

北京十一学校 2014 级常规初二第 5 学段教与学质量诊断 (2015.11)

数学 III (A)

时间：90 分钟 总分：100 分

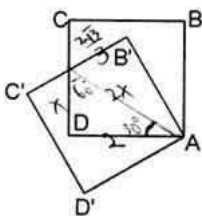
诊断设计人：龙文中 刘海东

一、相信你一定能填对！(每小题 3 分，共 48 分)

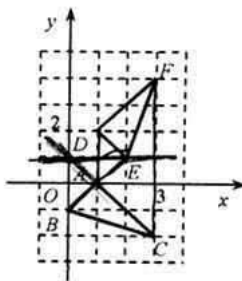
- 关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$  有一个根为 0，则  $a = \underline{-1}$ .
- 折竹抵地 (源自《九章算术》)：今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺。问折者高几何？  
答： $\frac{91}{20}$ 。(意：一根竹子原高一丈 (10 尺)，中部一处折断，竹梢触地面处离竹根 3 尺。试问折断处离地面多高？)



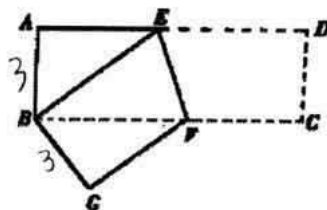
第 2 题



第 4 题



第 6 题



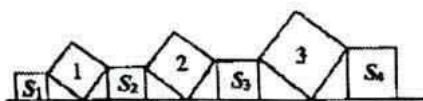
第 11 题

- 若直线  $y=kx+b$  与直线  $y=mx-n$  的交点是  $(2, 1)$ ，则方程  $\begin{cases} y=kx+b \\ y=mx-n \end{cases}$  解为  $\underline{\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}}$ .
- 如图，把边长为 2 的正方形  $ABCD$  绕顶点  $A$  逆时针旋转  $30^\circ$  到正方形  $AB'C'D'$ ，则它们的公共部分的面积等于  $\underline{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$ .
- 若关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - 2x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则实数  $k$  的取值范围是  $\underline{k > -1}$ .
- 如图， $\triangle DEF$  是由  $\triangle ABC$  绕着某点旋转得到的，则这点的坐标是  $\underline{(1, 1)}$ .
- 若关于  $x$  的方程  $x^2 + mx + 16 = 0$  有两个不相等的整数根，则  $m$  的值为  $\underline{-10}$ 。(只要写出一个符合要求的  $m$  的值)
- 写一个关于  $x$  的一元二次方程，使它有一个根为 1，你写出的方程是  $\underline{x^2 - 1 = 0}$ .
- 若实数  $x, y$  满足  $(x^2 + y^2 + 2)(x^2 + y^2 - 1) = 0$ ，则  $x^2 + y^2$  的值为  $\underline{1}$ .
- 写出一个一次函数，使该函数图象经过第一、二、四象限和点  $(0, 5)$ ，则这个一次函数可以是  $\underline{y = -x + 5}$ .

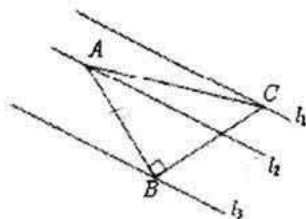
11. 如图，将长方形  $ABCD$  沿  $EF$  折叠，使点  $D$  与点  $B$  重合，已知  $AB=3$ ， $AD=9$ ，则  $BE$  的长为\_\_\_\_\_。

12. 已知一次函数的图象与直线  $y=-x+1$  平行，写出一个符合题意的一次函数解析式是\_\_\_\_\_。

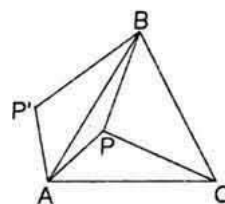
13. 在直线上依次摆着 7 个正方形(如图)，已知倾斜放置的 3 个正方形的面积分别为 1, 2, 3，水平放置的 4 个正方形的面积是  $S_1, S_2, S_3, S_4$ ，则  $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$ \_\_\_\_\_。



第 13 题



第 14 题



第 16 题

14. 如图，已知  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=BC$ ，三角形的顶点在相互平行的三条直线  $l_1, l_2, l_3$  上，且  $l_1, l_2$  之间的距离为 2， $l_2, l_3$  之间的距离为 3，则  $AC$  的长是\_\_\_\_\_。

15. 一次函数  $y=2x+b$  与两坐标轴围成三角形的面积为 4，则  $b =$ \_\_\_\_\_。

16. 如图， $P$  是正三角形  $ABC$  内的一点，且  $PA=6$ ， $PB=8$ ， $PC=10$ 。若将  $\triangle PAC$  绕点  $A$  逆时针旋转后，得到  $\triangle P'AB$ ，则  $\angle APB =$ \_\_\_\_\_°， $\triangle ABC$  的面积 = \_\_\_\_\_。

二、认真解答，一定要细心哟！（共 52 分）

17. 用适当方法解下列方程：（每题 3 分，共 6 分）

(1)  $x^2 - 4x - 3 = 0$ ;  $2 \pm \sqrt{7}$  (2)  $(x-1)^2 + 2x(x-1) = 0$ .  $1, \frac{1}{3}$

18. （本小题 4 分）

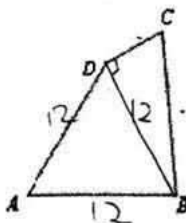
已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 3x + 1 - m = 0$ 。

(1) 请选取一个你喜爱的  $m$  的值，使方程有两个不相等的实数根，并说明它的正确性；

(2) 设  $x_1, x_2$  是 (1) 中所得方程的两个根，求  $x_1x_2 + x_1 + x_2$  的值。

19. （本小题 4 分）

如图四边形  $ABCD$  的周长为 42， $AB=AD=12$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $\angle D=150^\circ$ ，求  $BC$  的长。



13

20. (本小题 4 分)

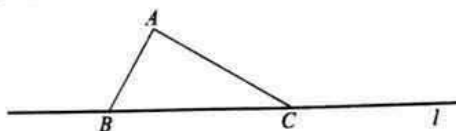
关于  $x$  的方程  $kx^2 + (3k+1)x + 3 = 0$ .

(1) 求证：无论  $k$  取任何实数时，方程总有实数根；

(2) 当方程有两个不相等的整数根时，求  $k$  的正整数值。 (

21. (本小题 4 分)

已知：如图，点  $A$  是直线  $l$  外一点， $B, C$  两点在直线  $l$  上。



(1) 按要求作图：(保留作图痕迹)

①以  $A$  为圆心， $BC$  为半径作弧，再以  $C$  为圆心， $AB$  为半径作弧，两弧交于点  $D$ ；

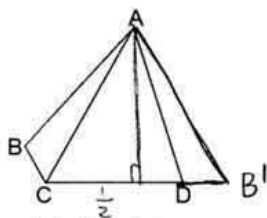
②作出所有以  $A, B, C, D$  为顶点的四边形；

(2) 比较在 (1) 中所作出的线段  $BD$  与  $AC$  的大小关系。

=

22. (本小题 4 分)

如图，在四边形  $ABCD$  中， $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ， $AB = AD$ ， $AC = 1$ ， $\angle ACD = 60^\circ$ ，求四边形  $ABCD$  的面积。



23. (本小题 5 分)

据统计，2014 年 3 月（共 31 天）北京市空气质量等级天数如下表所示：

(1) 请根据所给信息补全统计表：

空气质量等级	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染
天数(天)	5	11	3	7	2	3

(2) 市环保局正式发布了北京  $PM_{2.5}$  来源的最新研究成果，专家通过论证已经分析出汽车尾气排放是本地主要污染源。在北京市小客车数量调控方案中，将逐年增加新能源小客车的指标。已知 2014 年的指标为 2 万辆，计划 2016 年的指标为 6 万辆，假设 2014~2016 年新能源小客车指标的年增长率相同且均为  $x$ ，求这个年增长率  $x$ 。

(参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ )

## 24. (本小题 5 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知两点  $A(-1, 0)$ ,  $B(-2, 3)$ , 在  $y$  轴上求作一点  $P$ , 使  $AP+BP$  最短, 并求出点  $P$  的坐标.

## 25. (本小题 4 分)

阅读理解:

$$\text{方程 } ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0) \text{ 的根是 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$\text{方程 } y^2 + by + ac = 0 \text{ 的根是 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}.$$

因此, 要求  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的根, 只要求出方程  $y^2 + by + ac = 0$  的根, 再除以  $a$  就可以了.

$$\text{举例: 解方程 } 72x^2 + 8x + \frac{1}{6} = 0.$$

$$\text{解: 先解方程 } y^2 + 8y + 72 \times \frac{1}{6} = 0, \text{ 得 } y_1 = -2, y_2 = -6.$$

$$\therefore \text{方程 } 72x^2 + 8x + \frac{1}{6} = 0 \text{ 的两根是 } x_1 = \frac{-2}{72}, x_2 = \frac{-6}{72}.$$

$$\text{即 } x_1 = -\frac{1}{36}, x_2 = -\frac{1}{12}.$$

$$\text{请按上述阅读理解中所提供的方法解方程 } 49x^2 + 6x - \frac{1}{7} = 0.$$

26. (本小题 6 分) 已知：在矩形  $ABCD$  和  $\triangle BEF$  中， $\angle DBC = \angle EBF = 30^\circ$ ， $\angle BEF = 90^\circ$ 。

(1) 如图 1，当点  $E$  在对角线  $BD$  上，点  $F$  在  $BC$  边上时，连接  $DF$ ，取  $DF$  的中点  $M$ ，连接  $ME$ ， $MC$ ，则  $ME$  与  $MC$  的数量关系是  $ME = MC$ ， $\angle EMC = 90^\circ$ ；

(2) 如图 2，将图 1 中的  $\triangle BEF$  绕点  $B$  旋转，使点  $E$  在  $CB$  的延长线上，(1) 中的其他条件不变。

① (1) 中  $ME$  与  $MC$  的数量关系仍然成立吗？请证明你的结论；

② 求  $\angle EMC$  的度数。

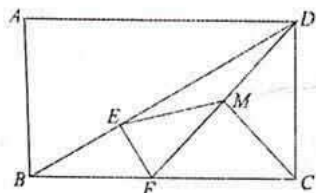


图 1

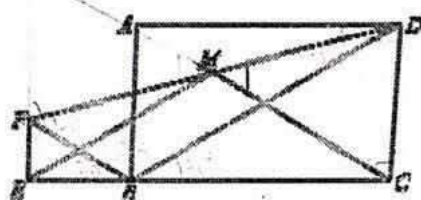


图 2

27. (本小题 6 分)

数学课外选修课上李老师拿来一道问题让同学们思考。原问题：如图 1，已知  $\triangle ABC$ ，在直线  $BC$  两侧，分别画出两个等腰三角形  $\triangle DBC$ ， $\triangle EBC$  使其面积与  $\triangle ABC$  面积相等；(要求：所画的两个三角形一个以  $BC$  为底，一个以  $BC$  为腰)；

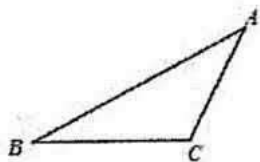


图 1

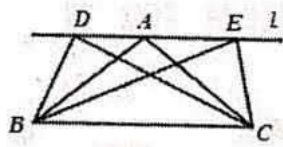


图 2

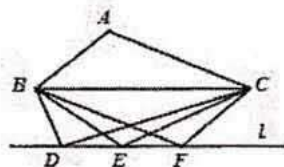
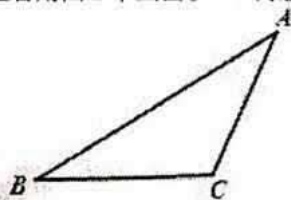


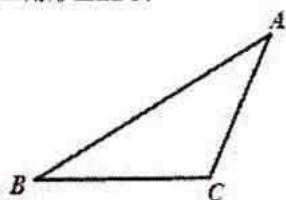
图 3

小伟是这样思考的：我们学习过如何构造三角形与已知三角形面积相等。如图 2，过点  $A$  作直线  $l \parallel BC$ ，点  $D$ 、 $E$  在直线  $l$  上时， $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DBC} = S_{\triangle EBC}$ ，如图 3，直线  $l \parallel BC$ ，直线  $l$  到  $BC$  的距离等于点  $A$  到  $BC$  的距离，点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  在直线  $l$  上，则  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DBC} = S_{\triangle EBC} = S_{\triangle FBC}$ 。利用此方法也可以计算相关三角形面积，通过做平行线，将问题转化，从而解决问题。

(1) 请你在下图中，解决李老师提出的原问题；(在备用图 1 中画出以  $BC$  为底的等腰三角形  $\triangle DBC$ ，在备用图 2 中画出以  $BC$  为腰的等腰三角形  $\triangle EBC$ )



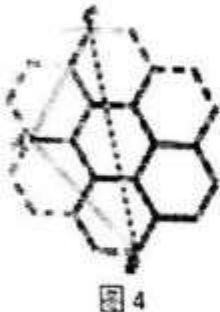
备用图 1



备用图 2

参考小伟同学的想法，解答问题：

- (2) 如图 4，由 7 个形状，大小完全相同的正六边形组成的网格，正六边形的顶点称为格点，若每个正六边形的边长为 1， $\triangle ABC$  的顶点都在格点上，则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_。



- (3) 在平面直角坐标系  $xOy$  中， $O$  是坐标原点， $A(-1,0)$ ,  $B(0,2)$ ,  $D$  是直线  $l: y = \frac{1}{2}x + 3$  上一点，使  $\triangle ABO$  与  $\triangle ABD$  面积相等，则  $D$  的坐标为\_\_\_\_\_。