北京市西城区 2018 年九年级统一测试

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1 .在国家大数据战略的引领下, 我国在人工智能领域取得显著成就, 自主研发的人工智能“绝艺”获得全球最前沿的人工智能赛事冠军, 这得益于所建立的大数据中心的规模和数据存储量，它们决定着人工智能深度学习的质量和速度，其中的一个大数据中心能存储 58000000000 本书籍，将 58000000000 用科学记数法表示应为（　　）.

A． 5.8×10^{10}　　B． 5.8×10^{11}　　C． 58×10^{9}　　D． 0.58×10^{11}

2．在中国集邮总公司设计的 2017 年纪特邮票首日纪念戳图案中，可以看作中心对称图形的是（　　）.

A．

千里江山图

B．

京津冀协同发展

内蒙古自治区成立七十周年

C．

河北雄安新区建立纪念

D．

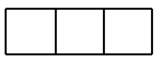
3．将 b^3-4b 分解因式，所得结果正确的是（　　）.

A． $b(b^2-4)$　　B． $b(b-4)^2$　　C． $b(b-2)^2$　　D． $b(b+2)(b-2)$

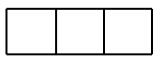
4．如图是某个几何体的三视图，该几何体是（　　）.

A．三棱柱　　B．圆柱

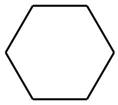
C．六棱柱　　D．圆锥



主视图

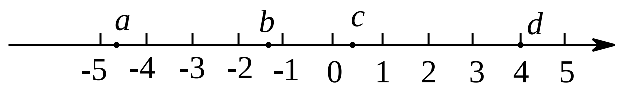


左视图



俯视图

5．若实数 a，b，c，d 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（　　）．



A．$a<-5$

B．$b+d<0$

C．$|a|-c<0$

D．$c<\sqrt{d}$

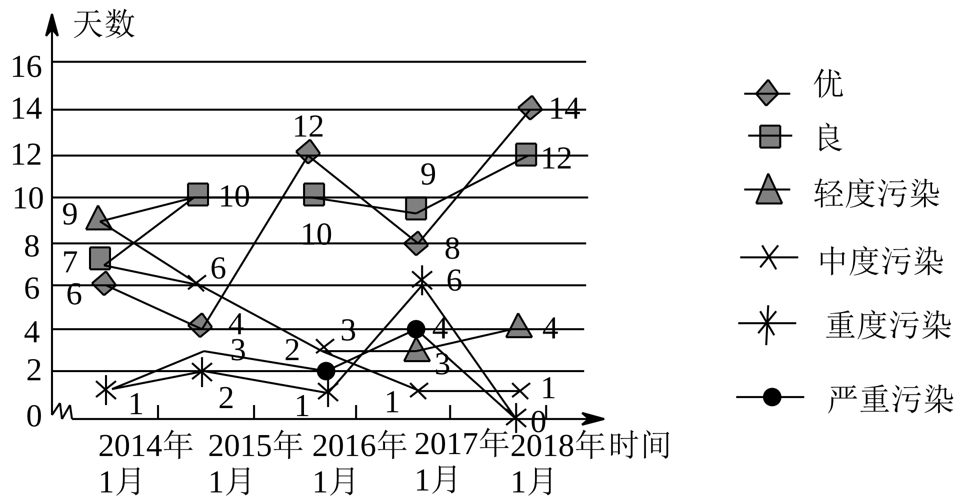
6．如果一个正多边形的内角和等于 $720°$，那么该正多边形的一个外角等于（　　）．

A．$45°$　　B．$60°$　　C．$72°$　　D．$90°$

7．空气质量指数（简称为 AQI）是定量描述空气质量状况的指数，它的类别如下表所示．

AQI 数据	0～50	51～100	101～150	151～200	201～300	301 以上
AQI 类别	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染

某同学查阅资料，制作了近五年1月份北京市 AQI 各类别天数的统计图如下图所示．



根据以上信息，下列推断不合理的是

A．AQI 类别为“优”的天数最多的是 2018 年1月

B．AQI 数据在 0～100 之间的天数最少的是 2014 年1月

C．这五年的1月里，6 个 AQI 类别中，类别“优”的天数波动最大

D．2018 年1月的 AQI 数据的月均值会达到“中度污染”类别

8．将 A， B 两位篮球运动员在一段时间内的投篮情况记录如下:

投篮次数		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
A	投中次数	7	15	23	30	38	45	53	60	68	75
	投中频率	0.700	0.750	0.767	0.750	0.760	0.750	0.757	0.750	0.756	0.750
B	投中次数	8	14	23	32	35	43	52	61	70	80
	投中频率	0.800	0.700	0.767	0.800	0.700	0.717	0.743	0.763	0.778	0.800

下面有三个推断:

② 投篮 30 次时，两位运动员都投中 23 次，所以他们投中的概率都是 0.767 ．

②随着投篮次数的增加， A 运动员投中频率总在 0.750 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计 A 运动员投中的概率是 0.750 ．

④投篮达到 200 次时， B 运动员投中次数一定为 160 次．

其中合理的是（　　）．

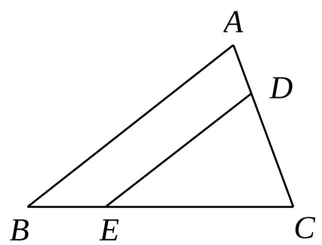
A．①　　　　B．②　　　　C．①③　　　　D．②③

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9．若代数式 $\frac{x-1}{x+1}$ 的值为 0，则实数 x 的值为__________．

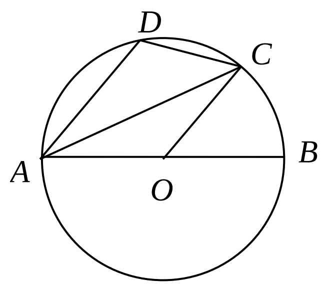
10．化简： $(a+4)(a-2)-a(a+1)=$__________．

11．如图，在△ABC 中， $DE/\!/AB$， DE 分别与 AC， BC 交于 D， E 两点．若 $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{4}{9}$， $AC=3$，则 $DC=$__________．



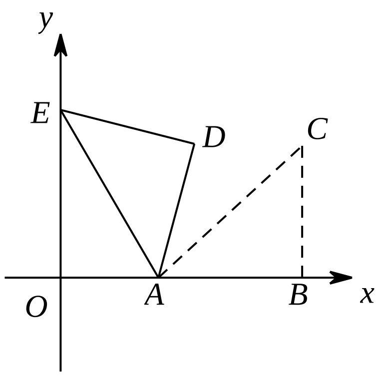
12．从杭州东站到北京南站，原来最快的一趟高铁 G20 次约用 5h 到达．从 2018 年 4 月 10 日起，全国铁路开始实施新的列车运行图，并启用了“杭京高铁复兴号”，它的运行速度比原来的 G20 次的运行速度快 35km/h， 约用 4.5h 到达。如果在相同的路线上，杭州东站到北京南站的距离不变，设“杭京高铁复兴号”的运行速度．设“杭京高铁复兴号”的运行速度为 $x$km/h， 依题意，可列方程为__________．

13．如图， AB 为⊙ O 的直径， C 为 AB 上一点， $\angle BOC=50°$， $AD/\!/OC$， AD 交⊙ O 于点 D， 连接 AC， CD， 那么 $\angle ACD=$__________．



14．在平面直角坐标系 xOy 中，如果当 $x>0$ 时，函数 $y=kx-1$（$k\neq 0$）图象上的点都在直线 $y=-1$ 上方，请写出一个符合条件的函数 $y=kx-1$（$k\neq 0$）的表达式：__________．

15．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $A(1,0)$，等腰直角三角形 ABC 的边 AB 在 x 轴的正半轴上，$\angle ABC=90^\circ$，点 B 在点 A 的右侧，点 C 在第一象限。将△ABC 绕点 A 逆时针旋转 75°，如果点 C 的对应点 E 恰好落在 y 轴的正半轴上，那么边 AB 的长为__________．



16．阅读下面材料：

在复习课上，围绕一道作图题，老师让同学们尝试应用学过的知识设计多种不同的作图方法，并交流其中蕴含的数学原理．

已知：直线和直线外的一点 P．

求作：过点 P 且与直线 l 垂直的直线 PQ，垂足为点 Q P

某同学的作图步骤如下：

步骤	作法	推断
第一步	以点 P 为圆心，适当长度为半径作弧，交直线 l 于 A，B 两点．	$PA=PB$
第二步	连接 PA，PB，作 $\angle APB$ 的平分线，交直线 l 于点 Q．	$\angle APQ=\angle$ __________
直线 PQ 即为所求作．		$PQ\perp l$

请你根据该同学的作图方法完成以下推理：

∵ $PA=PB$，$\angle APQ=\angle$ __________，

∴ $PQ\perp l$．（依据：__________）．

三、解答题（本题共 68 分，第 17~19 题每小题 5 分，第 20 题 6 分，第 21、22 题每小题 5 分，第 23 题 6 分，第 24 题 5 分，第 25、26 题每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）

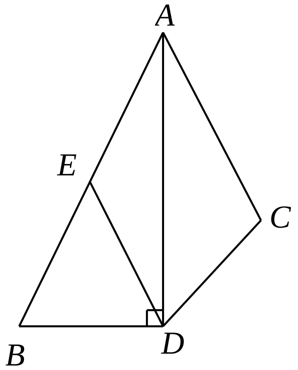
17．计算：$\sqrt{18}-\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}+4\sin 30^{\circ}-\left|\sqrt{2}-1\right|$．

18．解不等式组$\begin{cases}3(x+2)\geqslant x+4\\ \dfrac{x-1}{2}<1\end{cases}$，并求该不等式组的非负整数解．

19．如图，AD 平分 $\angle BAC$，$BD\perp AD$ 于点 D，AB 的中点为 E，$AE<AC$．

（1）求证：$DE /\!/ AC$．

（2）点 F 在线段 AC 上运动，当 $AF=AE$ 时，图中与 $\triangle ADF$ 全等的三角形是__________．



20．已知关于 x 的方程 $mx^2+(3-m)x-3=0$ （m 为实数，$m\neq 0$）．

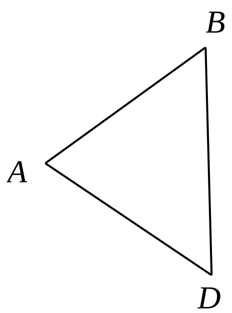
（1）求证：此方程总有两个实数根．

（2）如果此方程的两个实数根都为正整数，求整数 m 的值．

21．如图，在 $\triangle ABD$ 中，$\angle ABD=\angle ADB$，分别以点 B，D 为圆心，AB 长为半径在 BD 的右侧作弧，两弧交于点 C，分别连接 BC，DC，AC，记 AC 与 BD 的交点为 O．

（1）补全图形，求 $\angle AOB$ 的度数并说明理由;

（2）若 $AB=5$，$\cos\angle ABD=\dfrac{3}{5}$，求 BD 的长．



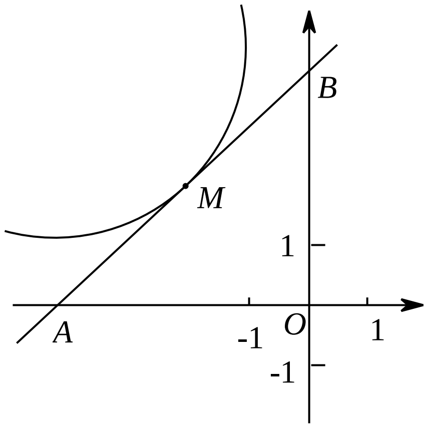
22．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x+m$ 与 x 轴的交点为 $A(-4,0)$，与 y 轴的交点为 B，线段 AB 的中点 M 在函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象上

（1）求 m，k 的值;

（2）将线段 AB 向左平移 n 个单位长度（$n>0$）得到线段 CD，A，MB 的对应点分别为 C，N，D．

①当点 D 落在函数 $y=\frac{k}{x}$（$x<0$）的图象上时，求 n 的值．

②当 $MD\leqslant MN$ 时，结合函数的图象，直接写出 n 的取值范围．



23．某同学所在年级的500名学生参加"志愿北京"活动，现有以下5个志愿服务项目：A．纪念馆志愿讲解员．B．书香社区图书整理．C．学编中国结及义卖．D．家风讲解员．E．校内志愿服务．要求：每位学生都从中选择一个项目参加，为了了解同学们选择这个5个项目的情况，该同学随机对年级中的40名同学选择的志愿服务项目进行了调查，过程如下：

收集数据：设计调查问卷，收集到如下数据（志愿服务项目的编号，用字母代号表示）．

B，E，B，A，E，C，C，C，B，B，

A，C，E，D，B，A，B，E，C，A，

D，D，B，B，C，C，A，A，E，B，

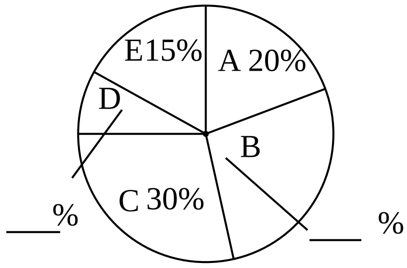
C，B，D，C，A，C，C，A，C，E，

整理、描述诗句：划记、整理、描述样本数据，绘制统计图如下，请补全统计表和统计图．

服务项目的人数统计表

服务项目	划记	人数
志愿讲解员	正	8
区图书整理		
国结及义卖	正正 丅	12
解员		
愿服务	正 一	6
合计	40	40

选择各志愿服务项目的人数比例统计图



A．纪念馆志愿讲解员

B．书香社区图书整理

C．学编中国结及义卖

D．家风讲解员

E．校内志愿服务

分析数据、推断结论：

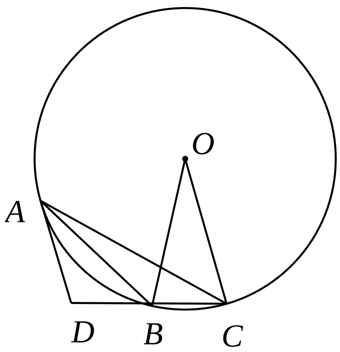
a：抽样的 40 个样本数据（志愿服务项目的编号）的众数是__________．（填 A－E 的字母代号）

b：请你任选 A－E 中的两个志愿服务项目，根据该同学的样本数据估计全年级大约有多少名同学选择这两个志愿服务项目．

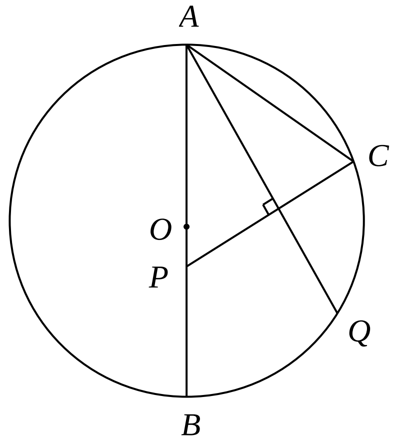
24．如图，$\odot O$ 的半径为 r，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，$\angle BAC=15^\circ$，$\angle ACB=30^\circ$，D 为 CB 延长线上一点，AD 与 $\odot O$ 相切，切点为 A．

（1）求点 B 到半径 OC 的距离（用含 r 的式子表示）．

（2）作 $DH\perp OC$ 于点 H，求 $\angle ADH$ 的度数及 $\dfrac{CB}{CD}$ 的值．



25．如图，P 为⊙O 的直径 AB 上的一个动点，点 C 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上，连接 PC，过点 A 作 PC 的垂线交⊙O 于点 Q．已知 $AB=5\text{cm}$，$AC=3\text{cm}$．设 A、P 两点间的距离为 $x\text{cm}$，A、Q 两点间的距离为 $y\text{cm}$．



某同学根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行探究．

下面是该同学的探究过程，请补充完整：

（1）通过取点、画图、测量及分析，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x(cm)	0	1		2.5	3	3.5	4	5
y(cm)	4.0	4.7	5.0	4.8		4.1	3.7	

（说明：补全表格对的相关数值保留一位小数）

（2）建立平面直角坐标系，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象．

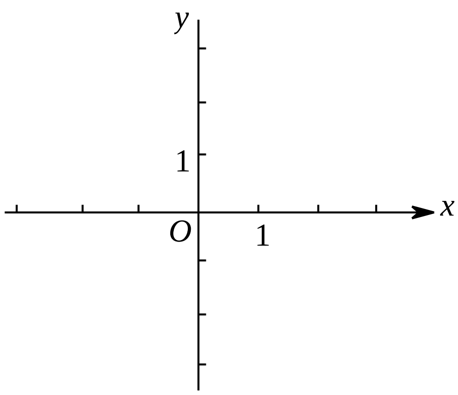
（3）结合画出的函数图象，解决问题：当 $AQ=2AP$ 时，AP 的长度均为__________cm．

26.在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 G： $y=mx^2+2mx+m-1(m\neq 0)$ 与 y 轴交于点 C，抛物线 G 的顶点为 D，直线 l： $y=mx+m-1(m\neq 0)$.

（1）当 $m=1$ 时，画出直线 l 和抛物线 G，并直接写出直线 l 被抛物线 G 截得的线段长 .

（2）随着 m 取值的变化，判断点 C， D 是否都在直线 l 上并说明理由 .

（3）若直线 l 被抛物线 G 截得的线段长不小于 2，结合函数的图象，直接写出 m 的取值范围 .



27．正方形 $ABCD$ 的边长为 2，将射线 AB 绕点 A 顺时针旋转 α，所得射线与线段 BD 交于点 M，作 $CE\perp AM$ 于点 E，点 N 与点 M 关于直线 CE 对称，连接 CN．

（1）如图1，当 $0°<\alpha<45°$ 时，

①依题意补全图1．

②用等式表示 $\angle NCE$ 与 $\angle BAM$ 之间的数量关系：__________．

（2）当 $45°<\alpha<90°$ 时，探究 $\angle NCE$ 与 $\angle BAM$ 之间的数量关系并加以证明．

（3）当 $0°<\alpha<90°$ 时，若边 AD 的中点为 F，直接写出线段 EF 长的最大值．

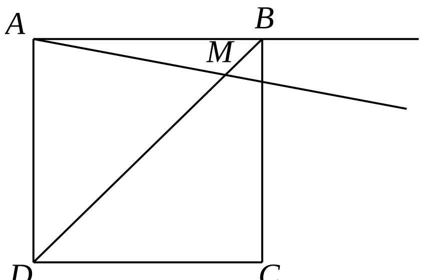
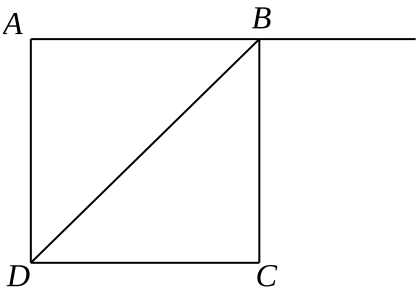


图1



备用图

28．对于平面内的$\odot C$和$\odot C$外一点Q，给出如下定义：若过点Q的直线与$\odot C$存在公共点，记为点A，B，设$k=\dfrac{AQ+BQ}{CQ}$，则称点A（或点B）是$\odot C$的“k相关依附点”，特别地，当点A和点B重合时，规定$AQ=BQ$，$k=\dfrac{2AQ}{CQ}$（或$\dfrac{2BQ}{CQ}$）．

已知在平面直角坐标系xOy中，$Q(-1,0)$，$C(1,0)$，$\odot C$的半径为r．

（1）如图1，当$r=\sqrt{2}$时，

①若$A_1(0,1)$是$\odot C$的“k相关依附点”，则k的值为__________．

②$A_2(1+\sqrt{2},0)$是否为$\odot C$的“2相关依附点”．答：__________（填“是”或“否”）．

（2）若$\odot C$上存在“k相关依附点”点M，

①当$r=1$，直线QM与$\odot C$相切时，求k的值．

②当$k=\sqrt{3}$时，求r的取值范围．

（3）若存在r的值使得直线$y=-\sqrt{3}x+b$与$\odot C$有公共点，且公共点时$\odot C$的“$\sqrt{3}$相关依附点”，直接写出b的取值范围．

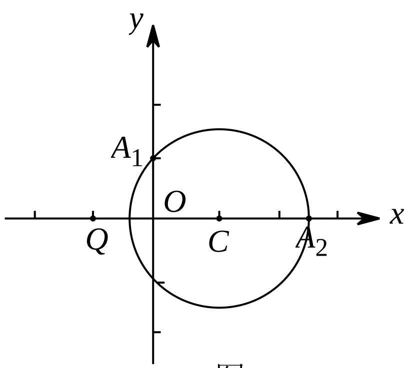
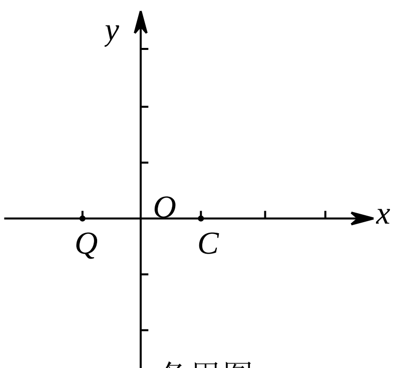


图1



备用图

北京市西城区 2018 年九年级统一测试
数学试卷答案及评分标准

2018.4

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	D	C	D	B	D	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 1.

10. $a-8$.

11. 2.

12. $5(x-35)=4.5x$.

13. 40.

14. 答案不唯一，只需 $k>0$ 即可，例如 $y=x-1$.

15. $\sqrt{2}$.

16. BPQ. ……………………………………………………………… 1 分

等腰三角形顶角的角平分线与底边上的高重合. ……………………………………2 分

三、解答题（本题共 68 分，第 17~19 题每小题 5 分，第 20 题 6 分，第 21、22 题每小题 5 分，第 23 题 6 分，第 24 题 5 分，第 25、26 题每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）

17. 解：$\sqrt{18}-(\frac{1}{5})^{-1}+4\sin 30°-|\sqrt{2}-1|$

$=3\sqrt{2}-5+4\times\frac{1}{2}-(\sqrt{2}-1)$ ……………………………………………… 4 分

$=3\sqrt{2}-5+2-\sqrt{2}+1$

$=2\sqrt{2}-2$. ……………………………………………………………………… 5 分

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} 3(x+2)\ge x+4, & ① \\ \dfrac{x-1}{2}<1. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x\geqslant -1$. ……………………………………………………… 1 分

解不等式②，得 $x<3$. ……………………………………………………………… 2 分

∴ 该不等式组的解集为 $-1\leqslant x<3$. ……………………………………………3 分

∴ 该不等式组的非负整数解为 0，1，2. ……………………………………… 5 分

19. （1）证明：如图 1.

∵ AD 平分 $\angle BAC$，

∴ $\angle 1=\angle 2$. ……………………………………………1 分

∵ $BD\perp AD$ 于点 D，

∴ $\angle ADB=90°$.

∴ $\triangle ABD$ 为直角三角形.

∵ AB 的中点为 E，

∴ $AE=\frac{1}{2}AB$，$DE=\frac{1}{2}AB$.

∴ $DE=AE$. ……………………………… 2 分

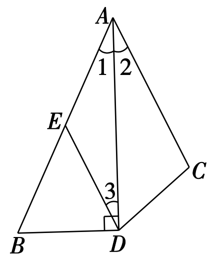


图 1

∴ ∠1= ∠3.

∴ ∠2= ∠3. ………………………………………………………………… 3 分

∴ $DE/\!/AC$. ………………………………………………………………… 4 分

（2）△ADE. ………………………………………………………………………… 5 分

20.（1）证明：∵ $m\neq 0$，

∴ 方程 $mx^2+(3-m)x-3=0$ 为一元二次方程. ………………… 1 分

依题意，得 $\Delta=(3-m)^2+12m$

$=(m+3)^2$. ………………………………………………………… 2 分

∵ 无论 m 取何实数，总有 $(m+3)^2\geqslant 0$，

∴ 此方程总有两个实数根. ……………………………………… 3 分

（2）解：由求根公式，得 $x=\dfrac{-(3-m)\pm(m+3)}{2m}$.

∴ $x_1=1$，$x_2=-\dfrac{3}{m}$（$m\neq 0$）. ……………………………………… 5 分

∵ 此方程的两个实数根都为正整数，

∴ 整数 m 的值为 -1 或 -3. ………………………………………………… 6 分

21.（1）补全的图形如图 2 所示. ……………………………………………1 分

$\angle AOB=90°$.

证明：由题意可知 $BC=AB$，$DC=AB$.

∵ 在△ABD 中，$\angle ABD=\angle ADB$，

∴ $AB=AD$.

∴ $BC=DC=AD=AB$.

∴ 四边形 $ABCD$ 为菱形. ……………………… 2 分

∴ $AC\perp BD$.

∴ $\angle AOB=90°$. ………………………… 3 分

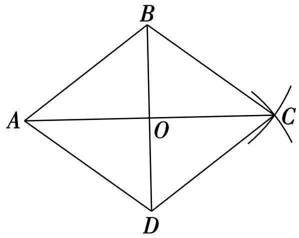


图 2

（2）解：∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

∴ $OB=OD$. ……………………………………………………………………… 4 分

在 Rt△ABO 中，$\angle AOB=90°$，AB=5，$\cos\angle ABD=\dfrac{3}{5}$，

∴ $OB=AB\cdot\cos\angle ABD=3$.

∴ $BD=2OB=6$. ………………………………………………………………… 5 分

22.解：（1）如图 3.

∵ 直线 $y=x+m$ 与 x 轴的交点为 $A(-4,0)$，

∴ $m=4$. ……………………………………………… 1 分

∵ 直线 $y=x+m$ 与 y 轴的交点为 B,

∴ 点 B 的坐标为 $B(0,4)$.

∵ 线段 AB 的中点为 M,

可得点 M 的坐标为 $M(-2,2)$.

∵ 点 M 在函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$k\neq 0$）的图象上，

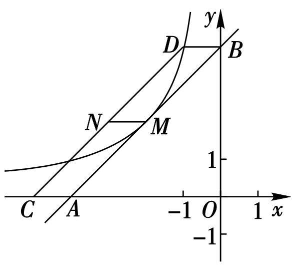


图 3

∴ $k=-4$．…………………………………………………………………… 3 分

（2）①由题意得点 D 的坐标为 $D(-n,4)$．

∵ 点 D 落在函数 $y=-\frac{4}{x}$（$x<0$）的图象上，

∴ $-4n=-4$．

解得 $n=1$．………………………………………………………………… 4 分

②n 的取值范围是 $n\geqslant 2$．………………………………………………… 5 分

23.解：B 项有 10 人，D 项有 4 人，划记略．…………………………………… 2 分

选择各志愿服务项目的人数比例统计图中，B 占 25%，D 占 10%．…………4 分

分析数据、推断结论

a. 抽样的 40 个样本数据（志愿服务项目的编号）的众数是 C ．……………5 分

b. 根据学生选择情况答案分别如下（写出任意两个即可）．

A：$500\times20\%=100$（人）．

B：$500\times25\%=125$（人）．

C：$500\times30\%=150$（人）．

D：$500\times10\%=50$（人）．

E：$500\times15\%=75$（人）．……………………………………………………… 6 分

24. 解：（1）如图 4，作 $BE\perp OC$ 于点 E．

∵ 在⊙O 的内接△ABC 中，$\angle BAC=15°$，

∴ $\angle BOC=2\angle BAC=30°$．

在 Rt△BOE 中，$\angle OEB=90°$，$\angle BOE=30°$，$OB=r$，

∴ $BE=\frac{OB}{2}=\frac{r}{2}$．

∴ 点 B 到半径 OC 的距离为 $\frac{r}{2}$．……………………………………………2 分

（2）如图 4，连接 OA．

由 $BE\perp OC$，$DH\perp OC$，可得 $BE\parallel DH$．

∵ AD 与⊙ O 相切，切点为 A，

∴ $AD\perp OA$．…………………………………3 分

∴ $\angle OAD=90°$．

∵ $DH\perp OC$ 于点 H，

∴ $\angle OHD=90°$．

∵ 在△OBC 中，$OB=OC$，$\angle BOC=30°$，

∴ $\angle OCB=\frac{180°-\angle BOC}{2}=75°$．

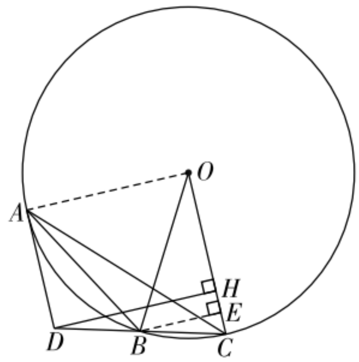


图 4

∵ $\angle ACB=30°$，

∴ $\angle OCA=\angle OCB-\angle ACB=45°$．

∵ $OA=OC$，

∴ $\angle OAC=\angle OCA=45°$．

∴ $\angle AOC=180°-2\angle OCA=90°$．

∴ 四边形 $AOHD$ 为矩形，$\angle ADH=90°$．………………………………… 4 分

∴ $DH=AO=r$．

∵ $BE=\frac{r}{2}$，

∴ $BE=\frac{DH}{2}$．

∵ $BE // DH$，

∴ $\triangle CBE \backsim \triangle CDH$．

∴ $\frac{CB}{CD}=\frac{BE}{DH}=\frac{1}{2}$．…………………………………………………… 5 分

25．解：（1）

x(cm)	0	1	1.8	2.5	3	3.5	4	5
y (cm)	4.0	4.7	5.0	4.8	4.5	4.1	3.7	3.0

…………………………………………………………………………………… 3 分

（2）如图 5.

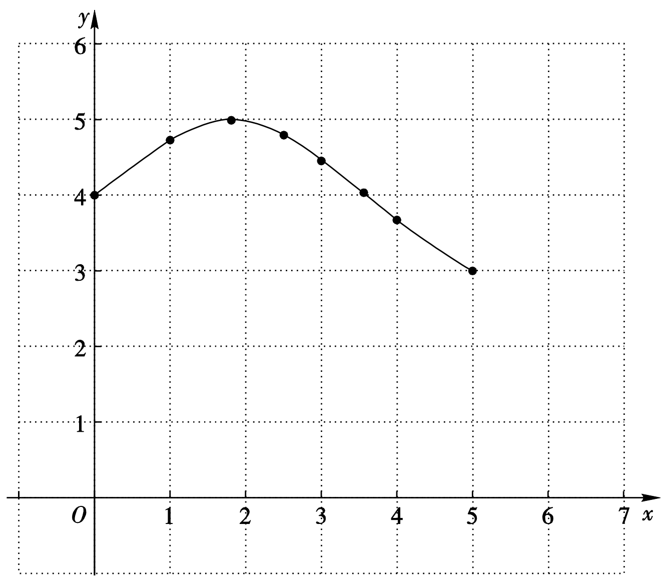


图 5

……………………………………………………………………… 5 分

（3）2.42．…………………………………………………………………… 6 分

26.解：（1）当 $m=1$ 时，抛物线 G 的函数表达式为 $y=x^2+2x$，直线 l 的函数表达式为 $y=x$．

画出的两个函数的图象如图 6 所示．……………1 分

$\sqrt{2}$．………………………………………………… 2 分

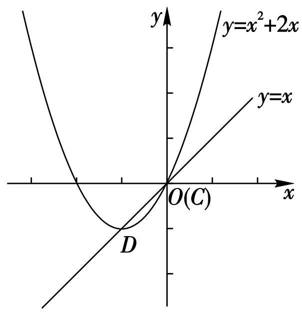


图 6

（2）∵ 抛物线 G：$y=mx^2+2mx+m-1$ $(m\neq 0)$

与 y 轴交于点 C，

∴ 点 C 的坐标为 $C(0,m-1)$．

∵ $y=mx^2+2mx+m-1=m(x+1)^2-1$，

∴ 抛物线 G 的顶点 D 的坐标为 $(-1,-1)$．

对于直线 l： $y=mx+m-1\,(m\neq 0)$，

当 $x=0$ 时， $y=m-1$；

当 $x=-1$ 时， $y=m\times(-1)+m-1=-1$.

∴ 无论 m 取何值，点 C，D 都在直线 l 上. ………………………………4 分

（3）m 的取值范围是 $m\leqslant-\sqrt{3}$ 或 $m\geqslant\sqrt{3}$. ……………………………… 6 分

27.（1）①补全的图形如图 7 所示. ………………………………………………1 分

② $\angle NCE=2\angle BAM$. ………………………………………………………2 分

（2）当 $45°<\alpha<90°$时，$\angle NCE=180°-2\angle BAM$. ………………………………3 分

证明：如图 8，连接 CM，设射线 AM 与 CD 的交点为 H.

∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴ $\angle BAD=\angle ADC=\angle BCD=90°$，直线 BD 为正方形 $ABCD$ 的对称轴，

点 A 与点 C 关于直线 BD 对称.

∵ 射线 AM 与线段 BD 交于点 M，

∴ $\angle BAM=\angle BCM=\alpha$.

∴ $\angle 1=\angle 2=90°-\alpha$.

∵ $CE\perp AM$，

∴ $\angle CEH=90°$，$\angle 3+\angle 5=90°$.

又∵ $\angle 1+\angle 4=90°$，$\angle 4=\angle 5$，

∴ $\angle 1=\angle 3$.

∴ $\angle 3=\angle 2=90°-\alpha$.

∵ 点 N 与点 M 关于直线 CE 对称，

∴ $\angle NCE=\angle MCE=\angle 2+\angle 3=180°-2\angle BAM$. ………………… 6 分

（3）$\sqrt{2}+1$. ……………………………………………………………………7 分

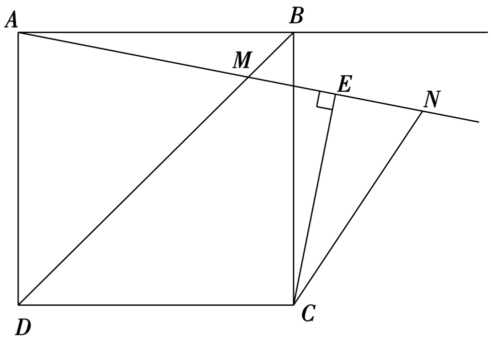


图 7

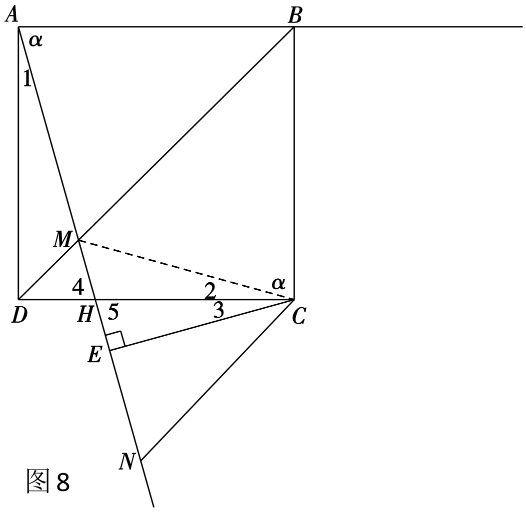


图 8

28. 解：（1）① $\sqrt{2}$. ……………………………………………………………… 1 分

②是. …………………………………………………………………………2 分

（2）①如图 9，当 $r=1$ 时，不妨设直线 QM 与⊙C 相切的切点 M 在 x 轴上方（切点 M 在 x 轴下方时同理），连接 CM，则 $QM\perp CM$.

∵ $Q(-1,0)$，$C(1,0)$，$r=1$，

∴ $CQ=2$，$CM=1$．

∴ $MQ=\sqrt{3}$．

此时 $k=\dfrac{2MQ}{CQ}=\sqrt{3}$． ……………………………………………………… 3 分

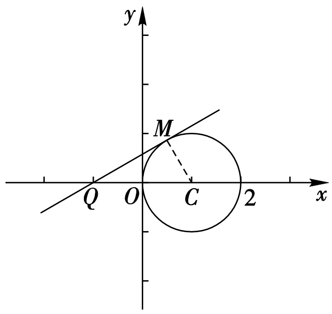


图 9

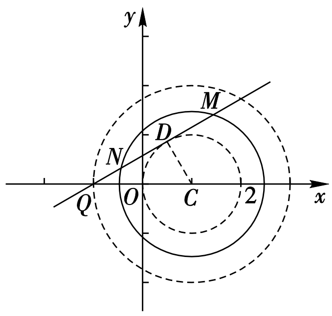


图 10

②如图 10，若直线 QM 与⊙C 不相切，设直线 QM 与⊙C 的另一个交点为 N（不妨设 $QN<QM$，点 N，M 在 x 轴下方时同理）.

作 $CD\perp QM$ 于点 D，则 $MD=ND$.

∴ $MQ+NQ=(MN+NQ)+NQ=2ND+2NQ=2DQ$．

∵ $CQ=2$，

∴ $k=\dfrac{MQ+NQ}{CQ}=\dfrac{2DQ}{CQ}=DQ$．

∴ 当 $k=\sqrt{3}$ 时，$DQ=\sqrt{3}$．

此时 $CD=\sqrt{CQ^2-DQ^2}=1$．

假设⊙C 经过点 Q，此时 $r=2$.

∵ 点 Q 在⊙C 外，

∴ r 的取值范围是 $1\leqslant r<2$. ……………………………………………… 5 分

（3）$-\sqrt{3}<b<3\sqrt{3}$．……………………………………………………………… 7 分