

2018 年北京市高级中等学校招生考试

数学试卷

姓名_____准考证号_____考场号_____座位号_____

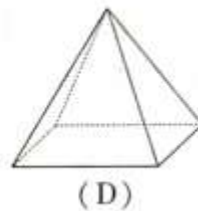
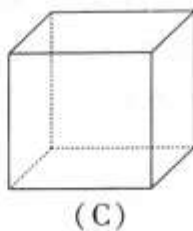
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

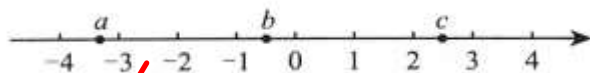
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列几何体中，是圆柱的为



2. 实数
- a, b, c
- 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



- (A) $|a| > 4$ (B) $c - b > 0$ (C) $ac > 0$ (D) $a + c > 0$

3. 方程式
- $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 8y = 14 \end{cases}$
- 的解为

- (A) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

4. 被誉为“中国天眼”的世界上最大的单口径球面射电望远镜 FAST 的反射面总面积相当于 35 个标准足球场的总面积。已知每个标准足球场的面积为
- 7140m^2
- ，则 FAST 的反射面总面积约为

- (A) $7.14 \times 10^3 \text{m}^2$ (B) $7.14 \times 10^4 \text{m}^2$ (C) $2.5 \times 10^5 \text{m}^2$ (D) $2.5 \times 10^6 \text{m}^2$

5. 若正多边形的一个外角是
- 60°
- ，则该正多边形的内角和为

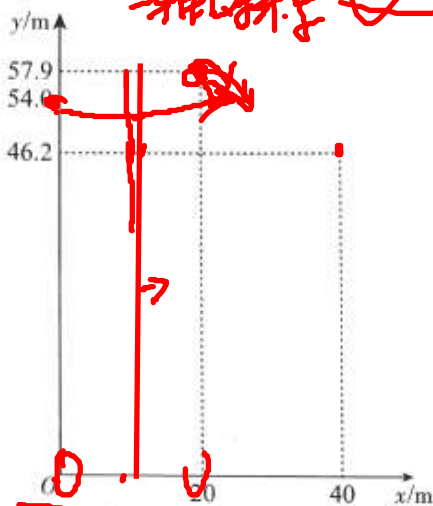
- (A) 360° (B) 540° (C) 720° (D) 900°

6. 如果
- $a - b = 2\sqrt{3}$
- ，那么代数式
- $\left(\frac{a^2 + b^2}{2a} - b\right) \cdot \frac{a}{a - b}$
- 的值为

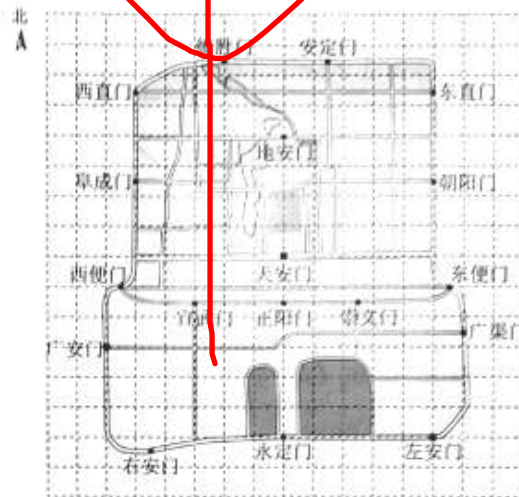
- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$

7. 跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一，运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，运动员起跳后的竖直高度 y （单位：m）与水平距离 x （单位：m）近似满足函数关系 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 。下图记录了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离为

(A) 10m (B) 15m (C) 20m (D) 22.5m



(第7题图)



(第8题图)

8. 上图是老北京城一些地点的分布示意图。在图中，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向建立平面直角坐标系，有如下四个结论：

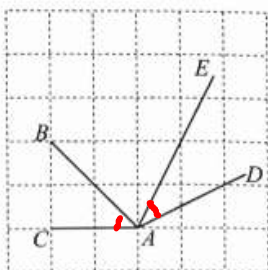
- ①当表示天安门的点的坐标为 $(0,0)$ ，表示广安门的点的坐标为 $(-6,-3)$ 时，表示左安门的点的坐标为 $(5,-6)$ ；
- ②当表示天安门的点的坐标为 $(0,0)$ ，表示广安门的点的坐标为 $(-12,-6)$ 时，表示左安门的点的坐标为 $(10,-12)$ ；
- ③当表示天安门的点的坐标为 $(1,1)$ ，表示广安门的点的坐标为 $(-11,-5)$ 时，表示左安门的点的坐标为 $(11,-11)$ ；
- ④当表示天安门的点的坐标为 $(1.5,1.5)$ ，表示广安门的点的坐标为 $(-16.5,-7.5)$ 时，表示左安门的点的坐标为 $(16.5,-16.5)$ 。

上述结论中，所有正确结论的序号是

(A) ①②③ (B) ②③④ (C) ①④ (D) ①②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

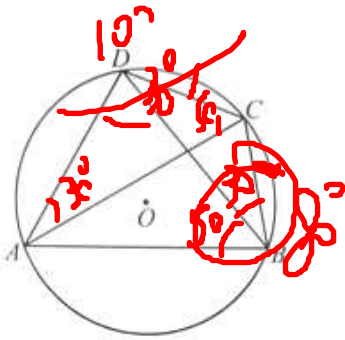
9. 右图所示的网络是正方形网格， $\angle BAC$ $>$ $\angle DAE$ 。（填“ $>$ ”，“ $=$ ”或“ $<$ ”）



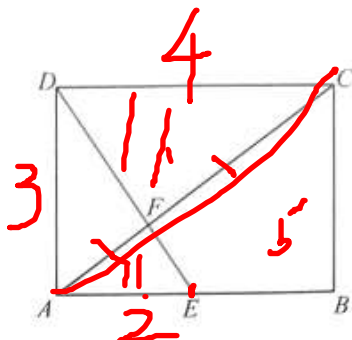
10. 若 \sqrt{x} 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____。

11. 用一组 a, b, c 的值说明命题“若 $a < b$ ，则 $ac < bc$ ”是错误的，这组值可以是 $a = \underline{1}$ ， $b = \underline{2}$ ， $c = \underline{-2}$ 。

12. 如图，点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上， $\widehat{CB} = \widehat{CD}$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 50^\circ$ ，则 $\angle ADB = \underline{70^\circ}$ 。



(第 12 题图)



(第 13 题图)

13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 是边 AB 的中点，连接 DE 交对角线 AC 于点 F ，若 $AB = 4$ ， $AD = 3$ ，则 CF 的长为 $\underline{\frac{10}{3}}$ 。

14. 从甲地到乙地有 A, B, C 三条不同的公交线路。为了解早高峰期间这三条线路上的公交车从甲地到乙地的用时情况，在每条线路上随机选取了 500 个班次的公交车，收集了这些班次的公交车用时（单位：分钟）的数据，统计如下：

公交车用时 线路	公交车用时 频数	$30 \leq t \leq 35$	$35 < t \leq 40$	$40 < t \leq 45$	$45 < t \leq 50$	合计
A		59	151	166	124	500
B		50	50	122	278	500
C		45	265	167	23	500

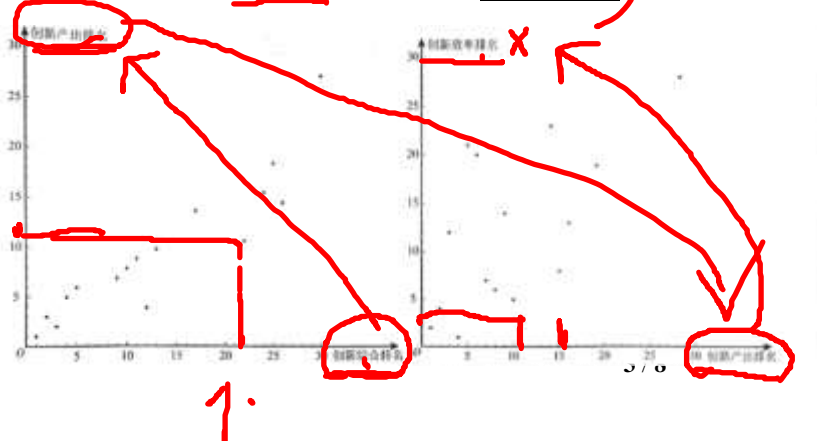
早高峰期间，乘坐 C（填“A”，“B”或“C”）线路上的公交车，从甲地到乙地“用时不超过 45 分钟”的可能性最大。

15. 某公园划船项目收费标准如下：

船型	两人船（限乘两人）	四人船（限乘四人）	六人船（限乘六人）	八人船（限乘八人）
每船租金（元/小时）	90	100	130	150

某班 18 名同学一起去该公园划船，若每人划船的时间均为 1 小时，则租船的总费用最低为 180 元。

16. 2017 年，部分国家及经济体在全球的创新综合排名、创新产出排名和创新效率排名情况如图所示，中国创新综合排名全球第 22，创新效率排名全球第 3。



三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27, 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

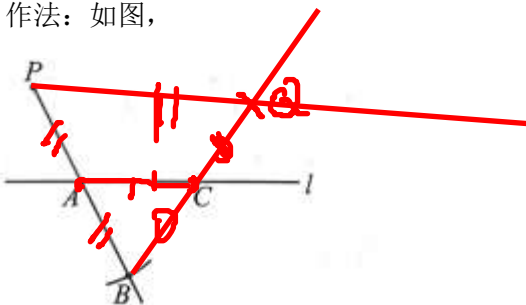
17. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程。

已知：直线 l 及直线 l 外一点 P 。



求作：直线 PQ ，使得 $PQ \parallel l$ 。

作法：如图，



①在直线 l 上取一点 A ，作射线 PA ，以点 A 为圆心， AP 长为半径画弧，交 PA 的延长线于点 B ；

②在直线 l 上取一点 C （不与点 A 重合），作射线 BC ，以点 C 为圆心， CB 长为半径画弧，交 BC 的延长线于点 Q ；

③作直线 PQ 。所以直线 PQ 就是所求作的直线。

根据小东设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

(2) 完成下面的证明。

证明： $\because AB = AP$ ， $CB = CQ$ ，

$\therefore PQ \parallel l$ （等角对等边，填推理的依据）。

18. 计算 $4\sin 45^\circ + (\pi - 2)^\circ - \sqrt{18} + |-1|$ $2 - \sqrt{2}$

19. 解不等式组： $\begin{cases} 3(x+1) > x-1 \\ \frac{x+9}{2} > 2x \end{cases} \Rightarrow 2 < x < 3$

20. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 。

(1) 当 $b = a + 2$ 时，利用根的判别式判断方程根的情况；

(2) 若方程有两个相等的实数根，写出一组满足条件的 a ， b 的值，并求此时方程的根。

$$\Delta = b^2 - 4a = 0$$

$$b^2 = 4a$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

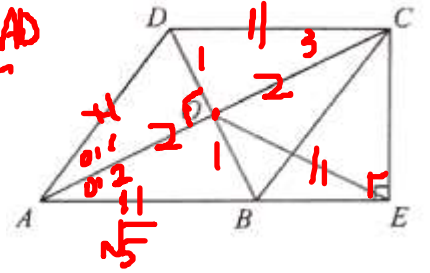
$$ax^2 + (a+2)x + 1 = 0$$

$$\Delta = (a+2)^2 - 4a = a^2 + 4 > 0$$

21. 如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel DC$ ， $AB=AD$ ，对角线 AC，BD 交于点 O，AC 平分 $\angle BAD$ ，过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE.

(1) 求证：四边形 ABCD 是菱形； $AD=CD \rightarrow AB=CD \rightarrow \square ABCD + AB=AD$

(2) 若 $AB=\sqrt{5}$ ， $BD=2$ ，求 OE 的长.

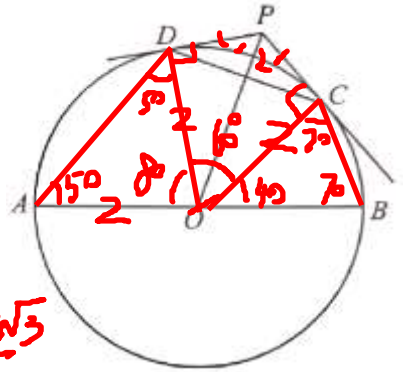


$$\angle OPD = \angle OPC$$

22. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，过 $\odot O$ 外一点 P 作 $\odot O$ 的两条切线 PC=PD，切点分别为 C，D，连接 OP，CD.

(1) 求证： $OP \perp CD$;

(2) 连接 AD，BC，若 $\angle DAB=50^\circ$ ， $\angle CBA=70^\circ$ ， $OA=2$ ，求 OP 的长.



(2)
 $\because PD=PC$
 $\angle 1 = \angle 2$
 $\therefore \dots$

$\angle CPD = 120^\circ$
 $\angle OPD = \angle OPC = 60^\circ$
 $Rt \triangle OPD$
 $OD = \frac{\sqrt{3}}{2} PO$
 $2 = \frac{\sqrt{3}}{2} PO \quad PO = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象 G 经过点 A(4, 1)，直线 L: $y = \frac{1}{4}x + b$ 与图象 G 交于点 B，与 y

轴交于点 C

(1) 求 k 的值;

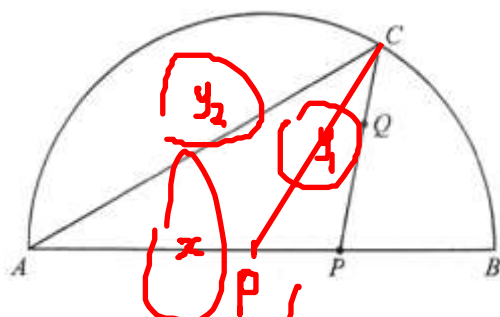
(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象 G 在点 A，B 之间的部分与线段 OA，OC，BC 围成的区域(不含边界) 为 W.

① 当 $b=-1$ 时，直接写出区域 W 内的整点个数;

② 若区域 W 内恰有 4 个整点，结合函数图象，求 b 的取值范围

$$k = xy = 4$$

24.如图, Q 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的内部的一点, P 是弦 AB 上一动点, 连接 PQ 并延长交 \widehat{AB} 于点 C, 连接 AC. 已知 $AB=6\text{cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, P, C 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$, A, C 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$.



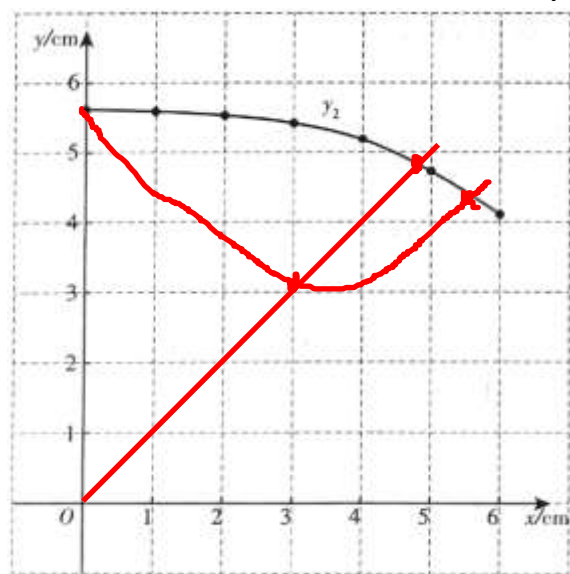
小腾根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 , 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小腾的探究过程, 请补充完整:

(1)按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值;

X/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.62	4.67	3.76	3.00	2.65	3.18	4.37
y_2/cm	5.62	5.59	5.53	5.42	5.19	4.73	4.11

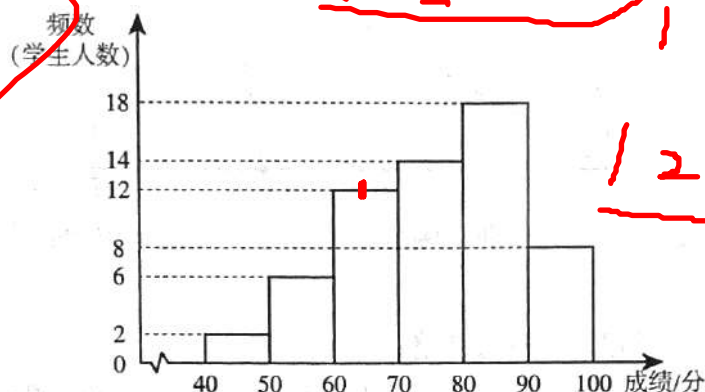
(2)在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) 并画出 (x, y_2) 函数 y_1, y_2 的图象;



(3)结合函数图象, 解决问题: 当 $\triangle APC$ 为等腰三角形时, AP 的长度约为 _____ cm.

25. 某年级共有 300 名学生. 为了解该年级学生 A, B 两门课程的学习情况, 从中随机抽取 60 名学生进行测试, 获得了他们的成绩 (百分制), 并对数据 (成绩) 进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. A 课程成绩的频数分布直方图如下 (数据分成 6 组: $40 \leq x < 50$, $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$):



b. A 课程成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是:

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
70 71 71 71 76 76 77 78 78.5 78.5 79 79 79 79.5

c. A, B 两门课程成绩的平均数、中位数、众数如下:

课程	平均数	中位数	众数
A	75.8	m	84.5
B	72.2	70	83

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 写出表中 m 的值;

(2) 在此次测试中, 某学生的 A 课程成绩为 76 分, B 课程成绩为 71 分, 这名学生成绩排名更靠前的课程是 (填 "A" 或 "B"), 理由是 _____.

(3) 假设该年级学生都参加此次测试, 估计 A 课程成绩跑到 75.8 分的人数.

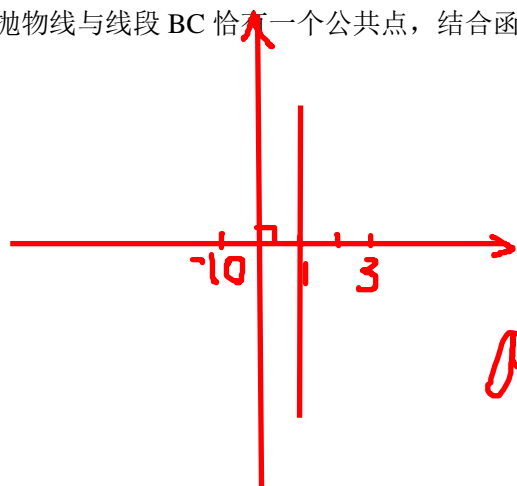
$$\frac{36}{60} \times 300 = 180$$

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=4x+4$ 与 x 轴 y 轴分别交于点 A, B, 抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 A 将点 B 向右平移 5 个单位长度, 得到点 C.

(1) 求点 C 的坐标;

(2) 求抛物线的对称轴;

(3) 若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围



$(-1,0)$ $(0,4)$

$$b = -2a$$

$$y = ax^2 - 2ax - 3a$$

$$a > \frac{1}{3} \text{ 或 } a < -\frac{1}{3} \text{ 或 } a = -1$$

27. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是边 AB 上的一动点(不与点 A, B 重合), 连接 DE , 点 A 关于直线 DE 的对称点为 F , 连接 EF 并延长交 BC 于点 G , 连接 DG , 过点 E 作 $EH \perp DE$ 交 DG 的延长线于点 H , 连接 BH .

(1) 求证: $GF = GC$;

(2) 用等式表示线段 BH 与 AE 的数量关系, 并证明.

$$\triangle DEG \cong \triangle DKG$$



$$\angle EDH = 45^\circ$$

$$\triangle DEE \cong \triangle MEH$$

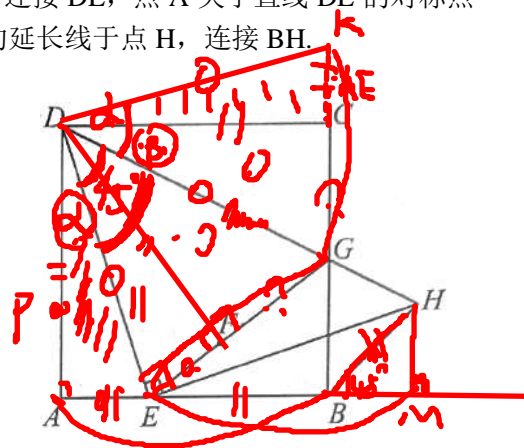
$$HM = AE$$

$$EM = AD = AB$$



$$HM = AE = BM$$

$$BH = \sqrt{2}HM = \sqrt{2}AE$$



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 M, N , 给出如下定义: P 为图形 M 上任意一点, Q 为图形 N 上任意一点, 如果 P, Q 两点间的距离有最小值, 那么称这个最小值为图形 M, N 间的“闭距离”, 记作 $d(M, N)$.

已知点 $A(-2, 6), B(-2, -2), C(6, -2)$.

(1) 求 $d(\text{点 } O, \triangle ABC)$;

(2) 记函数 $y = kx (-1 \leq x \leq 1, k \neq 0)$ 的图象为图形 G . 若 $d(G, \triangle ABC) = 1$, 直接写出 k 的取值范围;

(3) $\odot T$ 的圆心为 $T(t, 0)$, 半径为 1. 若 $d(\odot T, \triangle ABC) = 1$, 直接写出 t 的取值范围.

$$-4$$

$$0 \leq t \leq 4 - 2\sqrt{2}$$

$$t = 4 + 2\sqrt{2}$$