

## 石景山区 2018 年初三统一练习暨毕业考试

## 数学试卷

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

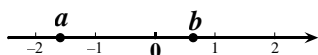
## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列各式计算正确的是

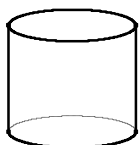
A.  $a^2 + 2a^3 = 5a^5$       B.  $a \cdot a^2 = a^3$       C.  $a^6 \div a^2 = a^3$       D.  $(a^2)^3 = a^5$

2. 实数
- $a$
- ，
- $b$
- 在数轴上的位置如图所示，以下说法正确的是

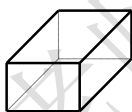


A.  $a + b = 0$       B.  $b < a$       C.  $|b| < |a|$       D.  $ab > 0$

3. 下列几何体中，俯视图为三角形的是



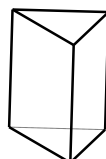
A



B



C



D

4. 下列博物院的标识中不是轴对称图形的是



A



B



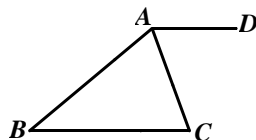
C



D

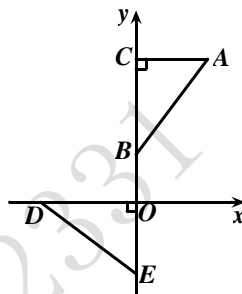
5. 如图,  $AD \parallel BC$ ,  $AC$  平分  $\angle BAD$ , 若  $\angle B = 40^\circ$ , 则  $\angle C$  的度数是

- A.  $40^\circ$                       B.  $65^\circ$   
C.  $70^\circ$                       D.  $80^\circ$



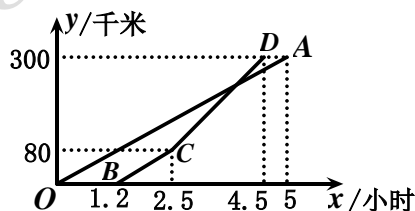
6. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $C, B, E$  在  $y$  轴上,  $\text{Rt}\triangle ABC$  经过变化得到  $\text{Rt}\triangle EDO$ , 若点  $B$  的坐标为  $(0,1)$ ,  $OD=2$ , 则这种变化可以是

- A.  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 再向下平移 5 个单位长度  
B.  $\triangle ABC$  绕点  $C$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 再向下平移 5 个单位长度  
C.  $\triangle ABC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 再向左平移 3 个单位长度  
D.  $\triangle ABC$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 再向右平移 1 个单位长度

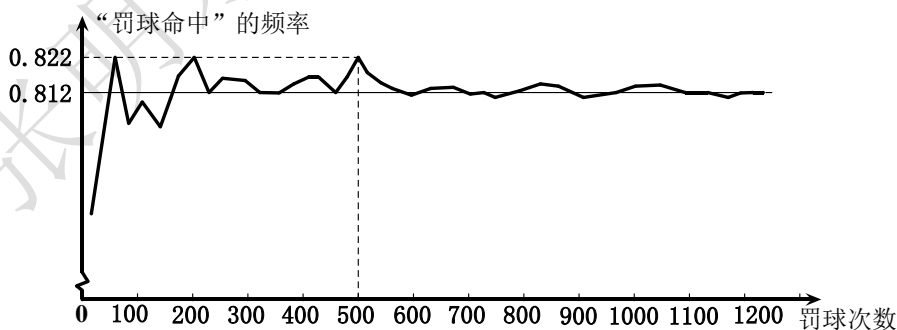


7. 甲、乙两地相距 300 千米, 一辆货车和一辆轿车分别从甲地开往乙地 (轿车的平均速度大于货车的平均速度), 如图线段  $OA$  和折线  $BCD$  分别表示两车离甲地的距离  $y$  (单位: 千米) 与时间  $x$  (单位: 小时) 之间的函数关系. 则下列说法正确的是

- A. 两车同时到达乙地  
B. 轿车在行驶过程中进行了提速  
C. 货车出发 3 小时后, 轿车追上货车  
D. 两车在前 80 千米的速度相等



8. 罚球是篮球比赛中得分的一个组成部分, 罚球命中率的高低对篮球比赛的结果影响很大. 下图是对某球员罚球训练时命中情况的统计:



下面三个推断:

- ① 当罚球次数是 500 时, 该球员命中次数是 411, 所以“罚球命中”的概率是 0.822;  
② 随着罚球次数的增加, “罚球命中”的频率总在 0.812 附近摆动, 显示出一定的稳

定

性，可以估计该球员“罚球命中”的概率是 0.812；

③ 由于该球员“罚球命中”的频率的平均值是 0.809，所以“罚球命中”的概率是 0.809.

其中合理的是

A. ①

B. ②

C. ①③

D. ②③

## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 对于函数  $y = \frac{6}{x}$ ，若  $x > 2$ ，则  $y$  \_\_\_\_\_ 3（填“>”或“<”）.

10. 若正多边形的一个外角是  $45^\circ$ ，则该正多边形的边数是\_\_\_\_\_.

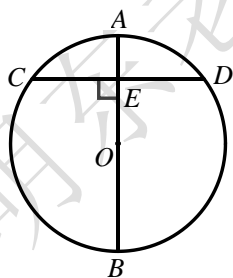
11. 如果  $x + y = 5$ ，那么代数式  $(1 + \frac{y}{x-y}) \div \frac{x}{x^2 - y^2}$  的值是\_\_\_\_\_.

12. 我国古代数学名著《孙子算经》中记载了一道题，大意是：100 匹马恰好拉了 100 片瓦，

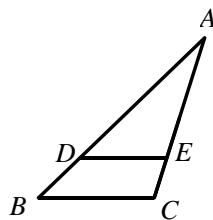
已知 3 匹小马能拉 1 片瓦，1 匹大马能拉 3 片瓦，求小马、大马各有多少匹. 若设小马

有  $x$  匹，大马有  $y$  匹，依题意，可列方程组为\_\_\_\_\_.

13. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $CD$  是弦， $CD \perp AB$  于点  $E$ ，若  $\odot O$  的半径是 5， $CD = 8$ ，则  $AE =$ \_\_\_\_\_.



第 13 题图



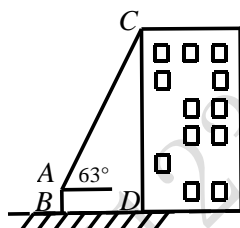
第 14 题图

14. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $D$ ， $E$  分别是  $AB$ ， $AC$  边上的点， $DE \parallel BC$ . 若  $AD = 6$ ， $BD = 2$ ， $DE = 3$ ，则  $BC =$ \_\_\_\_\_.

15. 某学校组织学生到首钢西十冬奥广场开展综合实践活动，数学小组的同学们在距奥组委

办公楼（原首钢老厂区的筒仓）20m 的点  $B$  处，用高为 0.8m 的测角仪测得筒仓顶点  $C$  的仰角为  $63^\circ$ ，则筒仓  $CD$  的高约为\_\_\_\_\_m.

（精确到 0.1m， $\sin 63^\circ \approx 0.89$ ， $\cos 63^\circ \approx 0.45$ ， $\tan 63^\circ \approx 1.96$ ）



16. 小林在没有量角器和圆规的情况下，利用刻度尺和一副三角板画出了一个角的平分线，他的做法是这样的：如图，

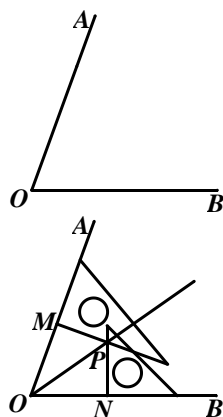
（1）利用刻度尺在  $\angle AOB$  的两边  $OA$ ， $OB$  上分别取  $OM = ON$ ；

（2）利用两个三角板，分别过点  $M$ ， $N$  画  $OM$ ， $ON$  的垂线，交点为  $P$ ；

（3）画射线  $OP$ 。

则射线  $OP$  为  $\angle AOB$  的平分线。

请写出小林的画法的依据\_\_\_\_\_。



三、解答题（本题共 68 分，第 17、18 题，每小题 5 分；第 19 题 4 分；第 20-23 题，每小题 5 分；第 24、25 题，每小题 6 分；第 26、27 题，每小题 7 分；第 28 题 8 分）。

解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. 计算： $2\sin 45^\circ - |-5| + (\frac{1}{3} + \sqrt{3})^0 - \sqrt{18}$ 。

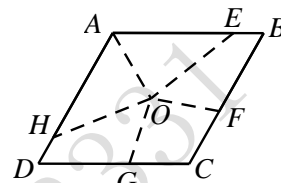
18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x+1) > 4x+5, \\ 2x < \frac{x+6}{2}. \end{cases}$$

## 19. 问题:将菱形的面积五等分.

小红发现只要将菱形周长五等分,再将各分点与菱形的对角线交点连接即可解决问题.

如图,点  $O$  是菱形  $ABCD$  的对角线交点,  $AB = 5$ , 下面是小红将菱形  $ABCD$  面积五等分的操作与证明思路,请补充完整.

- (1) 在  $AB$  边上取点  $E$ , 使  $AE = 4$ , 连接  $OA$ ,  $OE$ ;
- (2) 在  $BC$  边上取点  $F$ , 使  $BF = \underline{\hspace{2cm}}$ , 连接  $OF$ ;
- (3) 在  $CD$  边上取点  $G$ , 使  $CG = \underline{\hspace{2cm}}$ , 连接  $OG$ ;
- (4) 在  $DA$  边上取点  $H$ , 使  $DH = \underline{\hspace{2cm}}$ , 连接  $OH$ .



由于  $AE = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ .

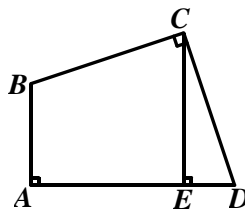
可证  $S_{\triangle AOE} = S_{\text{四边形}EOFB} = S_{\text{四边形}FOGC} = S_{\text{四边形}GOHD} = S_{\triangle HOA}$ .

20. 关于  $x$  的一元二次方程  $mx^2 + (3m-2)x - 6 = 0$ .

- (1) 当  $m$  为何值时, 方程有两个不相等的实数根;
- (2) 当  $m$  为何整数时, 此方程的两个根都为负整数.

21. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle A = \angle BCD = 90^\circ$ ,  $BC = CD = 2\sqrt{10}$ ,  $CE \perp AD$  于点  $E$ .

- (1) 求证:  $AE = CE$ ;
- (2) 若  $\tan D = 3$ , 求  $AB$  的长.

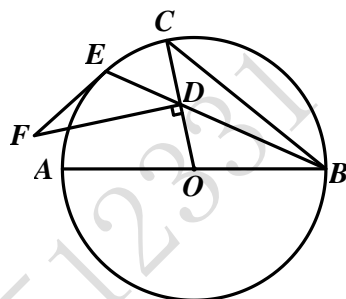
22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = \frac{a}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象与直线  $l_1: y = x + b$  交于点  $A(3, a-2)$ .

- (1) 求  $a$ ,  $b$  的值;
- (2) 直线  $l_2: y = -x + m$  与  $x$  轴交于点  $B$ , 与直线  $l_1$  交于点  $C$ , 若  $S_{\triangle ABC} \geq 6$ , 求  $m$  的取值范围.

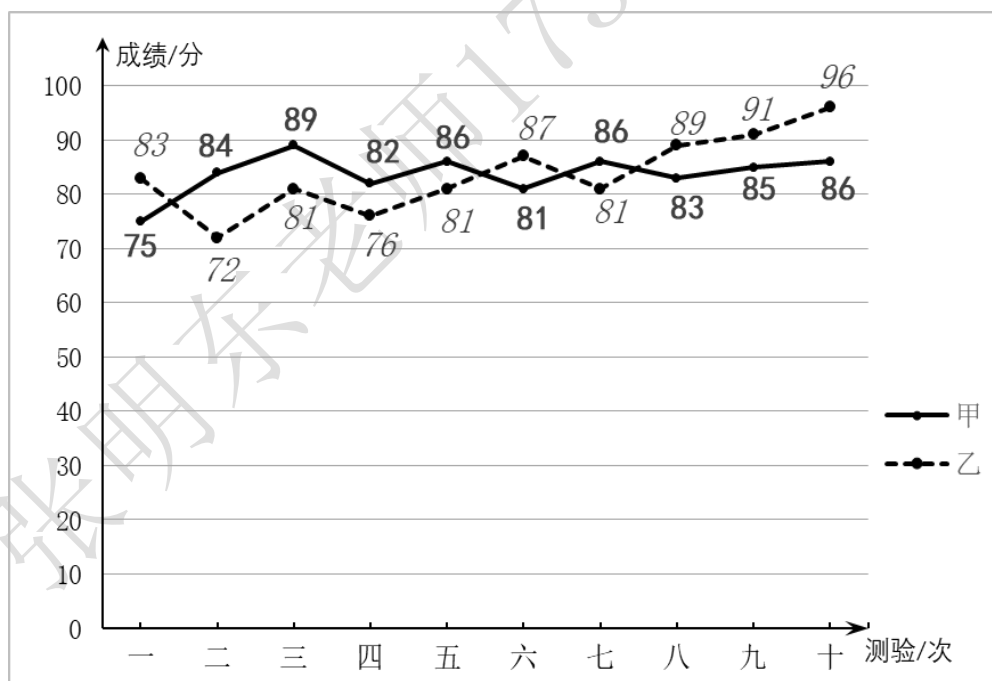
23. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $BE$  是弦，点  $D$  是弦  $BE$  上一点，连接  $OD$  并延长交  $\odot O$  于点  $C$ ，连接  $BC$ ，过点  $D$  作  $FD \perp OC$  交  $\odot O$  的切线  $EF$  于点  $F$ 。

(1) 求证： $\angle CBE = \frac{1}{2} \angle F$ ；

(2) 若  $\odot O$  的半径是  $2\sqrt{3}$ ，点  $D$  是  $OC$  中点， $\angle CBE = 15^\circ$ ，求线段  $EF$  的长。



24. 某校诗词知识竞赛培训活动中，在相同条件下对甲、乙两名学生进行了 10 次测验，他们的 10 次成绩如下（单位：分）：



整理、分析过程如下，请补充完整。

(1) 按如下分数段整理、描述这两组数据：

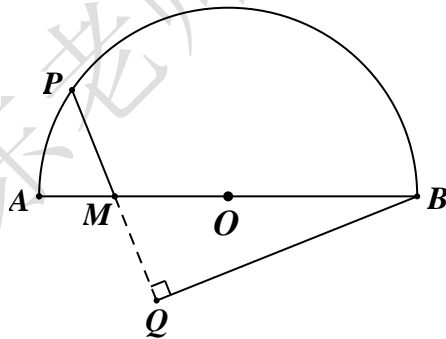
成绩 $x$	$70 \leq x \leq 7$	$75 \leq x \leq 7$	$80 \leq x \leq 8$	$85 \leq x \leq 8$	$90 \leq x \leq 9$	$95 \leq x \leq 10$
学生	4	9	4	9	4	0
甲						
乙	1	1	4	2	1	1

(2) 两组数据的极差、平均数、中位数、众数、方差如下表所示：

学生	极差	平均数	中位数	众数	方差
甲		83.7		86	13.21
乙	24	83.7	82		46.21

(3) 若从甲、乙两人中选择一人参加知识竞赛，你会选\_\_\_\_\_（填“甲”或“乙”），理由为\_\_\_\_\_。

25. 如图，半圆  $O$  的直径  $AB = 5\text{cm}$ ，点  $M$  在  $AB$  上且  $AM = 1\text{cm}$ ，点  $P$  是半圆  $O$  上的动点，过点  $B$  作  $BQ \perp PM$  交  $PM$ （或  $PM$  的延长线）于点  $Q$ 。设  $PM = x\text{cm}$ ， $BQ = y\text{cm}$ 。（当点  $P$  与点  $A$  或点  $B$  重合时， $y$  的值为 0）



小石根据学习函数的经验，对函数  $y$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究。下面是小石的探究过程，请补充完整：

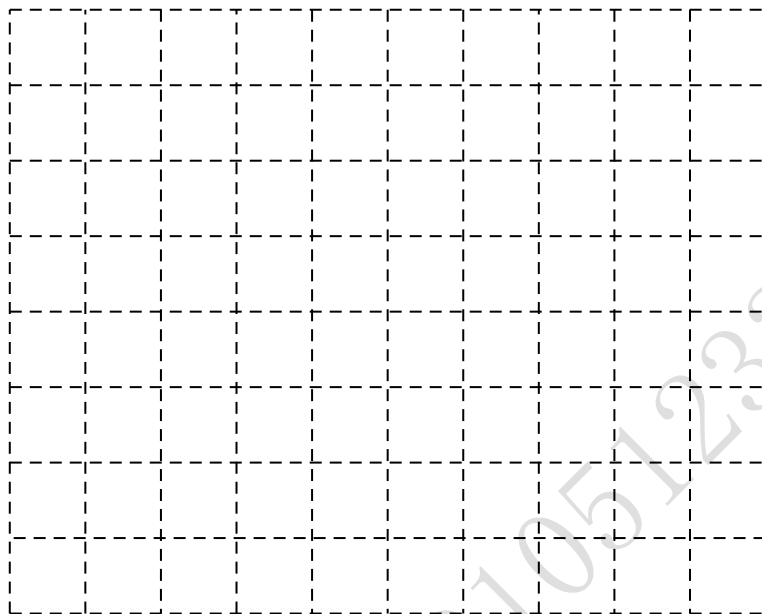
(1) 通过取点、画图、测量，得到了  $x$  与  $y$  的几组值，如下表：

$x/\text{cm}$	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$y/\text{cm}$	0	3.7		3.8	3.3	2.5	

(2) 建立平面直角坐标系，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函

数

的图象；



(3) 结合画出的函数图象，解决问题：

当  $BQ$  与直径  $AB$  所夹的锐角为  $60^\circ$  时， $PM$  的长度约为 \_\_\_\_\_ cm.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，将抛物线  $G_1: y = mx^2 + 2\sqrt{3}$  ( $m \neq 0$ ) 向右平移  $\sqrt{3}$  个单位长度后得到抛物线  $G_2$ ，点  $A$  是抛物线  $G_2$  的顶点.

(1) 直接写出点  $A$  的坐标；

(2) 过点  $(0, \sqrt{3})$  且平行于  $x$  轴的直线  $l$  与抛物线  $G_2$  交于  $B, C$  两点.

①当  $\angle BAC = 90^\circ$  时，求抛物线  $G_2$  的表达式；

②若  $60^\circ < \angle BAC < 120^\circ$ ，直接写出  $m$  的取值范围.



27. 在正方形  $ABCD$  中,  $M$  是  $BC$  边上一点, 点  $P$  在射线  $AM$  上, 将线段  $AP$  绕点  $A$  顺时针

旋转  $90^\circ$  得到线段  $AQ$ , 连接  $BP$ ,  $DQ$ .

(1) 依题意补全图 1;

(2) ①连接  $DP$ , 若点  $P$ ,  $Q$ ,  $D$  恰好在同一条直线上, 求证:  $DP^2 + DQ^2 = 2AB^2$ ;

②若点  $P$ ,  $Q$ ,  $C$  恰好在同一条直线上, 则  $BP$  与  $AB$  的数量关系为: \_\_\_\_\_.

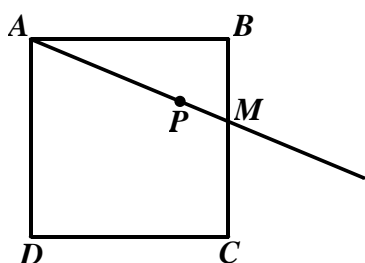
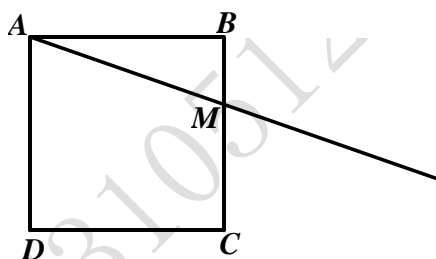
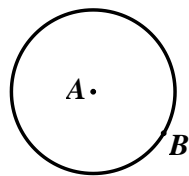


图 1



备用图

28. 对于平面上两点  $A, B$ , 给出如下定义: 以点  $A$  或  $B$  为圆心,  $AB$  长为半径的圆称为点  $A, B$  的“确定圆”. 如图为点  $A, B$  的“确定圆”的示意图.



- (1) 已知点  $A$  的坐标为  $(-1, 0)$ , 点  $B$  的坐标为  $(3, 3)$ , 则点  $A, B$  的“确定圆”的面积为\_\_\_\_\_;
- (2) 已知点  $A$  的坐标为  $(0, 0)$ , 若直线  $y = x + b$  上只存在一个点  $B$ , 使得点  $A, B$  的“确定圆”的面积为  $9\pi$ , 求点  $B$  的坐标;
- (3) 已知点  $A$  在以  $P(m, 0)$  为圆心, 以 1 为半径的圆上, 点  $B$  在直线  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$  上, 若要使所有点  $A, B$  的“确定圆”的面积都不小于  $9\pi$ , 直接写出  $m$  的取值范围.

## 石景山区 2018 年初三统一练习暨毕业考试

## 数学试卷答案及评分参考

## 阅卷须知：

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。
2. 若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。
3. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	D	A	C	C	B	B

## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. &lt;.

10. 八.

11. 5.

$$12. \begin{cases} x + y = 100, \\ \frac{x}{3} + 3y = 100. \end{cases}$$

13. 2.

14. 4.

15. 40.0.

16. (1) 斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等；

(2) 全等三角形的对应角相等.

## 三、解答题（本题共 68 分，第 17、18 题，每小题 5 分；第 19 题 4 分；第 20-23 题，每小题 5 分；第 24、25 题，每小题 6 分；第 26、27 题，每小题 7 分；第 28 题 8 分）.

解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

$$17. \text{解：原式} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 5 + 1 - 3\sqrt{2} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= -4 - 2\sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$18. \text{解：原不等式组为} \begin{cases} 3(x+1) > 4x+5, & \text{①} \\ 2x < \frac{x+6}{2}. & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①，得  $x < -2$ . \dots\dots\dots 2 \text{ 分}解不等式②，得  $x < 2$ . \dots\dots\dots 4 \text{ 分}\(\therefore\) 原不等式组的解集为  $x < -2$ . \dots\dots\dots 5 \text{ 分}

19. 解：3, 2, 1; .....2 分

$EB, BF; FC, CG; GD, DH; HA$ . .....4 分

20. 解：(1)  $\because \Delta = b^2 - 4ac$

$$= (3m-2)^2 + 24m$$

$$= (3m+2)^2 \geq 0$$

$\therefore$  当  $m \neq 0$  且  $m \neq -\frac{2}{3}$  时, 方程有两个不相等实数根. .... 3 分

(2) 解方程, 得:  $x_1 = \frac{2}{m}, x_2 = -3$ . .... 4 分

$\because m$  为整数, 且方程的两个根均为负整数,

$\therefore m = -1$  或  $m = -2$ .

$\therefore m = -1$  或  $m = -2$  时, 此方程的两个根都为负整数. .... 5 分

21. (1) 证明: (法一)

过点  $B$  作  $BH \perp CE$  于  $H$ , 如图 1.

$\because CE \perp AD$ ,

$\therefore \angle BHC = \angle CED = 90^\circ, \angle 1 + \angle D = 90^\circ$ .

$\because \angle BCD = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle 2 = \angle D$ .

又  $BC = CD$

$\therefore \triangle BHC \cong \triangle CED$ .

$\therefore BH = CE$ .

$\because BH \perp CE, CE \perp AD, \angle A = 90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形  $ABHE$  是矩形,

$\therefore AE = BH$ .

$\therefore AE = CE$ . ....3 分

(法二) 过点  $C$  作  $CH \perp AB$  交  $AB$  的延长线于  $H$ . 图略, 证明略.

(2) 解:  $\because$  四边形  $ABHE$  是矩形,

$\therefore AB = HE$ .

$\because$  在  $\text{Rt} \triangle CED$  中,  $\tan D = \frac{CE}{DE} = 3$ ,

设  $DE = x, CE = 3x$ ,

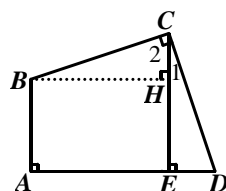


图 1

$$\therefore CD = \sqrt{10}x = 2\sqrt{10}.$$

$$\therefore x = 2.$$

$$\therefore DE = 2, CE = 6. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore CH = DE = 2.$$

$$\therefore AB = HE = 6 - 2 = 4. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

22. 解：(1)  $\because$  函数  $y = \frac{a}{x} (x > 0)$  的图象过点  $A(3, a-2)$ ,

$$\therefore a-2 = \frac{a}{3}, \text{ 解得 } a = 3. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{直线 } l_1: y = x + b \text{ 过点 } A(3, 1),$$

$$\therefore b = -2. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 设直线  $y = x - 2$  与  $x$  轴交于点  $D$ , 则  $D(2, 0)$ ,

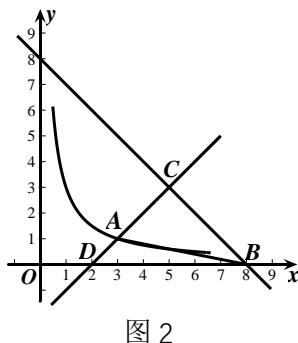
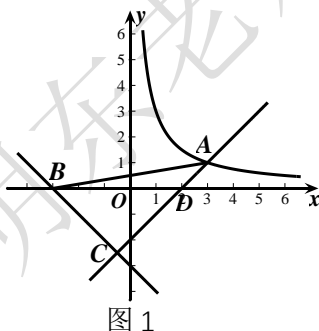
直线  $y = -x + m$  与  $x$  轴交于点  $B(m, 0)$ ,

与直线  $y = x + b$  交于点  $C(\frac{m+2}{2}, \frac{m-2}{2})$ .

① 当  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} + S_{\triangle ABD} = 6$  时, 如图 1.

$$\text{可得 } \frac{1}{4}(2-m)^2 + \frac{1}{2}(2-m) \times 1 = 6,$$

$$\text{解得 } m = -2, m = 8 \text{ (舍)}.$$



② 当  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} - S_{\triangle ABD} = 6$  时, 如图 2.

$$\text{可得 } \frac{1}{4}(m-2)^2 - \frac{1}{2}(m-2) \times 1 = 6,$$

$$\text{解得 } m = 8, m = -2 \text{ (舍)}.$$

综上所述, 当  $m \geq 8$  或  $m \leq -2$  时,  $S_{\triangle ABC} \geq 6$ .  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

23. (1) 证明: 连接  $OE$  交  $DF$  于点  $H$ ,

$\because EF$  是  $\odot O$  的切线,  $OE$  是  $\odot O$  的半径,

$\therefore OE \perp EF$ .

$\therefore \angle F + \angle 1 = 90^\circ$ .

$\because FD \perp OC$ ,

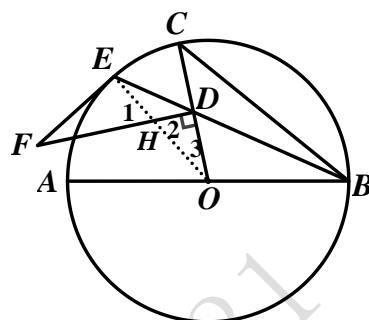
$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$ .

$\because \angle 1 = \angle 2$ ,

$\therefore \angle F = \angle 3$ . .....1 分

$\because \angle CBE = \frac{1}{2} \angle 3$ ,

$\therefore \angle CBE = \frac{1}{2} \angle F$ . .....2 分



(2) 解:  $\because \angle CBE = 15^\circ$ ,

$\therefore \angle F = \angle 3 = 2\angle CBE = 30^\circ$ .

$\because \odot O$  的半径是  $2\sqrt{3}$ , 点  $D$  是  $OC$  中点,

$\therefore OD = \sqrt{3}$ .

在  $Rt\triangle ODH$  中,  $\cos \angle 3 = \frac{OD}{OH}$ ,

$\therefore OH = 2$ . .....3 分

$\therefore HE = 2\sqrt{3} - 2$ .

在  $Rt\triangle FEH$  中,  $\tan \angle F = \frac{EH}{EF}$ . .....4 分

$\therefore EF = \sqrt{3}EH = 6 - 2\sqrt{3}$ . .....5 分

24. 解: (1) 0, 1, 4, 5, 0, 0 .....1 分

(2) 14, 84.5, 81 .....4 分

(3) 甲, 理由: 两人的平均数相同且甲的方差小于乙, 说明甲成绩稳定;

两人的平均数相同且甲的极差小于乙, 说明甲成绩变化范围小.

(写出其中一条即可)

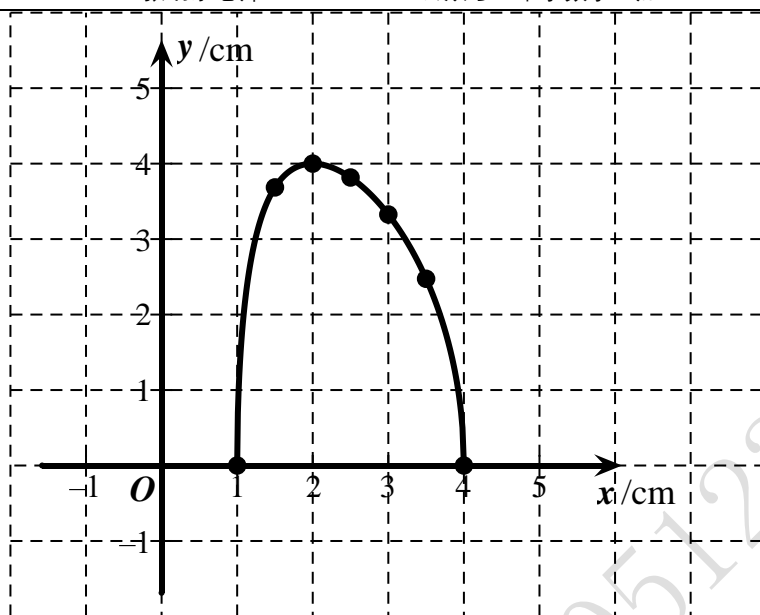
或: 乙, 理由: 在  $90 \leq x \leq 100$  的分数段中, 乙的次数大于甲.

.....6 分

(答案不唯一, 理由须支撑推断结论)

25. 解: (1) 4; 0. ....2 分

(2)



.....4 分

(3) 1.1 或 3.7 .

.....6 分

26. 解: (1)  $A(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ . ..... 2 分

(2) ①设抛物线  $G_2$  的表达式为  $y = m(x - \sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}$ ,

如图所示, 由题意可得  $AD = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$ .

$\because \angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ ,

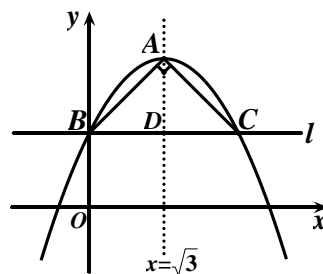
$\therefore \angle ABD = 45^\circ$ .

$\therefore BD = AD = \sqrt{3}$ .

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(0, \sqrt{3})$ .

$\because$  点  $B$  在抛物线  $G_2$  上,

可得  $m = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ .



$\therefore$  抛物线  $G_2$  的表达式为  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - \sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}$ ,

即  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + 2x + \sqrt{3}$ . ..... 5 分

②  $-\sqrt{3} < m < -\frac{\sqrt{3}}{9}$ . ..... 7 分

27. (1) 补全图形如图 1. .... 1 分

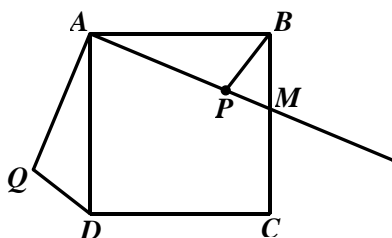


图 1

(2) ①证明:

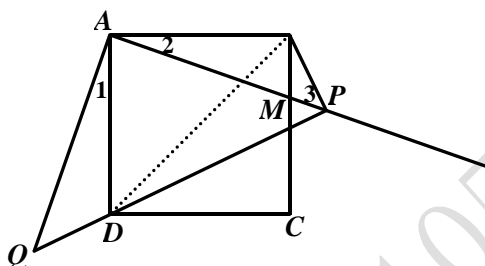


图 2

连接  $BD$ ，如图 2，

$\because$  线段  $AP$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $AQ$ ，

$\therefore AQ = AP$ ， $\angle QAP = 90^\circ$ 。

$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，

$\therefore AD = AB$ ， $\angle DAB = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ 。

$\therefore \triangle ADQ \cong \triangle ABP$ 。

..... 3 分

$\therefore DQ = BP$ ， $\angle Q = \angle 3$ 。

$\because$  在  $\text{Rt}\triangle QAP$  中， $\angle Q + \angle QPA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BPD = \angle 3 + \angle QPA = 90^\circ$ 。

$\because$  在  $\text{Rt}\triangle BPD$  中， $DP^2 + BP^2 = BD^2$ ，

又  $\because DQ = BP$ ， $BD^2 = 2AB^2$ ，

$\therefore DP^2 + DQ^2 = 2AB^2$ 。

..... 5 分

②  $BP = AB$ 。

..... 7 分

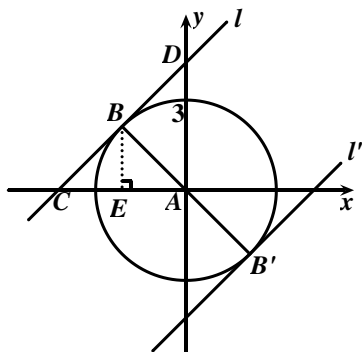
28. 解: (1)  $25\pi$ ; ..... 2 分



(2)  $\because$  直线  $y = x + b$  上只存在一个点  $B$ ，使得点  $A, B$  的“确定圆”的面积为  $9\pi$ ，

$\therefore \odot A$  的半径  $AB = 3$  且直线  $y = x + b$  与  $\odot A$  相切于点  $B$ ，如图，

$\therefore AB \perp CD$ ， $\angle DCA = 45^\circ$ 。



①当  $b > 0$  时，则点  $B$  在第二象限。

过点  $B$  作  $BE \perp x$  轴于点  $E$ ，

$\because$  在  $Rt\triangle BEA$  中， $\angle BAE = 45^\circ$ ， $AB = 3$ ，

$$\therefore BE = AE = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore B\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right).$$

②当  $b < 0$  时，则点  $B'$  在第四象限。

$$\text{同理可得 } B'\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right).$$

综上所述，点  $B$  的坐标为  $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$  或  $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ 。

..... 6 分

(3)  $m \leq -5$  或  $m \geq 11$ 。