

北京四中 2017—2018 学年下学期初中 七年级期中考试数学试卷

一、选择题（每题 3 分）

1. 9 的平方根是（ ）

- A. ± 81 B. ± 3 C. 3 D. -3

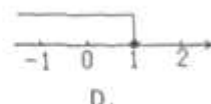
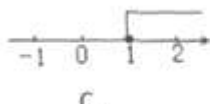
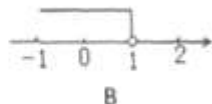
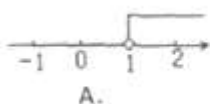
2. 平面直角坐标系中，点 $(-1, 3)$ 在（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 若 $a > b$ ，则下列不等式中错误的是（ ）

- A. $a + 1 > b + 1$ B. $a - 1 > b - 1$ C. $2a > 2b$ D. $-2a > -2b$

4. 不等式 $x + 1 \geq 2$ 的解集在数轴上表示正确的是（ ）



- A. A B. B C. C D. D

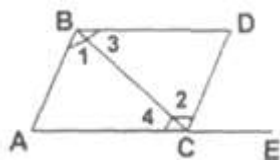
5. 在下列实数中，无理数是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\sqrt[3]{-8}$ C. $\sqrt{16}$ D. 2.123122312223.....

6. 关于 $\sqrt{8}$ 的叙述正确的是（ ）

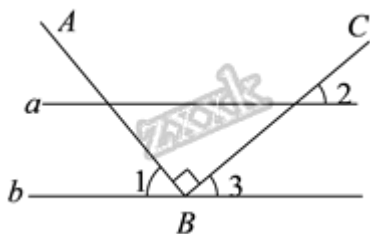
- A. 在数轴上不存在表示 $\sqrt{8}$ 的点 B. $\sqrt{8} = \sqrt{2} + \sqrt{6}$
C. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ D. 与 $\sqrt{8}$ 最接近的整数是 3

7. 如图，点 E 在 AC 的延长线上，下列条件中能判断 $AB \parallel CD$ 的条件是（ ）



- A. $\angle 3 = \angle 4$ B. $\angle 1 = \angle 2$ C. $\angle D = \angle DCE$ D. $\angle D + \angle ACD = 180^\circ$

8. 如图，直线 $a \parallel b$ ，点 B 在直线 b 上，且 $AB \perp BC$ ， $\angle 1 = 55^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是（ ）

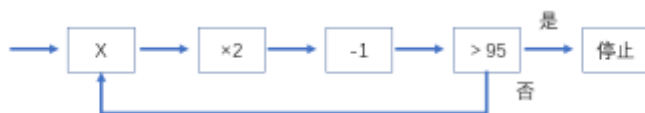


- A. 20° B. 30° C. 35° D. 50°

9. 在一次科技知识竞赛中，共有 20 道选择题，每道题的四个选项中，有且只有一个答案正确，选对得 10 分，不选或错选倒扣 5 分，如果得分不低于 90 分才能得奖，那么要得奖至少应选对的题数是（ ）

- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

10. 运行程序如图所示，规定：从“输入一个值 x ”到“结果是否 > 95 ”为一次程序操作，如果程序操作进行了三次才停止，那么 x 的取值范围是（ ）



- A. $x \geq 11$ B. $11 \leq x < 23$ C. $11 < x \leq 23$ D. $x \leq 23$

二、填空题（每题 2 分）

11. 把命题“对顶角相等”改写为“如果……，那么……”的形式：_____。

12. x 的 $\frac{1}{2}$ 与 3 的差是负数，用不等式表示为_____。

13. 平面直角坐标系中，若点 $P(2-m, 3m)$ 在 x 轴上，则 m 的值为_____。

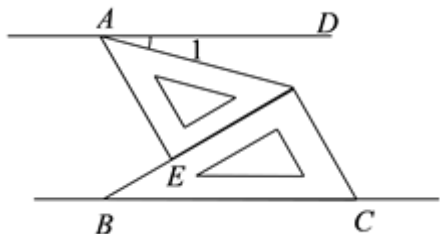
14. 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 0.5 的大小关系是： $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ 0.5（填“>”、“=”、“<”）

15. 不等式 $-2x > \frac{1}{2}$ 的解集是_____。

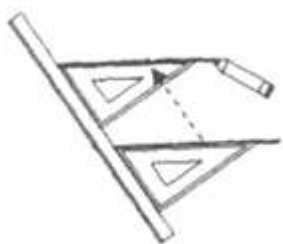
16. 在实数范围内规定新运算“ Δ ”，其规则是： $a \Delta b = 2a - b$ ，已知不等式 $x \Delta k \geq 1$ 的解集在数轴上如下图所示，则 k 的值是_____。



17. 如图，将一副三角板和一张对边平行的纸条按下列方式摆放，两个三角板的一直角边重合，含 30° 角的直角三角板的斜边与纸条一边重合，含 45° 角的三角板的一个顶点在纸条的另一边上，则 $\angle 1$ 的度数是_____。



18. 如图，利用直尺和三角尺过直线外一点画已知直线的平行线，这种画法依据的是_____。



19. 在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(-3, 2)$ ，若线段 AB 平行于 x 轴，且 AB 的长为 4，则点 B 的坐标为_____。

20. 大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数，而无理数是无限不循环小数，因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部写出来，于是小明用 $\sqrt{2}-1$ 表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分，你同意小明的表示方法吗？事实上，小明的表示方法是有道理的，因为 $\sqrt{2}$ 的整数部分是 1，将这个数减去其整数部分，差就是小数部分。

已知： $2+\sqrt{3}=x+y$ ，其中 x 是整数，且 $0 < y < 1$ ，写出 x y 的相反数_____。

三、解答题

21. 计算： $\sqrt{2^2} + \sqrt[3]{64} + |1 - \sqrt{2}|$

22. 解方程： $(2x-1)^2 = 3$

23. 解不等式： $4(x-2) > 2(3x+5)$

24. 解不等式组，并把解集表示在数轴上

$$\begin{cases} 2(x+8) \leq 10-4(x-3) \\ \frac{x+1}{2} - \frac{4x+1}{6} < 1 \end{cases}$$

25. 已知关于 x 的方程 $\frac{5x+m}{3} - \frac{x-1}{2} = m$ 的解为非负数，求 m 的取值范围。

26. 如图， $AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$ ， $\angle A + \angle AEF = 180^\circ$ ，以下是小明同学证明 $CD \parallel EF$ 的推理过程及理由，请在横线上补充完整其推理过程或理由。

证明： $\because AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$ （已知）

$\therefore \angle ABD = \angle CDB = 90^\circ$ （_____）

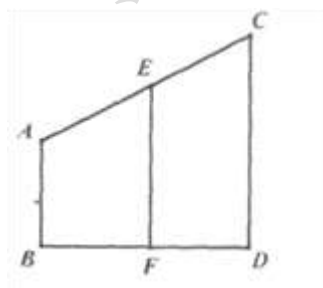
$\therefore \angle ABD + \angle CDB = 180^\circ$

$\therefore AB \parallel CD$ （_____）

$\because \angle A + \angle AEF = 180^\circ$ （已知）

$\therefore AB \parallel EF$ （_____）

$\therefore CD \parallel EF$ （_____）



27. 阅读下面材料后，解答问题。

分母中含有未知数的不等式叫分式不等式。如： $\frac{x-2}{x+1} > 0$ ； $\frac{2x+3}{x-1} < 0$ 等。那么如何求出它们的解集呢？

根据我们学过的有理数除法法则可知：两数相除，同号得正，异号得负，其字母表达式为：

(1) 若 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则 $\frac{a}{b} > 0$ ；若 $a < 0$ ， $b < 0$ ，则 $\frac{a}{b} > 0$ ；

(2) 若 $a > 0$ ， $b < 0$ ，则 $\frac{a}{b} < 0$ ；若 $a < 0$ ， $b > 0$ ，则 $\frac{a}{b} < 0$ 。

请解答下列问题：

(1) 反之：①若 $\frac{a}{b} > 0$ 则 $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ ；②若 $\frac{a}{b} < 0$ ，则_____；

(2) 根据上述规律，求不等式 $\frac{x-2}{x+1} > 0$ 的解集。

28. 应用题

有 A、B 两个商场以同样价格出售同样商品，且各自推出了不同的优惠方案：

在 A 商场累计购物超过 200 元后，超出部分按 80%收费；

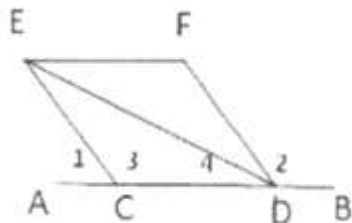
在 B 商场累计购物满 100 元后，超出的部分按 90%收费。

设累计购物 x ($x > 200$) 元，用 x 表示 A、B 两商场的实际费用并指明顾客选择到哪家购物合适？

29. 已知：如图，C、D是直线AB上两点， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，DE平分 $\angle CDF$ ， $FE \parallel DC$ 。

(1) 求证：CE//DF；

(2) 若 $\angle DCE = 130^\circ$ ，求 $\angle DEF$ 的度数。



30. 对于两个不相等的有理数 a, b ，我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a, b 中的较大值，如

$\max\{2, 3\} = 3$ ， $\max\{-1, 0\} = 0$ ，请解答下列问题：

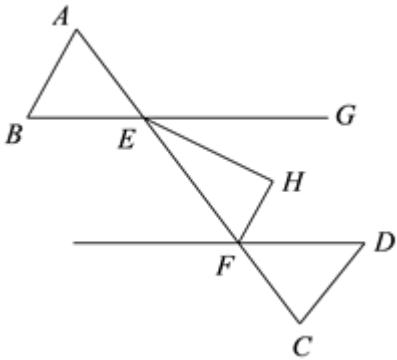
(1) $\max\{-1, -\frac{2}{5}\} =$ _____；

(2) 如果 $\max\{x, 2-x\} = x$ ，求 x 的取值范围；

(3) 如果 $\max\{x, 2-x\} = 2x - 1$ ，求 x 的值。

附加题

31. 三角形的三个内角分别为 x, y, z ，且 $x \leq y \leq z$ ， $z = 3x$ ，则 y 的取值范围是_____
32. 设圆上有 n 个不同的点，连接任两点所得线段，将圆分成若干个互不重合的区域，记 $f(n)$ 为区域数的最大值，则 $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $f(6) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
33. 如图， $\angle GEF$ 和 $\angle DFE$ 的角平分线相交于点 H ， $AB \parallel CD$ ， $\angle B = \angle D$ ，
求证： $EH \perp HF$ 。



34. 阅读与理解:

三角形中一边中点与这边所对顶点的线段称为三角形的中线。

三角形的中线的性质：三角形的中线等分三角形的面积。

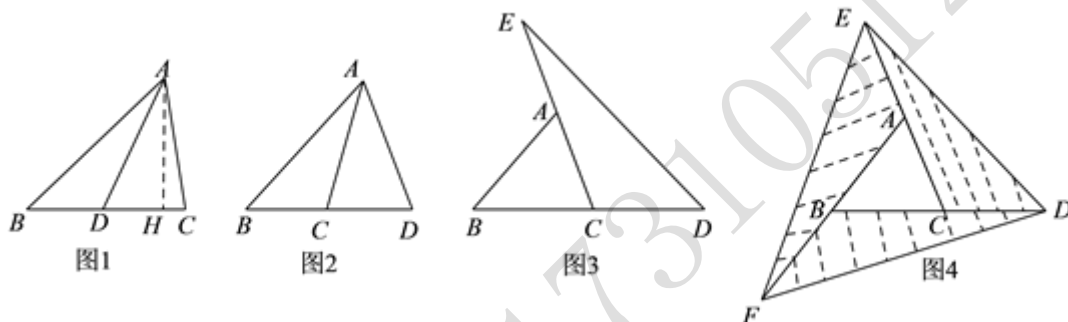
即如图 1，AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线，则 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，

理由：

$$\because BD = CD,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \times AH = \frac{1}{2}CD \times AH = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}, \text{ 即：等底同高的三角形面积相等。}$$

操作与探索：



在如图 2 至图 4 中， $\triangle ABC$ 的面积为 a 。

(1) 如图 2，延长 $\triangle ABC$ 的边 BC 到点 D，使 $CD = BC$ ，连接 DA，若 $\triangle ACD$ 的面积为 S_1 ，则 $S_1 =$ _____ (用含 a 的代数式表示)；

(2) 如图 3，延长 $\triangle ABC$ 的边 BC 到点 D，延长边 CA 到点 E，使 $CD = BC$ ， $AE = CA$ ，连接 DE，若 $\triangle DEC$ 的面积为 S_2 ，则 $S_2 =$ _____ (用含 a 的代数式表示)；

(3) 在图 3 的基础上延长 AB 到点 F，使 $BF = AB$ ，连接 FD，FE，得到 $\triangle DEF$ (如图 4)，若阴影部分的面积为 S_3 ，则 $S_3 =$ _____ (用含 a 的代数式表示)

(4) 拓展与应用：

如图 5，已知四边形 ABCD 的面积是 a ；E、F、G、H 分别是 AB，BC，CD 的中点，求图中阴影部分的面积？

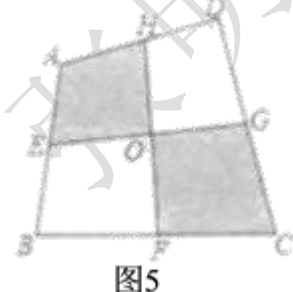


图5

北京四中 2017—2018 学年下学期初中 七年级期中考试数学试卷

一、选择题（每题 3 分）

1. 9 的平方根是（ ）

- A. ± 81 B. ± 3 C. 3 D. -3

【答案】B

【解析】分析：

根据平方根的定义进行分析判断即可.

详解：

$$\because 3^2 = 9, (-3)^2 = 9,$$

$\therefore 9$ 的平方根是 ± 3 .

故选 B.

点睛：熟记平方根的定义：“若 $x^2 = a$ ，则 x 叫做 a 的平方根”是解答本题的关键.

2. 平面直角坐标系中，点 $(-1, 3)$ 在（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】试题分析：根据各象限内点的坐标的特征，点 P 的横坐标为负数，纵坐标为正数，点 P 在第二象限.

故选：B.

考点：各象限内点的坐标的特征.

3. 若 $a > b$ ，则下列不等式中错误的是（ ）

- A. $a + 1 > b + 1$ B. $a - 1 > b - 1$ C. $2a > 2b$ D. $-2a > -2b$

【答案】D

【解析】分析：

根据不等式的性质进行分析判断即可.

详解：

$$\because a > b,$$

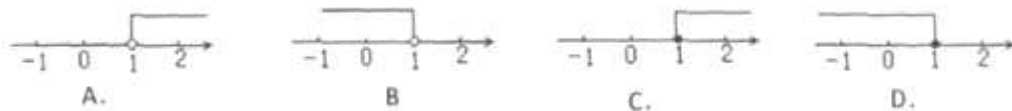
$$\therefore a-1 > b-1, a+1 > b+1, 2a > 2b, -2a < -2b,$$

\therefore 上述四个选项中，A、B、C 中的不等式都成立，只有 D 中的不成立.

故选 D.

点睛：熟记不等式的基本性质：“（1）不等式两边同时加上（或减去）同一个数（或整式），不等号的方向不变；（2）不等式的两边同时乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；（3）不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.” 是正确解答这类题的关键.

4. 不等式 $x+1 \geq 2$ 的解集在数轴上表示正确的是（ ）



A. A B. B C. C D. D

【答案】C

【解析】不等式 $x+1 \geq 2$ 的解集是 $x \geq 1$ ，在数轴上表示是 C.

故选 C.

5. 在下列实数中，无理数是（ ）

A. $\frac{1}{3}$ B. $\sqrt[3]{-8}$ C. $\sqrt{16}$ D. 2.123122312223.....

【答案】D

【解析】方向：

根据无理数的定义进行分析判断即可.

详解：

A 选项中， $\frac{1}{3}$ 是有理数，故不能选 A；

B 选项中， $\sqrt[3]{-8} = -2$ 是有理数，故不能选 B；

C 选项中, $\sqrt[3]{16}=4$ 是有理数, 故不能选 C;

D 选项中, $2.123122312223\cdots$ 是无理数, 可以选 D.

故选 D.

点睛: 熟记无理数的定义: “无限不循环小数叫做无理数”是解答本题的关键.

6. 关于 $\sqrt[3]{8}$ 的叙述正确的是 ()

A. 在数轴上不存在表示 $\sqrt[3]{8}$ 的点 B. $\sqrt[3]{8} = \sqrt{2} + \sqrt[3]{6}$

C. $\sqrt[3]{8} = 2\sqrt[3]{2}$ D. 与 $\sqrt[3]{8}$ 最接近的整数是 3

【答案】D

【解析】试题解析: A, 数轴上的点与实数是一一对应的, 故 A 错误.

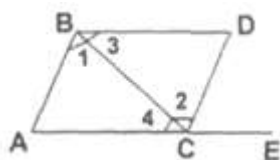
B. $\sqrt[3]{8} = 2\sqrt[3]{2}$. 故 B 错误.

C. $\pm\sqrt[3]{8}$ 是 8 的平方根. 故 C 错误.

D. $\sqrt[3]{8} = 2\sqrt[3]{2} \approx 2.828$. 故 D 正确.

故选 D.

7. 如图, 点 E 在 AC 的延长线上, 下列条件中能判断 $AB \parallel CD$ 的条件是 ()

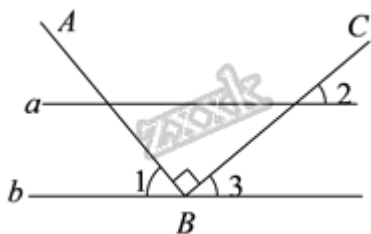


A. $\angle 3 = \angle 4$ B. $\angle 1 = \angle 2$ C. $\angle D = \angle DCB$ D. $\angle D + \angle ACD = 180^\circ$

【答案】B

【解析】试题分析: A 选项可以判定 $AD \parallel BC$; B 选项可以根据内错角相等, 两直线平行得出 $AB \parallel CD$; C 选项可以根据同位角相等, 两直线平行得出 $AB \parallel CD$; D 选项可以根据同旁内角互补, 两直线平行得出 $AB \parallel CD$.

8. 如图，直线 $a \parallel b$ ，点 B 在直线 b 上，且 $AB \perp BC$ ， $\angle 1 = 55^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是（ ）



- A. 20° B. 30° C. 35° D. 50°

【答案】C

【解析】分析：

根据平行线的性质和平角的定义进行分析解答即可.

详解：

\because 点 B 在直线 b 上， $AB \perp BC$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle ABC + \angle 3 = 180^\circ$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle 1 = 55^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = 35^\circ$ ，

$\because a \parallel b$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 35^\circ$ 。

故选 C.

点睛：熟记“平角的定义和平行线的性质”是正确解答本题的关键.

9. 在一次科技知识竞赛中，共有 20 道选择题，每道题的四个选项中，有且只有一个答案正确，选对得 10 分，不选或错选倒扣 5 分，如果得分不低于 90 分才能得奖，那么要得奖至少应选对的题数是（ ）

- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

【答案】A

【解析】分析：

设至少答对 x 道题才能获奖，根据题意列出不等式，解不等式求得其最小整数解即可.

详解：

设至少答对 x 道题才能获奖，根据题意得：

$$10x - 5(20 - x) \geq 90,$$

$$\text{解得: } x \geq 12\frac{2}{3},$$

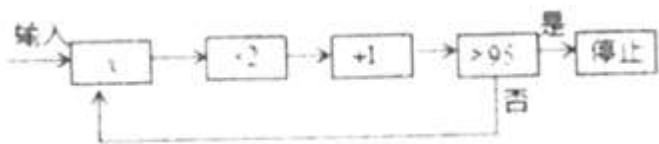
$\therefore x$ 只能取整数,

$\therefore x$ 的最小整数解为 13, 即至少要选对 13 道题才能获奖.

故选 A.

点睛：本题列不等式时，需注意，最后的得分 = $10 \times$ 选对的题的道数 - $5 \times$ 选错（含没有选）的题的道数.

10. 运行程序如图所示，规定：从“输入一个值 x ”到“结果是否 > 95 ”为一次程序操作，如果程序操作进行了三次才停止，那么 x 的取值范围是（ ）



- A. $x \geq 11$ B. $11 \leq x < 23$ C. $11 < x \leq 23$ D. $x \leq 23$

【答案】C

【解析】根据运算程序，前两次运算结果小于等于 95，第三次运算结果大于 95 可得不等式组

$$\begin{cases} 2x + 1 \leq 95 & \text{①} \\ 2(2x - 1) + 1 \leq 95 & \text{②} \\ 2[2(2x + 1) + 1] + 1 > 95 & \text{③} \end{cases}, \text{解不等式①得, } x \leq 47; \text{解不等式②得, } x \leq 23; \text{解不等式③得, } x > 11, \text{所以}$$

不等式组的解集为 $11 < x \leq 23$, 即 x 的取值范围是 $11 < x \leq 23$. 故选 C.

点睛：本题考查了一元一次不等式组的应用，根据题目所给的信息，并运用运输程序并列出不等式组是解题的关键.

二、填空题（每题 2 分）

11. 把命题“对顶角相等”改写为“如果……，那么……”的形式：_____。

【答案】如果两个角是对顶角，那么这两个角相等

【解析】试题分析：把命题中的题设放在如果后面，把结论放在那么后面就可以改写.

考点：命题的改写.

12. x 的 $\frac{1}{2}$ 与 3 的差是负数，用不等式表示为_____。

【答案】 $\frac{1}{2}x - 3 < 0$

【解析】分析：

根据题中描述的数量关系列出不等式即可。

详解：

由题意可得： $\frac{1}{2}x - 3 < 0$ 。

故答案为： $\frac{1}{2}x - 3 < 0$ 。

点睛：“能把用语言描述的数量关系列出式子来表达，且知道负数都小于 0”是正确解答本题的关键。

13. 平面直角坐标系中，若点 $P(2-m, 3m)$ 在 x 轴上，则 m 的值为_____。

【答案】 0

【解析】分析：

根据 x 轴上的点的纵坐标为 0 进行解答即可。

详解：

∵平面直角坐标系中，点 $P(2-m, 3m)$ 在 x 轴上，

∴ $3m = 0$ ，解得： $m = 0$ 。

故答案为： 0。

点睛：熟记“平面直角坐标系中， x 轴上的点的纵坐标为 0”是正确解答本题的关键。

14. 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 0.5 的大小关系是： $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ 0.5（填“>”、“=”、“<”）

【答案】 >

【解析】 ∵ $\frac{\sqrt{5}-1}{2} - 0.5 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}-2}{2}$ ， $\sqrt{5}-2 > 0$ ，∴ $\frac{\sqrt{5}-2}{2} > 0$ ，∴ $\frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0.5$ ，故答案为：>。

15. 不等式 $-2x > \frac{1}{2}$ 的解集是_____。

【答案】 $x < -\frac{1}{4}$

【解析】 分析：

按解一元一次不等式的一般步骤解答即可。

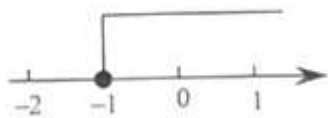
详解：

不等式两边同时除以-2 得： $x < -\frac{1}{4}$ 。

故答案为： $x < -\frac{1}{4}$ 。

点睛：当不等式两边同时乘以（或除以）同一个负数时，不等号的方向要改变。

16. 在实数范围内规定新运算“ Δ ”，其规则是： $a \Delta b = 2a - b$ ，已知不等式 $x \Delta k \geq 1$ 的解集在数轴上如下图表示，则 k 的值是_____。



【答案】 -3

【解析】 分析：

首先根据题意把所给不等式转化为“普通不等式”，解转化所得不等式，得到其解集，并和数轴上表示的解集进行对比即可求得 k 的值。

详解：

$$\because a \Delta b = 2a - b,$$

$$\therefore x \Delta k \geq 1 \text{ 可化为: } 2x - k \geq 1, \text{ 解得: } x \geq \frac{k+1}{2},$$

$$\because \text{由数轴上表示的解集可得原不等式的解集为: } x \geq -1,$$

$$\therefore \frac{k+1}{2} = -1, \text{ 解得: } k = -3.$$

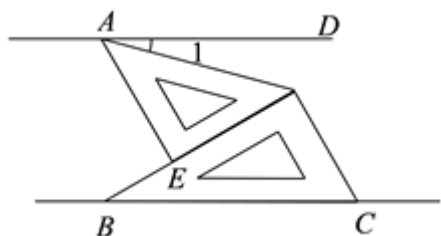
故答案为： -3.

点睛：本题解题有以下两个要点：（1）读懂题意，根据新运算的法则，把所给的用新运算表达的不等式转化为普通不等式；（2）通过解所得不等式得到其解集，并和数轴上表示的解集对比得到关于 k 的方程，解

此方程即可求得 k 的值.

17. 如图，将一副三角板和一张对边平行的纸条按下列方式摆放，两个三角板的一直角边重合，含 30° 角的直角三角板的斜边与纸条一边重合，含 45° 角的三角板的一个顶点在纸条的另一边上，则 $\angle 1$ 的度数是

_____°.



【答案】 15°

【解析】 分析：

如下图，过点 E 作 $EF \parallel BC$ ，然后利用平行线的性质结合已知条件进行分析解答即可.

详解：

由题意可得 $AD \parallel BC$ ， $\angle DAE = \angle 1 + 45^\circ$ ， $\angle AEB = 90^\circ$ ， $\angle EBC = 30^\circ$ ，过点 E 作 $EF \parallel BC$ ，

则 $AD \parallel EF \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AEF = \angle DAE = \angle 1 + 45^\circ$ ， $\angle FEB = \angle EBC = 30^\circ$ ，

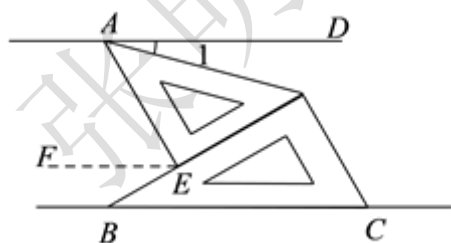
又 $\because \angle AEF = \angle AEB - \angle FEB$ ，

$\therefore \angle AEF = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + 45^\circ = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$ ．

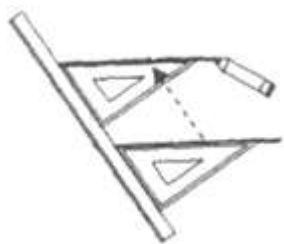
故答案为： 15° ．



点睛：本题的解题要点有：（1）由题意得到： $AD \parallel BC$ ， $\angle DAE = \angle 1 + 45^\circ$ ， $\angle AEB = 90^\circ$ ， $\angle EBC = 30^\circ$ ；（2）

过点 E 作 EF 平行 BC ．

18. 如图，利用直尺和三角尺过直线外一点画已知直线的平行线，这种画法依据的是_____。



【答案】同位角相等，两直线平行

【解析】分析：

如下图，由画图过程和使用的三角尺可知， $\angle DAB = \angle CBF = 60^\circ$ ，而 $\angle DAB$ 和 $\angle CBF$ 是直线 DA 和直线 BC 被直线 EF 所截形成的同位角，从而可由“同位角相等，两直线平行”得到 $AD \parallel BC$ ，即这种画法的依据是：“同位角相等，两直线平行”。

详解：

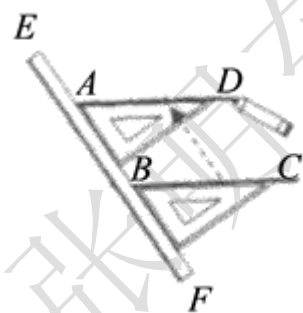
如下图，由画图过程和使用的三角尺可知： $\angle DAB = \angle CBF = 60^\circ$ ，

又 $\because \angle DAB$ 和 $\angle CBF$ 是直线 DA 和直线 BC 被直线 EF 所截形成的同位角，

$\therefore AD \parallel BC$ （同位角相等，两直线平行），

故题中画法的依据是：同位角相等，两直线平行。

故答案为：同位角相等，两直线平行。



点睛：知道画图过程中产生的 $\angle DAB$ 和 $\angle CBF$ 是同位角，都等于 60° ，且熟悉平行线的判定：“同位角相等，两直线平行”是解答本题的关键。

19. 在平面直角坐标系中,点A的坐标为 $(-3,2)$,若线段AB//x轴,且AB的长为4,则点B的坐标为_____。

【答案】 $(-7, 2)$ 或 $(1, 2)$

【解析】分析:

根据平行于坐标轴的直线上两点间的距离与其坐标的关系进行分析解答即可。

详解:

\because 点A的坐标为 $(-3, 2)$,且 $AB \parallel x$ 轴,

\therefore 可设点B的坐标为 $(x, 2)$,

$\because AB=4$,

$\therefore |x - (-3)| = 4$, 解得: $x = -7$ 或 $x = 1$,

\therefore 点B的坐标为 $(-7, 2)$ 或 $(1, 2)$ 。

故答案为: $(-7, 2)$ 或 $(1, 2)$ 。

点睛: (1) 平行于x轴的直线上的所有点的纵坐标相等; (2) 平行于x轴的直线上的两点间的距离等于这两个点的横坐标差的绝对值。

20. 大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数,而无理数是无限不循环小数,因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部写出来,于是小明用 $\sqrt{2}-1$ 表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分,你同意小明的表示方法吗?事实上,小明的表示方法是有道理的,因为 $\sqrt{2}$ 的整数部分是1,将这个数减去其整数部分,差就是小数部分。

已知: $2 + \sqrt{3} = x + y$, 其中x是整数,且 $0 < y < 1$, 写出x y的相反数_____。

【答案】 $\sqrt{3}-4$

【解析】分析:

根据不等式的性质和实数的估算进行分析解答即可。

详解:

$\because 2 + \sqrt{3} = x + y$, 且 $0 < y < 1$,

$\therefore 1 + \sqrt{3} < x < 2 + \sqrt{3}$,

$\therefore x$ 为整数,

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore y = 2 + \sqrt[3]{3-3} = \sqrt[3]{3}-1,$$

$$\therefore x-y = 3-(\sqrt[3]{3}-1) = 4-\sqrt[3]{3},$$

$$\therefore x-y \text{ 的相反数为: } \sqrt[3]{3}-4.$$

故答案为: $\sqrt[3]{3}-4$.

点睛: 根据不等式的性质和实数的估算结合题中的已知条件求得 $x=3$ 和 $y=\sqrt[3]{3}-1$ 是正确解答本题的关键.

三、解答题

21. 计算: $\sqrt{2^2} + \sqrt[3]{64} + |1 - \sqrt{2}|$

【答案】 $\sqrt{2}-3$

【解析】分析:

根据算术平方根和立方根的定义结合实数的相关运算法则进行计算即可.

详解:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2 - 4 + \sqrt{2} - 1 \\ &= \sqrt{2} - 3. \end{aligned}$$

点睛: 熟悉“算术平方根和立方根的定义及实数的相关运算法则”是正确解答本题的关键.

22. 解方程: $(2x-1)^2 = 3$

【答案】 $x = \frac{1 \pm \sqrt[3]{3}}{2}$

【解析】分析:

根据平方根的定义进行分析解答即可.

详解:

$$\because (2x-1)^2 = 3,$$

$$\therefore 2x-1 = \pm \sqrt[3]{3},$$

$$\therefore 2x = 1 \pm \sqrt[3]{3},$$

$$\therefore x = \frac{1 - \sqrt[3]{3}}{2} \text{ 或 } x = \frac{1 + \sqrt[3]{3}}{2}.$$

点睛：熟记：“平方根的定义，且知道3的平方根是 $\pm\sqrt{3}$ ”是正确解答本题的关键.

23. 解不等式： $4(x-2) > 2(3x+5)$

【答案】 $x < -9$

【解析】分析：

根据解一元一次不等式的一般步骤解答即可.

详解：

去括号得： $4x - 8 > 6x + 10$,

移项、合并同类项得： $-2x > 18$,

系数化为1得： $x < -9$.

点睛：本题的解题要点是：(1) 掌握“解一元一次不等式的一般步骤”；(2) 知道“当不等式两边同时乘以(或除以)同一个负数时，不等号的方向要改变”.

24. 解不等式组，并把解集表示在数轴上

$$\begin{cases} 2(x+8) \leq 10-4(x-3) \\ \frac{x+1}{2} - \frac{4x+1}{6} < 1 \end{cases}$$

【答案】 $-4 < x \leq 1$

【解析】分析：

根据解一元一次不等式组的一般步骤解答，并把解集规范的表示在数轴上即可.

详解：

解不等式 $2(x+8) \leq 10-4(x-3)$ 得 $x \leq 1$;

解不等式 $\frac{x+1}{2} - \frac{4x+1}{6} < 1$ 得 $x > -4$;

把解集表示在数轴上如下图所示：



∴原不等式组的解集为： $-4 < x \leq 1$.

点睛：本题的解题要点是：(1) 掌握解一元一次不等式的方法和一般步骤；(2) 掌握将不等式的解集表示在数轴上的方法.

25. 已知关于 x 的方程 $\frac{5x+m}{3} - \frac{x-1}{2} = m$ 的解为非负数，求 m 的取值范围。

【答案】 $m \geq \frac{3}{4}$

【解析】 分析：

先按解一元一次方程的一般步骤解原方程得到用含 m 的代数式表达的 x 的值，再根据题意列出不等式，解不等式即可求得 m 的取值范围。

详解：

解关于 x 的方程： $\frac{5x+m}{3} - \frac{x-1}{2} = m$,

去分母得： $10x + 2m - 3x + 3 = 6m$,

移项、合并同类项得： $7x = 4m - 3$,

$$\therefore x = \frac{4m-3}{7}$$

又 \because 原方程的解为非负数，

$$\therefore x = \frac{4m-3}{7} \geq 0, \text{ 解得: } m \geq \frac{3}{4},$$

$\therefore m$ 的取值范围是 $m \geq \frac{3}{4}$.

点睛：本题的解题要点是：

(1) 解关于 x 的方程 $\frac{5x+m}{3} - \frac{x-1}{2} = m$ 得到： $x = \frac{4m-3}{7}$,

(2) 由原方程的解为非负数列出不等式 $\frac{4m-3}{7} \geq 0$.

26. 如图, $AB \perp BD$, $CD \perp BD$, $\angle A + \angle AEF = 180^\circ$, 以下是小明同学证明 $CD \parallel EF$ 的推理过程及理由, 请在横线上补充完整其推理过程或理由。

证明: $\because AB \perp BD$, $CD \perp BD$ (已知)

$$\therefore \angle ABD = \angle CDB = 90^\circ \text{ ()}$$

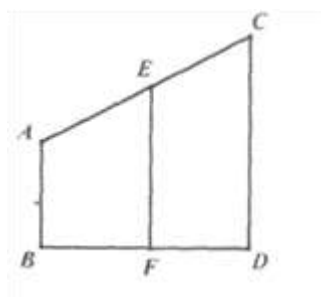
$$\therefore \angle ABD + \angle CDB = 180^\circ$$

$$\therefore AB \parallel \text{ () } \text{ ()}$$

$$\because \angle A + \angle AEF = 180^\circ \text{ (已知)}$$

$$\therefore AB \parallel EF \text{ ()}$$

$$\therefore CD \parallel EF \text{ ()}$$



【答案】见解析

【解析】分析:

根据“垂直的定义”、“平行线的判定”结合图形和已知条件进行分析填空即可.

详解:

$$\because AB \perp BD, CD \perp BD \text{ (已知)},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CDB = 90^\circ \text{ (垂直定义)},$$

$$\therefore \angle ABD + \angle CDB = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel \text{ (CD) } \text{ (同旁内角互补, 两直线平行)},$$

$$\because \angle A + \angle AEF = 180^\circ \text{ (已知)},$$

$$\therefore AB \parallel EF \text{ (同旁内角互补, 两直线平行)},$$

$$\therefore CD \parallel EF \text{ (平行于同一直线的两直线平行)}.$$

点睛: 熟悉“垂直的定义、平行线的判定”是正确解答本题的关键.

27. 阅读下面材料后，解答问题。

分母中含有未知数的不等式叫分式不等式。如： $\frac{x-2}{x+1} > 0$ ； $\frac{2x+3}{x-1} < 0$ 等。那么如何求出它们的解集呢？

根据我们学过的有理数除法法则可知：两数相除，同号得正，异号得负，其字母表达式为：

(1) 若 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则 $\frac{a}{b} > 0$ ；若 $a < 0$ ， $b < 0$ ，则 $\frac{a}{b} > 0$ ；

(2) 若 $a > 0$ ， $b < 0$ ，则 $\frac{a}{b} < 0$ ；若 $a < 0$ ， $b > 0$ ，则 $\frac{a}{b} < 0$ 。

请解答下列问题：

(1) 反之：①若 $\frac{a}{b} > 0$ 则 $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ ；②若 $\frac{a}{b} < 0$ ，则_____；

(2) 根据上述规律，求不等式 $\frac{x-2}{x+1} > 0$ 的解集。

【答案】(1) ② $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$ ；(2) $x > 2$ 或 $x < -1$ 。

【解析】分析：

(1) 根据“异号两数相除，得负”进行分析解答即可；

(2) 根据“同号两数相除，得正”，把分式不等式 $\frac{x-2}{x+1} > 0$ 转化为不等式组： $\begin{cases} x-2 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-2 < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$ ，解不等式组即可得到原分式不等式的解集。

详解：

(1) ②若 $\frac{a}{b} < 0$ ，则由“异号两数相除得负”可得： $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$ ；

(2) $\because \frac{x-2}{x+1} > 0$,

$\therefore \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-2 < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$ ，

解得： $x > 2$ 或 $x < -1$ ，

\therefore 不等式 $\frac{x-2}{x+1} > 0$ 的解集为： $x > 2$ 或 $x < -1$ 。

点睛：理解“同号两数相除，得正；异号两数相除，得负”是把分式不等式转化为普通不等式组的关键。

28. 应用题

有 A、B 两个商场以同样价格出售同样商品，且各自推出了不同的优惠方案：

在 A 商场累计购物超过 200 元后，超出部分按 80% 收费；

在 B 商场累计购物满 100 元后，超出的部分按 90% 收费。

设累计购物 x ($x > 200$) 元，用 x 表示 A、B 两商场的实际费用并指明顾客选择到哪家购物合适？

【答案】 (1) 当累计购物满足： $200 < x < 300$ 时，在 B 商场购物更合算；(2) 当累计购物满足： $x = 300$ 时，在两个商场购物花费一样多；(3) 当累计购物满足： $x > 300$ 时，在 A 商场购物更合算。

【解析】 分析：

根据题意可知，当累计购物 x ($x > 200$) 元时，在 A 商场实际需付费用为： $0.8(x-200)+200$ (元)，在 B 商场实际需付费用为： $0.9(x-100)+100$ (元)；然后分 (1) 在 A 商场的实际付费 > 在 B 商场的实际付费；(2) 在 A 商场的实际付费 = 在 B 商场的实际付费；(3) 在 A 商场的实际付费 < 在 B 商场的实际付费，共三种情况列出不等式或方程进行解答即可。

详解：

由题意可得，当累计购物 x ($x > 200$) 元时：

在 A 商场实际需付费用为： $0.8(x-200)+200=0.8x+40$ (元)；

在 B 商场实际需付费用为： $0.9(x-100)+100=0.9x+10$ (元)；

∴ (1) 由 $0.8x + 40 > 0.9x + 10$ 解得： $x < 300$ ；

(2) 由 $0.8x + 40 = 0.9x + 10$ 解得： $x = 300$ ；

(3) 由 $0.8x + 40 < 0.9x + 10$ 解得： $x > 300$ ；

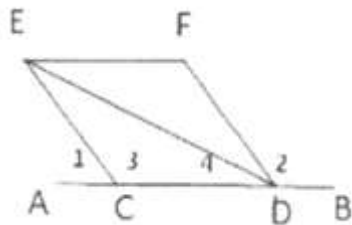
∴ 当顾客累计购物小于 300 (大于 200) 元时，选择 B 商场购物花费少；当顾客累计购物大于 300 元时，选择 A 商场购物花费少；当累计购物刚好 300 元时，在两个商场购物花费一样多。

点睛：解答本题有两个要点：(1) 根据题中描述的数量关系分别列出在 A 商场和 B 商场累计购物 x ($x > 200$) 元时，实际需付的费用表达式；(2) 讨论在哪个商场购物更合算时，需分三种情况进行讨论，不要忽略了其中某种情况。

29. 已知：如图，C、D 是直线 AB 上两点， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，DE 平分 $\angle CDF$ ， $FE \parallel DC$ 。

(1) 求证： $CE \parallel DF$ ；

(2) 若 $\angle DCE = 130^\circ$ ，求 $\angle DEF$ 的度数。



【答案】(1) 证明见解析 (2) 25°

【解析】分析：

(1) 由已知条件易得 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ 结合 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 可得 $\angle 2 = \angle 3$ ，由此即可得到 $CE \parallel DF$ ；

(2) 由 $CE \parallel DF$ 可得 $\angle DCE + \angle CDF = 180^\circ$ ，结合 $\angle DCE = 130^\circ$ 可得 $\angle CDF = 50^\circ$ ，则由已知易得 $\angle 4 = 25^\circ$ ，结合 $FE \parallel DC$ 可得 $\angle DEF = \angle 4 = 25^\circ$ 。

详解：

(1) $\because C, D$ 是直线 AB 上两点，

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore CE \parallel DF;$$

(2) $\because CE \parallel DF$ ， $\angle DCE = 130^\circ$ ，

$$\therefore \angle CDF = 180^\circ - \angle DCE = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ,$$

$\because DE$ 平分 $\angle CDF$ ，

$$\therefore \angle CDE = \frac{1}{2} \angle CDF = 25^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle CDE = 25^\circ.$$

点睛：熟记“平行线的判定和性质”是解答本题的关键。

30. 对于两个不相等的有理数 a, b ，我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a, b 中的较大值，如

$\max\{2, 3\} = 3$ ， $\max\{-1, 0\} = 0$ ，请解答下列问题：

(1) $\max\{-1, -1\frac{2}{5}\} =$ _____；

(2) 如果 $\max\{x, 2-x\} = x$ ，求 x 的取值范围；

(3) 如果 $\max\{x, 2-x\} = 2|x-1| - 5$ ，求 x 的值

【答案】(1) -1 (2) $x > 1$ (3) $x = 7$ 或 $x = -5$

【解析】分析：

(1) 根据题意结合有理数的大小比较进行分析解答即可；

(2) 由题意可得不等式： $x > 2-x$ ，解此不等式即可求得 x 的取值范围；

(3) 根据题意分① $x > 2-x$ ；② $x < 2-x$ 两种情况结合绝对值的意义进行分析解答即可。

详解：

(1) $\because -1 > -1\frac{2}{5}$ ，

$\therefore \max\{-1, -1\frac{2}{5}\} = -1$ ；

(2) $\because \max\{x, 2-x\} = x$ ，

\therefore 由题意可得： $x > 2-x$ ，

解得： $x > 1$ ；

(3) 由题意可得： $x \neq 2-x$ ，根据题意分以下两种情况讨论：

① 当 $x > 2-x$ ，即 $x > 1$ 时， $\max\{x, 2-x\} = x$ ， $|x-1| = x-1$ ，

$\because \max\{x, 2-x\} = 2|x-1| - 5$ ，

$\therefore x = 2(x-1) - 5$ ，解得： $x = 7$ ；

② 当 $x < 2-x$ ，即 $x < 1$ 时， $\max\{x, 2-x\} = 2-x$ ， $|x-1| = -(x-1) = 1-x$ ，

$\therefore \max\{x, 2-x\} = 2|x-1| - 5$ ，

$\therefore 2-x = 2(1-x) - 5$ ，解得 $x = -5$ ；

综上所述， $x = 7$ 或 $x = -5$ 。

点睛：理解“对于两个不相等的有理数 a, b ，我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a, b 中的较大值”这句话的含义，

并结合已知条件由题目中所给的式子得到相应的方程或不等式是解答本题的关键。

附加题

31. 三角形的三个内角分别为 x, y, z , 且 $x \leq y \leq z$, $z = 3x$, 则 y 的取值范围是_____

【答案】 $36^\circ \leq y \leq \frac{540^\circ}{7}$

【解析】分析：

由题意可得： $x \leq y \leq 3x$ ，即 $y_{\text{最小}} = x$, $y_{\text{最大}} = 3x$ ，结合 $z = 3x$ ，和 $x + y + z = 180^\circ$ 求得当 $y_{\text{最小}}$ 时的 x 的值和 $y_{\text{最大}}$ 时的 x 的值，即可由此求得 y 的取值范围.

详解：

\because 三角形的三个内角分别为 x, y, z ,

$$\therefore x + y + z = 180^\circ,$$

$$\because x \leq y \leq z, \quad z = 3x,$$

$$\therefore x \leq y \leq 3x,$$

$$\therefore y_{\text{最小}} = x, \quad y_{\text{最大}} = 3x,$$

当 $y_{\text{最小}} = x$ 时，有 $x + x + 3x = 180^\circ$ ，解得： $x = 36^\circ$ ，此时 $y_{\text{最小}} = 36^\circ$ ；

当 $y_{\text{最大}} = 3x$ 时，有 $x + 3x + 3x = 180^\circ$ ，解得： $x = \frac{180^\circ}{7}$ ，此时 $y_{\text{最大}} = \frac{540^\circ}{7}$ ；

$$\therefore y \text{ 的取值范围是： } 36^\circ \leq y \leq \frac{540^\circ}{7}.$$

$$\text{故答案为： } 36^\circ \leq y \leq \frac{540^\circ}{7}.$$

点睛：由题意得到：“ $y_{\text{最小}} = x$, $y_{\text{最大}} = 3x$ 并结合三角形内角和为 180° 解得 $y_{\text{最小}}$ 时的 x 的值和 $y_{\text{最大}}$ 时的 x 的值”是正确解答本题的关键.

32. 设圆上有 n 个不同的点，连接任两点所得线段，将圆分成若干个互不重合的区域，记 $f(n)$ 为区域数的最大值，则 $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $f(6) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】16；31

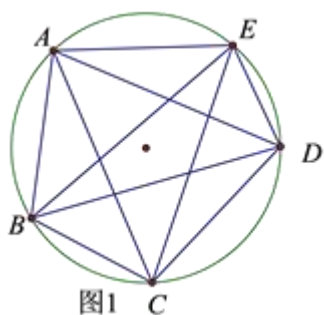
【解析】分析：

根据题意画出相应的图形进行分析说明即可。

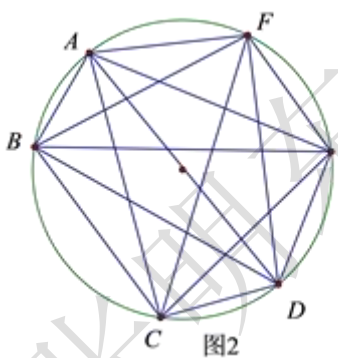
详解：

由题意可知，当任意三条弦在圆内不相交于同一点时，把圆所分成的互不重合的区域数最多。

(1) 如图 1，由图可知： $f(5) = 16$ ；



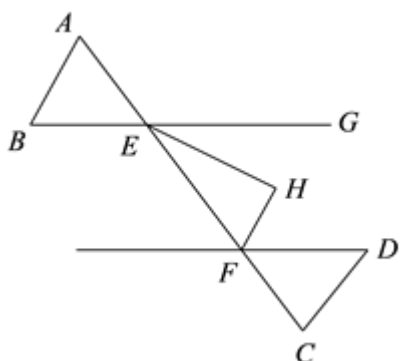
(2) 如图 2，由图可知： $f(6) = 31$ 。



点睛：(1) 由题意可知：当任意三条弦在圆内不相交于同一点时，这些弦把圆分成的互不重合的区域的数量最多；(2) 根据题中所给点的个数画出符合题意的图形，即可得到所求的值。

33. 如图， $\angle GEF$ 和 $\angle DFE$ 的角平分线相交于点 H ， $AB \parallel CD$ ， $\angle B = \angle D$ ，

求证： $EH \perp HF$ 。



【答案】证明见解析

【解析】分析：

由已知条件易得 $\angle GEF = \angle DFC$ ，由此可得 $BG \parallel DF$ ，从而可得 $\angle GEF + \angle DFE = 180^\circ$ ，结合 $\angle GEF$ 和 $\angle DFE$ 的角平分线相交于点 H 可得 $\angle HEF + \angle HFE = 90^\circ$ ，由此即可得到 $\angle EHF = 90^\circ$ ，从而可得 $EH \perp HF$ 。

详解：

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\because \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle GEF = \angle AEB,$$

$$\therefore \angle GEF = \angle CDF,$$

$$\therefore BG \parallel DF,$$

$$\therefore \angle GEF + \angle DFE = 180^\circ,$$

$\because \angle GEF$ 和 $\angle DFE$ 的角平分线相交于点 H ，

$$\therefore \angle HEF + \angle HFE = \frac{1}{2}(\angle GEF + \angle DFE) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle H = 90^\circ,$$

$$\therefore EH \perp HF.$$

点睛：“由已知条件结合平行线的性质和三角形内角和为 180° ，证得 $\angle GEF = \angle DFC$ ，由此得到 $BG \parallel DF$ ，

从而证得 $\angle GEF + \angle DFE = 180^\circ$ ”是解答本题的关键。

34. 阅读与理解:

三角形中一边中点与这边所对顶点的线段称为三角形的中线。

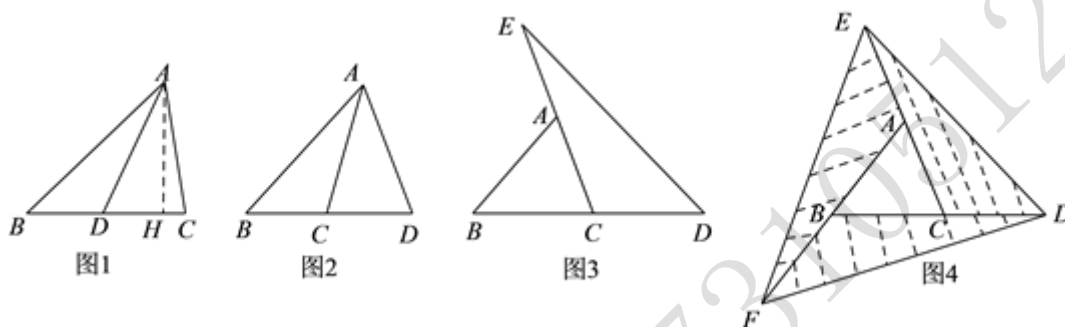
三角形的中线的性质：三角形的中线等分三角形的面积。

即如图 1，AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线，则 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，

理由： $\because BD = CD, \therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \times AH = \frac{1}{2}CD \times AH = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，

即：等底同高的三角形面积相等。

操作与探索：



在如图 2 至图 4 中， $\triangle ABC$ 的面积为 a 。

(1) 如图 2，延长 $\triangle ABC$ 的边 BC 到点 D，使 $CD=BC$ ，连接 DA，若 $\triangle ACD$ 的面积为 S_1 ，则 $S_1 =$ _____ (用含 a 的代数式表示)；

(2) 如图 3，延长 $\triangle ABC$ 的边 BC 到点 D，延长边 CA 到点 E，使 $CD=BC$ ， $AE=CA$ ，连接 DE，若 $\triangle DEC$ 的面积为 S_2 ，则 $S_2 =$ _____ (用含 a 的代数式表示)；

(3) 在图 3 的基础上延长 AB 到点 F，使 $BF=AB$ ，连接 FD，FE，得到 $ADEF$ (如图 4)，若阴影部分的面积为 S_3 ，则 $S_3 =$ _____ (用含 a 的代数式表示)；

(4) 拓展与应用：

如图 5，已知四边形 ABCD 的面积是 a ；E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD 的中点，求图中阴影部分的面积？

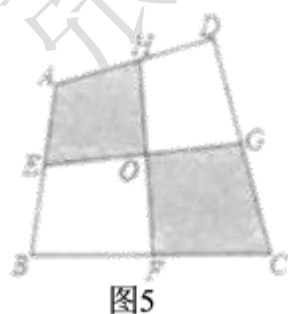


图5

【答案】 (1) a ; (2) $2a$; (3) $6a$; (4) $0.5a$.

【解析】 分析:

(1) 根据阅读材料中所得结论易得 $S_1=a$;

(2) 如图 6, 连接 AD , 由阅读材料中中所得结论结合已知条件易得 $S_{\triangle ADE}=S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}=a$, 由此可得 $S_2=2a$;

(3) 如图 7, 连接 AD 、 BE 、 CF , 由 (2) 中结论可得 $S_{\triangle CDE}=2a$, $S_{\triangle AEF}=2a$, $S_{\triangle BDF}=2a$, 然后由 $S_3=S_{\triangle CDE}+S_{\triangle AEF}+S_{\triangle BDF}$ 即可求得 $S_3=6a$;

(4) 如图 8, 连接 OA 、 OB 、 OC 、 OD , 则由阅读材料中的结论可得:

$$S_{\triangle AOE}=\frac{1}{2}S_{\triangle AOB}, S_{\triangle AOH}=\frac{1}{2}S_{\triangle AOD}, S_{\triangle COF}=\frac{1}{2}S_{\triangle BOC}, S_{\triangle COG}=\frac{1}{2}S_{\triangle COD}, \text{ 将上述等式相交即可得到 } S_{\text{阴影}}=\frac{1}{2}S_{\text{四边形 } ABCD}=\frac{1}{2}a.$$

详解:

(1) 如图 2, 由题意可得: 在 $\triangle ABD$ 中, AC 是 BD 边上的中线,

$$\therefore S_1=S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}=a;$$

(2) 如图 6, 连接 AD , 则由题意可知, AD 是 $\triangle CDE$ 的边 CE 上的中线,

$$\therefore S_{\triangle ADE}=S_{\triangle ACD},$$

$$\text{又} \because S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}=a,$$

$$\therefore S_2=S_{\triangle ADE}+S_{\triangle ACD}=2a;$$

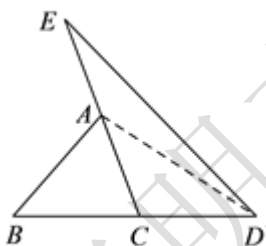


图6

(3) 如图 7, 连接 AD 、 BE 和 CF , 则由 (2) 中结论可得:

$$S_{\triangle CDE}=2a, S_{\triangle AEF}=2a, S_{\triangle BDF}=2a,$$

$$\therefore S_3=S_{\triangle CDE}+S_{\triangle AEF}+S_{\triangle BDF},$$

$$\therefore S_3=2a+2a+2a=6a;$$

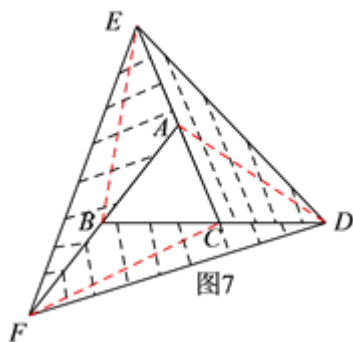


图7

(4) 如图 8，连接 OA、OB、OC、OD，

∵ 点 E、F、G、H 分别是四边形 ABCD 四边的中点，

$$\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2} S_{\triangle AOB}, \quad S_{\triangle AOH} = \frac{1}{2} S_{\triangle AOD}, \quad S_{\triangle COF} = \frac{1}{2} S_{\triangle BOC}, \quad S_{\triangle COG} = \frac{1}{2} S_{\triangle COD},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AOE} + S_{\triangle AOH} + S_{\triangle COF} + S_{\triangle COG}$$

$$= \frac{1}{2} S_{\triangle AOB} + \frac{1}{2} S_{\triangle AOD} + \frac{1}{2} S_{\triangle BOC} + \frac{1}{2} S_{\triangle COD}$$

$$= \frac{1}{2} S_{\text{四边形 } ABCD}$$

$$= \frac{1}{2} a.$$

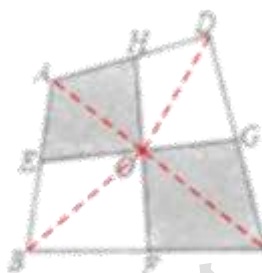


图8

点睛：(1) 认真阅读“所给阅读材料里的内容”，理解三角形中线的性质：“三角形的中线把三角形分成

面积相等的两个三角形”是正确解答本题的基础；(2) 作出如图 6、图 7 和图 8 的辅助线，把问题转化

为与三角形的中线分三角形成两个面积相等的三角形相关的问题是解答本题的关键。