在其中有这样的记载"一百馒头一百僧,大僧三个更无争,小僧三人分一个,大小和尚各几丁?"

译文:有100名和尚分100个馒头,正好分完.如果大和尚一人分3个,小和尚3人分一个,试问大、小和尚各有几人?

设有大和尚x人,小和尚y人,可列方程组为______.



14. 请写出一个图象经过点(1,2),且第一象限内的函数值随着自变量的值增大而减小的函数表达式:

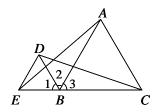
15	小明同学在"计算:	$\frac{x-3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{x}{3}$	时.	他是这样做的,
15.	7.奶肉子在 77.	$\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{1+x}$	нე,	匹尼公开队门;

解:
$$\frac{x-3}{x^2-1} + \frac{2}{1+x}$$
,
$$= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} + \frac{2}{x+1}$$
,
$$= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} + \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)}$$
,
$$= \frac{(x-3)+2(x-1)}{(x+1)(x-1)}$$
,
$$= \frac{3x-5}{(x+1)(x-1)}$$
,
$$= 3x-5$$
.
第五步

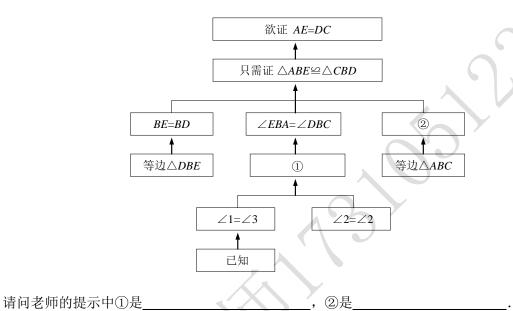
小明的解法从 步开始出现错误,错误的原因是



如图, $\triangle DEB$ 和 $\triangle ABC$ 都是等边三角形,连接DC和AE,求证: AE=DC.



小明冥思苦想许久不得解,只好去问老师,老师给了他如下提示:



三、解答题(本题共72分,第17-26题,每小题5分,第27、28题,每小题7分,第29题8分)解答 应写出文字说明,演算步骤或证明过程.

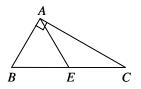
17. 计算:
$$(2016 - \pi)^0 - 6\tan 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left|1 - \sqrt{3}\right|$$

18. 己知 $a^2 + 2a - 4 = 0$, 求代数式 $a(a-2)^2 - a^2(a-6) - 3$ 的值.

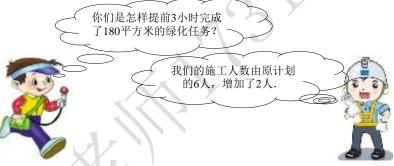
19. 解不等式组
$$\begin{cases} 3(x-1) < 5x+1, \\ \frac{x-1}{2} \ge 2x-4. \end{cases}$$
 并直接写出它的所有非负整数解.

20. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^{\circ}$, $\angle C = 30^{\circ}$,AE为 BC 边上的中线.

求证: $\triangle ABE$ 是等_边三角形.

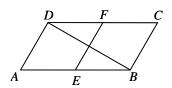


21. 一支园林队进行某区域的绿化,在合同期内高效地完成了任务,这是记者与该队工程师的一段对话:

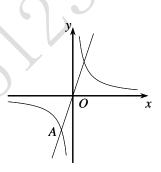


如果每人每小时绿化面积相同,请通过这段对话,求每人每小时的绿化面积.

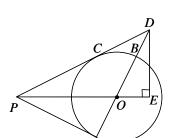
- 22. 如图,在平行四边形 ABCD中,点 E, F 分别是 AB, CD 的中点.
 - (1) 求证: 四边形 AEFD 是平行四边形;
 - (2) 如果 $\angle A = 60^{\circ}$, AB = 2AD = 4, 求BD的长.



- 23. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象与一次函数 y = kx 的图象的一个交点为 A (m, -3).
 - (1) 求点 A 的坐标和一次函数 y = kx 的表达式;
 - (2) 如果点 P 在直线 OA 上,且满足 PA = 2OA,直接写出点 P 的坐标.



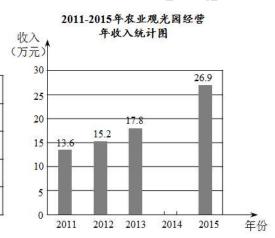
- 24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA, PC 分别与 $\odot O$ 相切于点 A、C, PC 交 AB 的延长线于点 D, $DE \perp PO$ 交 PO 的延长线于点 E.
 - (1) 求证: ∠*EPD* = ∠*EDO*;
 - (2) 如果PC = 6, $\tan \angle PDA = \frac{3}{4}$, 求OE的长.



25. 门头沟地处北京西南部,山青水秀,风景如画,静谧清幽.近年来,某村依托丰富的自然资源和人文资源,大力开发建设以农业观光园为主的多类型休闲旅游项目,农民收入逐步提高.以下是根据该村公布的"主要经济发展指标"相关数据绘制的统计图表的一部分.

2012-2015年农业观光园经营 年收入增长率统计表

年份	年增长率(精确到1%)
2012年	12%
2013年	
2014年	22%
2015年	24%



根据以上信息解答下列问题:

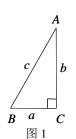
- (1) 该村 2013 年农业观光园经营年收入的年增长率约是____; (结果精确到 1%)
- (2) 补全条形统,计图,并在图中标明相应的数据;(结果精确到0.1)
- (3) 请预估该村 2016 年的农业观光园经营年收入约为______万元, 你预估的理由是

26. 阅读材料,回答问题:

小明学完了"锐角三角函数"的相关知识后,通过研究发现:如图 1,在 $Rt \triangle ABC$ 中,如果 $\angle C = 90^{\circ}$,

$$\angle A = 30^{\circ}$$
, $BC = a = 1$, $AC = b = \sqrt{3}$,

$$AB = c = 2$$
,那么 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2$.



张明东老师 17310512331 公众号:中学数学一加一

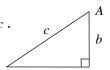
通过上网查阅资料,他又知"sin90°=1",因此他得到"在含

30°角的直角三角形中,存在着 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 的关系."

这个关系对于一般三角形还适用吗? 为此他做了如下的探究:

(1) 如图 2, 在 Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^{\circ}$, BC = a, AC = b, AB = c.

请判断此时" $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ "的关系是否成立?



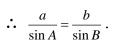
(2) 完成上述探究后,他又想"对于任意的锐角 $\triangle ABC$,上述关系还成立 \mathbf{q}_{2} "因此他又继续进行了如下的探究:

如图 3, 在锐角 $\triangle ABC$ 中, BC=a, AC=b, AB=c. 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D.



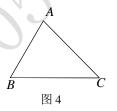
$$\therefore \sin A = \underline{\hspace{1cm}}, \sin B = \underline{\hspace{1cm}}.$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\sin B}$$



同理, 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于 H, 可证 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$



请将上面的过程补充完整.

(3) 如图A,在 $\triangle ABC$ 中,如果 $\angle B=60^{\circ}$, $\angle C=45^{\circ}$,AB=2,那么AC=______.

- 27. 在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 A(0, -3), B(4, 5).
- (1) 求此抛物线的表达式; (2) 如果此抛物线的顶点为 C,求点 C 的坐标;
- (3) 设点 C 向左平移 2 个单位长度后的点为 D,此抛物线在 A, B 两点之间的部分为图象 W(包含 A, B 两点),经过点 D 的直线为 l: y = mx + n. 如果直线 l 与图象 W 有且只有一个公共点,结合函数图象,求 m 的取值范围.

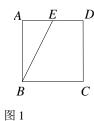
8

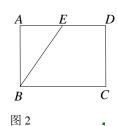


28. 如图,在矩形 ABCD 中,E 是 AD 的中点,点 A 关于 BE 的对称点为 G (G 在矩形 ABCD 内部),连接 BG 并延长交 CD 于 F.

- (1) 如图 1, 当AB = AD时,
 - ① 根据题意将图 1 补全;
 - ② 直接写出 DF 和 GF 之间的数量关系.

- (2) 如图 2, 当 $AB \neq AD$ 时, 如果点 F 恰好为 DC 的中点, 求 $\frac{AD}{AB}$ 的值.
- (3) 如图 3, 当 $AB \neq AD$ 时, 如果 DC = nDF, 写出求 $\frac{AD}{AB}$ 的值的思路(不必写出计算结果).





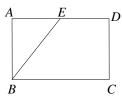


图 3

29. 对于关于 x 的一次函数 y = kx + b ($k \neq 0$),我们称函数 $y_{[m]} = \begin{cases} kx + b(x \leq m), \\ -kx - b(x \geq m). \end{cases}$ 为它的 m 分函数 (其中 m 为常数).

例如, y=3x+2 的 4 分函数为: 当 $x \le 4$ 时, $y_{[4]}=3x+2$; 当 x > 4 时, $y_{[4]}=-3x-2$.

- (1) 如果 y = -x + 1的 2 分函数为 $y_{[2]}$,
 - ① $\stackrel{\omega}{=} x = 4 \text{ ft}$, $y_{[2]} = \underline{\hspace{1cm}}$; ② $\stackrel{\omega}{=} y_{[2]} = 3 \text{ ft}$, $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

张明东老师 17310512331 公众号:中学数学一加一

- (2) 如果 y = x + 1 的 -1 分函数为 $y_{[-1]}$,求双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 与 $y_{[-1]}$ 的图象的交点坐标;
- (3) 从下面两问中任选一问作答: (温馨提示:两问均2分,不重复计分!)
 - ① 设 y = -x + 2 的 m 分函数为 $y_{[m]}$,如果抛物线 $y = x^2$ 与 $y_{[m]}$ 的图象有且只有一个公共点,直接 写出 m 的取值范围.
 - ② 如果点 A (0, t) 到 y = -x + 2 的 0 分函数 $y_{[0]}$ 的图象的距离小于 1,直接写出 t 的取值范围.

2016年门头沟区初三二模考试数学试卷答案及评分参考

一、选择题(本题共30分,每小题3分)

應号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	В	A	D	D	C	В	D	C

二、填空题(本题共18分,每小题3分)

题号	11	12	13	14	15	16
答案	x ≠ 2	$a(x^2+3y)(x^2-3y)$	$\begin{cases} x + y = 100 \\ 9x + y = 300 \end{cases}$	略	腾	略

三、解答题(本题共72分,第17-26题,每小题5分,第27、28题,每小题7分,第29题8分) 17. (本小题满分5分)

解: 原式 =
$$1-6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 4 + \sqrt{3} - 1$$
 , 4 分

18. (本小題满分5分)

解: 原式
$$=a(a^2-4a+4)-a^2(a-6)-3=a^3-4a^2+4a-a^3+6a^2-3$$
.

$$= 2a^2 + 4a - 3$$
. $3 / 3$
 $\Rightarrow a^2 + 2a - 4 = 0$,

19. (本小題满分5分)

20. (本小題満分5分)

证明: ∵ ∠BAC=90°, ∠C=30°, ∴ ∠B=60°, AB= 1/2 BC, ······2 分

21. (本小題満分5分)

依題意,得
$$\frac{180}{6x} - \frac{180}{(6+2)x} = 3$$
. …… 2 分 解得 $x = 2.5$. …… 3 分

经检验。x=2.5 是原方程的解。且符合應意. ………… 4分答: 每人每小时的绿化面积为2.5 平方米. … 5 分





22. (本小題满分5分)

- (1) 证明: : 四边形 ABCD 是平行四边形,
 - ∴ AB // CD 且 AB=CD. ························ 分
 - ∴ 点 E, F分别是 AB, CD 的中点。

$$\therefore \quad AE = \frac{1}{2}\,AB, DF = \frac{1}{2}\,CD\,.$$

∴ AE=DF, ······2 分

- ∴ 四边形 AEFD 是平行四边形、 ·····3 分
- (2) 解: 过点 D作 DH LAB 于点 H.

∴ AB=2AD=4, ∴ AD=2, ……4 分
在 Rt△AGD 中, ∴ ∠AHD = 90°, ∠A = 60°, AD=2,

- \therefore $AH = AD \cdot \cos 60^{\circ} = 1$, $DH = AD \cdot \sin 60^{\circ} = \sqrt{3}$.
- $\therefore BH = AB AH = 3.$

在 Rt $\triangle DHB$ 中。 \therefore $\angle DHB = 90^{\circ}, DH = \sqrt{3}, BH = 3,$

٠.



23. (本小題满分5分)

解: (1) ∵ 点A (m,-3) 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, ∴ $-3 = \frac{3}{m}$.

- ∵ 点 A (-1, -3) 在一次函数 y=kx 的图象上,
- $\therefore k=3$
- ∴ 一次函数的表达式为 y=3x. 3 分

24. (本小題满分5分)

- (1) 证明: Y PA, PC 与⊙O 分别相切于点 A、C,
 - ∴ PA=PC, ∠APO=∠EPD.
 - ∵ AB是⊙O的直径, ∴ PA⊥AB.
 - \therefore $DE \perp PO$, \therefore $\angle A = \angle E = 90^{\circ}$.
 - ∵ ∠POA=∠DOE, ∴ ∠EPD=∠EDO.2 分
- (2) 解: 连接 OC, 则 OC LPD.

在 Rt $\triangle PAD$ 中, $\angle A=90^{\circ}$, PA=PC=6 , $\tan \angle PDA=\frac{3}{4}$,

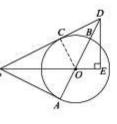
可得 AD=8, PD=10, CD=4.

Rt $\triangle OCD + \cdot \angle OCD = 90^\circ \cdot \cdot CD = 4 \cdot \tan \angle ODC = \frac{3}{4}$

可得 OC=3, OD=5.

在 $Rt\triangle PCO$ 中,由勾股定理得 $PO=3\sqrt{5}$.

∵ 可证 Rt△DEO∽Rt△PCO。





13

$$\therefore \quad \frac{OE}{OC} = \frac{OD}{OP}, \quad \mathbb{I} \mathbb{I} \quad \frac{OE}{3} = \frac{5}{3\sqrt{5}}.$$

25. (本小題满分 5 分)

解:	(1)	17%:1	分
	(2)	略:3	分
	(3)	略,	分

26. (本小題満分5分)

27. (本小題滿分7分)

解: (1) ∵ 点 A. B 在抛物线 y=x2+bx+c 上。

$$\begin{cases} -3 = c, \\ 5 = 4^2 + 4b + c. \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} b = -2, \\ c = -3. \end{cases}$$

(2) :
$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$
.

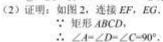
当直线经过点 D 和点 A 时,

当直线经过点 D 和点 B 时, D (-1, -4) B (4, 5)

综上所述,m 的取值范围是m=0, $1 < m \le \frac{9}{5}$7 分

28. (本小題満分7分)

解: (1) ① 如图 1; ··· ···········1 分 ② DF=GF. ··············2 分 (2) 证证: 加图 2 连接 FF FG









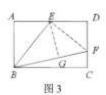
- ∵ E是 AD 的中点,
- $\therefore AE = ED = \frac{1}{2}AD.$
- :A 与 G 关于 AE 对称,
- $\ \ \, : \quad \textit{EG-AE}, \quad \angle \textit{EGB-} \angle \textit{EGF-} \angle \textit{A-} \angle \textit{D-}90^{\circ}, \\$
- $\begin{array}{ccc} : & EG=ED, & \angle EGF=\angle D=90^{\circ}. \\ \mathbb{X} & : & EF=EF, \end{array}$

- :. GF=DF.

设 DF=x, BC=y, 则有 GF=x, AD=y.

- ∵ F为DC的中点。 ∴ DC=2DF.
- \therefore $CF=x_*$ $DC=AB=BG=2x_*$
- ∴ BF=BG+GF=3x; ··· ·······4 分

在 RtΔBCF 中, ∠C=90°,



由勾股定理得 $BC^2+CF^2=BF^2$, 即 $y^2+x^2=(3x)^2$,

$$\therefore y=2\sqrt{2}x.$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{2\sqrt{2}x}{2x} = \sqrt{2} . \quad \dots 5 \text{ } \text{?}$$

- (3) 求 $\frac{AD}{AB}$ 的值的思路如下:
 - a. 如图3, 连接 EF 和 EG.
 - 由 (2) 可知 GF=DF;
 - b. 设DF=x, BC=y, 则有GF=x, AD=y, 由DC = nDF,可用含有n和x的代数式表示 BF:
 - c. 利用勾股定理, 用含有 n 和 x 的代数式表示 y:
 - d. 计算出结果 $(\frac{2\sqrt{n}}{n})$, … ……7 分

29. (本小題满分8分)

(2) 当x≤-1时,

由題意得
$$\begin{cases} y_{[-1]} = x+1, \\ y = \frac{2}{x}. \end{cases}$$

∴ 它们的交点坐标为 (-2, -1).

当x>-1时,





此方程组无实数根,5	分
∴ 双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 与 $y_{[i]}$ 的图象的交点坐标 (-2, -1),6	分
(3) ① $-2 \le m < 1$,8	分
② 1 <t<\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\< td=""><td>分</td></t<\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\<>	分
说明: 若考生的解法与给出的解法不同,正确者可参照评分参考相应给分。	



