丰台区 2016 年初三统一练习（二）

数学试卷

2016．06

考生须知	
考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，29 道小题，满分 120 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和考试号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

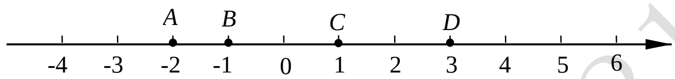
一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

1．截止到 2015 年底，我国已实现 31 个省市志愿服务组织区域全覆盖，志愿者总数已超 110 000 000 人．将 110 000 000 用科学记数法表示应为

A．110×10^6　　B．11×10^7　　C．1.1×10^8　　D．0.11×10^8

2．如图，数轴上有 A，B，C，D 四个点，其中表示绝对值相等的两个实数的点是



A．点 A 与点 D　　B．点 B 与点 D　　C．点 B 与点 C　　D．点 C 与点 D

3．一枚质地均匀的正方体骰子，六个面上分别刻有 1、2、3、4、5、6 六个数字，投掷这个骰子一次，则向上一面的数字大于 4 的概率是

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{1}{6}$

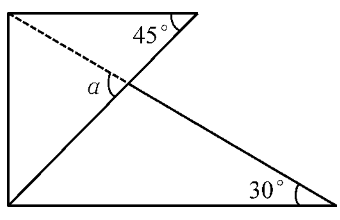
4．京剧是我国的国粹，是介绍、传播中国传统艺术文化的重要媒介．在下面的四个京剧脸谱中，不是轴对称图形的是

A　　B　　C　　D

5．将一副三角板按图中方式叠放，则∠α 等于

A．90°　　B．75°

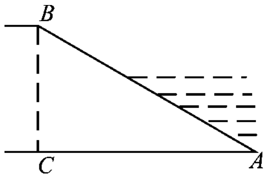
C．60°　　D．45°



6. 如图所示，河堤横断面迎水坡 AB 的坡角是 30°，堤高 BC=5m，则坡面 AB 的长度是

A. 10m　　　　B. $10\sqrt{3}$ m

C. 15m　　　　D. $5\sqrt{3}$ m



7. 甲、乙、丙、丁四人进行射击测试，每人 10 次射击的平均成绩恰好都是 9.6 环，方差分别是 $S^2_{甲}$=0.96，$S^2_{乙}$=1.12，$S^2_{丙}$=0.56，$S^2_{丁}$=1.58. 在本次射击测试中，成绩最稳定的是

A. 甲　　　　B. 乙　　　　C. 丙　　　　D. 丁

8. 如图，经过刨平的木板上的 A，B 两个点，能弹出一条笔直的墨线，而且只能弹出一条墨线，能解释这一实际应用的数学知识是

A. 两点确定一条直线

B. 两点之间线段最短

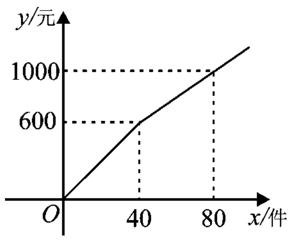
C. 垂线段最短

D. 在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

9. 商户小李以每件 6 元的价格购进某商品若干件到市场去销售，销售金额 y（元）与销售量 x（件）的函数关系的图象如图所示，则降价后每件商品销售的价格为

A. 5 元　　　　B. 10 元

C. 12.5 元　　　　D. 15 元



10. 一个观察员要到如图 1 所示的 A，B，C，D 四个观测点进行观测，行进路线由在同一平面上的 AB，BC，CD，DA，AC，BD 组成. 为记录观察员的行进路线，在 AB 的中点 M 处放置了一台定位仪器，设观察员行进的路程为 x，观察员与定位仪器之间的距离为 y，若观察员匀速行进，且表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则观察员的行进路线可能为

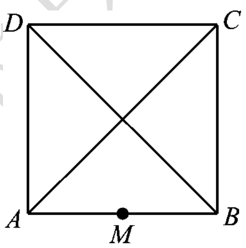


图 1

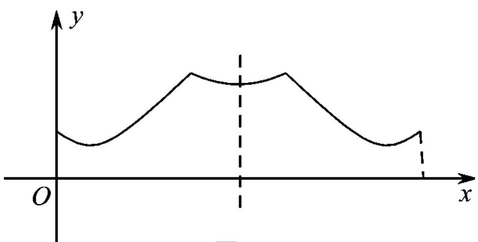


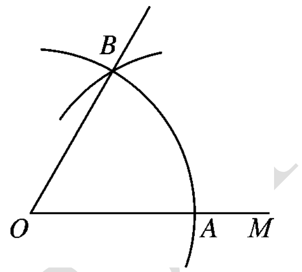
图 2

A. $A \to D \to C \to B$　　B. $A \to B \to C \to D$　　C. $A \to C \to B \to D$　　D. $A \to C \to D \to B$

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 分解因式：$x^3-4x^2+4x=$__________.

12. 已知射线 OM. 以 O 为圆心，任意长为半径画弧，与射线 OM 交于点 A，再以点 A 为圆心，AO 长为半径画弧，两弧交于点 B，画射线 OB，如图所示，则 $\angle AOB=$_________°.



13. 关于 x 的不等式 $ax<b$ 的解集为 $x>-1$，写出一组满足条件的实数 a，b 的值：$a=$______，$b=$______.

14. 我国明代数学家程大位的名著《直指算法统宗》

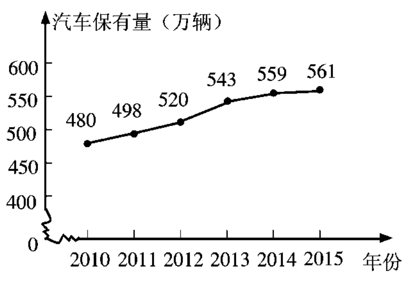
里有一道著名算题：

一百馒头一百僧，大僧三个更无争，

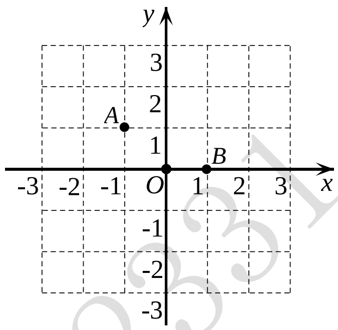
小僧三人分一个，大小和尚各几丁？

如果译成白话文，其意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，正好分完. 如果大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个，试问大、小和尚各有几人？设大和尚 x 人，小和尚 y 人，可列方程组为_____________.

15. 北京市 2010-2015 年机动车保有量统计如图所示. 根据统计图中提供的信息，预估 2016 年北京市机动车的保有量约________万辆，你的预估理由是______________.



16. 如图，在棋盘中建立直角坐标系 xOy，三颗棋子 A，O，B 的位置分别是（-1，1）（0，0）和（1，0）. 如果在其他格点位置添加一颗棋子 C，使 A，O，B，C 四颗棋子成为一个轴对称图形，请写出所有满足条件的棋子 C 的位置的坐标：________________.



三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 计算：$(\frac{1}{2})^{-2}-2\sin 30°+(3.14-\pi)^0+\left|-\sqrt{12}\right|$.

18. 已知 $4x=3y$，求代数式 $(x-2y)^2-(x-y)(x+y)-2y^2$ 的值.

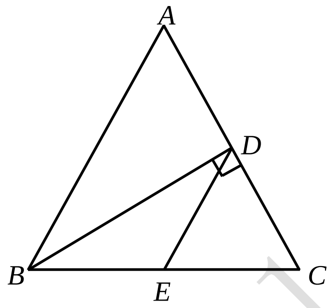
19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x+1-m=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 m 的取值范围；

（2）若 m 为负整数，求此时方程的根.

20. 如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，$BD \perp AC$ 于点 D，E 为 BC 的中点，连接 DE.

求证：$DE = DC$.

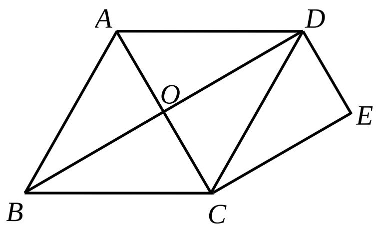


21. 2016 年 5 月 29 日，北京园博园迎来了“挑战 100，一起跑”百公里接力路跑赛事，活动里程共 100 公里，采用 10 人×10 公里的方式展开接力竞赛．王刚是一名长跑爱好者，原来每天从家匀速跑步到单位，共 12 公里．为参加此次活动，王刚计划加强训练，速度提高到原来的 1.2 倍，结果提前 10 分钟到单位．问王刚原来每小时跑多少公里？

22. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线交于 O 点，$DE \parallel AC$，$CE \parallel BD$.

（1）求证：四边形 $OCED$ 是矩形；

（2）若 $AD = 5$，$BD = 8$，计算 $\tan\angle DCE$ 的值．



23. 已知反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$k\neq 0$）的图象经过点 A（－1，6）.

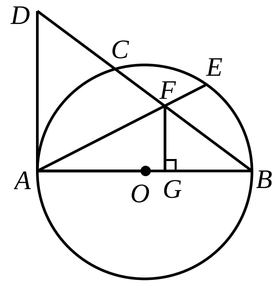
（1）求 k 的值；

（2）过点 A 作直线 AC 与函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象交于点 B，与 x 轴交于点 C，且 $AB=2BC$，求点 B 的坐标.

24. 如图，AB 是⊙O 的直径，BD 交⊙O 于点 C，E 为 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，连接 AE 交 BD 于点 F，作 $FG\perp AB$，垂足为 G，连接 AD，且 $\angle D=2\angle BAE$.

（1）求证：AD 为⊙O 的切线；

（2）若 $\cos D=\dfrac{3}{5}$，$AD=6$，求 FG 的长.



25. 阅读下列材料:

日前，微信发布《2016 微信春节大数据报告》显示，2016 年除夕当日，利用微信传递春节祝福的音视频通话时长达 4.2 亿分钟，是 2015 年除夕的 4 倍，“红包不要停”成为春节期间最热门微信表情，其作者共获得 124508 元的“赞赏”.

报告显示，除夕当日，微信红包的参与者达 4.2 亿人，收发总量达 80.8 亿个，是 2015 年除夕的 8 倍.除了通常的定额红包、拼手气红包，除夕到初一期间，微信还推出可以添加照片的拜年红包、引爆朋友圈的红包照片，以及和诸多品牌商家联合推出的摇一摇红包. 其中，在除夕当日拼手气红包的收发量约为微信红包收发总量的 20%.

作为一款“国民社交平台”，微信在春节通过红包激活了用户的使用热情，用音视频通话、朋友圈、微信群等串联起了五湖四海的情感，实现了科技与人文的交汇，成为“过好春节”的标配.

根据以上材料回答下列问题：

（1）2016 年除夕当日，拼手气红包收发量约为________亿个；

（2）选择统计表或统计图将 2015 年和 2016 年除夕当日微信红包收发总量和音视频的通话时长表示出来.

26. 有这样一个问题：探究函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x}$ 的图象与性质.

小宏根据学习函数的经验，对函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x}$ 的图象与性质进行了探究.

下面是小宏的探究过程，请补充完整：

（1）函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是___________；

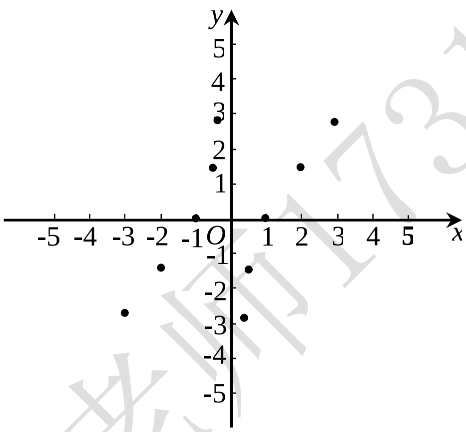
（2）下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	…	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	…
y	…	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{3}{2}$	0	m	$\frac{8}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	n	…

求 m，n 的值；

（3）如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点.

根据描出的点，画出该函数的图象；



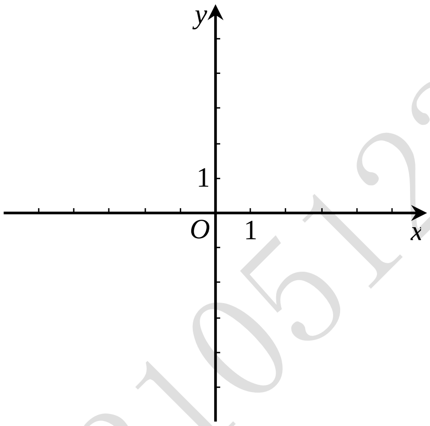
（4）结合函数的图象，写出该函数的性质（一条即可）：________________.

27．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=mx^2-2mx-3(m\neq 0)$ 与 x 轴交于 A，B 两点，且点 A 的坐标为（3，0）.

（1）求点 B 的坐标及 m 的值；

（2）当 $-2<x<3$ 时，结合函数图象直接写出 y 的取值范围；

（3）将抛物线在 x 轴上方的部分沿 x 轴翻折，抛物线的其余部分保持不变，得到一个新图象 M. 若直线 $y=kx+1(k\neq 0)$ 与图象 M 在直线 $x=\frac{1}{2}$ 左侧的部分只有一个公共点，结合图象求 k 的取值范围.



28. 在△*ABC*中，*AC*=*BC*，∠*ACB*=90°．点 *D* 为 *AC* 的中点．将线段 *DE* 绕点 *D* 逆时针旋转 90°得到线段 *DF*，连接 *EF*，*CF*．过点 *F* 作 $FH \perp FC$，交直线 *AB* 于点 *H*.

（1）若点 *E* 在线段 *DC* 上，如图 1，

①依题意补全图 1；

②判断 *FH* 与 *FC* 的数量关系并加以证明.

（2）若 *E* 为线段 *DC* 的延长线上一点，如图 2，且 *CE*=$\sqrt{2}$，∠*CFE*=12°，请写出求△*FCH* 的面积的思路.（可以不写出计算结果）

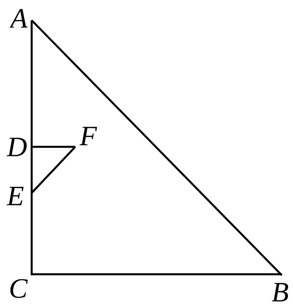


图 1

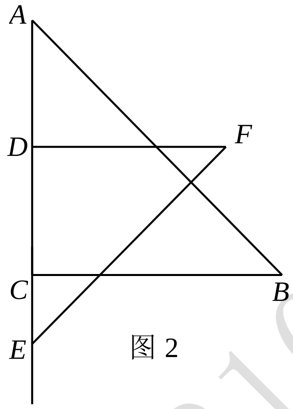


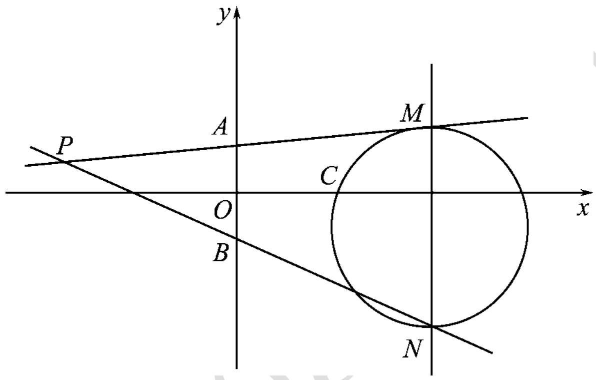
图 2

29. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A（0，1），B（0，−1）．点 P 是平面内任意一点，直线 PA，PB 与直线 $x=4$ 分别交于 M，N 两点．若以 MN 为直径的圆恰好经过点 C（2，0），则称此时的点 P 为理想点．

（1）请判断 P_1（−4，0），P_2（3，0）是否为理想点；

（2）若直线 $x=-3$ 上存在理想点，求理想点的纵坐标；

（3）若动直线 $x=m(m\neq0)$ 上存在理想点，直接写出 m 的取值范围.



丰台区 2016 年初三统一练习（二）

数学参考答案

一、选择题（本题共 **30** 分，每小题 **3** 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	B	A	B	A	C	A	B	D

二、填空题（本题共 **18** 分，每小题 **3** 分）

11. $x(x-2)^2$.　12. 60.　13. $a=-1, b=1$（答案不唯一）.　14. $\begin{cases} x+y=100, \\ 3x+\dfrac{y}{3}=100. \end{cases}$

15.预估理由需包含统计图提供的信息，且支撑预估的数据.

16. $C_1(2,1), C_2(-1,2), C_3(-1,-1), C_4(0,-1)$.

三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17．解：原式 $=4-2\times\dfrac{1}{2}+1+2\sqrt{3}$　-------- 4 分

$=4+2\sqrt{3}$.　-------- 5 分

18．解：原式 $=x^2-4xy+4y^2-(x^2-y^2)-2y^2$

$=3y^2-4xy$　-------- 3 分

$=y(3y-4x)$

$\because 4x=3y$，$\therefore 3y-4x=0$.

∴原式=0.　-------- 5 分

19．解：（1）∵原方程有两个不相等的实数根,

$\therefore \Delta=9-4(1-m)=4m+5>0$，即 $m>-\dfrac{5}{4}$.　-------- 3 分

（2）∵ m 为负整数，$\therefore m=-1$.

∴方程为 $x^2+3x+2=0$，即 $(x+1)(x+2)=0$.

解得 $x_1=-1, x_2=-2$.　-------- 5 分

20．证明：∵△ABC 是等边三角形，∴∠C＝60°．-------- 1 分

∵ $BD \perp AC$ 于点 D，

∴∠BDC＝90°．

∵E 是 BC 中点，

∴ $DE=\frac{1}{2}BC=CE$.　　　　　-------- 3 分

∴△DEC 是等边三角形.　　　　-------- 4 分

∴ $DE=DC$.　　　　　　　　　-------- 5 分

21. 解：设王刚原来每小时跑 x 公里，

则现在每小时跑 1.2 x 公里.　　　　　　　　　　　　　　-------- 1 分

由题意，得 $\frac{12}{x}=\frac{12}{1.2x}+\frac{1}{6}$.　　　　　　　　　　　　　　-------- 2 分

解得　$x=12$．　　　　　　　　　　　　　　　　　　　-------- 3 分

经检验，$x=12$ 是所列方程的解，并且符合实际意义.　　-------- 4 分

答：王刚原来每小时跑 12 公里.　　　　　　　　　　　　-------- 5 分

22.（1）∵ $DE /\!/ AC$，$CE /\!/ BD$

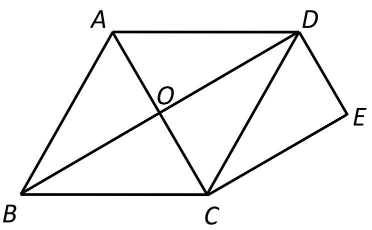
∴ 四边形 $OCED$ 是平行四边形. -------- 1 分

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴　$AC \perp BD$．

∴ $\angle DOC=90°$．

∴ 平行四边形 $OCED$ 是矩形.　　　　-------- 2 分



（2）∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，BD=8,

∴ $OD=\frac{1}{2}BD=4$，CD=AD=5.　　　　　-------- 3 分

∴ $CO=\sqrt{CD^2-OD^2}=3$.

∵ 四边形 $OCED$ 是矩形,

∴ DE=OC=3，CE=OD=4.　　　　　　-------- 4 分

∵ $\angle E=90°$，

∴ 在 Rt△ DEC 中，$\tan\angle DCE=\frac{DE}{EC}=\frac{3}{4}$．　-------- 5 分

23.解：（1）由题意，得 $-k=6$. 解得 $k=-6$.　　-------- 1 分

（2）①当点 B 在第二象限时，如图 1.

过点 A 作 $AE\perp x$ 轴于 E, 过点 B 作 $BF\perp x$ 轴于 F.

$\therefore AE\parallel BF$.

$\therefore \dfrac{BF}{AE}=\dfrac{CB}{CA}$.

$\because AB=2BC$,

$\therefore \dfrac{CB}{CA}=\dfrac{1}{3}$.

$\because AE=6$,

$\therefore BF=2$.

当 y=2 时，$2=-\dfrac{6}{x}$,

解得 x=-3.

$\therefore B$(-3，2).　　-------- 3 分

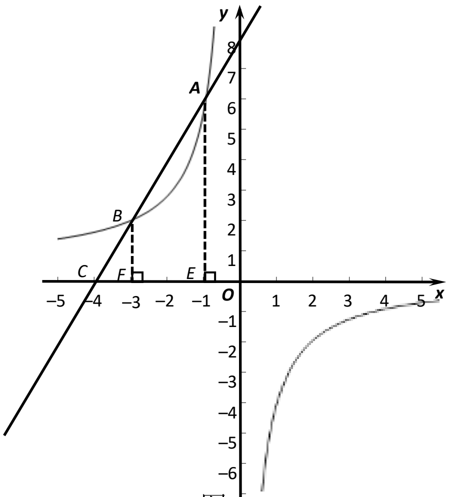
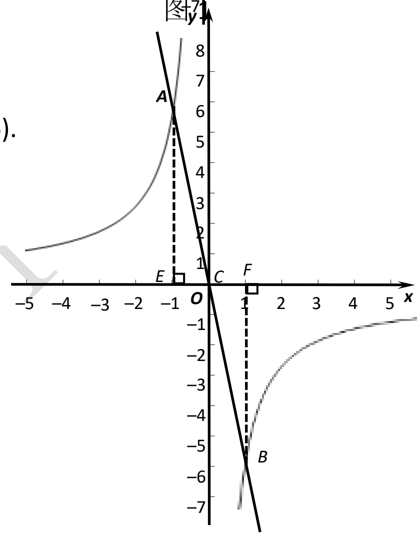


图1



②当点 B 在第四象限时，如图 2，同①可求点 B(1，-6).

综上所述，点 B 的坐标为(-3，2)或(1，-6).

-------- 5 分

24.证明：连接 AC .

$\because AB$ 是⊙ O 的直径

$\therefore \angle ACB=90^\circ$.

$\therefore \angle CAB+\angle B=90^\circ$.

$\because E$ 为 BC 的中点,

$\therefore \angle CAE=\angle EAB$.

$\therefore \angle CAB=2\angle EAB$.

$\because \angle D=2\angle BAE$,

$\therefore \angle CAB=\angle D$.　　--------　1 分

$\therefore \angle B+\angle D=90^\circ$.

$\therefore \angle DAB=90^\circ$. 即 $AB\perp AD$.

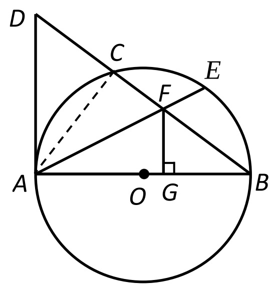
又 $\because AB$ 是直径,

$\therefore AD$ 是⊙ O 的切线.　--------　2 分

（2）$\because$ 在 Rt△ ACD 中,

$\cos D=\dfrac{DC}{AD}=\dfrac{3}{5}$，$AD=6$,

$\therefore DC=\dfrac{18}{5}$.　　--------　3 分



$\because$ 在 Rt△ ABD 中,

$\cos D=\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{3}{5}$，$AD=6$,

$\therefore BD=10$.

$\because \angle CAF=\angle EAB$, $\angle ACB=90^\circ$, $FG\perp AB$,

$\therefore CF = FG$.　　　--------　4 分

设 $CF = FG = x$.

$\because FG \perp AB$，

$\therefore \angle GFB = \angle D$.

$\therefore \cos\angle GFB = \dfrac{FG}{FB} = \dfrac{3}{5}$.

$\therefore FB = \dfrac{5}{3}x$.

$\because DC + CF + FB = 10$.

$\therefore \dfrac{18}{5} + x + \dfrac{5}{3}x = 10$.

解得 $x = \dfrac{12}{5}$. $\therefore FG = \dfrac{12}{5}$.　　　--------　5 分

25. 解：（1）16.16；　　　--------　1 分

（2）统计表如下：

2015 年和 2016 年除夕当日微信红包收发总量

和音视频的通话时长统计表

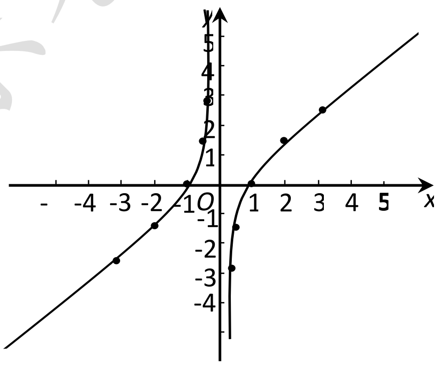
	微信红包收发总量	音视频通话时长
2015 年	10.1 亿个	1.05 亿分钟
2016 年	80.8 亿个	4.2 亿分钟

--------　5 分

26. 解：（1）$x \neq 0$.　　　--------　1 分

（2）$m = \dfrac{3}{2}, n = \dfrac{8}{3}$.　　　--------　3 分

（3）该函数的图象如下图所示.　　　--------　4 分



（4）该函数的性质：

①当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；

②函数的图象与 y 轴无交点,图象由两部分组成.

③关于原点成中心对称.

……

（写出一条即可）　　　--------　5 分

27．（1）将 $A(3,0)$ 代入，得 $m=1$． --------1 分

∴抛物线的表达式为 $y=x^2-2x-3$．

∴ B 点的坐标 $(-1,0)$． --------2 分

（2） y 的取值范围是 $-4\le y<5$． --------5 分

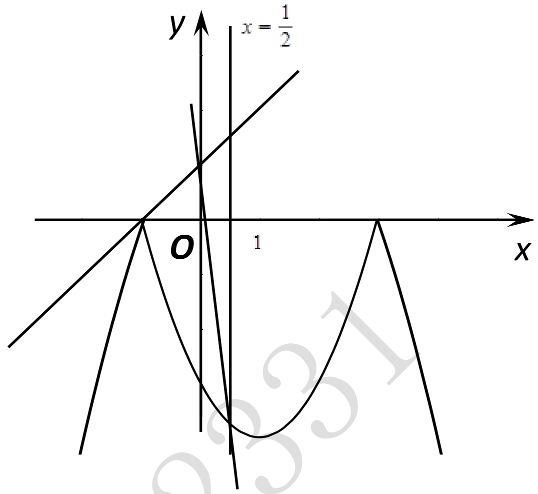
（3） 当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$y=-\frac{15}{4}$．

代入 $y=kx+1$ 得 $k=-\frac{19}{2}$．

当 x=-1 时，y=0,代入 $y=kx+1$ 得 k=1.

结合图象可得， k 的取值范围是 $k=1$ 或 $k<-\frac{19}{2}$．

--------7 分



28．解：（1）①补全图形，如图 1 所示． ----1 分

②FH 与 FC 的数量关系是： $FH=FC$． ----2 分

证明：延长 DF 交 AB 于点 G.

∵ $\triangle ABC$ 中，$AC=BC$， $\angle ACB=90°$，

∴ $\angle A=\angle B=45°$．

∵ $\angle FDE=90°$，

∴ $\angle A=\angle AGD=45°$．

∴ $AD=DG$.

∵点 D 为 AC 的中点，

∴ $AD=DC$.

∴ $DC=DG$.

∵ $DE=DF$,

∴ $DC-DE=DG-DF$，即 $EC=FG$.

∵ $\angle EDF=90°$， $FH\perp FC$，

∴ $\angle 1+\angle CFD=90°$， $\angle 2+\angle CFD=90°$．

∴ $\angle 1=\angle 2$.

∵ $\triangle DEF$ 等腰直角三角形，

∴ $\angle DEF=\angle DFE=45°$．

∴ $\angle CEF=\angle FGH=135°$．

∴ $\triangle CEF\cong\triangle FGH$.

∴ $CF=FH$. ----5 分

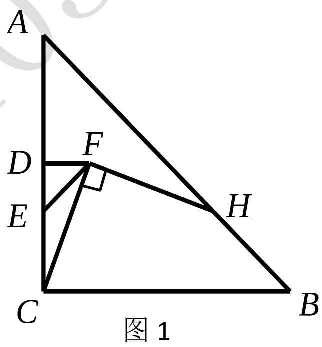


图 1

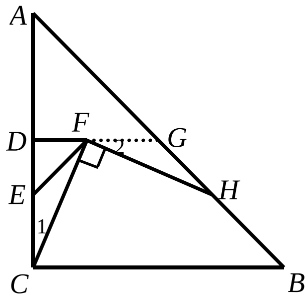


图 2

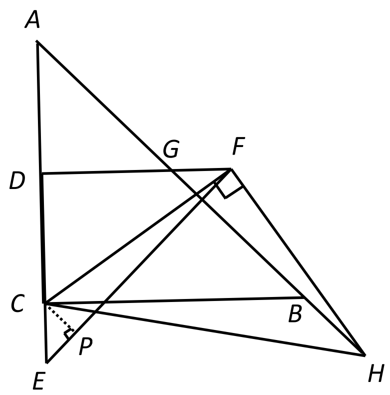


图 3

(2)求解思路如下：

a.画出图形，如图 3 所示.

b.与②同理，可证 $\triangle CEF\cong\triangle FGH$，可得 $CF=FH$；

从而得出 $\triangle FCH$ 是等腰直角三角形；

c. 作 $CP \perp EF$ 于 P，由 $CE = \sqrt{2}$ 可得 CP 的长；

d.在 Rt△CPF 中，由 $\sin 12?\ \dfrac{CP}{CF}$,可求 CF 的长,进而求出 $DFCH$ 的面积. ----7 分

29.（1）$P_1(-4,0)$ 是理想点, $P_2(3,0)$ 不是理想点.　　----2 分

（2）**解法 1**:

设 MN 与 x 轴交于点 F，设理想点的纵坐标为 y_0，则 $P(-3, y_0)$.

$\because A(0,1)$，$\therefore y_{AP} = \dfrac{1-y_0}{3}x + 1$.

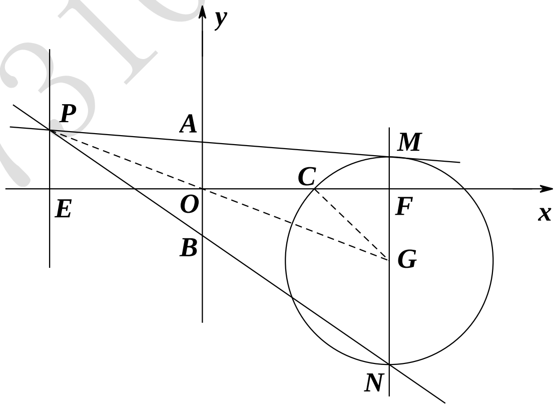
令 $x = 4$，得 $y = \dfrac{4(1-y_0)}{3} + 1$，即 $M(4, \dfrac{4(1-y_0)}{3} + 1)$.

同理 $N(4, -\dfrac{4(1+y_0)}{3} - 1)$.

$\because$ 设 G 是 MN 的中点，$\therefore G(4, -\dfrac{4y_0}{3})$. $MG = \dfrac{1}{2}(y_M - y_N) = \dfrac{7}{3}$，$FC = 2$.

在 RtΔGFC 中，$GC^2 = FG^2 + FC^2$，

$\therefore (\dfrac{7}{3})^2 = (\dfrac{4y_0}{3})^2 + 4$.



解得 $y_0 = \pm\dfrac{\sqrt{13}}{4}$，即理想点的纵坐标为 $\pm\dfrac{\sqrt{13}}{4}$.---6 分

解法 2:连接 PO 并延长交 MN 于点 G.

$\because MN \,//\, y$ 轴,

$\therefore \dfrac{OA}{GM} = \dfrac{PO}{PG}$，$\dfrac{OB}{GN} = \dfrac{PO}{PG}$,

即 $\dfrac{OA}{GM} = \dfrac{OB}{GN}$.

$\because OA = OB$，$\therefore GM = GN$，即点 G 是 MN 的中点.

设直线 $x = -3$ 与 x 轴交于 E, MN 与 x 轴交于点 F.

$\because \dfrac{OA}{GM} = \dfrac{PO}{PG}$，$\dfrac{EO}{EF} = \dfrac{PO}{PG}$,

$\therefore \dfrac{OA}{GM} = \dfrac{EO}{EF}$,即 $\dfrac{1}{MG} = \dfrac{3}{7}$.

$\therefore MG = \dfrac{7}{3}$.

$\therefore CG = MG = \dfrac{7}{3}$.

在 Rt△CFG 中，CF=2,

由勾股定理得 $FG = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$.

$\because \dfrac{PE}{FG}=\dfrac{EO}{FO}$，

$\therefore PE=\dfrac{\sqrt{13}}{4}$.

$\therefore$理想点的纵坐标为$\pm\dfrac{\sqrt{13}}{4}$.

(3) $-4\le m<0$或$0<m\le\dfrac{4}{3}$.　　　　----8 分