

# 北京市西城外国语学校 2015——2016 学年度第一学期

## 初二数学期中考试试卷

2015.11.6

\_\_\_\_\_班、姓名\_\_\_\_\_、学号\_\_\_\_\_、成绩\_\_\_\_\_

### 一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 使分式  $\frac{x}{x+1}$  有意义的条件是（ ）.

- A.  $x \neq -1$       B.  $x \neq 1$       C.  $x \neq 0$       D.  $x+1 > 0$

2. 下列各式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）.

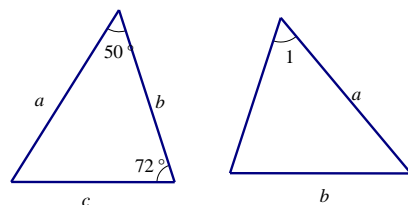
- A.  $(x+2y)(x-2y) = x^2 - 4y^2$       B.  $x^2y - xy^2 - 1 = xy(x-y) - 1$   
C.  $a^2 - 4ab + 4b^2 = (a-2b)^2$       D.  $ax + ay + a = a(x+y) + a$

3. 计算  $3^{-3}$  的结果是（ ）.

- A.  $-9$       B.  $-27$       C.  $\frac{1}{27}$       D.  $-\frac{1}{27}$

4. 已知图中的两个三角形全等，则  $\angle 1$  等于（ ）.

- A.  $72^\circ$       B.  $60^\circ$   
C.  $50^\circ$       D.  $58^\circ$



5. 下列变形正确的是（ ）.

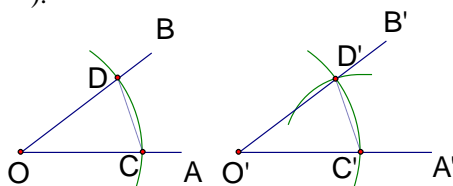
- A.  $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a}{b}$       B.  $\frac{a-1}{-b} = -\frac{a-1}{b}$       C.  $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a-b}$       D.  $\frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2} = -1$

6. 如果多项式  $x^2 + ax + b$  可因式分解为  $(x-1)(x+2)$ ，则  $a$ 、 $b$  的值为（ ）.

- A.  $a=1, b=2$       B.  $a=1, b=-2$       C.  $a=-1, b=-2$       D.  $a=-1, b=2$

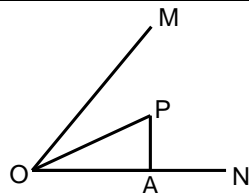
7. 请仔细观察用直尺和圆规作一个角  $\angle A'O'B'$  等于已知角  $\angle AOB$  的示意图，根据图形全等的知识，说明画出  $\angle A'O'B' = \angle AOB$  的依据是（ ）.

- A. SSS      B. ASA  
C. AAS      D. SAS



8. 如图,  $OP$  平分  $\angle MON$ ,  $PA \perp ON$  于点  $A$ , 点  $Q$  是射线  $OM$  上的一个动点, 若  $PA=3$ , 则  $PQ$  的最小值为 ( ).

A. 2      B. 3      C. 4      D. 无法确定



9. 甲、乙两班学生参加植树造林, 已知甲班每天比乙班多植树 5 棵, 甲班植树 80 棵所用的天数与乙班植树 70 棵所用的天数相等, 若设甲班每天植树  $x$  棵, 则根据题意得出的方程是 ( ).

A.  $\frac{80}{x-5} = \frac{70}{x}$       B.  $\frac{80}{x} = \frac{70}{x+5}$       C.  $\frac{80}{x+5} = \frac{70}{x}$       D.  $\frac{80}{x} = \frac{70}{x-5}$

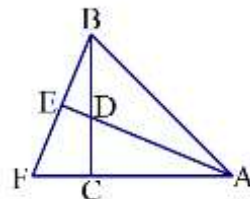
10. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $AC=BC$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,

$BE \perp AD$  交  $AC$  的延长线于  $F$ ,  $E$  为垂足. 则结论: (1)  $AD=BF$ ;

(2)  $CF=CD$ ; (3)  $AC+CD=AB$ ; (4)  $BE=CF$ ; (5)  $BF=2BE$ , 其

中正确的结论个数是 ( ).

A. 2      B. 3      C. 4      D. 5



## 二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

11. 空气的单位体积质量是 0.001239 克/立方厘米, 0.001239 错误!未找到引用源。用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

12. 分解因式:  $x^2 - 4y^2 =$ \_\_\_\_\_.

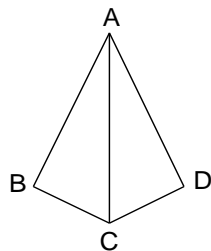
13. 若  $(x+3)^0 = 1$ , 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 若  $\frac{x^2-1}{x-1} = 0$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

15. 如图: 已知  $\angle B = \angle D = 90^\circ$ , 添加一个条件\_\_\_\_\_, 则能够证明  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ , 其理由是 (简写)\_\_\_\_\_.

16. 已知三角形的两边长分别为 5 和 7, 则第三边的中线长  $x$  的范围是\_\_\_\_\_.

17. 已知  $x^2 + 3x + 1 = 0$ , 则  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  的值为\_\_\_\_\_.



18. 观察下列各式：

$$39 \times 41 = 40^2 - 1^2$$

$$48 \times 52 = 50^2 - 2^2$$

$$52 \times 62 = 57^2 - 5^2$$

$$67 \times 77 = 72^2 - 5^2$$

请你把发现的规律用字母表示出来： $mn =$ \_\_\_\_\_

### 三、解答题（共 54 分）

19. 把下列各式因式分解（每小题 3 分，共 6 分）

(1)  $x^2 - 5x - 6$

解：

(2)  $4x^2y - 4xy + y$

解：

20. 计算（每小题 3 分，共 12 分）

(1)  $(-3)^3 - \left| -\frac{1}{2} \right| + \left( \frac{1}{5} \right)^{-2} \times (1 - \sqrt{3})^0$

解：

(2)  $-\left(\frac{b^3}{a}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2a}{b}\right)^3 \div (-2ab^4)$

解：

(3)  $\frac{x+9}{x^2-9} - \frac{2}{x-3}$

解：

(4)  $\frac{16-a^2}{a^2+8a+16} \div \frac{a-4}{2a+8}$

解：

21. (本题 4 分) 先化简, 再求值:  $(\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} + \frac{1}{x}) \div \frac{1}{x+1}$ , 其中  $x=2$ .

解:

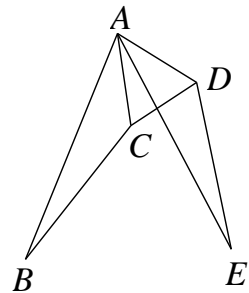
22. (本题 5 分) 解分式方程:  $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$ .

解:

23. (本题 5 分) 已知: 如图,  $CB=DE$ ,  $\angle B=\angle E$ ,  $\angle BAE=\angle CAD$ .

求证:  $AC=AD$ .

证明:



24. (本题 5 分) 已知  $a$ 、 $b$  满足等式  $a^2 + b^2 - 4(2b - a) + 20 = 0$ , 求  $a + b$  值.

解：

25. （本题 5 分）列方程解应用题：

从  $A$  地到  $B$  地的路程是 30 千米. 甲骑自行车从  $A$  地到  $B$  地先走, 半小时后, 乙骑自行车从  $A$  地出发, 结果二人同时到达. 已知乙的速度是甲的速度的 1.5 倍, 求甲、乙二人骑车速度各是多少?

解：

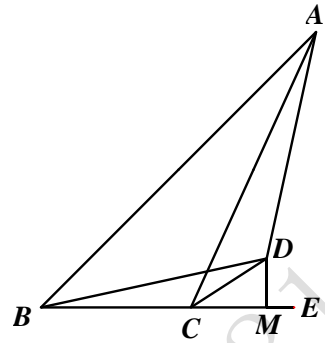
26. （本题 5 分）已知：如图，点  $B$ 、 $C$ 、 $E$  三点在同一条直线上， $CD$  平分  $\angle ACE$ ， $DB=DA$ ,

$DM \perp BE$  于  $M$ .

(1) 求证:  $AC=BM+CM$ ;

(2) 若  $AC=2$ ,  $BC=1$ , 求  $CM$  的长.

(1) 证明:



(2) 解:

27. (本题 7 分)

- (1) 尺规作图: 如图  $a$ , 已知  $\angle MON$ , 作  $\angle MON$  的平分线  $OP$ , 并在  $OP$  上任取一点  $Q$ , 分别在  $OM$ 、 $ON$  上各取一点  $S$ 、 $T$ , 作  $\triangle OSQ$  和  $\triangle OTQ$ , 使得  $\triangle OSQ \cong \triangle OTQ$ . (不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 请你参考这个作全等三角形的方法，解答下列问题：

- ①如图 *b*，在 $\triangle ABC$  中， $\angle ACB$  是直角， $\angle B=60^\circ$ ； $AD$ 、 $CE$  分别是 $\angle BAC$ 、 $\angle BCA$  的平分线， $AD$ 、 $CE$  相交于点  $F$ 。请你判断并写出  $FE$  与  $FD$  之间的数量关系；
- ②如图 *c*，在 $\triangle ABC$  中，如果 $\angle ACB$  不是直角，而①中的其它条件不变，请问，你在①中所得结论是否仍然成立？若成立，请证明；若不成立，请说明理由。

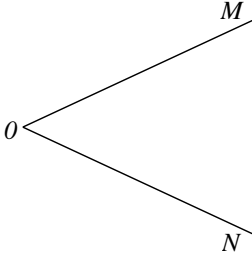


图 *a*

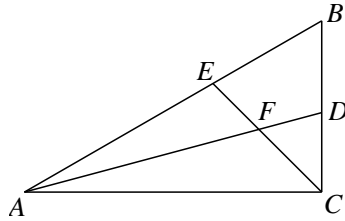


图 *b*

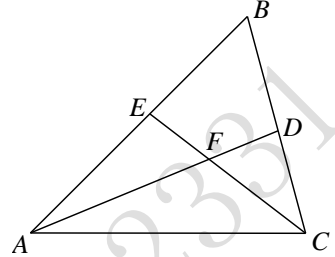


图 *c*

## 北京市西城外国语学校 2015——2016 学年度第一学期

## 初二数学期中考试答案 2015.11.6

## 一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. A 2. C 3. C 4. D 5. B 6. B 7. A 8. B 9. D 10.C

## 二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

11.  $1.239 \times 10^{-3}$  12.  $(x+2y)(x-2y)$  13.  $x \neq -3$  14.  $x = -1$ 15.  $BC=DC$ ,  $HL$  或  $AB=AD$ ,  $HL$  或  $\angle BAC=\angle DAC$ ,  $AAS$  或  $\angle BCA=\angle DCA$ ,  $AAS$ 16.  $1 < x < 6$  17. 7 18.  $(\frac{n+m}{2})^2 - (\frac{n-m}{2})^2$ 

## 三、解答题（共 54 分）

19.（每小题 3 分，共 6 分）

(1) 解：原式=  $(x+1)(x-6)$  .....3 分(2) 解：原式=  $y(4x^2 - 4x + 1)$  .....2 分 $= y(2x-1)^2$  .....3 分

20.（每小题 3 分，共 12 分）

(1) 解：原式=  $-27 - \frac{1}{2} + 25 \times 1$  .....2 分 $= -2\frac{1}{2}$  .....3 分(2) 解：原式=  $-\frac{b^6}{a^2} \cdot \frac{8a^3}{b^3} \cdot \frac{1}{2ab^4}$  .....2 分 $= -\frac{8a^3b^6}{2a^3b^7}$  $= -\frac{4}{b}$  .....3 分(3) 解：原式=  $\frac{x+9}{(x+3)(x-3)} - \frac{2}{x-3}$  .....1 分



$$= \frac{x+9}{(x+3)(x-3)} - \frac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{x+9-2(x+3)}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{x+9-2x-6}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{3-x}{(x+3)(x-3)}$$

$$= -\frac{1}{x+3} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(4) 解：原式  $= -\frac{a^2-16}{(a+4)^2} \div \frac{a-4}{2(a+4)} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$= -\frac{(a+4)(a-4)}{(a+4)^2} \cdot \frac{2(a+4)}{a-4} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= -2 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

21. (本题 4 分)

解：原式  $= \left[ \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{x} \right] \div \frac{1}{x+1} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$= \left( \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x} \right) \cdot (x+1)$$

$$= \frac{x(x-1) + (x+1)}{x(x+1)} \cdot (x+1) \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{x^2 - x + x + 1}{x}$$

$$= \frac{x^2 + 1}{x} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

当  $x=2$  时，原式  $= \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2}$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

22. (本题 5 分) 解分式方程：  $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$ .

解：  $\frac{2}{(x+2)(x-2)} + \frac{x}{x-2} = 1$  .....1 分

方程两边都乘以  $(x+2)(x-2)$ ，得

$$2 + x(x+2) = (x+2)(x-2) \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$2 + x^2 + 2x = x^2 - 4$$

$$\therefore x = -3 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

检验：当  $x = -3$  时， $(x+2)(x-2) \neq 0$  .....4 分

$\therefore x = -3$  是分式方程的解. ....5 分

23. (本题 5 分)

证明：  $\because \angle BAE = \angle CAD$

$$\therefore \angle BAE - \angle CAE = \angle CAD - \angle CAE$$

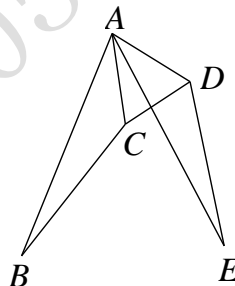
$$\therefore \angle BAC = \angle EAD \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

在  $\triangle ABC$  与  $\triangle AED$  中

$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ \angle BAC = \angle EAD \\ CB = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AC = AD \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



24. (本题 5 分) 已知  $a$ 、 $b$  满足等式  $a^2 + b^2 - 4(2b - a) + 20 = 0$ ，求  $a + b$  值.

解：  $\because a^2 + b^2 - 4(2b - a) + 20 = 0$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8b + 4a + 20 = 0$$

$$a^2 + 4a + 4 + b^2 - 8b + 16 = 0 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore (a+2)^2 + (b-4)^2 = 0 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \begin{cases} a+2=0 \\ b-4=0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore a + b = -2 + 4 = 2 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

25. (本题 5 分)

解：设甲骑自行车每小时行驶  $x$  千米，那么乙每小时行驶  $1.5x$  千米. ....1 分

根据题意列方程，得

$$\frac{30}{x} - \frac{1}{2} = \frac{30}{1.5x} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x = 20 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

经检验， $x = 20$  是所列方程的解，并且符合实际问题的意义.

当  $x = 20$  时，有  $1.5x = 30$ .

答：甲骑自行车每小时行驶 20 千米，乙每小时行驶 30 米. .... 5 分

26. (本题 5 分)

(1) 证明：作  $DN \perp AC$  于  $N$ ,

$\because CD$  平分  $\angle ACE$ ,  $DM \perp BE$

$$\therefore DN = DM \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

在  $Rt\triangle DCN$  和  $Rt\triangle DCM$  中,

$$\begin{cases} CD = CD, \\ DN = DM, \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle DCN \cong Rt\triangle DCM \text{ (HL)},$$

$$\therefore CN = CM, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

在  $Rt\triangle ADN$  和  $Rt\triangle BDM$  中,

$$\begin{cases} AD = BD, \\ DN = DM, \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle ADN \cong Rt\triangle BDM \text{ (HL)},$$

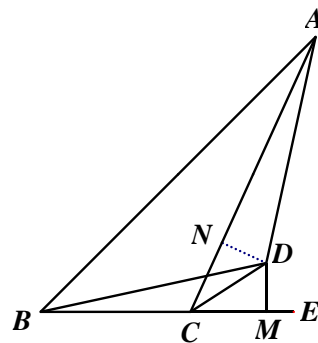
$$\therefore AN = BM,$$

$$\therefore AC = AN + CN$$

$$\therefore AC = BM + CM \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解： $\because AN = AC - CN$ ,  $BM = BC + CM$ ,

$$\therefore AC - CN = BC + CM$$



$$\therefore AC - CM = BC + CM$$

$$\therefore 2CM = AC - BC, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because AC = 2, BC = 1,$$

$$\therefore CM = 0.5 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

27. (本题 7 分)

- (1) 正确作出角平分线,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$ ,  
正确作出  $\triangle OSQ$  和  $\triangle OTQ$ ;  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$ ;

- (2) ①  $EF = DF \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

② 答: ① 中所得结论是否仍然成立.

证明: 在  $AC$  上截取  $AG = AE$ , 连接  $FG$ ,

$\because AD, CE$  分别是  $\angle BAC, \angle ACB$  的平分线,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle BAC, \angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2} \angle ACB$$

$$\because \angle BAC + \angle ACB + \angle B = 180^\circ, \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore 2\angle 2 + 2\angle 4 + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 4 = 60^\circ \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle AFC = 120^\circ, \angle 7 = 60^\circ$$

在  $\triangle AEF$  和  $\triangle AGF$  中

$$\begin{cases} AE = AG \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AF = AF \end{cases}$$

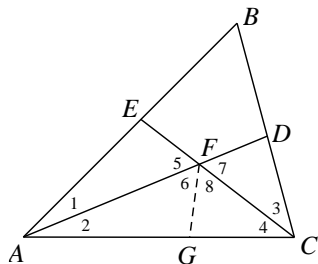
$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGF \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 6, EF = GF \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because \angle 5 = \angle 7 = 60^\circ$$

$$\therefore \angle 6 = 60^\circ$$

$$\therefore \angle 8 = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$



$\therefore \angle 7 = \angle 8$  .....6 分

在  $\triangle CDF$  和  $\triangle CGF$  中

$$\begin{cases} \angle 3 = \angle 4 \\ CF = CF \\ \angle 7 = \angle 8 \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CGF$  (ASA)

$\therefore DF = GF$

$\therefore EF = GF$

$\therefore EF = DF$  .....7 分