

## 房山区 2016 年初三数学综合练习（二）

一、选择题（本大题共 30 分，每小题 3 分）：下列各题均有四个选项，其中只有一个使符合题意的，请把正确答案的字母在答题卡相应位置涂黑。

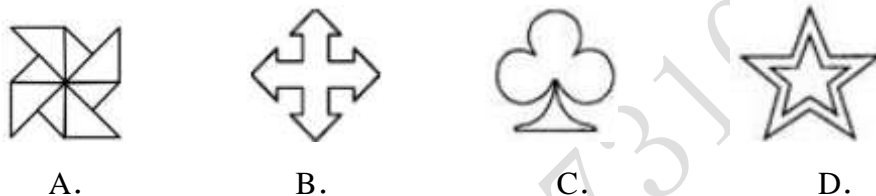
1. 小星同学在“百度”搜索引擎中输入“中国梦，我的梦”，可以搜索到与之相关的结果的条数约为 61700000，将 61700000 用科学记数法表示为

- A.  $617 \times 10^5$                       B.  $6.17 \times 10^6$   
C.  $6.17 \times 10^7$                       D.  $0.617 \times 10^8$

2. 实数  $a, b, c, d$  在数轴上对应点的位置如图所示，这四个数中，倒数最大的是



3. 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



4. 小明掷一枚质地均匀的正方体骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，那么向上一面的点数大于 4 的概率为

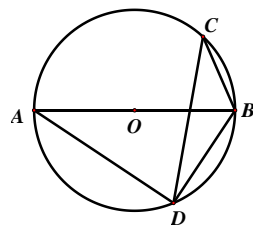
- A.  $\frac{2}{3}$               B.  $\frac{1}{2}$               C.  $\frac{1}{3}$               D.  $\frac{1}{6}$

5. 如果一个正多边形的每个外角为  $72^\circ$ ，那么这个正多边形的边数为

- A. 5              B. 6              C. 7              D. 8

6. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $C, D$  两点在  $\odot O$  上，如果  $\angle C = 40^\circ$ ，那么  $\angle ABD$  的度数为

- A.  $40^\circ$               B.  $90^\circ$               C.  $80^\circ$               D.  $50^\circ$



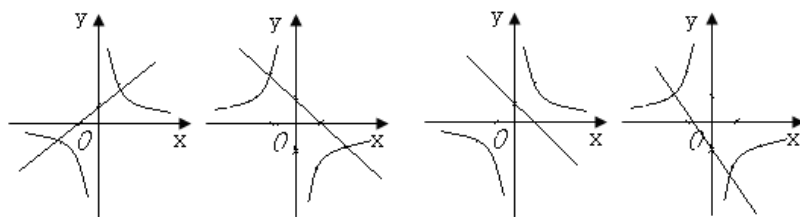
7. 国家气象局监测 2015 年某日 24 小时 PM2.5 的值，其中 6 个时刻的数值如下表：

时刻	4 时	5 时	6 时	7 时	8 时	9 时
PM2.5 (毫克 / 立方米)	342	342	333	329	325	324

则这组数据的中位数和平均数分别是

- A. 331; 332.5              B. 329; 332.5              C. 331; 332              D. 333; 332

8. 直线  $y = kx - k$  与双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 在同一坐标系中的大致图象是



A. B. C. D.

9. 在科技迅猛发展的今天，移动电话成为了人们生活中非常普及的通讯工具，选择经济实惠的计费方式成为了人们所关心的具有实际意义的问题. 下表是两种移动电话的计费方式：

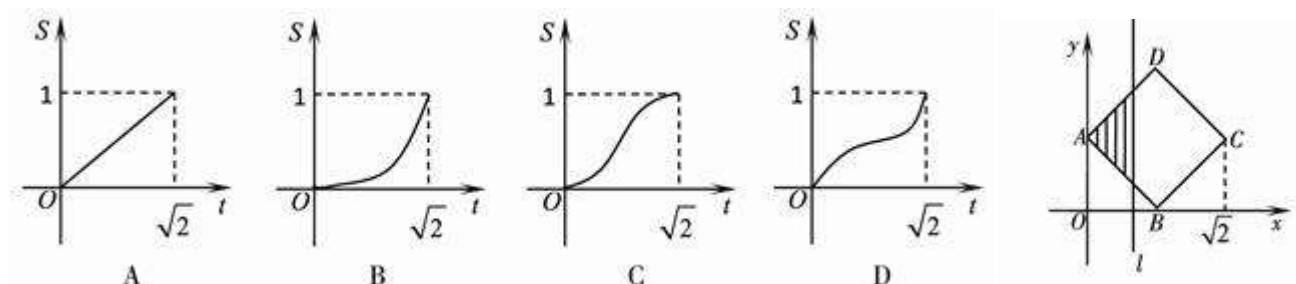
	月使用费(元)	主叫限定时间 (分钟)	主叫超时费 (元/分)	被叫
方式一	58	150	0.25	免费
方式二	88	350	0.19	免费

若小明的爸爸每月打电话的时间在 300 分钟，请问选择哪种方式省钱

A. 方式一 B. 方式二 C. 两种方式一样 D. 无法确定

10. 如图，正方形  $ABCD$  的顶点  $A(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ， $B(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ ，顶点  $C$ 、 $D$  位于第一象限，直线

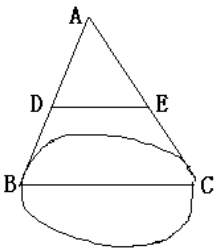
$l: x=t(0 \leq t \leq \sqrt{2})$  将正方形  $ABCD$  分成两部分，记位于直线  $l$  左侧阴影部分的面积为  $S$ ，当  $t$  由小变大时  $S$  关于  $t$  的函数图象大致是



二、填空题（本大题共 18 分，每小题 3 分）：

11. 分解因式： $y^3 - 2y^2 + y =$ \_\_\_\_\_.

12. 如图，公园内有一小湖，为了测量湖边 B、C 两点间的距离，小明设计如下方案，选取一个合适的 A 点，分别找到 AB、AC 的中点 D、E，若测得 DE 的长为 35 米，则 B、C 两点间的距离为\_\_\_\_\_米.



13. 随着北京公交票制票价调整，公交集团更换了新版公交站牌，乘客在乘车时可以通过新版公交站牌计算乘车费用. 新版站牌每一个站名上方都有一个对应的数字，将上下车站站名所对应数字相减取绝对值就是乘车路程，再按照其所在计价区段，参照票制规则计算票价. 具体来说：

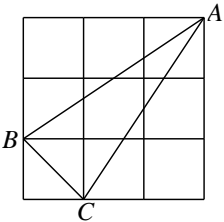


乘车路程计价区段	0-10	11-15	16-20	...
对应票价(元)	2	3	4	...

另外，一卡通普通卡刷卡实行 5 折优惠，学生卡刷卡实行 2.5 折优惠.

一位家住十渡地区的张老师持卡乘车，上车时站名上对应的数字是 6，下车时站名上对应的数字是 24，那么，张老师乘车的费用是\_\_\_\_\_元.

14. 如图，在正方形网格中，每个小正方形的边长均为 1， $\triangle ABC$  的三个顶点均在格点上，则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.

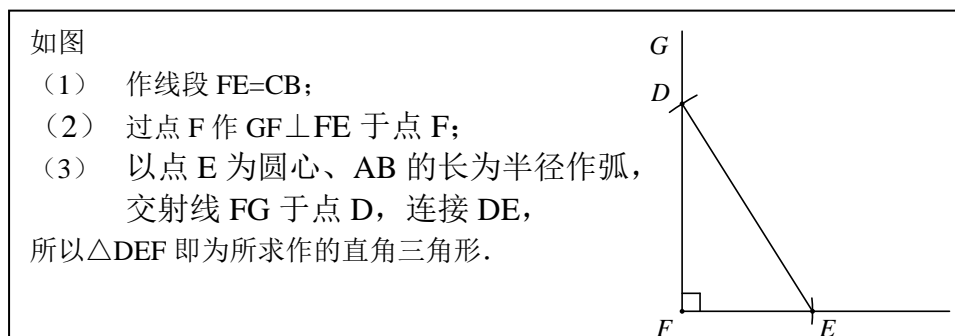


15. 阅读下面材料：

在数学课上，老师提出如下问题：

尺规作图：  
已知：Rt $\triangle ABC$ ， $\angle C=90^\circ$  .

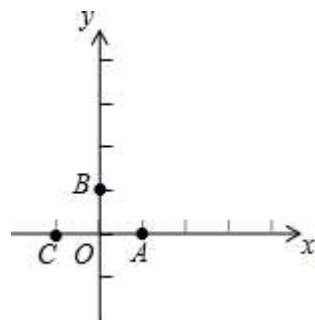
小芸的作图步骤如下：



老师说：“小芸的作图步骤正确，且可以得到  $DF=AC$ ”。

请回答：得到  $DF=AC$  的依据是\_\_\_\_\_。

16. 如图，在平面直角坐标系中，点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的坐标分别为  $(1, 0)$ ， $(0, 1)$ ， $(-1, 0)$ 。一个电动玩具从坐标原点  $O$  出发，第一次跳跃到点  $P_1$ ，使得点  $P_1$  与点  $O$  关于点  $A$  成中心对称；第二次跳跃到点  $P_2$ ，使得点  $P_2$  与点  $P_1$  关于点  $B$  成中心对称；第三次跳跃到点  $P_3$ ，使得点  $P_3$  与点  $P_2$  关于点  $C$  成中心对称；第四次跳跃到点  $P_4$ ，使得点  $P_4$  与点  $P_3$  关于点  $A$  成中心对称；第五次跳跃到点  $P_5$ ，使得点  $P_5$  与点  $P_4$  关于点  $B$  成中心对称；……照此规律重复下去，则点  $P_5$  的坐标为\_\_\_\_\_，点  $P_{2016}$  的坐标为\_\_\_\_\_。

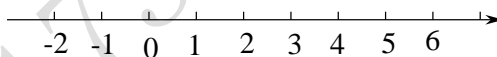


三、解答题（本大题共 72 分，其中第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）：

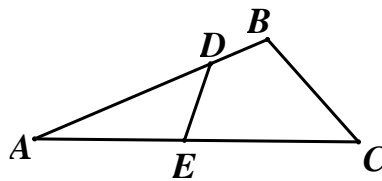
17. 计算：  $(-\frac{1}{3})^{-2} + 4\cos 30^\circ + (\pi + \sqrt{8})^0 - \sqrt{27}$  .

18. 已知  $4a^2 - a - 1 = 0$  . 求代数式  $(3a+1)(3a-1) - a(a+2) - 1$  的值.

19. 解不等式  $x+1 < 6(x-2) - 2$  , 并把它解集在数轴上表示出来.



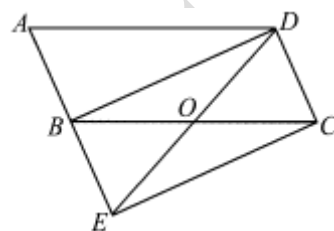
20. 已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点 D、E 分别在边  $AB$ ,  $AC$  上, 且  $\angle AED = \angle ABC$ ,  $DE=3$ ,  $BC=5$ ,  $AC=12$ . 求  $AD$  的长.



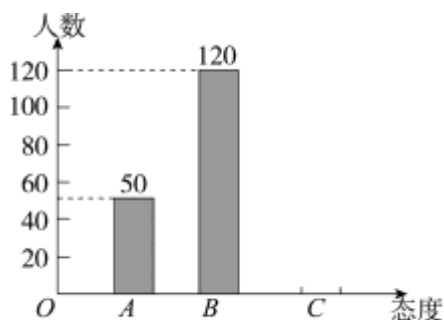
21. 列方程(组)解应用题:

为帮助灾区人民重建家园, 某校学生积极捐款. 已知第一次捐款总额为 9000 元, 第二次捐款总额为 12000 元, 且两次人均捐款额相等, 但第二次捐款人数比第一次多 50 人. 求该校第二次捐款的人数.

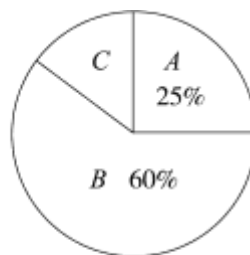
20. 已知：如图， $\square ABCD$ ，延长边  $AB$  到点  $E$ ，使  $BE=AB$ ，连接  $DE$ 、 $BD$  和  $EC$ ，设  $DE$  交  $BC$  于点  $O$ ， $\angle BOD=2\angle A$ ，求证：四边形  $BECD$  是矩形．



23. 当雾霾出现红色预警时，全市中小学就随即展开“停课不停学”的活动，这一活动倍受家长们的关注. 为此某媒体记者随机调查了某市城区若干名中学生家长对“停课不停学”的态度（态度分为：A：无所谓；B：赞成；C：反对），并将调查结果绘制成图①和图②的统计图（不完整）.



图①



图②

请根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 此次抽样调查中，共调查了\_\_\_\_\_名中学生家长；
- (2) 将图①补充完整；
- (3) 请就雾霾期间如何学习的问题说说你的看法.

24. 我们定义：关于  $x$  的一次函数  $y = ax + b$  与  $y = bx + a$  叫做一对交换函数，例如  $y = 3x + 4$  与  $y = 4x + 3$  就是一对交换函数

- (1) 写出一一次函数  $y = -2x + b$  的交换函数\_\_\_\_\_.

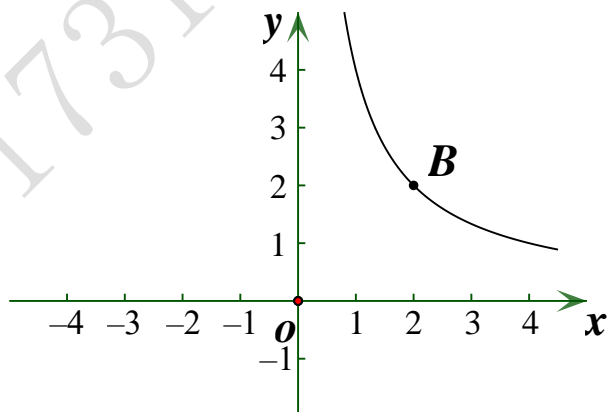
(2) 当  $b \neq -2$  时, 写出(1)中两函数图象的交点的横坐标\_\_\_\_\_.

(3) 如果(1)中两函数图象与  $y$  轴围成三角形的面积为 3, 求  $b$  的值.

25. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0, x > 0$ ) 的图象如图所示. 已知此图象经过  $A(m, n)$ ,  $B(2, 2)$  两点. 过点  $B$  作  $BD \perp y$  轴于点  $D$ , 过点  $A$  作  $AC \perp x$  轴于点  $C$ ,  $AC$  与  $BD$  交于点  $F$ . 一次函数  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) 的图象经过点  $A, D$ , 与  $x$  轴的负半轴交于点  $E$ .

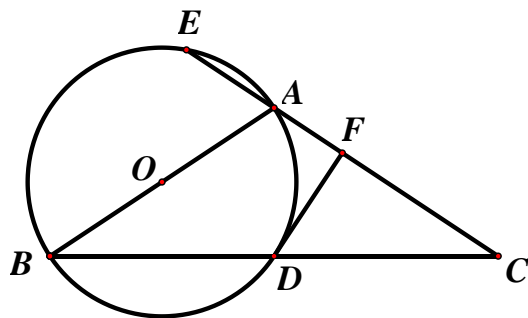
(1) 如果  $AC = \frac{3}{2} OD$ , 求  $a, b$  的值;

(2) 如果  $BC \parallel AE$ , 求  $BC$  的长.



26. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  与  $BC$  相交于点  $D$ , 与  $CA$  的延长线相交于点  $E$ ,  $DF$  过点  $D$  作  $\odot O$  的切线交  $AC$  于点  $F$ .

(1) 求证:  $DF \perp AC$ ;



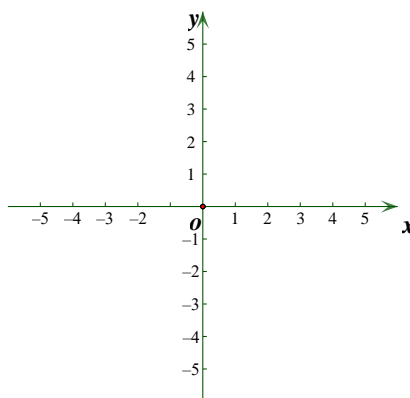
(2) 如果  $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $AE$  的长为 2. 求  $\odot O$  的半径.

27. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $P(-1, 0)$ ,  $C(\sqrt{2}-1, 1)$ ,  $D(0, -3)$ ,  $A, B$  在  $x$  轴上, 且  $P$  为  $AB$  中点,  $S_{\triangle CAP} = 1$ .

(1) 求经过  $A, D, B$  三点的抛物线的表达式.

(2) 把抛物线在  $x$  轴下方的部分沿  $x$  轴向上翻折, 得到一个新的图象  $G$ , 点  $Q$  在此新图象  $G$  上, 且  $S_{\triangle APQ} = S_{\triangle APC}$ , 求点  $Q$  坐标.

(3) 若一个动点  $M$  自点  $N(0, -1)$  出发, 先到达  $x$  轴上某点 (设为点  $E$ ), 再到达抛物线的对称轴上某点 (设为点  $F$ ), 最后运动到点  $D$ , 求使点  $M$  运动的总路程最短的点  $E$ 、点  $F$  的坐标.



28. 在  $\triangle ABC$  中,  $BD$  平分  $\angle ABC$  ( $\angle ABC < 60^\circ$ )

(1) 如图 28-1, 当点  $D$  在  $AC$  边上时, 若  $\angle ABC = 42^\circ$ ,  $\angle ACB = 32^\circ$ , 请直接写出  $AB$ ,  $DC$  和  $BC$  之间的数量关系.

(2) 如图 28-2, 当点  $D$  在  $\triangle ABC$  内部, 且  $\angle ACD = 30^\circ$  时,

① 若  $\angle BDC = 150^\circ$ , 直接写出  $AB$ ,  $AD$  和  $BC$  之间的数量关系, 并写出结论成立的思路.

② 若  $\angle ABC = 2\alpha$ ,  $\angle ACB = 60^\circ - \alpha$ , 请直接写出  $\angle ADB$  的度数 (用含  $\alpha$  的式子表示).



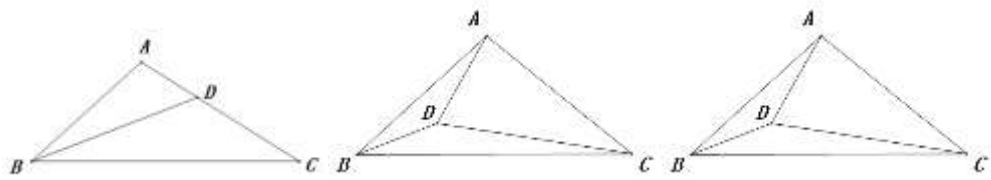


图 28-1

图 28-2

备用图

29. 类比等腰三角形的定义，我们定义：有一组邻边相等的凸四边形叫做“等邻边四边形”。

(1) 如图 29—1，在四边形  $ABCD$  中添加一个条件使得四边形  $ABCD$  是“等邻边四边形”。请写出你添加的一个条件。

(2) 问题探究

小红提出了一个猜想：对角线互相平分且相等的“等邻边四边形”是正方形。她的猜想正确吗？请说明理由。

(3) 如图 29—2，“等邻边四边形” $ABCD$  中， $AB=AD$ ， $\angle BAD+\angle BCD=90^\circ$ ， $AC$ ， $BD$  为对角线， $AC=\sqrt{2}AB$ 。试探究线段  $BC$ ， $CD$ ， $BD$  之间的数量关系，并证明你的结论。



图 29—1

图 29—2

2

### 房山区 2016 年初三数学综合练习（二）参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 30 分，每小题 3 分）：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	B	C	A	D	A	B	B	C

二、填空题（本大题共 18 分，每小题 3 分）：

11.  $y(y-1)^2$ ;      12. 70;      13. 2;      14.  $\frac{5}{2}$ ;

15. 斜边、直角边(基本事实)，全等三角形对应边相等；全等三角形对应边相等；勾股定理均给 3 分  
(只写对应边相等给 1 分)

16.  $(-2, 0), (0, 0)$ .

三、解答题（本大题共 72 分，其中第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）：

17. 解：  $(-\frac{1}{3})^{-2} + 4\cos 30^\circ + (\pi + \sqrt{8})^0 - \sqrt{27}$

$= 9 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - 3\sqrt{3}$  -----4 分

$= 10 - \sqrt{3}$  -----5 分

18. 解：  $(3a+1)(3a-1) - a(a+2) - 1$

$= 9a^2 - 1 - a^2 - 2a - 1$  -----2 分

$= 8a^2 - 2a - 2$  -----3 分

$= 2(4a^2 - a - 1)$  -----4 分

$\therefore 4a^2 - a - 1 = 0$

$\therefore$  原式=0 -----5 分

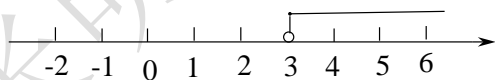
19. 解：  $x+1 < 6x-12-2$  -----1 分

$x-6x < -12-2-1$  -----2 分

$-5x < -15$  -----3 分

$\therefore x > 3$  -----4 分

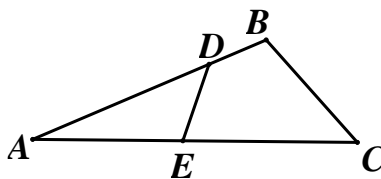
这个不等式的解集在数轴上表示为：



-----5 分

20. 证明：  $\because \angle AED = \angle ABC, \angle A = \angle A$ , -----2 分

$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$ . -----3 分



$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}, \quad \text{-----4 分}$$

$$\because DE=3, BC=5, AC=12,$$

$$\therefore \frac{AD}{12} = \frac{3}{5}.$$

$$\therefore AD = \frac{36}{5}. \quad \text{-----5 分}$$

21. 解：设该校第二次有  $x$  人捐款，则第一次有  $(x-50)$  人捐款. -----1 分

根据题意，得  $\frac{9000}{x-50} = \frac{12000}{x}$ . -----2 分

解这个方程，得  $x=200$ . -----3 分

经检验， $x=200$  是所列方程的解，并且符合实际问题的意义. -----4 分

答：该校第二次有 200 人捐款. -----5 分

22. 证明：(1)  $\because$  平行四边形  $ABCD$

$$\therefore AB=DC, AB \parallel CD, \angle A = \angle BCD,$$

$$\because BE=AB$$

$$\therefore BE \parallel CD, BE=DC.$$

$\therefore$  四边形  $BECD$  为平行四边形. -----1 分

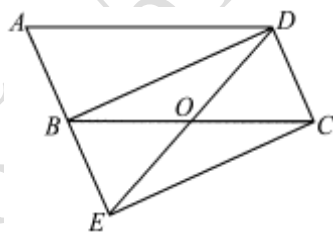
$$\therefore OD = \frac{1}{2} DE, OC = \frac{1}{2} BC. \quad \text{-----2 分}$$

$$\text{又} \because \angle BOD = 2\angle A, \angle BOD = \angle OCD + \angle ODC,$$

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC, \therefore OC = OD. \quad \text{-----3 分}$$

$$\therefore DE = BC. \quad \text{-----4 分}$$

$\therefore$  平行四边形  $BECD$  为矩形. -----5 分



23. 解：(1) 调查家长总数为： $50 \div 25\% = 200$ 人； -----1 分

(2) 持反对态度的学生家长有  $200 - 50 - 120 = 30$ 人，

补全统计图（略） -----3 分

(3) 只要具有正能量就给2分. -----5 分

24. 解：(1)  $y = bx - 2$  -----1 分

(2) 1 -----2 分

(3)  $y = -2x + b$  与  $y$  轴交点为  $A(0, b)$

$y = bx - 2$  与  $y$  轴交点为  $B(0, -2)$

$\therefore$  两直线与  $y$  所围成三角形的面积为 3

两直线交点到  $y$  轴的距离为 1,

$$\therefore \frac{1}{2} \times AB \times 1 = 3$$

$$\therefore AB = 6$$

-----3 分

$$\therefore b - (-2) = 6 \quad \text{或} \quad -2 - b = 6$$

$$\therefore b = 4 \text{ 或 } b = -8$$

-----5 分

25. 解: (1)  $\because$  点  $B(2, 2)$  在  $y = \frac{k}{x}$  的图像上,

$$\therefore k = 4, \quad y = \frac{4}{x}.$$

$\because BD \perp y$  轴,

$\therefore D$  点的坐标为  $(0, 2)$ ,  $OD = 2$ .

$\because AC \perp x$  轴,  $AC = \frac{3}{2} OD$ ,

$\therefore AC = 3$ , 即  $A$  点的纵坐标为 3.

$\because$  点  $A$  在  $y = \frac{4}{x}$  的图像上,

$\therefore A$  点的坐标为  $(\frac{4}{3}, 3)$ . -----1 分

$\because$  一次函数  $y = ax + b$  的图像经过点  $A$ 、 $D$ ,

$$\therefore \begin{cases} \frac{4}{3}a + b = 3, \\ b = 2. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a = \frac{3}{4}, \\ b = 2. \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{3}{4}, \quad b = 2$$

-----3 分

(2) 设  $A$  点的坐标为  $(m, \frac{4}{m})$ , 则  $C$  点的坐标为  $(m, 0)$ .

$\because BD \parallel CE$ , 且  $BC \parallel DE$ ,  $\therefore$  四边形  $BCED$  为平行四边形.

$\therefore CE = BD = 2, DE = BC$

$\because BD \parallel CE$ ,  $\therefore \angle ADF = \angle AEC$ .

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AFD \text{ 中, } \tan \angle ADF = \frac{AF}{DF} = \frac{\frac{4}{m} - 2}{m},$$

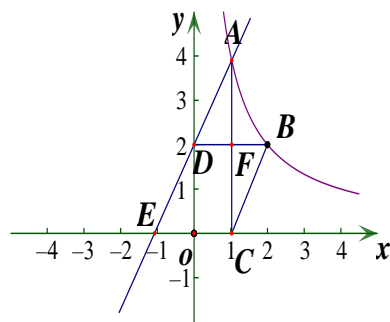
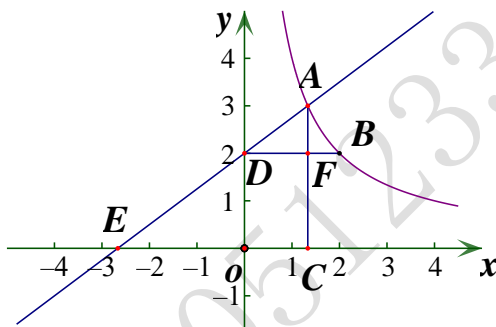
$$\text{在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } \tan \angle AEC = \frac{AC}{EC} = \frac{\frac{4}{m}}{2},$$

$$\therefore \frac{\frac{4}{m} - 2}{m} = \frac{\frac{4}{m}}{2}, \quad \text{解得 } m = 1. \quad \text{-----4 分}$$

$\therefore C$  点的坐标为  $(1, 0)$ ,

$$\therefore BC = \sqrt{5}.$$

-----5 分





$$\therefore \frac{1}{2}AP \times 1 = 1,$$

$$\therefore AP=2,$$

$$\because P \text{ 为 } AB \text{ 中点, } P(-1, 0),$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0); \text{-----1 分}$$

$$\therefore \text{过 } A、B、D \text{ 三点的抛物线的表达式为: } y = x^2 + 2x - 3 \text{-----2 分}$$

(2) 抛物线  $y = x^2 + 2x - 3$  沿  $x$  轴翻折所得的新抛物线关系式为  $y = -x^2 - 2x + 3$ ,

$$\because S_{\triangle APQ} = S_{\triangle APC} = 1,$$

$\therefore$  点  $Q$  到  $x$  轴的距离为 1, 且  $Q$  点在图象  $G$  上 (27 题图 1)

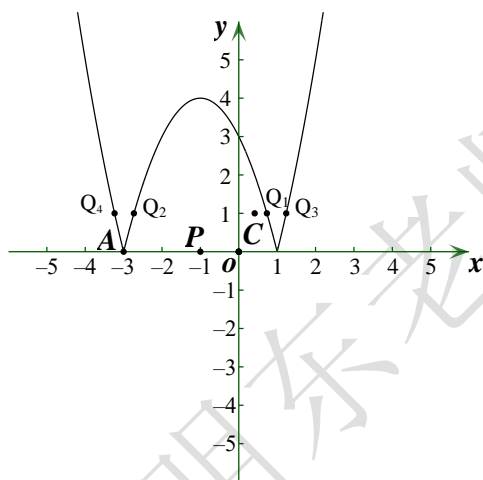
$\therefore$  点  $Q$  的纵坐标为 1

$$\therefore -x^2 - 2x + 3 = 1 \text{ 或 } x^2 + 2x - 3 = 1. \text{-----3 分}$$

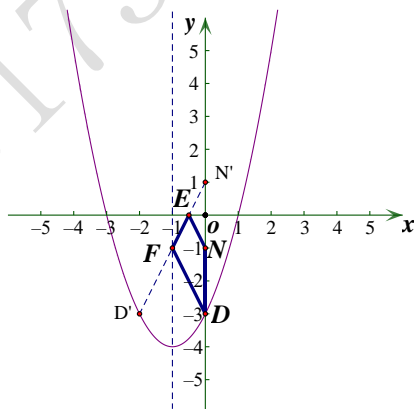
$$\text{解得: } x_1 = -1 + \sqrt{3}, x_2 = -1 - \sqrt{3}, x_3 = -1 + \sqrt{5}, x_4 = -1 - \sqrt{5} \text{-----4 分}$$

$\therefore$  所求  $Q$  点的坐标为:

$$Q_1(-1 + \sqrt{3}, 1), Q_2(-1 - \sqrt{3}, 1), Q_3(-1 + \sqrt{5}, 1), Q_4(-1 - \sqrt{5}, 1) \text{----5 分}$$



27 题图 1



27 题图 2

(3) 如图 (27 题图 2)

$$\because N(0, -1), \therefore \text{点 } N \text{ 关于 } x \text{ 轴对称点 } N'(0, 1),$$

$$\because \text{点 } D(0, -3), \therefore \text{点 } D \text{ 关于对称轴的对称点 } D'(-2, -3),$$

$$\therefore \text{直线 } N'D' \text{ 的关系式为 } y = 2x + 1, \text{-----6 分}$$

$$\therefore E(-\frac{1}{2}, 0)$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = -1,$$

$$\therefore F(-1, -1) \text{-----7 分}$$

$$28. (1) BC = AB + DC \text{-----1 分}$$

$$(2) \text{判断: } BC = AB + AD \text{-----2 分}$$

证明：延长BA到点E，使BE=BC，连接ED，EC

∵BD平分∠ABC，∴∠ABD=∠CBD

∵BD=BD，∴△BED≌△BCD (SAS) -----3分

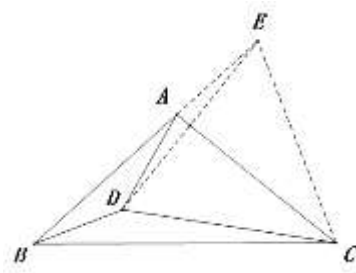
∴DE=DC，∠BDE=∠BDC=150°

∴∠EDC=60°，∴△CDE为等边三角形 -----4分

∴∠ACD=30°，∴∠ACE=∠ACD=30°

∴AC垂直平分DE，∴AD=AE -----5分

∴BC=BE=AB+AE=AB+AD -----6分



(3) ∠ADB=120°+α. -----7分

29. 解：(1) AB=BC 或 BC=CD 或 CD=AD 或 DA=AB (任写一个即可) -----1分

(2) ①正确. -----2分

理由为：

∵四边形的对角线互相平分且相等，∴四边形ABCD是矩形， -----3分

∵四边形是“等邻边四边形”，∴这个四边形有一组邻边相等，

∴四边形ABCD是菱形 -----4分

∴对角线互相平分且相等的等邻边四边形是正方形 -----5分

(3)  $BC^2 + CD^2 = 2BD^2$  -----6分

证明：∵AB=AD，

∴将△ADC绕点A旋转到△ABF，连接CF，则△ABF≌△ADC，

∴∠ABF=∠ADC，∠BAF=∠DAC，AF=AC，FB=CD，

∴∠BAD=∠CAF， $\frac{AC}{AD} = \frac{AF}{AB}$ ，

∴△ACF∽△ABD，

∴ $\frac{CF}{BD} = \frac{AC}{AB}$ ，

∴ $AC = \sqrt{2}AB$ ，

∴ $CF = \sqrt{2}BD$ ，

∴∠BAD+∠ADC+∠BCD+∠ABC=360°，

∴∠ABC+∠ADC=360°-(∠BAD+∠BCD)  
=360°-90°=270°

∴∠ABC+∠ABF=270°，

∴∠CBF=90°，

∴ $BC^2 + FB^2 = CF^2 = (\sqrt{2}BD)^2 = 2BD^2$

∴ $BC^2 + CD^2 = 2BD^2$  -----8分

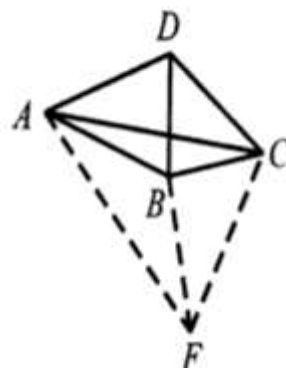


图 2