顺义区 2018 届初三第一次统一练习

数学试卷

学校名称 ______________ 姓名 _____________ 准考证号________________

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分．考试时间 120 分钟． 2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号． 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效． 4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答． 5．考试结束，将答题卡交回．

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

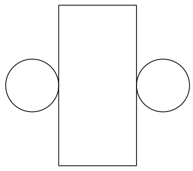
1．如图所示圆规，点 A 是铁尖的端点，点 B 是铅笔芯尖的端点，已知点 A 与点 B 的距离是 2cm，若铁尖的端点 A 固定，铅笔芯尖的端点 B 绕点 A 旋转一周，则作出的圆的直径是

A．1 cm　　B．2 cm　　C．4 cm　　D．π cm

2．如果式子 $\sqrt{2x+4}$ 有意义，则 x 的取值范围是

A．$x>-2$　　B．$x\geqslant -2$　　C．$x>2$　　D．$x\geqslant 2$

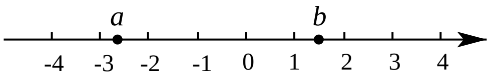
3．右图是某个几何体的展开图，该几何体是



A．圆柱　　B．圆锥

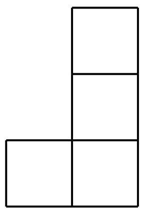
C．圆台　　D．四棱柱

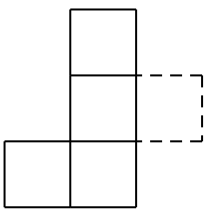
4．实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



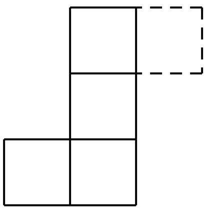
A．$a>-2$　　B．$a>-b$　　C．$a>b$　　D．$|a|>|b|$

5．已知右图中所有的小正方形都全等，若在右图中再添加一个全等的小正方形得到新的图形，使新图形是中心对称图形，则正确的添加方案是

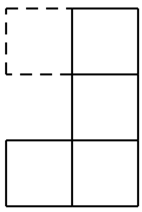




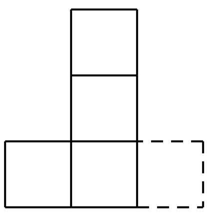
A



B

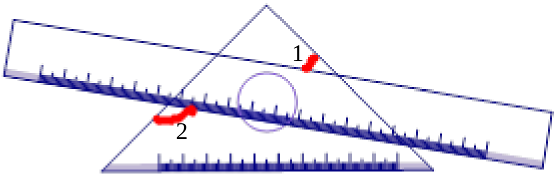


C



D

6．将一把直尺与一块含 45 度的三角板如图放置，若 $\angle 1=35°$，则 $\angle 2$ 的度数为



A． 115°　　B． 125°　　C． 130°　　D．135°

7．在做“抛掷一枚质地均匀的硬币”试验时，下列说法正确的是

A. 随着抛掷次数的增加，正面朝上的频率越来越小

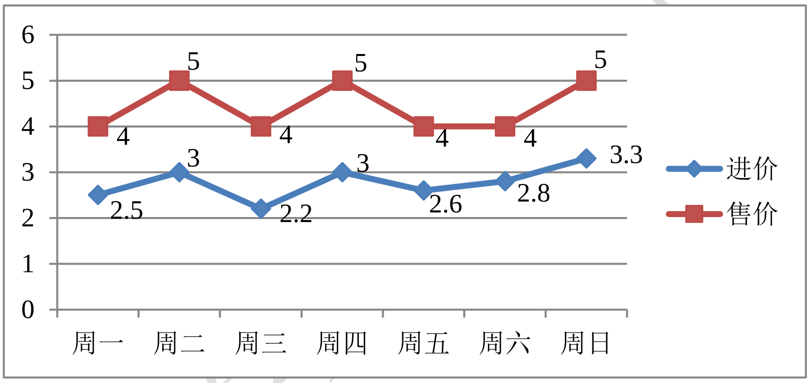
B. 当抛掷的次数很大时，正面朝上的次数一定占总抛掷次数的 $\frac{1}{2}$

C. 不同次数的试验，正面朝上的频率可能会不相同

D. 连续抛掷 11 次硬币都是正面朝上，第 12 次抛掷出现正面朝上的概率小于 $\frac{1}{2}$

8．某超市的某种商品一周内每天的进价与售价信息和实际每天的销售量情况如图表所示，则下列推断不合理的是

进价与售价折线图（单位：元/斤）



实际销售量表（单位：斤）

日期	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
销售量	30	40	35	30	50	60	50

A．该商品周一的利润最小

B．该商品周日的利润最大

C．由一周中的该商品每天售价组成的这组数据的众数是 4（元/斤）

D．由一周中的该商品每天进价组成的这组数据的中位数是（3 元/斤）

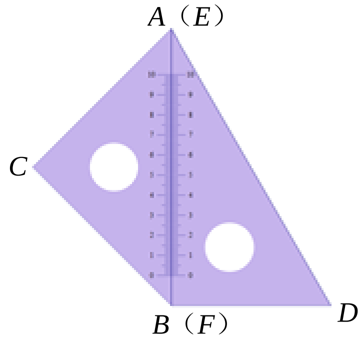
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．分解因式：$mn^2-9m=$________________.

10．如果 $n^2-2n-4=0$，那么代数式 $\frac{n^2}{n+2}\cdot\left(n-\frac{4}{n}\right)$ 的值为________________ .

11．把方程 $x^2-3=2x$ 用配方法化为 $(x+m)^2=n$ 的形式，

则 m=_____，n=_____．



12．一副三角板按如图位置摆放，将三角板 ABC 绕着点 B 逆时针旋转 α（$0°<\alpha<180°$），如果 $AB\parallel DE$，那么 α =____________．

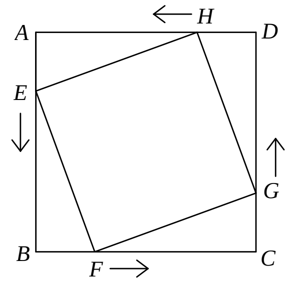
13．《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架．曾记载：今有五雀、六燕，集称之衡，雀俱重，燕俱轻．一雀一燕交而处，衡适平．并燕、雀一斤．问燕、雀一枚各重几何？

译文：今有 5 只雀和 6 只燕，分别聚集而用衡器称之，聚在一起的雀重，燕轻．将 1 只雀、1 只燕交换位置而放，重量相等．5 只雀、6 只燕总重量为 16 两（1 斤=16 两）．问雀、燕每只各重多少两？（每只雀的重量相同、每只燕的重量相同）

设每只雀重 x 两，每只燕重 y 两，可列方程组为__________．

14．在一次测试中，甲组 4 人的成绩分别为：90，60，90，60，乙组 4 人的成绩分别为：70，80，80，70．如果要比较甲、乙两组的成绩，你认为_________ 组的成绩更好，理由是____．

15．如图，在边长为 6cm 的正方形 $ABCD$ 中，点 E、F、G、H 分别从点 A、B、C、D 同时出发，均以 1cm/s 的速度向点 B、C、D、A 匀速运动，当点 E 到达点 B 时，四个点同时停止运动，在运动过程中，当运动时间为____s 时，四边形 $EFGH$ 的面积最小，其最小值是____cm^2.



16．在数学课上，老师提出一个问题“用直尺和圆规作一个矩形”．

小华的做法如下：

（1）如图 1，任取一点 O，过点 O 作直线 l_1，l_2；

（2）如图 2，以 O 为圆心，任意长为半径作圆，与直线 l_1，l_2 分别相交于点 A、C，B、D；

（3）如图 3，连接 AB、BC、CD、DA.

四边形 $ABCD$ 即为所求作的矩形．

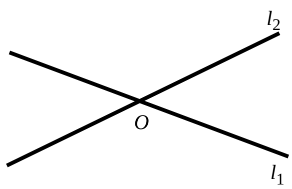


图1

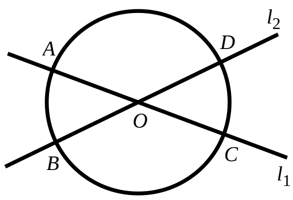


图2

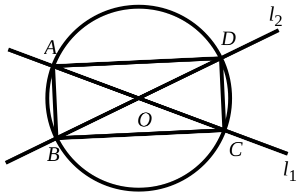


图3

老师说：“小华的作法正确”　.

请回答：小华的作图依据是____．

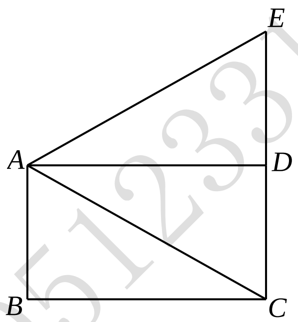
三、解答题（本题共 68 分，第 17-25 题，每小题 5 分，第 26 题 7 分，第 27、28 题每小题 8 分）

解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17．计算：$3^{-1}+\left|\sqrt{2}-1\right|-2\sin 45°+\left(2-\pi\right)^{0}$.

18．解不等式组：$\begin{cases} x+1\geq -\dfrac{7+x}{2}, \\ 3\left(x+1\right)<5x-1. \end{cases}$

19．如图，矩形 $ABCD$ 中，点 E 是 CD 延长线上一点，且 $DE=DC$，求证：$\angle E=\angle BAC$.



20．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-\left(m-1\right)x+2m-6=0$.

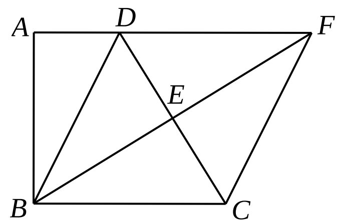
（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根是负数，求 m 的取值范围.

21．如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，$\angle A$=90°，$BD=BC$，点 E 为 CD 的中点，射线 BE 交 AD 的延长线于点 F，连接 CF.

（1）求证：四边形 $BCFD$ 是菱形；

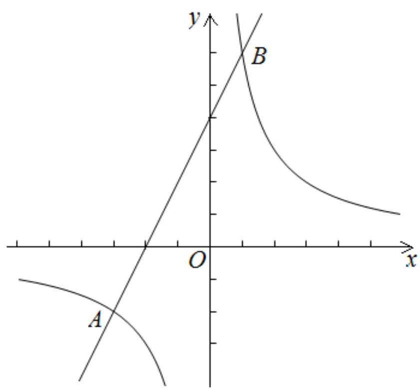
（2）若 AD=1，BC=2，求 BF 的长.



22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=2x+4$ 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$（k≠0）相交于 A（−3，a），B 两点.

（1）求 k 的值；

（2）过点 P（0，m）作直线 l，使直线 l 与 y 轴垂直，直线 l 与直线 AB 交于点 M，与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 交于点 N，若点 P 在点 M 与点 N 之间，直接写出 m 的取值范围.



23．中华文明，源远流长，中华汉字，寓意深广，为了传承优秀传统文化，某校九年级组织600 名学生参加了一次 “汉字听写”大赛．赛后发现所有参赛学生的成绩均不低于 60 分，为了更好地了解本次大赛的成绩分布情况，随机抽取了其中若干名学生的成绩作为样本，成绩如下：

90，92，81，82，78，95，86，88，72，66， 62，68，89，86，93，97，100，73，76，80， 77，81，86，89，82，85，71，68，74，98， 90，97，100，84，87，73，65，92，96，60.

对上述成绩（成绩 x 取整数，总分 100 分）进行了整理，得到下列不完整的统计图表：

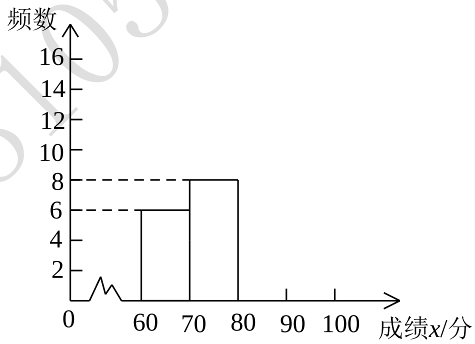
成绩 x/分	频数	频率
$60\leqslant x<70$	6	0.15
$70\leqslant x<80$	8	0.2
$80\leqslant x<90$	a	b
$90\leqslant x\leqslant 100$	c	d

请根据所给信息，解答下列问题：

（1）a =__________，b =__________，c =__________，d =__________；

（2）请补全频数分布直方图；

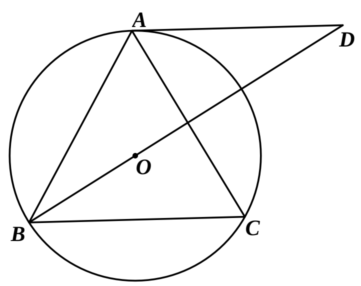
（3）若成绩在 90 分以上（包括 90 分）的为“优”等，请你估计参加这次比赛的 600 名学生中成绩“优”等的约有多少人？



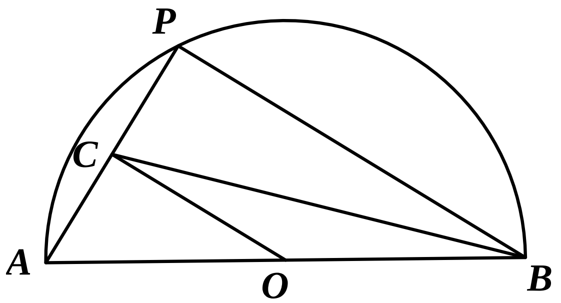
24．如图，等腰△ABC 是⊙O 的内接三角形，AB=AC，过点 A 作 BC 的平行线 AD 交 BO 的延长线于点 D.

（1）求证：AD 是⊙O 的切线；

（2）若⊙O 的半径为 15，$\sin\angle D=\dfrac{3}{5}$，求 AB 的长.



25．如图，P 是半圆弧 $\overset{\frown}{AB}$ 上一动点，连接 PA、PB，过圆心 O 作 $OC\parallel BP$ 交 PA 于点 C，连接 CB．已知 AB=6cm，设 O，C 两点间的距离为 x cm，B，C 两点间的距离为 y cm．



小东根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行探究．

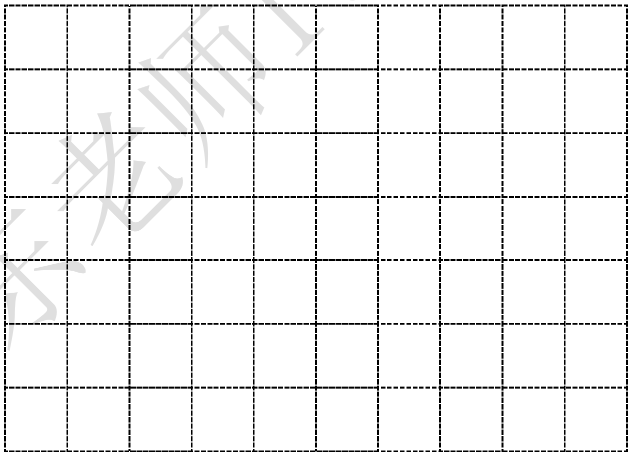
下面是小东的探究过程，请补充完整：

(1)通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y/cm	3	3.1	3.5	4.0		5.3	6

(说明：补全表格时相关数据保留一位小数)

(2)建立直角坐标系，描出以补全后的表中各对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

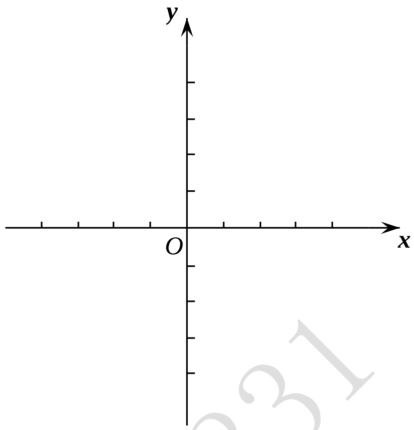


(3)结合画出的函数图象，解决问题：直接写出△OBC 周长 C 的取值范围是＿＿＿＿＿＿＿＿．

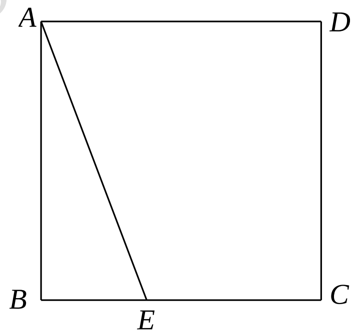
26．在平面直角坐标系 xOy 中，若抛物线 $y=x^2+bx+c$ 顶点 A 的横坐标是−1，且与 y 轴交于点 B（0，−1），点 P 为抛物线上一点．

（1）求抛物线的表达式；

（2）若将抛物线 $y=x^2+bx+c$ 向下平移 4 个单位，点 P 平移后的对应点为 Q．如果 $OP=OQ$，求点 Q 的坐标．



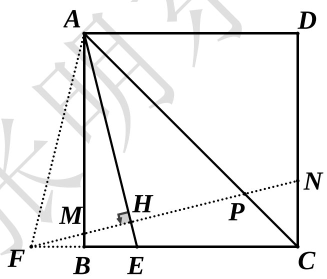
27. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 边上一点，连接 AE，延长 CB 至点 F，使 $BF=BE$，过点 F 作 $FH\perp AE$ 于点 H，射线 FH 分别交 AB、CD 于点 M、N，交对角线 AC 于点 P，连接 AF．



（1）依题意补全图形；

（2）求证：$\angle FAC=\angle APF$；

（3）判断线段 FM 与 PN 的数量关系，并加以证明．



28．如图 1，对于平面内的点 P 和两条曲线 L_1、L_2 给出如下定义：若从点 P 任意引出一条射线分别与 L_1、L_2 交于 Q_1、Q_2，总有 $\dfrac{PQ_1}{PQ_2}$ 是定值，我们称曲线 L_1 与 L_2 “曲似”，定值 $\dfrac{PQ_1}{PQ_2}$ 为“曲似比”，点 P 为“曲心”.

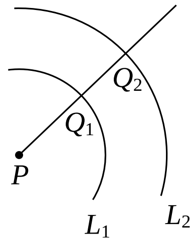


图1

例如：如图 2，以点 O'为圆心，半径分别为 r_1、r_2（都是常数）的两个同心圆 C_1、C_2，从点 O'任意引出一条射线分别与两圆交于点 M、N，因为总有 $\dfrac{O'M}{O'N}=\dfrac{r_1}{r_2}$ 是定值，所以同心圆 C_1 与 C_2 曲似，曲似比为 $\dfrac{r_1}{r_2}$，“曲心”为 O'.

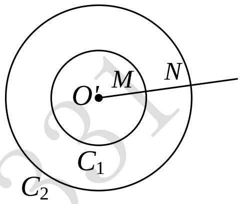


图2

（1）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx$ 与抛物线 $y=x^2$、$y=\dfrac{1}{2}x^2$ 分别交于点 A、B，如图 3 所示，试判断两抛物线是否曲似，并说明理由；

（2）在（1）的条件下，以 O 为圆心，OA 为半径作圆，过点 B 作 x 轴的垂线，垂足为 C，是否存在 k 值，使⊙O 与直线 BC 相切？若存在，求出 k 的值；若不存在，说明理由；

（3）在（1）、（2）的条件下，若将“$y=\dfrac{1}{2}x^2$”改为“$y=\dfrac{1}{m}x^2$”，其他条件不变，当存在⊙O 与直线 BC 相切时，直接写出 m 的取值范围及 k 与 m 之间的关系式.

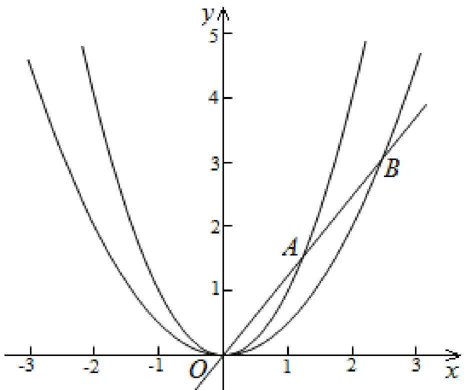


图 3

顺义区 2018 届初三第一次统一练习

数学答案及评分参考

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	A	D	B	B	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$m(n+3)(n-3)$ ；　10．4 ；　11．$m=-1$ ，$n=4$；　12．$30°$ ；

13．$\begin{cases}4x+y=5y+x,\\5x+6y=16.\end{cases}$　14．乙，　在平均数、中位数都相同的情况下，乙组成绩的方差比甲组小，说明乙组成绩更稳定；　15．3，　18 ；

16．同圆半径相等，对角线相等且互相平分的四边形是矩形.（或直径所对的圆周角是直角，三个角是直角的四边形是矩形.　等等）

三、解答题（本题共 68 分，第 17-25 题，每小题 5 分，第 26 题 7 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分）

17．解：$3^{-1}+\left|\sqrt{2}-1\right|-2\sin 45°+\left(2-\pi\right)^0$

$=\dfrac{1}{3}+\sqrt{2}-1-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$ ………………………………4 分

$=\dfrac{1}{3}$ ………………………………5 分

18．解不等式组：$\begin{cases}x+1\geq-\dfrac{7+x}{2} & ①\\3\left(x+1\right)<5x-1 & ②\end{cases}$

解：解不等式①得　$x\geqslant-3$ ………………………………2 分

解不等式②得　$x>2$ ………………………………4 分

不等式组的解集是　$x>2$ ………………………………5 分

19．证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle ADC=90°$，$AB\parallel CD$. ………………………………1 分

∵ $DE=DC$，

∴ $AE=AC$. ………………………………2 分

∴ $\angle E=\angle ACE$. ………………………………3 分

∵ $AB\parallel CD$，

∴ $\angle BAC=\angle ACE$. ………………………………4 分

∴ $\angle E=\angle BAC$. ………………………………5 分

20．（1）证明：∵ $\Delta=\left[-\left(m-1\right)\right]^2-4(2m-6)$

$=m^2-2m+1-8m+24$

$=m^2-10m+25$

$=\left(m-5\right)^2\geqslant 0$ ……………………………………………… 2 分

∴ 方程总有两个实数根． ……………………………………………… 3 分

（2）解：∵ $x=\dfrac{(m-1)\pm\sqrt{(m-5)^2}}{2}=\dfrac{m-1\pm(m-5)}{2}$，

∴ $x_1=m-3$，$x_2=2$． ……………………………………………… 4 分

由已知得 $m-3<0$．

∴ $m<3$． ……………………………………………… 5 分

21．

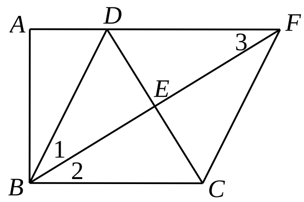
（1）证明：∵*BD*=*BC*，点 *E* 是 *CD* 的中点，

∴∠1=∠2． ……………………………………………… 1 分

∵*AD*∥*BC*，

∴∠2=∠3．

∴∠1=∠3． ………………………… 2 分



∴*BD*=*DF*．

∵*BD*=*BC*，

∴*DF*=*BC*．

又∵*DF*∥*BC*，

∴四边形 *BCFD* 是平行四边形．

∵*BD*=*BC*，

∴▱*BCFD* 是菱形． ……………………………………………… 3 分

（2）解：∵ $\angle A=90°$，*AD*=1，*BD*=*BC*=2，

∴ $AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=\sqrt{3}$．

∵四边形 *BCFD* 是菱形，

∴*DF*=*BC*=2． ……………………………………………… 4 分

∴*AF*=*AD*+*DF*=3．

∴ $BF=\sqrt{AB^2+AF^2}=\sqrt{3+9}=2\sqrt{3}$． ……………………………… 5 分

22．解：（1）∵点 A（−3，a）在直线 $y=2x+4$ 上，

$\therefore a=2\times(-3)+4=-2$.

∴点 A 的坐标为（−3，−2）.　……………………………………　1 分

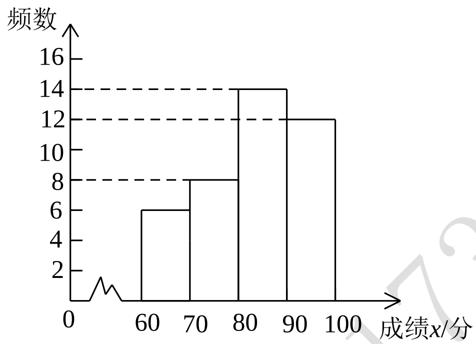
∵点 A（−3，−2）在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 上，

$\therefore -2=\dfrac{k}{-3}$，　$\therefore k=6$.　……………………………………　3 分

（2）m 的取值范围是　$0<m<4$.　………………………………　5 分

23．解：（1）$a=$ 14 ，$b=$ 0.35 ，$c=$ 12 ，$d=$ 0.3 ；…………2 分

（2）补全频数分布直方图如下：



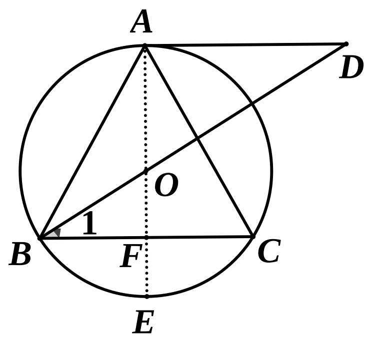
……………………… 4 分

（3）估计参加这次比赛的 600 名学生中成绩“优”等的约有 180 人．……… 5 分

24．（1）证明：连接 AO，并延长交⊙O 于点 E，交 BC 于点 F.

∵$AB=AC$，

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$.



∴$AE\perp BC$.

∵AD∥BC，

∴$AE\perp AD$.

∴AD 是⊙O 的切线．……………　2 分

（2）解法 1：∵AD∥BC，　∴∠D=∠1.

∵$\sin\angle D=\dfrac{3}{5}$，　∴$\sin\angle 1=\dfrac{3}{5}$.

∵$AE\perp BC$，

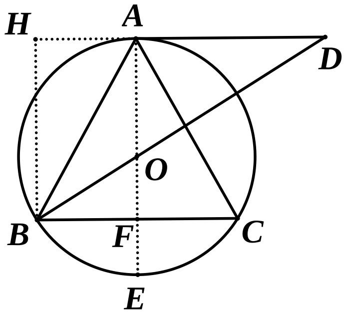
$\therefore \dfrac{OF}{OB}=\dfrac{3}{5}$.

∵⊙O 的半径 OB=15，

∴OF=9，BF=12.

∴AF=24.

∴$AB=12\sqrt{5}$.　……………………………………………　5 分



解法 2：过 B 作 $BH\perp DA$ 交 DA 延长线于 H.

∵$AE\perp AD$，$\sin\angle D=\dfrac{3}{5}$，

∴$\dfrac{OA}{OD}=\dfrac{3}{5}$.

∵⊙O 的半径 OA=15，

∴OD=25，AD=20.

∴BD=40.

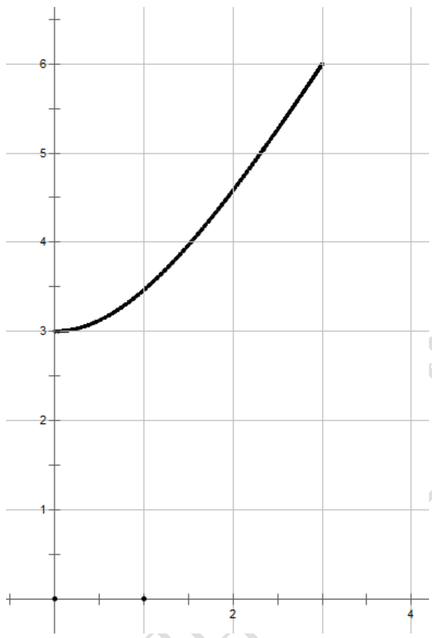
∴BH=24，DH=32.

∴AH=12.

∴$AB=12\sqrt{5}$. ………………………………………………………… 5 分

25．(1)4.6. ……………………………………………………………………… 1 分

(2)



……………………………………………………………………… 3 分

(3)6＜C＜12. ………………………………………………………… 5 分

26．解：（1）依题意 $-\dfrac{b}{2}=-1$，b=2,

由 B（0，−1），得 c=−1,

∴抛物线的表达式是 $y=x^2+2x-1$． …………………… 2 分

（2）向下平移 4 个单位得到 $y=x^2+2x-5$，………………………… 3 分

∵$OP=OQ$，

∴P、Q 两点横坐标相同，纵坐标互为相反数.

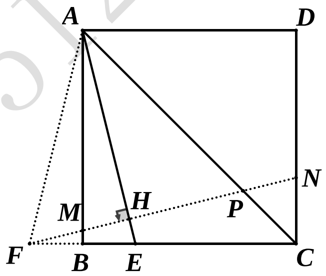
∴ $x^2+2x-1+x^2+2x-5=0$.

∴ $x_1=-3$，$x_2=1$. ……………………………………………………… 5 分

把 $x_1=-3$，$x_2=1$ 分别代入 $y=x^2+2x-5$.

得出 Q_1（−3，−2），Q_2（1，−2）. ……………………………………… 7 分

27.（1）补全图如图所示. ……………………………………………………… 1 分



（2）证明∵正方形 $ABCD$，

∴$\angle BAC=\angle BCA=45°$，$\angle ABC=90°$，

∴$\angle PAH=45°-\angle BAE$.

∵$FH\perp AE$.

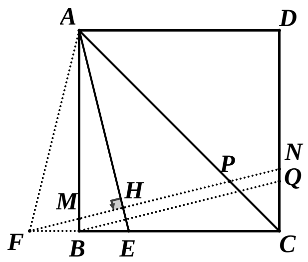
∴$\angle APF=45°+\angle BAE$.

∵$BF=BE$，

∴$AF=AE$，$\angle BAF=\angle BAE$.

∴$\angle FAC=45°+\angle BAF$.

∴$\angle FAC=\angle APF$. ………………………………… 4 分



（3）判断：$FM=PN$. ………………………………………… 5 分

证明：过 B 作 $BQ\parallel MN$ 交 CD 于点 Q，

∴$MN=BQ$，$BQ\perp AE$.

∵正方形 $ABCD$，

∴$AB=BC$，$\angle ABC=\angle BCD=90°$.

∴$\angle BAE=\angle CBQ$.

∴$\triangle ABE\cong\triangle BCQ$.

∴$AE=BQ$.

∴$AE=MN$.

∵$\angle FAC=\angle APF$，

∴$AF=FP$.

∵$AF=AE$，

∴$AE=FP$.

∴$FP=MN$.

∴$FM=PN$. …………………………………………………………………… 8 分

28．（1）是．

过点 A，B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 D，C．

依题意可得 A（k, k^2），B（$2k, 2k^2$）． ………………………………………………… 2 分

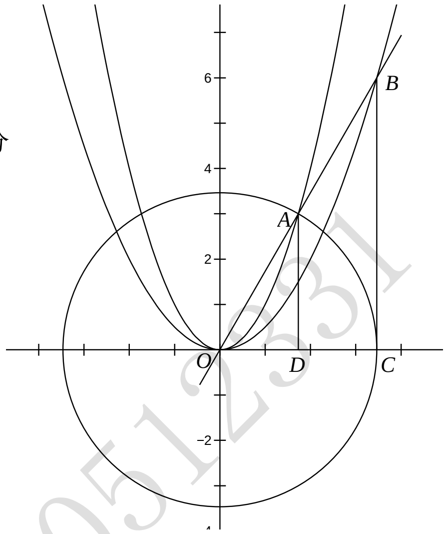
因此 D（$k, 0$），C（$2k, 0$）．

∵$AD\perp x$ 轴，$BC\perp x$ 轴，

∴$AD\,/\!/\,BC$．

$\therefore \dfrac{OA}{OB}=\dfrac{OD}{OC}=\dfrac{k}{2k}=\dfrac{1}{2}$．

∴两抛物线曲似，曲似比是 $\dfrac{1}{2}$． ………… 3 分



（2）假设存在 k 值，使⊙O 与直线 BC 相切．

则 $OA=OC=2k$，

又∵$OD=k$，$AD=k^2$，并且 $OD^2+AD^2=OA^2$，

∴$k^2+(k^2)^2=(2k)^2$．

$\therefore k=\pm\sqrt{3}$．（舍负）

由对称性可取 $k=-\sqrt{3}$．

综上，$k=\pm\sqrt{3}$． ………………………… 6 分

（3）m 的取值范围是 $m>1$，

k 与 m 之间的关系式为 $k^2=m^2-1$． ……… 8 分

6