

# 平谷区 2014——2015 学年度第二学期质量监控试卷

## 初 二 数 学

2015 年 7 月

考生须知

1. 试卷分为试题和答题卡两部分，共 8 页，所有试题均在答题卡上作答。  
满分 120 分，考试时间 100 分钟。
2. 答题前，在答题卡上考生务必将自己的考试编号、姓名填写清楚。
3. 把选择题的所选选项填涂在答题卡上作图题用 2B 铅笔。
4. 修改时，用塑料橡皮擦干净，不得使用涂改液。请保持卡面清洁，不要折叠。
5. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

### 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

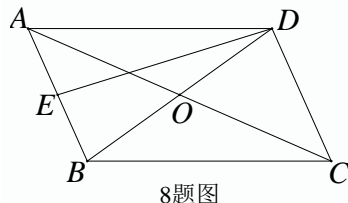
1. 在平面直角坐标系中，点  $P(2, -1)$  关于  $y$  轴对称的点  $Q$  的坐标为  
A.  $(-2, -1)$     B.  $(-2, 1)$     C.  $(2, 1)$     D.  $(1, -2)$
2. 多边形的每个内角均为  $120^\circ$ ，则这个多边形的边数是  
A. 4    B. 5    C. 6    D. 8
3. 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是  
A. 等边三角形    B. 平行四边形    C. 菱形    D. 五角星
4. 在  $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分别为  $AB$ 、 $AC$  边上中点，且  $DE=6$ ，则  $BC$  的长度是  
A. 3    B. 6    C. 9    D. 12
5. 若  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - 2x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则  $k$  的取值范围是  
A.  $k \leq -1$  且  $k \neq 0$     B.  $k < -1$  且  $k \neq 0$     C.  $k \geq -1$  且  $k \neq 0$     D.  $k > -1$  且  $k \neq 0$
6. 在四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  互相平分，若添加一个条件使得四边形  $ABCD$  是矩形，则这个条件可以是  
A.  $\angle ABC = 90^\circ$     B.  $AC \perp BD$     C.  $AB = CD$     D.  $AB \parallel CD$
7. 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩统计如表。如果从这四位同学中，选出一位成绩较好且状态稳定的同学参加全国数学联赛，那么应选

	甲	乙	丙	丁
平均数	80	85	85	80
方差	42	42	54	59

- A. 甲    B. 乙    C. 丙    D. 丁

8. 如图，平行四边形  $ABCD$  的两条对角线相交于点  $O$ ，点  $E$  是  $AB$  边的中点，图中已有三角形与  $\triangle ADE$  面积相等的三角形（不包括  $\triangle ADE$ ）共有（    ）个

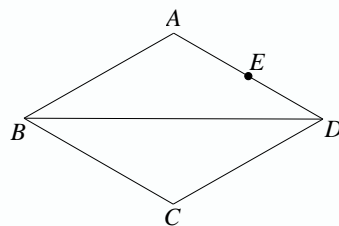
- A. 3    B. 4    C. 5    D. 6



8题图

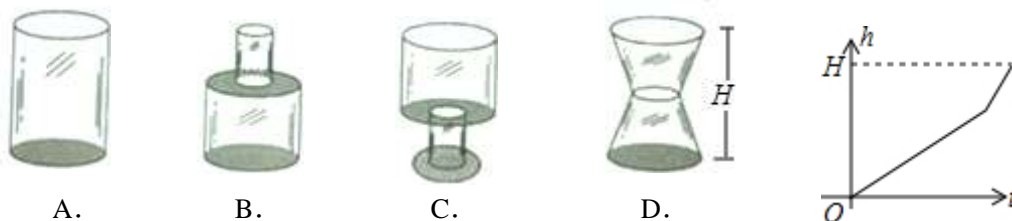
9. 如图，在菱形  $ABCD$  中， $AB=4$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ， $E$  为  $AD$  中点， $P$  为对角线  $BD$  上一动点，连结  $PA$  和  $PE$ ，则  $PA+PE$  的值最小是

- A. 2    B. 4    C.  $\sqrt{3}$     D.  $2\sqrt{3}$



9题图

10. 均匀地向一个瓶子注水，最后把瓶子注满．在注水过程中，水面高度  $h$  随时间  $t$  的变化规律如图所示，则这个瓶子的形状是下列的



## 二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 函数  $y = \sqrt{x+2}$  中自变量的取值范围是\_\_\_\_\_.

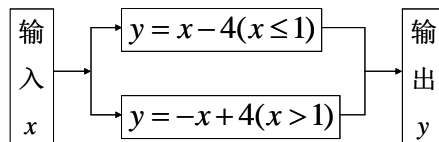
12. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3mx - 4 = 0$  的一个解为 1，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 若一次函数  $y = -2x + 3$  的图象经过点  $P_1(-5, m)$  和点  $P_2(1, n)$ ，则  $m$  \_\_\_\_\_  $n$ .

(用“>”、“<”或“=”填空)

14. 在  $\square ABCD$  中， $\angle ABC$  的平分线交直线  $AD$  于点  $E$ ，且  $AE=5$ ， $ED=2$ ，则  $\square ABCD$  的周长是\_\_\_\_\_.

15. 根据右图中的程序，当输入一元二次方程  $x^2 - 2x = 0$  的解  $x$  时，输出结果  $y =$ \_\_\_\_\_.



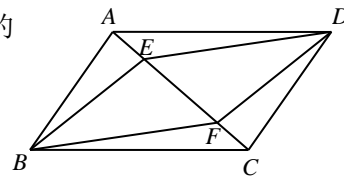
16. 在平面直角坐标系中，点  $A(2, 0)$  到动点  $P(x, x+2)$  的最短距离是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题：（本题共 32 分，其中 17-20 题每小题 5 分，21 题和 22 题每小题 6 分）

17. 解一元二次方程  $3x^2 + 2x - 5 = 0$

18. 用配方法解方程  $2x^2 + 4x - 6 = 0$

19. 已知：如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  是对角线  $AC$  上的两点，且  $AE=CF$ ．求证：四边形  $BFDE$  是平行四边形．

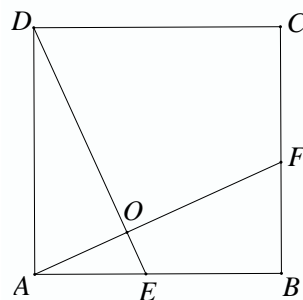


20. 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象经过点  $(1, -3)$ ，且与  $y = 2x$  平行，求这个一次函数表达式．

21. 关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - (2k-2)x + (k-2) = 0 (k \neq 0)$ ．

- (1) 求证：无论  $k$  取何值时，方程总有两个不相等的实数根．  
(2) 当  $k$  取何整数时方程有整数根．

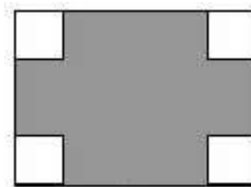
22. 如图，在正方形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  分别为  $AB$ 、 $BC$  上的点，且  $AE=BF$ ，连结  $DE$ 、 $AF$ ，猜想  $DE$ 、 $AF$  的关系并证明．



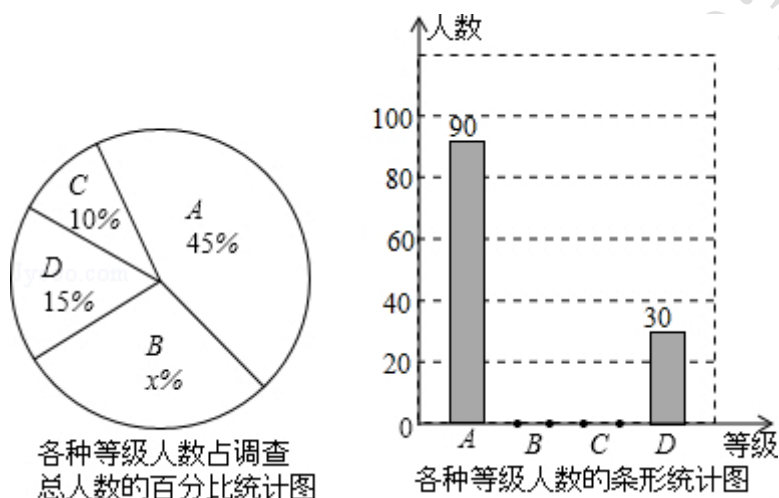
#### 四、解答题（本题共 22 分，其中 23-24 题每小题 5 分，25-26 题每小题 6 分）

##### 23. 列方程解应用题

已知：如图，在长为 10cm，宽为 8cm 的矩形的四个角上截去四个全等的小正方形，使得留下的图形（图中阴影部分）面积是原矩形面积的 80%，求所截去小正方形的边长。

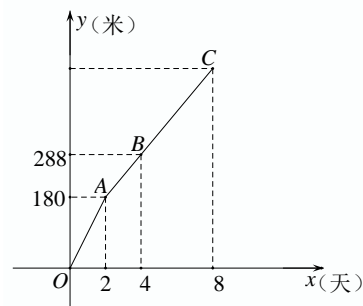


24. 某中学积极组织学生开展课外阅读活动，为了解本校学生每周课外阅读的时间量  $t$ （单位：小时），采用随机抽样的方法抽取部分学生进行了问卷调查，调查结果按  $0 \leq t < 2$ ， $2 \leq t < 3$ ， $3 \leq t < 4$ ， $t \geq 4$  分为四个等级，并分别用 A、B、C、D 表示，根据调查结果统计数据绘制成了如图所示的两幅不完整的统计图，由图中给出的信息解答下列问题：



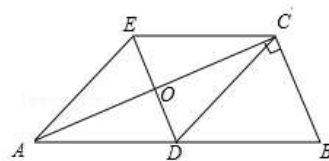
- (1) 求  $x$  的值；
- (2) 求此次抽查的样本容量，并将不完整的条形统计图补充完整；
- (3) 若该校共有学生 2500 人，试估计每周课外阅读时间量满足  $2 \leq t < 4$  的人数。

25. 如图，是某工程队在“村村通”工程中修筑的公路长度  $y$ （米）与时间  $x$ （天）（其中  $0 \leq x \leq 8$ ）之间的关系图象。根据图象提供的信息，求该公路的长。



26. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle BCA = 90^\circ$ ， $CD$  是边  $AB$  上的中线，分别过点  $C$ ， $D$  作  $BA$  和  $BC$  的平行线，两线交于点  $E$ ，且  $DE$  交  $AC$  于点  $O$ ，连接  $AE$ 。

- (1) 求证：四边形  $ADCE$  是菱形；
- (2) 若  $\angle B = 60^\circ$ ， $BC = 6$ ，求四边形  $ADCE$  的面积。

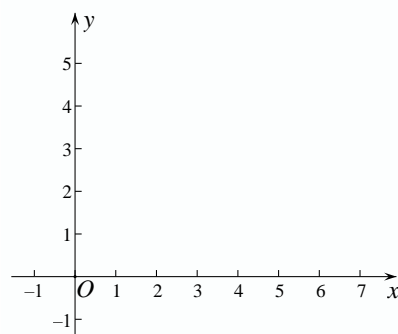


## 五、解答题（本题共 18 分，每小题 6 分）

27. 已知，在平面直角坐标系中， $O$  为坐标原点，四边形  $OABC$  是矩形，点  $A$ 、 $C$  的坐标分别为  $A(10, 0)$ 、 $C(0, 4)$ ，点  $D$  是  $OA$  的中点，点  $P$  在  $BC$  边上运动，当  $\triangle ODP$  是腰长为 5 的等腰三角形时，求点  $P$  的坐标。

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(0, 4)$ ， $B(3, 0)$ ，以  $AB$  为边在第一象限内做正方形  $ABCD$ ，直线  $l: y = kx + 3$ 。

- (1) 当直线  $l$  经过  $D$  点时，求点  $D$  的坐标及  $k$  的值；
- (2) 当直线  $l$  与正方形有两个交点时，直接写出  $k$  的取值范围。



## 29. 阅读下面材料：

小明遇到这样一个问题：如图 1，在  $\triangle ABC$  中， $D$  为  $BC$  中点， $E$ 、 $F$  分别为  $AB$ 、 $AC$  上一点，且  $ED \perp DF$ ，求证： $BE + CF > EF$ 。

小明发现，延长  $FD$  到点  $H$ ，使  $DH = FD$ ，连结  $BH$ 、 $EH$ ，构造  $\triangle BDH$  和  $\triangle EFD$ ，通过证明  $\triangle BDH$  与  $\triangle CDF$  全等、 $\triangle EFH$  为等腰三角形，利用  $\triangle BEH$  使问题得以解决（如图 2）。

**参考小明思考问题的方法，解决问题：**

如图 3，在矩形  $ABCD$  中， $O$  为对角线  $AC$  中点，将矩形  $ABCD$  翻折，使点  $B$  恰好与点  $O$  重合， $EF$  为折痕，猜想  $EF$ 、 $BE$ 、 $FC$  之间的数量关系？并证明你的猜想。

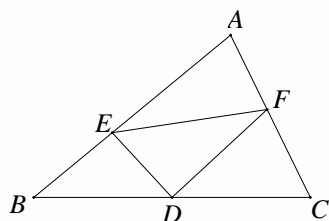


图1

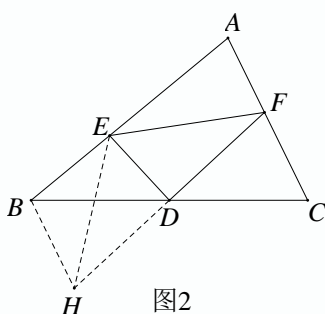


图2

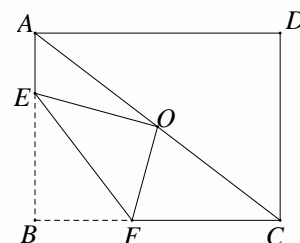


图3

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	C	D	D	A	B	C	D	B

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$x \geq -2$	-1	$>$	24 或 16	-4 或 2	$2\sqrt{2}$

三、解答题：（本题共 32 分，其中 17-20 题每小题 5 分，21 题和 22 题每小题 6 分）

17. 解：这里  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $c = -5$ ,

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 3 \times (-5) = 64 > 0, \text{-----} 2 \text{ 分}$$

$$\text{代入求根公式, 得 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6} \text{-----} 3 \text{ 分}$$

$$\text{所以方程的解为 } x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{3}. \text{-----} 5 \text{ 分}$$

18. 解：  $2x^2 + 4x - 6 = 0$

方程两边同时除以 2, 得  $x^2 + 2x - 3 = 0$ . -----1 分

移常数项, 得  $x^2 + 2x = 3$ . -----2 分

配方, 得  $x^2 + 2x + 1 = 3 + 1$

$$(x+1)^2 = 4. \text{-----} 3 \text{ 分}$$

开平方, 得  $x+1 = \pm 2$ . -----4 分

所以, 原方程的解为  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -3$ . -----5 分

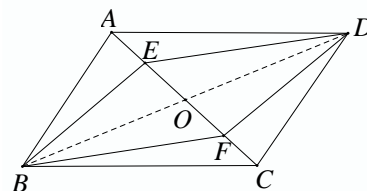
19. 证明：连结  $BD$ . -----1 分

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AO = CO, BO = DO. \text{-----} 3 \text{ 分}$$

$$\text{又} \because AE = CF, \therefore EO = FO. \text{-----} 4 \text{ 分}$$

$\therefore$  四边形  $BFDE$  是平行四边形. -----5 分



20. 解：因为一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象与  $y = 2x$  平行,  $\therefore k = 2$ . -----2 分

则一次函数  $y = 2x + b$  的图象经过点  $(1, -3)$ . -----3 分

把  $x=1, y=-3$  代入  $y = 2x + b$  中, 得  $b = -5$ . -----4 分

所以, 所求的一次函数表达式为  $y = 2x - 5$ . -----5 分

21. (1) 证明: 这里  $a = k, b = -(2k - 2), c = k - 2$  -----1 分

$$\Delta = b^2 - 4ac = [-(2k - 2)]^2 - 4k \times (k - 2)$$

$$= 4k^2 - 8k + 4 - 4k^2 + 8k = 4 > 0$$
 -----2 分

$\therefore$  无论  $k$  取何值时, 方程总有两个不相等的实数根. -----3 分

(2) 解: 方程  $kx^2 - (2k - 2)x + (k - 2) = 0 (k \neq 0)$  的解为:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2k - 2 \pm \sqrt{4}}{2k}$$

$$\text{整理, 得 } x_1 = 1, x_2 = \frac{k - 2}{k}. \text{ -----4 分}$$

在方程的两个根中,  $x_1 = 1$  是整数,  $\therefore x_2 = \frac{k - 2}{k}$  为整数,

$$x_2 = \frac{k - 2}{k} = 1 - \frac{2}{k}, \text{ -----5 分}$$

$\therefore k$  为整数,  $\therefore$  当  $k$  为  $\pm 1$  和  $\pm 2$  时方程有整数根. -----6 分

22. 猜想:  $DE = AF$  且  $DE \perp AF$ . -----2 分

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore AB = AD = BC, \angle A = \angle B = 90^\circ.$$

$$\therefore AE = BF,$$

$$\therefore \triangle DAE \cong \triangle ABF. \text{ -----3 分}$$

$$\therefore DE = AF. \text{ -----4 分}$$

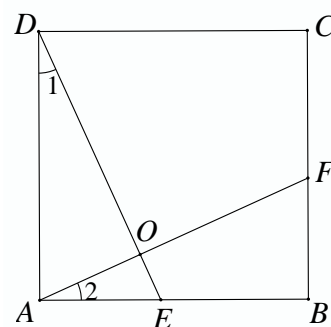
$$\angle 1 = \angle 2.$$

$$\text{又 } \because \angle 1 + \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle AED = 90^\circ. \text{ -----5 分}$$

$$\therefore \angle AOE + \angle 2 + \angle AED = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ. \text{ 即 } DE \perp AF. \text{ -----6 分}$$



四、解答题 (本题共 22 分, 其中 23-24 题每小题 5 分, 25-26 题每小题 6 分)

23. 设小正方形的边长为  $x\text{cm}$ . -----1 分

依题意, 得  $10 \times 8 - 4x^2 = 10 \times 8 \times 80\%$  -----3 分

解得  $x = \pm 2$ . 当  $x = -2$  时不符合实际意义, 故舍去.

$\therefore x = 2$  -----4 分

答: 小正方形的边长是  $2\text{cm}$ . -----5 分

24. 解:

(1)  $\because x\% + 15\% + 10\% + 45\% = 1$ ,

$\therefore x = 30$ ; -----1 分

(2) 样本容量为  $90 \div 45\% = 200$  (人). -----2 分

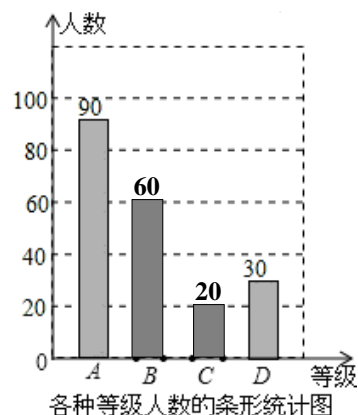
B 等级人数  $= 200 \times 30\% = 60$  (人); -----3 分

C 等级人数  $= 200 \times 10\% = 20$  (人). -----4 分

(3)  $2500 \times (10\% + 30\%) = 1000$  (人),

$\therefore$  估计每周课外阅读时间量满足  $2 \leq t < 4$  的人数为 1000 人.

-----5 分



25. 解: 由图象可以看出  $A(2, 180)$ 、 $B(4, 288)$ . -----1 分

设直线  $AB$  的函数表达式为  $y = kx + b$ . -----2 分

把  $A(2, 180)$ 、 $B(4, 288)$  代入  $y = kx + b$  中, 得

$$\begin{cases} 2k + b = 180 \\ 4k + b = 288 \end{cases} \text{ -----3 分}$$

解得  $\begin{cases} k = 54 \\ b = 72 \end{cases}$  -----4 分

$\therefore y = 504x + 72$ .

当  $x = 8$  时,  $y = 504 \times 8 + 72 = 504$ . -----5 分

答: 该公路长 504 米. -----6 分

方法二:

$(288 - 180) \div (4 - 2) = 54$ ; -----2 分

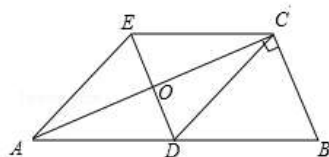
$54 \times (8 - 4) = 216$ ; -----4 分

$216 + 288 = 504$ . -----5 分

答: 该公路长 504 米. -----6 分

26. (1) 证明:  $\because DE \parallel BC, EC \parallel AB$ ,

初二数学试卷第 7 页 共



∴ 四边形  $DBCE$  是平行四边形. -----1 分

∴  $EC \parallel DB$ , 且  $EC = DB$ .

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $CD$  为  $AB$  边上的中线,

∴  $AD = DB = CD$ .

∴  $EC = AD$ .

∴ 四边形  $ADCE$  是平行四边形. -----2 分

∴  $ED \parallel BC$ .

∴  $\angle AOD = \angle ACB$ .

∵  $\angle ACB = 90^\circ$ ,

∴  $\angle AOD = \angle ACB = 90^\circ$ .

∴ 平行四边形  $ADCE$  是菱形. -----3 分

(2) 解:  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $CD$  为  $AB$  边上的中线,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $BC = 6$ ,

∴  $AD = DB = CD = 6$ .

∴  $AB = 12$ , 由勾股定理得  $AC = 6\sqrt{3}$ . -----4 分

∵ 四边形  $DBCE$  是平行四边形,

∴  $DE = BC = 6$ . -----5 分

∴  $S_{\text{菱形}ADCE} = \frac{AC \cdot ED}{2} = \frac{6\sqrt{3} \times 6}{2} = 18\sqrt{3}$ . -----6 分

## 五、解答题 (本题共 18 分, 每小题 6 分)

27. 解: 由题可知  $D(5, 0)$ ,  $CO = 5$ .

当  $\triangle ODP$  是腰长为 5 的等腰三角形时,  
分三种情况讨论:

① 当  $PD = OD = 5$  时, 以  $D$  为圆心 5 为半径画圆, 与  $BC$  边有两个交点, 如图中点  $P_1$ 、 $P_2$ .

作  $P_1H_1 \perp OA$  于点  $H_1$ , 则  $CO = P_1H_1 = 5$ .

由勾股定理得  $H_1D = 3$ . ∴  $OH_1 = 2$ .

∴  $P_1(2, 4)$ . -----3 分.

同理求得  $P_2(8, 4)$ . -----4 分

② 当  $OP = OD = 5$  时, 以  $O$  为圆心 5 为半径画圆, 与  $BC$  边有一个交点, 如图中  $P_3$  点,

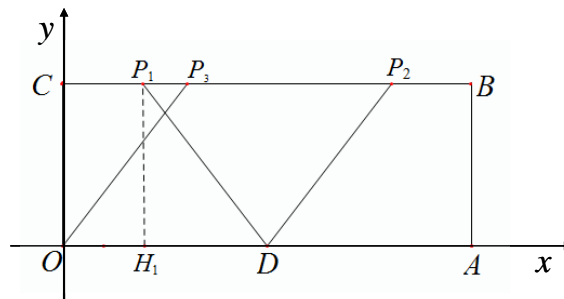
用与①同样的方法求得  $P_3(3, 4)$ . -----5 分

③ 当  $OP = PD$  时, 即  $OD$  为底边, 此时点  $P$  在  $OD$  的中垂线上, 设  $OD$  的中垂线与  $BC$  交

点为  $P_4$ , 此时,  $OP_4 = \frac{\sqrt{89}}{4} \neq 5$ . ∴ 这种情况不存在. -----6 分

综上所述, 满足条件的  $P$  点有三个:  $P_1(2, 4)$ 、 $P_2(8, 4)$ 、 $P_3(3, 4)$ .

28. (1) 如图, 过  $D$  点作  $DE \perp y$  轴,





则  $\angle AED = \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ .

在正方形  $ABCD$  中,  $\angle DAB = 90^\circ$ ,  $AD=AB$ .

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3.$$

又  $\because \angle AOB = \angle AED = 90^\circ$ ,

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BOA. \text{-----2 分}$$

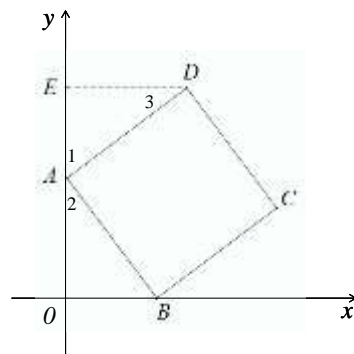
$$\therefore DE=AO=4, AE=OB=3.$$

$$\therefore OE=7, \text{-----3 分}$$

$$\therefore D \text{ 点坐标为}(4,7). \text{-----4 分}$$

把  $D(4,7)$  代入  $y=kx+3$ , 得  $k=1$ . -----5 分

(2)  $k > -1$ . -----6 分



29. 猜想:  $EF^2 = AE^2 + CF^2$

证明: 延长  $EO$  交  $CD$  于点  $H$ , 连结  $FH$ .

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形.  $\therefore AB \parallel DC$ .  $\angle B = 90^\circ$

$$\therefore \angle EAO = \angle HCO.$$

$\because O$  为对角线  $AC$  中点,

$$\therefore AO=CO.$$

$$\therefore \angle BOE = \angle COH$$

$$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CHO.$$

$$\therefore EO=HO, CH=AE. \text{-----2 分}$$

由题意可知  $\triangle EFO \cong \triangle FHB$ .

$$\therefore \angle EOF = \angle B = 90^\circ.$$

$\therefore OF$  垂直平分  $EH$ .

$$\therefore FH=EF. \text{-----4 分}$$

在  $\triangle FCH$  中, 由勾股定理得  $FH^2 = CH^2 + FC^2$ . -----5 分

$$\therefore EF^2 = AE^2 + CF^2. \text{-----6 分}$$

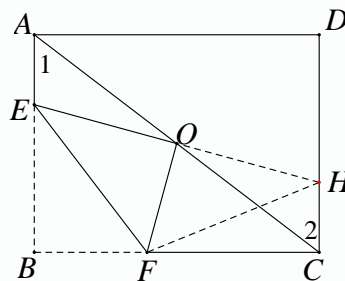


图3