

北京三中（初中部）2014—2015 学年度第一学期

## 初二数学期中试卷

2014.11

## 一、精心选一选（本题共 30 分，每小题 3 分）

以下各题均是四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 下列各式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）.

A.  $a^2 - 4ab + 4b^2 = (a - 2b)^2$

B.  $x^2y - xy^2 - 1 = xy(x - y) - 1$

C.  $(x + 2y)(x - 2y) = x^2 - 4y^2$

D.  $ax + ay + a = a(x + y)$

2. 根据下列条件，能判定  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$  的是（ ）.

A.  $AB = A'B', BC = B'C', \angle A = \angle A'$

B.  $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', AC = B'C'$

C.  $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$

D.  $AB = A'B', BC = B'C', \triangle ABC$  的周长等于  $\triangle A'B'C'$  的周长

3. 下列各式中，正确的是（ ）.

A.  $\frac{1+b}{a+2b} = \frac{1}{a+2}$

B.  $\frac{a-2}{a^2-4} = \frac{1}{a-2}$

C.  $\frac{a+1}{a-1} = \frac{a^2-1}{(a-1)^2}$

D.  $\frac{-1-b}{a} = -\frac{1-b}{a}$

4. 以下二次根式：①  $\sqrt{12}$ ；②  $\sqrt{2^2}$ ；③  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ；④  $\sqrt{27}$  中，与  $\sqrt{3}$  是同类二次根式的是

（ ）.

A. ①和②

B. ②和③

C. ①和④

D. ③和④

5. 下列各式中，一定成立的是（ ）.

A.  $\sqrt{(a+b)^2} = a+b$

B.  $\sqrt{(a^2+1)^2} = a^2+1$

C.  $\sqrt{a^2-1} = \sqrt{a+1} \cdot \sqrt{a-1}$

D.  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{b} \sqrt{ab}$

6. 到三角形三条边距离相等的点是 ( ).

- A. 三条高线的交点    B. 三个内角平分线的交点  
C. 三条中线的交点    D. 三边垂直平分线的交点

7. 已知三角形的两边长分别为 3 和 7, 则第三边的中线长  $x$  的取值范围是 ( ).

- A.  $2 < x < 5$     B.  $4 < x < 10$     C.  $3 < x < 7$     D. 无法确定

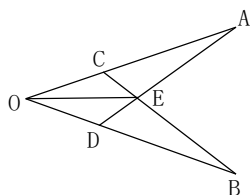
8. 如图,  $OA=OB$ ,  $OC=OD$ ,  $AD$ ,  $BC$  相交于  $E$ , 则图中全等的三角形的对数是 ( ).

- A. 2    B. 3    C. 4    D. 5

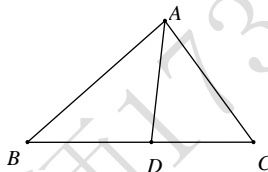
9. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是它的角平分线,  $AB = 8 \text{ cm}$ ,  $AC = 6 \text{ cm}$ ,

则  $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = ( )$ .

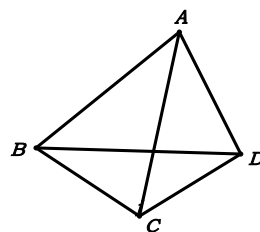
- A. 4:3    B. 3:4    C. 16:9    D. 9:16



第 8 题



第 9 题



第 10 题

10. 如图, 在四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $AB > AD$ , 下列结论正确的是 ( ).

A.  $AB - AD > |CB - CD|$

B.  $AB - AD = |CB - CD|$

C.  $AB - AD < |CB - CD|$

D.  $AB - AD$  与  $|CB - CD|$  的大小关系不确定

## 二、细心填一填（本题共 16 分，每空 2 分）

11. 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时， $\sqrt{3x-1}$  在实数范围内有意义. 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时，分式  $\frac{x}{x-1}$  有意义.

12. 一种细菌的半径为  $0.0004\text{m}$ ，用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_  $\text{m}$ .

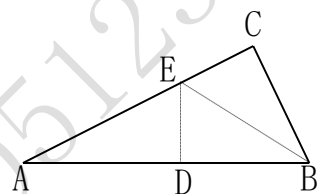
13. 不改变分式的值，使分式的分子、分母中各项系数都为整数，且结果为最简分式

$$\frac{0.2x-0.012}{-x-0.05} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

14.  $9x^2 - mxy + 16y^2$  是一个完全平方式，则  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

15. 计算  $\frac{m}{m^2-n^2} - \frac{n}{m^2-n^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 如图，把  $\text{Rt}\triangle ABC$  ( $\angle C=90^\circ$ ) 折叠，使  $A$ 、 $B$  两点重合，得到折痕  $ED$ ，再沿  $BE$  折叠， $C$  点恰好与  $D$  点重合，则  $\angle A$  等于 \_\_\_\_\_ 度.



## 三、认真算一算（本题共 27 分，17-21 每小题 3 分）

17. 将下列多项式分解因式.

(1)  $2ma^2 - 8mb^2$

(2)  $a^3 - 2a^2b + ab^2$

解：

解：

(3)  $a^2(x-y) + b^2(y-x)$

(4)  $(3x-y)^2 - (x-3y)^2$ .

解：

解：

18. 计算：(1)  $\sqrt{28} + 4\sqrt{\frac{1}{2}} - (\sqrt{7} - \sqrt{2})$ ; (2)  $\frac{1 + (2 + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})}$ .

19. 计算：  $\frac{2a}{5a^2b} + \frac{3b}{10ab^2}$  .

20. 先化简，再求值：  $(\frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3}) \div \frac{2m}{m^2 - 6m + 9}$  , 其中  $m = 9$  .

解：

21. 解分式方程：  $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{x+1} = 1$  .

解：

**四、列方程解应用题**（本题共 5 分）.

22. 甲、乙两地相距 19 千米，某人从甲地到乙地，先步行 7 千米，然后改骑自行车，到达乙地共用了 2 小时，已知这人骑车速度是步行速度的 4 倍，求他的步行速度.

**五、作图题**（本题共 2 分）

23. 尺规画图（不用写作法, 要保留作图痕迹）

如图 1，在一次军事演习中，红方侦察员发现蓝方指挥部在 A 区内，到铁路与到公路的距离相等，且离铁路与公路交叉处 B 点 400 米，如果你是红方的指挥员，请在图 2 所示的作战图上标出蓝方指挥部的位置点 P.

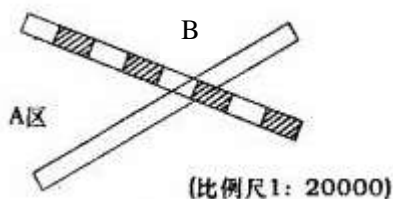


图 1

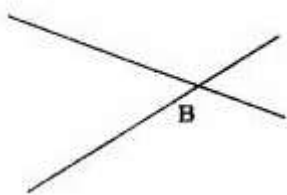


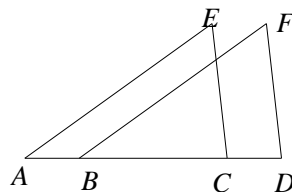
图 2

**六、证明与计算题**（本题共 22 分，24、25 每小题 5 分，26、27 每小题 6 分）

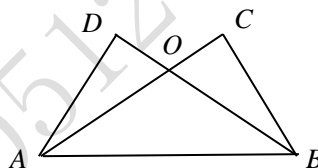
24. 已知：如图， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点在同一直线上， $AB=CD$ ， $AE \parallel BF$  且  $AE=BF$ 。

求证：  $EC=FD$ 。

证明：

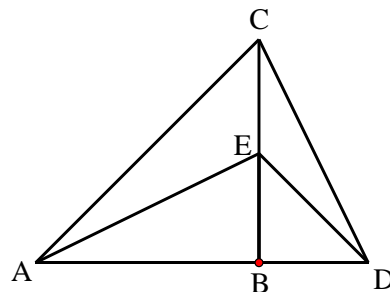


25. 已知：  $AC \perp BC$ ， $BD \perp AD$ ， $AC$  与  $BD$  交于  $O$ ， $AC=BD$ 。 求证：  $\angle DAC = \angle CBD$ 。



26. 已知如图，将一大、一小两个等腰直角三角尺  $ABC$  与  $DBE$  拼接（ $A$ 、 $B$ 、 $D$  三点共线， $AB=CB$ ， $EB=DB$ ， $\angle ABC = \angle EBD = 90^\circ$ ），连接  $AE$ 、 $CD$ 。

问：  $AE$  与  $CD$  的位置关系和数量关系，并证明你的结论。



27. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ , 点  $D$  是直线  $BC$  上一点 (不与  $B$ 、 $C$  重合), 以  $AD$  为一边在  $AD$  的右侧作  $\triangle ADE$ , 使  $AD=AE$ ,  $\angle DAE = \angle BAC$ , 连接  $CE$ .

(1) 如图 1, 当点  $D$  在线段  $BC$  上时, 如果  $\angle BAC = 90^\circ$ , 则  $\angle BCE =$  \_\_\_\_\_ 度;

(2) 设  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle BCE = \beta$ .

①如图 2, 当点  $D$  在线段  $BC$  上移动, 则  $\alpha$ ,  $\beta$  之间有怎样的数量关系? 请说明理由; ②

当点  $D$  在直线  $BC$  上时, 则  $\alpha$ ,  $\beta$  之间有怎样的数量关系? 写出所有可能的结论并说明条件.

答: (2) ①数量关系\_\_\_\_\_.

理由:

图 1:

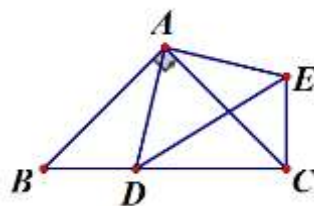
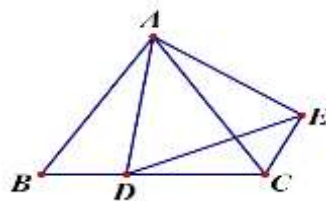
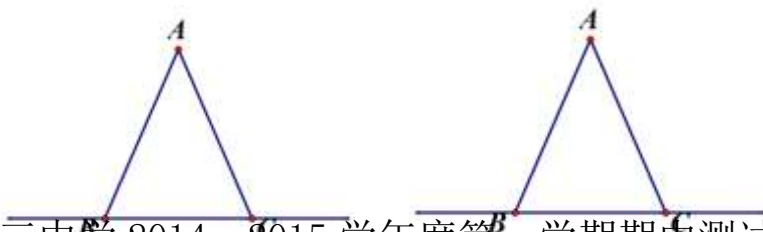


图 2:



②数量关系\_\_\_\_\_.

备用图:



北京市第三中学 2014—2015 学年度第一学期期中测试

## 初二数学试卷答案

一、选择题：将下列各题答案填入表中（每题 3 分，共 30 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	C	B	B	A	C	A	A

二、填空题（每空 2 分，7 个小题，共 16 分）

11.  $x \geq \frac{1}{3}$  ;  $x \neq 1$  .      12.  $4 \times 10^{-4}$  .      13.  $-\frac{100x-6}{500x+25}$  .  
 14.  $m = \pm 24$  .      15.  $\frac{1}{m+n}$  .      16.  $\angle A = 30^\circ$  .

三、计算题（本题共 27 分，17-21 每小题 3 分）

17. 将下列多项式分解因式.

(1)  $2ma^2 - 8mb^2$

$= 2m(a^2 - b^2)$  .....2 分

$= 2m(a+b)(a-b)$  .....3 分

(2)  $a^3 - 2a^2b + ab^2$

$= a(a^2 - 2ab + b^2)$  .....2 分

$= a(a-b)^2$  .....3 分

(3)  $a^2(x-y) + b^2(y-x)$

$= a^2(x-y) - b^2(x-y) = (x-y)(a^2 - b^2)$  .....2 分

$= (x-y)(a+b)(a-b)$  .....3 分

(4)  $(3x-y)^2 - (x-3y)^2$

$= (3x-y+x-3y)(3x-y-x+3y)$  .....2 分



$$= (4x - 4y)(2x + 2y) = 8(x + y)(x - y). \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} 18. (1) & \sqrt{28} + 4\sqrt{\frac{1}{2}} - (\sqrt{7} - \sqrt{2}) \\ &= 2\sqrt{7} + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{7} + \sqrt{2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ &= \sqrt{7} + 3\sqrt{2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \frac{1 + (2 + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{1 + 4 + 4\sqrt{3} + 3}{7 - 3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ &= 2 + \sqrt{3} \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19. & \frac{2a}{5a^2b} + \frac{3b}{10ab^2} \\ &= \frac{4ab}{10a^2b^2} + \frac{3ab}{10a^2b^2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \\ &= \frac{7ab}{10a^2b^2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ &= \frac{7}{10ab} \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20. \text{ 解: } & \left(\frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3}\right) \div \frac{2m}{m^2 - 6m + 9} \\ &= \frac{2m}{(m-3)(m+3)} \cdot \frac{(m-3)^2}{2m} \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \\ &= \frac{m-3}{m+3}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ & \text{当 } m=9 \text{ 时, 原式} = \frac{9-3}{9+3} = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$21. \text{ 解: 方程两边同乘 } (x-1)(x+1), \text{ 得}$$

$$x(x+1)-3(x-1)=(x-1)(x+1). \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

化简, 得  $x-3x+3=-1$ .

$$\text{解得 } x=2. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

检验: 当  $x=2$  时,  $(x-1)(x+1) \neq 0$ ,

$$\therefore x=2 \text{ 是原分式方程的解.} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

#### 四、列方程解应用题 (本题共 5 分)

22. 解: 设他的步行速度为  $x$  千米/时

$$\frac{7}{x} + \frac{19-7}{4x} = 2 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x=5. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

经检验,  $x=5$  为分式方程的解.

$$\text{答: 他的步行速度为 } 5 \text{ 千米/时.} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

#### 五、作图题 (本题 2 分)

23. 作  $\angle AOB$  平分线 1 分, 结论 1 分.

#### 六、证明与计算题 (每小题 5 分, 共 10 分)

$$24. \because AE \parallel BF,$$

$$\therefore \angle A = \angle FBD. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{又 } \because AB = CD,$$

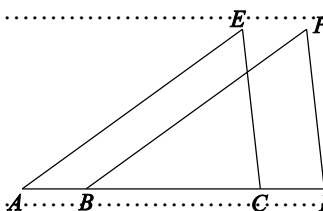
$$\therefore AB + BC = CD + BC.$$

$$\text{即 } AC = BD. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

在  $\triangle AEC$  和  $\triangle BFD$  中,

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BFD \text{ (SAS)}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore EC = FD. \quad 5 \text{ 分}$$



25. 证明： $\because AC \perp BC, BD \perp AD \therefore \angle D = \angle C = 90^\circ$  .....1 分

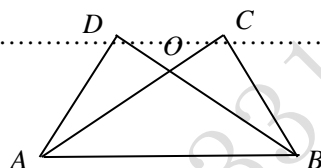
在  $\text{Rt} \triangle ABC$  和  $\text{Rt} \triangle BAD$  中

$$\therefore \begin{cases} AB = AB \\ AC = BD \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle ABC \cong \text{Rt} \triangle BAD$$

$$\therefore \angle DAB = \angle CBA, \angle CAB = \angle DBA. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CBD. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



26. 判断： $AE = CD$  且  $AE \perp CD$  .....2 分

理由如下：延长  $AE$  交  $CD$  于  $F$

在  $\triangle AEB$  和  $\triangle CDB$  中

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABE = \angle CBD \\ BE = BD \end{cases}$$

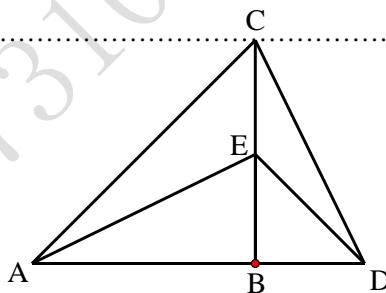
$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle CDB \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = CD \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\angle EAB = \angle DCB \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because \angle EBD = 90^\circ \therefore \angle DCB + \angle CDB = 90^\circ$$

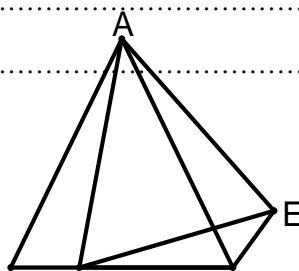
$$\therefore \angle AFD = 90^\circ \therefore AE \perp CD. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



27.

(1) 解：90. ....1 分

(2) 解：①  $\alpha + \beta = 180^\circ$  . 如图(2) .....2 分



理由：∵  $\angle DAE = \angle BAC$ ,

$$\therefore \angle DAE - \angle DAC = \angle BAC - \angle DAC,$$

即  $\angle BAD = \angle CAE$ .

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore \angle B = \angle ACE.$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BCE = \angle BAC + \angle BCA + \angle ACE = \angle BAC + \angle BCA + \angle B = 180^\circ.$$

$$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

②当点 D 在射线 BC 上时， $\alpha + \beta = 180^\circ$

当点 D 在射线 BC 的反向延长线上时， $\alpha = \beta$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$