

北京 214 中学初二年级第 1 学期

期中测验——数学

(满分 100 分, 考试时间 100 分钟)

一、选择题 (每小题各 3 分, 共 30 分)

1. 甲骨文是我国的一种古代文字, 是汉字的早期形式, 下列甲骨文中, 不是轴对称的是 (D).



A



B



C



D

2. 下列因式分解结果正确的是 (C).

A. $10a^3 + 5a^2 = 5a(2a^2 + a)$

B. $4x^2 - 9 = (4x + 3)(4x - 3)$

C. $a^2 - 4ab + 4b^2 = (a - 2b)^2$

D. $x^2 - 5x - 6 = x(x - 5) - 6$

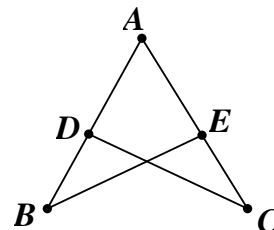
3. 已知: 如图, D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, 若 $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=35^\circ$, 则 $\angle BDC$ 的度数是 (A).

A. 95°

B. 90°

C. 85°

D. 80°



4. 下列命题是真命题的是 (D).

A. 等底等高的两个三角形全等

B. 周长相等的三角形全等

C. 有两边和一角对应相等的两个三角形全等

D. 有一边对应相等的两个等边三角形全等

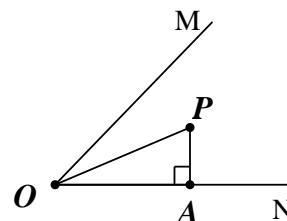
5. 如图, OP 平分 $\angle MON$, $PA \perp ON$ 于点 A , 点 Q 是射线 OM 上的一个动点, 若 $PA=2$, 则 PQ 的最小值为 (B).

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4



6. 到三角形三个顶点距离相等的点是 (D).

A. 三角形三边高线的交点

B. 三角形三边中线的交点

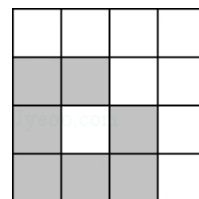
C. 三角形三个内角平分线的交点

D. 三角形三边垂直平分线的交点

7. 若等腰三角形的一条边长等于 4，另一条边长等于 9，则这个三角形的周长是 (B).

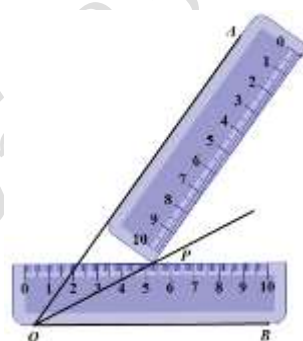
- A. 17 B. 22 C. 17 或 22 D. 13

8. 如图，在正方形方格中，阴影部分是涂黑 7 个小正方形所形成的图案，再将方格内空白的一个小正方形涂黑，使得到的新图案成为一个轴对称图形的涂法有 (B).



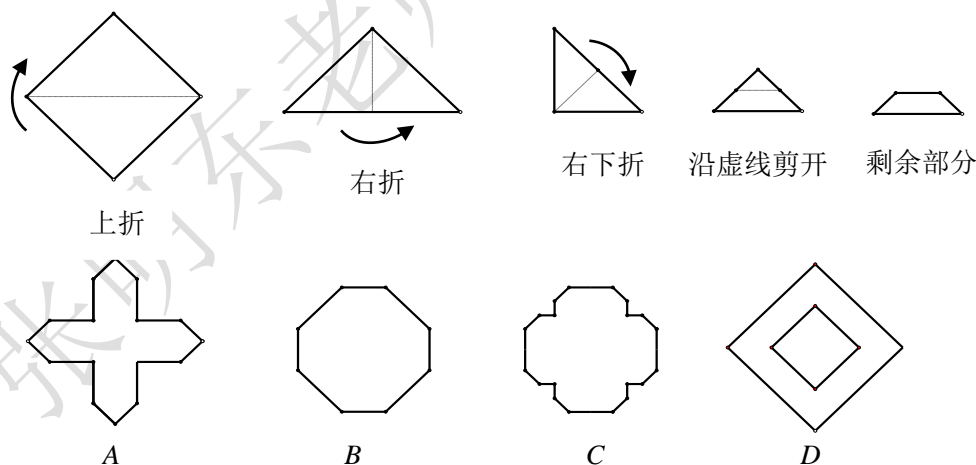
- A. 4 种 B. 3 种 C. 2 种 D. 1 种

9. 小明在学习了全等三角形的相关知识后发现，只用两把完全相同的长方形直尺就可以做出一个角的平分线. 如图：一把直尺压住射线 OB ，另一把直尺压住射线 OA 并且与第一把直尺交于点 P ，小明说：“射线 OP 就是 $\angle BOA$ 的角平分线.” 他这样做的依据是 (A).



- A. 角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上
B. 角平分线上的点到这个角两边的距离相等
C. 三角形三条角平分线的交点到三条边的距离相等
D. 以上均不正确

10. 若把一个正方形纸片按下图所示方法三次对折后再沿虚线剪开，则剩余部分展开后得到的图形是 (A).

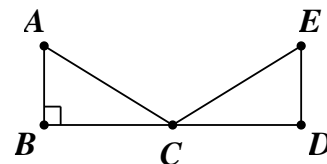


二、填空题 (第 12 题 4 分，第 17、18 题各 2 分，其余每小题 3 分，共 23 分)

11. 在平面直角坐标系中，点 $P(-2, \sqrt{5})$ 关于 x 轴的对称点坐标是 $(-2, -\sqrt{5})$.

12. 如图，已知 $AB \perp BD$, $AB \parallel ED$, $AB = ED$, 要说明 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$,

若以“SAS”为依据，还要添加的条件为 $BC = CD$ (C 为 BD 中点);

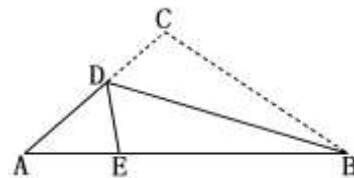


若添加条件 $AC=EC$ ，则判定三角形全等的条件是 HL。

13. 若关于 x 的二次三项式 x^2+kx+b 因式分解为 $(x-1)(x+3)$ ，则 $k+b$ 的值为 -1。

14. 等腰三角形的顶角是 120° ，底边上的高是 3，则腰长为 6。

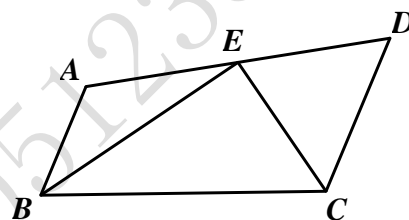
15. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=10\text{cm}$ ， $BC=7\text{cm}$ ， $AC=6\text{cm}$ ，沿过点 B 的直线折叠这个三角形，使顶点 C 落在 AB 边上的点 E 处，折痕为 BD ，则 $\triangle AED$ 的周长为 9 cm 。



16. 如图， $AB \parallel CD$ ，点 E 是边 AD 上的点， BE 平分 $\angle ABC$ ， CE 平分 $\angle BCD$ ，有下列结论：

① $AD=AB+CD$ ，② E 为 AD 的中点，③ $BC=AB+CD$ ，④ $BE \perp CE$

其中正确的有 ②③④。（填序号）



17. 观察下列等式：

$$\text{第一个等式: } a_1 = \frac{3}{1 \times 2 \times 2^2} = \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 2^2};$$

$$\text{第二个等式: } a_2 = \frac{4}{2 \times 3 \times 2^3} = \frac{1}{2 \times 2^2} - \frac{1}{3 \times 2^3};$$

$$\text{第三个等式: } a_3 = \frac{5}{3 \times 4 \times 2^4} = \frac{1}{3 \times 2^3} - \frac{1}{4 \times 2^4}$$

第四个等式：

c

.....

$$\text{第 } n \text{ 个等式: } a_n = \frac{n+2}{n(n+1) \cdot 2^{n+1}} = \frac{1}{n \cdot 2^n} - \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}}; \quad (\text{用含 } n \text{ 的式子表示})$$

$$\text{则 } a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}} \quad (\text{或 } \frac{(n+1) \cdot 2^n - 1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}}); \quad (\text{用含 } n \text{ 的代数式表示})$$

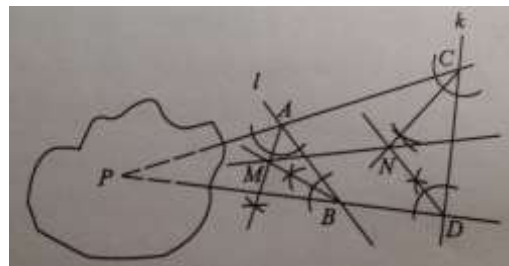
18. 阅读下面材料：实际生活中，有时会遇到一些“不能接近的角”，如图中的 $\angle P$ ，

我们可以采用下面的方法作一条直线平分 $\angle P$ 。

如图，(1) 作直线 l 与 $\angle P$ 的两边分别交于点 A, B ，分别作 $\angle PAB$ 和 $\angle PBA$ 的角平分线，两条角平分线相交于点 M ；

(2) 作直线 k 与 $\angle P$ 的两边分别交于点 C, D ，分别作 $\angle PCD$ 和 $\angle PDC$ 的角平分线，两条角平分线相交于点 N ；

(3) 作直线 MN 。所以，直线 MN 平分 $\angle P$ 。



请回答：上面作图方法的依据是：

三角形三条角平分线交于一点；两点确定一条直线。

三、因式分解（第 17—19 题每题 3 分，第 20 题 4 分，共 13 分）

$$17. x^2 - 9y^2$$

$$= (x+3y)(x-3y)$$

$$18. x^2 - 5x - 6$$

$$= (x+1)(x-6)$$

$$19. ax^2 + 4ax + 4a$$

$$= a(x+2)^2$$

$$20. (3x-y)^2 - (x-3y)^2$$

$$= [(3x-y)+(x-3y)] \cdot [(3x-y)-(x-3y)]$$

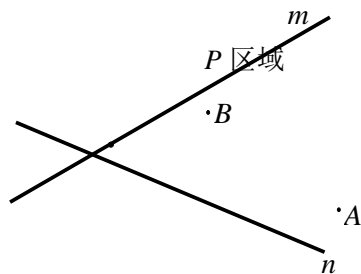
$$= (4x-4y) \cdot (2x+2y)$$

$$= 8(x-y) \cdot (x+y)$$

四、尺规作图（共 4 分）

21. 电信部门要在 P 区域内修建一座电视信号发射塔。如图，按照设计要求，发射塔到两个城镇 A 、 B 的距离必须相等，到两条高速公路 m 和 n 的距离也必须相等。发射塔应修建在什么位置？在图中标出它的位置。（要求：尺规作图，不写作法，但要保留作图痕迹，并写出结论）

略



五、解答题（每小题 6 分，共 18 分）

22. 分别以 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 向外作等边 $\triangle ABE$ 和等边 $\triangle ACD$ ，连接 BD 、 CE 相交于 O 。

求证： $BD=CE$

证明： $\because \triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 是等边三角形

$$\therefore AB=AE, AC=AD, \angle EAB=\angle CAD=60^\circ$$

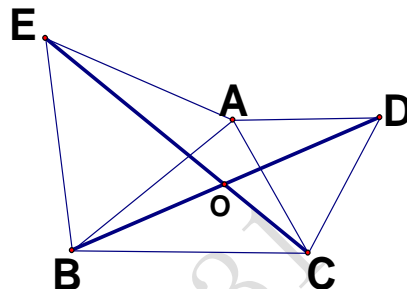
$$\therefore \angle EAC=\angle BAD$$

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle ADB$ 中

$$\begin{cases} AE=AB \\ \angle EAC=\angle DAB \\ AC=AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ADB (\text{SAS})$$

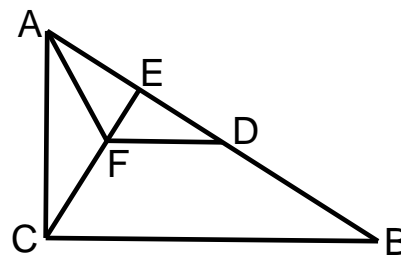
$$\therefore BD=CE$$



23. 已知： $\triangle ABC$ 中， $AC \perp BC$ ， $CE \perp AB$ 于 E ， AF 平分 $\angle CAB$ 交 CE 于 F ，过 F 作 $FD \parallel BC$ 交 AB 于 D 。求证： $AC=AD$ 。

只需证明 $\triangle ACF \cong \triangle ADF (\text{ASA})$

可得 $AC=AD$ 。



24. 如图， 已知 $EG \parallel AF$ ，请你从下面三个条件中，选出两个作为已知条件，另一个作为

结论，推出一个正确的命题。并证明这个命题（只需写出一种情况）

① $AB=AC$ ② $DE=DF$ ③ $BE=CF$

已知： $EG \parallel AF$ ，① $AB=AC$ ，② $DE=DF$ 。

求证：③ $BE=CF$ 。

证明：先证明 $\triangle EDG \cong \triangle FDC$ (SAS) 可得 $EG=CF$

$$\because AB=AC$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB$$

$$\because EG \parallel AF$$

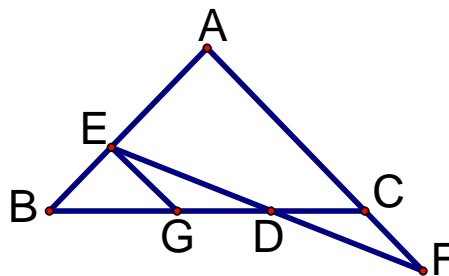
$$\therefore \angle EGB = \angle ACB$$

$$\therefore \angle B = \angle EGB$$

$$\therefore BE = EG$$

$$\because EG = CF$$

$$\therefore BE = CF$$



注：任选 2 个条件都可以证明出另外一个结论。

六、解答题（第 25 题 5 分，第 26 题 7 分，共 12 分）

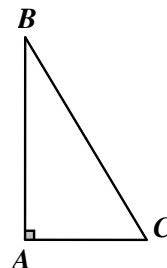
25. 已知：如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$.

(1) 按要求作出图形：

①延长 BC 到点 D ，使 $CD=BC$ ；

②延长 CA 到点 E ，使 $AE=2CA$ ；

③连接 AD ， BE .



(2) 猜想 (1) 中线段 AD 与 BE 的大小关系，并写出证明思路.

解：(1) 完成作图

(2) 猜想 AD 与 BE 的数量关系是_____.

思路：

法一：

在 AE 上截取 $AF=AC$ ，连结 BF

证明 $\triangle ABF \cong \triangle ABC$ (SAS) 可得 $\angle 1 = \angle 2$

再证明 $\triangle ACD \cong \triangle EFB$ (SAS) 可得 $AD=EB$

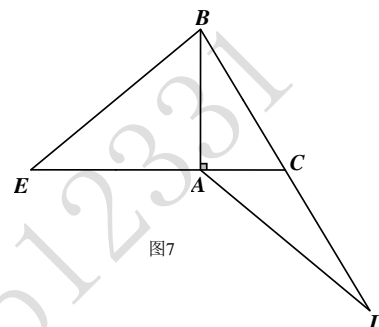


图7

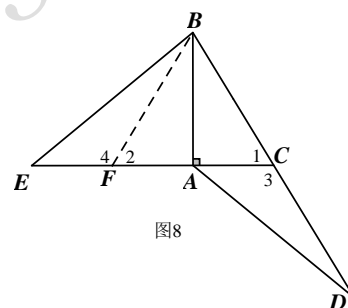


图8

法二：

延长 AC 至点 F ，使 $CF=CA$ ，连接 BF ，则 $AF=2AC$

证明 $\triangle BCF \cong \triangle DCA$ (SAS) 可得 $FB=AD$

再证明 $\triangle ABE \cong \triangle ABF$ (SAS) 可得 $EB=BF$

因为 $FB=AD$ ，所以 $EB=AD$

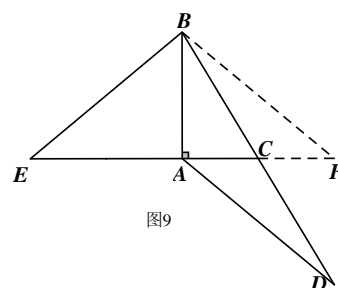


图9

方法不唯一，请酌情给分

26. 已知：正方形 $ABCD$ 中， $\angle MAN = 45^\circ$ ， $\angle MAN$ 绕点 A 顺时针旋转，它的两边分别交 CB ， DC （或它们的延长线）于点 M ， N .

- (1) 当 $\angle MAN$ 绕点 A 旋转到 $BM = DN$ 时 (如图 1), 易证 $MN = BM + DN$.
- (2) 当 $\angle MAN$ 绕点 A 旋转到 $BM \neq DN$ 时 (如图 2), 线段 BM , DN 和 MN 之间有怎样的数量关系? 写出猜想, 并加以证明.
- (3) 当 $\angle MAN$ 绕点 A 旋转到如图 3 的位置时, 线段 BM , DN 和 MN 之间又有怎样的数量关系? 写出猜想, 并加以证明.

解: (2) 结论: $BM + DN = MN$.

证明: 延长 MB 到 E , 使 $BE = DN$, 连接 AE

在 $\triangle ADN$ 与 $\triangle ABE$ 中

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle D = \angle ABE \\ BE = DN \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADN \cong \triangle ABE$ (SAS)

$\therefore \angle DAN = \angle BAE$

$\therefore AN = AE$

$\because \angle BAD = 90^\circ, \angle MAN = 45^\circ$

$\therefore \angle BAM + \angle NAD = 45^\circ$

$\therefore \angle BAM + \angle EAB = 45^\circ$

$\therefore \angle EAM = \angle MAN$

在 $\triangle EAM$ 与 $\triangle MAN$ 中

$$\begin{cases} AN = AE \\ \angle EAM = \angle MAN \\ AM = AM \end{cases}$$

$\therefore \triangle EAM \cong \triangle MAN$ (SAS)

$\therefore MN = ME$

$\therefore DN + BM = MN$

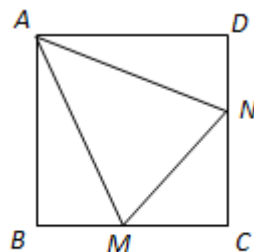


图 1

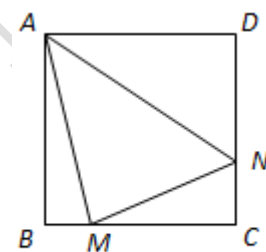


图 2

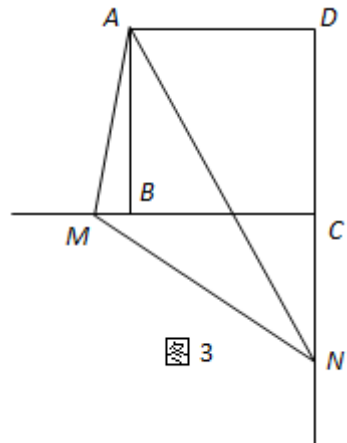
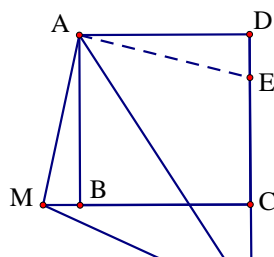


图 3

(3) 结论: $DN - BM = MN$.



证明：在DC上截取 $DE = BM$, 连接AE

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABM$ 中

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle D = \angle ABM \\ BM = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABM (\text{SAS})$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAM$$

$$\therefore AE = AM$$

$$\therefore \angle MAN = 45^\circ$$

$$\therefore \angle BAM + \angle NAB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle DAE + \angle NAB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle EAN = \angle MAN$$

在 $\triangle EAN$ 与 $\triangle MAN$ 中

$$\begin{cases} AM = AE \\ \angle EAN = \angle MAN \\ AN = AN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAN \cong \triangle MAN (\text{SAS})$$

$$\therefore MN = NE$$

$$\therefore DN - BM = MN$$