海淀区九年级第二学期期末练习

数　　学

2018．5

学校________________　　　姓名________________　　　成绩

考生须知	
	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
	2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级和准考证号。
	3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5．考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

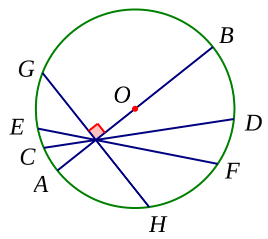
第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．若代数式 $\dfrac{3}{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是

A. $x>1$　　　B. $x\geq 1$

C. $x\neq 1$　　　D. $x\neq 0$

2．如图，圆 O 的弦 GH，EF，CD，AB 中最短的是



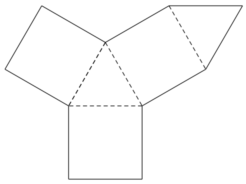
A．GH　　　B. EF

C. CD　　　D. AB

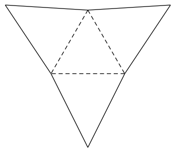
3．2018 年 4 月 18 日，被誉为“中国天眼”的 FAST 望远镜首次发现的毫秒脉冲星得到国际认证．新发现的脉冲星自转周期为 0.00519 秒，是至今发现的射电流量最弱的高能毫秒脉冲星之一．将 0.00519 用科学记数法表示应为

A. 5.19×10^{-2}　　　B. 5.19×10^{-3}　　　C. 519×10^{-5}　　　D. 519×10^{-6}

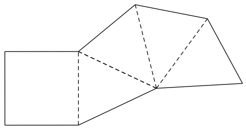
4．下列图形能折叠成**三棱柱**的是



A



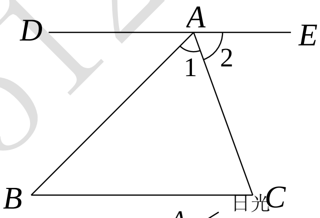
B



C

D

5．如图，直线 DE 经过点 A，$DE /\!/ BC$，$\angle B=45°$，$\angle 1=65°$，则$\angle 2$ 等于



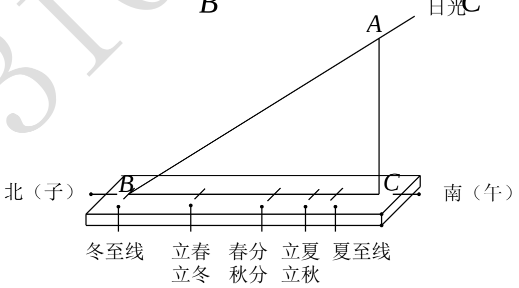
A．60°

B．65°

C．70°

D．75°

6．西周时期，丞相周公旦设置过一种通过测定日影长度来确定时间的仪器，称为圭表．如图是一个根据北京的地理位置设计的圭表，其中，立柱 AC 高为 a．已知，冬至时北京的正午日光入射角 $\angle ABC$ 约为 $26.5°$，则立柱根部与圭表的冬至线的距离（即 BC 的长）约为



A．$a\sin 26.5°$　　B．$\dfrac{a}{\tan 26.5°}$

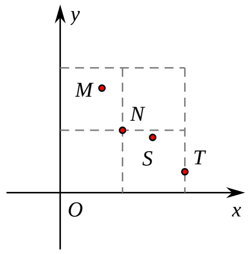
C．$a\cos 26.5°$　　D．$\dfrac{a}{\cos 26.5°}$

7．实数 a,b,c 在数轴上的对应点的位置如图所示，若 $|a|>|b|$，则下列结论中一定成立的是

A. $b+c>0$　　B．$a+c<-2$

C. $\dfrac{b}{a}<1$　　D．$abc\geq 0$

8．“单词的记忆效率”是指复习一定量的单词，一周后能正确默写出的单词个数与复习的单词个数的比值.右图描述了某次单词复习中 M,N,S,T 四位同学的单词记忆效率 y 与复习的单词个数 x 的情况，则这四位同学在这次单词复习中正确默写出的单词个数最多的是



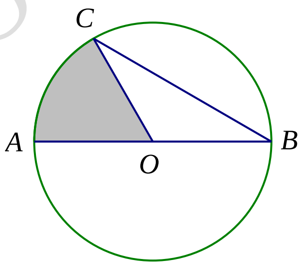
A．M　　　　B．N

C．S　　　　D．T

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

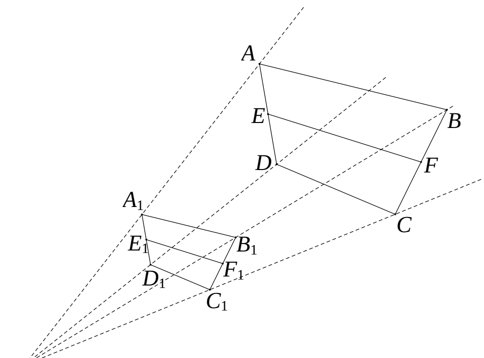
9． 分解因式：$3a^2+6a+3=$__________.

10．如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上一点，$OA=6$，$\angle B=30°$，则图中阴影部分的面积为__________.



11．如果 $m=3n$，那么代数式 $\left(\dfrac{n}{m}-\dfrac{m}{n}\right)\cdot\dfrac{m}{n-m}$ 的值是__________.

12．如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是以 O 为位似中心的位似图形，满足 $OA_1=A_1A$，E，F，E_1，F_1 分别是 AD，BC，A_1D_1，B_1C_1 的中点，则 $\dfrac{E_1F_1}{EF}=$__________.



13．2017 年全球超级计算机 500 强名单公布，中国超级计算机“神威・太湖之光”和“天河二号”携手夺得前两名．已知“神威・太湖之光”的浮点运算速度是“天河二号”的 2.74 倍．这两种超级计算机分别进行 100 亿亿次浮点运算，“神威・太湖之光”的运算时间比“天河二号”少 18.75 秒，求这两种超级计算机的浮点运算速度．设“天河二号”的浮点运算速度为 x 亿亿次/秒，依题意，可列方程为___________.

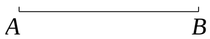
14．袋子中有 20 个除颜色外完全相同的小球．在看不到球的条件下，随机地从袋子中摸出一个球，记录颜色后

放回，将球摇匀. 重复上述过程 150 次后，共摸到红球 30 次，由此可以估计口袋中的红球个数是__________.

.

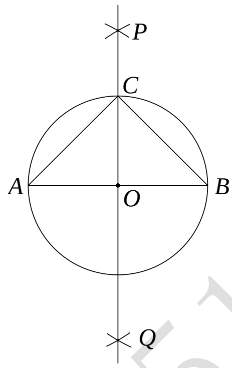
15．下面是“作以已知线段为斜边的等腰直角三角形”的尺规作图过程.

已知：线段 AB.



求作：以 AB 为斜边的一个等腰直角三角形 ABC.

作法：如图，



（1）分别以点 A 和点 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，两弧相交于 P，Q 两点；

（2）作直线 PQ，交 AB 于点 O；

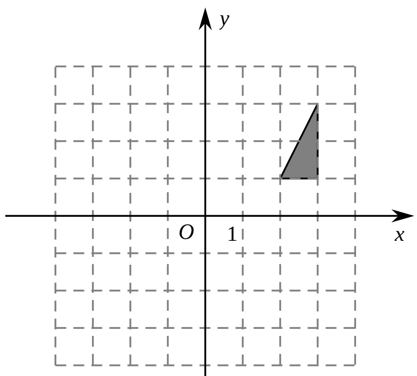
（3）以 O 为圆心，OA 的长为半径作圆，交直线 PQ 于点 C；

（4）连接 AC，BC.

则 $\triangle ABC$ 即为所求作的三角形.

请回答：在上面的作图过程中，① $\triangle ABC$ 是直角三角形的依据是________；② $\triangle ABC$ 是等腰三角形的依据是__________.

16．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2,m)$ 绕坐标原点 O 顺时针旋转 $90°$ 后，恰好落在右图中阴影区域（包括边界）内，则 m 的取值范围是____________.



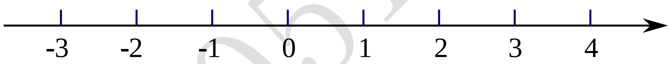
三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分；第 23~26 小题，

每小题 6 分；第 27~28 小题，每小题 7 分）

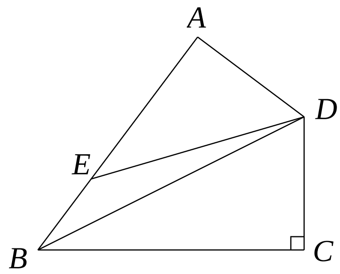
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$\sqrt{18}-4\sin 45°+(\sqrt{2}-2)^{0}-(\frac{1}{2})^{-2}$．

18．解不等式 $x-\frac{x+2}{2}<\frac{2-x}{3}$，并把解集在数轴上表示出来.



19．如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle C=90°$，BD 平分 $\angle ABC$，$AD=3$，E 为 AB 上一点，$AE=4$，$ED=5$，求 CD 的长.

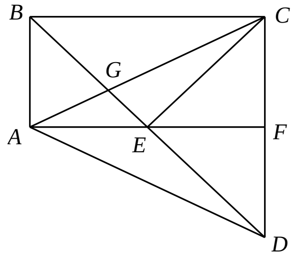


20．关于 x 的一元二次方程 $x^{2}-(m+3)x+3m=0$．

（1）求证：方程总有实数根；

（2）请给出一个 m 的值，使方程的两个根中只有一个根小于 4．

21．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB \parallel CD$， BD 交 AC 于 G，E 是 BD 的



中点，连接 AE 并延长，交 CD 于点 F， F 恰好是 CD 的中点.

（1）求 $\dfrac{BG}{GD}$ 的值；

（2）若 $CE=EB$，求证：四边形 $ABCF$ 是矩形.

22．已知直线 l 过点 $P(2,2)$，且与函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象相交于 A,B 两点，与 x 轴、y 轴分别交于点 C,D，

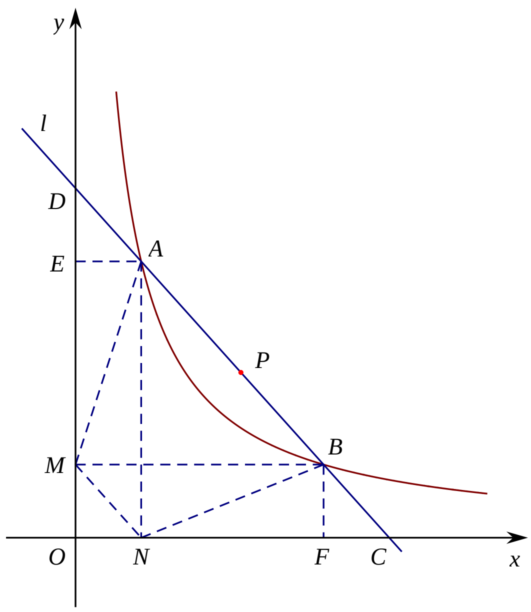
如图所示，四边形 $ONAE,OFBM$ 均为矩形，且矩形 $OFBM$ 的面积为 3.

（1）求 k 的值；

（2）当点 B 的横坐标为 3 时，求直线 l 的解析式及线段 BC 的长；

（3）如图是小芳同学对线段 AD,BC 的长度关系的思考示意图.

记点 B 的横坐标为 s，已知当 $2<s<3$ 时，线段 BC 的长随 s 的增大而减小，请你参考小芳的示意图判断：当 $s\geq 3$ 时，线段 BC 的长随 s 的增大而______________．（填“增大”、“减小”或“不变”）



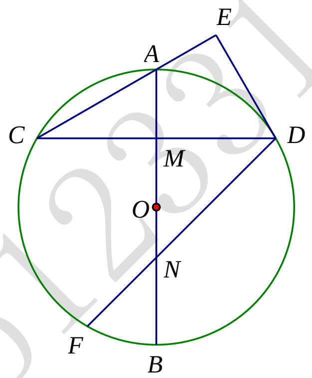
23．如图，AB 是⊙O 的直径，M 是 OA 的中点，弦

$CD \perp AB$ 于点 M，过点 D 作 $DE \perp CA$ 交 CA 的延长线于点 E.

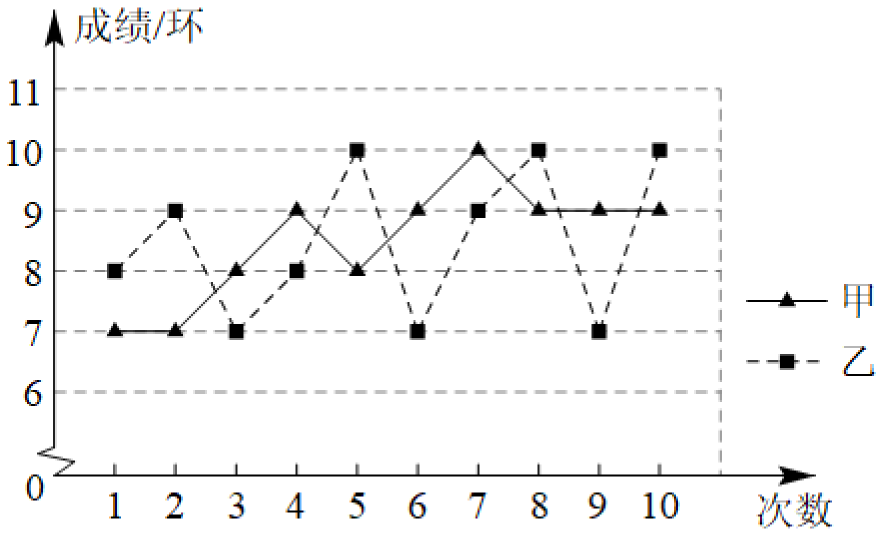
（1）连接 AD，则 $\angle OAD =$_________°；

（2）求证：DE 与⊙O 相切；

（3）点 F 在 BC 上，$\angle CDF = 45^\circ$，DF 交 AB 于点 N .若 $DE = 3$，求 FN 的长.



24．如图是甲、乙两名射击运动员的 10 次射击测试成绩的折线统计图.



（1）根据折线图把下列表格补充完整；

运动员	平均数	中位数	众数
甲	8.5	9	
乙	8.5		

（2） 根据上述图表运用所学统计知识对甲、乙两名运动员的射击水平进行评价并说明理由.

25．小明对某市出租汽车的计费问题进行研究，他搜集了一些资料，部分信息如下：

收费项目	收费标准
3 公里以内收费	13 元
基本单价	2.3 元/公里
……	……

备注：出租车计价段里程精确到 500 米；出租汽车收费结算以元为单位，元以下四舍五入。

小明首先简化模型，从简单情形开始研究：①只考虑白天正常行驶（无低速和等候）；②行驶路程 3 公里以上时，计价器每 500 米计价 1 次，且每 1 公里中前 500 米计价 1.2 元，后 500 米计价 1.1 元.

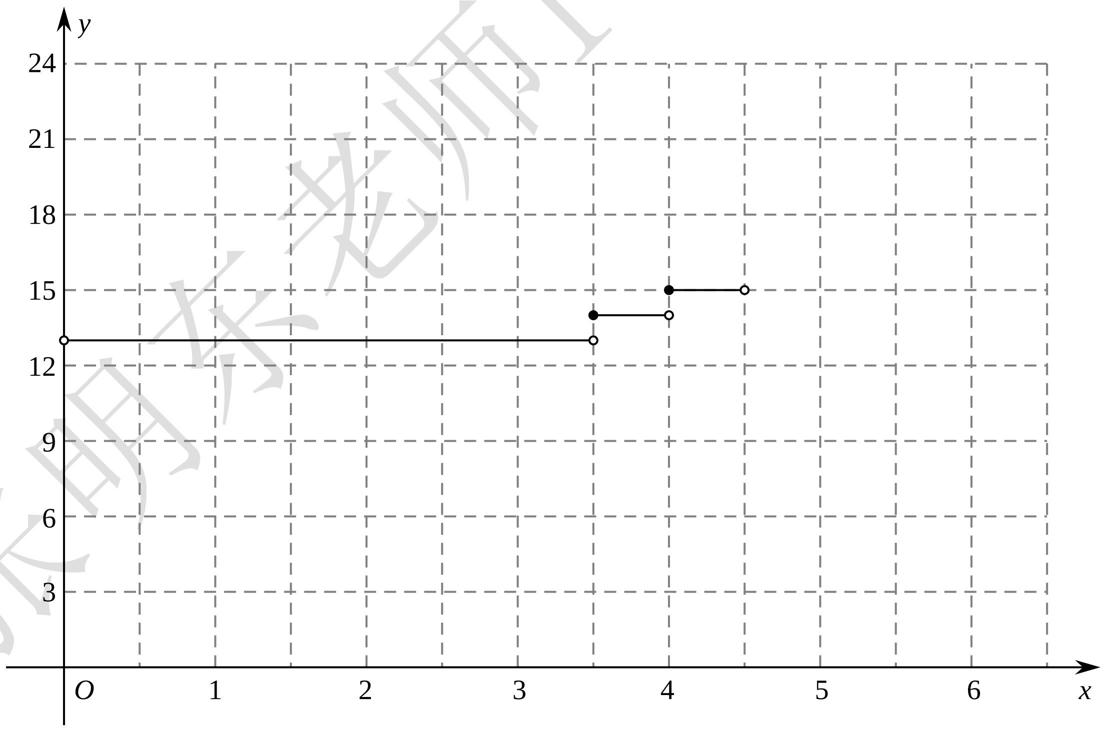
下面是小明的探究过程，请补充完整：

记一次运营出租车行驶的里程数为 x（单位：公里），相应的实付车费为 y（单位：元）.

（1）下表是 y 随 x 的变化情况

行驶里程数 x	0	$0<x<3.5$	$3.5\leqslant x<4$	$4\leqslant x<4.5$	$4.5\leqslant x<5$	$5\leqslant x<5.5$	…
实付车费 y	0	13	14	15			…

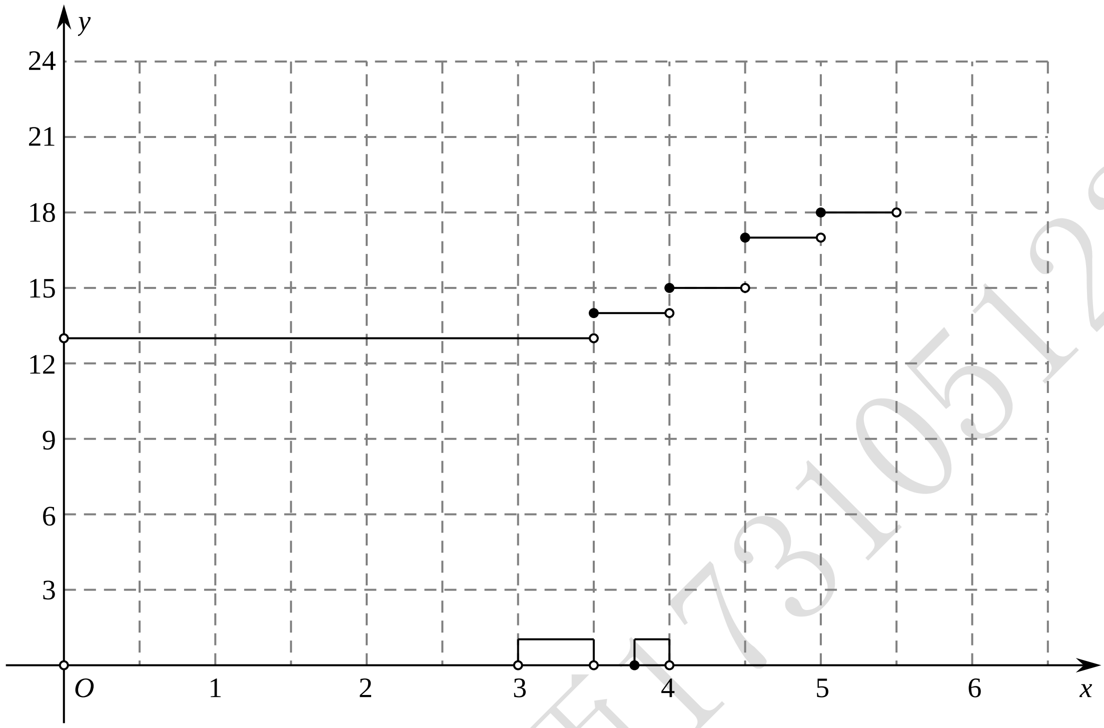
（2）在平面直角坐标系 xOy 中，画出当 $0<x<5.5$ 时 y 随 x 变化的函数图象；



（3）一次运营行驶 x 公里（$x>0$）的平均单价记为 w（单位：元/公里），其中 $w=\dfrac{y}{x}$.

①当 $x=3,3.4$ 和 3.5 时，平均单价依次为 w_1,w_2,w_3，则 w_1,w_2,w_3 的大小关系是____________；（用“＜”连接）

②若一次运营行驶 x 公里的平均单价 w 不大于行驶任意 s（$s\le x$）公里的平均单价 w_s，则称这次行驶的里程数为幸运里程数.请在上图中 x 轴上表示出 3~4（不包括端点）之间的幸运里程数 x 的取值范围.

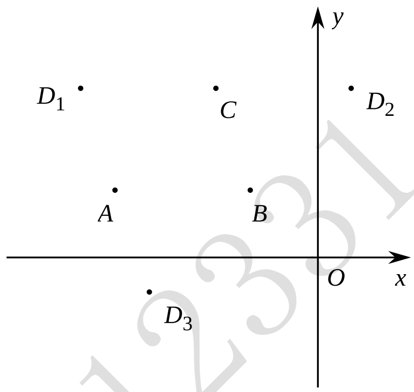


26．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-3,1)$，$B(-1,1)$，$C(m,n)$，其中 $n>1$，以点 A,B,C 为顶点的平行

四边形有三个，记第四个顶点分别为 D_1, D_2, D_3，如图所示.

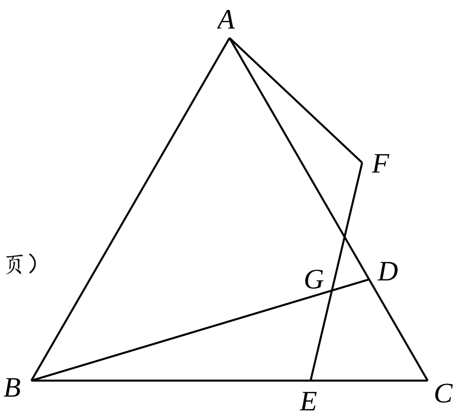
（1）若 $m=-1, n=3$，则点 D_1, D_2, D_3 的坐标分别是（_____），（_____），（_____）；

（2）是否存在点 C，使得点 A, B, D_1, D_2, D_3 在同一条抛物线上？若存在，求出点 C 的坐标；若不存在，说明理由.



微信扫码查看周老师详细图解

27．如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， D, E 分别是边 AC, BC 上的点，



且$CD=CE$ ，$\angle DBC<30^\circ$ ，点C与点F关于BD对称，连接AF,FE，FE交BD于G.

（1）连接DE,DF，则DE,DF之间的数量关系是______________；

（2）若$\angle DBC=\alpha$，求$\angle FEC$的大小；　　（用α的式子表示）

（3）用等式表示线段BG,GF和FA之间的数量关系，并证明.

28. 对某一个函数给出如下定义：若存在实数k，对于函数图象上横坐标之差为1的任意两点(a,b_1)，$(a+1,b_2)$，$b_2-b_1\geq k$都成立，则称这个函数是限减函数，在所有满足条件的k中，其最大值称为这个函数的限减系数. 例如，函数$y=-x+2$，当x取值a和$a+1$时，函数值分别为$b_1=-a+2$，$b_2=-a+1$，故$b_2-b_1=-1\geq k$，因此函数$y=-x+2$是限减函数，它的限减系数为-1.

（1）写出函数$y=2x-1$的限减系数；

（2）$m>0$，已知$y=\dfrac{1}{x}$（$-1\leq x\leq m,x\neq 0$）是限减函数，且限减系数$k=4$，求m的取值范围.

（3）已知函数$y=-x^2$的图象上一点P，过点P作直线l垂直于y轴，将函数$y=-x^2$的图象在点P右侧的部分关于直线l翻折，其余部分保持不变，得到一个新函数的图象，如果这个新函数是限减函数，且限减系数$k\geq -1$，直接写出P点横坐标n的取值范围.

海淀区九年级第二学期期末练习

数学参考答案及评分标准

2018．5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	B	A	C	B	C	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$3(a+1)^2$　　10．6π　　11．4　　12．$\frac{1}{2}$

13．$\frac{100}{x}-\frac{100}{2.74x}=18.75$　　14．4

15．①直径所对的圆周角为直角

②线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等

16．$\frac{5}{2}\le m\le 3$

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分；第 23~26 小题，每小题 6 分；第 27~28 小题，每小题 7 分）

17．解：原式$=3\sqrt{2}-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1-4$

$=\sqrt{2}-3$．

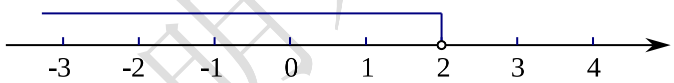
18．解：去分母，得　$6x-3(x+2)<2(2-x)$．

去括号，得　$6x-3x-6<4-2x$．

移项，合并得　$5x<10$．

系数化为 1，得　$x<2$．

不等式的解集在数轴上表示如下：



19．证明：∵ $AD=3$，$AE=4$，$ED=5$，

∴ $AD^2+AE^2=ED^2$．

∴ $\angle A=90^\circ$．

∴ $DA\perp AB$．

∵ $\angle C=90^\circ$．

∴ $DC\perp BC$．

∵ BD 平分 $\angle ABC$，

∴ $DC=AD$．

∵ $AD=3$，

∴ $CD=3$．

20.（1）证明：依题意，得 $\Delta=[-(m+3)]^2-4\times1\times3m=(m-3)^2$.

∵ $(m-3)^2\geq0$，

∴方程总有实数根.

(2) 解：∵原方程有两个实数根 3，m，
∴取 $m=4$，可使原方程的两个根中只有一个根小于 4.

注：只要 $m\geq4$ 均满足题意.

21.（1）解：

∵ $AB\,/\!/\,CD$，

∴ $\angle ABE=\angle EDC$.

∵ $\angle BEA=\angle DEF$，

∴ $\triangle ABE\backsim\triangle FDE$.

∴ $\dfrac{AB}{DF}=\dfrac{BE}{DE}$.

∵ E 是 BD 的中点，

∴ $BE=DE$.

∴ $AB=DF$.

∵ F 是 CD 的中点，

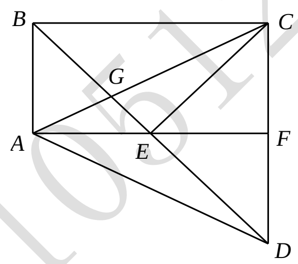
∴ $CF=FD$.

∴ $CD=2AB$.

∵ $\angle ABE=\angle EDC$，$\angle AGB=\angle CGD$，

∴ $\triangle ABG\backsim\triangle CDG$.

∴ $\dfrac{BG}{GD}=\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{1}{2}$.



（2）证明：

∵ $AB\,/\!/\,CF$，$AB=CF$，

∴ 四边形 $ABCF$ 是平行四边形.

∵ $CE=BE$，$BE=DE$，

∴ $CE=ED$.

∵ $CF=FD$，

∴ EF 垂直平分 CD.

∴ $\angle CFA=90°$.

∴ 四边形 $ABCF$ 是矩形.

22. 解：（1）

设点 B 的坐标为（x，y），由题意得：$BF=y$，$BM=x$.

∵ 矩形 $OMBF$ 的面积为 3，

∴ $xy=3$.

∵ B 在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 上，

∴ $k=3$.

（2）

∵ 点 B 的横坐标为 3，点 B 在双曲线上，

∴ 点 B 的坐标为（3，1）.

设直线 l 的解析式为 $y=ax+b$.

∵ 直线 l 过点 $P(2,2)$，B（3，1），

∴ $\begin{cases}2a+b=2,\\3a+b=1.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=4.\end{cases}$

∴ 直线 l 的解析式为 $y=-x+4$.

∵ 直线 l 与 x 轴交于点 C（4，0），

∴ $BC=\sqrt{2}$.

（3）增大

23．解：（1）60；

（2）连接 OD，

∵ $CD\perp AB$，AB 是⊙O 的直径，

∴ $CM=MD$.

∵ M 是 OA 的中点，

∴ $AM=MO$.

又∵ $\angle AMC=\angle DMO$，

∴ $\triangle AMC\cong\triangle OMD$.

∴ $\angle ACM=\angle ODM$.

∴ $CA\,//\,OD$.

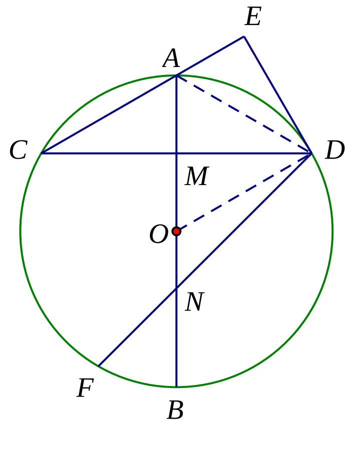
∵ $DE\perp CA$，

∴ $\angle E=90°$.

∴ $\angle ODE=180°-\angle E=90°$.

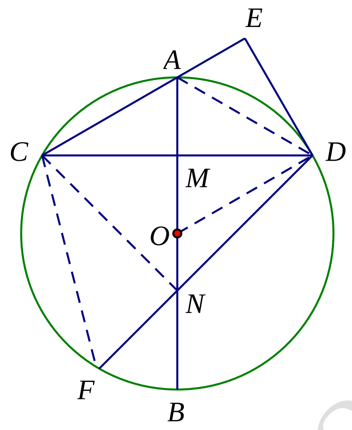
∴ $DE\perp OD$.

∴ DE 与⊙O 相切.



（3）连接 CF，CN，

∵ $OA\perp CD$ 于 M，



∴ M 是 CD 中点.

∴ $NC = ND$.

∵ $\angle CDF = 45°$，

∴ $\angle NCD = \angle NDC = 45°$.

∴ $\angle CND = 90°$.

∴ $\angle CNF = 90°$.

由（1）可知 $\angle AOD = 60°$.

∴ $\angle ACD = \frac{1}{2}\angle AOD = 30°$.

在 Rt△CDE 中，$\angle E = 90°$，$\angle ECD = 30°$，$DE = 3$，

∴ $CD = \frac{DE}{\sin 30°} = 6$.

在 Rt△CND 中，$\angle CND = 90°$，$\angle CDN = 45°$，$CD = 6$，

∴ $CN = CD \cdot \sin 45° = 3\sqrt{2}$.

由（1）知 $\angle CAD = 2\angle OAD = 120°$，

∴ $\angle CFD = 180° - \angle CAD = 60°$.

在 Rt△CNF 中，$\angle CNF = 90°$，$\angle CFN = 60°$，$CN = 3\sqrt{2}$，

∴ $FN = \frac{CN}{\tan 60°} = \sqrt{6}$.

24.（1）补充表格：

运动员	平均数	中位数	众数
甲	8.5	9	**9**

乙	8.5	**8.5**	**7 和 10**

（2）答案不唯一，可参考的答案如下：

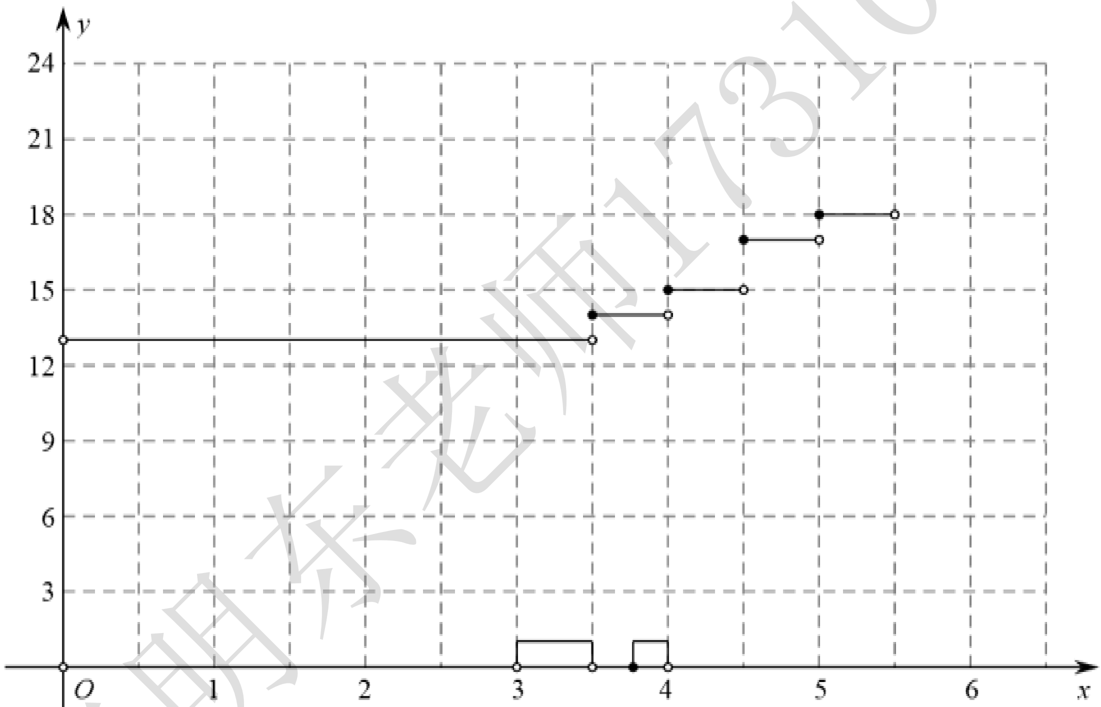
甲选手：和乙选手的平均成绩相同，中位数高于乙，打出 9 环及以上的次数更多，打出 7 环的次数较少，说明甲选手相比之下发挥更加稳定；

乙选手：与甲选手平均成绩相同，打出 10 环次数和 7 环次数都比甲多，说明乙射击时起伏更大，但也更容易打出 10 环的成绩.

25.（1）

行驶里程数 x	0	$0<x<3.5$	$3.5\leqslant x<4$	$4\leqslant x<4.5$	$4.5\leqslant x<5$	$5\leqslant x<5.5$	…
实付车费 y	0	13	14	15	**17**	**18**	…

（2）如图所示：



（3）① $w_2 < w_3 < w_1$ ；

②如上图所示.

26．解：（1）D_1（−3，3），D_2（1，3），D_3（−3，−1）

（2）不存在．理由如下：

假设满足条件的 C 点存在，即 A，B，D_1，D_2，D_3 在同一条抛物线上，则线段 AB 的垂直平分线 $x=-2$

即为这条抛物线的对称轴，而 D_1，D_2 在直线 $y=n$ 上，则 D_1D_2 的中点 C 也在抛物线对称轴上，故 $m=-2$，即点 C 的坐标为（-2，n）.

由题意得：D_1（-4，n），D_2（0，n），D_3（-2，$2-n$）.

注意到 D_3 在抛物线的对称轴上，故 D_3 为抛物线的顶点. 设抛物线的表达式是 $y=a\left(x+2\right)^2+2-n$.

当 $x=-1$ 时，$y=1$，代入得 $a=n-1$.

所以 $y=\left(n-1\right)\left(x+2\right)^2+2-n$.

令 $x=0$，得 $y=4\left(n-1\right)+2-n=3n-2=n$，解得 $n=1$，与 $n>1$ 矛盾.

所以 不存在满足条件的 C 点.

27.（1）$DE=DF$；

（2）解：连接 DE，DF，

∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $\angle C=60°$.

∵ $\angle DBC=\alpha$，

∴ $\angle BDC=120°-\alpha$.

∵ 点 C 与点 F 关于 BD 对称，

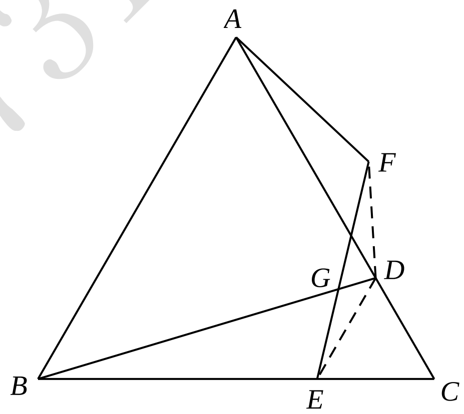
∴ $\angle BDF=\angle BDC=120°-\alpha$，$DF=DC$.

∴ $\angle FDC=120°+2\alpha$.

由（1）知 $DE=DF$.

∴ F，E，C 在以 D 为圆心，DC 为半径的圆上.

∴ $\angle FEC=\frac{1}{2}\angle FDC=60°+\alpha$.



（3）$BG=GF+FA$.理由如下：

连接 BF，延长 AF，BD 交于点 H，

∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $\angle ABC=\angle BAC=60°$，$AB=BC=CA$.

∵点 C 与点 F 关于 BD 对称，

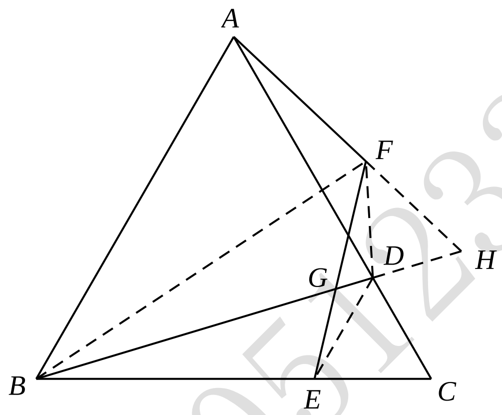
∴ $BF=BC$，$\angle FBD=\angle CBD$.

∴ $BF=BA$.

∴ $\angle BAF=\angle BFA$.

设 $\angle CBD=\alpha$，

则 $\angle ABF=60^\circ-2\alpha$.



∴ $\angle BAF=60^\circ+\alpha$.

∴ $\angle FAD=\alpha$.

∴ $\angle FAD=\angle DBC$.

由（2）知 $\angle FEC=60^\circ+\alpha$.

∴ $\angle BGE=\angle FEC-\angle DBC=60^\circ$.

∴ $\angle FGB=120^\circ$，$\angle FGD=60^\circ$.

四边形 $AFGB$ 中，$\angle AFE=360^\circ-\angle FAB-\angle ABG-\angle FGB=120^\circ$.

∴ $\angle HFG=60^\circ$.

∴ $\triangle FGH$ 是等边三角形.

∴ $FH=FG$，$\angle H=60^\circ$.

∵ $CD=CE$，

∴ $DA=EB$.

在 $\triangle AHD$ 与 $\triangle BGE$ 中，

$$\begin{cases}\angle AHD=\angle BGE,\\ \angle HAD=\angle GBE,\\ AD=BE.\end{cases}$$

∴ $\triangle AHD\cong\triangle BGE$.

∴ $BG=AH$.

∵ $AH=HF+FA=GF+FA$，

∴ $BG=GF+FA$.

28．解：（1）函数 $y=2x-1$ 的限减系数是 2；

（2）若 $m>1$，则 $m-1>0$，（$m-1$，$\frac{1}{m-1}$）和（m，$\frac{1}{m}$）是函数图象上两点，$\frac{1}{m}-\frac{1}{m-1}=-\frac{1}{m(m-1)}<0$，

与函数的限减系数 $k=4$ 不符，∴ $m\le 1$.

若$0<m<\frac{1}{2}$，（$t-1$，$\frac{1}{t-1}$）和（t，$\frac{1}{t}$）是函数图象上横坐标之差为 1 的任意两点，则$0<t\le m$，

$\frac{1}{t}-\frac{1}{t-1}=\frac{1}{-t(t-1)}$，

$\because -t(t-1)>0$，且$-t(t-1)=-(t-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}\le -(m-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}<\frac{1}{4}$，

$\therefore \frac{1}{t}-\frac{1}{t-1}>4$，与函数的限减系数$k=4$不符.

$\therefore m\ge\frac{1}{2}$.

若$\frac{1}{2}\le m\le 1$，（$t-1$，$\frac{1}{t-1}$）和（t，$\frac{1}{t}$）是函数图象上横坐标之差为 1 的任意两点，则$0<t\le m$，

$\frac{1}{t}-\frac{1}{t-1}=\frac{1}{-t(t-1)}$，

$\because -t(t-1)>0$，且$-t(t-1)=-(t-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}\le\frac{1}{4}$，

$\therefore \frac{1}{t}-\frac{1}{t-1}=\frac{1}{-t(t-1)}\ge 4$，当$t=\frac{1}{2}$时，等号成立，故函数的限减系数$k=4$.

$\therefore m$ 的取值范围是$\frac{1}{2}\le m\le 1$.

（3）$-1\le n\le 1$.