北京市东城区（南片）2014-2015 学年下学期初中八年级期末考试数学试卷

一、选择题（本题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分。）

1. 下列函数中，y 是 x 的正比例函数的是

A. y=2x-1　　B. y=$\sqrt{2}$ x　　C. y=2x^2　　D. y=kx

2. 在直角三角形中，两条直角边的长分别是 12 和 5，则斜边上的中线长是

A. 34　　B. 26　　C. 8.5　　D. 6.5

3. 矩形、菱形、正方形都具有的性质是

A. 对角线相等　　B. 对角线互相平分

C. 对角线互相垂直　　D. 对角线平分对角

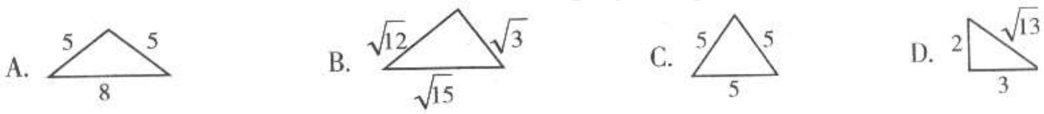
4. 三角形的三边长分别为 6，8，10，它的最短边上的高为

A. 6　　B. 4.5　　C. 2.4　　D. 8

5. 点（1，m），（2，n）在函数 y=-x+1 的图象上，则 m、n 的大小关系是

A. m>n　　B. m<n　　C. m=n　　D. m≤n

6. 下列各三角形的边长如图所示，其中三角形面积是无理数的是



7. 能判定一个四边形是平行四边形的条件是

A. 一组对边平行，另一组对边相等

B. 一组对角相等，另一组对角互补

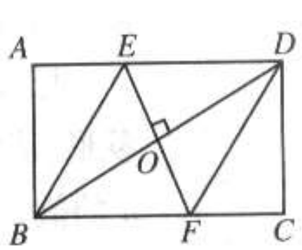
C. 一组对角相等，一组邻角互补

D. 一组对边平行，一组对角互补

8. 已知矩形 ABCD，一条直线将该矩形 ABCD 分割成两个多边形，若这两个多边形的内角和分别为 M 和 N，M+N 不可能是

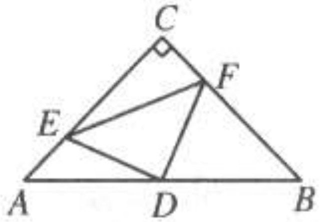
A. 360°　　B. 540°　　C. 720°　　D. 630°

9. 如图，在矩形 ABCD 中，边 AB 的长为 3，点 E，F 分别在 AD，BC 上，连接 BE，DF，EF，BD. 若四边形 BFDE 是菱形，且 EF=AE+FC，则边 BC 的长为



A. $2\sqrt{3}$　　B. $3\sqrt{3}$　　C. $6\sqrt{3}$　　D. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$

10. 如图，在△ABC 中，∠C=90°，AC=BC=4，D 是 AB 的中点，点 E、F 分别在 AC、BC 边上运动（点 E 不与点 A、C 重合），且保持 AE=CF，连接 DE、DF、EF.在此运动变化的过程中，有下列结论：



①△DFE 是等腰直角三角形；

②四边形 CEDF 不可能为正方形；

③四边形 CEDF 的面积随点 E 位置的改变而发生变化；

④点 C 到线段 EF 的最大距离为 $\sqrt{2}$。

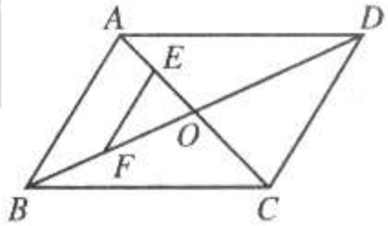
其中正确结论的个数是

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 3 分，共 24 分。）

11. 如果二次根式 $\sqrt{3x+1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_______________。

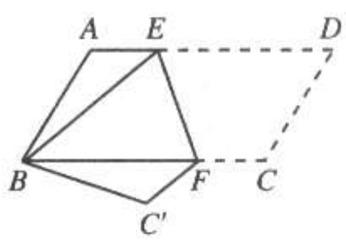
12. 如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E，F 分别是线段 AO，BO 的中点。若 AC+BD=24cm，△OAB 的周长是 18cm，则 EF 的长为_________。



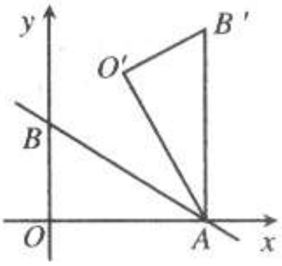
13. 将正比例函数 y=3x 的图象向下平移 4 个单位长度后，所得函数图象的解析式为___________。

14. 在△ABC 中，∠A，∠B，∠C 所对的边分别为 a，b，c，如果三边长满足 $b^2-a^2=c^2$，那么△ABC 中互余的一对角是_________________。

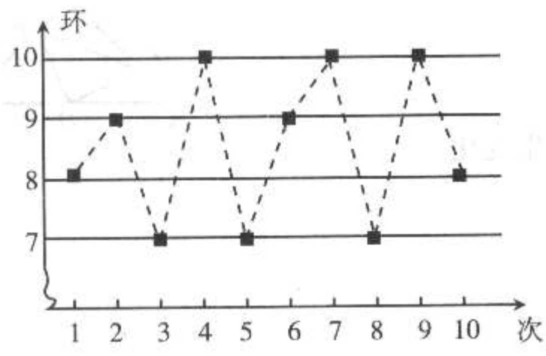
15. 如图，已知平行四边形纸片 ABCD 的周长为 20，将纸片沿某条直线折叠，使点 D 与点 B 重合，折痕交 AD 于点 E，交 BC 于点 F，连接 BE，则△ABE 的周长为___________。



16. 如图，直线 y=-$\frac{\sqrt{3}}{3}$x+2 与 x 轴，y 轴分别交于 A，B 两点，把△AOB 绕点 A 顺时针旋转 60°后得到△A$O'B'$，则点 B' 的坐标是__________。

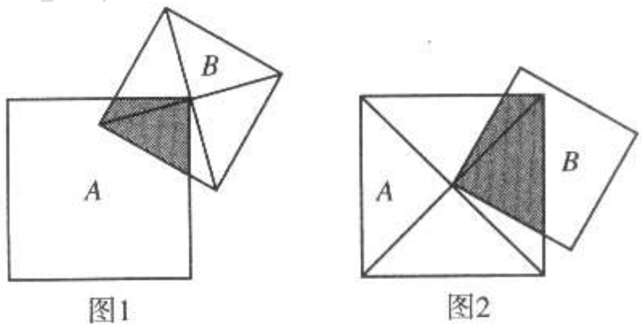


17. 甲、乙两射击运动员进行 10 次射击，甲的成绩是 7，7，8，9，8，9，10，9，9，9，乙的成绩如图所示。则甲、乙两运动员射击成绩的方差之间关系是 $S^2_{甲}$__________$S^2_{乙}$。（用>，<，=表示）



17 题图

18. 将正方形 A 的一个顶点与正方形 B 的对角线交点重合，如图 1 位置，则阴影部分面积是正方形 A 面积的$\frac{1}{8}$，将正方形 A 与 B 按图 2 放置，则阴影部分面积是正方形 B 面积的___________。（几分之几）



18 题图

三、计算题（本题共 4 道小题，每小题 4 分，共 16 分。）

19. 化简：

（1）$\sqrt{(-144)\times(-169)}$　　　　（2）-$\frac{1}{3}\sqrt{225}$

20. 计算：

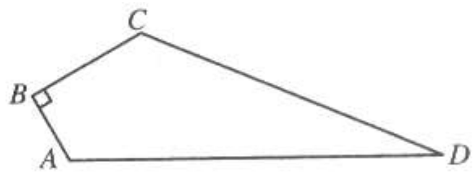
（1）$4\sqrt{5}+\sqrt{45}-\sqrt{8}+4\sqrt{2}$　　　　（2）$6-2\sqrt{\frac{3}{2}}-3\sqrt{\frac{3}{2}}$

21. 化简：$\sqrt{3}$（$\sqrt{2}-\sqrt{3}$）$+\left|\sqrt{6}-3\right|$

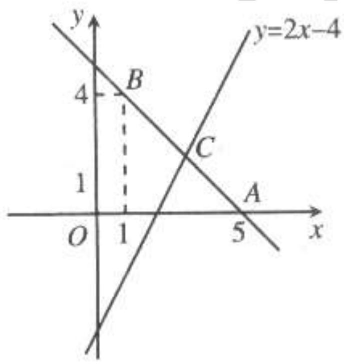
22. 若数据 10，10，x，8 的众数与平均数相同，求这组数的中位数。

四、解答题（本题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分。）

23. 如图，已知四边形 ABCD 中，∠B=90°，AB=3，BC=4，CD=12，AD=13，求四边形 ABCD 的面积。



24. 如图，直线 y=kx+b 经过点 A（5，0），B（1，4）。

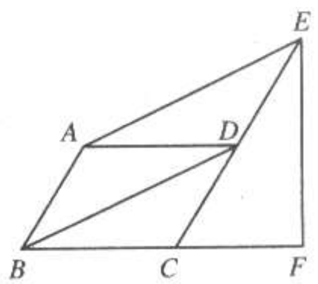


（1）求直线 AB 的解析式；

（2）若直线 y=2x-4 与直线 AB 相交于点 C，求点 C 的坐标；

（3）根据图象，写出关于 x 的不等式 2x-4>kx+b 的解集。

25. 如图，平行四边形 ABCD 中，∠ABC=60°，点 E，F 分别在 CD 和 BC 的延长线上，AE∥BD，EF⊥BC，CF=$\sqrt{3}$。



（1）求证：四边形 ABDE 是平行四边形；

（2）求 AB 的长。

26. 在进行二次根式的化简与运算时，如遇到 $\frac{3}{\sqrt{5}}$，$\sqrt{\frac{2}{3}}$，$\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ 这样的式子，还需做进一步的化简：

$$\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}. \qquad ①$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{2\times 3}{3\times 3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}. \qquad ②$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{2\times(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{3}-1. \qquad ③$$

以上化简的步骤叫做分母有理化。

$\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 还可以用以下方法化简：

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{3-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{(\sqrt{3})^2-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3})+1}=\sqrt{3}-1. \qquad ④$$

1. 请用不同的方法化简 $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

（1）参照③式化简 $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=$__________

（2）参照④式化简 $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$__________

2. 化简：$\frac{1}{\sqrt{3}+1}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}$

27. 邻边不相等的平行四边形纸片，剪去一个菱形，余下一个四边形，称为第一次操作；在余下的四边形纸片中再剪去一个菱形，又余下一个四边形，称为第二次操作;……依此类推，若第 n 次操作余下的四边形是菱形，则称原平行四边形为 n 阶准菱形. 如图 1，平行四边形 ABCD 中，若 AB=1，BC=2，则平行四边形 ABCD 为 1 阶准菱形.

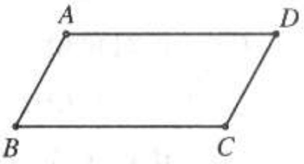


图1

（I）判断与推理：

（i）邻边长分别为 2 和 3 的平行四边形是________阶准菱形；

（ii）为了剪去一个菱形，进行如下操作：如图 2，把平行四边形 ABCD 沿 BE 折叠（点 E 在 AD 上），使点 A 落在 BC 边上的点 F，得到四边形 ABFE，请证明四边形 ABFE 是菱形.

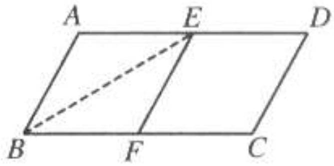


图2

（Ⅱ）操作与计算：

已知平行四边形 ABCD 的邻边长分别为 l，a（a>1），且是 3 阶准菱形，请画出平行四边形 ABCD 及裁剪线的示意图，并在图形下方写出 a 的值.

参考答案

一、选择题（本题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分。）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	B	D	A	C	C	D	B	B

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 3 分，共 24 分。）

题号	11	12	13	14	15	16	17	18
答案	$x\geqslant-\frac{1}{3}$	3	y=3x-4	∠A，∠C	10	$(2\sqrt{3},4)$	<	$\frac{1}{2}$

三、计算题（本题共 4 道小题，每小题 4 分，共 16 分。）

19. （1）原式=156.　　　　2 分

（2）原式=-5.　　　　4 分

20. （1）原式=$7\sqrt{5}+2\sqrt{2}$.　　　　2 分

（2）原式=$6-\frac{5}{2}\sqrt{6}$.　　　　4 分

21. 原式=0.　　　　4 分

22. （1）当众数为 10 时，根据题意得：10+10+x+8=4×10，解得 x=12，则中位数是 10；

2 分

（2）当 x=8 时，有两个众数，而平均数为（10×2+8×2）÷4=9，不合题意.

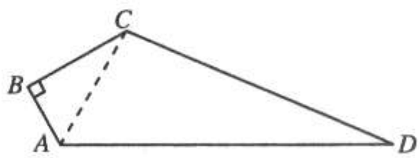
则这组数的中位数是 10.　　　　4 分

四、解答题（本题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分。）

23. 解：连接 AC.　　　　1 分

在 Rt△ABC 中，

$AC^2=AB^2+BC^2=3^2+4^2=25$，∴AC=5.　　　　2 分



在△ACD 中，∵$AC^2+CD^2=5^2+12^2=169$，

而 $AD^2=13^2=169$，

∴$AC^2+CD^2=AD^2$，∴∠ACD=90°.　　　　4 分

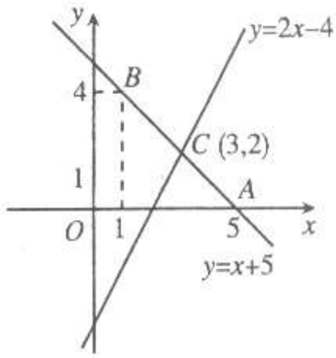
故 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AB\cdot BC+\frac{1}{2}AC\cdot CD=\frac{1}{2}\times 3\times 4+\frac{1}{2}\times 5\times 12=6+30=36$.

6 分

24. （1）y=-x+5；　　2 分

（2）C（3，2）；　　4 分

（3）x>3.　　6 分

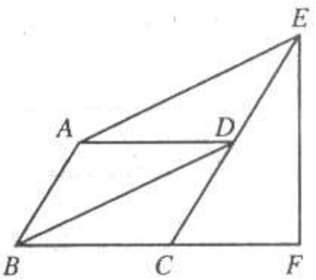


25.（1）∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB∥DC，AB=CD.　　1 分

∵AE∥BD，

∴四边形 ABDE 是平行四边形.　　2 分



（2）由（1）知，AB=DE=CD，　　3 分

即 D 为 CE 中点。

∵EF⊥BC，∴∠EFC=90°.

∵AB∥CD，

∴∠DCF=∠ABC=60°.　　4 分

∴∠CEF=30°.

∴AB=CD=$\sqrt{3}$.　　6 分

26. 解：（1）参照③式化简 $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$.

（2）参照④式化简

$$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{5-3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\sqrt{5}-\sqrt{3}.$$

2 分

2. 化简：$\frac{1}{\sqrt{3}+1}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+1}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}$$

$$=\frac{1}{2}[\frac{2}{\sqrt{3}+1}+\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{2}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}]$$ 4 分

$$=\frac{1}{2}[(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{5}-\sqrt{3})+(\sqrt{7}-\sqrt{5})+\cdots+(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})]$$

$$=\frac{1}{2}(\sqrt{2n+1}-1).$$ 6 分

27. 解：（I）（i）邻边长分别为 2 和 3 的平行四边形是 2 阶准菱形；

1 分

解：（I）（ii）如图 2，由 BE 是四边形 ABFE 的对称轴，即知∠ABE=∠FBE，且 AB=BF，EA=EF，又因为 AE∥BF，所以∠AEB=∠FBE，从而有∠AEB=∠ABE，因此 AB=AE，据此可知 AB=AE=EF=BF，故四边形 ABFE 为菱形.　　　　2 分

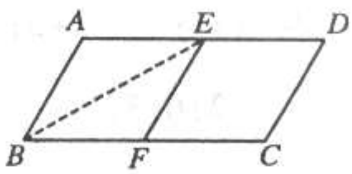
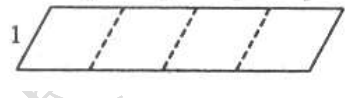


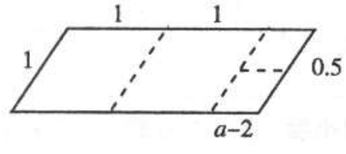
图2

解：（II）①如图，必为 a>3,且 a=4;



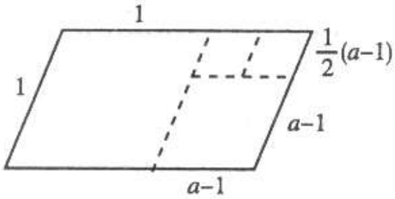
3 分

②如图，必为 2<a<3，且 a=2.5;



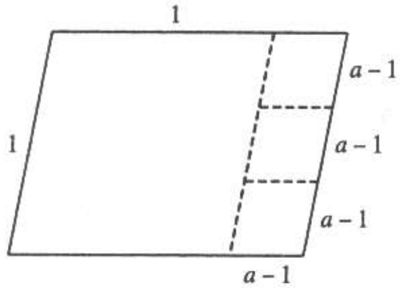
4 分

③如图，必为 $\frac{3}{2}$<a<2，且 a-1+$\frac{1}{2}(a-1)=1$，解得 a=$\frac{5}{3}$；



5 分

④如图，必为 1<a<$\frac{3}{2}$，且 3（a-1）=1，解得 a=$\frac{4}{3}$.



综上所述，a 的值分别是：$a_1=4$，$a_2=\frac{5}{2}$，$a_3=\frac{5}{3}$，$a_4=\frac{4}{3}$.　　　6 分