

学校:

\_\_\_\_班级:

\_\_\_\_姓名:

\_\_\_\_层级:

学号:

密  
封  
线  
内  
请  
不  
要  
答  
题

2016——2017 学年度第一学期

北师大二附中西城实验学校八年级数学学科期中检测试题

2016 年 10 月

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 使分式  $\frac{x}{x+1}$  有意义的条件是 ( ).  
A.  $x \neq -1$       B.  $x \neq 1$       C.  $x \neq 0$       D.  $x+1 > 0$

2. 下列各式从左边到右边的变形中, 是因式分解的是 ( ).  
A.  $a(x+y) = ax+ay$       B.  $x^2-4x+4 = x(x-4)+4$   
C.  $x^2-16+3x = (x+4)(x-4)+3x$       D.  $10x^2-5x = 5x(2x-1)$

3. 如果把分式  $\frac{x+2y}{x+y}$  中的  $x$  和  $y$  都扩大 10 倍, 那么分式的值 ( ).  
A. 扩大 10 倍    B. 缩小 10 倍    C. 是原来的  $\frac{2}{3}$     D. 不变

4. 已知图中的两个三角形全等, 则  $\angle 1$  等于 ( ).  
A.  $72^\circ$     B.  $60^\circ$     C.  $50^\circ$     D.  $58^\circ$

5. 下列变形正确的是 ( ).  
A.  $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a}{b}$     B.  $\frac{a-1}{-b} = -\frac{a-1}{b}$     C.  $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a-b}$     D.  $\frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2} = -1$

6. 如果多项式  $x^2+ax+b$  可因式分解为  $(x-1)(x+2)$ , 则  $a$ 、 $b$  的值为 ( ).  
A.  $a=1, b=2$     B.  $a=1, b=-2$     C.  $a=-1, b=-2$     D.  $a=-1, b=2$

7. 请仔细观察用直尺和圆规作一个角  $\angle A'O'B'$  等于已知角  $\angle AOB$  的示意图, 根据图形全等的知识, 说明画出  $\angle A'O'B' = \angle AOB$  的依据是 ( ).

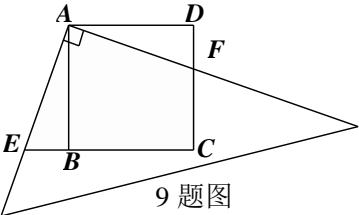
- A. SSS      B. ASA  
C. AAS      D. SAS

8. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线, 从点  $D$  向  $AB$ 、 $AC$  两边作垂线段, 垂足分别为  $E$ 、 $F$ , 那么下列结论中错误的是 ( ).  
A.  $DE=DF$     B.  $AE=AF$     C.  $BD=CD$     D.  $\angle ADE = \angle ADF$

(第 8 题)

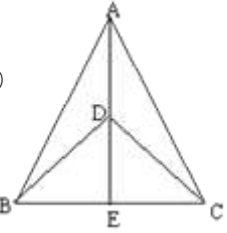
9. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 4, 将一个足够大的直角三角板的直角顶点放于点  $A$  处, 该三角板的两条直角边与  $CD$  交于点  $F$ , 与  $CB$  延长线交于点  $E$ . 四边形  $AECF$  的面积是 ( ).

- A. 16    B. 12    C. 8    D. 4



9 题图

10.  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $E$  在  $BC$  上,  $D$  在  $AE$  上。则下列说法:  
①若  $E$  为  $BC$  中点, 则有  $BD=CD$ ;  
②若  $BD=CD$ , 则  $E$  为  $BC$  中点;  
③若  $AE \perp BC$ , 则有  $BD=CD$ ;  
④若  $BD=CD$ , 则  $AE \perp BC$ 。其中正确的有 ( ).  
A. ①③④    B. ②③④    C. ①②③    D. ①②③④



二、填空 (每题 2 分, 共 16 分)

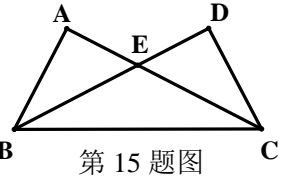
11. 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{x}{3x-1}$  值为 0.

12. 分解因式:  $x^3-x =$  \_\_\_\_\_.

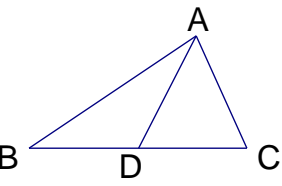
13. 约分:  $\frac{-5mn^2}{15m^2n} =$  \_\_\_\_\_.

14. 如果  $x+y=0, xy=-7$ , 则  $x^2y+xy^2 =$  \_\_\_\_\_.

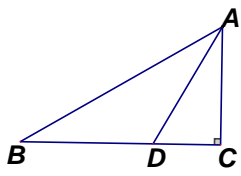
15. 如图, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DCB$  中,  $AB=DC$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $E$ , 若不再添加任何字母与辅助线, 要使  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ , 则还需增加的一个条件 \_\_\_\_\_.



第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图

16. 已知, 如图  $\triangle ABC$  中,  $AB=5, AC=3$ , 则中线  $AD$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
17. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ, AB=10$ ,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的一条角平分线. 若  $CD=3$ , 则  $\triangle ABD$  的面积为 \_\_\_\_\_.
18. 在  $\triangle ABC$  中, 高  $AD$ 、 $BE$  所在直线交于  $H$  点, 若  $BH=AC$ , 则  $\angle ABC$  的值为 \_\_\_\_\_.

三、分解因式 (本题共 12 分, 每小题 4 分)

校:

\_\_\_\_班级:

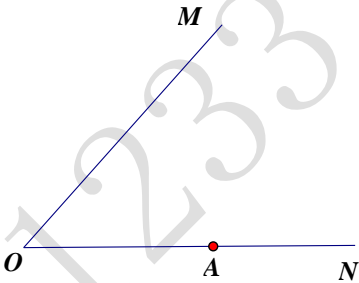
\_\_\_\_姓名:

\_\_\_\_层级\_\_\_\_

\_学号:

19. (1)  $a^4 - a^2b^2$  (2).  $4x^3 + 4x^2y + xy^2$  (3).  $x^2 + 4x - 21$

P, 使得  $PA \perp ON$ , 且点 P 到  $\angle MON$  两边的距离相等. (请用尺规作图, 保留作图痕迹, 不要求写出作法, 不必证明).



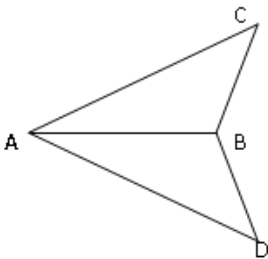
四、解答题 (20—23、25、26 题每题 4 分, 24 题 3 分, 27--29 每题 5 分)

20. 计算:  $\frac{a+2}{a-2} \cdot \frac{1}{a^2+2a}$  21. 计算:  $(xy-x^2) \div \frac{x-y}{xy}$

密-----  
封-----  
线-----  
内-----  
请-----  
不-----  
要-----  
答-----  
题

22. 计算:  $\frac{2a-4}{a^2+6a+9} \div \frac{a-2}{a+3} \cdot (a+3)$

25. 如图,  $AC=AD$ ,  $BC=BD$ , 图中有相等的角吗? 若没有说明理由, 若有请全部找出来, 并证明其中的一组角相等。

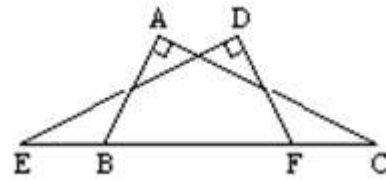


23. 先化简, 再求值  $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9} \cdot \frac{3x^3+9x^2}{x^2-3x}$ , 其中  $x = -\frac{1}{3}$ .

24. 已知: 如图,  $\angle MON$  及边  $ON$  上一点  $A$ . 在  $\angle MON$  内部求作: 点

26. 已知: 如图,  $E, B, F, C$  四点在同一直线上,  $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ,  $BE = FC$ ,  $AB = DF$ .

求证:  $ED = AC$



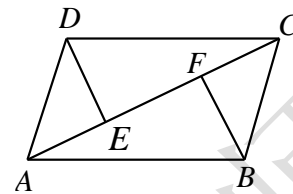
(1) 证明：

(2) 解：

27. 如图，已知  $DE \perp AC$ ， $BF \perp AC$ ，垂足分别是  $E$ 、 $F$ ， $AE = CF$ ， $DC \parallel AB$ ，

(1) 试证明： $DE = BF$ ；(2) 连接  $DF$ 、 $BE$ ，猜想  $DF$  与  $BE$  的关系？并证明你的猜想。

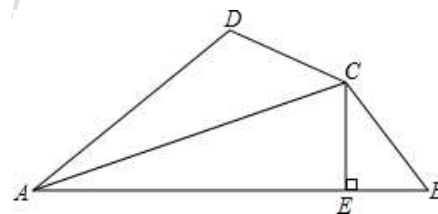
(1) 证明：



(2) 猜想：

证明：

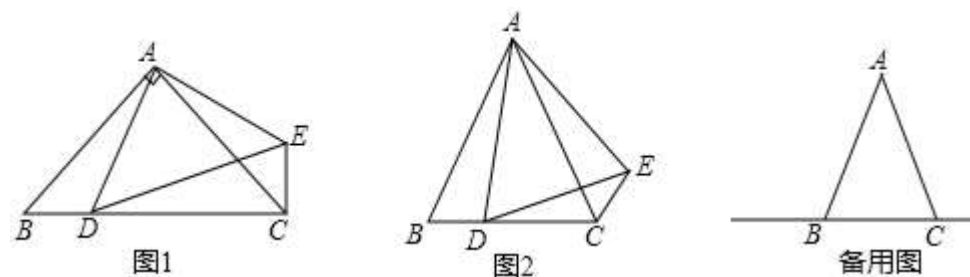
28. 已知：在四边形  $ABCD$  中，过  $C$  作  $CE \perp AB$  于  $E$ ，并且  $CD = CB$ ， $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

(1) 求证： $AC$  平分  $\angle BAD$ ；(2) 若  $AE = 9$ ， $BE = 3$ ，求  $AD$  的长

29. 在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ，点  $D$  是直线  $BC$  上一点（不与  $B$ 、 $C$  重合），以  $AD$  为一边在  $AD$  的右侧作  $\triangle ADE$ ，使  $AE = AD$ ， $\angle DAE = \angle BAC$ 。设  $\angle BAC = \alpha$ ， $\angle BCE = \beta$ 。

(1) 如图 1，如果  $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle BCE =$  \_\_\_\_\_ 度；(2) 如图 2，你认为  $\alpha$ 、 $\beta$  之间有怎样的数量关系？并说明理由。

(3) 当点  $D$  在线段  $BC$  的延长线上移动时， $\alpha$ 、 $\beta$  之间又有怎样的数量关系？请在备用图上画出图形，并直接写出你的结论。



(1)  $\angle BCE =$  \_\_\_\_\_ 度

(2)

(3)

2016——2017 学年度第一学期  
北师大二附中西城实验学校八年级数学学科期中检测试题

2016 年 10 月

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

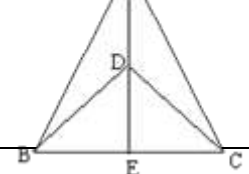
1. 使分式  $\frac{x}{x+1}$  有意义的条件是（ A ）.

A.  $x \neq -1$       B.  $x \neq 1$       C.  $x \neq 0$       D.  $x+1 > 0$

2. 下列各式从左边到右边的变形中，是因式分解的是（ D ）

A.  $a(x+y) = ax + ay$       B.  $x^2 - 4x + 4 = x(x-4) + 4$

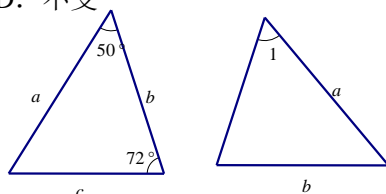
C.  $x^2 - 16 + 3x = (x+4)(x-4) + 3x$       D.  $10x^2 - 5x = 5x(2x-1)$



3. 如果把分式  $\frac{x+2y}{x+y}$  中的  $x$  和  $y$  都扩大 10 倍, 那么分式的值 ( D )

A. 扩大 10 倍 B. 缩小 10 倍 C. 是原来的  $\frac{2}{3}$  D. 不变

4. 已知图中的两个三角形全等, 则  $\angle 1$  等于 ( D ).  
A.  $72^\circ$  B.  $60^\circ$  C.  $50^\circ$  D.  $58^\circ$



5. 下列变形正确的是 ( B ).

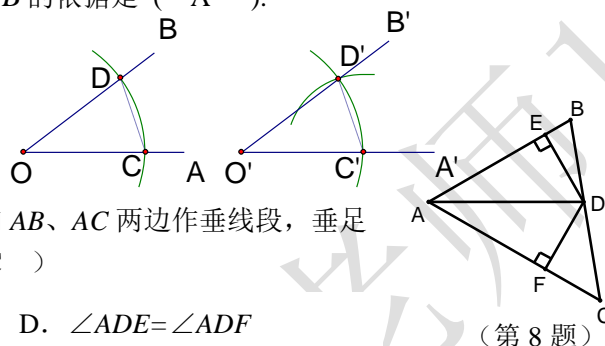
A.  $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a}{b}$  B.  $\frac{a-1}{-b} = -\frac{a-1}{b}$  C.  $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a-b}$  D.  $\frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2} = -1$

6. 如果多项式  $x^2+ax+b$  可因式分解为  $(x-1)(x+2)$ , 则  $a$ 、 $b$  的值为 ( B ).

A.  $a=1, b=2$  B.  $a=1, b=-2$  C.  $a=-1, b=-2$  D.  $a=-1, b=2$

7. 请仔细观察用直尺和圆规作一个角  $\angle A'O'B'$  等于已知角  $\angle AOB$  的示意图, 根据图形全等的知识, 说明画出  $\angle A'O'B' = \angle AOB$  的依据是 ( A ).

A. SSS B. ASA  
C. AAS D. SAS



8. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线, 从点  $D$  向  $AB$ 、 $AC$  两边作垂线段, 垂足分别为  $E$ 、 $F$ , 那么下列结论中错误的是 ( C )

A.  $DE=DF$  B.  $AE=AF$  C.  $BD=CD$  D.  $\angle ADE = \angle ADF$

9. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 4, 将一个足够大的直角三角板的直角顶点放于点  $A$  处, 该三角板的两条直角边与  $CD$  交于点  $F$ , 与  $CB$  延长线交于点  $E$ . 四边形  $AECF$  的面积是 ( A ).

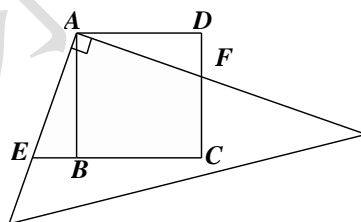
A. 16 B. 12 C. 8 D. 4

10.  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $E$  在  $BC$  上,  $D$  在  $AE$  上. 则下列说法:

- ①若  $E$  为  $BC$  中点, 则有  $BD=CD$ ;
- ②若  $BD=CD$ , 则  $E$  为  $BC$  中点;
- ③若  $AE \perp BC$ , 则有  $BD=CD$ ;
- ④若  $BD=CD$ , 则  $AE \perp BC$ .

其中正确的有 ( D )

A. ①③④ B. ②③④ C. ①②③ D. ①②③④



## 二、填空(每题 2 分, 共 16 分)

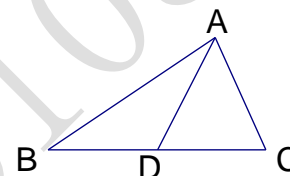
11. 当  $x = \frac{1}{3}$  时, 分式  $\frac{x}{3x-1}$  值为 0.

12. 分解因式:  $x^3 - x = x(x+1)(x-1)$ .

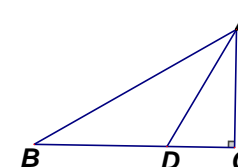
13. 约分:  $\frac{-5mn^2}{15m^2n} = -\frac{n}{3m}$ .

14. 如果  $x+y=0$ ,  $xy=-7$ , 则  $x^2y+xy^2 = 0$ .

15. 如图, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DCB$  中,  $AB=DC$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $E$ , 若不再添加任何字母与辅助线, 要使  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ , 则还需增加的一个条件 略.



第 16 题图



第 17 题图

16. 已知, 如图  $\triangle ABC$  中,  $AB=5$ ,  $AC=3$ , 则中线  $AD$  的取值范围是 (1, 4).

17. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB=10$ ,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的一条角平分线. 若  $CD=3$ , 则  $\triangle ABD$  的面积为 15.

18. 在  $\triangle ABC$  中, 高  $AD$ 、 $BE$  所在直线交于  $H$  点, 若  $BH=AC$ , 则  $\angle ABC$  的值为 45 或 135 度.

## 三、分解因式(本题共 12 分, 每小题 4 分)

19. (1)  $a^4 - a^2b^2$  (2)  $4x^3 + 4x^2y + xy^2$  (3)  $x^2 + 4x - 21$

$=a^2(a^2 - b^2) \dots \dots 2$ 分  $=x(4x^2 + 4xy + y^2) \dots \dots 2$ 分  $=(x+7)(x-3) \dots \dots 4$ 分

$=a^2(a+b)(a-b) \dots \dots 4$ 分  $=x(2x+y)^2 \dots \dots 4$ 分

## 四、解答题 (20—23、25、26 题每题 4 分, 24 题 3 分, 27--29 每题 5 分)

20. 计算:  $\frac{a+2}{a-2} \cdot \frac{1}{a^2+2a}$

= 1/a(a+2))

21. 计算:  $(xy-x^2) \div \frac{x-y}{xy} = -xy$

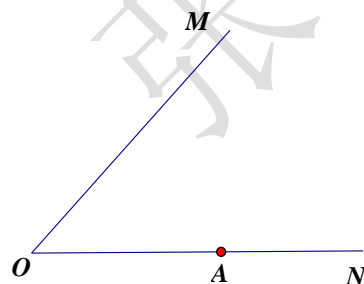
(略)

22. 计算:  $\frac{2a-4}{a^2+6a+9} \div \frac{a-2}{a+3} \cdot (a+3) = 2$

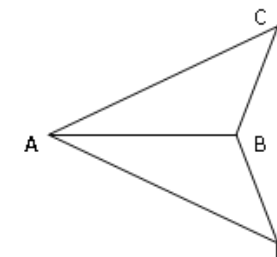
23. 先化简, 再求值  $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9} \cdot \frac{3x^3+9x^2}{x^2-3x}$ , 其中  $x = -\frac{1}{3}$ .

= -1

24. 已知: 如图,  $\angle MON$  及边  $ON$  上一点  $A$ . 在  $\angle MON$  内部求作: 点  $P$ , 使得  $PA \perp ON$ , 且点  $P$  到  $\angle MON$  两边的距离相等. (请用尺规作图, 保留作图痕迹, 不要求写出作法, 不必证明).



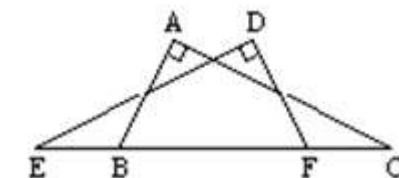
25. 如图,  $AC=AD$ ,  $BC=BD$ , 图中有相等的角吗? 若没有说明理由, 若有请全部找出来, 并证明其中的一组角相等。



(略)

26. 已知: 如图,  $E, B, F, C$  四点在同一直线上,  $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ,  $BE = FC$ ,  $AB = DF$ .

求证:  $ED = AC$



证明：∵  $BE=FC$ ,

∴  $BE+BF=FC+BF$ , 即  $EF=BC$ ,

∵  $\angle A=\angle D=90^\circ$ ,

在  $RT\triangle ABC$  和  $RT\triangle DFE$  中,

$$EF=CB$$

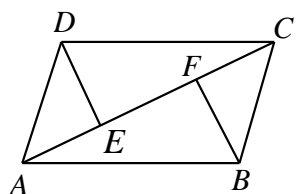
$$AB=DF$$

, ∴  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$  (HL),

∴  $\angle E=\angle C$ .

27. 如图, 已知  $DE \perp AC$ ,  $BF \perp AC$ , 垂足分别是  $E$ 、 $F$ ,  $AE=CF$ ,  $DC \parallel AB$ ,

(1) 试证明:  $DE=BF$ ; (2) 连接  $DF$ 、 $BE$ , 猜想  $DF$  与  $BE$  的关系? 并证明你的猜想.



(1) 证明: ∵  $AE=CF$ ,

$$\therefore AE+EF=CF+EF,$$

$$\therefore AF=CE,$$

$$\because DE \perp AC, BF \perp AC,$$

$$\therefore \angle AFB=\angle DEC=90^\circ,$$

$$\because DC \parallel AB,$$

$$\therefore \angle DCE=\angle BAF,$$

在  $\triangle AFB$  和  $\triangle CED$  中

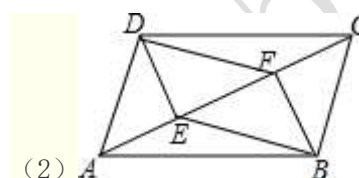
$$\angle BAF=\angle DCE$$

$$AF=CE$$

$$\angle AFB=\angle DEC$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle CED,$$

$$\therefore DE=BF;$$



$DF=BE$ ,  $DF \parallel BE$ ,

证明: ∵  $DE \perp AC$ ,  $BF \perp AC$ ,

$$\therefore DE \parallel BF,$$

$$\because DE=BF,$$

∴ 四边形  $DEBF$  是平行四边形,

$$\therefore DF=BE, DF \parallel BE.$$

28. 已知: 在四边形  $ABCD$  中, 过  $C$  作  $CE \perp AB$  于  $E$ , 并且  $CD=CB$ ,  $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$

(1) 求证:  $AC$  平分  $\angle BAD$ ;

(2) 若  $AE=9$ ,  $BE=3$ , 求  $AD$  的长

证明: (1)

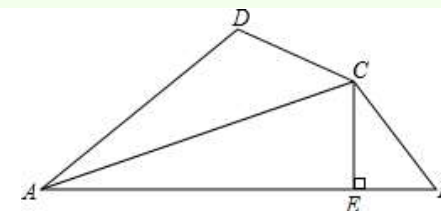
作  $CF \perp AD$ , 交  $AD$  延长线与  $F$

$$\because \angle CDF+\angle ADC=180^\circ$$

$$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$$

$$\therefore \angle CDF=\angle ABC, \text{ 即 } \angle EBC=\angle CDF$$

$$\because CE \perp AB, \text{ 那么 } \angle CEB=\angle CFD=90^\circ$$



在 $\triangle CFD$ 和 $\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases} \angle CEB = \angle CFD \\ \angle EBC = \angle CDF \\ CD = CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CBE$  (AAS)

$\therefore CE = CF$

$\because CF \perp AD, CE \perp AB, CE = CF$

$\therefore AC$  平分  $\angle BAD$

(2)  $\because AC$  平分  $\angle BAD$

$\therefore \angle FAC = \angle EAC$

在 $\triangle CFA$ 和 $\triangle CEA$ 中，

$$\begin{cases} \angle CEA = \angle CFA \\ \angle FAC = \angle EAC \\ AC = AC \end{cases}$$

$AC = AC$

$\therefore \triangle CFA \cong \triangle CEA$  (AAS)

$\therefore AF = AE = 9$

$\triangle CDF \cong \triangle CBE$

$\therefore DF = BE = 3$

$AD = AF - FD = 9 - 3 = 6$

**29.** 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点  $D$  是直线  $BC$  上一点（不与  $B$ 、 $C$  重合），以  $AD$  为一边在  $AD$  的右侧作  $\triangle ADE$ ，使  $AE = AD$ ， $\angle DAE = \angle BAC$ 。设  $\angle BAC = \alpha$ ， $\angle BCE = \beta$ 。

(1) 如图 1，如果  $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle BCE =$  90 度；

(2) 如图 2，你认为  $\alpha$ 、 $\beta$  之间有怎样的数量关系？并说明理由。

(3) 当点  $D$  在线段  $BC$  的延长线上移动时， $\alpha$ 、 $\beta$  之间又有怎样的数量关系？请在备用图上画出图形，并直接写出你的结论。

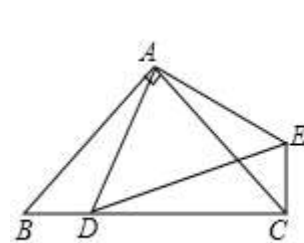


图1

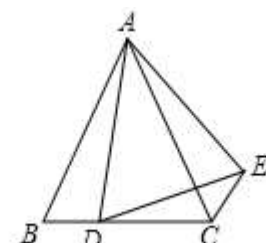
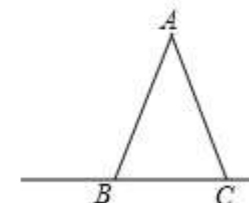


图2



备用图

(1)  $\angle BCE =$  90 度

(2)  $\alpha + \beta = 180^\circ$

理由：

$\because \angle BAC = \angle DAE$ ,

$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$ .

即  $\angle BAD = \angle CAE$ .

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ ,

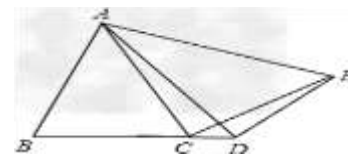
$\therefore \angle B = \angle ACE$ .

$\therefore \angle B + \angle ACB = \angle ACE + \angle ACB$ .

$\therefore \angle B + \angle ACB = \beta$ ,

$\therefore \alpha + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ ,

$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ$ ;



当点  $D$  在射线  $BC$  上时， $\alpha + \beta = 180^\circ$ ；

$\because \angle BAC = \angle DAE$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$ ,

$\because AB = AC, AD = AE$ ,



$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$  (SAS),

$\therefore \angle B = \angle ACE$ ,

$\because \angle BAC + \angle B + \angle BCA = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle BAC + \angle BCE = \angle BAC + \angle BCA + \angle ACE = \angle BAC + \angle BCA + \angle B = 180^\circ$ ,

$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ$ ;