

# 北师大附中 2017-2018 学年下学期初中 七年级期中考试数学试卷

## 一、选择题：（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 下列各数中无理数有（ ）

3.141,  $\sqrt[3]{-27}$ ,  $\pi$ ,  $-\sqrt{2}$ , 0,  $4.2\dot{1}7$ , 0.1010010001

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

2. 如图所示，四幅汽车标志设计中，能通过平移得到的是

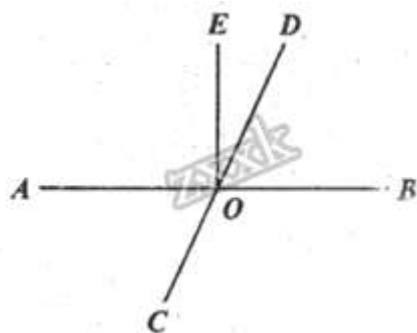


A. A B. B C. C D. D

3. 若  $a < b$ ，则下列不等式中，不一定成立的是（ ）

A.  $a + 3 < b + 3$  B.  $5a < 4b$  C.  $2a > 2b$  D.  $a^2 < b^2$

4. 如图，直线 AB 与直线 CD 相交于点 O， $EO \perp AB$ ， $\angle EOD = 25^\circ$ ，则  $\angle AOC =$



A.  $55^\circ$  B.  $65^\circ$  C.  $115^\circ$  D.  $125^\circ$

5. 已知点 A (a,b) 在第三象限，则点 B(-a+1, 3b-1) 在

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. 下列说法中正确的有（ ）

①负数没有平方根，但负数有立方根；

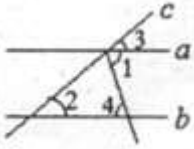
②一个数的立方根等于它本身，则这个数是 0 或 1；

③  $\sqrt{(-5)^2} = 5$ ；④  $\sqrt[3]{27}$  的平方根是  $\pm\sqrt{3}$ ；

⑤  $-\sqrt{a}$  一定是负数

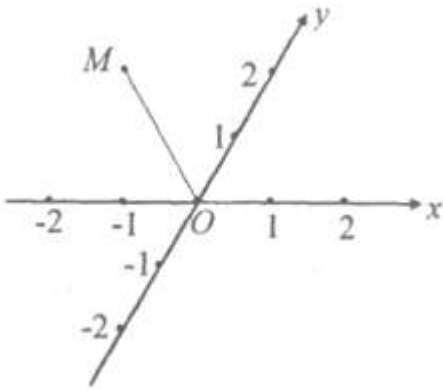
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. 如图，直线  $a, b$  被直线  $c$  所截， $\angle 1 = \angle 4$ ，若  $\angle 3 = 40^\circ$ ，则  $\angle 2$  等于 ( )



A.  $30^\circ$  B.  $40^\circ$  C.  $50^\circ$  D.  $60^\circ$

8. 在平面上，过一定点  $O$  作两条斜交的轴  $x$  和  $y$ ，它们的交角是  $m$  ( $m \neq 90^\circ$ )，以定点  $O$  为原点，在每条轴上取相同的单位长度，这样就在平面上建立了一个斜角坐标系，其中  $m$  叫做坐标角，对于平面内任意一点  $P$ ，过  $P$  作  $x$  轴和  $y$  轴的平行线，与两轴分别交于  $A$  和  $B$ ，它们在两轴的坐标分别是  $x$  和  $y$ ，于是点  $P$  的坐标就是  $(x, y)$ ，如图， $m = 60^\circ$ ，且  $y$  轴平分  $\angle MOx$ ， $OM = 2$ ，则点  $M$  的坐标是 ( )



A.  $(2, -2)$  B.  $(-1, 2)$  C.  $(-2, 2)$  D.  $(-2, 1)$

## 二、填空题：(本题共 16 分，每小题 2 分)

9.  $\sqrt[3]{125} - \sqrt{64} =$  \_\_\_\_\_

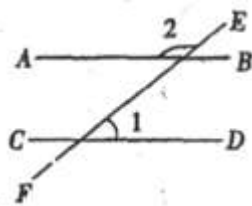
10. 点  $P(-2, 1)$  向上平移 2 个单位后的点的坐标为\_\_\_\_\_。

11. 不等式  $2x - 3 \leq 4x + 5$  的解集是\_\_\_\_\_

12. 已知实数  $x, y$  满足  $\sqrt{x-1} + |3y-6| = 0$ ，则  $x-y =$  \_\_\_\_\_

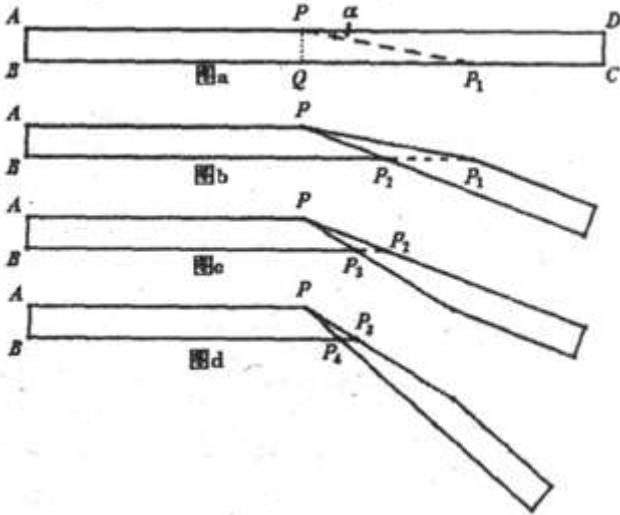
13. 已知点  $P(3a+6, a-1)$ ，若点  $P$  在  $x$  轴上，则点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_

14. 如图， $AB \parallel CD$ ，若  $\angle 1 = 36^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是\_\_\_\_\_。



15. 下列各命题中：①对顶角相等；②若 $x^2=4$ ，则 $x=2$ ；③ $2\sqrt{2} < \sqrt{7}$ ；④两条直线相交，若有一组邻补角相等，则这两条直线互相垂直，其中错误的命题是\_\_\_\_\_（填序号）

16. 图 a 中，四边形 ABCD 是细长的长方形纸条， $PQ \perp BC$ ， $\angle P_1PD = \alpha$ ，沿 $PP_1$ 将纸条的右半部分做第一次折叠，得到图 b 和交点 $P_2$ ；再沿 $PP_2$ 将纸条的右半部分做第二次折叠，得到图 c 和交点 $P_3$ ；再沿 $PP_3$ 将纸条的右半部分做第三次折叠，得到图 d 和交点 $P_4$ 。



(1) 如果 $\alpha = 10^\circ$ ，那么 $\angle PP_1B =$ \_\_\_\_\_

(2)  $\angle PP_4B =$ \_\_\_\_\_

### 三、计算题（每小题 6 分，共 24 分）

17. 计算： $\sqrt{16} \times \sqrt[3]{\frac{27}{64}} + \sqrt{(-2)^2}$

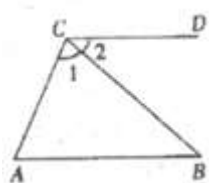
18. 化简： $|1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |2\sqrt{3} - 3|$

19. 解不等式 $\frac{2x+4}{2} < \frac{x+3}{3} - 1$

20. 已知  $a$  是 1 的算术平方根， $b$  是 8 的立方根，求  $b-a$  的平方根.

#### 四、几何解答：（每小题 8 分，共 16 分）

21. 已知：如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle B = 35^\circ$ ， $\angle 1 = 75^\circ$ ，求  $\angle A$  的度数.



解： $\because CD \parallel AB$ ， $\angle B = 35^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ （ $\underline{\hspace{1cm}}$ ， $\underline{\hspace{1cm}}$ ），

而  $\angle 1 = 75^\circ$ ，

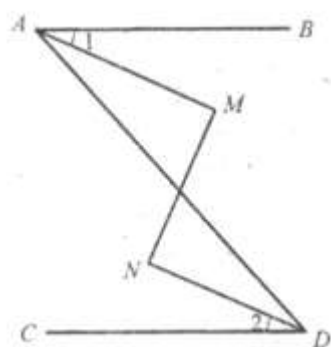
$\therefore \angle ACD = \angle 1 + \angle 2 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ ，

$\because CD \parallel AB$ ，



$\therefore \angle A + \underline{\hspace{1cm}} = 180^\circ$ .（ $\underline{\hspace{1cm}}$ ， $\underline{\hspace{1cm}}$ ），

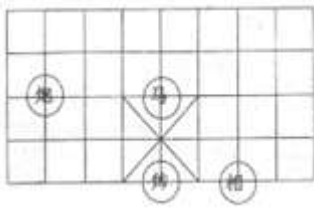
$\therefore \angle A = \underline{\hspace{1cm}}$ .






22. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AM \perp MN$ ，求证： $DN \perp MN$



## 五、平面直角坐标系的应用（8分）

23. 如图所示的象棋盘上，若  位于点  $(1, 0)$  上， 位于点  $(3, 0)$  上，则



- (1)  位于点\_\_\_\_\_， 位于点\_\_\_\_\_；
- (2)  与  的距离是\_\_\_\_\_，与  的距离是\_\_\_\_\_；
- (3) 要把炮移动到关于  $y$  轴对称的位置，则移动后炮的位置是\_\_\_\_\_；
- (4) 若另一炮所在位置的坐标为  $(2m+1, 1-m)$ ，此位置到  $x$  轴的距离与到  $y$  轴的距离相等，则此炮的位置是\_\_\_\_\_。

## 六、探究题：（每小题 10 分，共 20 分）

24. 神奇的数学世界是不是只有锻炼思维的数字游戏？每天都在面对繁杂的数字计算？答案当然是否定的，曼妙的数学畅游在迷人的数字和丰富多彩的图形之间，将数与形巧妙地融汇在一起，不可分割。我们都知道，实数与数轴上的点一一对应，数轴上的线段可以由端点所对应的实数确定，这是一维的数与形；增加到两条数轴，可以形成平面直角坐标系，这样有序数对与平面内的点一一对应，平面内的多边形及其内容可以由多边形的边上所有点的坐标所确定，这是二维的数与形。而在平面直角坐标系中的图形更是神秘，在平面内任意画一条（或多条）曲线（或直线），它（们）把平面分割成的部分都称为区域，特别地，如果曲线首尾相接，那么形成的有限部分也称为封闭区域。如何研究这些区域呢？当然离不开数，我们可以通过区域内点的坐标规律来刻画图形。反过来，我们也可以根据点坐标的规律在平面直角坐标系内找到它们，画出相应的图形。聪明的你看懂了吗？试着做做看。

- (1) 分别解不等式  $2x - 4 < 0$  和  $-x + 1 \geq 0$ ，并把不等式的解集画在同一个数轴上；
- (2) 点  $P(x, y)$  在平面直角坐标系的第一象限，并且横坐标与纵坐标分别满足不等式  $2x - 4 \leq 0$  和  $-y + 1 \geq 0$ ，请画出满足条件的点  $P$  所在的最大区域，并求出区域的面积；
- (3) 去掉（2）中“点  $P$  在第一象限”这个条件，其余条件保持不变，求满足条件的点  $P$  所在最大区域与平面直角坐标系第二、四象限角平分线所围成封闭区域的面积。

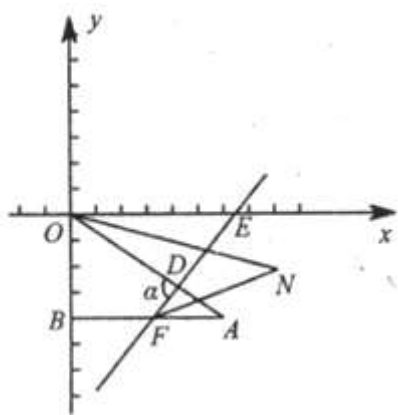
25. 在平面直角坐标系中，点  $B(0, -4)$  是  $y$  轴负半轴上一点，将点  $B$  向右平移 6 个单位得到点  $A$ .

(1) 求点  $A$  和  $\triangle ABO$  的面积；

(2) ①在  $x$  轴的正半轴上是否存在点  $P$ ，使  $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABO}$ ，若存在，求点  $P$  的坐标；若不存在，说明理由；

②在坐标轴的其他位置是否存在点  $P$ ，使  $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABO}$ ，若存在，请直接写出符合条件的点  $P$  的坐标；若不存在，说明理由；

(3) 如图，点  $D$  为线段  $OA$ （端点除外）上某一点，当点  $D$  在线段上运动时，过点  $D$  作直线  $EF$  交  $x$  轴正半轴于  $E$ ，交直线  $AB$  于  $F$ ， $\angle EOD$ ， $\angle AFD$  的平分线相交于点  $N$ ，若记  $\angle ODF = \alpha$ ，请用含  $\alpha$  的式子表示  $\angle ONF$  的大小，并说明理由.



## 北师大附中 2017-2018 学年下学期初中 七年级期中考试数学试卷

### 一、选择题：（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 下列各数中无理数有（ ）

3.141,  $\sqrt[3]{-27}$ ,  $\pi$ ,  $-\sqrt{2}$ , 0,  $4.\dot{2}\dot{1}7$ , 0.1010010001

A. 2 个    B. 3 个    C. 4 个    D. 5 个

【答案】A

【解析】【分析】根据无理数和有理数的概念逐一进行判断即可得.

【详解】3.141 是有理数； $\sqrt[3]{-27}=-3$ ，是有理数； $\pi$ 是无理数； $-\sqrt{2}$ 是无理数；0 是有理数； $4.\dot{2}\dot{1}7$ 是有理数；0.1010010001 是有理数，  
因此无理数有 2 个，  
故选 A.

【点睛】本题考查了无理数，解答此题的关键是熟知无理数的定义，无理数为无限不循环小数. 注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数为无理数. 如  $\pi$ ，0.2020020002...（每两个 2 之间依次多 1 个 0）等形式.

2. 如图所示，四幅汽车标志设计中，能通过平移得到的是



A. A    B. B    C. C    D. D

【答案】A

【解析】根据平移的定义结合图形进行判断.

解：根据平移的定义可知，只有 A 选项是由一个圆作为基本图形，经过平移得到.

故选 A.

“点睛” 本题考查了平移的定义：把一个图形整体沿某一直线方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形的形状和大小完全相同，图形的这种移动叫做平移. 注意平移是图形整体沿某一直线方向移动，平移不改变图形的形状和大小.

3. 若 $a < b$ ，则下列不等式中，不一定成立的是（ ）

- A.  $a - 3 < b - 3$     B.  $-5 + a < -4 + b$     C.  $2a > 2b$     D.  $a^2 < b^2$

【答案】D

【解析】【分析】根据不等式的基本性质逐项进行判断即可得.

【详解】A、不等式两边同时减去3，不等号的方向不变，故A正确，不符合题意；

B、因为 $a < b$ ，所以 $-5 + a < -4 + b$ 成立，故不符合题意；

C、不等式两边同时乘以-2，不等号方向改变，故C正确，不符合题意；

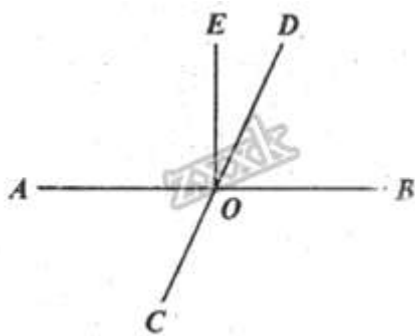
D、当 $a = -1$ ， $b = 0$ 时， $a^2 > b^2$ ，故D选项不一定成立，符合题意，

故选D.

【点睛】本题考查了不等式的性质，熟练掌握不等式的性质是解题的关键.

不等式的性质：（1）不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变；（2）不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；（3）不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

4. 如图，直线AB与直线CD相交于点O， $EO \perp AB$ ， $\angle EOD = 25^\circ$ ，则 $\angle AOC =$



- A.  $55^\circ$     B.  $65^\circ$     C.  $115^\circ$     D.  $125^\circ$

【答案】B

【解析】【分析】根据垂直的定义以及 $\angle EOD = 25^\circ$ 可求出 $\angle BOD$ 的度数，然后再根据对顶角相等即可求出 $\angle AOC$ 的度数.

【详解】 $\because EO \perp AB$ ,

$$\therefore \angle EOB = 90^\circ,$$

$$\because \angle EOD = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle EOB - \angle EOD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 65^\circ,$$



故选 B.

【点睛】本题考查了垂直的定义、对顶角的性质，熟练掌握垂直的定义和对顶角相等的性质是解题的关键.

5. 已知点 A (a,b) 在第三象限, 则点 B(-a+1, 3b-1) 在

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】D

【解析】∵A(a,b)在第三象限,

$$\therefore a < 0, b < 0,$$

$$\text{又} \because -a + 1 > 0, 3b - 1 < 0,$$

$$\therefore B(-a + 1, 3b - 1) \text{在第四象限},$$

故选D.

6. 下列说法中正确的有 ( )

①负数没有平方根, 但负数有立方根;

②一个数的立方根等于它本身, 则这个数是 0 或 1;

③ $\sqrt{(-5)^2} = 5$ ; ④ $\sqrt[3]{27}$ 的平方根是 $\pm\sqrt{3}$ ;

⑤ $-\sqrt[3]{a}$ 一定是负数

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】【分析】根据平方根、立方根的定义进行判断即可得.

【详解】①负数没有平方根, 但负数有立方根, 正确;

②一个数的立方根等于它本身, 则这个数是 0 或 1 或-1, 故错误;

③ $\sqrt{(-5)^2} = 5$ , 故错误;

④ $\sqrt[3]{27} = 3$ , 3 的平方根是 $\pm\sqrt{3}$ , 故正确;

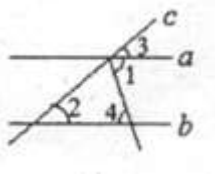
⑤当  $a=0$  时,  $-\sqrt[3]{a}=0$ , 故错误;

综上, 正确的有 2 个,

故选 B.

【点睛】本题考查了平方根、立方根的定义，熟练掌握相关的定义是解题的关键.

7. 如图，直线  $a, b$  被直线  $c$  所截， $\angle 1 = \angle 4$ ，若  $\angle 3 = 40^\circ$ ，则  $\angle 2$  等于 ( )



- A.  $30^\circ$     B.  $40^\circ$     C.  $50^\circ$     D.  $60^\circ$

【答案】B

【解析】【分析】由  $\angle 1 = \angle 4$ ，根据内错角相等，两直线平行可得  $a \parallel b$ ，再根据两直线平行，同位角相等即可求得  $\angle 2$  的度数.

【详解】 $\because \angle 1 = \angle 4$ ,

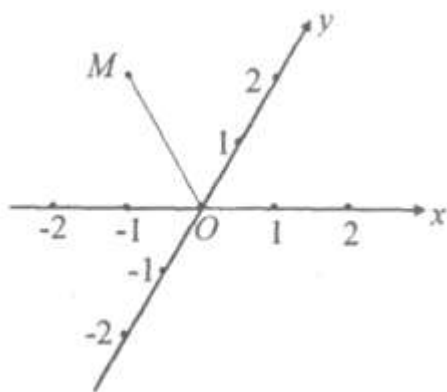
$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 40^\circ,$$

故选 B.

【点睛】本题考查了平行线的判定与性质，熟练掌握平行线的判定定理与性质定理是解题的关键.

8. 在平面上，过一定点  $O$  作两条斜交的轴  $x$  和  $y$ ，它们的交角是  $m$  ( $m \neq 90^\circ$ )，以定点  $O$  为原点，在每条轴上取相同的单位长度，这样就在平面上建立了一个斜角坐标系，其中  $m$  叫做坐标角，对于平面内任意一点  $P$ ，过  $P$  作  $x$  轴和  $y$  轴的平行线，与两轴分别交于  $A$  和  $B$ ，它们在两轴的坐标分别是  $x$  和  $y$ ，于是点  $P$  的坐标就是  $(x, y)$ ，如图， $m = 60^\circ$ ，且  $y$  轴平分  $\angle MOx$ ， $OM = 2$ ，则点  $M$  的坐标是 ( )



- A.  $(2, -2)$     B.  $(-1, 2)$     C.  $(-2, 2)$     D.  $(-2, 1)$

【答案】C

【解析】【分析】过  $M$  作  $x$  轴和  $y$  轴的平行线，与两轴分别交于  $A$  和  $B$ ，由已知可得到  $\triangle OAM$ ， $\triangle OBM$  是等边三角形，从而即可得点  $M$  的坐标.

【详解】如图，过  $M$  作  $x$  轴和  $y$  轴的平行线，与两轴分别交于  $A$  和  $B$ ，

$\because \omega = 60^\circ$ ，且  $y$  轴平分  $\angle MOx$ ，

$\therefore \angle MOB = \angle BOX = 60^\circ$ ， $\angle AOM = 60^\circ$ ，

$\therefore AM \parallel OB$ ，

$\therefore \angle OMA = \angle MOB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle OMA = \angle AOM = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle OAM$  是等边三角形，

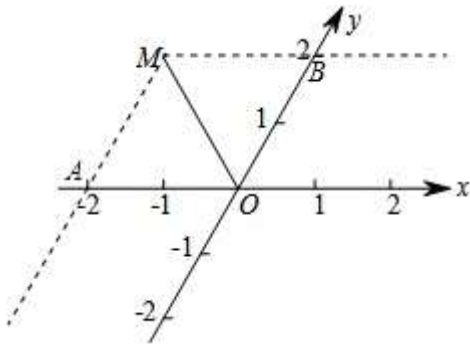
$\therefore OA = OM = 2$ ，

同理可得  $\triangle OBM$  是等边三角形，

$\therefore OB = OM = 2$ ，

$\therefore$  点  $M$  的坐标是  $(-2, 2)$ ，

故选 C.



【点睛】本题考查了点的坐标、等边三角形的判定和性质等，读懂题意，根据题意作出恰当的图形求点的坐标是解题的关键.

## 二、填空题：（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.  $\sqrt[3]{125} - \sqrt{64} = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】-3

【解析】【分析】先根据立方根、算术平方根的定义求值，然后再进行减法运算即可.

【详解】 $\sqrt[3]{125} - \sqrt{64}$

$$= 5 - 8$$

$$= -3,$$

故答案为：3.

【点睛】本题考查了实数的运算，熟练掌握和运用立方根的定义、算术平方根的定义是解本题的

关键.

10. 点 P (-2, 1) 向上平移 2 个单位后的点的坐标为\_\_\_\_\_。

【答案】(-2, 3)

【解析】试题分析：让点的横坐标不变，纵坐标加 2 即可.

解：平移后点 P 的横坐标为 -2；纵坐标为  $1+2=3$ ；

∴点 P (-2, 1) 向上平移 2 个单位后的点的坐标为 (-2, 3).

故答案为：(-2, 3).

11. 不等式  $2x - 3 \leq 4x + 5$  的解集是\_\_\_\_\_

【答案】 $x \geq -4$

【解析】【分析】按移项、合并同类项、系数化为 1 的步骤进行求解即可得.

【详解】 $2x - 3 \leq 4x + 5$

移项得， $2x - 4x \leq 5 + 3$ ，

合并同类项得， $-2x \leq 8$ ，

系数化为 1 得， $x \geq -4$ ，

故答案为： $x \geq -4$ .

【点睛】本题考查了解一元一次不等式，熟练掌握解一元一次不等式的一般步骤以及注意事项是解题的关键.

12. 已知实数 x, y 满足  $\sqrt{x-1} + |3y-6| = 0$ ，则  $x-y=$ \_\_\_\_\_

【答案】3

【解析】【分析】根据非负数的性质可得关于  $x-1=0$ 、 $3y+6=0$ ，求出 x、y 的值后再进行计算即可得.

【详解】由题意得： $x-1=0$ ， $3y+6=0$ ，

解得： $x=1$ ， $y=-2$ ，

所以， $x-y=1-(-2)=3$ ，

故答案为：3.

【点睛】本题考查了非负数的性质，熟知几个非负数的和为 0，那么每一个非负数都为 0 是解题的关键.

13. 已知点 $P(3a+6, a-1)$ ，若点 $P$ 在 $x$ 轴上，则点 $P$ 的坐标为\_\_\_\_\_

【答案】(9,0)

【解析】【分析】根据 $x$ 轴上的点的坐标特征，可得 $a-1=0$ ，解方程求出 $a$ 的值即可求得点 $P$ 的坐标.

【详解】由题意得： $a-1=0$ ，

解得： $a=1$ ，

则 $3a+6=9$ ，

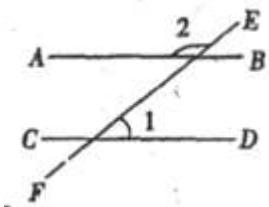
所以点 $P$ 坐标为 $(9, 0)$ ，

故答案为： $(9, 0)$  .

【点睛】本题考查了坐标轴上的点的坐标特征，熟知 $x$ 轴上的点的纵坐标为0， $y$ 轴上的点的

横坐标为0是解题的关键.

14. 如图， $AB \parallel CD$ ，若 $\angle 1 = 36^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是\_\_\_\_\_.



【答案】 $144^\circ$

【解析】【分析】根据平行线的性质，知 $\angle 1$ 的同旁内角即 $\angle 2$ 的对顶角是 $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ ，再根据对顶角相等即可得到 $\angle 2 = 144^\circ$ .

【详解】 $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

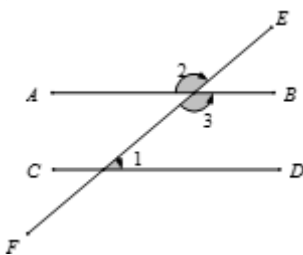
$$\because \angle 1 = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 2 = 144^\circ,$$

故答案为： $144^\circ$ .



【点睛】本题考查了平行线的性质、对顶角的性质等，能够明确各个角之间的位置关系，熟练运

用平行线的性质以及对顶角相等的性质是解题的关键.

15. 下列各命题中：①对顶角相等；②若 $x^2 = 4$ ，则 $x=2$ ；③ $2\sqrt{2} < \sqrt{7}$ ；④两条直线相交，若有一组邻补角相等，则这两条直线互相垂直，其中错误的命题是\_\_\_\_\_（填序号）

【答案】②③

【解析】【分析】根据对顶角的性质、平方根的定义、实数大小比较、垂直的定义逐一进行判断即可得.

【详解】①对顶角相等，正确；

②若 $x^2 = 4$ ，则 $x=\pm 2$ ，错误；

③ $2\sqrt{2} > \sqrt{7}$ ，错误；

④两条直线相交，若有一组邻补角相等，则这两条直线互相垂直，正确，

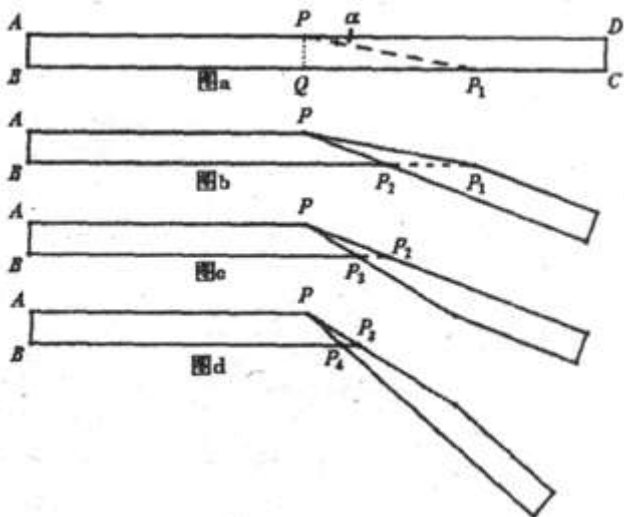
其中错误的是②③，

故答案为：②③.

【点睛】本题考查了真命题与假命题，正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；熟

练掌握对顶角的性质、平方根的定义、垂直的定义等是解本题的关键.

16. 图 a 中，四边形 ABCD 是细长的长方形纸条， $PQ \perp BC$ ， $\angle P_1PD = \alpha$ ，沿 $PP_1$ 将纸条的右半部分做第一次折叠，得到图 b 和交点 $P_2$ ；再沿 $PP_2$ 将纸条的右半部分做第二次折叠，得到图 c 和交点 $P_3$ ；再沿 $PP_3$ 将纸条的右半部分做第三次折叠，得到图 d 和交点 $P_4$ .



(1) 如果 $\alpha = 10^\circ$ ，那么 $\angle PP_1B =$ \_\_\_\_\_

(2)  $\angle PP_4B =$ \_\_\_\_\_

【答案】(1)  $10^\circ$ ; (2)  $4\alpha$ .

【解析】【分析】(1) 图 a 中，由  $AD \parallel BC$ ，根据两直线平行，内错角相等即可得；

(2) 根据折叠的性质可以发现第一次折叠得到的  $\angle DPP_1 = \angle DPP_1$ ，第二次折叠后  $\angle DPP_2 = 2\angle DPP_1$ ，结合平行线的性质即可得.

【详解】(1) 图 a 中， $\because AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle PP_1B = \angle DPP_1 = \alpha,$$

$$\because \alpha = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle PP_1B = 10^\circ,$$

故答案为： $10^\circ$ ；

(2) 图 b，由折叠的性质可知  $\angle DPP_2 = 2\angle DPP_1 = 2\alpha$ ，

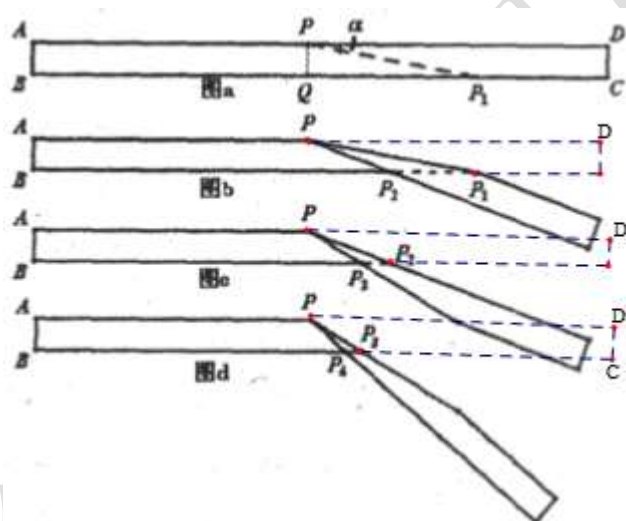
图 c，由折叠的性质可知  $\angle DPP_3 = 3\angle DPP_1 = 3\alpha$ ，

图 d，由折叠的性质可知  $\angle DPP_4 = 4\angle DPP_1 = 4\alpha$ ，

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle PP_4B = \angle DPP_4 = 4\alpha,$$

故答案为： $4\alpha$ .



【点睛】本题考查了折叠的性质、平行线的性质，认真识图，灵活应用所学知识是解题的关键.

## 三、计算题（每小题 6 分，共 24 分）

17. 计算： $\sqrt{16} \times \sqrt[3]{\frac{27}{64}} + \sqrt{(-2)^2}$

【答案】-1

【解析】【分析】根据算术平方根的定义、立方根的定义先逐一求值，然后再进行乘法运算，加法运算即可.

【详解】 $\sqrt{16} \times \sqrt[3]{\frac{27}{64}} + \sqrt{(-2)^2}$ ,  
 $= 4 \times \left(\frac{3}{4}\right) + 2$   
 $= -3 + 2$   
 $= -1.$

【点睛】本题考查了实数的混合运算，熟练掌握实数的运算法则是解题的关键.

18. 化简： $|1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |2\sqrt{3} - 3|$

【答案】 $3\sqrt{3}-4$

【解析】【分析】根据绝对值的性质先化简绝对值，然后再进行加减运算即可得.

【详解】 $|1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |2\sqrt{3} - 3|$   
 $= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 3$   
 $= 3\sqrt{3} - 4.$

【点睛】本题考查了实数的运算，利用绝对值的性质化简是解题关键.

19. 解不等式  $\frac{2x+4}{2} < \frac{x+3}{3} - 1$

【答案】 $x < -3$

【解析】【分析】按去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 的步骤进行求解即可得.

【详解】去分母，得  $3(2x+4) < 2(x+3) - 6$ ,

去括号，得  $6x+12 < 2x+6-6$ ,

移项，得  $6x-2x < 6-6-12$ ,

合并同类项，得  $4x < -12$ ,

系数化为 1，得  $x < -3$ .

【点睛】本题考查了解一元一次不等式，熟练掌握解一元一次不等式的基本步骤以及注意事项是解题的关键.



20. 已知  $a$  是 1 的算术平方根， $b$  是 8 的立方根，求  $b-a$  的平方根.

【答案】 $\pm 1$

【解析】【分析】根据已知可得  $a=1$ ， $b=2$ ，从而即可求得  $b-a$  的平方根.

【详解】由题意得： $a=1$ ， $b=2$ ，

则  $b-a=2-1=1$ ，

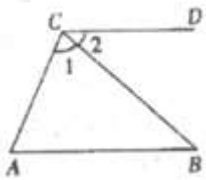
1 的平方根是  $\pm 1$ ，

所以  $b-a$  的平方根是  $\pm 1$ .

【点睛】本题考查了算术平方根、平方根、立方根的定义，熟练掌握相关定义是解题的关键.

#### 四、几何解答：（每小题 8 分，共 16 分）

21. 已知：如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle B = 35^\circ$ ， $\angle 1 = 75^\circ$ ，求  $\angle A$  的度数.



解： $\because CD \parallel AB$ ， $\angle B = 35^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ （ $\underline{\hspace{1cm}}$ ， $\underline{\hspace{1cm}}$ ），

而  $\angle 1 = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle 1 + \angle 2 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ ，

$\because CD \parallel AB$ ，

$\therefore \angle A + \underline{\hspace{1cm}} = 180^\circ$ （ $\underline{\hspace{1cm}}$ ， $\underline{\hspace{1cm}}$ ），

$\therefore \angle A = \underline{\hspace{1cm}}$ .

【答案】见解析

【解析】【分析】由  $CD \parallel AB$ ，根据两直线平行，内错角相等，可求得  $\angle 2$  的度数，继而可得  $\angle ACD$  的度数，再根据两直线平行，同旁内角互补即可得到  $\angle A$  的度数.

【详解】 $\because CD \parallel AB$ ， $\angle B = 35^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle B = 35^\circ$ （两直线平行，内错角相等），

而  $\angle 1 = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle 1 + \angle 2 = 110^\circ$ ，

$\because CD \parallel AB$ ，

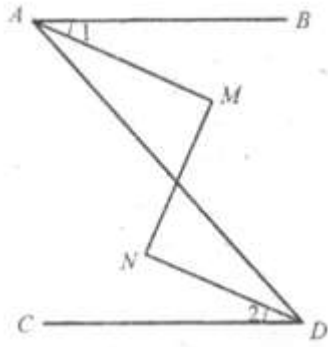
$\therefore \angle A + \angle ACD = 180^\circ$  (两直线平行, 同旁内角互补),

$\therefore \angle A = 70^\circ$ ,

故答案为: B;  $35^\circ$ ; 两直线平行, 内错角相等;  $110^\circ$ ;  $\angle ACD$ ; 两直线平行, 同旁内角互补;  $70^\circ$ .

【点睛】本题考查了平行线的性质, 结合图形熟练应用平行线的性质是关键.

22. 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $AM \perp MN$ , 求证:  $DN \perp MN$



【答案】证明见解析

【解析】【分析】由题意先求得  $\angle MAD = \angle ADN$ , 根据内错角相等, 两直线平行可得  $AM \parallel DN$ , 继而可得  $\angle M = \angle N$ , 然后再根据垂直的定义即可得.

【详解】 $\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle ADC$ ,

$\because \angle 1 = \angle 2$ ,

$\therefore \angle BAD - \angle 1 = \angle ADC - \angle 2$ ,

即  $\angle MAD = \angle ADN$ ,

$\therefore AM \parallel DN$ ,

$\therefore \angle M = \angle N$ ,

$\because AM \perp MN$ ,

$\therefore \angle M = 90^\circ$ ,

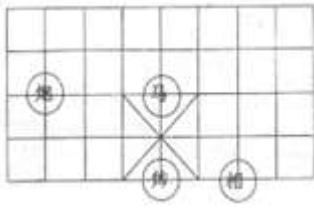
$\therefore \angle N = \angle M = 90^\circ$ ,

$\therefore DN \perp MN$ .

【点睛】本题考查了平行线的性质与判定、垂直的定义等, 得到  $AM \parallel DN$  是解本题的关键.

## 五、平面直角坐标系的应用（8分）

23. 如图所示的象棋盘上，若“炮”位于点（1，0）上，“马”位于点（3，0）上，则



- (1) “炮”位于点\_\_\_\_\_，“马”位于点\_\_\_\_\_；
- (2) “炮”与“马”的距离是\_\_\_\_\_，与“帅”的距离是\_\_\_\_\_；
- (3) 要把炮移动到关于 y 轴对称的位置，则移动后炮的位置是\_\_\_\_\_；
- (4) 若另一炮所在位置的坐标为  $(2m+1, 1-m)$ ，此位置到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等，则此炮的位置是\_\_\_\_\_。

【答案】（1）（-2，2），（1，2）（2）3，2（3）（2，2）（4）（1，1）或（-3，3）

【解析】【分析】根据已知两点的坐标可确定平面直角坐标系.

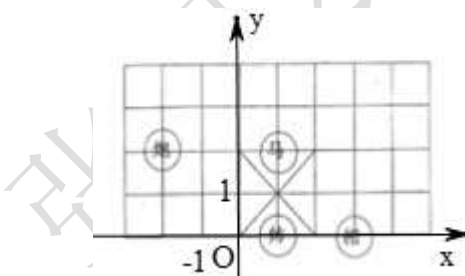
（1）根据坐标系进行判断即可得；

（2）结合坐标系，观察图形即可得；

（3）结合图形以及对称的性质即可得；

（4）根据点到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等，则可知此时点的横、纵坐标相等或互为相反数，据此列方程求出 m 的值后即可得.

【详解】由题意建立平面直角坐标系如图所示，



（1）根据坐标系可知“炮”位于点（-2，2），“马”位于点（1，2），

故答案为：（-2，2），（1，2）；

（2）由图可知“马”与“炮”的距离是 3，与“帅”的距离是 2，

故答案为：3，2；

(3) 要把“炮”移动到关于  $y$  轴对称的位置，由图可知移动后“炮”的位置是  $(2, 2)$ ，

故答案为： $(2, 2)$ ；

(4) 由题意得  $2m+1=1-m$  或  $2m+1+1-m=0$ ，

解得： $m=0$  或  $m=-2$ ，

则  $(2m+1, 1-m)$  为  $(1, 1)$  或  $(-3, -3)$ ，

故答案为： $(1, 1)$  或  $(-3, -3)$ 。

【点睛】本题考查了平面直角坐标系的应用，根据已知两点的坐标建立坐标系是解题的关键。

## 六、探究题：（每小题 10 分，共 20 分）

24. 神奇的数学世界是不是只有锻炼思维的数字游戏？每天都在面对繁杂的数字计算？答案当然是否定的，曼妙的数学畅游在迷人的数字和丰富多彩的图形之间，将数与形巧妙地融汇在一起，不可分割。我们都知道，实数与数轴上的点一一对应，数轴上的线段可以由端点所对应的实数确定，这是一维的数与形；增加到两条数轴，可以形成平面直角坐标系，这样有序数对与平面内的点一一对应，平面内的多边形及其内容可以由多边形的边上所有点的坐标所确定，这是二维的数与形。而在平面直角坐标系中的图形更是神秘，在平面内任意画一条（或多条）曲线（或直线），它（们）把平面分割成的部分都称为区域，特别地，如果曲线首尾相接，那么形成的有限部分也称为封闭区域。如何研究这些区域呢？当然离不开数，我们可以通过区域内点的坐标规律来刻画图形。反过来，我们也可以根据点坐标的规律在平面直角坐标系内找到它们，画出相应的图形。聪明的你看懂了吗？试着做做看。

(1) 分别解不等式  $2x-4 \leq 0$  和  $-x+1 \geq 0$ ，并把不等式的解集画在同一个数轴上；

(2) 点  $P(x, y)$  在平面直角坐标系的第一象限，并且横坐标与纵坐标分别满足不等式  $2x-4 \leq 0$  和  $-y+1 \geq 0$ ，请画出满足条件的点  $P$  所在的最大区域，并求出区域的面积；

(3) 去掉(2)中“点  $P$  在第一象限”这个条件，其余条件保持不变，求满足条件的点  $P$  所在最大区域与平面直角坐标系第二、四象限角平分线所围成封闭区域的面积。

【答案】(1) 见解析 (2) 2 (3) 4.5

【解析】【分析】(1) 分别求出每一个不等式的解集，然后将解集在数轴上表示出来即可得；

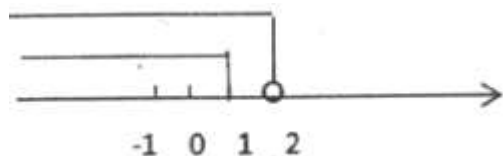
(2) 分别求出每一个不等式的解集，然后在平面直角坐标系中表示解集，即可得到满足条件的封闭区域，问题得解；

(3) 分别求出每一个不等式的解集，然后在平面直角坐标系中表示解集，即可得到满足条件的封闭区域，问题得以解决。

【详解】(1) 解不等式  $2x-4 \leq 0$  得： $x \leq 2$ ，

解不等式  $-x + 1 \geq 0$  得：  $x \leq 1$ ，

把解集在数轴上表示如图所示：

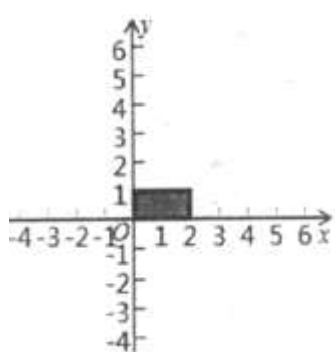


(2) 解不等式  $2x - 4 \leq 0$  得：  $x \leq 2$ ，

解不等式  $-y + 1 \geq 0$  得：  $y \leq 1$ ，

由题意则有点  $P(x, y)$  在平面直角坐标系的第一象限，且满足  $x \leq 2$ ，  $y \leq 1$ ，

则所求区域为图中阴影部分，面积为 2；

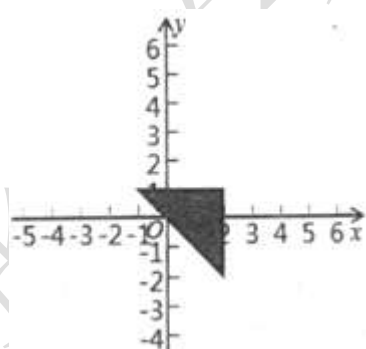


(3) 解不等式  $2x - 4 \leq 0$  得：  $x \leq 2$ ，

解不等式  $-y + 1 \geq 0$  得：  $y \leq 1$ ，

由题意则有点  $P(x, y)$  在平面直角坐标系内，且满足  $x \leq 2$ ，  $y \leq 1$ ，

则满足条件的封闭区域为图中阴影区域，面积为 4.5.



【点睛】本题考查了在数轴上表示不等式的解集，封闭区域等知识，读懂材料，根据材料利用数形结合思想进行解答是关键.

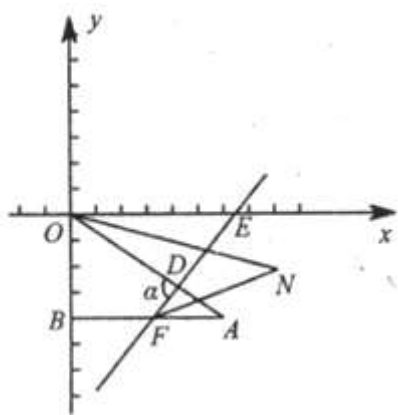
25. 在平面直角坐标系中，点  $B(0, -4)$  是  $y$  轴负半轴上一点，将点  $B$  向右平移 6 个单位得到点  $A$ .

(1) 求点  $A$  和  $\triangle ABO$  的面积；

(2) ①在  $x$  轴的正半轴上是否存在点  $P$ ，使  $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABO}$ ，若存在，求点  $P$  的坐标；若不存在，说明理由；

②在坐标轴的其他位置是否存在点  $P$ ，使  $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABO}$ ，若存在，请直接写出符合条件的点  $P$  的坐标；若不存在，说明理由；

(3) 如图，点  $D$  为线段  $OA$ （端点除外）上某一点，当点  $D$  在线段上运动时，过点  $D$  作直线  $EF$  交  $x$  轴正半轴于  $E$ ，交直线  $AB$  于  $F$ ， $\angle EOD$ ， $\angle AFD$  的平分线相交于点  $N$ ，若记  $\angle ODF = \alpha$ ，请用含  $\alpha$  的式子表示  $\angle ONF$  的大小，并说明理由.



【答案】(1) 12 (2) ①不存在 ②  $(0, 4)$  或  $(0, -12)$  (3) 证明见解析

【解析】【分析】(1) 根据向右平移，横坐标加 6，纵坐标不变可得点  $A$  的坐标，根据三角形的面积公式即可求得三角形的面积；

(2) ①根据  $\triangle ABP$  与  $\triangle ABO$  有一条公共边，并且点  $O$  与点  $P$  都在  $x$  轴上，据此即可以得出不存在符合条件的点  $P$ ；

②存在，在  $y$  轴上存在符合条件的点  $P$ ，利用三角形的面积公式进行计算求出  $PB$  的长即可得；

(3) 过点  $N$  作  $MN \parallel x$  轴，由已知可得到  $\angle ONF = \angle MNO + \angle MNF = \frac{1}{2}(\angle EOD + \angle AFD) = \frac{1}{2}\alpha$ .

【详解】(1)  $A$  的坐标为  $(6, -4)$ ，

$$S_{\triangle ABO} = \frac{OB \cdot AB}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = 12;$$

(2) ①不存在，理由如下：

点  $P$  在  $x$  轴正半轴时， $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABO} = 12$ ；

②存在，在  $y$  轴上存在符合条件的点  $P$ ，

设点  $P$  坐标为  $(0, p)$ ，

$$S_{\triangle ABP} = \frac{PB \cdot AB}{2},$$

$$\text{若 } S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABO},$$

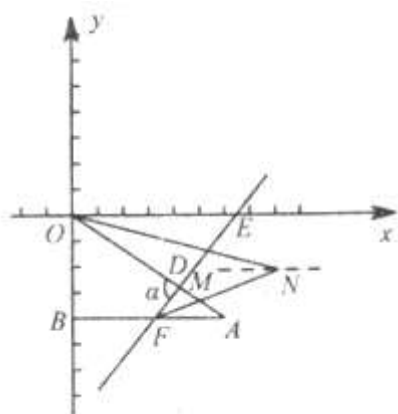
$$\text{则有 } PB = 2OB = 8,$$

$$\text{即 } |p - (-4)| = 8,$$

$$\text{解得: } p = 4 \text{ 或 } p = -12,$$

$$\therefore P(0, 4) \text{ 或 } (0, -12);$$

(3) 如图, 过点 N 作  $MN \parallel x$  轴,



$$\therefore \angle MNO = \angle NOE,$$

$\because ON$  是  $\angle EOD$  的角平分线,

$$\therefore \angle MNO = \angle NOE = \frac{1}{2} \angle EOD,$$

$$\because MN \parallel AB, \therefore \angle MNE = \angle NFA,$$

$\because FN$  是  $\angle AFD$  的角平分线,

$$\therefore \angle MNF = \angle NFA = \frac{1}{2} \angle AFD,$$

$$\because AB \perp y \text{ 轴}, \therefore AB \parallel x \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle OED = \angle AFD,$$

$$\therefore \angle ODF = \angle EOD + \angle OED = \angle EOD + \angle AFD = \alpha,$$

$$\therefore \angle ONF = \angle MNO + \angle MNF = \frac{1}{2} (\angle EOD + \angle AFD) = \frac{1}{2} \alpha.$$

【点睛】本题考查了点的平移、三角形的面积, 平行线的性质、三角形外角性质等, 综合性质较强, 结合图形熟练应用相关知识是解题的关键.