

北京师范大学亚太实验学校

2014~2015 学年第一学期期中考试

初二数学试卷

2014. 11

试卷说明: 本次考试满分 100+10 分, 考试时间 100 分钟。

装 一. 精心选一选 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下面所给的交通标志图中是轴对称图形的是 . ()



A



B



C



D

2. 若分式 $\frac{x-2}{2x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值为.

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

3. 如图 (1), 在 $\angle AOB$ 的两边上截取 $AO=BO$, $OC=OD$, 连接 AD 、 BC 交于点 P , 连接 OP , 则图中全等三角形共有. ().

A. 2 对

B. 3 对

C. 4 对

D. 5 对

4. 如图 (2), $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, $AC=7\text{cm}$, $AB=5\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 则 AD 的长是

A. 5cm

B. 6cm

C. 7cm

D. 8cm

5. 和三角形三个顶点的距离相等的点是 . ()

A. 三条角平分线的交点

B. 三边中线的交点

C. 三边上高所在直线的交点

D. 三边的垂直平分线的交点

6. 计算 $(-\frac{2a}{b})^3$ 的结果是.

A. $-\frac{2a^3}{b^3}$

B. $-\frac{6a^3}{b^3}$

C. $-\frac{8a^3}{b^3}$

D. $\frac{8a^3}{b^3}$

7. 点 $M(1, 2)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为 . ().

A. $(1, -2)$

B. $(-1, 2)$

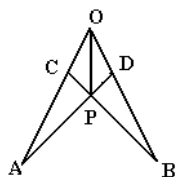
C. $(-1, -2)$

D. $(2, -1)$

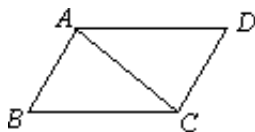
8. 如图(3), 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AC 、 BC 上的点,

若 $\triangle ADB \cong \triangle EDB \cong \triangle EDC$ ，则 $\angle C$ 的度数为。 ()

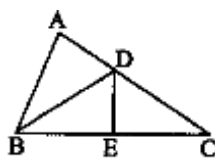
- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°



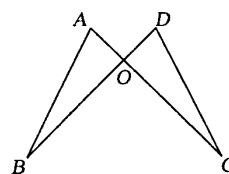
(1)



(2)



(3)

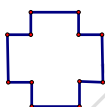
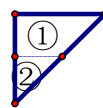
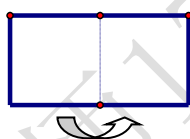
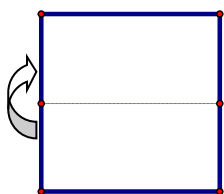


(4)

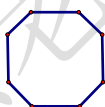
9. 如图(4)，AC 与 BD 交于 O 点，若 $OA=OD$ ，用“SAS”证明 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ ，还需条件为。 ()

- A. $AB=DC$ B. $OB=OC$ C. $\angle A=\angle D$ D. $\angle AOB=\angle DOC$

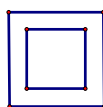
10. 把一个正方形纸片折叠三次后沿虚线剪断①②两部分，则展开①后得到的是 ()



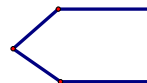
A.



B.



C.



D.

二. 耐心填一填 (每小题 2 分, 共 20 分)

11. 当 m _____ 时, $(3-m)^0=1$.

12. 自从扫描隧道显微镜发明后, 世界上便诞生了一门新学科, 这就是“纳米技术”, 已知 52 个纳米的长度为 0.000000052 米, 用科学记数法表示这个数为 _____ 米.

13. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义.

14. 若 $a^2-b^2=\frac{1}{4}$, $a-b=\frac{1}{2}$, 则 $a+b$ 的值为 _____.

15. 若分式 $\frac{|a|-2}{(a-2)(a+3)}$ 的值为 0, 则 $a=$ _____.

16. (八四班 李相辰) 已知, $ax=by=cz=1$, 则

错误!未找到引用源。 =_____.

17. 如图(4), 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$,

$AC=8\text{cm}$, $CD=5\text{cm}$, 那么 D 点到直线 BC 的距离是_____ cm .

18. 对于实数 a 、 b , 定义一种运算 “ \otimes ” 为: $a \otimes b = \frac{(a-1)^2}{a} - ab$. 有下列命题:

① $1 \otimes (-3) = 3$;

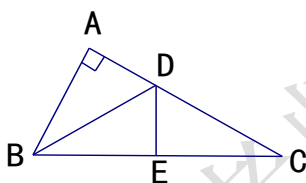
② $a \otimes b = b \otimes a$;

③ 方程 $(x - \frac{1}{2}) \otimes 1 = 0$ 的解为 $x = \frac{1}{2}$;

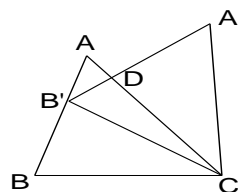
④ 若方程 $y = (-2) \otimes x$, $A(-1, m)$, $B(3, n)$ 对应点的坐标是方程的解, 则 $m < n$. 其中正确命题的序号是_____. (把所有正确命题的序号都填上).

19. 如图(5), 把 $\triangle ABC$ 绕 C 点顺时针旋转 30° , 得到 $\triangle A'B'C$,

$A'B'$ 交 AC 于点 D , 若 $\angle A'DC = 80^\circ$, 则 $\angle A =$ _____ $^\circ$.

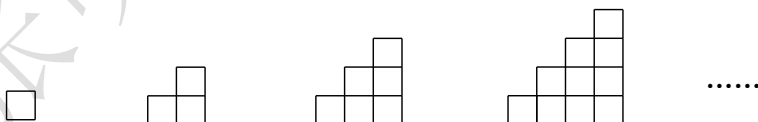


(4)



(5)

20. 下列图案均是用长度相同的小木棒按一定的规律拼搭而成: 拼搭第 1 个图案需 4 根小木棒, 拼搭第 2 个图案需 10 根小木棒, 拼搭第 3 个图案需 18 根小木棒, …… , 依此规律, 拼搭第 8 个图案需_____根小木棒.



第 1 个

第 2 个

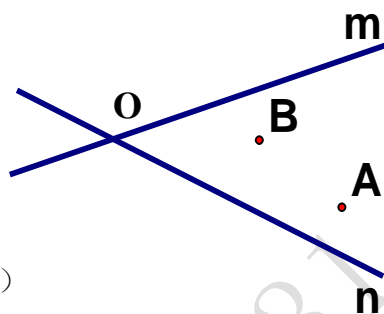
第 3 个

第 4 个

.....

三、作图题：

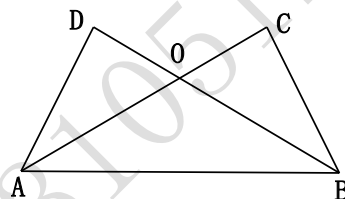
21（本小题满分 4 分）要在两个城镇 A、B 的附近修建一个加油站。如图，按设计要求，加油站到两个城镇 A、B 的距离必须相等，到两条高速公路 m 和 n 的距离也必须相等，加油站应修建在什么位置？（尺规作图，不写画法，保留作图痕迹）



四、解答题(46 分)

22. （本小题满分 4 分）已知：如图， $AD = BC$ ， $\angle D = \angle C$ 。

求证： $OD = OC$ 。



23. 把下列各式因式分解（本小题满分 12 分）

(1) $ax^2 - 2axy + ay^2$

(2) $x^2 - x - 12$

解：

解：

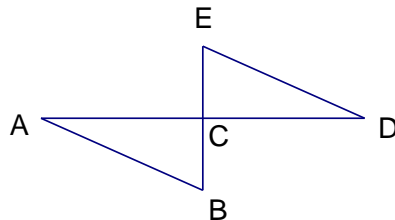
(3) $a^3 - 2a^2b + ab^2$

(4) $m^2(p-q) - p + q$

解：

解：

24、（本小题满分 5 分）如图， $AD \perp BE$ 于点 C ，点 C 是 BE 的中点， $AB=DE$ ，
求证： $AB \parallel DE$



25.（本小题满分 5 分）

计算： $\frac{m+n}{m-n} + \frac{2m}{n-m}$

26.（本小题满分 5 分）

解方程： $\frac{x+1}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$

27.（本小题满分 5 分）

先化简，后求值： $(1 - \frac{2}{x}) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$ ，其中 $x = -3$.

28. (本小题满分 5 分)

为了提高产品的附加值, 某公司计划将研发生产的 1200 件新产品进行精加工后再投放市场. 现有甲、乙两个工厂都具备加工能力, 公司派出相关人员分别到这两间工厂了解情况, 获得如下信息:

信息一: 甲工厂单独加工完成这批产品比乙工厂单独加工完成这批产品多用 10 天;

信息二: 乙工厂每天加工的数量是甲工厂每天加工数量的 1.5 倍. 根据以上信息, 求甲、乙两个工厂每天分别能加工多少件新产品?

29. (本小题满分 5 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是直线 BC 上一点 (不与 B 、 C 重合), 以 AD 为一边在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$, 使 $AD = AE$, $\angle DAE = \angle BAC$, 连接 CE .

(1) 如图 1, 当点 D 在线段 BC 上, 如果 $\angle BAC = 90^\circ$, 则 $\angle BCE =$ _____ $^\circ$;

(2) 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCE = \beta$.

①如图 2, 当点 D 在线段 BC 上移动, 则 α 与 β 有怎样的数量关系? 请说明理由;

②当点 D 在直线 BC 上移动, 则 α 与 β 有怎样的数量关系? 请直接写出你的结论.

解: (1) $\angle BCE =$ _____ $^\circ$;

(2)

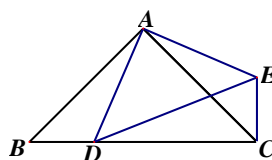


图 1

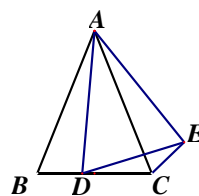
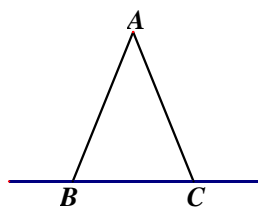
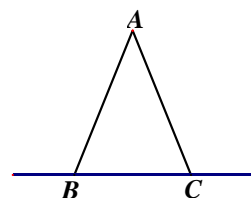


图 2



备用图

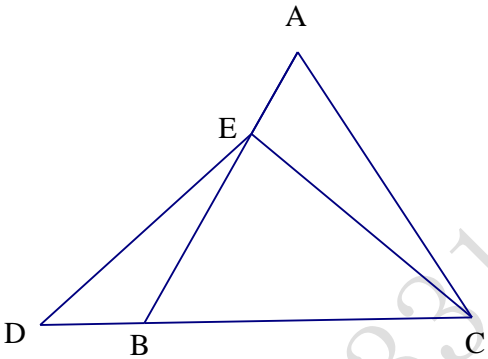


备用图

附加题 (10 分) (友情提示: 三边相等, 三个内角相等的三角形称等边三角形)

数学课上，李老师出示了如下框中的题目.

在等边三角形 ABC 中，点 E 在 AB 上，点 D 在 CB 的延长线上，且 $ED=EC$ ，如图. 试确定线段 AE 与 DB 的大小关系，并说明理由.



小敏与同桌小聪讨论后，进行了如下解答：

(1) 特殊情况•探索结论

当点 E 为 AB 的中点时，如图 1，确定线段 AE 与 DB 大小关系. 请你直接写出结论： AE DB (填“ $>$ ”，“ $<$ ”或“ $=$ ”).

(2) 特例启发，解答题目

解：题目中， AE 与 DB 的大小关系是： AE DB (填“ $>$ ”，“ $<$ ”或“ $=$ ”). 理由如下：
如图 2，过点 E 作 $EF \parallel BC$ ，交 AC 于点 F ，(请你完成以下解答过程)

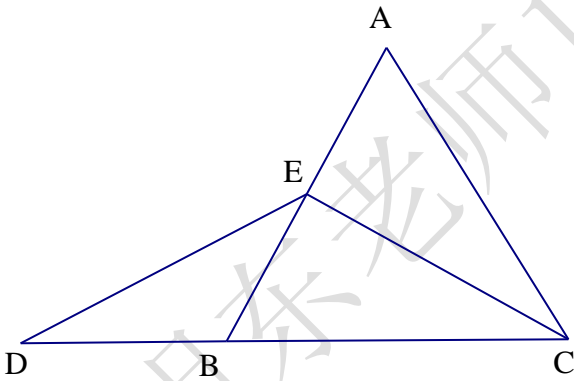


图 1

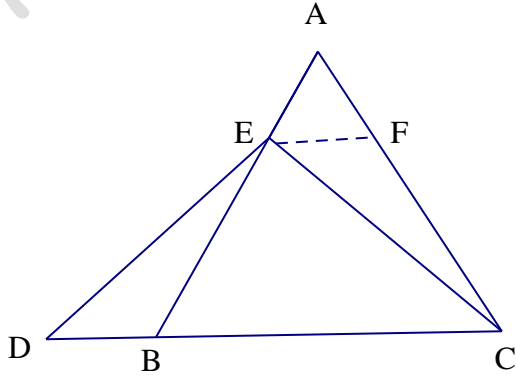


图 2

(3) 拓展结论，设计新题

在等边三角形 ABC 中，点 E 在直线 AB 上，点 D 在直线 BC 上，且 $ED=EC$. 若 $\triangle ABC$ 的边长为 1， $AE=2$ ，求 CD 的长 (请你直接写出结果).

已知：如图， D 为线段 AB 上一点（不与点 A 、 B 重合）， $CD \perp AB$ ，且 $CD=AB$ ， $AE \perp AB$ ， $BF \perp AB$ ，且 $AE=BD$ ， $BF=AD$ 。

- (1) 如图 1，当点 D 恰是 AB 的中点时，请你猜想并证明 $\angle ACE$ 与 $\angle BCF$ 的数量关系；
- (2) 如图 2，当点 D 不是 AB 的中点时，你在 (1) 中所得的结论是否发生变化，写出你的猜想并证明；
- (3) 若 $\angle ACB = \alpha$ ，直接写出 $\angle ECF$ 的度数（用含 α 的式子表示）。

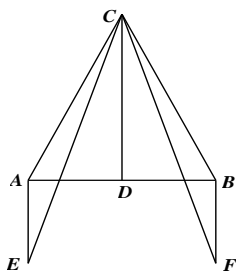


图 1

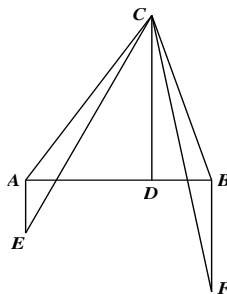


图 2

初二数学试题参考答案及评分标准

一、选择题（共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	C	D	A	C	A	D	B	C

二、填空题（共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）.

11. $m \neq 3$

12. 5.2×10^{-8}

13. $x \neq 2$

14. $\frac{1}{2}$

15. -2

16. 3

17. 3 cm

18. (1)、(4)

19. 70

20. 88

三、解答题（共 50 分）

21

如图，连接 AB，作线段 AB 的中垂线.....2 分；

作角分线 OP.....3 分；

作图结论.....4 分；

22.

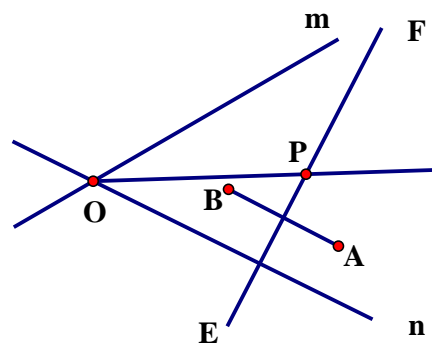
证明：

在错误!未找到引用源。与错误!未找到引用源。中

$$\begin{cases} \angle DOA = \angle COA \\ \angle D = \angle C \\ AD = BC \end{cases}$$

错误!未找到引用源。(AAS).....3 分

$\therefore OD = OC$ 4 分



23. (1) $ax(x-2y+1)$

(2). $(x-4)(x+3)$

(3). $a(a-b)^2$

(4) $(p-q)(m+1)(m-1)$

24、如图， $AD \perp BE$ 于点 C ，点 C 是 BE 的中点， $AB=DE$ ，求证： $AB \parallel DE$

证明： $\because AD \perp BE$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle DCE = 90^\circ \quad \dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\because C$ 是 BE 的中点，

$$\therefore BC = EC, \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

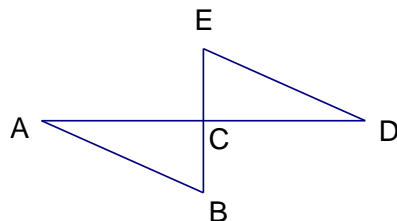
在 $Rt\triangle ACB$ 和 $Rt\triangle DCE$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ BC = EC \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle ACB \cong Rt\triangle DCE (HL) \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle B = \angle E \text{ (全等三角形的对应角相等)} \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AB \parallel DE \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$



25. 解：.原式 = $\frac{m+n}{m-n} - \frac{2m}{m-n}$

$$= \frac{m+n-2m}{m-n} \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= \frac{n-m}{m-n} \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= -1 \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

26.

解：去分母，得 $x(x+1) - 3(x-1) = x(x-1) \quad \dots\dots 1 \text{ 分}$

去括号，得 $x^2 + x - 3x + 3 = x^2 - x$

移项，得 $x^2 + x - 3x - x^2 + x = -3 \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$

$$-x = -3$$

$$x = 3 \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

经检验： $x = 3$ 是原方程的根. $\dots\dots 5 \text{ 分}$

27. 先化简，后求值： $(1 - \frac{2}{x}) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$ ，其中 $x = -3$

解: $(1 - \frac{2}{x}) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

$= (\frac{x}{x} - \frac{2}{x}) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$ 1 分

$= \frac{x-2}{x} \div \frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)}$ 2 分

$= \frac{x-2}{x} \div \frac{x-2}{x+2}$

$= \frac{x-2}{x} \cdot \frac{x+2}{x-2} = \frac{x+2}{x}$ 4 分

将 $x = -3$ 代入上式, 可得: 原式 $= \frac{-3+2}{-3} = \frac{1}{3}$ 5 分

28. 解: 设甲工厂每天能加工 x 件新产品, 则乙工厂每天能加工 $1.5x$ 件新产品. ... 1 分

据题意: $\frac{1200}{x} = \frac{1200}{1.5x} + 10$ 3 分

解得: $x = 40$

经检验: $x = 40$ 是原方程的解. 4 分

所以 $1.5x = 60$

答: 甲工厂每天能加工 40 件新产品, 乙工厂每天能加工 60 件新产品 5 分

29、

(1) 90

(2) ① 答: $\alpha + \beta = 180^\circ$ 2 分

证明： $\because \angle BAC = \angle DAE$

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$$

即 $\angle BAD = \angle CAE$

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases} BA = CA \\ \angle BAD = \angle CAE \\ DA = EA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$$

$$\therefore \angle B = \angle ACE$$

\because 在 $\triangle ABC$ 中，

$$\angle BAC + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\therefore \alpha + \angle ACE + \angle ACB = 180^\circ$$

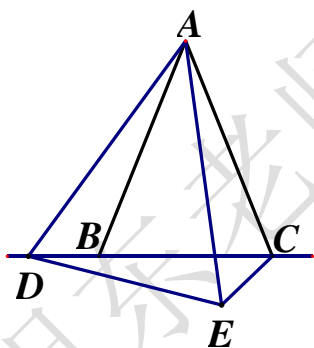
$$\alpha + \angle BCE = 180^\circ$$

$$\text{即 } \alpha + \beta = 180^\circ$$

.....3 分

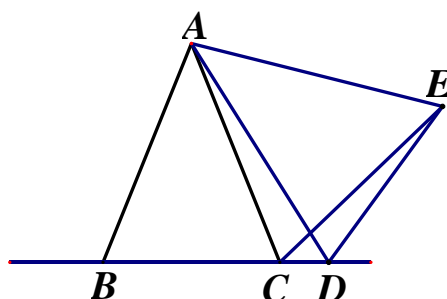
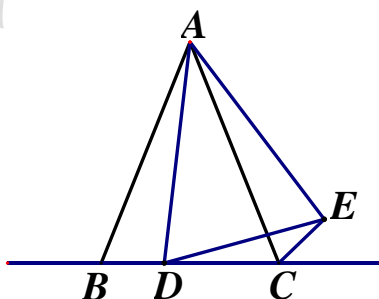
②1) 当 D 在 B 点左侧时， $\alpha = \beta$

.....4 分



2) 当 D 在 B 点右侧时， $\alpha + \beta = 180^\circ$

.....5 分



附加题

(1) 故答案为: =. (2) 故答案为: =..... 4 分

证明: 在等边 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=\angle ACB=\angle BAC=60^\circ$, $AB=BC=AC$,

$\because EF \parallel BC$, $\therefore \angle AEF=\angle AFE=60^\circ=\angle BAC$, $\therefore AE=AF=EF$, $\therefore AB-AE=AC-AF$, 即 $BE=CF$,

$\because \angle ABC=\angle EDB+\angle BED=60^\circ$, $\angle ACB=\angle ECB+\angle FCE=60^\circ$, $\because ED=EC$, $\therefore \angle EDB=\angle ECB$,

$\therefore \angle BED=\angle FCE$, $\therefore \triangle DBE \cong \triangle EFC$, $\therefore DB=EF$, $\therefore AE=BD$ 8 分

(3) 答: CD 的长是 1 或 3 10 分

自学能力

解: (1) 猜想: $\angle ACE=\angle BCF$ 1 分.

证明: $\because D$ 是 AB 中点, $\therefore AD=BD$,

又 $\because AE=BD$, $BF=AD$,

$\therefore AE=BF$.

$\because CD \perp AB$, $AD=BD$,

$\therefore CA=CB$.

$\therefore \angle 1=\angle 2$.

$\because AE \perp AB$, $BF \perp AB$,

$\therefore \angle 3=\angle 4=90^\circ$.

$\therefore \angle 1+\angle 3=\angle 2+\angle 4$.

即 $\angle CAE=\angle CBF$.

$\therefore \triangle CAE \cong \triangle CBF$.

$\therefore \angle ACE=\angle BCF$. 3 分

(2) $\angle ACE=\angle BCF$ 仍然成立.

证明: 连结 BE 、 AF .

$\because CD \perp AB$, $AE \perp AB$,

$\therefore \angle CDB=\angle BAE=90^\circ$.

又 $\because BD=AE$, $CD=AB$,

$\triangle CDB \cong \triangle BAE$3 分

$\therefore CB=BE$, $\angle BCD=\angle EBA$.

在 $Rt\triangle CDB$ 中, $\because \angle CDB=90^\circ$,

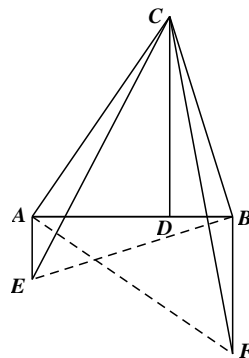
$\therefore \angle BCD+\angle CBD=90^\circ$.

$\therefore \angle EBA+\angle CBD=90^\circ$.

即 $\angle CBE=90^\circ$.

$\therefore \triangle BCE$ 是等腰直角三角形.

$\therefore \angle BCE=45^\circ$.



同理可证：△ACF 是等腰直角三角形.

$$\therefore \angle ACF = 45^\circ . .$$

$$\therefore \angle ACF = \angle BCE . .$$

$$\therefore \angle ACF - \angle ECF = \angle BCE - \angle ECF .$$

$$\text{即 } \angle ACE = \angle BCF .$$

.....

6 分

$$\therefore (3) \angle ECF \text{ 的度数为 } 90^\circ - \alpha .$$

.....

8 分