

北京市燕山地区 2018 年初中毕业暨一模考试

数学试卷

2018. 5

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 2017 年北京市在经济发展、社会进步、城市建设、民生改善等方面取得新成绩、新面貌。综合实力稳步提升。全市地区生产总值达到 280000 亿元，将 280000 用科学记数法表示为

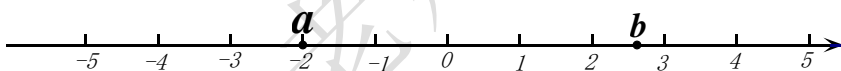
A. 280×10^3 B. 28×10^4 C. 2.8×10^5 D. 0.28×10^6

2. 下面的图形是天气预报中的图标，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



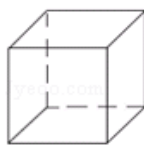
A. 晴 B. 浮尘 C. 大雨 D. 大雪

3. 实数 a , b 在数轴上对应的点的位置如图所示，则正确的结论是



A. $a+b < 0$ B. $a > |-2|$ C. $b > \pi$ D. $\frac{a}{b} < 0$

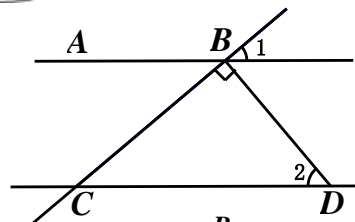
4. 下列四个几何体中，左视图为圆的是



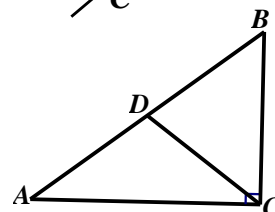
A. B. C. D.

5. 如图， $AB \parallel CD$ ， $DB \perp BC$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数是

A. 40° B. 50° C. 60° D. 140°



6. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是 AB 边上的中线， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，则 $\angle ACD$ 的正切值是



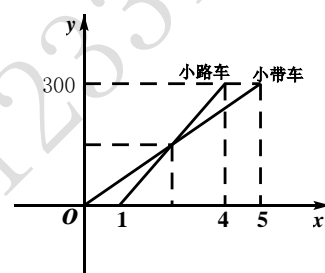
- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

7. 每个人都应怀有对水的敬畏之心,从点滴做起,节水、爱水,保护我们生活的美好世界。某地近年来持续干旱,为倡导节约用水,该地采用了“阶梯水价”计费方法,具体方法:每户每月用水量不超过 4 吨的每吨 2 元;超过 4 吨而不超过 6 吨的,超出 4 吨的部分每吨 4 元;超过 6 吨的,超出 6 吨的部分每吨 6 元。该地一家庭记录了去年 12 个月的月用水量如下表,下列关于用水量的统计量不会发生改变的是

用水量 x (吨)	3	4	5	6	7
频数	1	2	5	$4-x$	x

- A. 平均数、中位数 B. 众数、中位数
C. 平均数、方差 D. 众数、方差

8. 小带和小路两个人开车从 A 城出发匀速行驶至 B 城.在整个行驶过程中,小带和小路两人的车离开 A 城的距离 y (千米)与行驶的时间 t (小时)之间的函数关系如图所示。有下列结论: ①A、B 两城相距 300 千米;②小路的车比小带的车晚出发 1 小时,却早到 1 小时;③小路的车出发后 2.5 小时追上小带的车; ④当小带和小路的车相距 50 千米时, $t = \frac{5}{4}$ 或 $t = \frac{15}{4}$ 。其中正确的结论有



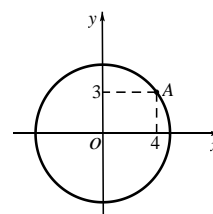
距 50 千米时, $t = \frac{5}{4}$ 或 $t = \frac{15}{4}$ 。其中正确的结论有

- A. ①②③④ B. ①②④ C. ①② D. ②③④

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如果分式 $\frac{x}{x+4}$ 的值是 0, 那么 x 的值是_____.

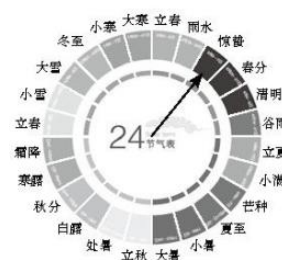
10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(4,3)$ 为 $\odot O$ 上一点, B 为 $\odot O$ 内一点, 请写出一个符合条件要求的点 B 的坐标_____



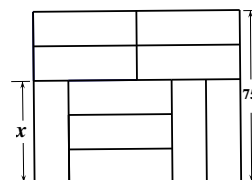
11. 当 $a=3$ 时, 代数式 $(\frac{a^2}{a-2} - \frac{1}{a-2}) \div \frac{a^2-2a+1}{a-2}$ 的值是_____.

12. 写出经过点 $(0, 0)$, $(-2, 0)$ 的一个二次函数的解析式_____ (写一个即可)

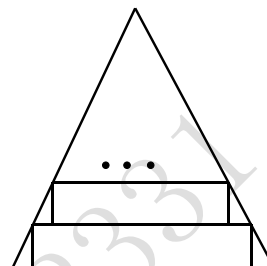
13. 二十四节气列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产代表作名录。太阳运行的轨道是一个圆形,古人将之称作“黄道”,并把黄道分为 24 份,每 15 度就是一个节气,统称“二十四节气”。这一时间认知体系被誉为“中国的第五大发明”。如图,指针落在惊蛰、春分、清明区域的概率是_____



14. 如图，10 块相同的长方形卡片拼成一个大长方形，设长方形卡片的长和宽分别为 x 和 y ，则依题意，列方程组为 _____



15. 如图，一等腰三角形，底边长是 18 厘米，底边上的高是 18 厘米，现在沿底边依次从下往上画宽度均为 3 厘米的矩形，画出的矩形是正方形时停止，则这个矩形是第几个



16. 在数学课上，老师提出如下问题：

尺规作图：确定图中 \widehat{CD} 所在圆的圆心.

已知： \widehat{CD} .

求作： \widehat{CD} 所在圆的圆心 O .

瞳瞳的作法如下：

如图，

(1) 在 \widehat{CD} 上任意取一点 M ，分别连接 CM ， DM ；

(2) 分别作弦 CM ， DM 的垂直平分线，

两条垂直平分线交于点 O .

点 O 就是 \widehat{CD} 所在圆的圆心.

老师说：“瞳瞳的作法正确.”

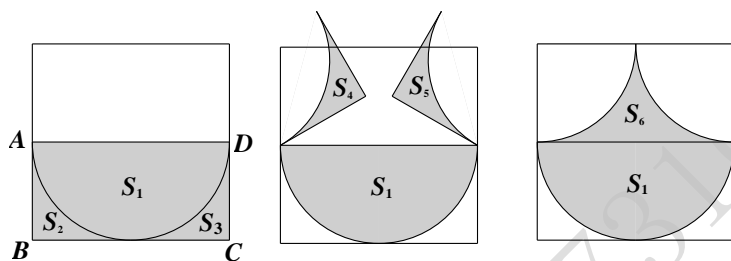
请你回答：瞳瞳的作图依据是_____.

三、解答题（本题共 68 分，第 17~24 题，每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 7 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分，） 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. 计算：. 计算： $4\cos 30^\circ - \sqrt{12} + 2018^0 + |1 - \sqrt{3}|$

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} < 1, \\ 2(x+1) \geq x-1. \end{cases}$$

19. 文艺复兴时期，意大利艺术大师达·芬奇研究过用圆弧围成的部分图形的面积问题。已知正方形的边长是 2，就能求出图中阴影部分的面积。



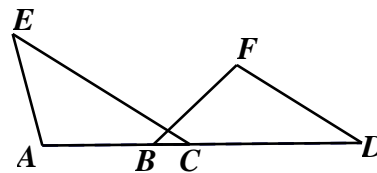
证明： $S_{\text{矩形}ABCD} = S_1 + S_2 + S_3 = 2$, $S_4 =$ _____ , $S_5 =$ _____ ,

$S_6 =$ _____ + _____ ,

$S_{\text{阴影}} = S_1 + S_6 = S_1 + S_2 + S_3 =$ _____ .

20. 如图， 点 A, B, C, D 在同一条直线上， $CE \parallel DF$, $EC = BD$, $AC = FD$,

求证： $AE = FB$



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + k = 0$.

(1) 求证： 方程有两个不相等的实数根；

(2) 当方程有一个根为 1 时， 求 k 的值.

22. 豆豆妈妈用小米运动手环记录每天的运动情况，下面是她 6 天的数据记录（不完整）：

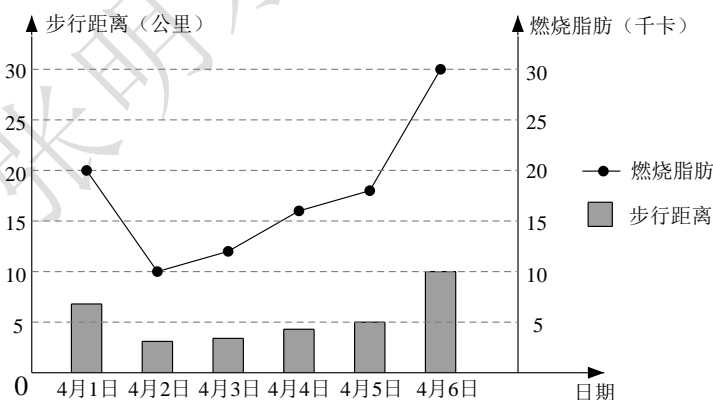
日期	4 月 1 日	4 月 2 日	4 月 3 日	4 月 4 日	4 月 5 日	4 月 6 日
步行数(步)	10672	4927	5543	6648		
步行距离(公里)	6.8	3.1	3.4	4.3		
卡路里消耗(千卡)	157	79	91	127		
燃烧脂肪(克)	20	10	12	16		



(1) 4 月 5 日,4 月 6 日, 豆豆妈妈没来得及作记录, 只有手机图片, 请你根据图片数据, 帮她补全表格.

(2) 豆豆利用自己学习的统计知识, 把妈妈步行距离与燃烧脂肪情况用如下统计图表示出来, 请你根据图中提供的信息写出结论: _____. (写一条即可)

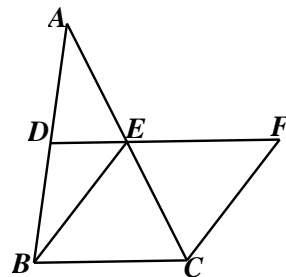
4月1日—6日妈妈步行距离与燃烧脂肪情况统计图



(3) 豆豆还帮妈妈分析出步行距离和卡路里消耗数近似成正比例关系, 豆豆妈妈想使自己的卡路里消耗数达到 250 千卡, 预估她一天步行距离为_____公里. (直接写出结果, 精确到个位)

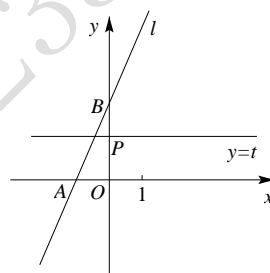
23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 AB, AC 的中点, $BE=2DE$, 延长 DE 到点 F , 使得 $EF=BE$, 连接 CF .

- (1) 求证: 四边形 $BCFE$ 是菱形;
(2) 若 $\angle BCF=120^\circ$, $CE=4$, 求菱形 $BCFE$ 的面积.



24. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y=kx+k(k \neq 0)$ 与 x 轴, y 轴分别交于 A, B 两点, 且点 $B(0, 2)$, 点 P 在 y 轴正半轴上运动, 过点 P 作平行于 x 轴的直线 $y=t$.

- (1) 求 k 的值和点 A 的坐标;
(2) 当 $t=4$ 时, 直线 $y=t$ 与直线 l 交于点 M , 反比例函数

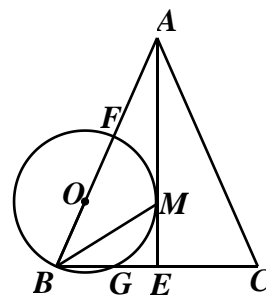


$y = \frac{n}{x}$ ($n \neq 0$) 的图象经过点 M , 求反比例函数的解析式;

- (3) 当 $t < 4$ 时, 若直线 $y=t$ 与直线 l 和 (2) 反比例函数的图象分别交于点 C, D , 当 CD 间距离大于等于 2 时, 求 t 的取值范围.

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AE 是 BC 边上的高线, BM 平分 $\angle ABC$ 交 AE 于点 M , 经过 B, M 两点的 $\odot O$ 交 BC 于点 G , 交 AB 于点 F , FB 为 $\odot O$ 的直径.

- (1) 求证: AM 是 $\odot O$ 的切线
(2) 当 $BE=3$, $\cos C = \frac{2}{5}$ 时, 求 $\odot O$ 的半径.



26. 已知 y 是 x 的函数，自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ 的全体实数，下表是 y 与 x 的几组对应值.

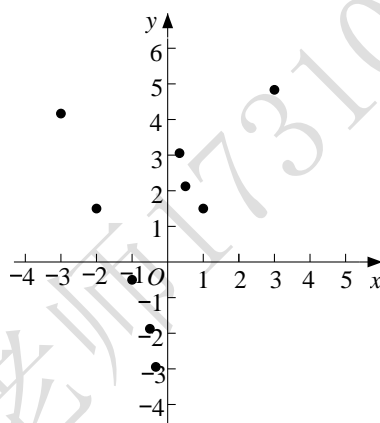
x	\cdots	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	\cdots
y	\cdots	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{53}{18}$	$\frac{55}{18}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{3}{2}$	m	$\frac{29}{6}$	\cdots

小华根据学习函数的经验，利用上述表格所反映出的 y 与 x 之间的变化规律，对该函数的图象与性质进行了探究.

下面是小华的探究过程，请补充完整：

(1) 从表格中读出，当自变量是 -2 时，函数值是_____；

(2) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；

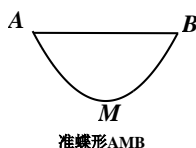
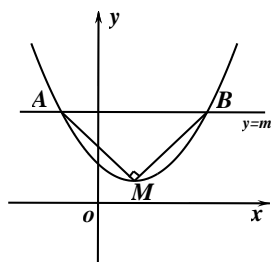


(3) 在画出的函数图象上标出 $x=2$ 时所对应的点，并写出 $m=$ _____

(4) 结合函数的图象，写出该函数的一条性质：

_____.

27. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的顶点为 M ，直线 $y=m$ 与抛物线交于点 A, B ，若 $\triangle AMB$ 为等腰直角三角形，我们把抛物线上 A, B 两点之间的部分与线段 AB 围成的图形称为该抛物线对应的准蝶形，线段 AB 称为碟宽，顶点 M 称为碟顶.



(1) 由定义知，取 AB 中点 N ，连结 MN ， MN 与 AB 的关系是_____

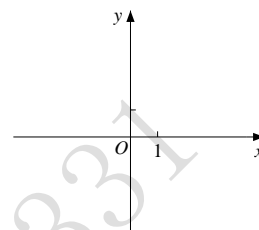
(2) 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 对应的准蝶形必经过 $B(m, m)$, 则 $m =$ _____, 对应的碟宽 AB 是 _____

(3) 抛物线 $y = ax^2 - 4a - \frac{5}{3} (a > 0)$ 对应的碟宽在 x 轴上, 且 $AB = 6$.

① 求抛物线的解析式;

② 在此抛物线的对称轴上是否有这样的点 $P(x_p, y_p)$, 使得 $\angle APB$

为锐角, 若有, 请求出 y_p 的取值范围. 若没有, 请说明理由.



备用图

28. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边的中线, $DE \perp BC$ 于 E , 连结 CD , 点 P 在射线 CB 上 (与 B, C 不重合).

(1) 如果 $\angle A = 30^\circ$

① 如图 1, $\angle DCB =$ _____ $^\circ$.

② 如图 2, 点 P 在线段 CB 上, 连结 DP , 将线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 60° , 得到线段 DF , 连结 BF , 补全图 2 猜想 CP, BF 之间的数量关系, 并证明你的结论;

(2) 如图 3, 若点 P 在线段 CB 的延长线上, 且 $\angle A = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 连结 DP , 将线段 DP 绕点逆时针旋转 2α 得到线段 DF , 连结 BF , 请直接写出 DE, BF, BP 三者的数量关系 (不需证明).

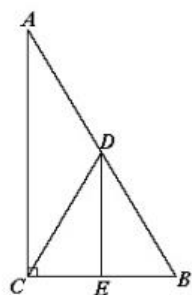


图 1

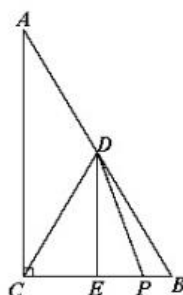


图 2

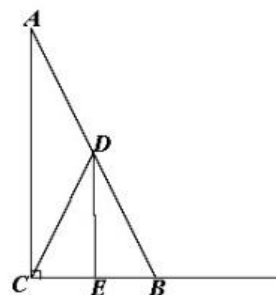


图 3

北京市燕山地区 2018 年初中毕业暨一模考试答案

2018. 5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. C. 2. A 3. D. 4. B. 5. A. 6. D. 7. B. 8. C.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x=0$. 10. 内一点都对 11. 2 12. $y=x^2+2x$ 13. $\frac{1}{8}$

14. $\begin{cases} x+2y=75 \\ x=3y \end{cases}$ 15. 5 个

16. ①线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等
②圆的定义（到定点的距离等于定长的点的轨迹是圆）

三、解答题（本题共 68 分，第 17~24 题，每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 7 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分，） 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. $4\cos 30^\circ - \sqrt{12} + 2018^0 + |1 - \sqrt{3}| = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 = \sqrt{3}$

.....5'

18. 解：由（1）得， $x-3 < 2$

$$x < 5$$

.....2'

（2）得 $2x+2 \geq x-1$

$$x \geq -3$$

.....4'

所以不等式组的解是 $-3 \leq x < 5$

.....5'

19. $S_4 = \frac{S_2}{2}, S_5 = \frac{S_3}{2}$

$$S_6 = \frac{S_4}{2} + \frac{S_5}{2}$$

$$S_{\text{阴影面积}} = S_1 + S_6 = S_1 + \frac{S_4}{2} + \frac{S_5}{2} = S_1 + \frac{S_2}{4} + \frac{S_3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

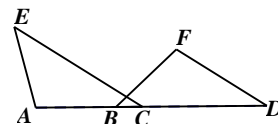
.....5'

20. 证明： $\because CE \parallel DF$

$$\therefore \angle ECA = \angle FDB \dots\dots\dots 2'$$

在 $\triangle ECA$ 和 $\triangle FDB$ 中

$$\begin{cases} EC = BD \\ \angle ECA = \angle F \\ AC = FD \end{cases} \dots\dots\dots 3'$$



$$\therefore \triangle ECA \cong \triangle FDB \dots\dots\dots 4'$$

$$\therefore AE = FB \dots\dots\dots 5'$$

21. (1) 证明： 因为 $b^2 - 4ac = [-(2k+1)]^2 - 4 \times 1 \times (k^2 + k)$
 $= 1)0$

所以有两个不等实根3' ..

(2) 当 $x=1$ 时, $1 - (2k+1) \times 1 + k^2 + k = 0$

$k^2 - k = 0$,

$k_1 = 0$ 或 $k_2 = 1$ 5'

22. (1) 填数据2'

(2) 写出一条结论:4'

(3) 预估她一天步行约为_____公里. (直接写出结果, 精确到个位)
5'

23. (1) 证明: \because 点 D, E, 是 AB, AC 中点

$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2} BC$ 1'

又 $BE = 2DE$, 即 $DE = \frac{1}{2} BE$

$\therefore BC = BE$ 又 $EF = BE$

$\therefore EF \parallel BC, EF = BC$

\therefore 四边形 BCFE 是平行四边形2'

又 $EF = BE$

\therefore 四边形 BCFE 是菱形3'

(2) \because 四边形 BCFE 是菱形

$\therefore BC = BE$ 又 $\angle BCF = 120^\circ$

$\therefore \angle BCE = 60^\circ$

$\therefore \triangle BCE$ 是等边三角形

\therefore 连结 BF 交 EC 于点 O. $\therefore BF \perp EC$

在 $Rt\triangle BOC$ 中, $BO = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ 4'

$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot BO \cdot OC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$

$S_{\text{菱形}BCFE} = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ 5'

24. 解: (1) \because 直线 $l: y = kx + k$ 经过点 B(0,2),

$\therefore k = 2$

$\therefore y = 2x + 2$

$\therefore A(-1,0)$ 2'

(2) 当 $t=4$ 时, 将 $y=4$ 代入 $y=2x+2$ 得, $x=1$

$$\therefore M(1,4) \text{ 代入 } y = \frac{n}{x} \text{ 得, } n=4$$

$$\therefore y = \frac{4}{x} \dots\dots\dots 2'$$

(3) 当 $t=2$ 时, $B(0,2)$ 即 $C(0,2)$, 而 $D(2,2)$

如图, $CD=2$, 当 $y=t$ 向下运动但是不超过 x 轴时, 符合要求

$$\therefore t \text{ 的取值范围是 } 0 < t \leq 2 \dots\dots\dots 5'$$

25. 解: (1) 连结 OM .

$\because BM$ 平分 $\angle ABC$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 \text{ 又 } OM=OB$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3$$

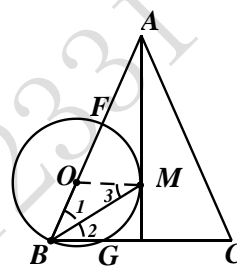
$$\therefore OM \parallel BC \dots\dots\dots 2'$$

AE 是 BC 边上的高线

$$\therefore AE \perp BC,$$

$$\therefore AM \perp OM$$

$$\therefore AM \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线} \dots\dots\dots 3'$$



(2) $\because AB=AC$

$$\therefore \angle ABC = \angle C \quad AE \perp BC,$$

$$\therefore E \text{ 是 } BC \text{ 中点} \quad \therefore EC=BE=3$$

$$\therefore \cos C = \frac{2}{5} = \frac{EC}{AC}$$

$$\therefore AC = \frac{5}{2} EC = \frac{15}{2} \dots\dots\dots 4'$$

$$\because OM \parallel BC, \angle AOM = \angle ABE$$

$$\therefore \triangle AOM \sim \triangle ABE \therefore \frac{OM}{BE} = \frac{AO}{AB}$$

$$\text{又 } \angle ABC = \angle C \quad \therefore \angle AOM = \angle C$$

$$\text{在 Rt} \triangle AOM \text{ 中 } \cos \angle AOM = \cos C = \frac{2}{5} \quad \frac{OM}{AO} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore AO = \frac{5}{2} OM$$

$$AB = \frac{5}{2} OM + OB = \frac{7}{2} OM$$

$$\text{而 } AB = AC = \frac{15}{2}$$

$$\therefore \frac{7}{2} OM = \frac{15}{2}$$

$$OM = \frac{15}{7}$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径是 } \frac{15}{7} \dots\dots\dots 6'$$

26. 解：(1)当自变量是-2 时，函数值是 $-\frac{3}{2}$

.....1'

(2) 如图,该函数的图象： (略)

.....3'

(3)标出 x=2 时所对应的点

.....4'

且 m= _____

.....5'

(4)写出该函数的性质(一条即可): _____ .

.....7'

27. 解：(1)MN 与 AB 的关系是 $MN \perp AB$, $MN = \frac{1}{2} AB$

.....2'

(2) m= 2 对应的碟宽是 4

.....4'

(3) ①由已知，抛物线必过 (3, 0)，代入 $y = ax^2 - 4a - \frac{5}{3} (a > 0)$

得， $9a - 4a - \frac{5}{3} = 0$

$$a = \frac{1}{3}$$

∴ 抛物线的解析式是 $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$

.....5'

② 由①知， $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$ 的对称轴上 P (0, 3), P (0, -3) 时， $\angle APB$ 为直角，

∴ 在此抛物线的对称轴上有这样的点 P，使得 $\angle APB$ 为锐角，

y_p 的取值范围是 $y_p < -3$ 或 $y_p > 3$

.....7'

28. 解：(1) ① $\angle DCB = 60^\circ$ 1'

② 补全图形

CP=BF

.....3'

$\triangle DCP \cong \triangle DBF$

.....6'

(2) $BF \cdot BP = 2DE \cdot \tan \alpha$ 8'