

东城区 2017-2018 学年度第一次模拟检测

初三数学

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 考号_____

考生须知

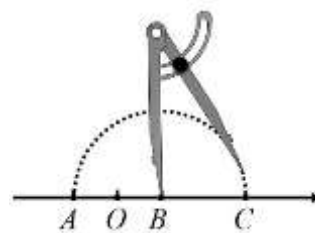
1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分.考试时间 120 分钟.
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回.

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

下面各题均有四个选项，其中只有一个符合题意的

1. 如图，若数轴上的点 A, B 分别与实数 $-1, 1$ 对应，用圆规在数轴上画点 C ，则与点 C 对应的实数是

- A. 2 ~~B. 3~~
C. 4 D. 5



2. 当函数 $y = (x-1)^2 - 2$ 的函数值 y 随着 x 的增大而减小时， x 的取值范围是

- A. $x > 0$ ~~B. $x < 1$~~ C. $x > 1$ D. x 为任意实数

3. 若实数 a, b 满足 $|a| > |b|$ ，则与实数 a, b 对应的点在数轴上的位置可以是

A.

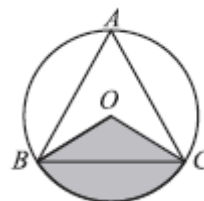
C.

~~B.~~

~~D.~~

4. 如图， $\odot O$ 是等边 $\triangle ABC$ 的外接圆，其半径为 3. 图中阴影部分的面积是

- A. π B. $\frac{3\pi}{2}$ C. 2π ~~D. 3π~~



5. 点 $A(4, 3)$ 经过某种图形变化后得到点 $B(-3, 4)$, 这种图形变化可以是

A. 关于 x 轴对称

B. 关于 y 轴对称

☒ C. 绕原点逆时针旋转 90°

D. 绕原点顺时针旋转 90°

6. 甲、乙两位同学做中国结, 已知甲每小时比乙少做 6 个, 甲做 30 个所用的时间与乙做 45 个所用的时间相同, 求甲每小时做中国结的个数. 如果设甲每小时做 x 个, 那么可列方程为

☒ A. $\frac{30}{x} = \frac{45}{x+6}$

B. $\frac{30}{x} = \frac{45}{x-6}$

C. $\frac{30}{x-6} = \frac{45}{x}$

D. $\frac{30}{x+6} = \frac{45}{x}$

7. 第 24 届冬奥会将于 2022 年在北京和张家口举行. 冬奥会的项目有滑雪 (如跳台滑雪、高山滑雪、单板滑雪等)、滑冰 (如短道速滑、速度滑冰、花样滑冰等)、冰球、冰壶等. 如图, 有 5 张形状、大小、质地均相同的卡片, 正面分别印有跳台滑雪、速度滑冰、冰球、单板滑雪、冰壶五种不同的项目图案, 背面完全相同. 现将这 5 张卡片洗匀后正面向下放在桌子上, 从中随机抽取一张, 抽出的卡片正面恰好是滑雪图案的概率是



高山滑雪



速度滑冰



冰球



单板滑雪



冰壶

A. $\frac{1}{5}$

☒ B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{5}$

8. 如图 1 是一座立交桥的示意图 (道路宽度忽略不计), A 为入口, F, G 为出口, 其中直行道为 AB, CG, EF , 且 $AB=CG=EF$; 弯道为以点 O 为圆心的一段弧, 且 $BC,$

CD, DE 所对的圆心角均为 90° . 甲、乙两车由 A 口同时驶入立交桥, 均以 10m/s 的速度行驶, 从不同出口驶出. 其间两车到点 O 的距离 $y(\text{m})$ 与时间 $x(\text{s})$ 的对应关系如图 2 所示. 结合题目信息, 下列说法错误的是

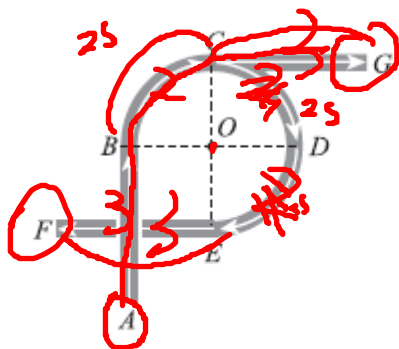
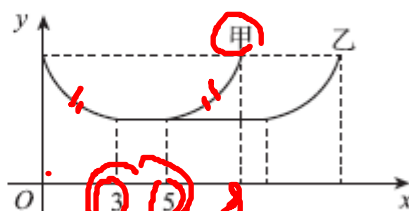


图 1



2.5 图 2

- A. 甲车在立交桥上共行驶 8s ✓
 B. 从 F 口出比从 G 口出多行驶 40m ✓
 C. 甲车从 F 口出，乙车从 G 口出
 D. 立交桥总长为 150m

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

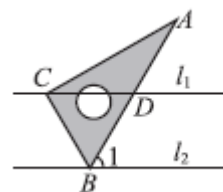
10. 分解因式: $m^2n - 4n = n(m+2)(m-2)$ $\frac{360}{45} =$

11. 若多边形的内角和为其外角和的 3 倍，则该多边形的边数为 8

12. 化简代数式 $\left(x+1+\frac{1}{x-1}\right) \div \frac{x}{2x-2}$ ，正确的结果为 $2x$.

13. 含 30° 角的直角三角板与直线 l_1, l_2 的位置关系如图所示，已知 $l_1 \parallel l_2$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ 。以下三个结论中正确的是_____ (只填序号)。

① $AC = 2BC$; ② $\triangle BCD$ 为正三角形; ③ $AD = BD$



14. 将直线 $y=x$ 的图象沿 y 轴向上平移 2 个单位长度后，所得直线的函数表达式为 $y=x+2$ ，这两条直线间的距离为 $\sqrt{2}$.

15. 举重比赛的总成绩是选手的挺举与抓举两项成绩之和，若其中一项三次挑战失败，则该项成绩为 0. 甲、乙是同一重量级别的举重选手，他们近三年六次重要比赛的成绩

绩如下（单位：公斤）：

年份 \ 选手	2015 上半年	2015 下半年	2016 上半年	2016 下半年	2017 上半年	2017 下半年
甲	290（冠军）	170（没获奖）	292（季军）	135（没获奖）	298（冠军）	300（冠军）
乙	285（亚军）	287（亚军）	293（亚军）	292（亚军）	294（亚军）	296（亚军）

如果你是教练，要选派一名选手参加国际比赛，那么你会选派_____（填“甲”或“乙”），理由是_____。

16. 已知正方形 $ABCD$.

求作：正方形 $ABCD$ 的外接圆.

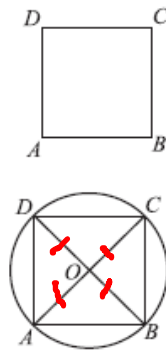
作法：如图，

(1) 分别连接 AC , BD , 交于点 O ;

(2) 以点 O 为圆心, OA 长为半径作 $\odot O$.

$\odot O$ 即为所求作的圆.

请回答：该作图的依据是① ②.



三、解答题(本题共 68 分，第 17-24 题，每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26-27，每小题 7 分，第 28 题 8 分)

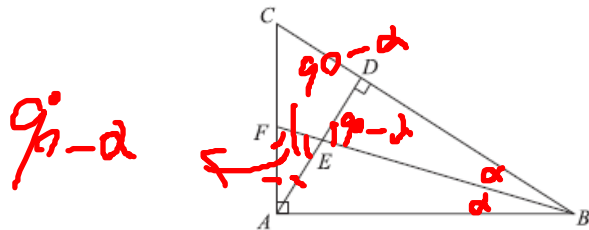
17. 计算： $2\sin 60^\circ - (\pi - 2)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + |1 - \sqrt{3}|$. $2\sqrt{3} + 7$

18. 解不等式组 $\begin{cases} 4x+6 > x, \\ \frac{x+2}{3} \geq x, \end{cases}$ 并写出它的所有整数解.

$$-2 < x \leq 1$$

$-1, 0, 1$

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D . BF 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E , 交 AC 于点 F . 求证： $AE = AF$.



$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \quad \begin{array}{r} -(m+2) \\ -1 \end{array}$$

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + m+2 = 0$.

(1) 求证: 无论实数 m 取何值, 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一个根的平方等于 4, 求 m 的值.

$$\Delta = [-(m+3)]^2 - 4(m+2) = (m+1)^2$$

$$[x - (m+2)](x-1) = 0$$

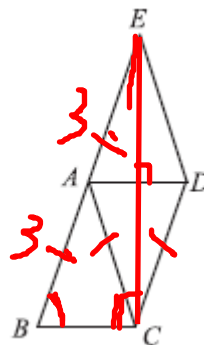
$$x_1 = m+2, x_2 = 1 \quad x_1 = m+2 \pm 2$$

$$m = 0 \quad / \quad m = -4$$

21. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 延长 BA 至点 E , 使 $AE = AB$, 连接 DE , AC .

(1) 求证: 四边形 $ACDE$ 为平行四边形

(2) 连接 CE 交 AD 于点 O . 若 $AC = AB = 3$, $\cos B = \frac{1}{3}$, 求线段 CE 的长.



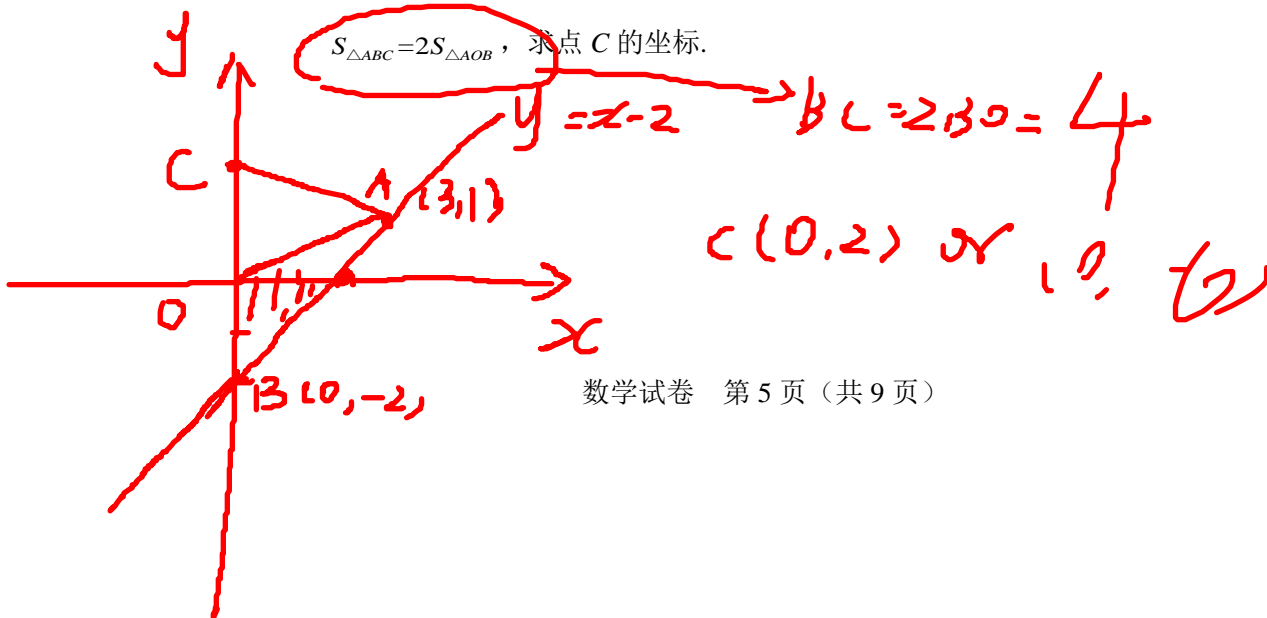
$$4\sqrt{2}$$

22. 已知函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象与一次函数 $y = ax - 2 (a \neq 0)$ 的图象交于点 $A(3, n)$.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 设一次函数 $y = ax - 2 (a \neq 0)$ 的图象与 y 轴交于点 B . 若点 C 在 y 轴上, 且

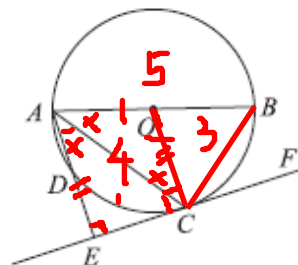
$S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AOB}$, 求点 C 的坐标.



23. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, 且点 C 是 \overline{BD} 的中点. 过点 C 作 AD 的垂线 EF 交直线 AD 于点 E .

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 BC . 若 $AB=5, BC=3$, 求线段 AE 的长.



$\triangle ABC \sim \triangle AEC$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AB} \quad AE = \frac{AC^2}{AB} = \frac{9}{5}$$

24. 随着高铁的建设, 春运期间动车组发送旅客量越来越大. 相关部门为了进一步了解春运期间动车组发送旅客量的变化情况, 针对 2014 年至 2018 年春运期间铁路发送旅客量情况进行了调查, 具体过程如下.

(I) 收集、整理数据

请将表格补充完整:

年份	2014	2015	2016	2017	2018
动车组发送旅客量 a 亿人次	0.87	1.14	1.46	1.80	2.17
铁路发送旅客总量 b 亿人次	2.52	2.76	3.07	3.42	3.82
动车组发送旅客量占比 $\frac{a}{b} \times 100\%$	34.5%	41.3%	47.6%	52.6%	

(II) 描述数据

为了更直观地显示春运期间动车组发送旅客量占比的变化趋势, 需要用

_____ (填“折线图”或“扇形图”) 进行描述;

(III) 分析数据、做出推测

预计 2019 年春运期间动车组发送旅客量占比约为 59.5%, 你的预估理由是

25. 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D, E 分别为 BC, AB 的中点, 连接 AD . 在线段 AD 上任取一点 P , 连接 PB, PE . 若 $BC=4, AD=6$, 设 $PD=x$ (当点 P 与点 D 重合时, x 的值为 0), $PB+PE=y$.

小明根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变换而变化的规律进行了探究.

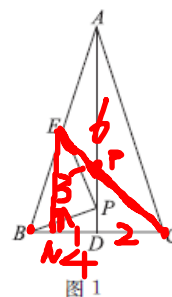
下面是小明的探究过程, 请补充完整:

- (1) 通过取点、画图、计算, 得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

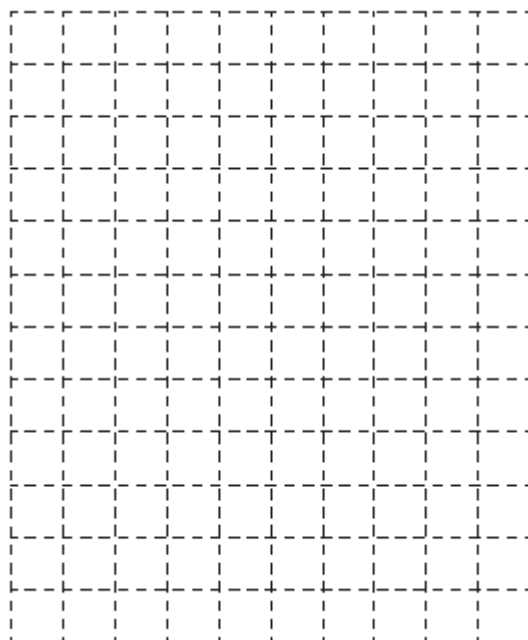
x	0	1	2	3	4	5	6
y	5.2	4.5	4.2	4.6	5.9	7.6	9.5

(说明: 补全表格时, 相关数值保留一位小数).

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$)



- (2) 建立平面直角坐标系, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;



- (3) 函数 y 的最小值为_____ (保留一位小数), 此时点 P 在图 1 中的位置为_____.

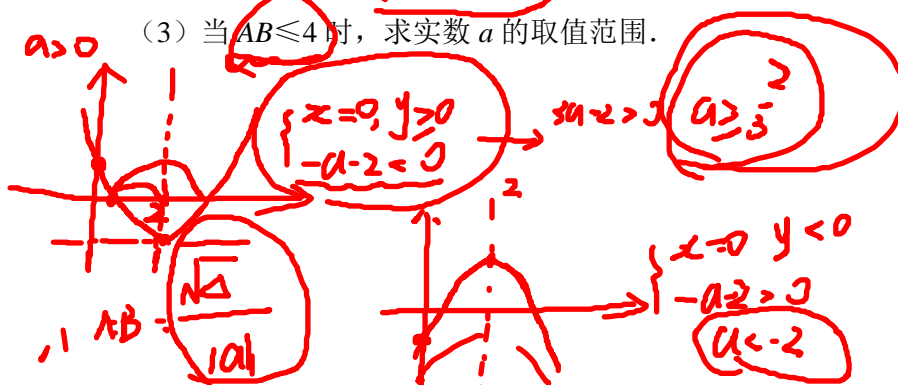
26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3a - 2 (a \neq 0)$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 左侧).

(1) 当抛物线过原点时, 求实数 a 的值: $\frac{2}{3}$ 又 $\frac{2}{3}$

(2) ①求抛物线的对称轴: $x = 2, y = -a - 2$

②求抛物线的顶点的纵坐标 (用含 a 的代数式表示);

(3) 当 $AB \leq 4$ 时, 求实数 a 的取值范围.



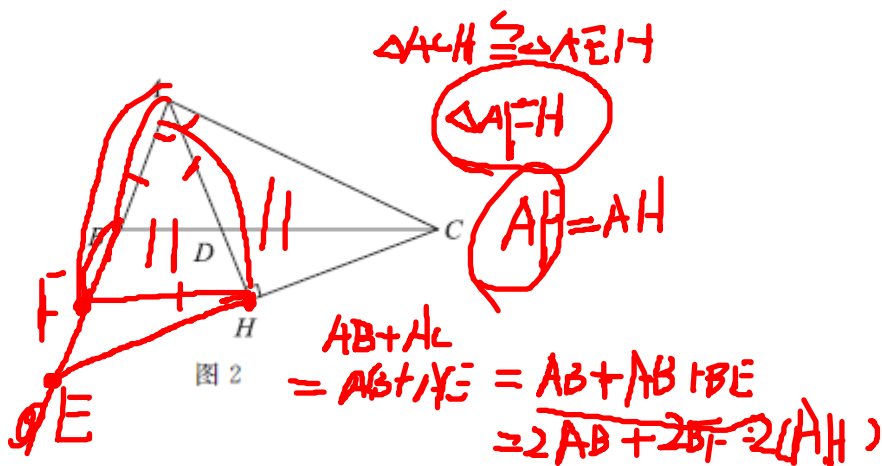
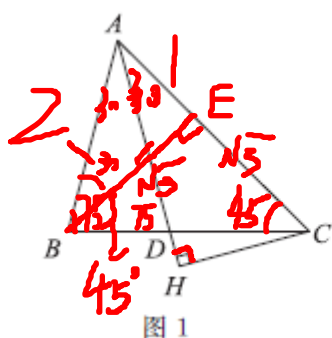
27. 已知 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, 且 $AD = AB$, 过点 C 作 AD 的垂线, 交 AD 的延长线于点 H .

(1) 如图 1, 若 $\angle BAC = 60^\circ$

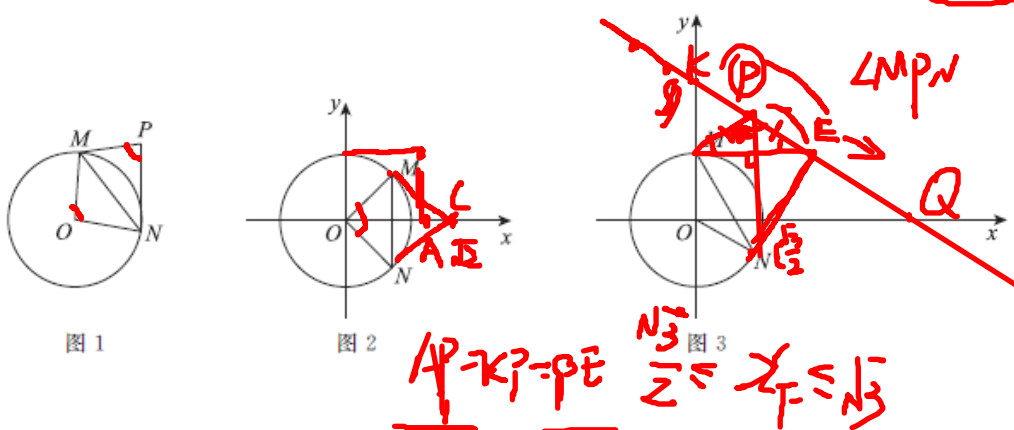
①直接写出 $\angle B$ 和 $\angle ACB$ 的度数;

②若 $AB = 2$, 求 AC 和 AH 的长;

(2) 如图 2, 用等式表示线段 AH 与 $AB + AC$ 之间的数量关系, 并证明.



28. 给出如下定义：对于 $\odot O$ 的弦 MN 和 $\odot O$ 外一点 P （ M, O, N 三点不共线，且 P, O 在直线 MN 的异侧），当 $\angle MPN + \angle MON = 180^\circ$ 时，则称点 P 是线段 MN 关于点 O 的关联点。图1是点 P 为线段 MN 关于点 O 的关联点的示意图。



在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为1.

- (1) 如图2， $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ， $N\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ，在 $A(1, 0)$ ， $B(1, 1)$ ， $C(\sqrt{2}, 0)$

三点中，是线段 MN 关于点 O 的关联点的是_____；

- (2) 如图3， $M(0, 1)$ ， $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ，点 D 是线段 MN 关于点 O 的关联点.

① $\angle MDN$ 的大小为_____°；

② 在第一象限内有一点 $E(\sqrt{3}m, m)$ ，点 E 是线段 MN 关于点 O 的关联点，

判断 $\triangle MNE$ 的形状，并直接写出点 E 的坐标；

③ 点 F 在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 上，当 $\angle MFN \geq \angle MDN$ 时，求点 F 的横坐标 x_F 的取值范围.