

## 东城区 2015—2016 学年第二学期期末统一检测

## 初二数学

2016.7

本试卷共 6 页，共 100 分。考试时长 100 分钟，考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

## 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

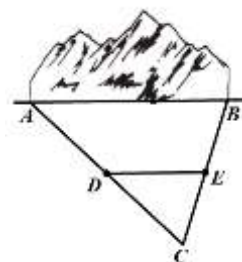
下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的

1. 下列四组线段中，可以构成直角三角形的是

- A. 1,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$       B. 2, 3, 4      C. 1, 2, 3      D. 4, 5, 6

2. 某地需要开辟一条隧道，隧道  $AB$  的长度无法直接测量。如图所示，在地面上取一点  $C$ ，使点  $C$  均可直接到达  $A$ ,  $B$  两点，测量找到  $AC$  和  $BC$  的中点  $D$ ,  $E$ ，测得  $DE$  的长为 1100m，则隧道  $AB$  的长度为

- A. 3300m      B. 2200m      C. 1100m      D. 550m



3. 平行四边形  $ABCD$  中，有两个内角的比为 1:2，则这个平行四边形中较小的内角是

- A.  $45^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $90^\circ$       D.  $120^\circ$

4. 在“我的中国梦”演讲比赛中，有 5 名学生参加决赛，他们决赛的最终成绩各不相同。其中一名学生想要知道自己能否进入前 3 名，不仅要了解自己的成绩，还要了解这 5 名学生成绩的

- A. 中位数      B. 众数      C. 平均数      D. 方差

5. 一次函数  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  的图像不经过的象限是

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

6. 已知一元二次方程  $x^2 - 6x + c = 0$  有一个根为 2，则另一根为

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 8

7. 已知菱形的两条对角线的长分别是 6 和 8，则菱形的周长是

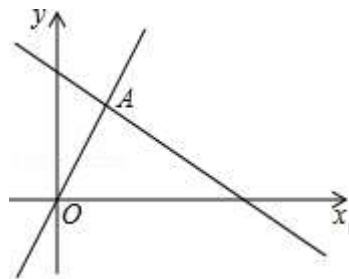
- A. 36                      B. 30                      C. 24                      D. 20

8. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a-5)x^2 - 4x - 1 = 0$  ( $a-5$ ) 有实数根，则  $a$  的取值范围是

- A.  $a \geq 1$                   B.  $a \neq 5$                   C.  $a > 1$  且  $a \neq 5$                   D.  $a \geq 1$  且  $a \neq 5$

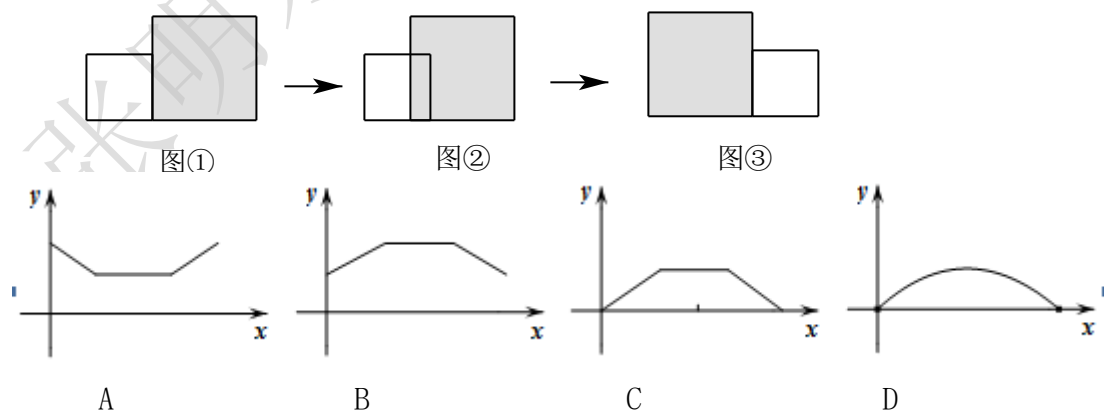
9. 如图，函数  $y = 2x$  和  $y = ax + 4$  的图象相交于点  $A(m, 3)$ ，则不等式  $2x \geq ax + 4$  的解集为

- A.  $x \geq \frac{3}{2}$                   B.  $x \leq 3$                   C.  $x \leq \frac{3}{2}$                   D.  $x \geq 3$



10. 如图，两个大小不同的正方形在同一水平线上，小正方形从图①的位置开始，匀速向右平移，到图③的位置停止运动．如果设运动时间为  $x$ ，两个正方形重叠部分的面积为  $y$ ，则

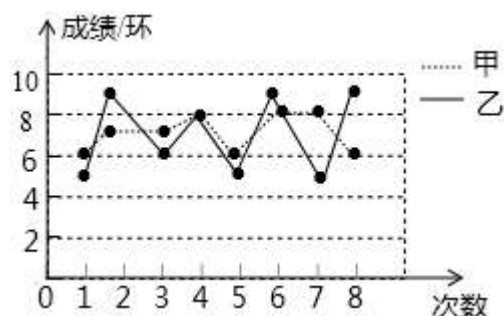
下列图象中，能表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致是



## 二、填空题：（本题共 24 分，每小题 3 分）

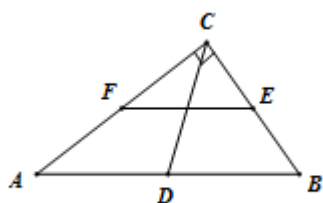
11. 写出一个图象经过一，三象限的正比例函数  $y=kx(k \neq 0)$  的解析式\_\_\_\_\_.

12. 甲乙两人 8 次射击的成绩如图所示（单位：环）根据图中的信息判断，这 8 次射击中成绩比较稳定的是\_\_\_\_\_（填“甲”或“乙”）



13. 方程  $x^2 - 2x = 0$  的根是\_\_\_\_\_.

14. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $D, E, F$  分别是  $AB, BC, CA$  的中点，若  $CD=6\text{cm}$ ，则  $EF=$ \_\_\_\_\_cm.



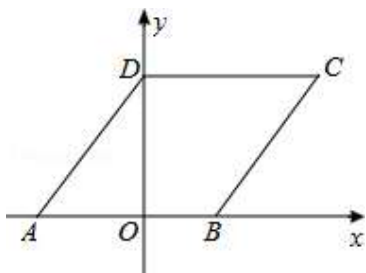
第 14 题



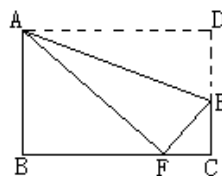
(第 15 题)

15. 在我国古代数学著作《九章算术》中记载了一道有趣的数学问题：“今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺.引葭赴岸，适与岸齐.问水深、葭长各几何？”这个数学问题的意思是说：“有一个水池，水面是一个边长为 1 丈（1 丈=10 尺）的正方形，在水池正中央长有一根芦苇，芦苇露出水面 1 尺.如果把这根芦苇拉向岸边，它的顶端恰好到达岸边的水面.请问这个水池的深度和这根芦苇的长度各是多少？”设这个水池的深度是  $x$  尺，根据题意，可列方程为\_\_\_\_\_.

16. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，若菱形  $ABCD$  的顶点  $A, B$  的坐标分别为  $(-3, 0), (2, 0)$ ，点  $D$  在  $y$  轴上，则点  $C$  的坐标是 \_\_\_\_\_.



(第 16 题)

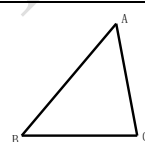


(第 17 题)

17. 如图，沿折痕  $AE$  折叠矩形  $ABCD$  的一边，使点  $D$  落在  $BC$  边上一点  $F$  处. 若  $AB=8$ ，且  $\triangle ABF$  的面积为 24，则  $EC$  的长为\_\_\_\_\_.

18. 在数学课上，老师提出如下问题：

如图，将锐角三角形纸片  $ABC$  ( $BC > AC$ ) 经过两次折叠，得到边  $AB, BC, CA$  上的点  $D, E, F$ . 使得四边形  $DECF$  恰好为菱形.

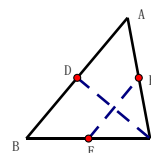


小明的折叠方法如下：

如图，

(1)  $AC$  边向  $BC$  边折叠，使  $AC$  边落在  $BC$  边上，得到折痕交  $AB$  于  $D$ ；

(2)  $C$  点向  $AB$  边折叠，使  $C$  点与  $D$  点重合，得到折痕交  $BC$  边于  $E$ ，交  $AC$  边于  $F$ .



老师说：“小明的作法正确。”

请回答：小明这样折叠得到菱形的依据是\_\_\_\_\_.

### 三、解方程：（本题共 8 分，每小题 4 分）

19.  $2x^2 - 3x + 1 = 0$

20.  $x^2 - 8x + 1 = 0$ . (用配方法)

**四、解答题：(本题共 18 分，21-22 每小题 4 分，23-24 每小题 5 分)**

21. 某乡镇企业生产部有技术工人 15 人，生产部为了合理制定产品的每月生产定额，统计了这 15 人某月的加工零件个数. (如下表)

每人加工零件数	54	45	30	24	21	12
人 数	1	1	2	6	3	2

(1) 写出这 15 人该月加工零件数的平均数、中位数和众数；

(2) 假设生产部负责人把每位工人的月加工零件数定为 24 件，你认为是否合理？

为什么？如果不合理，请你设计一个较为合理的生产定额，并说明理由.

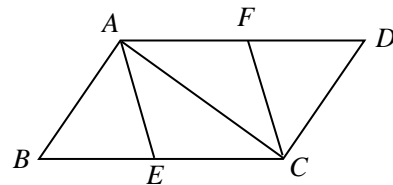
**22. 列方程解应用题**

某地区 2013 年投入教育经费 2500 万元，2015 年投入教育经费 3025 万元，求 2013 年至 2015 年该地区投入教育经费的年平均增长率.

23. 如图， $E$ 、 $F$ 分别是 $\square ABCD$ 的边 $BC$ ， $AD$ 上的点，且 $BE=DF$ .

(1) 求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

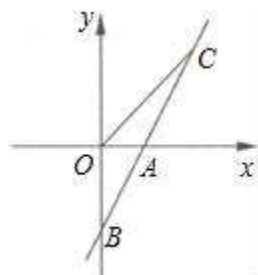
(2) 若 $BC=10$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，且四边形 $AECF$ 是菱形，求 $BE$ 的长.



24. 如图，直线 $AB$ 与 $x$ 轴交于点 $A(1, 0)$ ，与 $y$ 轴交于点 $B(0, -2)$ .

(1) 求直线 $AB$ 的解析式；

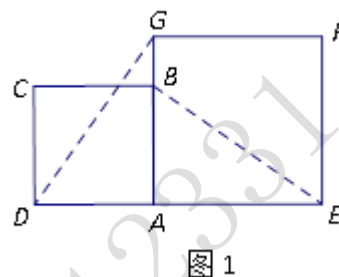
(2) 若直线 $AB$ 上的点 $C$ 在第一象限，且 $S_{\triangle BOC}=2$ ，求点 $C$ 的坐标.



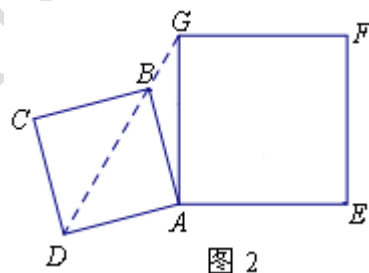
## 五、解答题：（本大题共 20 分, 25-26 题每题 6 分, 27 题 8 分）

25. 在数学兴趣小组活动中, 小明进行数学探究活动. 将边长为 2 的正方形  $ABCD$  与边长为 3 的正方形  $AEFG$  按图 1 位置放置,  $AD$  与  $AE$  在同一条直线上,  $AB$  与  $AG$  在同一条直线上.

(1) 小明发现  $DG = BE$  且  $DG \perp BE$ , 请你给出证明.



(2) 如图 2, 小明将正方形  $ABCD$  绕点  $A$  逆时针旋转, 当点  $B$  恰好落在线段  $DG$  上时, 请你帮他求出此时  $\triangle ADG$  的面积.



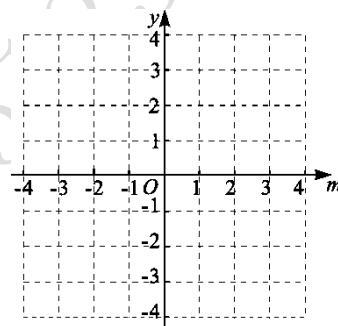
26. 已知：关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 - 2(a-1)x + a - 2 = 0 (a > 0)$  .

(1) 求证：方程有两个不相等的实数根；

(2) 设方程的两个实数根分别为  $x_1, x_2$  (其中  $x_1 > x_2$ ) . 若  $y$  是关于  $a$  的函数，

且  $y = ax_2 - x_1$ ，求这个函数的表达式；

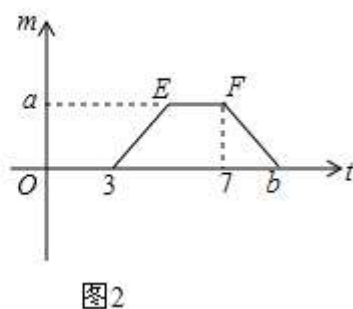
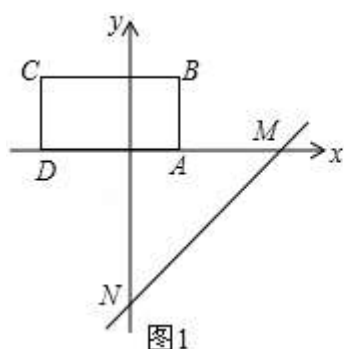
(3) 将 (2) 中所得的函数的图象在直线  $a=2$  的左侧部分沿直线  $a=2$  翻折，图象的其余部分保持不变，得到一个新的图象. 请你结合这个新的图象直接写出：当关于  $a$  的函数  $y=2a+b$  的图象与此图象有两个公共点时， $b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.





27. 如图 1, 将矩形  $ABCD$  置于平面直角坐标系中, 其中  $AD$  边在  $x$  轴上,  $AB=2$ , 直线  $MN: y=x-4$  沿  $x$  轴的负方向以每秒 1 个单位的长度平移, 设在平移过程中该直线被矩形  $ABCD$  的边截得的线段长度为  $m$ , 平移时间为  $t$ ,  $m$  与  $t$  的函数图象如图 2 所示.

- (1) 点  $A$  的坐标为\_\_\_\_\_, 矩形  $ABCD$  的面积为\_\_\_\_\_;
- (2) 求  $a, b$  的值;
- (3) 在平移过程中, 求直线  $MN$  扫过矩形  $ABCD$  的面积  $S$  与  $t$  的函数关系式 (其中  $3 \leq t \leq b$ )



## 初二数学参考答案 2016.7

## 一、选择题：（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	B	A	C	C	D	D	A	C

## 二、填空题：（本题共 24 分，每空 3 分）

11. 答案不唯一,  $y = 2x$  等    12. 甲    13.  $x_1 = 0, x_2 = 2$     14. 615.  $x^2 + 5^2 = (x+1)^2$     16. (5, 4)    17. 318.  $CD$  和  $EF$  是四边形  $DECF$  对角线, 而  $CD$  和  $EF$  互相垂直且平分(答案不唯一).

## 三、解答题：（本题共 8 分，每小题 4 分）

19. 解:  $2x^2 - 3x + 1 = 0$  $a = 2, b = -3, c = 1$  $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 > 0 \dots\dots 1$  分

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm 1}{2 \times 2} \dots\dots 2$$
 分

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2} \dots\dots 4$$
 分

20. 解:  $x^2 - 8x = -1 \dots\dots\dots 1$  分

$$x^2 - 8x + 16 = -1 + 16.$$

$$(x - 4)^2 = 15 \dots\dots\dots 2$$
 分

$$x - 4 = \pm \sqrt{15}.$$

$$\therefore x_1 = 4 + \sqrt{15}, x_2 = 4 - \sqrt{15} \dots\dots\dots 4$$
 分

## 四、解答题：（本题共 18 分，21-22 每小题 4 分, 23-24 每小题 5 分）

21. (1) 平均数 26 件, 中位数是 24 件, 众数是 24 件。……3 分

(2) 24 件较为合理, 20 既是众数, 也是中位数, 是大多数人能达到的定 额……4 分

22. 解: 设年平均增长率为  $x$ , ………1 分

根据题意, 得  $2500(1+x)^2 = 3025$  .....2 分

解得  $x=0.1=10\%$ , 或  $x=-2.1$  (不合题意舍去). .....4 分

答: 这两年投入教育经费的平均增长率为  $10\%$ .

23. (1) 证明: 在  $\square ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AD=BC$ .

$$\because BE=DF, \quad \therefore AF=CE.$$

$\because AF \parallel CE$ ,  $\therefore$  四边形  $AECF$  是平行四边形. ....2 分

(2) 解: 在菱形  $AECF$  中,  $AE=CE$

$$\therefore \angle EAC = \angle ECA.$$

$$\because \angle EAC + \angle EAB = \angle ECA + \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EAB = \angle B. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AE=BE.$$

$$\therefore BE=CE.$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} BC = 5. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

24. 解: (1) 设直线  $AB$  的解析式为  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ),

$\because$  直线  $AB$  过点  $A(1, 0)$ 、点  $B(0, -2)$ ,

$$\therefore \begin{cases} k+b=0 \\ b=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=2 \\ b=-2 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $AB$  的解析式为  $y=2x-2$ . ....3 分

(2) 设点  $C$  的坐标为  $(x, y)$ ,

$$\because S_{\triangle BOC}=2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x=2,$$

解得  $x=2$ ,

$$\therefore y=2 \times 2 - 2=2.$$

$\therefore$  点  $C$  的坐标是  $(2, 2)$ . ....5 分

五、解答题: (本大题共 20 分,25-26 题每题 6 分,27 题 8 分)

25. (1) 如图 1, 延长  $EB$  交  $DG$  于点  $H$

$\because$  四边形  $ABCD$  与四边形  $AEFG$  是正方形

$$\therefore AD=AB, \angle DAG=\angle BAE=90^\circ, AG=AE$$

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle ABE (\text{SAS}) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

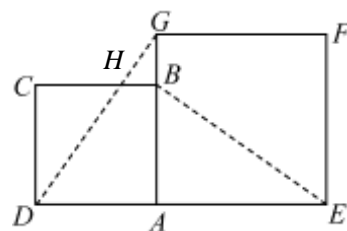
$$\therefore \angle AGD=\angle AEB, DG=BE \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle ADG \text{ 中 } \angle AGD+\angle ADG=90^\circ$$

$$\therefore \angle AEB+\angle ADG=90^\circ$$

$$\therefore \triangle DEH \text{ 中, } \angle AEB+\angle ADG+\angle DHE=180^\circ,$$

$$\therefore \angle DHE=90^\circ \therefore DG \perp BE \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(图 1)

(2) 如图 2, 过点 A 作  $AM \perp DG$  交  $DG$  于点 M,

$$\angle AMD=\angle AMG=90^\circ$$

$\therefore BD$  是正方形  $ABCD$  的对角线

$$\therefore \angle MDA=45^\circ$$

在  $\text{Rt}\triangle AMD$  中,  $\therefore \angle MDA=45^\circ, AD=2$

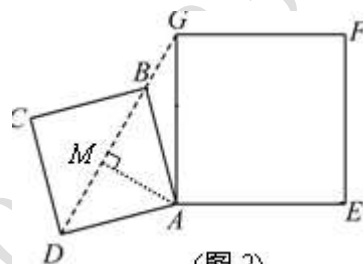
$$\therefore AM=DM=\sqrt{2} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在  $\text{Rt}\triangle AMG$  中,  $\therefore AM^2+GM^2=AG^2$

$$\therefore GM=\sqrt{7} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore DG=DM+GM=\sqrt{2}+\sqrt{7}$$

$$\therefore S_{\triangle ADG}=\frac{1}{2}DG \cdot AM=\frac{1}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{7}) \cdot \sqrt{2}=1+\frac{1}{2}\sqrt{14} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



(图 2)

26. (1) 证明:  $ax^2-2(a-1)x+a-2=0(a>0)$  是关于  $x$  的一元二次方程,

$$\therefore \Delta=[-2(a-1)]^2-4a(a-2)=4>0, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根.

$$(2) \text{ 解: 由求根公式, 得 } x=\frac{2(a-1)\pm 2}{2a}.$$

$$\therefore x=1 \text{ 或 } x=1-\frac{2}{a}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore a>0, x_1>x_2,$$

$$\therefore x_1=1, x_2=1-\frac{2}{a}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore y=ax_2-x_1=a-3.$$

即  $y=a-3(a>0)$  为所求.  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$(3) -11<b<-5 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

27. 解：（1）令直线  $y=x-4$  的  $y=0$  得：  $x-4=0$ ，解得：  $x=4$ ，

∴ 点  $M$  的坐标为  $(4, 0)$ 。

由函数图象可知：当  $t=3$  时，直线  $MN$  经过点  $A$ ，

∴ 点  $A$  的坐标为  $(1, 0)$  .....1 分

沿  $x$  轴的负方向平移 3 个单位后与矩形  $ABCD$  相交于点  $A$ ，

∴  $y=x-4$  沿  $x$  轴的负方向平移 3 个单位后直线的解析式是：  $y=x+3-4=x-1$ ，

∴ 点  $A$  的坐标为  $(1, 0)$ ；

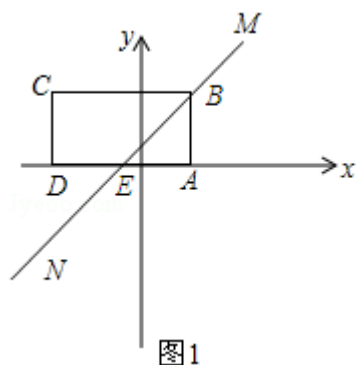
由函数图象可知：当  $t=7$  时，直线  $MN$  经过点  $D$ ，

∴ 点  $D$  的坐标为  $(-3, 0)$ 。

∴  $AD=4$ 。

∴ 矩形  $ABCD$  的面积  $=AB \cdot AD=4 \times 2=8$ 。 .....2 分

（2）如图 1 所示；当直线  $MN$  经过点  $B$  时，直线  $MN$  交  $DA$  于点  $E$ 。



∴ 点  $A$  的坐标为  $(1, 0)$ ，

∴ 点  $B$  的坐标为  $(1, 2)$

设直线  $MN$  的解析式为  $y=x+c$ ，

将点  $B$  的坐标代入得：  $1+c=2$ 。

∴  $c=1$ 。

∴ 直线  $MN$  的解析式为  $y=x+1$ 。

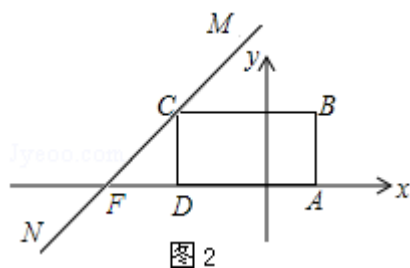
将  $y=0$  代入得：  $x+1=0$ ，解得  $x=-1$ ，

∴ 点  $E$  的坐标为  $(-1, 0)$ 。

∴  $BE=\sqrt{AE^2+AB^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ 。

∴  $a=2\sqrt{2}$  .....3 分

如图 2 所示，当直线  $MN$  经过点  $C$  时，直线  $MN$  交  $x$  轴于点  $F$ 。



$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(-3, 0)$ ，

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(-3, 2)$ 。

设  $MN$  的解析式为  $y=x+d$ ，将  $(-3, 2)$  代入得： $-3+d=2$ ，解得  $d=5$ 。

$\therefore$  直线  $MN$  的解析式为  $y=x+5$ 。

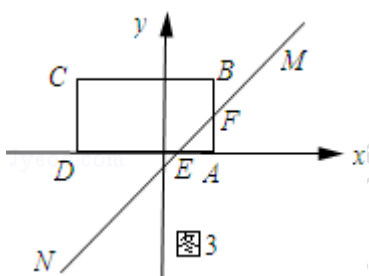
将  $y=0$  代入得  $x+5=0$ ，解得  $x=-5$ 。

$\therefore$  点  $F$  的坐标为  $(-5, 0)$ 。

$\therefore b=4 - (-5) = 9$ 。.....4 分

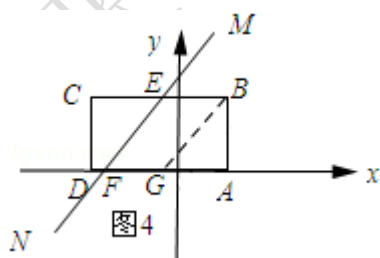
(3)

当  $3 \leq t < 5$  时，如图 3 所示：



$$\therefore S = S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot AF = \frac{1}{2} (t-3)^2 = \frac{1}{2} t^2 - 3t + \frac{9}{2} \dots\dots 6 \text{分}$$

当  $5 \leq t < 7$  时，如图 4 所示：过点  $B$  作  $BG \parallel MN$ 。

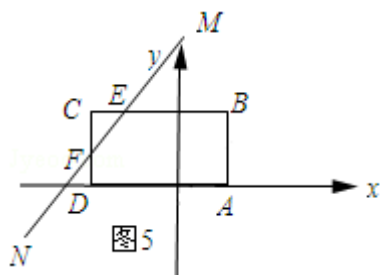


由 (2) 可知点  $G$  的坐标为  $(-1, 0)$ 。

$\therefore FG = t - 5$ 。

$$\therefore S = S_{\triangle BEFG} + S_{\triangle ABG} = 2(t-5) + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2t - 8 \dots\dots 7 \text{分}$$

当  $7 \leq t \leq 9$  时，如图 5 所示.



$$FD = t - 7, \quad CF = 2 - DF = 2 - (t - 7) = 9 - t.$$

$$\therefore S = S_{ABCD} - S_{CEF} = 8 - \frac{1}{2}(9 - t)^2 = -\frac{1}{2}t^2 + 9t - \frac{65}{2}. \dots\dots 8 \text{分}$$

$$\text{综上所述, } S \text{ 与 } t \text{ 的函数关系式为 } S = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 - 3t + \frac{9}{2} & (3 \leq t < 5), \\ 2t - 8 & (5 \leq t < 7) \\ -\frac{1}{2}t^2 + 9t - \frac{65}{2} & (7 \leq t \leq 9) \end{cases}$$