

## 北京市第十三中学 2015-2016 学年度

## 初二数学期中测试 2015 年 11 月

考生须知

1. 本试卷共 6 页，共四道大题 29 道小题，满分 100 分。考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡、答题纸上，在试卷上作答无效。
4. 在答题纸上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将答题卡、答题纸和草稿纸一并交回。

## 一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 剪纸艺术是我国文化宝库中的优秀遗产，在民间广泛流传。下面四幅剪纸作品中，属于轴对称图形的是（ ）



A.



B.



C.



D.

2. 下列因式分解中，正确的个数为（ ）

$$\textcircled{1} x^3 + 2xy + x = x(x^2 + 2y); \textcircled{2} x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2; \textcircled{3} -x^2 + y^2 = (x+y)(x-y)$$

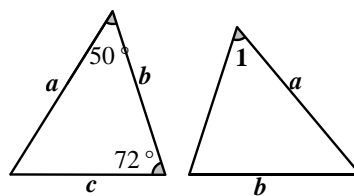
- A. 3 个      B. 2 个      C. 1 个      D. 0 个

3. 若分式  $\frac{x^2 - 1}{x - 1}$  的值为零，则  $x$  的值为（ ）

- A. 0      B. 1      C. -1      D.  $\pm 1$

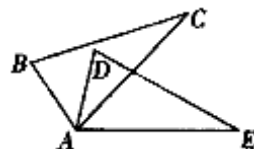
4. 已知图中的两个三角形全等，则  $\angle 1$  等于（ ）

- A.  $50^\circ$       B.  $58^\circ$   
C.  $60^\circ$       D.  $72^\circ$



5. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，若  $\angle B = 80^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $\angle DAC = 35^\circ$ ，则  $\angle EAC$  的度数为（ ）

- A.  $40^\circ$       B.  $35^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $25^\circ$



6. 分式方程  $\frac{2x-5}{x-2} = \frac{3}{2-x}$  的解是（ ）

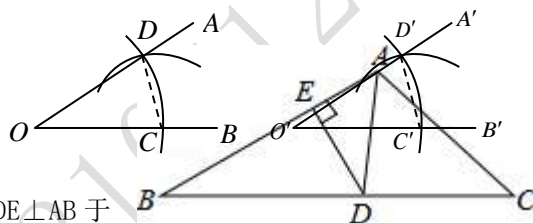
- A.  $x = -2$     B.  $x = 2$     C.  $x = 1$     D.  $x = 1$  或  $x = 2$

7. 下列运算错误的是( )

- A.  $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = 1$     B.  $\frac{-a-b}{a+b} = -1$   
 C.  $\frac{0.5a+b}{0.2a-0.3b} = \frac{5a+10b}{2a-3b}$     D.  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{b-a}{b+a}$

8. 用直尺和圆规作一个角等于已知角，如图，能得出  $\angle A'O'B' = \angle AOB$  的依据是( )

- A. SSS    B. SAS  
 C. ASA    D. AAS



9. 如图，在  $\triangle ABC$  中，AD 是  $\angle BAC$  的角平分线，DE  $\perp$  AB 于

点 E， $S_{\triangle ABC} = 7$ ，DE = 2，AB = 4，则 AC 长是( )

- A. 3    B. 4    C. 5    D. 6

10. 张华在一次数学活动中，利用“在面积一定的矩形中，正方形的周长最短”的结论，推导出

“式子  $x + \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) 的最小值是 2”。其推导方法如下：在面积是 1 的矩形中设矩形的一边长为  $x$ ，则另一边长是  $\frac{1}{x}$ ，矩形的周长是  $2(x + \frac{1}{x})$ ；当矩形成为正方形时，就有  $x = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ )，解得  $x = 1$ ，这时矩形的周长  $2(x + \frac{1}{x}) = 4$  最小，因此  $x + \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) 的最小值是 2。

模仿张华的推导，你求得式子  $\frac{x^2+9}{x}$  ( $x > 0$ ) 的最小值是( )

- A. 2    B. 3    C. 6    D. 10

## 二、填空题（每空 2 分，共 24 分）

11. 计算： $(-3)^{-2} =$ \_\_\_\_\_.

12. 约分： $\frac{-5mn^2}{15m^2n} =$ \_\_\_\_\_.

13. 用科学记数法表示  $-0.000614$  为\_\_\_\_\_.

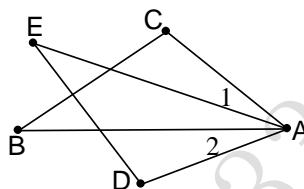
14. 分解因式： $4x^2y - 4xy + y =$ \_\_\_\_\_.

15. 若分式 $\frac{1}{x-5}$ 有意义，则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 化简 $\frac{2}{a^2-1} - \frac{1}{a-1}$ 的结果是\_\_\_\_\_.

17. 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $AC = AD$ ，添加一个条件  
使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ，你添加的条件是\_\_\_\_\_.

(填一种即可)，根据\_\_\_\_\_.

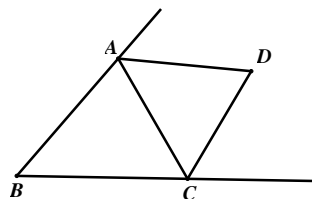


18. 某工程队准备修建一条长 1200 米的道路，由于采用新的施工方式，实际每天修建道路的速度比原计划快了 20 米，结果提前 2 天完成任务. 若设原计划每天修建道路  $x$  米，则根据题意可列方程为\_\_\_\_\_.

19. 已知如图点  $D$  是 $\triangle ABC$  的两外角平分线的交点，下列说法：

- ① $AD = CD$
- ② $D$  到  $AB$ 、 $BC$  的距离相等
- ③ $D$  到 $\triangle ABC$  的三边所在直线的距离相等
- ④点  $D$  在 $\angle B$  的平分线

其中正确的说法的序号是\_\_\_\_\_.



20. 观察下列等式：

$$\text{第一个等式：} a_1 = \frac{3}{1 \times 2 \times 2^2} = \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 2^2};$$

$$\text{第二个等式：} a_2 = \frac{4}{2 \times 3 \times 2^3} = \frac{1}{2 \times 2^2} - \frac{1}{3 \times 2^3};$$

$$\text{第三个等式：} a_3 = \frac{5}{3 \times 4 \times 2^4} = \frac{1}{3 \times 2^3} - \frac{1}{4 \times 2^4};$$

$$\text{第四个等式：} a_4 = \frac{6}{4 \times 5 \times 2^5} = \frac{1}{4 \times 2^4} - \frac{1}{5 \times 2^5}.$$

则式子  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20} =$ \_\_\_\_\_；用含  $n$  的代数式表示第  $n$  个等式：

$$a_n = \underline{\hspace{2cm}};$$

### 三、解答题（每小题 5 分，共 25 分）

21. 分解因式： $x^2(m-2) + 9y^2(2-m)$

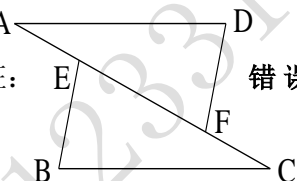
22. 计算：  $\frac{2x}{x+1} - \frac{2x+6}{x^2-1} \div \frac{x+3}{x^2-2x+1}$

23. 解分式方程  $\frac{x}{x-1} + 1 = \frac{3}{2x-2}$

24. 已知：如图，点  $A, E, B, F, C$  在同一条直线上，  $AD \parallel BC$ ，  $AE = BF$ ，  $AD = BC$ 。求证：  $BE = CF$ 。

$\angle B = \angle C$

未找到引用源。。

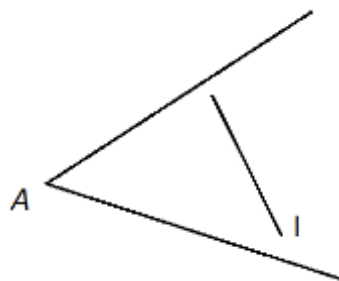


25. 先化简，再求值：  $\left(1 - \frac{1}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2+2a+1}$ ，其中  $a = \sqrt{3} - 1$ 。

#### 四、解答题（26 题 3 分，27-29 每题 6 分，本题共 21）

26. 尺规作图：

已知：如图， $\angle A$  与直线  $l$ 。试在  $l$  上找一点  $P$ ，使点  $P$  到  $\angle A$  的两边的距离相等。要求：保留痕迹，不写作法。



27. 列方程解应用题：

从错误!未找到引用源。地到错误!未找到引用源。地的路程是错误!未找到引用源。千米。甲骑自行车从错误!未找到引用源。地到错误!未找到引用源。地先走，半小时后，乙骑自行车从错误!未找到引用源。地出发，结果二人同时到达。已知乙的速度是甲的速度的错误!未找到引用源。倍，求甲、乙二人骑车速度各是多少？

28. 阅读下列材料

通过小学的学习我们知道，分数可分为“真分数”和“假分数”。而假分数都

可化为带分数，如： $\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$ 。

我们定义：在分式中，对于只含有一个字母的分式，当分子的次数大于或等于分母的次数时，我们称之为“假分式”；当分子的次数小于分母的次数时，我们称之为“真分式”。

如： $\frac{x-1}{x+1}$ ， $\frac{x^2}{x-1}$  这样的分式就是假分式；再如： $\frac{3}{x+1}$ ， $\frac{2x}{x^2+1}$  这样的分式就是真分式。

类似的，假分式也可以化为带分式（即：整式与真分式的和的形式）。

如： $\frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ ；

再如： $\frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2-1+1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)+1}{x-1} = x+1 + \frac{1}{x-1}$ 。

解决下列问题：

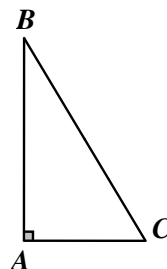
（1）分式  $\frac{2}{x}$  是\_\_\_\_\_分式（填“真分式”或“假分式”）；

（2）假分式  $\frac{x-1}{x+2}$  可化为带分式\_\_\_\_\_的形式；

（3）如果分式  $\frac{2x-1}{x+1}$  的值为整数，那么 x 的整数值为\_\_\_\_\_。

29. 已知：如图， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ 。

（1）按要求作出图形：



①延长 BC 到点 D，使  $CD=BC$ ；

②延长 CA 到点 E，使  $AE=2CA$ ；

③连接 AD，BE.

(2) 猜想 (1) 中线段 AD 与 BE 的大小关系，并证明你的结论.

解：(1) 完成作图

(2) AD 与 BE 的大小关系是\_\_\_\_\_.

证明：

## 北京市第十三中学 2015-2016 学年度

## 初二数学期中测试标答 2015 年 11 月

## 一、选择题

1. D 2. C 3. C 4. B 5. B 6. C 7. D 8. A 9. A 10. C

## 二、填空题

11.  $\frac{1}{9}$  12.  $-\frac{n}{3m}$  错误!未找到引用源。 13.  $-6.14 \times 10^{-4}$  14.  $y(2x-1)^2$  15.  $x \neq 5$ 错误!未找到引用源。  $-\frac{1}{a+1}$  17. 答案不唯一, 略 18.  $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+20} = 219$  . ②③④20.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{21 \times 2^{21}}$ ;  $\frac{n+2}{n(n+1) \cdot 2^{n+1}} - \frac{1}{n \cdot 2^n} - \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}}$ 

## 三、解答题

21.  $x^2(m-2) + 9y^2(2-m)$

解: 原式  $= x^2(m-2) - 9y^2(m-2)$  .....1 分 $=$  错误!未找到引用源。 .....3 分 $=$  错误!未找到引用源。 .....5 分

22.  $\frac{2x}{x+1} - \frac{2x+6}{x^2-1} \div \frac{x+3}{x^2-2x+1}$

$= \frac{2x}{x+1} - \frac{2(x+3)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+3}$  .....3 分

$= \frac{2x - 2x + 2}{x+1}$

$= \frac{2}{x+1}$  .....5 分

23. 解分式方程  $\frac{x}{x-1} + 1 = \frac{3}{2x-2}$  .

解：方程两边都乘以  $2(x-1)$ ，得  $2x+2(x-1)=3$ . ..... 2 分

去括号，得  $2x+2x-2=3$ .

移项合并，得  $4x=5$ . ..... 3 分

解得  $x=\frac{5}{4}$ . ..... 4 分

经检验， $x=\frac{5}{4}$  是原分式方程的解. .... 5 分

所以，原分式方程的解是  $x=\frac{5}{4}$ .

24. 已知：如图，点  $E$ 、 $F$  在  $AC$  上， $AE=CF$ ， $AD=CB$ ， $AD \parallel BC$ 。  
求证：  $DE=BF$ 。

求证：  $DE=BF$ 。

证明：  $\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle BCA$ . .... 1 分

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle CBF$  中

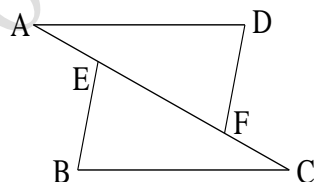
$$\begin{cases} \angle DAC = \angle BCA \\ AD = CB \\ AE = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ . .... 3 分

$\therefore DE = BF$ . .... 4 分

$\therefore DE = BF$ 。

$\therefore DE = BF$ . .... 5 分



25. 先化简，再求值：  $\left(1 - \frac{1}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2+2a+1}$ ，其中  $a = \sqrt{3} - 1$ 。

解：原式  $= \left(\frac{a+1}{a+1} - \frac{1}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2+2a+1}$  ..... 1 分

$= \frac{a+1-1}{a+1} \div \frac{a}{a^2+2a+1}$  ..... 2 分



$$= \frac{a}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{a} \dots\dots\dots 3$$

$$= a+1 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

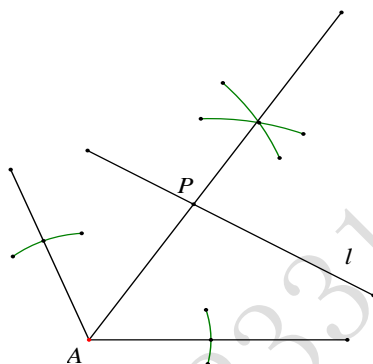
$$\text{当 } a = \sqrt{3}-1 \text{ 时, 原式} = \sqrt{3}-1+1 = \sqrt{3}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

#### 四、解答题

26. 尺规作图：

已知：如图， $\angle A$  与直线  $l$ ．试在  $l$  上找一点  $P$ ，使点  $P$  到  $\angle A$  的两边的距离相等．要求：保留痕迹，不写作法．

解：如下图



画出角平分线给 2 分，标出点  $P$  给 1 分．

27. 列方程解应用题：

从错误!未找到引用源。地到错误!未找到引用源。地的路程是错误!未找到引用源。千米．甲骑自行车从错误!未找到引用源。地到错误!未找到引用源。地先走，半小时后，乙骑自行车从错误!未找到引用源。地出发，结果二人同时到达．已知乙的速度是甲的速度的错误!未找到引用源。倍，求甲、乙二人骑车速度各是多少？

解：设甲骑自行车每小时行驶错误!未找到引用源。千米，那么乙每小时行驶错误!未找到引用源。千米．……1 分

根据题意列方程，得

$$\frac{30}{x} - \frac{1}{2} = \frac{30}{1.5x} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

解得  $x = 20$   $\dots\dots\dots 4$  分

经检验， $x = 20$  是所列方程的解，并且符合实际问题的意义．……5 分

当  $x = 20$  时，有

$$1.5x = 30.$$

答：甲骑自行车每小时行驶错误!未找到引用源。千米，乙每小时行驶错误!未找到引用源。米．……6 分

28. 解：(1) 真 分式；……1 分

(2)  $\frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$  ; ……2 分

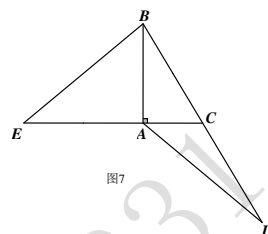
(3)  $x$  的可能整数值为 0, -2, 2, -4. ……6 分

29. 已知：如图， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$  .

(1) 按要求作图：（保留作图痕迹）

①延长 BC 到点 D，使  $CD=BC$ ；②延长 CA 到点 E，使  $AE=2CA$ ；

③连接 AD，BE，并猜想线段 AD 与 BE 的大小关系；



(2) 证明 (1) 中你对线段 AD 与 BE 大小关系的猜想.

解：(1) 按要求作图见图 7，.....1 分

猜想  $AD=BE$  .....2 分

(2) 在 AE 上截取  $AF=AC$ ，连结 BF，

$$\because \angle BAC=90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAF=180^\circ -90^\circ =90^\circ ,$$

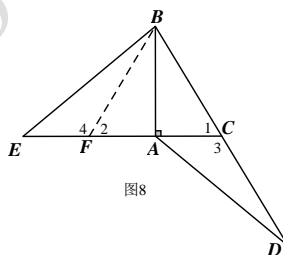
$$\therefore \angle BAC=\angle BAF,$$

在  $\triangle ABF$  与  $\triangle ABC$  中

$$\begin{cases} AB = AB, \\ \angle BAF = \angle BAC, \\ AF = AC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ABC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 1.$$



∵  $A, F, E$  三点共线,  $B, C, D$  三点共线,

∴  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ ,  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ .

∴  $\angle 3 = \angle 4$ . ..... 3 分

∵  $AE = 2CA$ ,  $AF = AC$ ,

∴  $EF = AE - AF = 2CA - AC = AC$ , 即  $AC = EF$ . ..... 4 分

∵  $CD = BC$ ,  $FB = BC$ ,

∴  $CD = FB$ .

在  $\triangle ACD$  和  $\triangle EFB$  中,

$$\begin{cases} AC = EF, \\ \angle 3 = \angle 4, \\ CD = FB, \end{cases}$$

∴  $\triangle ACD \cong \triangle EFB$ . (SAS) ..... 5 分

∴  $AD = EB$ . ..... 6 分

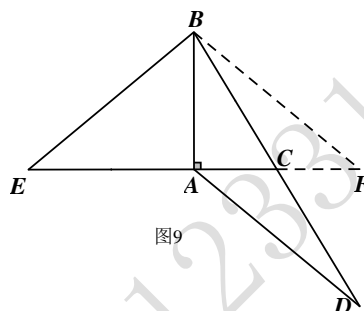


图9

证法二: 延长  $AC$  到点  $F$ , 使  $CF = CA$ , 连接  $BF$ , 那么  $AF = 2CA$ . (见图 9)

在  $\triangle BCF$  和  $\triangle DCA$  中,

$$\begin{cases} CF = CA, \\ \angle BCF = \angle DCA, \\ BC = DC, \end{cases}$$

∴  $\triangle BCF \cong \triangle DCA$ . (SAS) ... 3 分

∴  $FB = AD$ . ..... 4 分

∵  $AE = 2CA$ ,  $AF = 2CA$ ,

∴  $AE = AF$ .

∵  $\angle BAF = 90^\circ$ ,

∴  $\angle BAE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ,

∴  $\angle BAF = \angle BAE$ ,

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle ABF$  中

$$\begin{cases} AB = AB, \\ \angle BAE = \angle BAF, \\ AE = AF, \end{cases}$$

∴  $\triangle ABE \cong \triangle ABF$  (SAS),

---

$\therefore BE=BF$  .....5 分

$\therefore BE=AD$  .....6 分

张明东老师17310512331

---

张明东老师17310512331