

# 北京一六第一中学 2016—2017 学年度第一学期期中考试 初二数学试题

班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_

考生须知

1. 本试卷共 4 页，考试时间 100 分钟。试卷由主卷和附加卷组成，主卷部分满分 100 分，附加卷部分满分 20 分。
2. 试卷答案一律书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
3. 在答题纸上，用黑色字迹钢笔或签字笔作答。
4. 考试结束后，将答题纸交回。

## 第 I 卷（主卷部分，共 100 分）

### 一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 计算  $4^{-2}$  的结果是

- A.  $-16$       B.  $-\frac{1}{8}$       C.  $\frac{1}{16}$       D.  $-\frac{1}{16}$

2. 下列分式中，是最简分式的是

- A.  $\frac{xy}{x^2}$       B.  $\frac{2}{2x-2y}$       C.  $\frac{x+y}{x^2-y^2}$       D.  $\frac{2x}{x+2}$

3. 在下列分解因式的过程中，分解因式正确的

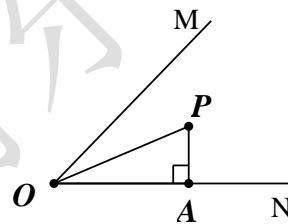
- A.  $-xz + yz = -z(x + y)$       B.  $3a^2b - 2ab^2 + ab = ab(3a - 2b)$   
C.  $6xy^2 - 8y^3 = 2y^2(3x - 4y)$       D.  $x^2 + 3x - 4 = (x + 2)(x - 2) + 3x$

4. 如图， $OP$  平分  $\angle MON$ ， $PA \perp ON$  于点  $A$ ，点  $Q$  是射线  $OM$  上的一个动点，若  $PA=2$ ，则  $PQ$  的最小值为

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

5. 若分式  $\frac{x^2-1}{x-1}$  的值为 0，则  $x$  的值为

- A.  $x = -1$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = \pm 1$ .      D.  $x \neq 1$ .



6. 根据下列已知条件，能画出唯一的  $\triangle ABC$  的是

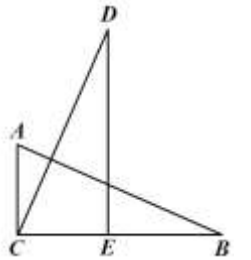
- A.  $AB=3$ ,  $BC=4$ ,  $CA=8$       B.  $AB=4$ ,  $BC=3$ ,  $\angle A=30^\circ$   
C.  $\angle A=60^\circ$ ,  $\angle B=45^\circ$ ,  $AB=4$       D.  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB=6$

7. 下列各式中，正确的是

- A.  $\frac{b}{a+2b} = \frac{1}{a+2}$       B.  $\frac{b}{a} = \frac{b+2}{a+2}$   
C.  $\frac{-a+b}{c} = -\frac{a+b}{c}$       D.  $\frac{a+2}{a-2} = \frac{a^2-4}{(a-2)^2}$

8. 如图，在  $\triangle ABC$  和  $\triangle CDE$  中，若  $\angle ACB = \angle CED = 90^\circ$ ,  $AB=CD$ ,  $BC=DE$ ，则下列结论中不正确的是

- A.  $\triangle ABC \cong \triangle CDE$       B.  $E$  为  $BC$  中点  
C.  $AB \perp CD$       D.  $CE=AC$



9. 某施工队要铺设一条长为 1500 米的管道，为了减少施工对交通造成的影响，施工队实际的工作效率比原计划提高了 20%，结果比原计划提前 2 天完成任务。若设施工队原计划每天铺设管道  $x$  米，则根据题意所列方程正确的是

- A.  $\frac{1500}{(1-20\%)x} - \frac{1500}{x} = 2$       B.  $\frac{1500}{x} = 2 + \frac{1500}{(1-20\%)x}$   
C.  $\frac{1500}{(1+20\%)x} - \frac{1500}{x} = 2$       D.  $\frac{1500}{x} = 2 + \frac{1500}{(1+20\%)x}$

10. 已知  $x = a^2 + b^2 + 20$ ,  $y = 4(2b - a)$ ,  $x$  与  $y$  的大小关系是

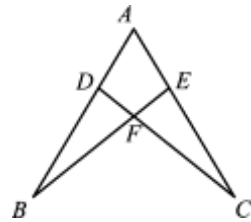
- A.  $x \geq y$       B.  $x \leq y$       C.  $x < y$       D.  $x > y$

## 二、填空题（本大题共 7 道小题，第 11-16 题每小题 2 分，第 17 题 4 分，共 16 分）

11. 若分式  $\frac{1}{x-3}$  有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

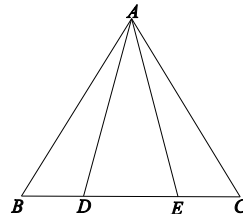
12. 如图， $AB=AC$ ，点  $D, E$  分别在  $AB, AC$  上， $CD, BE$  交于点  $F$ ，

只添加一个条件使  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，添加的条件是：\_\_\_\_\_.



13. 计算： $\left(-\frac{2b}{5a^3}\right)^2 =$ \_\_\_\_\_.

14. 如图， $B, D, E, C$  四点共线，且  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，若  $\angle AEC = 105^\circ$ ，则  $\angle DAE =$ \_\_\_\_\_.



15. 已知  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$ ，则分式  $\frac{3x+2xy-3y}{x-2xy-y}$  的值等于\_\_\_\_\_.

16.  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  是物理学中的一个公式，其中各个字母都不为零且  $R_1 + R_2 \neq 0$ . 用

$R_1, R_2$  表示  $R$ ，则  $R =$ \_\_\_\_\_.

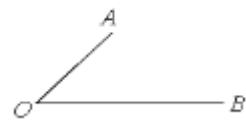
17. 阅读下面材料：

数学课上，老师提出如下问题：

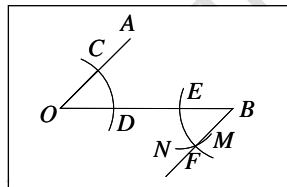
尺规作图：作一角等于已知角.

已知： $\angle AOB$ .

求作： $\angle FBE$ ，使得  $\angle FBE = \angle AOB$ .



小明解答如图所示：



老师说：“小明作法正确.”

请回答：(1) 小明的作图依据是\_\_\_\_\_；

(2) 他所画的痕迹弧  $MN$  是以点\_\_\_\_\_为圆心，\_\_\_\_\_为半径的弧.

## 三、解答题（本大题共 4 道小题，其中 18-20 每小题 8 分，21 题 5 分，共 29 分）

18. 分解因式：(1)  $6p(p+q) - 4q(p+q)$  (2)  $ab^2 - 4ab + 4a$

19. 计算：(1)  $\frac{4a^4b^2}{5c^3} \div \frac{8a^2b^2}{15c^2}$  (2)  $\frac{6}{a^2-9} + \frac{1}{a+3}$

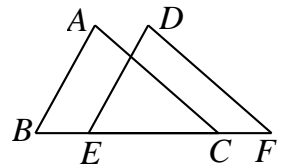
20. 解方程：(1)  $\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25}$  (2)  $\frac{1}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 2$ .

21. 先化简： $\left(a - \frac{2a-1}{a}\right) \div \frac{1-a^2}{a^2+a}$ ，然后从  $-1, 0, 1, 2$  中选一个你认为合适的  $a$  值，

代入求值.

## 四、解答题（本大题共 5 道小题，每小题 5 分，共 25 分）

22. 已知：如图， $E, C$  是  $BF$  上两点，且  $AB \parallel DE$ ， $BE = FC$ ， $\angle A = \angle D$ . 求证： $AC = DF$ .

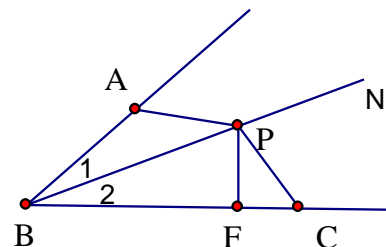


23. 北京时间 2015 年 7 月 31 日，国际奥委会主席巴赫宣布：中国北京获得 2022 年第 24 届冬季奥林匹克运动会举办权. 北京也创造历史，成为第一个既举办过夏奥会又举办冬奥会的城市，张家口也成为本届冬奥会的协办城市. 近期，新建北京至张家口铁路可行性研究报告已经获得国家发改委批复，同意新建北京至张家口铁路，铁路全长约 180 千米. 按照设计，京张高铁列车的平均行驶速度是普通快车的 1.5 倍，用时比普通快车用时少了 20 分钟，求高铁列车的平均行驶速度.

24. 已知：如图， $\angle 1 = \angle 2$ ，P 为 BN 上的一点， $PF \perp BC$  于 F， $PA = PC$ ，

(1) 求证： $\angle PCB + \angle BAP = 180^\circ$

(2) 线段 BF、线段 BC、线段 AB 之间有何数量关系？  
写出你的猜想及证明思路。



25. 阅读下面材料：

一个含有多个字母的式子中，如果任意交换两个字母的位置，式子的值都不变，这样的式子就叫做对称式。例如： $a + b + c, abc, a^2 + b^2, \dots$

含有两个字母  $a, b$  的对称式的基本对称式是  $a + b$  和  $ab$ ，像  $a^2 + b^2, (a + 2)(b + 2)$  等

对称式都可以用  $a + b$  和  $ab$  表示，例如： $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ 。

请根据以上材料解决下列问题：

(1) 式子①  $a^2 b^2$  ②  $a^2 - b^2$  ③  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  中，属于对称式的是\_\_\_\_\_ (填序号)；

(2) 已知  $(x + a)(x + b) = x^2 + mx + n$ 。

①若  $m = -2, n = \frac{1}{2}$ ，求对称式  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$  的值；

②若  $n = -4$ ，直接写出对称式  $\frac{a^4 + 1}{a^2} + \frac{b^4 + 1}{b^2}$  的最小值。

26. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $BC = AC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 为射线 AB 上一点，连接 CD，过点 C 作线段 CD 的垂线  $l$ ，在直线  $l$  上，分别在点 C 的两侧截取与线段 CD 相等的线段 CE 和 CF，连接 AE、BF。

(1) 当点 D 在线段 AB 上时 (点 D 不与点 A、B 重合)，如图 1，

①请你将图形补充完整；

②线段 BF、AD 所在直线的位置关系为\_\_\_\_\_，线段 BF、AD 的数量关系为\_\_\_\_\_；

(2) 当点 D 在线段 AB 的延长线上时，如图 2，

①请你将图形补充完整；

②在 (1) 中②问的结论是否仍然成立？如果成立请进行证明，如果不成立，请说明理由。

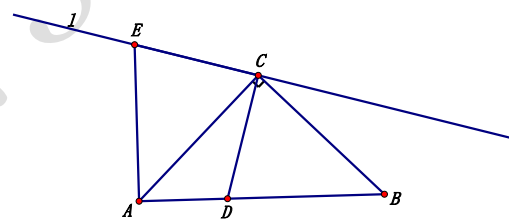


图 1

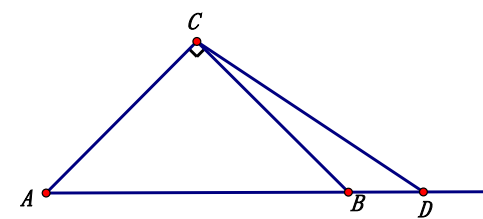


图 2

第 II 卷（附加卷部分，共 20 分）

一、填空题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

1. 观察下列等式：

第一个等式： $a_1 = \frac{3}{1 \times 2 \times 2^2} = \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 2^2}$ ； 第二个等式： $a_2 = \frac{4}{2 \times 3 \times 2^3} = \frac{1}{2 \times 2^2} - \frac{1}{3 \times 2^3}$ ；

第三个等式： $a_3 = \frac{5}{3 \times 4 \times 2^4} = \frac{1}{3 \times 2^3} - \frac{1}{4 \times 2^4}$ ； 第四个等式： $a_4 = \frac{6}{4 \times 5 \times 2^5} = \frac{1}{4 \times 2^4} - \frac{1}{5 \times 2^5}$ 。

按上述规律，回答以下问题：

(1) 则第六个等式： $a_6 =$ \_\_\_\_\_；

(2) 用含  $n$  的代数式表示第  $n$  个等式：

$a_n =$ \_\_\_\_\_。

2. 阅读下列材料

通过小学的学习我们知道，分数可分为“真分数”和“假分数”。而假分数都可化为

带分数，如： $\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$ 。

我们定义：在分式中，对于只含有一个字母的分式，当分子的次数大于或等于分母的次数时，我们称之为“假分式”；当分子的次数小于分母的次数时，我们称之为“真分式”。

如： $\frac{x-1}{x+1}$ ， $\frac{x^2}{x-1}$  这样的分式就是假分式；再如： $\frac{3}{x+1}$ ， $\frac{2x}{x^2+1}$  这样的分式就是真分式。

类似的，假分式也可以化为带分式（即：整式与真分式的和的形式）。

如： $\frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ ；

再如： $\frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2-1+1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)+1}{x-1} = x+1 + \frac{1}{x-1}$ 。

解决下列问题：

(1) 分式  $\frac{2}{x}$  是\_\_\_\_\_分式（填“真分式”或“假分式”）；

(2) 假分式  $\frac{x-1}{x+2}$  可化为带分式\_\_\_\_\_的形式；

(3) 如果分式  $\frac{2x-1}{x+1}$  的值为整数，那么  $x$  的整数值为\_\_\_\_\_。

二、解答题（本大题共 1 小题，共 10 分）

3. 阅读材料，解答问题

数学课上，同学们兴致勃勃地探讨着利用不同画图工具画角的平分线的方法。

小惠说：如图 1，我用相同的两块含  $30^\circ$  角的直角三角板可以画角的平分线。画法如下：

(1) 在  $\angle AOB$  的两边上分别取点  $M$ ， $N$ ，使  $OM=ON$ ；

(2) 把直角三角板按如图所示的位置放置，两斜边交于点  $P$ 。

射线  $OP$  是  $\angle AOB$  的平分线。

小旭说：我只用刻度尺就可以画角平分线。

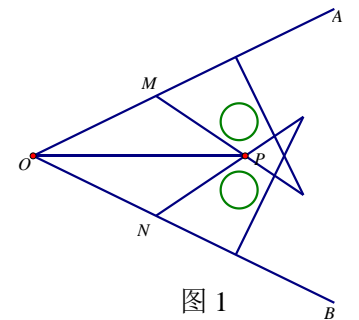


图 1

请你也参与探讨，解决以下问题：

(1) 小惠的做法正确吗？若正确，请给出证明，若不正确，请说明理由。

(2) 请你和小旭一样，只用刻度尺画出图 2 中  $\angle QRS$  的平分线，并简述画图的过程。

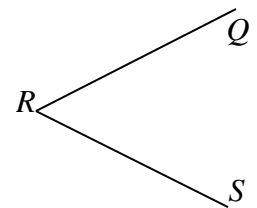


图2

## 北京一六—中学 2016—2017 学年度第一学期期中考试

## 初二数学标准答案和评分标准

第 I 卷（主卷部分，共 100 分）

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.C 2.D 3.C 4.B 5.A 6.C 7.D 8.B 9.D 10.A

二、填空题（本大题共 7 道小题，第 11-16 题每小题 2 分，第 17 题 4 分，共 16 分）

11.  $x \neq 3$  12.  $\angle B = \angle C$  或  $AE = AD$  13.  $\frac{4b^2}{25a^6}$ 14. 30 15. 1 16.  $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  17. (1) 三边对应相等的两个三角形全等，全等三角形

的对应角相等，两点确定一条直线（射线），(2) E, CD

三、解答题（本大题共 4 道小题，其中 18-20 每小题 8 分，21 题 5 分，共 29 分）

18. (1) 解:  $6p(p+q) - 4q(p+q) = 2(p+q)(3p-2q)$  .....4 分(2) 解:  $ab^2 - 4ab + 4a = a(b^2 - 4b + 4)$  .....2 分 $= a(b-2)^2$  .....4 分19. (1) 解:  $\frac{4a^4b^2}{5c^3} \div \frac{8a^2b^2}{15c^2}$   
 $= \frac{4a^4b^2}{5c^3} \cdot \frac{15c^2}{8a^2b^2}$  .....1 分  
 $= \frac{3a^2}{2c}$  .....4 分(2) 解:  $= \frac{6}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{a+3}$  .....1 分 $= \frac{6}{(a+3)(a-3)} + \frac{a-3}{(a+3)(a-3)}$  .....2 分 $= \frac{6+(a-3)}{(a+3)(a-3)}$  .....3 分 $= \frac{a+3}{(a+3)(a-3)}$  $= \frac{1}{a-3}$  .....4 分20. (1) 解:  $x+5=10$  .....1 分  
 $x=5$  .....2 分检验: 当  $x=5$  时,  $x^2 - 25 = 0$  $\therefore x=5$  是增根.

原分式方程无解. ....4 分

(2) 解:  $(x+1) + 2x(x-1) = 2(x+1)(x-1)$  .....1 分 $x+1+2x^2-2x=2x^2-2$  .....2 分 $x=3$  .....3 分经检验  $x=3$  是原方程的解. ....4 分所以原方程的解是  $x=3$ .21. 解: 原式  $= \frac{a^2-2a+1}{a} \div \frac{1-a^2}{a^2+a}$  .....1 分 $= \frac{(a-1)^2}{a} \cdot \frac{a(a+1)}{(1-a)(a+1)}$  .....2 分 $= 1-a$  .....3 分当  $a=2$  时, 原式  $= 1-a = 1-2 = -1$  .....4 分

#### 四、解答题（本大题共 5 道小题，每小题 5 分，共 25 分）

22. 证明：∵  $AB \parallel DE$ ,

$$\therefore \angle B = \angle DEF. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore BE = FC,$$

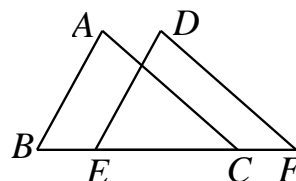
$$\therefore BC = EF. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D, \\ \angle B = \angle DEF, \\ BC = EF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (AAS)}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AC = DF. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



23. 解：设普通快车的平均行驶速度为  $x$  千米/时,则高铁列车的平均行驶速度为  $1.5x$  千米/时.

----1 分

$$\text{根据题意得 } \frac{180}{x} - \frac{180}{1.5x} = \frac{1}{3}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x = 180.$$

经检验,  $x = 180$  是所列分式方程的解, 且符合题意.

$$\therefore 1.5x = 1.5 \times 180 = 270.$$

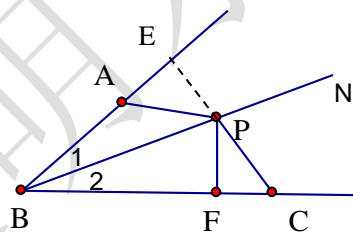
答：高铁列车的平均行驶速度为 270 千米/时.  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

24. (1) 过 P 点作  $PE \perp BA$  于 E

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, PF \perp BC$$

$$\therefore PE = PF \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

在  $Rt\triangle PAE$  与  $Rt\triangle PCF$  中



$$\begin{cases} PA = PC \\ PE = PF \end{cases}$$

$$Rt\triangle PAE \cong Rt\triangle PCF \text{ (HL)}$$

$$\therefore \angle PCF = \angle PAE,$$

$$\therefore \angle PAE + \angle BAP = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PCB + \angle BAP = 180^\circ \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) 2BF = AB + BC \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

证明思路：①由 (1)  $Rt\triangle PAE \cong Rt\triangle PCF$  可得  $AE = CF$

$$\text{②由 } PE = PF, BP = BP \text{ 可证 } Rt\triangle PBE \cong Rt\triangle PBF, \text{ 可得 } BE = BF \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{③ } 2BF = BE + BF = AB + AE + BF = AB + FC + BF = AB + AC \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$25. \text{ 解：(1) ①③.} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 由已知得 } a + b = m, \quad ab = n.$$

$$\text{①由题意可知 } a + b = -2, \quad ab = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

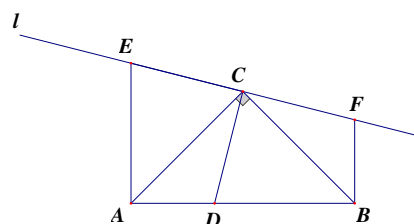
$$= (-2)^2 - 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 4 - 1 = 3.$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

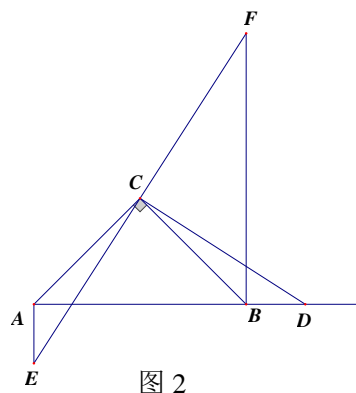
$$\text{② } \frac{17}{2}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

26. (1) ① .....1分



②垂直，相等. ....2分

(2) ①.....3分



②如图 2 成立.

证明：∵  $CD \perp EF$

$$\therefore \angle DCF = 90^\circ$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DCF + \angle BCD = \angle ACB + \angle BCD$$

$$\text{即 } \angle ACD = \angle BCF$$

$$\because BC = AC, CD = CF$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCF \quad (\text{SAS})$$

$$\therefore AD = BF, \angle BAC = \angle FBC$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ABC + \angle FBC = \angle ABC + \angle BAC = 90^\circ$$

$$\text{即 } BF \perp AD \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

用刻度尺作  $RV=RW$ ,  $RT=RU$ ;

连接  $TW$ ,  $UV$  交于点  $X$ ;

射线  $RX$  即为所求  $\angle QRS$  的平分线. .... 10 分

## 第 II 卷（附加卷部分，共 20 分）

### 一、填空题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

$$1. a_6 = \frac{8}{6 \times 7 \times 2^7} = \frac{1}{6 \times 2^6} - \frac{1}{7 \times 2^7}; a_n = \frac{n+2}{n(n+1) \cdot 2^{n+1}} = \frac{1}{n \cdot 2^n} - \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}}$$

$$2. \text{真}; 1 - \frac{3}{x+2}; 0, -2, 2, -4$$

### 二、解答题（本大题共 1 小题，共 10 分）

3. 解：（1）小惠的做法正确.

理由如下：

如图 1，过  $O$  点作  $OC \perp PM$  于  $C$ ,  $OD \perp PN$  于  $D$ .

$$\therefore \angle C = \angle D = 90^\circ.$$

由题意， $\angle PMA = \angle PNB = 60^\circ$ ,

$$\therefore \angle OMC = \angle PMA = 60^\circ, \angle OND = \angle PNB = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle OMC = \angle OND.$$

$$\therefore OM = ON,$$

$$\therefore \triangle OMC \cong \triangle OND.$$

$$\therefore OC = OD, \angle COM = \angle DON.$$

$$\therefore OC \perp PM \text{ 于 } C, OD \perp PN \text{ 于 } D.$$

$$\therefore \text{点 } O \text{ 在 } \angle CPD \text{ 的平分线上.}$$

$$\therefore \angle CPO = \angle DPO.$$

$$\therefore \angle COP = \angle DOP.$$

$$\therefore \angle MOP = \angle NOP.$$

即 射线  $OP$  是  $\angle AOB$  的平分线. .... 5 分

（2）如图. 射线  $RX$  是  $\angle QRS$  的平分线. .... 7 分

简述画图过程：如图 2.

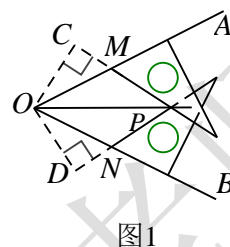


图1

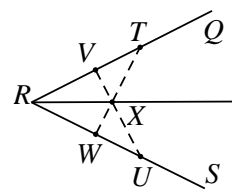


图2