北京市西城区三帆中学2014-2015学年度第二学期期中考试试卷

初二　数学

班级______分层班________　姓名______________　学号_________　成绩___________

注意：时间100分钟，满分120分

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

1. 一元二次方程$4x^2+x-1=0$的二次项系数、一次项系数、常数项分别是（　　　）.

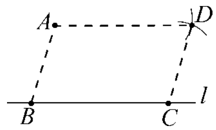
A．4，0，1　　　B．4，1，1　　　C．4，1，－1　　　D．4，1，0

2. 由下列线段a，b，c不能组成直角三角形的是（　　　）.

A．$a=1$，$b=2$，$c=\sqrt{3}$　　　B．$a=1$，　$b=2$，　$c=\sqrt{5}$

C．$a=3$，$b=4$，$c=5$　　　D．$a=2$，$b=2\sqrt{3}$，$c=3$

3. 如图，点A是直线l外一点，在l上取两点B、C，分别以A、C为圆心，BC、AB长为半径画弧，两弧交于点D，分别连结AB、AD、CD，则四边形$ABCD$一定是（　　　）.



A．平行四边形　　　B．矩形

C．菱形　　　D．正方形

4. 下列各式是完全平方式的是（　　　）.

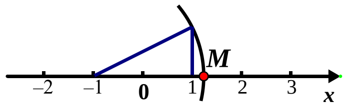
A．x^2+2x+4　　　B．x^2-6x+9　　　C．x^2-4x-4　　　D．x^2-3x+2

5. 正方形具有而矩形不一定具有的性质是（　　　）.

A．四个角都是直角　　　B．对角线互相平分

C．对角线相等　　　D．对角线互相垂直

6. 如图，数轴上点M所表示的数为m，则m的值是（　　　）.



A．$\sqrt{5}$-1　　　B．-$\sqrt{5}$+1　　　C．$\sqrt{5}$+1　　　D．$\sqrt{5}$

7. 已知平行四边形$ABCD$的两条对角线 AC、BD交于平面直角坐标系的原点，点A的坐标为(-2，3)，则点C的坐标为（　　　）.

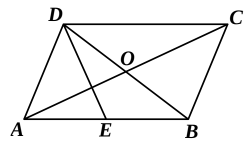
A．（3，-2）　　B．（2，-3）　　C．（-3，2）　　D．（-2，-3）

8. 某果园2012年水果产量为100吨，2014年水果产量为144吨，求该果园水果产量的年平均增长率．设该果园水果产量的年平均增长率为x，则由题意可列方程为（　　　）.

A．$144(1-x)^2=100$　　　B．$100(1-x)^2=144$

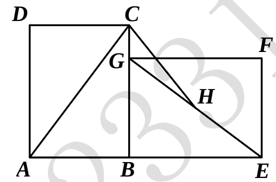
C．$144(1+x)^2=100$　　　D．$100(1+x)^2=144$

9. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 O，E 是 AB 边的中点，图中与△ADE 面积相等的三角形（不包括△ADE）的个数为（　　　）.



A. 3　　　　B. 4　　　　C. 5　　　　D. 6

10. 如图，在长方形 $ABCD$ 中，AC 是对角线，将长方形 $ABCD$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 到长方形 $GBEF$ 位置，H 是 EG 的中点，若 AB=6，BC=8，则线段 CH 的长为（　　　）.



A. $2\sqrt{5}$　　　B. $\sqrt{41}$　　　C. $2\sqrt{10}$　　　D. $\sqrt{21}$

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

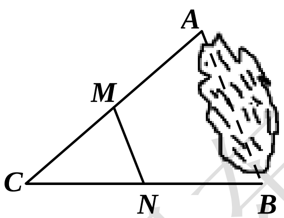
11. 已知 $x=2$ 是一元二次方程 $x^2+2ax+8=0$ 的一个根，则 a 的值为__________.

12. 如图，A、B 两点被池塘隔开，在 AB 外选一点 C，连接 AC 和 BC，并分别找出它们的中点 M 和 N．如果测得 MN=15m，则 A，B 两点间的距离为___________m.

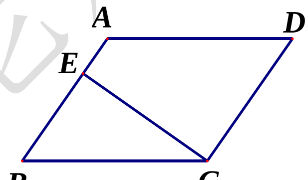
13. 如图，在▱$ABCD$ 中，$CE\perp AB$ 于 E，如果∠A=125°，那么∠BCE=______°.

14. 若把代数式 x^2-2x-3 化为 $(x-m)^2+k$ 的形式，其中 m、k 为常数，则 $m+k$ =_________.

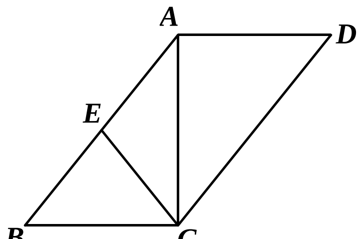
15. 如图，在▱$ABCD$ 中，E 为 AB 中点，$AC\perp BC$，若 CE=3，则 CD=________.



第12题图



第13题图

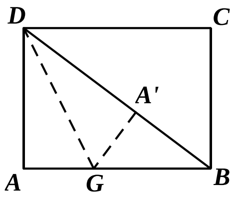


第15题图

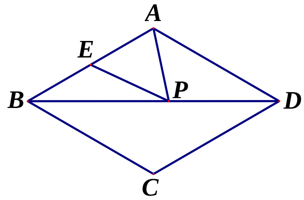
16. 如图，矩形纸片 $ABCD$ 中，AB=4，AD=3，折叠纸片使 AD 边与对角线 BD 重合，折痕为 DG，则 AG 的长为______________.

17. 如图，菱形 $ABCD$ 的周长为 40，∠ABC=60°，E 是 AB 的中点，点 P 是 BD 上的一个动点，

则 $PA+PE$ 的最小值为___________.



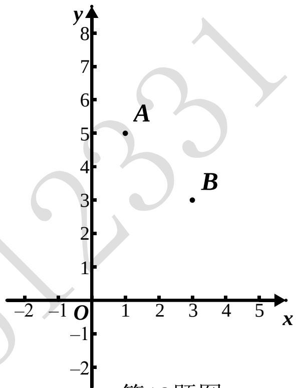
第16题图



第17题图

班级______分层班________　姓名________　学号______

8. 如图：在平面直角坐标系中，A、B 两点的坐标分别为（1，5）、（3，3），M、N 分别是 x 轴、y 轴上的点.
如果以点 A、B、M、N 为顶点的四边形是平行四边形，则 M 的坐标为________________________________.



第18题图

三、解答题（本题共 26 分，第 19 题每小题 5 分，第 20、21 题每小题 5 分，第 22 题每小题 6 分）

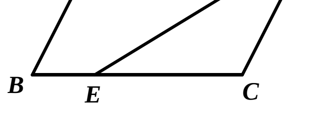
19. 解方程：

(1) $(x-3)^2=25$；　　　　(2) $x^2-6x+1=0$.

解：　　　　**解：**

20. 如图，在▱$ABCD$ 中，已知 AD＝16cm，AB＝12cm，DE 平分∠ADC 交 BC 边于点 E，求 BE 的长度.

解：



21. 一个矩形的长比宽多 1cm，面积是 90cm²，矩形的长和宽各是多少？

解：

22. 已知：关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+1)x+2m=0$．

（1）求证：无论 m 为何值，此方程总有两个实数根；

（2）若 x 为此方程的一个根，且满足 $0<x<6$，求整数 m 的值．

⑴证明：

⑵解：

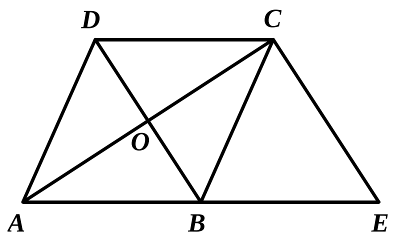
四、解答题（本题共 20 分，第 23 题 6 分，第 24、25 题每小题 7 分）

23． 如图，已知菱形*ABCD*的对角线相交于点*O*，延长*AB*至点*E*，使*BE*=*AB*，连结*CE*.

(1) 求证：*BD*=*EC*；

(2) 若∠*E*=57°，求∠*BAO* 的大小.

⑴证明：



⑵解：

班级______分层班________　姓名__________　学号________

24. 已知：关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2a+1)x+\frac{5}{4}a^2+\frac{a}{2}+\frac{1}{2}=0$ 有实根.

（1）求 a 的值；

（2）若关于 x 的方程 $kx^2-3x-k-2a-1=0$ 的所有根均为整数，求整数 k 的值.

解：（1）

（2）

25.　阅读下列材料：

问题：如图 1，在▱*ABCD* 中，*E* 是 *AD* 上一点，*AE*=*AB*，∠*EAB*=60°，过点 *E* 作直线 *EF*，在 *EF* 上取一点 *G*，使得∠*EGB*=∠*EAB*，连接 *AG*.

求证：*EG* =*AG*+*BG*.

小明同学的思路是：作∠*GAH*=∠*EAB* 交 *GE* 于点 *H*，构造全等三角形，经过推理解决问题.

参考小明同学的思路，探究并解决下列问题：

（1）完成上面问题中的证明；

（2）如果将原问题中的"∠*EAB*=60°"改为"∠*EAB*=90°"，原问题中的其它条件不变（如图 2），请探究线段 *EG*、*AG*、*BG* 之间的数量关系，并证明你的结论.

（1）证明：

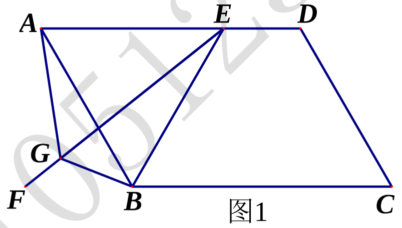


图1

（2）解：线段 *EG*、*AG*、*BG* 之间的数量关系为____________________________.

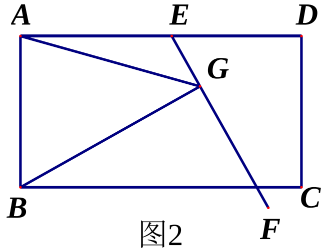


图2

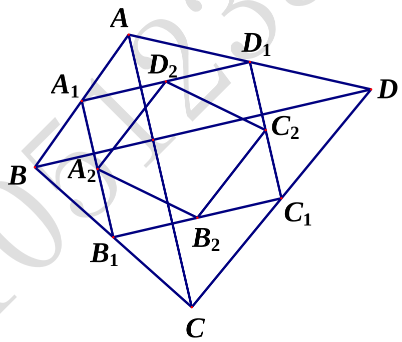
班级______分层班________　姓名__________　学号________

五、解答题（本题共 20 分，第 26、27 题每小题 6 分，第 28 题 8 分）

26．已知 a 是方程 $x^2+5x-2=0$ 的一个根，则代数式 $2a^2+10a-9$ 的值为___________；

代数式 a^3+6a^2+3a-5 的值为___________.

27． 如图，四边形 $ABCD$ 中，$AC=m$，$BD=n$，且 $AC\perp BD$，顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$，再顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点，得到四边形 $A_2B_2C_2D_2\ldots$，如此进行下去，得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$.



①四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是____________形；

②四边形 $A_3B_3C_3D_3$ 是____________形；

③四边形 $A_5B_5C_5D_5$ 的周长是____________；

④四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是_____________**错误!未找到引用源。**.

28．若一个四边形的一条对角线把四边形分成两个等腰三角形，我们把这条对角线叫这个四边形的和谐线，这个四边形叫做和谐四边形．如菱形就是和谐四边形．

（1）如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle BAD=120°$，$\angle C=75°$，BD 平分 $\angle ABC$.

求证：BD 是四边形 $ABCD$ 的和谐线；

（2）图 2 和图 3 中有三点 A、B、C，且 $AB=AC$，请分别在图 2 和图 3 方框内作一个点 D，使得以 A、B、C、D 为顶点的四边形的两条对角线都是和谐线，并画出相应的和谐四边形（要求尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）；

（3）四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD=BC$，$\angle BAD=90°$，AC 是四边形 $ABCD$ 的和谐线，求 $\angle BCD$ 的度数.

(1)证明：

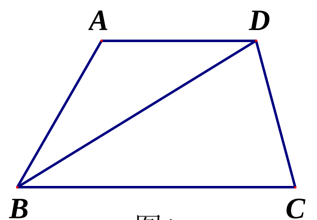


图1

(2)在方框内用尺规作图，保留作图痕迹，不写作法

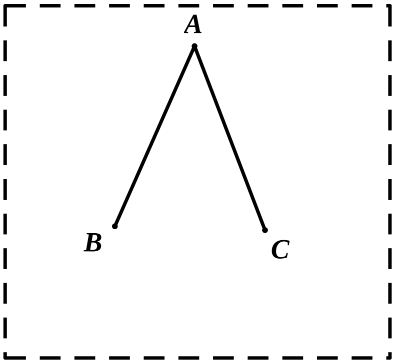


图2

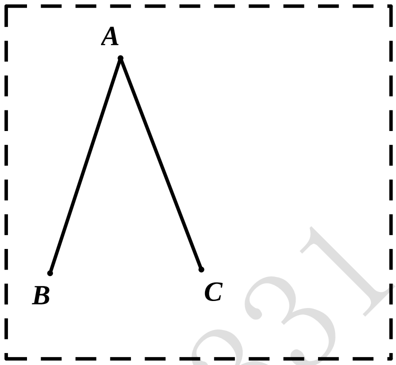


图3

(3)解：

初二数学 答案及评分参考标准

班级__________　姓名__________　学号__________　成绩__________

一、选择题（本题共 30 分每小题 3 分，）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	A	B	D	A	B	D	C	B

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

11. -3；　12. 30；　13. 35；　14. -3；　15. 6；

16. $\frac{3}{2}$；　17. $5\sqrt{3}$；　18. (2,0),(-2,0)(4,0) .

三、解答题（本题共 26 分，第 19 题每小题 5 分，第 20、21 题每小题 5 分，第 22 题每小题 6 分）

19.　解方程

(1) $(x-3)^2=25$

解： $x-3=\pm 5$　----------------------------3 分

$\therefore\ x_1=8,\ x_2=-2$　------------------------5 分

（2）　$x^2-6x+1=0$

解： $x^2-6x=-1$　------------------------1 分

$x^2-6x+9=8$　------------------------2 分

$(x-3)^2=8$　---------------------3 分

$x-3=\pm 2\sqrt{2}$　--------------4 分

$\therefore x_1=3+2\sqrt{2}$，$x_2=3-2\sqrt{2}$　--------------5 分

另解：$a=1$，$b=-6$，$c=1$，--------------------------1 分

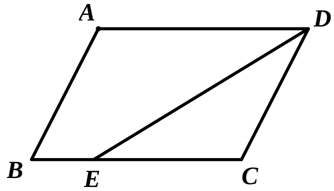
$b^2-4ac=(-6)^2-4\times 1\times 1=32$　-----------------2 分

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{6\pm\sqrt{32}}{2}=3\pm 2\sqrt{2}$，　------------------- 4 分

$\therefore\ x_1=3+2\sqrt{2}$，$x_2=3-2\sqrt{2}$　--------------5 分

20. 如图，在▱*ABCD* 中，已知 *AD*＝16cm，*AB*＝12cm，*DE* 平分∠*ADC* 交 *BC* 边于点 *E*，求 *BE* 的长度.

解：　∵四边形 *ABCD* 是平行四边形，



∴*AD*∥*BC*，

AB＝*CD*=12cm，*AD*＝*BC*=16cm，　---------2 分

∵*AD*∥*BC*

∴∠*ADE*=∠*DEC*，

∵*DE* 平分∠*ADC*，

∴∠*ADE*=∠*E DC*，

∴∠*DEC*=∠*EDC*，

∴*CE*=*CD*=12cm，　----------4 分

∴*BE*=*BC*-*CE*=4cm. ----------5 分

21. 一个矩形的长比宽多 1cm，面积是 90cm²，矩形的长和宽各是多少？

解：设矩形长为 x cm，则宽为（$x-1$）cm，--------------1 分

依题意得　$x(x-1)=90$ --------------3 分

解得 $x_1=10, x_2=-9$（不合题意，舍去）--------------4 分

答：矩形的长和宽各是 10cm、9cm．--------------5 分

22．已知：关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+1)x+2m=0$．

（1）求证：无论 m 为何值，此方程总有两个实数根；

（2）若 x 为此方程的一个根，且满足 $0<x<6$，求整数 m 的值．

（1）**证明：**　$\Delta=(2m+1)^2-4\times1\times2m$

$=4m^2-4m+1$

$=(2m-1)^2$.

∵ $(2m-1)^2\geqslant0$，即 $\Delta\geqslant0$，--------------1 分

∴无论 m 为何值，此方程总有两个实数根．-----------2 分

（2）**解：**因式分解，得　$(x+2m)(x+1)=0$.

于是得　$x+2m=0$ 或 $x+1=0$.

解得　$x_1=-2m$，　$x_2=-1$.　　--------------4 分

∵ $-1<0$，而 $0<x<6$，

∴ $x=-2m$，即　$0<-2m<6$.

∴ $-3<m<0$.　　**....................................... 5 分**

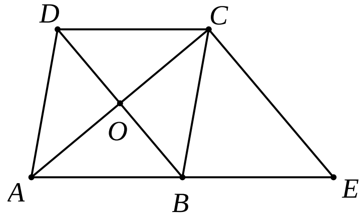
∵ m 为整数，

∴ $m=-1$ 或 -2.　　**....................................... 6 分**

四、解答题（本题共 20 分，第 23 题 6 分，第 24、25 题每小题,7 分）

23. 如图,已知菱形ABCD的对角线相交于点O,延长AB至点E,使BE=AB,连结CE.

(1)求证:BD=EC;



第19题

(2)若∠E=50°，求∠BAO 的大小.

（1）**证明：**∵菱形 ABCD，

∴AB=CD，AB∥CD，**……………………………1 分**

又∵BE=AB，

∴BE=CD，BE∥CD，

∴四边形 BECD 是平行四边形，**…………………………2 分**

∴BD=EC**…………………………3 分**

（2）**解：**∵平行四边形 BECD，

∴BD∥CE，

∴∠ABO=∠E=57°，**…………………………4 分**

又∵菱形 ABCD，

∴AC⊥BD，

∴∠BAO=90°**…………………………5 分**

∴∠BAO＋∠ABO=90°

∴∠BAO =90°-∠ABO=33°. **………………………………6 分**

24.　已知：关于 x **的一元二次方程** $x^2+(2a+1)x+\frac{5}{4}a^2+\frac{a}{2}+\frac{1}{2}=0$ **有实根.**

（1）求 a **的值；**

（2）若关于 x **的方程** $kx^2-3x-k-2a-1=0$ **的所有根均为整数，求整数** k **的值**.

解：(1) ∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2a+1)x+\frac{5}{4}a^2+\frac{a}{2}+\frac{1}{2}=0$ 有实数根.

$$\therefore b^2-4ac=(2a+1)^2-4(\frac{5}{4}a^2+\frac{a}{2}+\frac{1}{2})$$

$$=-a^2+2a-1$$ **……………………1 分**

$$=-(a-1)^2\geq 0$$

$\therefore a=1$**……………………………2 分**

（2）由 $a=1$ 得 $kx^2-3x-k-3=0$

当 k=0 时，所给方程为-3x-3=0，有整数根 x= -1．**……………………………3 分**

当 k≠0 时，所给方程为二次方程，有

$(x+1)(kx-k-3)=0$

$\therefore x_1=-1, x_2=\dfrac{k+3}{k}=1+\dfrac{3}{k}$ ……………………………**5 分**

$\because k$、x为整数

$\therefore k=\pm1,\pm3$ ……………………………**6 分**

综上 $k=0,\pm1,\pm3$ ……………………………**7 分**

25.　阅读下列材料：

问题：如图 1，在▱*ABCD* 中，*E* 是 *AD* 上一点，*AE*=*AB*，∠*EAB*=60°，过点 *E* 作直线 *EF*，在 *EF* 上取一点 *G*，使得∠*EGB*=∠*EAB*，连接 *AG*.

求证：*EG* =*AG*+*BG*.

小明同学的思路是：作∠*GAH*=∠*EAB* 交 *GE* 于点 *H*，构造全等三角形，经过推理使问题得到解决.

参考小明同学的思路，探究并解决下列问题：

（1）完成上面问题中的证明；

（2）如果将原问题中的“∠*EAB*=60°”改为“∠*EAB*=90°”，原问题中的其它条件不变（如图 2），请探究线段 *EG*、*AG*、*BG* 之间的数量关系，并证明你的结论.

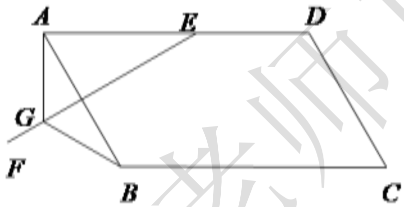


图 1

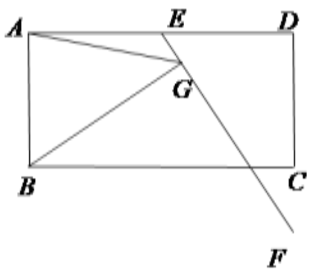


图 2

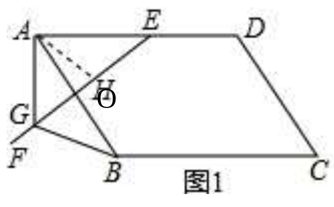
（1）证明：如图 1，作∠GAH=∠EAB 交 GE 于点 H，

则∠GAB=∠HAE．……………………**1 分**

∵∠EAB=∠EGB，∠AOE=∠BOF，

∴∠ABG=∠AEH．

在△ABG 和△AEH 中



$$\begin{cases}\angle GAB=\angle HAE\\ AB=AE\\ \angle ABG=\angle AEH\end{cases}$$

∴△ABG≌△AEH　．……………………**2 分**

∴BG=EH，AG=AH．

∵∠GAH=∠EAB=60°，

∴△AGH 是等边三角形．

∴AG=HG．

∴EG=AG+BG；**……………………3 分**

（2）线段 EG、AG、BG 之间的数量关系是 EG+BG $=\sqrt{2}$AG．**……………………4 分**

证明：

如图 2，作∠GAH=∠EAB 交 GE 的延长线于点 H，则∠GAB=∠HAE．

∵∠EGB=∠EAB=90°，

∴∠ABG+∠AEG=∠AEG+∠AEH=180°．

∴∠ABG=∠AEH．**……………………5 分**

在△ABG 和△AEH 中

$$\begin{cases}\angle HAE=\angle GAB\\ AB=AE\\ \angle AEH=\angle ABG\end{cases},$$

∴△ABG≌△AEH．**……………………6 分**

∴BG=EH，AG=AH．

∵∠GAH=∠EAB=90°，

∴△AGH 是等腰直角三角形．

∴$\sqrt{2}$AG=HG，

∴EG+BG $=\sqrt{2}$AG．**……………………7 分**

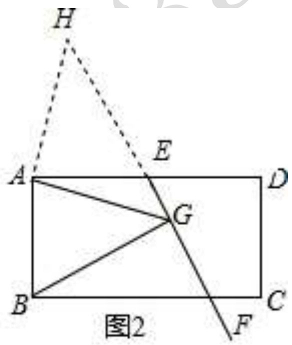
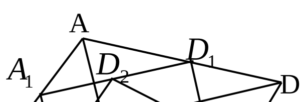


图2

五、解答题（本题共 20 分，第 26、27 题每小题 6 分，第 28 题 8 分）

26．已知 a 是方程 $x^2+5x-2=0$ 的一个根，则代数式 $2a^2+10a-9$ 的值为__-5____；代数式 a^3+6a^2+3a-5 的值为___-3___． **……………………每空 3 分**

27．如图，四边形 ***ABCD*** 中，***AC***＝***m***，***BD***＝***n***，且 ***AC*** ⊥ ***BD***，顺次连接四边形 ***ABCD*** 各边中点，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$，再顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点，得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$…，如此进行下去，得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$．



①四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是＿＿菱形；………1 分

②四边形 $A_3B_3C_3D_3$ 是＿＿矩形＿；………2 分

③四边形 $A_5B_5C_5D_5$ 的周长是＿＿ $\dfrac{m+n}{4}$ ＿＿＿；………4 分

④四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是＿ $\dfrac{mn}{2^{n+1}}$ ＿＿＿＿＿ 错误!未找到引用源。. ……6 分

28．若一个四边形的一条对角线把四边形分成两个等腰三角形，我们把这条对角线叫这个四边形的和谐线，这个四边形叫做和谐四边形．如菱形就是和谐四边形．

（1）如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle BAD=120°$，$\angle C=75°$，BD 平分 $\angle ABC$．

求证：BD 是四边形 $ABCD$ 的和谐线；

（2）图 2 和图 3 中有三点 A、B、C，且 $AB=AC$，请分别在图 2 和图 3 方框内作一个点 D，使得以 A、B、C、D 为顶点的四边形的两条对角线都是和谐线，并画出相应的和谐四边形（要求尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）；

（3）四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD=BC$，$\angle BAD=90°$，AC 是四边形 $ABCD$ 的和谐线，求 $\angle BCD$ 的度数．

（1）证：

（1）∵AD∥BC，

∴∠ABC+∠BAD=180°，∠ADB=∠DBC.

∵∠BAD=120°，

∴∠ABC=60°.

∵BD 平分∠ABC，

∴∠ABD=∠DBC=30°，

∴∠ABD=∠ADB，

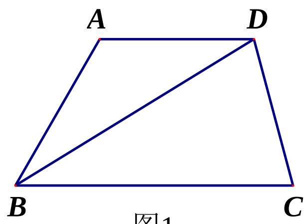


图1

∴△ADB 是等腰三角形． **…………………1 分**

在△BCD 中，∠C=75°，∠DBC=30°，

∴∠BDC=∠C=75°，

∴△BCD 为等腰三角形，

∴BD 是四边形 ABCD 的和谐线；**……………………2 分**

（2）由题意作图为：图 2，图 3　　**……………………4 分**

（在方框内用尺规作图，

保留作图痕迹，

不写作法）

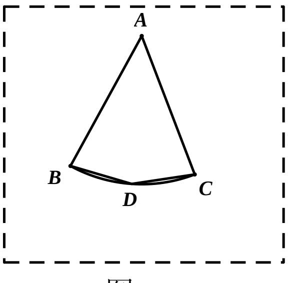


图2

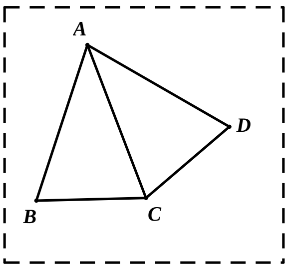


图3

解（3）∵AC 是四边形 ABCD 的和谐线，

∴△ACD 是等腰三角形.

∵AB=AD=BC，

如图 4，当 AD=AC 时，

∴AB=AC=BC，∠ACD=∠ADC

∴△ABC 是正三角形，

∴∠BAC=∠BCA=60°.

∵∠BAD=90°，

∴∠CAD=30°，

∴∠ACD=∠ADC=75°，

∴∠BCD=60°+75°=135°.　**……………………5 分**

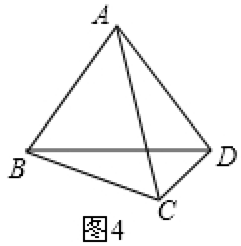


图4

如图 5，当 AD=CD 时，

∴AB=AD=BC=CD.

∵∠BAD=90°，

∴四边形 ABCD 是正方形，

∴∠BCD=90°**……………………6 分**

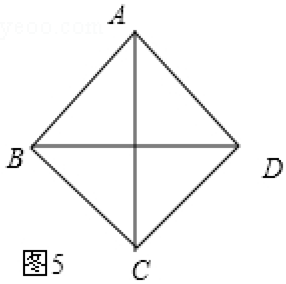


图5

如图 6，当 AC=CD 时

法（一）：过点 C 作 CE⊥AD 于 E，过点 B 作 BF⊥CE 于 F，

∵AC=CD．CE⊥AD，

∴AE=$\frac{1}{2}$AD，∠ACE=∠DCE.

∵∠BAD=∠AEF=∠BFE=90°，

∴四边形 ABFE 是矩形.

∴BF=AE.　　　　∵AB=AD=BC，

∴BF=$\frac{1}{2}$BC，　　∴∠BCF=30°.

∵AB=BC，

∴∠ACB=∠BAC.

∵AB∥CE，　　∴∠BAC=∠ACE，

∴∠ACB=∠ACE=$\frac{1}{2}$∠BCF=15°，

∴∠BCD=15°×3=45°.　**……………………8 分**

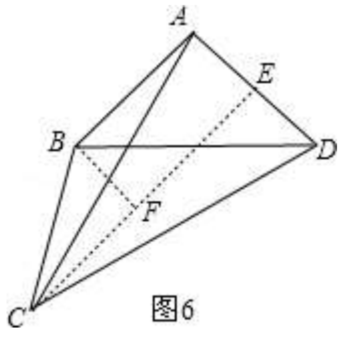


图6

法（二）：

作 DM⊥AD，作 BM⊥AB，则四边形 ABMD 是正方形

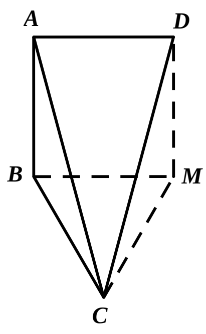
∴BC=BM

∵AC=CD

∴∠CAD=∠CDA

∴∠BAC=∠CDM

在△ABC 和△DMC 中



$$\begin{cases} AB=DM \\ \angle BAC=\angle CDM \\ AC=CD \end{cases}$$ ∴△ABC≌△DMC．

∴BC=CM，∠BCA=∠MCD

∴△BCM 为等边三角形

∴∠CMD＝150°

∵MC=MD

∴∠MCD＝∠MDC＝15°

∴∠BCD=∠BCM－∠MCD＝60°－15＝45°　　　　　……………………**8 分**