

# 顺义区 2018 届初三第二次统一练习

## 数学试卷

学校名称 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 准考证号 \_\_\_\_\_

考生  
须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将答题卡交回。

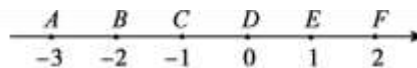
### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 2022 年冬奥会，北京、延庆、张家口三个赛区共 25 个场馆，北京共 12 个，其中 11 个为 2008 年奥运会遗留场馆，唯一一个新建的场馆是国家速滑馆，可容纳 12 000 人观赛，将 12 000 用科学记数法表示应为

A.  $12 \times 10^3$       B.  $1.2 \times 10^4$       C.  $1.2 \times 10^5$       D.  $0.12 \times 10^5$

2. 用教材中的科学计算器依次按键如下，显示的结果在数轴上对应点的位置介于（ ）之间



A. B 与 C      B. C 与 D      C. E 与 F      D. A 与 B

3. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是

A. 等边三角形      B. 菱形      C. 平行四边形      D. 正五边形

4. 小明要去超市买甲、乙两种糖果，然后混合成 5 千克混合糖果，已知甲种糖果的单价为  $a$  元/千克，乙种糖果的单价为  $b$  元/千克，且  $a > b$ 。

根据需要小明列出以下三种混合方案：（单位：千克）

	甲种糖果	乙种糖果	混合糖果
方案 1	2	3	5
方案 2	3	2	5
方案 3	2.5	2.5	5

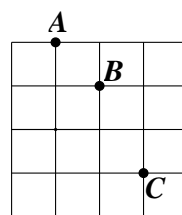
则最省钱的方案为

A. 方案 1      B. 方案 2      C. 方案 3      D. 三个方案费用相同

5. 如图，在正方形网格中建立平面直角坐标系，

若  $A(0, 2)$ ,  $B(1, 1)$ , 则点  $C$  的坐标为

- A.  $(1, -2)$       B.  $(1, -1)$   
C.  $(2, -1)$       D.  $(2, 1)$



6. 抛掷一枚均匀的硬币两次，至少有一次正面朝上的概率是

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{3}{4}$

7. 根据北京市统计局发布的统计数据显示，北京市近五年国民生产总值数据如图 1 所示，2017 年国民生产总值中第一产业、第二产业、第三产业所占比例如图 2 所示



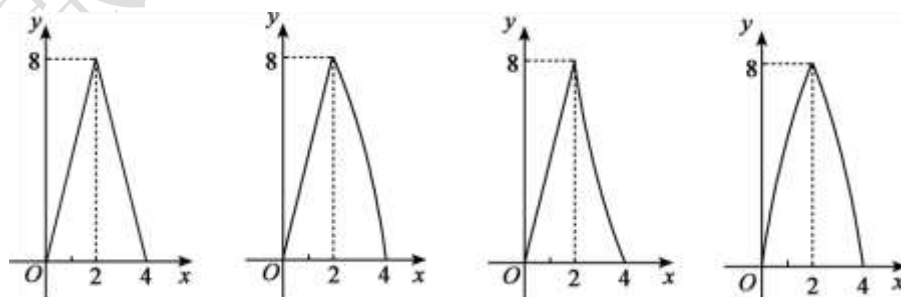
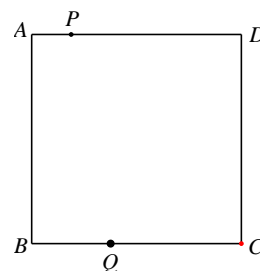
图 1



图 2

根据以上信息，下列判断错误的是

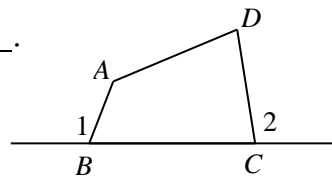
- A. 2013 年至 2017 年北京市国民生产总值逐年增加  
B. 2017 年第二产业生产总值为 5 320 亿元  
C. 2017 年比 2016 年的国民生产总值增加了 10%  
D. 若从 2018 年开始，每一年的国民生产总值比前一年均增长 10%，到 2019 年的国民生产总值将达到 33 880 亿元
8. 已知正方形  $ABCD$  的边长为 4cm，动点  $P$  从  $A$  出发，沿  $AD$  边以 1cm/s 的速度运动，动点  $Q$  从  $B$  出发，沿  $BC$ ,  $CD$  边以 2cm/s 的速度运动，点  $P$ ,  $Q$  同时出发，运动到点  $D$  均停止运动，设运动时间为  $x$  (秒)， $\triangle BPQ$  的面积为  $y$  ( $\text{cm}^2$ )，则  $y$  与  $x$  之间的函数图象大致是



## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

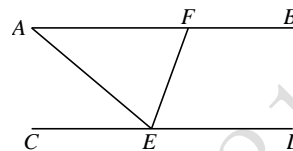
9. 若代数式  $\frac{x}{x+5}$  有意义，则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 如图， $\angle 1$ ， $\angle 2$  是四边形  $ABCD$  的两个外角，  
且  $\angle 1 + \angle 2 = 210^\circ$ ，则  $\angle A + \angle D =$ \_\_\_\_\_度.



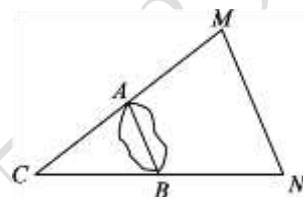
11. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + mx + 4 = 0$  有两个相等的实数根，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

12. 如图， $AB \parallel CD$ ，点  $E$  是  $CD$  上一点， $\angle AEC = 40^\circ$ ，  
 $EF$  平分  $\angle AED$  交  $AB$  于点  $F$ ，则  $\angle AFE =$ \_\_\_\_\_度.

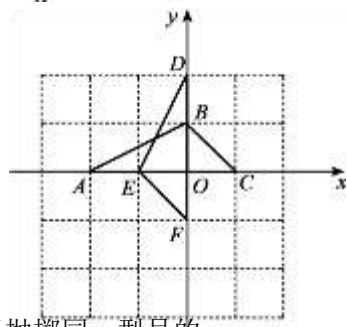


13. 方程  $\frac{3}{x-1} - \frac{2x}{1-x} = 1$  的解是\_\_\_\_\_.

14. 如图， $A$ ， $B$  两点被池塘隔开，不能直接测量其距离.  
于是，小明在岸边选一点  $C$ ，连接  $CA$ ， $CB$ ，分别  
延长到点  $M$ ， $N$ ，使  $AM = AC$ ， $BN = BC$ ，测得  
 $MN = 200\text{m}$ ，则  $A$ ， $B$  间的距离为\_\_\_\_\_m.

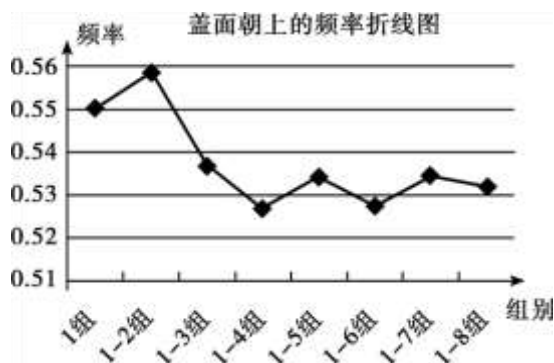


15. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中， $\triangle ABC$  可以看作是  
 $\triangle DEF$  经过若干次图形的变化（平移、旋转、轴对称）得到的，  
写出一种由  $\triangle DEF$  得到  $\triangle ABC$  的过程\_\_\_\_\_.



16. 同学们设计了一个重复抛掷的实验：全班 48 人分为 8 个小组，每组抛掷同一型号的一枚瓶盖 300 次，并记录盖面朝上的次数，下表是依次累计各小组的实验结果.

	1 组	1~2 组	1~3 组	1~4 组	1~5 组	1~6 组	1~7 组	1~8 组
盖面朝上次数	165	335	483	632	801	949	1122	1276
盖面朝上频率	0.550	0.558	0.537	0.527	0.534	0.527	0.534	0.532



根据实验，你认为这一型号的瓶盖盖面朝上的概率为\_\_\_\_\_，理由是：\_\_\_\_\_.

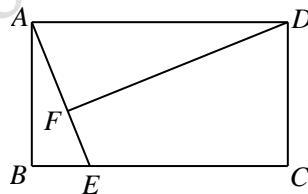
三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）

解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. 计算： $(\pi - 2018)^0 + |-4| - 3 \tan 30^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ .

18. 先化简，再求值： $\frac{m^2}{1-m^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{m}\right)$ ，其中  $m = 2$ .

19. 如图，矩形  $ABCD$  中，点  $E$  为  $BC$  上一点， $DF \perp AE$  于点  $F$ ，求证： $\angle AEB = \angle CDF$ .



20. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象与直线  $y = 2x + 1$  交于

点  $A(1, m)$ .

(1) 求  $k, m$  的值；

(2) 已知点  $P(n, 0)$  ( $n \geq 1$ )，过点  $P$  作平行于  $y$  轴

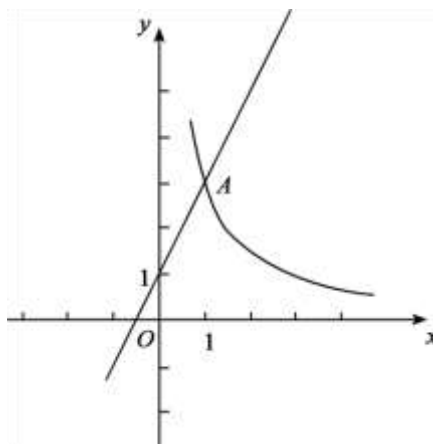
的直线，交直线  $y = 2x + 1$  于点  $B$ ，交函数  $y = \frac{k}{x}$

( $x > 0$ ) 的图象于点  $C$ . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点.

① 当  $n = 3$  时，求线段  $AB$  上的整点个数；

② 若  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象在点  $A, C$  之间的部

分与线段  $AB, BC$  所围成的区域内（包括边界）恰有 5 个整点，直接写出  $n$  的取值范围.

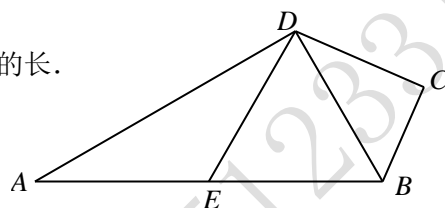


21. 2018 年 4 月 12 日上午，新中国历史上最大规模的海上阅兵在南海海域隆重举行，中国人民解放军海军多艘战舰、多架战机和 1 万余名官兵参加了海上阅兵式，已知战舰和战机总数是 124，战舰数的 3 倍比战机数的 2 倍少 8. 问有多少艘战舰和多少架战机参加了此次阅兵.

22. 如图，四边形  $ABCD$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AD \perp DB$ ，点  $E$  为  $AB$  的中点， $DE \parallel BC$ .

(1) 求证： $BD$  平分  $\angle ABC$ ;

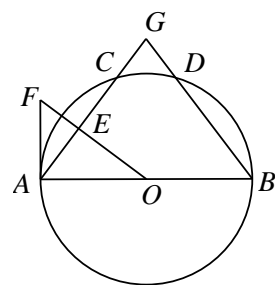
(2) 连接  $EC$ ，若  $\angle A=30^\circ$ ， $DC=\sqrt{3}$ ，求  $EC$  的长.



23. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $C$ 、 $D$  为  $\odot O$  上两点，且  $AC = BD$ ，过点  $O$  作  $OE \perp AC$  于点  $E$ ， $\odot O$  的切线  $AF$  交  $OE$  的延长线于点  $F$ ，弦  $AC$ 、 $BD$  的延长线交于点  $G$ .

(1) 求证： $\angle F = \angle B$ ;

(2) 若  $AB=12$ ， $BG=10$ ，求  $AF$  的长.



24. 某商场甲、乙、丙三名业务员 2018 年前 5 个月的销售额（单位：万元）如下表：

销 售 额 人 员	月 份	1月	2月	3月	4月	5月
甲		6	9	10	8	8
乙		5	7	8	9	9
丙		5	9	10	5	11

(1) 根据上表中的数据，将下表补充完整：

数 值 人 员	统 计 量	平均数 (万元)	众数 (万元)	中位数 (万元)	方差
甲			8	8	1.76
乙		7.6		8	2.24
丙		8	5		

(2) 甲、乙、丙三名业务员都说自己的销售业绩好，你赞同谁的说法？请说明理由。

25. 根据函数学习中积累的知识与经验，李老师要求学生探究函数  $y = \frac{1}{x} + 1$  的图象. 同学们通过列表、描点、画图象，发现它的图象特征，请你补充完整.

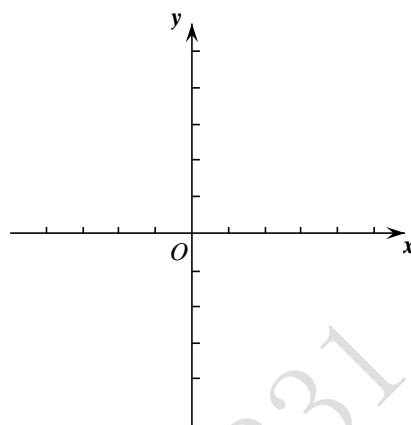
(1) 函数  $y = \frac{1}{x} + 1$  的图象可以由我们熟悉的函数\_\_\_\_\_的图象向上平移\_\_\_\_\_个单位得到；

(2) 函数  $y = \frac{1}{x} + 1$  的图象与  $x$  轴、 $y$  轴交点的情况是:\_\_\_\_\_；

(3) 请你构造一个函数，使其图象与  $x$  轴的交点为  $(2, 0)$ ，且与  $y$  轴无交点，这个函数表达式可以是\_\_\_\_\_.

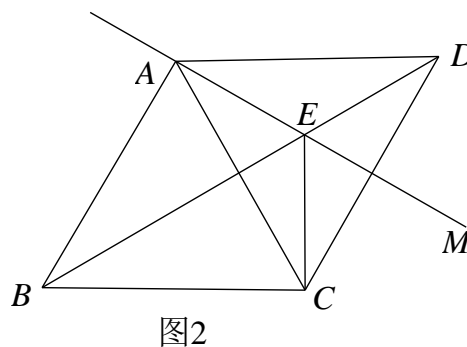
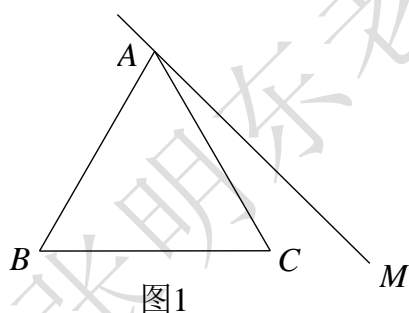
26. 在平面直角坐标系中，二次函数  $y = x^2 + ax + 2a + 1$  的图象经过点  $M(2, -3)$ .

- (1) 求二次函数的表达式；
- (2) 若一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与二次函数  $y = x^2 + ax + 2a + 1$  的图象经过  $x$  轴上同一点，探究实数  $k, b$  满足的关系式；
- (3) 将二次函数  $y = x^2 + ax + 2a + 1$  的图象向右平移 2 个单位，若点  $P(x_0, m)$  和  $Q(2, n)$  在平移后的图象上，且  $m > n$ ，结合图象求  $x_0$  的取值范围.



27. 在等边  $\triangle ABC$  外侧作直线  $AM$ ，点  $C$  关于  $AM$  的对称点为  $D$ ，连接  $BD$  交  $AM$  于点  $E$ ，连接  $CE, CD, AD$ .

- (1) 依题意补全图 1，并求  $\angle BEC$  的度数；
- (2) 如图 2，当  $\angle MAC = 30^\circ$  时，判断线段  $BE$  与  $DE$  之间的数量关系，并加以证明；
- (3) 若  $0^\circ < \angle MAC < 120^\circ$ ，当线段  $DE = 2BE$  时，直接写出  $\angle MAC$  的度数.



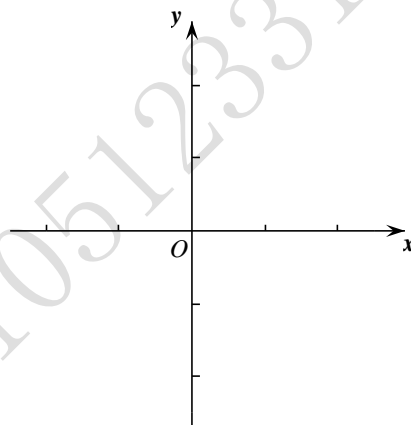
28. 已知边长为  $2a$  的正方形  $ABCD$ ，对角线  $AC, BD$  交于点  $Q$ ，对于平面内的点  $P$  与正方形  $ABCD$ ，给出如下定义：如果  $a \leq PQ \leq \sqrt{2}a$ ，则称点  $P$  为正方形  $ABCD$  的“关联点”.

在平面直角坐标系  $xOy$  中，若  $A(-1, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(1, 1)$  .

(1) 在  $P_1(-\frac{1}{2}, 0)$ ,  $P_2(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $P_3(0, \sqrt{2})$  中，正方形  $ABCD$  的“关联点”有\_\_\_\_\_；

(2) 已知点  $E$  的横坐标是  $m$ ，若点  $E$  在直线  $y = \sqrt{3}x$  上，并且  $E$  是正方形  $ABCD$  的“关联点”，求  $m$  的取值范围；

(3) 若将正方形  $ABCD$  沿  $x$  轴平移，设该正方形对角线交点  $Q$  的横坐标是  $n$ ，直线  $y = \sqrt{3}x + 1$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别相交于  $M$ 、 $N$  两点. 如果线段  $MN$  上的每一个点都是正方形  $ABCD$  的“关联点”，求  $n$  的取值范围.





一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	B	A	C	D	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.  $x \neq -5$ ; 10.  $210^\circ$ ; 11.  $\pm 4$ ; 12.  $70^\circ$ ; 13.  $x = -4$ ; 14. 100;

15. 答案不唯一，如：先以点  $O$  为中心，将  $\triangle DEF$  逆时针旋转  $90^\circ$ ，再将得到的三角形沿  $x$  轴对称；

16. 0.532，在用频率估计概率时，试验次数越多越接近，所以取 1-8 组的频率值.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）

17. 解：  $(\pi - 2018)^0 + |-4| - 3 \tan 30^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$$= 1 + 4 - \sqrt{3} - 2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= 3 - \sqrt{3} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解：  $\frac{m^2}{1-m^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{m}\right)$

$$= \frac{m^2}{(1+m)(1-m)} \cdot \left(\frac{m-1}{m}\right) \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= -\frac{m}{1+m} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

当  $m = 2$  时，原式  $= -\frac{2}{3}$ .  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

19. 证明：  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形，  
 $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ,  $AD \parallel BC$ .  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$   
 $\therefore \angle CDF + \angle ADF = 90^\circ$ .  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$   
 $\because DF \perp AE$  于点  $F$ ,  
 $\therefore \angle DAF + \angle ADF = 90^\circ$ .  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$   
 $\therefore \angle CDF = \angle DAF$ .  
 $\because AD \parallel BC$ ,  
 $\therefore \angle DAF = \angle AEB$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$   
 $\therefore \angle AEB = \angle CDF$ .  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

1

20. 解： (1)  $\because$  点  $A(1, m)$  在  $y = 2x + 1$  上，

$$\therefore m = 2 \times 1 + 1 = 3. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore A(1, 3).$$

$\because$  点  $A(1, 3)$  在函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上,

$$\therefore k = 3. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) ① 当  $n=3$  时,  $B$ 、 $C$  两点的坐标为  $B(3, 7)$ 、 $C(3, 1)$ .

线段  $AB$  上有  $(1, 3)$ 、 $(2, 5)$ 、 $(3, 7)$  共 3 个整点.  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

②  $n$  的取值范围是  $2 \leq n < 3$ .  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

21. 解: 设有  $x$  艘战舰,  $y$  架战机参加了此次阅兵,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$   
根据题意, 得

$$\begin{cases} x + y = 124, \\ 3x = 2y - 8. \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

解这个方程组, 得  $\begin{cases} x = 48, \\ y = 76. \end{cases} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

答: 有 48 艘战舰和 76 架战机参加了此次阅兵.  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

22. (1) 证明:  $\because AD \perp DB$ , 点  $E$  为  $AB$  的中点,

$$\therefore DE = BE = \frac{1}{2} AB. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

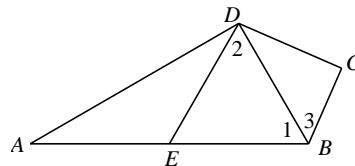
$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3.$$

$$\therefore BD \text{ 平分 } \angle ABC. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(2) 解:  $\because AD \perp DB$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,

$$\therefore \angle 1 = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2 = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle CDE = \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ.$$

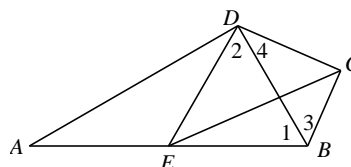
在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\angle 3 = 60^\circ$ ,  $DC = \sqrt{3}$ ,

$$\therefore DB = 2. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because DE = BE, \angle 1 = 60^\circ,$$

$$\therefore DE = DB = 2.$$

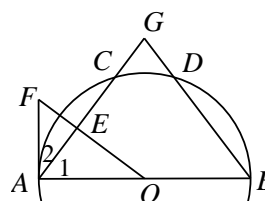
$$\therefore EC = \sqrt{DE^2 + DC^2} = \sqrt{4 + 3} = \sqrt{7}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



2

23. (1) 证明:  $\because AC = BD$ ,

$$\therefore AD = BC.$$



$\therefore \angle 1 = \angle B$ . ..... 1 分  
 $\therefore AF$  是  $\odot O$  的切线,  
 $\therefore AF \perp AO$ .  
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ .  
 $\therefore OE \perp AC$ ,  
 $\therefore \angle F + \angle 2 = 90^\circ$ .  
 $\therefore \angle F = \angle 1$ . ..... 2 分  
 $\therefore \angle F = \angle B$ . ..... 3 分

(2) 解: 连接  $OG$ .

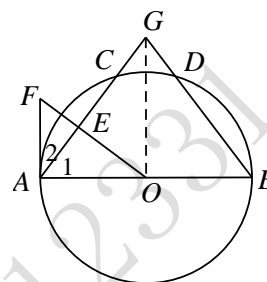
$\therefore \angle 1 = \angle B$ ,  
 $\therefore AG = BG$ .  
 $\therefore OA = OB = 6$ ,  
 $\therefore OG \perp AB$ .

$$\therefore OG = \sqrt{BG^2 - OB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8. \text{ ..... 4 分}$$

$\therefore \angle FAO = \angle BOG = 90^\circ$ ,  $\angle F = \angle B$ ,  
 $\therefore \triangle FAO \sim \triangle BOG$ . ..... 5 分

$$\therefore \frac{AF}{AO} = \frac{OB}{OG}.$$

$$\therefore AF = \frac{OB \cdot AO}{OG} = \frac{6 \times 6}{8} = \frac{9}{2}. \text{ ..... 6 分}$$



24. (1) 将下表补充完整:

统计量 数值 人员	平均数 (万元)	众数 (万元)	中位数 (万元)	方差
甲	<b>8.2</b>	8	8	1.76
乙	7.6	<b>9</b>	8	2.24
丙	8	5	<b>9</b>	<b>6.4</b>

..... 4 分

(2) 赞同甲的说法. 理由是: 甲的平均数高, 总营业额比乙、丙都高. .... 6 分

25. 解: (1) 函数  $y = \frac{1}{x} + 1$  的图象可以由我们熟悉的函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象向上平移 1 个单位得到; ..... 2 分

(2) 函数  $y = \frac{1}{x} + 1$  的图象与  $x$  轴、 $y$  轴交点的情况是:

与  $x$  轴交于点  $(-1, 0)$ , 与  $y$  轴无交点; ..... 4 分

(3) 请你构造一个函数, 使其图象与  $x$  轴的交点为  $(2, 0)$ , 且与  $y$  轴无交点, 这个函数表

达式可以是 答案不唯一, 如:  $y = \frac{2}{x} - 1$ . ..... 6 分

3

26. 解: (1) 把  $M(2, -3)$  代入  $y = x^2 - 2x - a^2 - 2a$ , 可以得到  $-a^2 - 2a = -3$ ,

因此, 二次函数的表达式为:  $y = x^2 - 2x - 3$ ; ..... 2 分

(2)  $y = x^2 - 2x - 3$  与  $x$  轴的交点是:  $(3, 0)$ ,  $(-1, 0)$ .

当  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 经过  $(3, 0)$  时,  $3k + b = 0$ ;

当  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 经过  $(-1, 0)$  时,  $k = b$ .

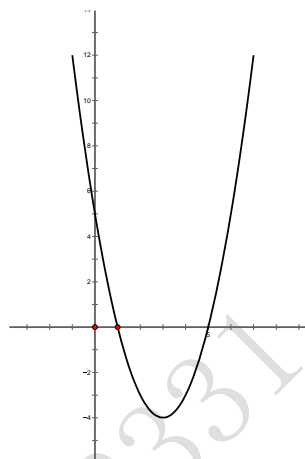
..... 4 分

(3) 将二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$  的图象向右平移 2 个

单位得到  $y = x^2 - 6x + 5$ , 对称轴是直线  $x = 3$ ,

因此  $Q(2, n)$  在图象上的对称点是  $(4, n)$ , 若

点  $P(x_0, m)$  使得  $m > n$ , 结合图象可以得出  $x_0 < 2$  或  $x_0 > 4$ . .... 6 分



27. 解: (1) 补全图形如右图: ..... 1 分

依题意显然可以得出  $AD = AC$ ,  $\angle DAE = \angle CAE = x$ ,  $\angle DEM = \angle CEM$ .

$\because$  等边  $\triangle ABC$ ,

$\therefore AB = AC$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ .

$\therefore AB = AD$ .

$\therefore \angle ABD = \angle ADB = y$ .

在  $\triangle ABD$  中,  $2x + 2y + 60^\circ = 180^\circ$ ,

$\therefore x + y = 60^\circ$ .

$\therefore \angle DEM = \angle CEM = x + y = 60^\circ$ .

$\therefore \angle BEC = 60^\circ$ . .... 4 分

(2) 判断:  $BE = 2DE$ .

证明:  $\because \angle MAC = 30^\circ$ , 结合 (1) 中证明过程, 显然可以得出  $\angle ABD = 30^\circ$ ,

又  $\because$  等边  $\triangle ABC$ ,

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$ .

$\therefore \angle DBC = 30^\circ$ .

又  $\because \angle BEC = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle ECB = 90^\circ$ .

$\therefore BE = 2CE$ .

$\because CE = DE$ ,

$\therefore BE = 2DE$ .

(3)  $\angle MAC = 90^\circ$ . .... 7 分

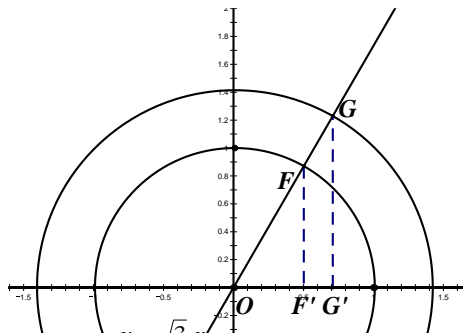
4

28. 解: (1)  $P_2, P_3$ ; ..... 2 分

(2) 做出正方形  $ABCD$  的内切圆和外接圆,

$\therefore OF = 1, OG = \sqrt{2}$ .

$\because E$  是正方形  $ABCD$  的“关联点”,



∴  $E$  在正方形  $ABCD$  的内切圆和外接圆之间，

∴ 点  $E$  在直线  $y = \sqrt{3}x$  上，

∴ 点  $E$  在线段  $FG$  上.

分别做  $FF' \perp x$  轴,  $GG' \perp x$  轴,

∴  $OF = 1, OG = \sqrt{2}$ ,

∴  $OF' = \frac{1}{2}, OG' = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

∴  $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

根据对称性, 可以得出  $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq -\frac{1}{2}$ .

∴  $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq -\frac{1}{2}$ . ..... 5 分

(3) ∴  $M(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$ 、 $N(0, 1)$ ,

∴  $OM = \frac{\sqrt{3}}{3}, ON = 1$ .

∴  $\angle OMN = 60^\circ$ .

∴ 线段  $MN$  上的每一个点都是正方形  $ABCD$  的“关联点”，

①  $MN$  与小  $\odot Q$  相切于点  $F$ , 如右图

∴  $QF = 1, \angle OMN = 60^\circ$ ,

∴  $QM = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ .

∴  $OM = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

∴  $OQ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

∴  $Q_1(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$ .

②  $M$  落在大  $\odot Q$  上, 如右图

∴  $QM = \sqrt{2}, OM = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

∴  $OQ = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

∴  $Q_2(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$ .

综上:  $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq n \leq \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$ . ..... 7 分

