

# 数学试卷

(考试时间：100 分钟 满分：120 分)

姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 成绩：\_\_\_\_\_

## 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 剪纸艺术是我国文化宝库中的优秀遗产，在民间广泛流传．下面四幅剪纸作品中，属于轴对称图形的是（ ）.



A.



B.



C.



D.

2. 下列各式不能分解因式的是（ ）.

A.  $2x^2 - 4x$

B.  $x^2 + x + \frac{1}{4}$

C.  $x^2 + 9y^2$

D.  $1 - m^2$

3. 点  $P(-3, 5)$  关于  $y$  轴的对称点的坐标是（ ）.

A.  $(3, 5)$

B.  $(3, -5)$

C.  $(5, -3)$

D.  $(-3, -5)$

4. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle ABC$  的平分线  $BD$  交  $AC$  于点  $D$ ，若  $CD = 3\text{cm}$ ，则点  $D$  到  $AB$  的距离是（ ）.

A.  $5\text{cm}$

B.  $4\text{cm}$

C.  $3\text{cm}$

D.  $2\text{cm}$

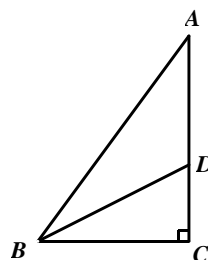
5. 下列各式中，正确的是（ ）.

A.  $-\frac{3x}{5y} = \frac{3x}{-5y}$

B.  $\frac{a+b}{c} = \frac{-a+b}{c}$

C.  $\frac{-a-b}{c} = \frac{a-b}{-c}$

D.  $-\frac{a}{b-a} = \frac{a}{a-b}$



(第 4 题图)

6. 下列命题是真命题的是（ ）.

A. 等底等高的两个三角形全等

B. 周长相等的直角三角形都全等

C. 有两边和一角对应相等的两个三角形全等

D. 有一边对应相等的两个等边三角形全等

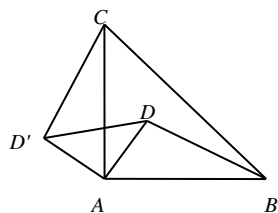
7. 如图， $D$  是等腰  $\text{Rt}\triangle ABC$  内一点， $BC$  是斜边，如果将  $\triangle ABD$  绕点  $A$  逆时针方向旋转到  $\triangle ACD'$  的位置，则  $\angle ADD'$  的度数（ ）.

A.  $25^\circ$

B.  $30^\circ$

C.  $35^\circ$

D.  $45^\circ$



(第 7 题图)

8. 在等腰  $\triangle ABC$  中，已知  $AB = 2BC$ ， $AB = 20$ ，则  $\triangle ABC$  的周长为（ ）.

A. 40

B. 50

C. 40 或 50

D. 无法确定

9. 已知三角形的两边长分别为 5 和 7，则第三边的中线长  $x$  的范围是（ ）.

A.  $2 < x < 12$

B.  $5 < x < 7$

C.  $1 < x < 6$

D. 无法确定

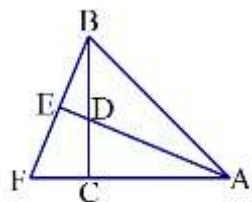
10. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AD$  平分  $\angle BAC$ ， $BE \perp AD$  交  $AC$  的延长线于  $F$ ， $E$  为垂足．则结论：(1)  $AD = BF$ ；(2)  $CF = CD$ ；(3)  $AC + CD = AB$ ；(4)  $BE = CF$ ；(5)  $BF = 2BE$ ，其中正确的结论个数是（ ）.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4



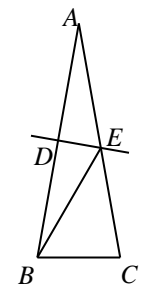
(第 10 题图)

## 二、填空题（本题共 20 分，每小题 2 分）

11. 若式子  $\frac{x^2}{x-4}$  有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 计算  $\frac{12}{m^2-9} + \frac{2}{3-m} =$  \_\_\_\_\_.

13. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle A=20^\circ$ ；线段  $AB$  的垂直平分线交  $AB$  于  $D$ ，交  $AC$  于  $E$ ，连接  $BE$ ，则  $\angle CBE$  为\_\_\_\_\_度.



(第 13 题图)

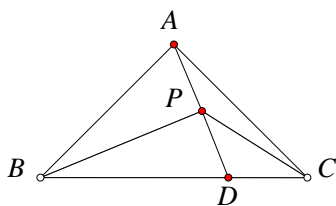
14. 若关于  $x$  的二次三项式  $x^2+kx+b$  因式分解为  $(x-1)(x-3)$ ，则  $k+b$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 若  $a+b=7$ ， $ab=5$ ，则  $a^2-ab+b^2=$  \_\_\_\_\_.

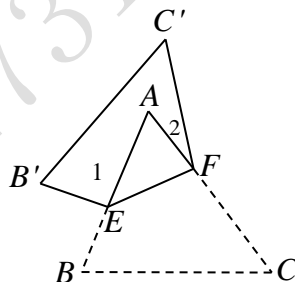
16. 当  $x$  取\_\_\_\_\_值时， $x^2+6x+10$  有最小值，最小值是\_\_\_\_\_.

17. 某农场挖一条 480 米的渠道，开工后，每天比原计划多挖 20 米，结果提前 4 天完成任务，若设原计划每天挖  $x$  米，则列出的方程是\_\_\_\_\_.

18. 如图，在等腰直角三角形  $ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ，在  $BC$  上截取  $BD=BA$ ，作  $\angle ABC$  的平分线与  $AD$  相交于点  $P$ ，连结  $PC$ ，若  $BD=2CD$ ， $\triangle ABC$  的面积为  $2\text{cm}^2$ ，则  $\triangle DPC$  的面积为\_\_\_\_\_.



(第 18 题图)



(第 19 题图)

19. 如图，把  $\triangle ABC$  沿  $EF$  对折，叠合后的图形如图所示. 若  $\angle A=60^\circ$ ， $\angle 1=95^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为\_\_\_\_\_.

20. 如果满足条件“ $\angle ABC=30^\circ$ ， $AC=1$ ， $BC=k$  ( $k>0$ )”的  $\triangle ABC$  是唯一的，那么  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

21. 把多项式分解因式（每题 4 分，共 8 分）.

(1)  $3a^3b-12ab^3$

(2)  $(x^2-x)^2-4(x^2-x)+4$

解：

解：

22. (每题 4 分, 共 8 分)

(1) 计算:  $\frac{1}{a-1} \div \frac{a}{a^2-1} - \frac{a}{a-1}$  .

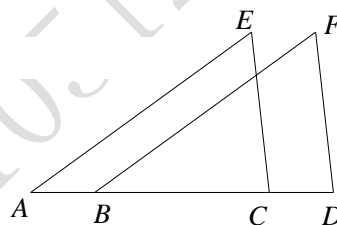
解:

(2) 解方程:  $\frac{x}{2x-3} + \frac{5}{3-2x} = 4$  .

解:

23. (本题 5 分) 已知: 如图,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点在同一直线上,  $AB=CD$ ,  $AE \parallel BF$  且  $AE=BF$ . 求证:  $EC=FD$ .

证明:



24. (每题 4 分, 共 8 分)

(1) 先化简, 再求值:  $(\frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3}) \div \frac{2m}{m^2-6m+9}$ , 其中  $m=9$  .

解:

(2) 已知  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ , 求代数式  $\frac{2x-14xy-2y}{x-2xy-y}$  的值.

解:

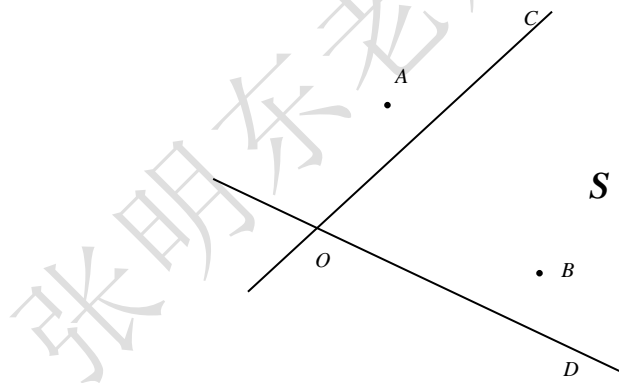
25. 列分式方程解应用题: (本题 5 分) (温馨提示: 你可借助图示、表格等形式“挖掘”等量关系)

赵老师为了响应市政府“绿色出行”的号召, 上下班由自驾车方式改为骑自行车方式. 已知赵老师家距学校 20 千米, 上下班高峰时段, 自驾车的

速度是自行车速度的2倍,骑自行车所用时间比自驾车所用时间多 $\frac{5}{9}$ 小时.求自驾车和自行车的速度.

#### 四、解答题

26. (本题4分) 某地区要在区域 $S$ 内(即 $\angle COD$ 内部)建一个超市 $M$ , 如图所示, 按照要求, 超市 $M$ 到两个新建的居民小区 $A$ ,  $B$ 的距离相等, 到两条公路 $OC$ ,  $OD$ 的距离也相等. 这个超市应该建在何处?  
(要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)



27. (本题 5 分) 阅读下列材料:

如图, 在四边形  $ABCD$  中, 已知  $\angle ACB = \angle BAD = 105^\circ$ ,  $\angle ABC = \angle ADC = 45^\circ$ .

求证:  $CD = AB$ .

小刚是这样思考的: 由已知可得,  $\angle DCA = 60^\circ$ ,  $\angle DAC = 75^\circ$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$ ,

$\angle ACB + \angle DAC = 180^\circ$ , 由求证及特殊角度数可联想到构造特殊三角形. 即过点  $A$

作  $AE \perp AB$  交  $BC$  的延长线于点  $E$ , 则  $AB = AE$ ,  $\angle E = \angle D$ .

$\therefore$  在  $\triangle ADC$  与  $\triangle CEA$  中,

$$\begin{cases} \angle D = \angle E \\ \angle DAC = \angle ECA = 75^\circ \\ AC = CA \end{cases}$$

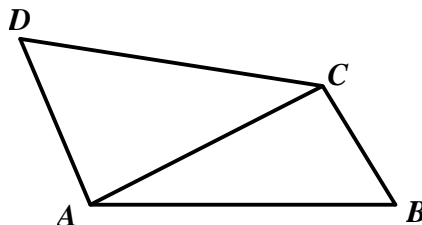
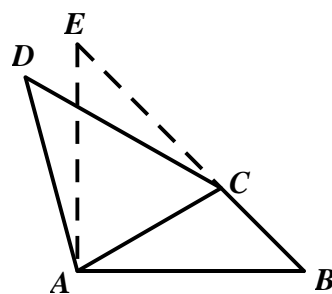
$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CEA$ ,

得  $CD = AE = AB$ .

请你参考小刚同学思考问题的方法, 解决下面问题:

如图, 在四边形  $ABCD$  中, 若  $\angle ACB + \angle CAD = 180^\circ$ ,  $\angle B = \angle D$ ,

请问:  $CD$  与  $AB$  是否相等? 若相等, 请你给出证明; 若不相等, 请说明理由.



28. (本题 7 分) 在等边 $\triangle ABC$ 中,  $D$ 为射线 $BC$ 上一点,  $CE$ 是 $\angle ACB$ 外角的平分线,  $\angle ADE=60^\circ$ ,  $EF \perp BC$ 于 $F$ .

(1) 如图 1, 若点 $D$ 在线段 $BC$ 上.

求证: ① $AD=DE$ ; ② $BC=DC+2CF$ ;

(2) 如图 2, 若点 $D$ 在线段 $BC$ 的延长线上, (1)中的两个结论是否仍然成立? 请说明理由.

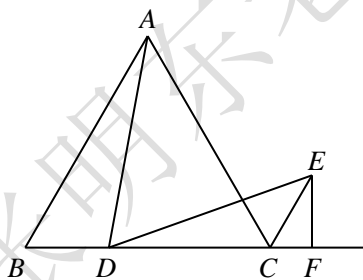


图 1

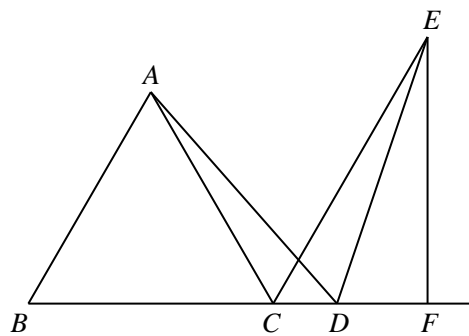
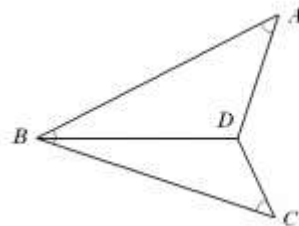


图 2



附加题（满分 20 分）：

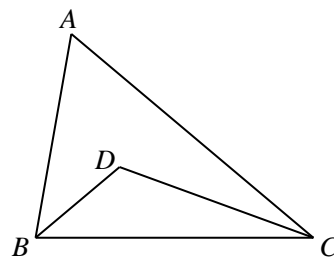
1.（本题 4 分）已知  $a^2 - 3a - 1 = 0$ ，求  $a^6 + 120a^{-2} =$ \_\_\_\_\_.

2.（本题 4 分）右图中， $\angle ABC = \angle BCD = \angle DAB = 45^\circ$ ， $BD = 2$ ，

求四边形 ABCD 的面积为\_\_\_\_\_.

3.（本题 6 分）已知  $m^2 = n + 2$ ， $n^2 = m + 2$ ， $m \neq n$ ，求  $m^3 - 2mn + n^3$  的值.

4.（本题 6 分）已知：△ABC 中， $\angle ABC = 2\angle ACB$ ， $\angle ABC$  的平分线 BD 与  $\angle ACB$  的平分线 CD 相交于点 D，且  $CD = AB$ ，求证： $\angle A = 60^\circ$ .



一、选择题

1、D 2、C 3、A 4、C 5、D 6、D 7、D 8、B 9、C 10、D

二、填空题

11.  $x \neq 4$ ; 12.  $-\frac{2}{m+3}$ ; 13. 60; 14. -1;

15. 34; 16.  $x = -3, 1$ ; 17.  $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+20} = 4$ ;

18.  $\frac{1}{3}$ ; 19.  $25^\circ$ ; 20.  $k = 2$  或  $0 < k \leq 1$ .

21.(1)解: 原式  $= 3ab(a^2 - 4b^2) = 3ab(a + 2b)(a - 2b)$ .

(2) 解: 原式  $= (x^2 - x - 2)^2 = [(x - 2)(x + 1)]^2 = (x - 2)^2(x + 1)^2$ .

22. (1)  $-\frac{1}{a(a-1)}$ ; (2)  $x = 1$ .

23.解:  $\because AE \parallel BF$ ,

$\therefore \angle A = \angle FBD$ .

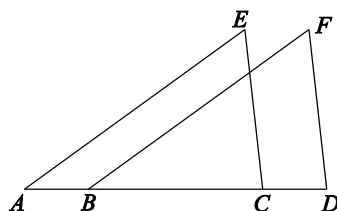
又  $\because AB = CD$ ,

$\therefore AB + BC = CD + BC$ .

即  $AC = BD$ .

在  $\triangle AEC$  和  $\triangle BFD$  中,

$$\begin{cases} AE = BF, \\ \angle A = \angle FBD, \\ AC = BD, \end{cases}$$





$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BFD \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore EC = FD.$$

$$\begin{aligned} 24.(1) \text{解: } & \left( \frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3} \right) \div \frac{2m}{m^2 - 6m + 9} \\ &= \frac{2m}{(m-3)(m+3)} \cdot \frac{(m-3)^2}{2m} \\ &= \frac{m-3}{m+3}. \end{aligned}$$

$$\text{当 } m=9 \text{ 时, 原式} = \frac{9-3}{9+3} = \frac{1}{2}.$$

$$(2) \text{解: } \because \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3, \therefore x - y = -3xy$$

$$\therefore \text{上式} = \frac{2(x-y) - 14xy}{x-y-2xy} = \frac{-6xy - 14xy}{-3xy - 2xy} = 4.$$

25. 解：设自行车速度为  $x$  千米/小时

$$\text{依题意得: } \frac{20}{x} - \frac{20}{2x} = \frac{5}{9}$$

解方程得  $x=18$ .

经检验  $x=18$  是原方程的解且符合实际意义

$$2x=36$$

答：自行车的速度是 18 千米/小时，自驾车的速度是 36 千米/小时.

26. 略

27. 解：CD=AB

证明：延长 BC 至 E 使 AE=AB

则  $\angle B = \angle E$

$$\because \angle B = \angle D$$

$$\therefore \angle D = \angle E$$

$$\because \angle ACB + \angle CAD = 180^\circ \quad \angle ACB + \angle ACE = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ACE$$

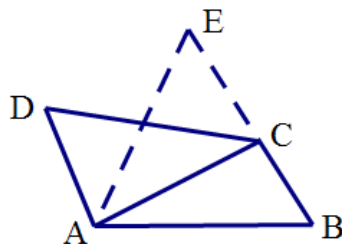
在  $\triangle CAD$  与  $\triangle ACE$  中

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle ACE \\ AC = CA \\ \angle D = \angle E \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAD \cong \triangle ACE$$

$$\therefore CD = AE$$

$$\therefore CD = AB.$$



28. (1) ①过  $D$  作  $DG \parallel AC$  交  $AB$  于  $G$

$\because \triangle ABC$  是等边三角形,  $AB=BC$ ,  $\therefore \angle B = \angle ACB = 60^\circ$

$\therefore \angle BDG = \angle ACB = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle BGD = 60^\circ$

$\therefore \triangle BDG$  是等边三角形,  $\therefore BG=BD$

$\therefore AG=DC$

$\because CE$  是  $\angle ACB$  外角的平分线,  $\therefore \angle DCE = 120^\circ = \angle AGD$

$\because \angle ADE = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle ADB + \angle EDC = 120^\circ = \angle ADB + \angle DAG$

$\therefore \angle EDC = \angle DAG$ ,  $\therefore \triangle AGD \cong \triangle DCE$

$\therefore AD=DE$

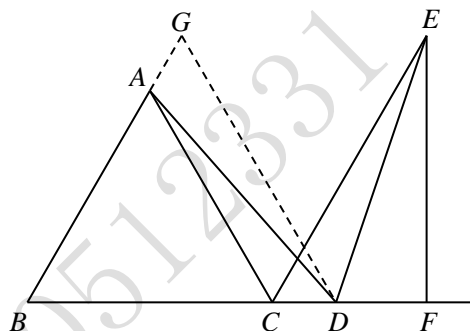
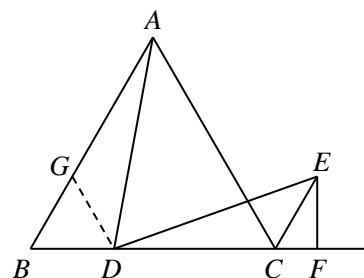
②  $\because \triangle AGD \cong \triangle DCE$ ,  $\therefore GD=CE$ ,  $\therefore BD=CE$

$\therefore BC=CE+DC=DC+2CF$

(2) ①成立; ②不成立, 此时  $BC=2CF-CD$

证明: 过  $D$  作  $DG \parallel AC$  交  $AB$  延长线于  $G$

以下略



附加题: 1、1309; 2、2;

3. -2

4. 证明: 过点  $A$  作  $AE \parallel BC$  交  $BD$  延长线于  $E$ , 连接  $CE$ , 设  $AC$ 、 $BE$  相交于点  $O$

则  $\angle 1 = \angle ACB$ ,  $\angle 2 = \angle 3$

$\because \angle ABC = 2\angle ACB$ ,  $\therefore \angle 3 = \angle ACB$

$\therefore OB=OC$ ,  $\angle 1 = \angle 2$

$\therefore OA=OE$

又  $\angle AOB = \angle EOC$ ,  $\therefore \triangle AOB \cong \triangle EOC$

$\therefore \angle BAC = \angle CED$ ,  $\angle 5 = \angle 4 = \angle 3$ ,  $AB=CE$

$\because CD=AB$ ,  $\therefore CD=CE$

$\therefore \angle CED = \angle CDE = \angle 3 + \angle 6$

又  $\angle DCE = \angle 5 + \angle 7$ ,  $\angle 6 = \angle 7$

$\therefore \angle CED = \angle CDE = \angle DCE = 60^\circ$

$\therefore \angle BAC = \angle CED = 60^\circ$

