北京市三十一中学 2014－2015 学年度第一学期

初二年级数学期中试题　　2014.11

（时间 100 分钟，满分 100 分）

学号________　姓名________　班级________

一、精心选一选（共 10 题，每题 3 分，共 30 分）

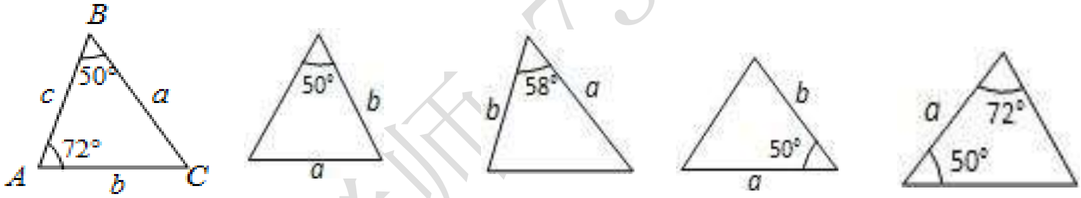
1．下列四个汽车标志图中，不是轴对称图形的是（　　）．

A．　　　B．　　　C．　　　D．

2．已知点 A（2，-3）关于 y 轴对称的点的坐标为点 B，则点 B 的坐标（　　）．

A．（2，-3）　B．（-2，-3）　C．（2，3）　D．（-2，3）

3． 如图所示，**错误!未找到引用源。**分别表示△ABC 的三边长，则下面与△ABC 一定全等的三角形是（　　）



A　　B　　C　　D

4．如果把分式 $\dfrac{6x}{x-3y}$ 中的 x，y 都扩大 10 倍,那么分式的值一定(　　)．

A．扩大 10 倍　*B*．扩大 100 倍　*C*．缩小 10 倍　*D*．不变

5． 如图所示，已知△ABE≌△ACD，∠1=∠2，∠B=∠C，下列不正确的等式是（　　）．

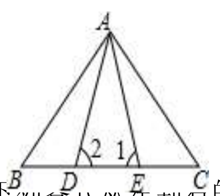
A．AB=AC　B．∠BAE=∠CAD　C．BE=DC　D．AD=DE

6. 如图，在△ABC 中，D 是 BC 边上一点，且 AB=AD=DC，∠BAD=40°，则∠C 为（　　）．

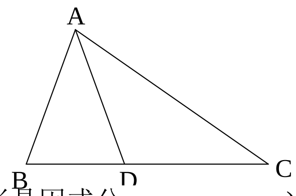
A．25°　B．35°　C．40°　D．50°

7．如下图，P 是∠BAC 的平分线 AD 上一点，PE⊥AB 于 E，PF⊥AC 于 F，下列结论中不正确的是(　　)．

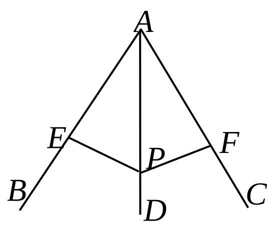
A．$PE=PF$　B．$AE=AF$　C．$AP=PE+PF$　D．$\triangle APE\cong\triangle APF$



第 5 题



第 6 题



第 7 题

8．下列各式从左到右的变形是因式分　　）．

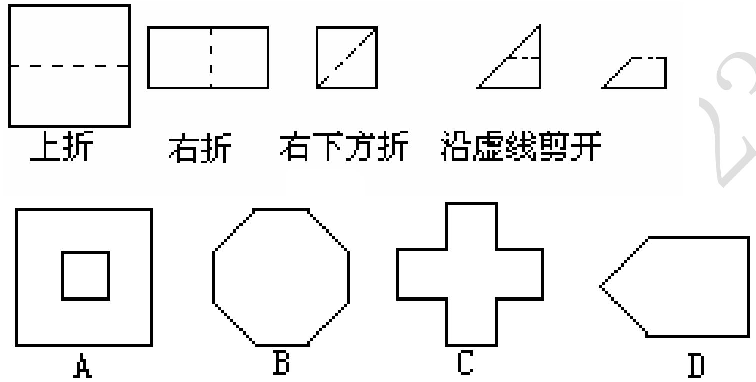
A．$x^2-25=(x+5)(x-5)$　　　　B．$x^2+3x-4=x(x+3)-4$

C．$m(a+b)=ma+mb$　　　　D．$(x+1)(x+2)=x^2+3x+2$

9．如果$4x^2+kxy+9y^2$是一个完全平方式，那以k的值是(　　)．

A．6　　　　B．12　　　　C．± 6　　　　D．± 12

10．如图把一个正方形三次对折后沿虚线剪下，则所得图形大致是（　　）.



二、认真填一填（共 10 题，每空 3 分，共 30 分）

11．当 $x=$________时，分式$\dfrac{x+2}{2x-5}$的值为零 .

12．化简$\dfrac{x^2-1}{x^2-2x+1}=$____________________.

13．因式分解：$3x^3-12xy^2=$ ________________________ .

14．分解因式：$(x^2+4x)^2-(x^2+4x)-20=$ __________________________________.

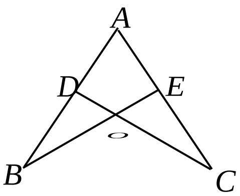
15．如图，点D，E分别在线段AB，AC上，BE，CD相交于点O，$AE=AD$，要使$\triangle ABE\cong\triangle ACD$，需添加一个条件是____________________（只要写一个条件）.

16．如图，从镜子中看到一钟表的时针和分针，此时的实际时刻是____________ .

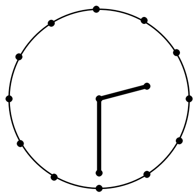
17．如图，MN 是正方形 ABCD 的一条对称轴，点 P 是直线 MN 上的一个动点，当 PC+PD 最小时，∠PCD=_________°.

18．如右图，在△ABC中，∠C=90°，AB的垂直平分线MN分别交AC，AB于点D，E．若

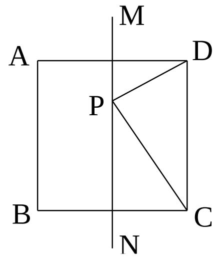
$\angle CBD:\angle DBA=3:1$，则$\angle A=$__________°.



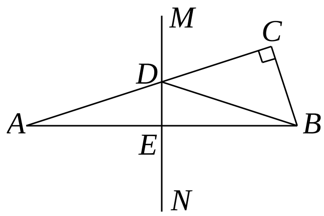
第 15 题



第 16 题



第 17 题



第 18 题

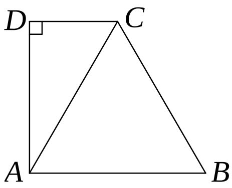
19．如右图，△*ABC* 为等边三角形，*DC*∥*AB*，*AD*⊥*CD* 于 *D*．若△*ABC* 的周长为 12 cm，

则 *CD* =_________ cm．

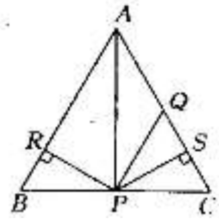
20．如图所示，△ABC 为等边三角形，AQ=PQ，PR=PS，PR⊥AB 于 R，PS⊥AC 于 S，•

则三个结论正确的是_____________________.

①P 在∠A 的平分线上;　　②QP∥AR;　　③△BRP≌△QSP.



第 19 题



第 20 题

三、耐心算一算（ 每题 5 分，共 10 分 ）

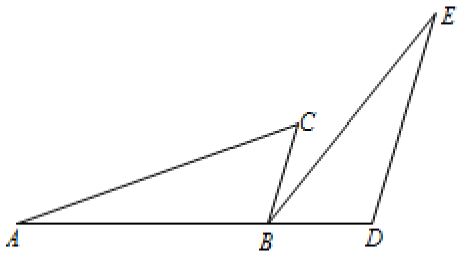
21．$\dfrac{x^2-4y^2}{x^2+2xy+y^2}\div\dfrac{x+2y}{x^2+xy}$　　　　22．$\dfrac{2x-6}{4-4x+x^2}\div(x+3)\cdot\dfrac{x^2+x-6}{3-x}$

四、认真做一做（ 每题 6 分，共 18 分 ）

23．(14 年北京中考题) 已知：如图，点 *B* 在线段 *AD* 上，$BC\parallel DE$，$AB=ED$，$BC=DB$．

班级__________________ 姓名__________________ 学号__________________

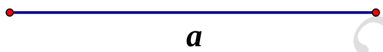
求证：$\angle A=\angle E$．



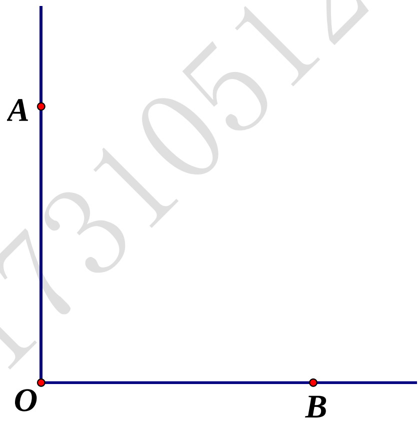
24．尺规作图，保留作图痕迹，并写出简要的作法。

（1）　作一个边长为 a 的等边三角形；

（2）　利用尺规三等分直角；



解：（1）　　　　　　　　　　　　　　　　　　（2）

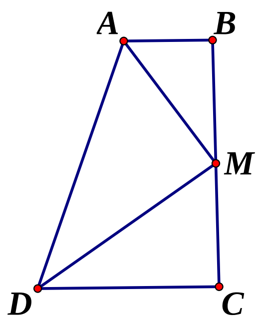


25．已知，如图∠B=∠C=90°，M 是 BC 的中点，DM 平分∠ADC．

（1）　求证：AM 平分∠DAB；

（2）　猜想 AM 与 DM 的位置关系如何，并证明你的结论．

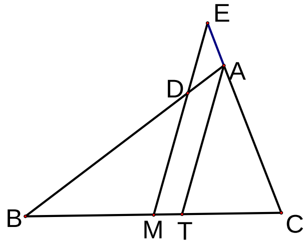
解：（1）



（2）

五、仔细想一想（ 每题 6 分，共 12 分 ）

26．已知：AT 为∠BAC 的平分线，M 为 BC 中点，ME∥AT，交 AB 于点 D，交 CA 的延长线于点 E。求证：BD=CE



班级________姓名________学号________

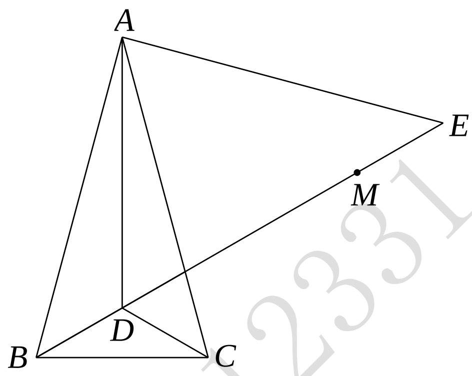
27．已知：如图，在△*ABC* 中，*AB*=*AC*，∠*BAC*=30°．点 *D* 为△*ABC* 内一点，

且 $DB=DC$，$\angle DCB=30°$．点 E 为 BD 延长线上一点，且 $AE=AB$．

（1）求 $\angle ADE$ 的度数；

（2）若点 M 在 DE 上，且 $DM=DA$，求证：$ME=DC$．

解：（1）



证明：（2）

六、附加题：（实验班必做，普通班选做）

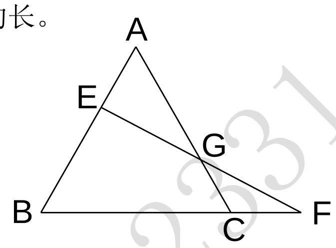
（第 28、29 题各 6 分，第 30 题 8 分，共 20 分）

28．因式分解：$(k+1)x^2+(3k+1)x+2k-2=$ ________________________.

29． 已知：△ABC 是等边三角形，点 E 在 AB 边上运动，EF 交 AC 于 G，交 BC 的延长线于 F，且 AE=CF.

（1）求证：GE=GF

（2）当点 E 运动到 AB 的中点时，如果 AB= a，求 CG 的长。



30．已知：在△ABC 中，$\angle CAB=2\alpha$，且 $0^\circ<\alpha<30^\circ$，AP 平分 $\angle CAB$.

（1）如图 1，若$\alpha=21^{\circ}$，∠*ABC*=32°，且 *AP* 交 *BC* 于点 *P*，试探究线段 *AB*，*AC* 与 *PB* 之间的数量关系，并对你的结论加以证明；

答：线段 *AB*，*AC* 与 *PB* 之间的数量关系为：____________________________.

证明：

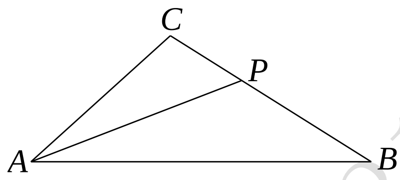


图 1

（2）如图 2，若∠*ABC*=$60^{\circ}-\alpha$，点 *P* 在△*ABC* 的内部，且使∠*CBP*=30°，求∠*APC* 的度数（用含α的代数式表示）.

解：

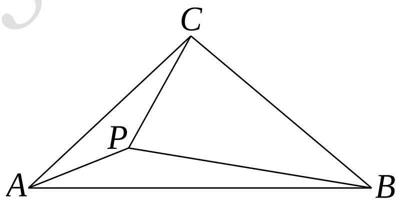


图 2

北京市三十一中学 2014－2015 学年度第一学期

初二年级数学期中试题答案　　2014.11

一、精心选一选（每题 3 分, 共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
选项	B	B	B	D	D	B	C	A	D	C

二、仔细填一填（每空 3 分, 共 24 分）

11、-2　　12、$\dfrac{x+1}{x-1}$；　　13、$3x(x+2y)(x-2y)$；　　14、$(x+2)^2(x+5)(x-1)$

15、∠B=∠C/∠ADC=∠AED/∠BDC=∠BEC/AB=AC/BD=CE　　16、9：30；　　17、45°；

18、18°；　　19、2；　　20. ①②③

【评分标准】选择题、判断题、填空题按照每题给分标准评分。

三、耐心算一算（ 每题 5 分，共 10 分 ）

21. $\dfrac{x^2-4y^2}{x^2+2xy+y^2}\div\dfrac{x+2y}{x^2+xy}$　　22. $\dfrac{2x-6}{4-4x+x^2}\div(x+3)\cdot\dfrac{x^2+x-6}{3-x}$

$=\dfrac{x^2-2xy}{x+y}$　　$=-\dfrac{2}{x-2}$

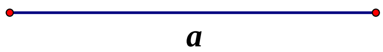
四、认真做一做（ 每题 6 分，共 18 分 ）

23.　证明略

24. 尺规作图，保留作图痕迹，并写出简要的作法。

（3）　作一个边长为 a 的等边三角形；

（4）　尺规三等分直角；



解：（1）略　　（2）

① 在 AOB 内作等边三角形 OCD

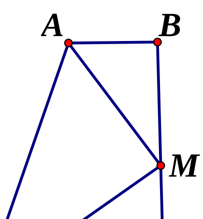
②作 COD 的平分线

25. 已知，如图∠B=∠C=90°，M 是 BC 的中点，DM 平分∠ADC。

（3）　求证：AM 平分∠DAM；

（4）　猜想 AM 与 DM 的位置关系如何，并证明你的结论。

解：（1）



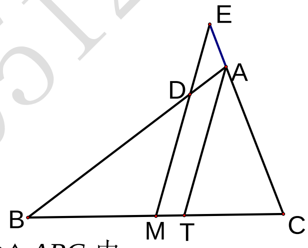
证法一、过 M 作 MN⊥AD 于 N，利用角平分线性质得到 MC=MN，
再由中点得到 MN=MB，通过角平分线的判定得出 AM 平分∠DAM
或者通过全等到用角平线定义去证

证法二、延长 DM、AB 相交于点 E 通过平行线角平分线得到等腰三角形，再利用三线合一完成证明

（2）利用（1）证法一倒角可得
或者利用（1）证法二三线合一完成证明

五、仔细想一想（ 每题 6 分，共 12 分 ））

26．已知：AT 为∠ABC 的平分线，M 为 BC 中点，ME∥AT，交 AB 于点 D，交 CA 的延长线于点 E。求证：BD=CE



证法一，延长 EM 到 F 使 MF=EM，连结 BF
证法二|延长短 DM 到 G 使 MG=MD 连线结 CG

27．已知：如图，在△*ABC* 中，*AB*=*AC*，∠*BAC*=30°．点 *D* 为△*ABC* 内一点，

且 *DB*=*DC*，∠*DCB*=30°．点 *E* 为 *BD* 延长线上一点，且 *AE*=*AB*．

（1）求∠*ADE* 的度数；

（2）若点 *M* 在 *DE* 上，且 *DM*=*DA*，
求证：*ME*=*DC*．

26．解：（1）如图 4．

∵△*ABC* 中，*AB*=*AC*，∠*BAC*=30°，

∴∠*ABC*=∠*ACB*=$(180^\circ-30^\circ)\div 2$=75°．

∵*DB*=*DC*，∠*DCB*=30°，

∴∠*DBC*=∠*DCB*=30°．

∴∠1=∠*ABC*－∠*DBC*=75°－30°=45°．　-------------------------------------1 分

∵*AB*=*AC*，*DB*=*DC*，

∴*AD* 所在直线垂直平分 *BC*．

∴*AD* 平分∠*BAC*．

∴∠2=$\frac{1}{2}$∠*BAC*=$\frac{1}{2}\times 30^\circ$=15°．　---2 分

∴∠*ADE*=∠1＋∠2 =45°＋15°=60°．　--3 分

证明：（2）证法一：连接 *AM*，取 *BE* 的中点 *N*，连接 *AN*．（如图 5）

∵△ADM 中，$DM=DA$，$\angle ADE=60°$，

∴△ADM 为等边三角形．　　-----------------4 分

∵△ABE 中，$AB=AE$，N 为 BE 的中点，

∴$BN=NE$，且 $AN\perp BE$．

∴$DN=NM$．　　-----------------------------------5 分

∴$BN-DN=NE-NM$，

即 $BD=ME$．

∵$DB=DC$，

∴$ME=DC$．　　--6 分

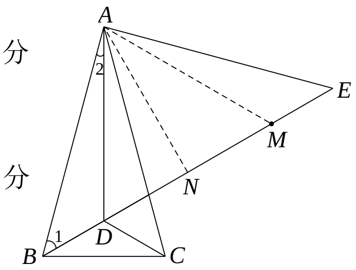


图 5

证法二：连接 AM．（如图 6）

∵△ADM 中，$DM=DA$，$\angle ADE=60°$，

∴△ADM 为等边三角形．　　------------------4 分

∴$\angle 3=60°$．

∵$AE=AB$，

∴$\angle E=\angle 1=45°$．

∴$\angle 4=\angle 3-\angle E=60°-45°=15°$．

∴$\angle 2=\angle 4$．

在△ABD 和△AEM 中，

$$\begin{cases}\angle 1=\angle E,\\ AB=AE,\\ \angle 2=\angle 4,\end{cases}$$

∴△$ABD\cong$△AEM．　　---5 分

∴$BD=EM$．

∵$DB=DC$，

∴$ME=DC$．　　--6 分

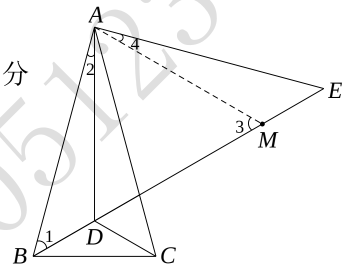


图 6

阅卷说明：其他正确解法相应给分．

六、附加题：（实验班必做，普通班选做）

（第 28、29 题各 6 分，第 30 题 8 分，共 20 分）

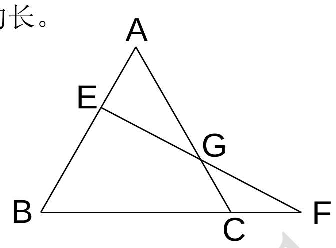
28．因式分解：$(k+1)x^2-(3k+1)x+2k-2=\underline{[(k+1)x-k+1](x-2)}$；

29．　已知：△ABC 是等边三角形，点 E 在 AB 边上运动，EF 交 AC 于 G，交 BC 的延长

线于 F，且 AE=CF.

（1）求证：GE=GF

（2）当点 E 运动到 AB 的中点时，如果 AB= a，求 CG 的长。



解：（1）

过点 EM∥BC 交 AC 于 M，从而得到等边三角形 AEM

再证ΔEMG≌ΔFCG

（2）CG=$\frac{1}{4}a$

30．已知：在△ABC 中，$\angle CAB=2\alpha$，且 $0^\circ<\alpha<30^\circ$，AP 平分∠CAB.

（1）如图 1，若 $\alpha=21^\circ$，∠ABC=32°，且 AP 交 BC 于点 P，试探究线段 AB，AC 与 PB 之间的数量关系，并对你的结论加以证明；

答：线段 AB，AC 与 PB 之间的数量关系为：____________________________.

证明：

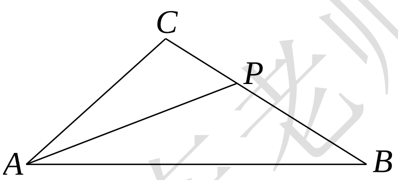


图 1

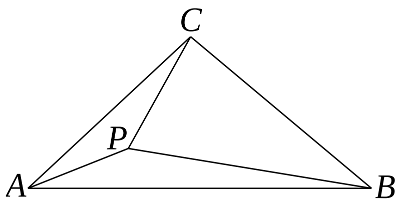


图 2

（2）如图 2，若∠ABC=$60^\circ-\alpha$，点 P 在△ABC 的内部，且使∠CBP=30°，求∠APC 的度数（用含 α 的代数式表示）.

解：（1） AB－AC= PB；　---1 分

证明：在 AB 上截取 AD，使 AD=AC.（如图 7）

∵AP 平分∠CAB，

∴∠1=∠2.

在△ACP 和△ADP 中，

$$\begin{cases} AC=AD, \\ \angle 1=\angle 2, \\ AP=AP, \end{cases}$$

∴△ACP≌△ADP.

∴∠C =∠3.

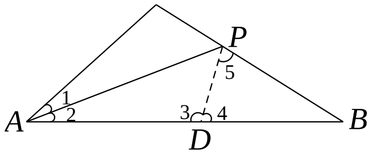


图 7

∵△ABC 中，$\angle CAB=2\alpha=2\times21°=42°$，$\angle ABC=32°$，

∴$\angle C=180°-\angle CAB-\angle ABC=180°-42°-32°=106°$.

∴$\angle 3=106°$.　--2 分

∴$\angle 4=180°-\angle 3=180°-106°=74°$，

$\angle 5=\angle 3-\angle ABC=106°-32°=74°$.

∴$\angle 4=\angle 5$.

∴$PB=DB$.

∴$AB-AC=AB-AD=DB=PB$.　--------------------------------------3 分

（2）方法一：延长 AC 至 M，使 $AM=AB$，连接 PM，BM.（如图 8）

∵AP 平分$\angle CAB$，$\angle CAB=2\alpha$，

∴$\angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}\cdot 2\alpha=\alpha$.

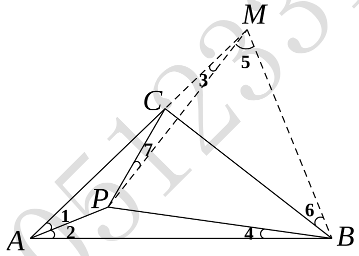


图 8

在△AMP 和△ABP 中，

$$\begin{cases} AM=AB, \\ \angle 1=\angle 2, \\ AP=AP, \end{cases}$$

∴△AMP≌△ABP.

∴$PM=PB$，$\angle 3=\angle 4$.

∵$\angle ABC=60°-\alpha$，$\angle CBP=30°$，

∴$\angle 4=(60°-\alpha)-30°=30°-\alpha$.

∴$\angle 3=\angle 4=30°-\alpha$.　---4 分

∵△AMB 中，$AM=AB$，

∴$\angle AMB=\angle ABM=(180°-\angle MAB)\div 2=(180°-2\alpha)\div 2=90°-\alpha$.

∴$\angle 5=\angle AMB-\angle 3=(90°-\alpha)-(30°-\alpha)=60°$.

∴△PMB 为等边三角形.

∵$\angle 6=\angle ABM-\angle ABC=(90°-\alpha)-(60°-\alpha)=30°$，

∴$\angle 6=\angle CBP$.

∴BC 平分$\angle PBM$.

∴BC 垂直平分 PM.

∴$CP=CM$.

∴$\angle 7=\angle 3=30°-\alpha$. ---5 分

∴$\angle ACP=\angle 7+\angle 3=(30°-\alpha)+(30°-\alpha)=60°-2\alpha$.

∴△ACP 中，$\angle APC=180°-\angle 1-\angle ACP$

$=180°-\alpha-(60°-2\alpha)$

$=120°+\alpha$.　---6 分

方法二：在 AB 上截取 AM，使 $AM=AC$，连接 PM，延长 AP 交 BC 于 N，连接 MN.（如图 9）

∵AP 平分$\angle CAB$，$\angle CAB=2\alpha$，

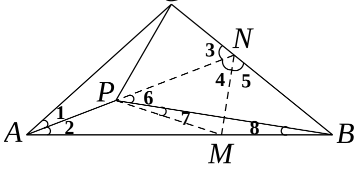


图 9

$\therefore \angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}\cdot 2\alpha=\alpha$.

在△ACN 和△AMN 中，

$$\begin{cases} AC=AM, \\ \angle 1=\angle 2, \\ AN=AN, \end{cases}$$

∴△ACN≌△AMN.

$\therefore \angle 3=\angle 4$.

$\because \angle ABC=60°-\alpha$，

$\therefore \angle 3=\angle 2+\angle NBA=\alpha+(60°-\alpha)=60°$.

$\therefore \angle 3=\angle 4=60°$.

$\therefore \angle 5=180°-\angle 3-\angle 4=180°-60°-60°=60°$.

$\therefore \angle 4=\angle 5$.　　---4 分

∴NM 平分$\angle PNB$.

$\because \angle CBP=30°$，

$\therefore \angle 6=\angle 3-\angle NBP=60°-30°=30°$.

$\therefore \angle 6=\angle NBP$.

$\therefore NP=NB$.

∴NM 垂直平分 PB.

$\therefore MP=MB$.

$\therefore \angle 7=\angle 8$.

$\therefore \angle 6+\angle 7=\angle NBP+\angle 8$，

即$\angle NPM=\angle NBM=60°-\alpha$.　　--5 分

$\therefore \angle APM=180°-\angle NPM=180°-(60°-\alpha)=120°+\alpha$.

在△ACP 和△AMP 中，

$$\begin{cases} AC=AM, \\ \angle 1=\angle 2, \\ AP=AP, \end{cases}$$

∴△ACP≌△AMP.

$\therefore \angle APC=\angle APM$.

$\therefore \angle APC=120°+\alpha$.　　---6 分

阅卷说明：其他正确解法相应给分.