

## 初二年级数学试题

### 一、选择题

1、下列各式从左到右的变形中，是因式分解的为（ ）

A.  $x(a-b) = ax - bx$

B.  $x^2 - 1 + y^2 = (x-1)(x+1) + y^2$

C.  $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

D.  $x^2 - 2x + 1 = x(x-2) + 1$

2、下列变形正确的是（ ）

A.  $a+b-c=a-(b-c)$

B.  $a+b+c=a-(b+c)$

C.  $a-b+c-d=a-(b-c+d)$

D.  $a-b+c-d=(a-b)-(c-d)$

3、下列各式： $\frac{1}{5}(1-x)$ ,  $\frac{4x}{\pi-3}$ ,  $\frac{x^2-y^2}{2}$ ,  $\frac{1}{x}+x$ ,  $\frac{5x^2}{x}$  其中分式共有（ ）个。

A、2

B、3

C、4

D、5

4、当  $x$  为任意实数时，下列分式一定有意义的是（ ）

A.  $\frac{1}{x^2-2}$

B.  $\frac{2}{x^2+1}$

C.  $\frac{2}{x^2}$

D.  $\frac{1}{x+2}$

5、下列分式  $\frac{x-2}{(x-1)^2}$ ,  $\frac{2x-3}{(1-x)^3}$ ,  $\frac{5}{x-1}$  的最简公分母为（ ）

A.  $(x-1)^2$

B.  $(x-1)^3$

C.  $(x-1)$

D.  $(x-1)^2(1-x)$

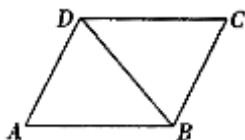
6、已知：如图， $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ ，若  $AB \parallel CD$ ，则  $AB$  的对应边是（ ）

A.  $DB$

B.  $BC$

C.  $CD$

D.  $AD$



第6题图

7、下列命题中，真命题的个数是（ ）

①全等三角形的周长相等

②全等三角形的对应角相等

③全等三角形的面积相等

④面积相等的两个三角形全等

A. 4

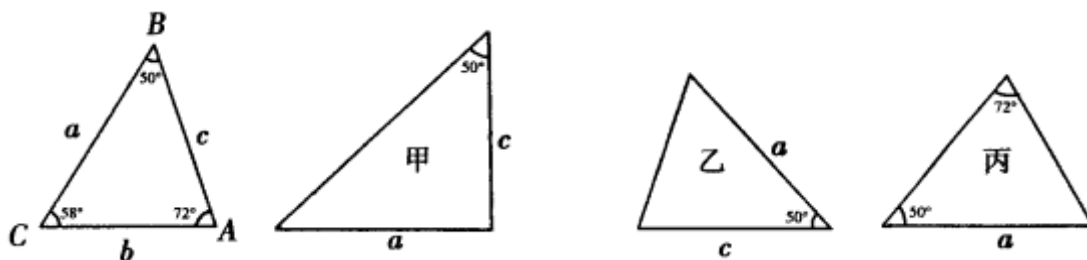
B. 3

C. 2

D. 1

班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

- 8、如图，已知 $\triangle ABC$ 的六个元素，则下面甲、乙、丙三个三角形中，和 $\triangle ABC$ 全等的图形是（ ）



第8题图

- A. 甲和乙      B. 乙和丙      C. 只有乙      D. 只有丙

## 二、填空题

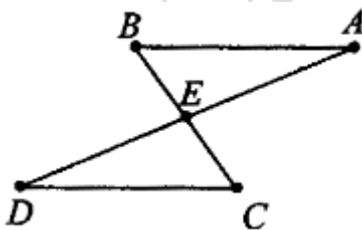
- 9、下列多项式：① $a^2 - 4b^2$ ；② $a^2 + 4ab + 4b^2$ ；③ $a^2b + 2ab^2$ ；④ $a^3 + 2a^2b$ ，它们的公因式是\_\_\_\_\_。

- 10、填空： $4^{-2} =$ \_\_\_\_\_  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} =$ \_\_\_\_\_  $(2a^{-1}b)^3 =$ \_\_\_\_\_

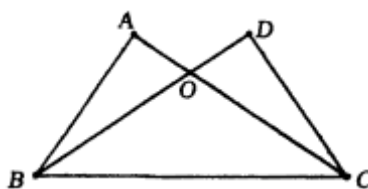
- 11、把0.0000000120用科学计数法表示为\_\_\_\_\_；

用小数表示 $3.5 \times 10^{-5} =$ \_\_\_\_\_

- 12、如图，已知 $\triangle ABE \cong \triangle DCE$ ， $AE = 2$  cm， $BE = 1.5$  cm， $\angle A = 25^\circ$ ， $\angle B = 48^\circ$ ；那么 $DE =$ \_\_\_\_\_ cm， $EC =$ \_\_\_\_\_ cm， $\angle C =$ \_\_\_\_\_°； $\angle D =$ \_\_\_\_\_°。



第12题图



第13题图

- 13、如图， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AC = DB$ ，欲使 $OB = OC$ ，可以先利用“HL”说明\_\_\_\_\_  $\cong$  \_\_\_\_\_得到 $AB = DC$ ，再利用“\_\_\_\_\_”证明 $\triangle AOB \cong$  \_\_\_\_\_得到 $OB = OC$ 。

- 14、如图，某同学把一块三角形的玻璃打碎成三片，现在他要到玻璃店去配一块完全一样形状的玻璃。那么最省事的办法是带\_\_\_\_\_去配，这样做的数学依据是\_\_\_\_\_。



第14题图

## 三、计算

## 15、分解因式

(1)  $x^2 - 4y^2$

解：原式=

(2)  $3a^2 + 6ab + 3b^2$

解：原式=

16、计算 (1)  $\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) \div \frac{m+n}{n}$

解：原式=

(2)  $2^{-1} \times 3 + |-2| \div \left(-\frac{1}{2}\right)^0 - \sqrt{\frac{1}{4}}$

解：原式=

## 17、解分式方程

(1)  $\frac{5}{x} = \frac{3}{x-2}$

解：

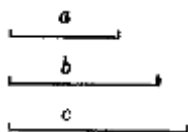
(2)  $1 - \frac{1}{x-4} = \frac{5-x}{x-4}$

解：

#### 四、画图

18、已知：如图，线段  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 。

求作： $\triangle ABC$ ，使得  $BC=a$ ， $AC=b$ ， $AB=c$ 。（保留作图痕迹，不写作法）



第 18 题图

#### 五、解答题

19、阅读下面题目的运算过程

$$\begin{aligned}\frac{x-3}{x^2-1} - \frac{2}{1+x} &= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} & \text{①} \\ &= x-3-2(x-1) \dots\dots\dots & \text{②} \\ &= x-3-2x+2 \dots\dots\dots & \text{③} \\ &= -x-1 \dots\dots\dots & \text{④}\end{aligned}$$

上述计算过程，从哪一步出现错误，写出该步代号\_\_\_\_\_。

(1) 错误的原因\_\_\_\_\_。

(2) 请你写出本题正确的计算过程：

解：

20、已知：如右图， $AB=DE$ ， $AC=DF$ ， $BE=CF$ 。

求证： $\angle A=\angle D$ 。

证明： $\because BE=CF$  ( )，

$\therefore BE+ \underline{\hspace{1cm}} = CF+ \underline{\hspace{1cm}}$  ( )，

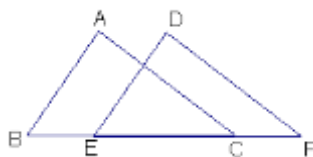
$\therefore BC= \underline{\hspace{1cm}}$ 。( )

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = \underline{\hspace{1cm}}, \\ BC = \underline{\hspace{1cm}}, \\ AC = \underline{\hspace{1cm}}, \end{cases}$$

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} \cong \underline{\hspace{1cm}}$  ( )。

$\therefore \angle A=\angle D$  ( )。



21、阅读下面的解答过程，求  $y^2+4y+8$  的最小值。

解： $y^2+4y+8=y^2+4y+4+4=(y+2)^2+4$

$\because (y+2)^2 \geq 0$  即  $(y+2)^2$  的最小值为 0

$\therefore (y+2)^2+4 \geq 4$

$\therefore y^2+4y+8$  的最小值为 4。

仿照上面的解答过程，求  $m^2+m+4$  的最小值。

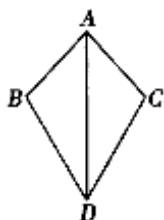
解：

22、一艘轮船在静水中的最大航速为20千米/时，它沿江以最大航速顺流航行100千米所用的时间，与以最大航速逆流航行60千米所用时间相等，江水的流速为多少？

解：设

23、已知：如图， $AB=AC$ ， $\angle BAD=\angle CAD$ 。

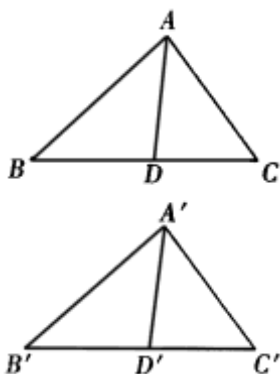
求证： $\angle B=\angle C$ 。



证明：

24、如图，已知  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ， $AD$ 、 $A'D'$  分别是  $\triangle ABC$  和  $\triangle A'B'C'$  的角平分线。

- (1) 请证明  $AD=A'D'$ ；
- (2) 把上述结论用文字叙述出来；
- (3) 你还能得出其他类似的结论吗？



(1) 证明：

文字叙述：\_\_\_\_\_

其他类似结论：\_\_\_\_\_

一、选择题(每题 2 分，共 16 分)

CCABB CBB

二、填空题（每空 2 分，三角形全等的两空算一个（下同），共 30 分）

9、 $\frac{a+2b}{16}$  10、 $\frac{1}{16}$  4  $\frac{8b^3}{a^3}$  11、 $1.20 \times 10^{-9}$   $0.000035$

12、 $DE = 2$  cm,  $EC = 1.5$  cm,  $\angle C = 48^\circ$  ;  $\angle D = 25^\circ$

13、 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  得到  $AB = DC$  , 再利用 “AAS” 证明  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$  得到  $OB = OC$  .

14、③ 两角及夹边分别对应相等的两个三角形全等

五、计算

15、分解因式（每题 2 分，共 4 分）

(1)  $x^2 - 4y^2$

(2)  $3a^2 + 6ab + 3b^2$

解：原式  $= x^2 - (2y)^2$

解：原式  $= 3(a^2 + 2ab + b^2)$

$= (x + 2y)(x - 2y)$

$= 3(a + b)^2$

16、计算 (1) (3 分)  $(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}) \div \frac{m+n}{n}$  (2) (5 分)  $2^{-1} \times 3 + |-2| \div (-\frac{1}{2})^0 - \sqrt{\frac{1}{4}}$

解：原式  $= (\frac{n}{mn} + \frac{m}{mn}) \times \frac{n}{m+n}$

解：原式  $= \frac{1}{2} \times 3 + 2 \div 1 - \frac{1}{2}$

$= \frac{m+n}{mn} \times \frac{n}{m+n}$

$= \frac{3}{2} + 2 - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{m}$

$= 3$

17、解分式方程（每题 4 分，共 8 分）

(1)  $\frac{5}{x} = \frac{3}{x-2}$

(2)  $1 - \frac{1}{x-4} = \frac{5-x}{x-4}$

解：最简公分母是  $x(x-2)$

解：最简公分母是  $x-4$

$$\frac{5}{x} \cdot x(x-2) = \frac{3}{x-2} \cdot x(x-2) \quad 1 \times (x-4) - \frac{1}{x-4} \cdot (x-4) = \frac{5-x}{x-4} \cdot (x-4)$$

$$5(x-2) = 3x$$

$$x-4-1=5-x$$

$$5x-10=3x$$

$$x+x=5+4+1$$

$$5x-3x=10$$

$$2x=10$$

$$2x=10$$

$$x=5$$

$$x=5$$

检验：把  $x=5$  代入  $x-4=5-4 \neq 0$

检验：把  $x=5$  代入  $x(x-2)=5 \times 3 \neq 0$

$\therefore x=5$  是原方程的解。

$\therefore x=5$  是原方程的解。

六、画图（3分，每个痕迹1分）

18、（略）

五、解答题

19、（4分）错误步代号 ②。

（3） 错误的原因 同分母分式加减法法则是分母不变，不是去分母。

（4） 请你写出本题正确的计算过程：

$$\begin{aligned} \frac{x-3}{x^2-1} - \frac{2}{1+x} &= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x-3-2(x-1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x-3-2x+2}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{-x-1}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{-(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= -\frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

20、（每空1分，共11分）

$\because BE=CF$ （已知），

$\therefore BE + \underline{EC} = CF + \underline{EC}$ （等式性质），



$\therefore BC = EF$ . ( 如图 )

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,

$$\begin{cases} AB = DE \\ BC = EF \\ AC = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SSS).

$\therefore \angle A = \angle D$  ( 全等三角形对应角相等 ).

21、(4 分)  $m^2 + m + 4 = m^2 + 2m \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}$

$$= \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}$$

$$\therefore \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \text{ 即 } \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \text{ 的最小值为 } 0$$

$$\therefore \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4}$$

$$\therefore m^2 + m + 4 \text{ 的最小值为 } \frac{15}{4}$$

22、(4 分) 设江水流速  $x$  千米/时, 则顺流航速  $(20+x)$  千米/时, 逆流航速  $(20-x)$  千米/时

$$\frac{100}{20+x} = \frac{60}{20-x}$$

最简公分母是  $(20+x)(20-x)$

$$\frac{100}{20+x} \cdot (20+x)(20-x) = \frac{60}{20-x} \cdot (20+x)(20-x)$$

$$100(20-x) = 60(20+x)$$

$$5(20-x) = 3(20+x)$$

$$100 - 5x = 60 + 3x$$

$$-5x - 3x = 60 - 100$$

$$-8x = -40$$

$$x = 5$$

检验：把  $x = 5$  代入  $(20+x)(20-x) = 25 \times 15 \neq 0$

$\therefore x = 5$  是原方程的解。

答：江水流速 5 千米/时。

23、(3 分) 证明：在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中

$$\begin{cases} AB = AC (\text{已知}) \\ \angle BAD = \angle CAD (\text{已知}) \\ AD = AD (\text{公共边}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$  (SAS)

$\therefore \angle B = \angle C$  (全等三角形对应角相等)

24、(5 分) (1) 证明： $\because \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$  (已知)

$$\angle BAC = \angle B'A'C'$$

$$\therefore \angle B = \angle B' \quad (\text{全等三角形对应边、对应角相等})$$

$$AB = A'B'$$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \angle B'A'C' \quad (\text{等式性质})$$

$\therefore AD$ 、 $A'D'$  分别是  $\triangle ABC$  和  $\triangle A'B'C'$  的角平分线（已知）

$$\begin{aligned} \angle BAD &= \frac{1}{2} \angle BAC \\ \therefore \quad \angle B'A'D' &= \frac{1}{2} \angle B'A'C' \end{aligned} \quad (\text{角平分线定义})$$

$$\therefore \angle BAD = \angle B'A'D' \quad (\text{等量代换})$$

在  $\triangle BAD$  和  $\triangle B'A'D'$  中

$$\begin{cases} \angle B = \angle B' \quad (\text{已证}) \\ AB = A'B' \quad (\text{已证}) \\ \angle BAD = \angle B'A'D' \quad (\text{已证}) \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle B'A'D' \quad (\text{ASA})$$

$$\therefore AD = A'D' \quad (\text{全等三角形对应边相等})$$

文字叙述：全等三角形对应角的平分线相等。

其他类似结论：全等三角形对应边上中线相等；全等三角形对应边上高线相等。