海淀区八年级第二学期期末练习

数　学

（分数：100 分　时间：90 分钟）　　　　　　2016.7

学校________________ 班级 ______________姓名_____________ 成绩_______________

一、选择题：（本题共 30 分，每小题 3 分）

在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的．

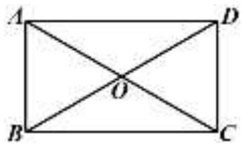
1．下列各式中，运算正确的是

A．$3\sqrt{3}-\sqrt{3}=3$　　B．$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$　　C．$2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{(-2)^2}=-2$

2．下列各组数中，以它们为边长的线段不能构成直角三角形的是

A．1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$　　B．3，4，5　　C．5，12，13　　D．2，2，3

3．如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于 O 点．若$\angle AOB=60°$，$AC=8$，则 AB 的长为



A．4　　B．$4\sqrt{3}$

C．3　　D．5

4．已知 P_1（－1，y_1），P_2（2，y_2）是一次函数 $y=-x+1$图象上的两个点，则 y_1，y_2 的大小关系是

A．$y_1=y_2$　　B．$y_1<y_2$　　C．$y_1>y_2$　　D．不能确定

5．2022 年将在北京—张家口举办冬季奥运会，很多学校开设了相关的课程．下表记录了某校 4 名同学短道速滑选拔赛成绩的平均数 $\overline{x}$ 与方差 s^2：

	队员 1	队员 2	队员 3	队员 4
平均数 $\overline{x}$（秒）	51	50	51	50
方差 s^2（秒 ^{2}）	3.5	3.5	14.5	15.5

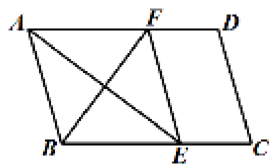
根据表中数据，要从中选择一名成绩好又发挥稳定的运动员参加比赛，应该选择

A．队员 1　　B．队员 2　　C．队员 3　　D．队员 4

6．用配方法解方程 $x^2-2x-3=0$，原方程应变形为

A．$(x-1)^2=2$　　B．$(x+1)^2=4$　　C．$(x-1)^2=4$　　D．$(x+1)^2=2$

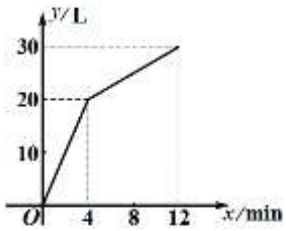
7．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E，$\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 F，若 $BF=12$，$AB=10$，则 AE 的长为



A．13　　B．14

C．15　　D．16

8．一个有进水管与出水管的容器，从某时刻开始 4min 内只进水不出水，在随后的 8min 内既进水又出水，每分钟的进水量和出水量是两个常数，容器内的水量 y（单位：L）与时间 x（单位：min）之间的关系如图所示．则 8min 时容器内的水量为



A．20 L　　　　　　B．25 L

C．27L　　　　　　D．30 L

9．若关于 x 的方程 $kx^2-(k+1)x+1=0$ 的根是整数，则满足条件的整数 k 的个数为

A．1 个　　　B．2 个　　　C．3 个　　　D．4 个

10．如图 1，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD$＝60°，AB＝2，E 是 DC 边上一个动点，F 是 AB 边上一点，$\angle AEF$＝30°．设 DE＝x，图中某条线段长为 y，y 与 x 满足的函数关系的图象大致如图 2 所示，则这条线段可能是图中的

A．线段 EC　　B．线段 AE　　C．线段 EF　　D．线段 BF

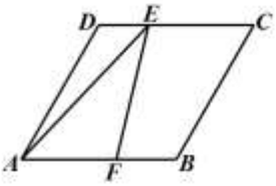


图 1

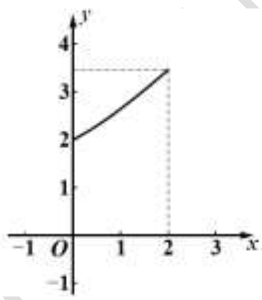


图 2

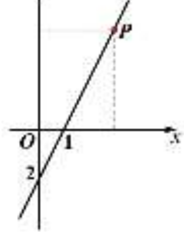
二、填空题：（本题共 18 分，每小题 3 分）

11．写出一个以 0，1 为根的一元二次方程____________________．

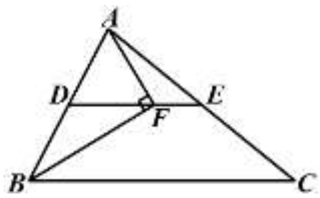
12．若关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x-m=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是____________．

13．如图，为了检查平行四边形书架 $ABCD$ 的侧边是否与上、下边都垂直，工人师傅用一根绳子比较了其对角线 AC，BD 的长度，若二者长度相等，则该书架的侧边与上、下边都垂直，请你说出其中的数学原理____．

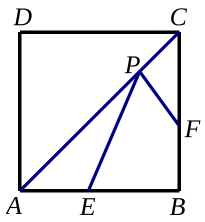
14．若一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象如图所示，点 P（3，4）在函数图象上，则关于 x 的不等式 $kx+b\leqslant 4$ 的解集是____________．



15．如图，DE 为△ABC 的中位线，点 F 在 DE 上，且 $\angle AFB$＝90°，若 AB＝5，BC＝8，则 EF 的长为____________．



16．如图，正方形 $ABCD$ 的面积是 2，E，F，P 分别是 AB，BC，AC 上的动点，$PE+PF$ 的最小值等于____________.



三、解答题：（本题共 22 分，第 17—19 题每小题 4 分，第 20—21 题每小题 5 分）

17．计算：$(\sqrt{12}+\sqrt{3})\times\sqrt{6}-2\sqrt{\frac{1}{2}}$.

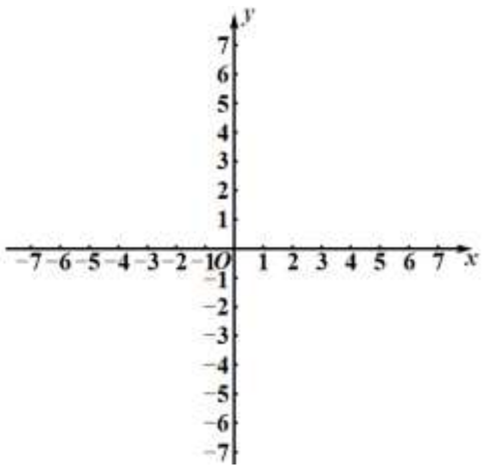
18．解方程：$y(y-4)=-1-2y$.

19．已知 $x=1$ 是方程 $x^2-3ax+a^2=0$ 的一个根，求代数式 $3a^2-9a+1$ 的值.

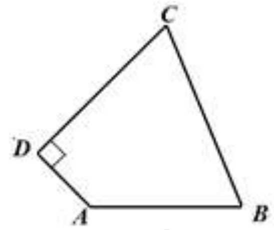
20．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数的图象经过点 A（2，3）与点 B（0，5）.

（1）求此一次函数的表达式；

（2）若点 P 为此一次函数图象上一点，且△POB 的面积为 10，求点 P 的坐标.



21．如图，四边形 $ABCD$ 中，AB＝10，BC＝13，CD＝12，AD＝5，$AD\perp CD$，求四边形 $ABCD$ 的面积．



四、解答题：（本题共 10 分，第 22 题 5 分，第 23 题 5 分）

22．**阅读下列材料：**

北京市为了紧抓疏解非首都功能这个“牛鼻子”，迁市场、移企业，人随业走．东城、西城、海淀、丰台……人口开始出现负增长，城六区人口 2016 年由升转降．

而现在，海淀区许多地区人口都开始下降。统计数字显示：2015 年该区常住外来人口约为 150 万人，同比下降 1.1%，减少 1.7 万人，首次实现了负增长．

和海淀一样，丰台也在 2015 年首次实现了常住外来人口负增长，同比下降 1.4%，减少 1.2 万人；

东、西城，常住外来人口同样呈下降趋势：2015 年东城同比下降 2.4%，减少 5000 人，西城则同比下降 5.5%，减少 1.8 万人；

石景山，常住外来人口近年来增速放缓，预计到 2016 年年底，全区常住外来人口可降至 63.5 万，比 2015 年减少 1.7 万人，首次出现负增长；

……

2016 年初，市发改委透露，2016 年本市将确保完成人口调控目标——城六区常住人口较 2015 年下降 3%，迎来人口由升转降的拐点．

人口下降背后，是本市紧锣密鼓疏解非首都功能的大战略．

根据以上材料解答下列问题：

（1）石景山区 2015 年常住外来人口约为__________万人；

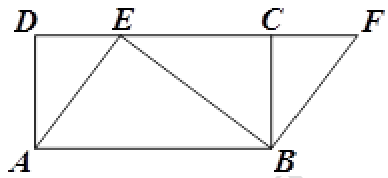
（2）2015 年东城、西城、海淀、丰台四个城区常住外来人口同比下降率最高的是__________区；根据材料中的信息估计 2015 年这四个城区常住外来人口数最多的是__________区；

（3）如果 2017 年海淀区常住外来人口降到 121.5 万人，求从 2015 年至 2017 年平均每年外来人口的下降率．

23．如图，四边形 $ABCD$ 是矩形，点 E 在 CD 边上，点 F 在 DC 延长线上，$AE=BF$．

（1）求证：四边形 $ABFE$ 是平行四边形；

（2）若 $\angle BEF=\angle DAE$，$AE=3$，$BE=4$，求 EF 的长．



五、解答题：（本题共 20 分，第 24 题 6 分，第 25—26 题每小题 7 分）

24．如图 1，将边长为 1 的正方形 $ABCD$ 压扁为边长为 1 的菱形 $ABCD$．在菱形 $ABCD$ 中，$\angle A$ 的大小为 α，面积记为 S．

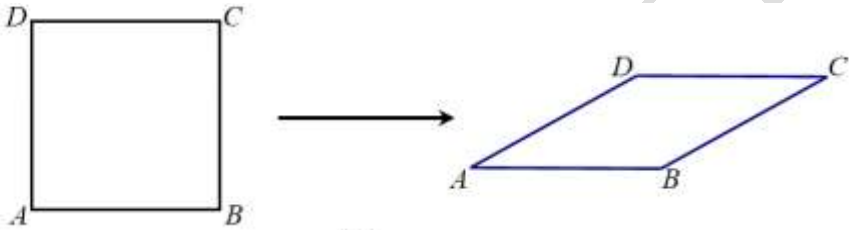


图 1

（1）请补全下表：

α	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
S	$\frac{1}{2}$			1		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	

（2）填空：

由（1）可以发现单位正方形在压扁的过程中，菱形的面积随着 $\angle A$ 大小的变化而变化，不妨把单位菱形的面积 S 记为 $S(\alpha)$．例如：当 $\alpha=30^\circ$ 时，$S=S(30^\circ)=\frac{1}{2}$；当 $\alpha=135^\circ$ 时，$S=S(135^\circ)=\frac{\sqrt{2}}{2}$．由上表可以得到 $S(60^\circ)=S(\_\_\_\_\_\_^\circ)$；$S(150^\circ)=S(\_\_\_\_\_\_^\circ)$，…，由此可以归纳出 $S(180^\circ-\alpha)=S(\_\_\_\_\_\_)$．

（3）两块相同的等腰直角三角板按图 2 的方式放置，$AD=\sqrt{2}$，$\angle AOB=\alpha$，试探究图中两个带阴影的三角形面积是否相等，并说明理由（注：可以利用（2）中的结论）．

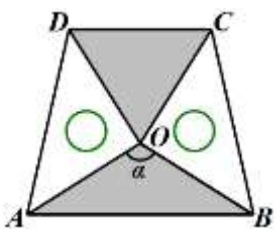
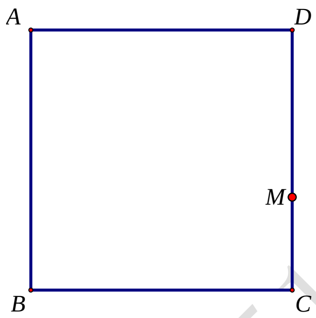


图 2

25．如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 M 在 CD 边上，点 N 在正方形 $ABCD$ 外部，且满足 $\angle CMN=90°$，$CM=MN$．连接 AN，CN，取 AN 的中点 E，连接 BE，AC，交于 F 点．

（1）①依题意补全图形；

②求证：$BE\perp AC$．



（2）请探究线段 BE，AD，CN 所满足的等量关系，并证明你的结论．

（3）设 $AB=1$，若点 M 沿着线段 CD 从点 C 运动到点 D，则在该运动过程中，线段 EN 所扫过的面积为______________（直接写出答案）．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，图形 G 的投影矩形定义如下：矩形的两组对边分别平行于 x 轴，y 轴，图形 G 的顶点在矩形的边上或内部，且矩形的面积最小．设矩形的较长的边与较短的边的比为 k，我们称常数 k 为图形 G 的投影比．如图 1，矩形 $ABCD$ 为△DEF 的投影矩形，其投影比 $k=\dfrac{BC}{AB}$．

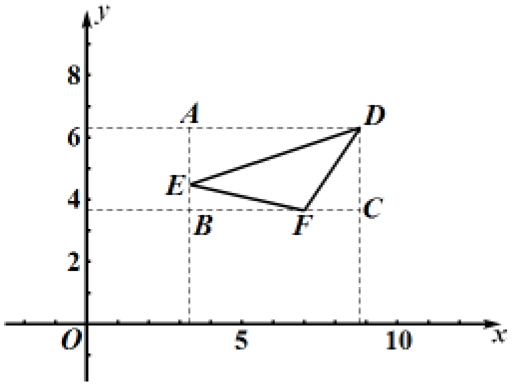


图 1

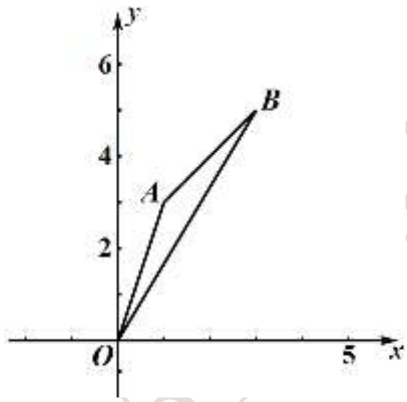
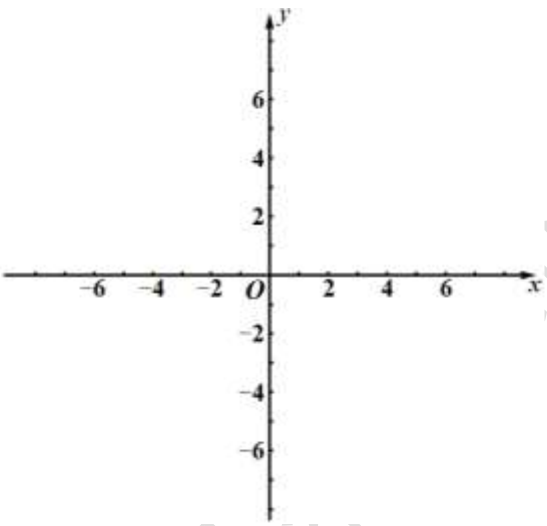
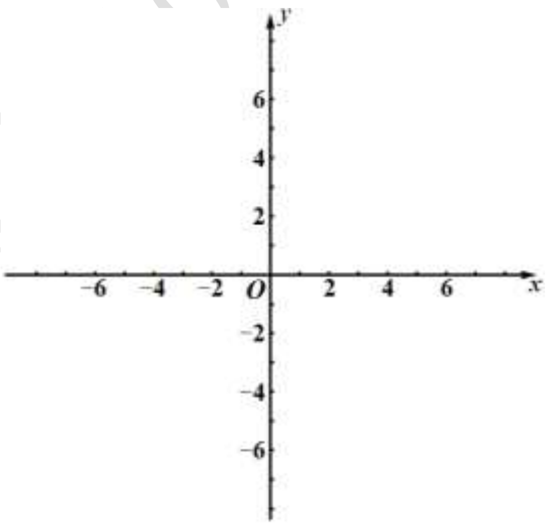


图 2





备用图

（1）如图 2，若点 A（1，3），B（3，5），则△OAB 投影比 k 的值为___________．

（2）已知点 C（4，0），在函数 $y=2x-4$（其中 $x<2$）的图象上有一点 D，若△OCD 的投影比 $k=2$，求点 D 的坐标．

（3）已知点 $E(3,2)$，在直线 $y=x+1$ 上有一点 $F(5,a)$ 和一动点 P，若△PEF 的投影比 $1<k<2$，则点 P 的横坐标 m 的取值范围_______________（直接写出答案）．

八年级第二学期期末练习

数 学 答 案

2016.7

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	A	C	B	C	D	B	C	B

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11．$x^2-x=0$ 或 $x(x-1)=0$（答案不唯一）；　　12．$m>-4$；

13．对角线相等的平行四边形是矩形，矩形的四个角都是直角；（“矩形的四个角都是直角”没写不扣分）

14．$x\leqslant 3$；　　15．$\frac{3}{2}$；　　16．$\sqrt{2}$．

三、解答题（本题共 22 分，第 17—19 题每小题 4 分，第 20—21 题每小题 5 分）

17．解：原式＝$(2\sqrt{3}+\sqrt{3})\times\sqrt{6}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}$，　----2 分　　说明：$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$（1 分），$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$（1 分）

＝$3\sqrt{3}\times\sqrt{6}-\sqrt{2}$

＝$3\times3\sqrt{2}-\sqrt{2}$　------------------------------------3 分

＝$9\sqrt{2}-\sqrt{2}$

＝$8\sqrt{2}$．　------------------------------------4 分

18．解：$y^2-2y+1=0$，　------------------------------------1 分

$(y-1)^2=0$，　------------------------------------3 分

$y_1=y_2=1$．　------------------------------------4 分

19．解法一：

解：∵ $x=1$ 是方程 $x^2-3ax+a^2=0$ 的一个根，

∴ $1-3a+a^2=0$．------------------------------------1 分

∴ $a^2-3a=-1$．　------------------------------------2 分

∴ $3a^2-9a+1=3(a^2-3a)+1$　------------------------------------3 分

$=3\times(-1)+1=-2$．　------------------------------------4 分

解法二：

解：∵ $x=1$ 是方程 $x^2-3ax+a^2=0$ 的一个根，

∴ $1-3a+a^2=0$．------------------------------------1 分

∴ $a^2-3a+1=0$．　--2 分

解方程得 $a=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$．　--3 分

把 $a=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ 代入得 $3a^2-9a+1$ 得 $3a^2-9a+1=-2$．　--------------------------4 分

20．解：（1）设此一次函数的表达式为 $y=kx+b$（$k\neq0$）．

∵一次函数的图象经过点 A（2，3）与点 B（0，5），

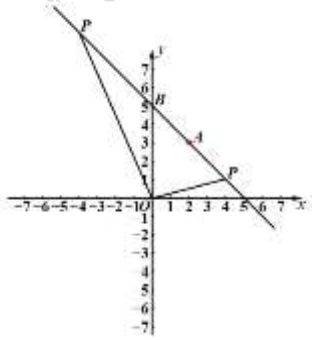
∴ $\begin{cases}2k+b=3,\\ b=5.\end{cases}$　--1 分

解得 $\begin{cases}k=-1,\\ b=5.\end{cases}$

∴此一次函数的表达式为 $y=-x+5$．------------------------------3 分

说明：求对 k 给 1 分，求对 b 给 1 分.

（2）设点 P 的坐标为（a，$-a+5$）．



∵B（0，5），　∴OB＝5.

∵$S_{\triangle POB}$＝10,

∴ $\frac{1}{2}\times5\times|a|=10$．

∴ $|a|=4$．

∴ $a=\pm4$．

∴点 P 的坐标为（4，1）或（-4，9）．　------------------------------5 分

说明：两个坐标每个 1 分.

21．解：连接 AC，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于点 E.

∵$AD\perp CD$,

∴ $\angle D$＝90°.

在 Rt△ACD 中, AD=5, CD=12,

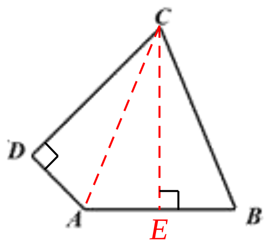
AC＝$\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$．　------------------------------1 分

∵BC＝13,

∴AC＝BC.　------------------------------2 分

∵$CE\perp AB$, AB=10,

∴AE＝BE＝$\frac{1}{2}AB$＝$\frac{1}{2}\times10=5$．　--------------------3 分



在 Rt△CAE 中,

CE＝$\sqrt{AC^2-AE^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$．　----------------4 分

∴$S_{\text{四边形}ABCD}$＝$S_{\triangle DAC}$＋$S_{\triangle ABC}$＝$\frac{1}{2}\times5\times12+\frac{1}{2}\times10\times12=30+60=90$．　----------------5 分

四、解答题（本题共 10 分，第 22 题 5 分，第 23 题 5 分）

22．（1）65.2;　--1 分

（2）西城;　海淀;（每空 1 分）　---3 分

（3）解：设海淀平均每年常住外来人口的下降率为 x.

由题意，得

$150(1-x)^2=121.5$.　--4 分

解得，$x_1=0.1=10\%$ ，　$x_2=1.9$.（不合题意，舍去）

答：海淀平均每年常住外来人口的下降率为10% . ---------------------------5 分

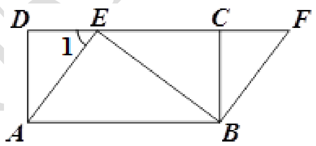
23．（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴$AD=BC$, $\angle D=\angle BCD=90°$.

∴$\angle BCF=180°-\angle BCD=180°-90°=90°$.

∴$\angle D=\angle BCF$.　---1 分

在 Rt△ADE 和 Rt△BCF 中,



$$\begin{cases} AE=BF, \\ AD=BC. \end{cases}$$

∴Rt△ADE≌Rt△BCF.　---2 分

∴$\angle 1=\angle F$.

∴$AE \parallel BF$.

∵$AE=BF$,

∴四边形 $ABFE$ 是平行四边形.　--------------------------------------3 分

（2）解：∵$\angle D=90°$,

∴$\angle DAE+\angle 1=90°$.

∵$\angle BEF=\angle DAE$,

∴$\angle BEF+\angle 1=90°$.

∵$\angle BEF+\angle 1+\angle AEB=180°$,

∴$\angle AEB=90°$.　---4 分

在 Rt△ABE 中, $AE=3$，$BE=4$，

$AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

∵四边形 $ABFE$ 是平行四边形,

∴$EF=AB=5$.　--5 分

五、解答题（本题共 20 分，第 24 题 6 分，第 25—26 题每小题 7 分）

24. （1）$\frac{\sqrt{2}}{2}$；$\frac{\sqrt{3}}{2}$；$\frac{\sqrt{3}}{2}$；$\frac{1}{2}$.（说明：每对两个给 1 分）　----------------------------------2 分

（2）120；30；α.　--4 分

（说明：前两个都答对给 1 分，最后一个 α 答对给 1 分）

（3）答：两个带阴影的三角形面积相等.

证明：将△*ABO* 沿 *AB* 翻折得到菱形 *AEBO*, 将△*CDO* 沿 *CD* 翻折得到菱形 *OCFD*.

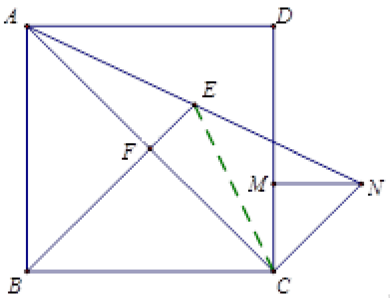
$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}S_{菱形AEBO}=\frac{1}{2}S(\alpha)$　--5 分

$S_{\triangle CDO}=\frac{1}{2}S_{菱形OCFD}=\frac{1}{2}S(180^\circ-\alpha)$　---6 分

由（2）中结论 $S(\alpha)=S(180^\circ-\alpha)$

$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle CDO}$.

25. （1）①依题意补全图形.



--1 分

②解法 1：

证明：连接 *CE*.

∵四边形 *ABCD* 是正方形,

∴$\angle BCD=90°$, $AB=BC$.

∴$\angle ACB=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle BCD=45°$.

∵$\angle CMN=90°$, $CM=MN$,

∴$\angle MCN=45°$.

∴$\angle ACN=\angle ACD+\angle MCN=90°$.

∵在 Rt△*ACN* 中，点 *E* 是 *AN* 中点,

∴$AE=CE=\frac{1}{2}AN$.　--2 分

∵$AE=CE$, $AB=CB$,

∴点 *B*，*E* 在 *AC* 的垂直平分线上.

∴*BE* 垂直平分 *AC*.

$\therefore BE\perp AC$.　　　　--3 分

解法 2：

证明：连接 CE.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle BCD=90°$, $AB=BC$.

$\therefore \angle ACB=\angle ACD=\dfrac{1}{2}\angle BCD=45°$.

$\because \angle CMN=90°$，$CM=MN$,

$\therefore \triangle CMN$ 是等腰直角三角形.

$\therefore \angle MCN=45°$.

$\therefore \angle ACN=\angle ACD+\angle MCN=90°$.

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ACN$ 中，点 E 是 AN 中点,

$\therefore AE=CE=\dfrac{1}{2}AN$.

在$\triangle ABE$ 和$\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} AE=CE, \\ AB=CB, \\ BE=BE. \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CBE$（SSS）.　　---2 分

$\therefore \angle ABE=\angle CBE$.

$\because AB=BC$,

$\therefore BE\perp AC$.　　　　--3 分

（2）$BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AD+\dfrac{1}{2}CN$（或 $2BE=\sqrt{2}AD+CN$）.　　--------------------------------------4 分

证明：$\because AB=BC$，$\angle ABE=\angle CBE$,

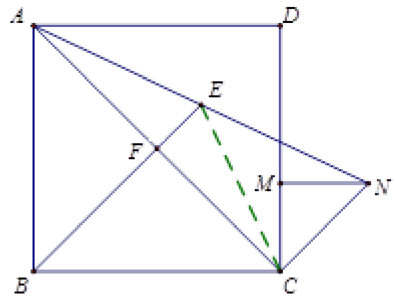
$\therefore AF=FC$.

$\because$ 点 E 是 AN 中点,

$\therefore AE=EN$.

$\therefore FE$ 是$\triangle ACN$ 的中位线.

$\therefore FE=\dfrac{1}{2}CN$.



$\because BE\perp AC$,

∴∠BFC＝90°.

∴∠FBC＋∠FCB＝90°.

∵∠FCB＝45°,

∴∠FBC＝45°.

∴∠FCB＝∠FBC.

∴BF＝CF.

在 Rt△BCF 中，$BF^2+CF^2=BF^2$，

∴BF＝$\dfrac{\sqrt{2}}{2}BC$.　--5 分

∵四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴BC＝AD.

∴BF＝$\dfrac{\sqrt{2}}{2}AD$.

∵BE＝BF＋FE,

∴BE＝$\dfrac{\sqrt{2}}{2}AD$＋$\dfrac{1}{2}CN$.　--6 分

（3）$\dfrac{3}{4}$.　--7 分

26．（1）$k=\dfrac{5}{3}$.　--2 分

（2）∵点 D 为函数 $y=2x-4$（其中 $x<2$）的图象上的点,

设点 D 坐标为（x，$2x-4$）（$x<2$）.

分以下两种情况:

①当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时，如图①所示，作投影矩形 $OMNC$.

∵OC≥OM,

∴$k=\dfrac{OC}{OM}=\dfrac{4}{OM}=\dfrac{4}{-(2x-4)}=2$.

解得 $x=1$.

∴ D（1，－2）.　--4 分

②当 $x<0$ 时，如图②所示，作投影矩形 $MDNC$.

∵点 D 坐标为（x，$2x-4$），点 M 点坐标为（x，0），

∴ $DM=|2x-4|=4-2x$，$MC=4-x$.

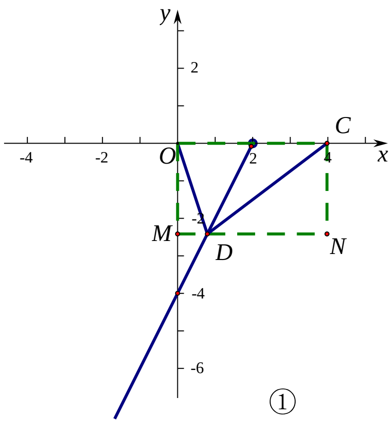
∵ $x<0$，

∴DM＞CM,

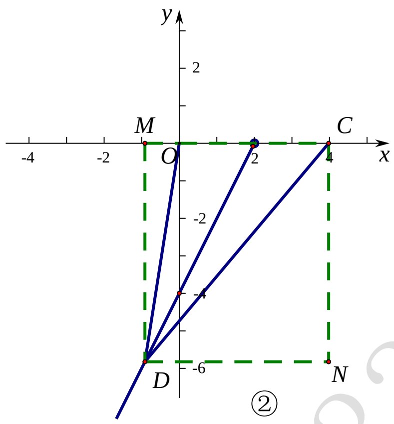
∴ $k=\dfrac{DM}{MC}=\dfrac{4-2x}{4-x}=2$，但此方程无解.

∴ 当 $x<0$ 时，满足条件的点 D 不存在.　--5 分

综上所述，点 D 的坐标为 D（1，－2）.



①



②

（3）答：$1 < m < 3$ 或 $m > 5$.　　--7 分

（注：每对一个给 1 分）