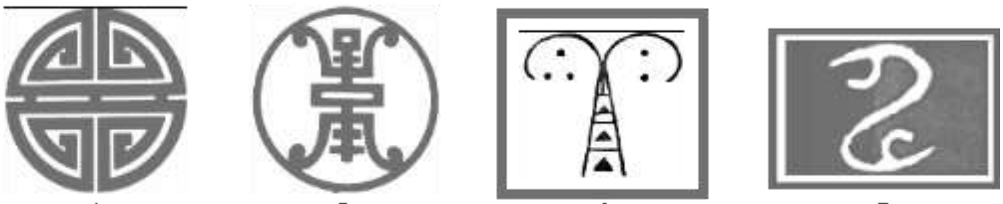
2014-2015 学年北京市初二下学期数学学习能力检测练习（一）

2015.05.14

满分：71 分，时间：80 分钟.

一、选择题(本题共 12 分，每小题 3 分)下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

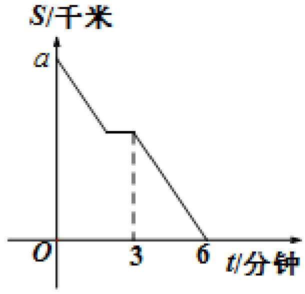
1．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　）



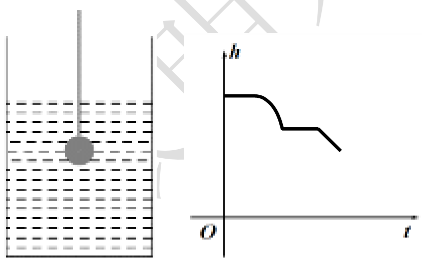
A　　B　　C　　D

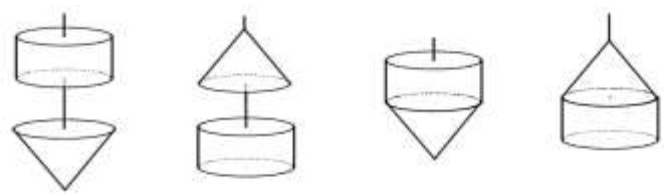
2．在平面直角坐标系 xOy 中，第一象限内的点 P 在反比例函数的图象上，如果点 P 的纵坐标是 3，OP=5，那么该函数的表达式为（　）A. $y=\frac{12}{x}$　　B. $y=-\frac{12}{x}$　　C. $y=\frac{15}{x}$　　D. $y=-\frac{15}{x}$

3、甲骑车到乙家研讨数学问题，中途因等候红灯停止了一分钟，之后又骑行了 1.2 千米到达了乙家．若甲骑行的速度始终不变，从出发开始计时，剩余的路程 S（单位：千米）与时间 t（单位：分钟）的函数关系的图象如图所示，则图中 a 等于（　）A．1.2　　B．2　　C．2.4　　D．6



4、小明在书上看到了一个实验：如右图，一个盛了水的圆柱形容器内，有一个顶端拴了一根细绳的实心铁球，将铁球从水面下沿竖直方向慢慢地匀速向上拉动.小明将此实验进行了改进，他把实心铁球换成了材质相同的别的物体，记录实验时间 t 以及容器内水面的高度 h，并画出表示 h 与 t 的函数关系的大致图象.如左下图所示.小明选择的物体可能是（　）



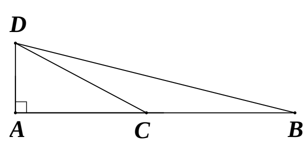


A　　B　　C　　D

二、填空题(本题共 15 分，每小题 3 分)

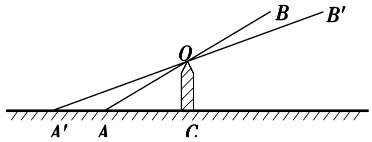
5、写出一个函数 $y=kx$（$k\neq 0$），使它的图象与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象有公共点，这个函数的解析式为___________.

6、如图，点 C 为线段 AB 上一点，将线段 CB 绕点 C 旋转，得到线段 CD，



若 $DA\perp AB$，$AD=1$，$BD=\sqrt{17}$，则 BC 的长为__________.

7．如图是跷跷板的示意图，立柱 OC 与地面垂直，以 O 为横板 AB 的中点，AB 绕点 O 上下转动，横板 AB 的 B 端最大高度 h 是否会随横板长度的变化而变化呢？一位同学做了如下研究：他先设 AB=2 m，OC=0.5 m，通过计算得到此时的 h_1，再将横板 AB 换成横板 $A'B'$，O 为横板 $A'B'$的中点，且 $A'B'$=3m，此时 B'点的最大高度为 h_2，由此得到 h_1 与 h_2 的大小关系是：h_1______ h_2（填“＞”、“＝”或“＜”）．可进一步得出，h 随横板的长度的变化而______（填“不变”或“改变”）

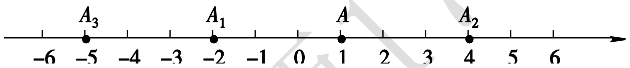


8、在研究了平行四边形的相关内容后，老师提出这样一个问题：

“四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，请添加一个条件，使得四边形 $ABCD$ 是平行四边形”．经过思考，小明说“添加 $AD=BC$”，小红说“添加 $AB=DC$”．你同意___________的观点，

理由是____.

9、如图，数轴上，点 A 的初始位置表示的数为 1，现点 A 做如下移动：第 1 次点 A 向左移动 3 个单位长度至点 A_1，第 2 次从点 A_1 向右移动 6 个单位长度至点 A_2，第 3 次从点 A_2 向左移动 9 个单位长度至点 A_3，…，按照这种移动方式进行下去，点 A_4 表示的数是_______，如果点 A_n 与原点的距离不小于 20，那么 n 的最小值是_______.



三、解答题（每小题 5 分，共 25 分）

10、已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-2(m-1)x-m(m+2)=0$.

（1）求证：此方程总有两个不相等的实数根；

（2）若 $x=-2$ 是此方程的一个根，求实数 m 的值.

11、已知关于 x 的方程 $kx^2-x-\dfrac{2}{k}=0\ \ (k\neq 0)$.

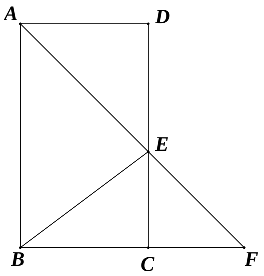
（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程的两个实数根都是整数，求整数 k 的值.

12、如图，在▱*ABCD* 中，∠*BAD* 的平分线交 *CD* 于点 *E*，交 *BC* 的延长线于点 *F*，连接 *BE*，∠*F*=45°．

（1）求证：四边形 *ABCD* 是矩形；

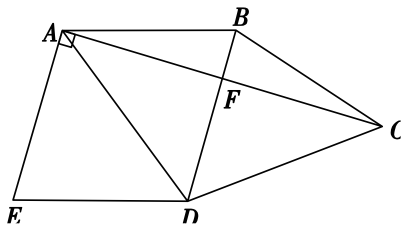
（2）若 *AB*=14，*DE*=8，求 *EB* 的长．



13、如图，四边形 *ABCD* 中，*BD* 垂直平分 *AC*，垂足为点 *F*，*E* 为四边形 *ABCD* 外一点，且∠*ADE*=∠*BAD*，*AE*⊥*AC*．

（1）求证：四边形 *ABDE* 是平行四边形；

（2）如果 *DA* 平分∠*BDE*，*AB*=5，*AD*=6，求 *AC* 的长．



\

14、阅读下面材料：

小明遇到这样一个问题：如图 1，在△*ABC* 中，*DE*∥*BC* 分别交 *AB* 于 *D*，交 *AC* 于 *E*．已知 *CD*⊥*BE*，*CD*=3，*BE*=5，求 *BC*+*DE* 的值．

小明发现，过点 *E* 作 *EF*∥*DC*，交 *BC* 延长线于点 *F*，构造△*BEF*，经过推理和计算能够使问题得到解决（如图 2）．

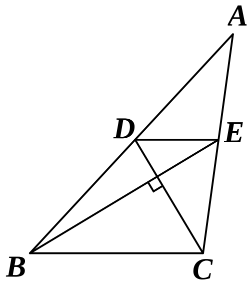


图 1

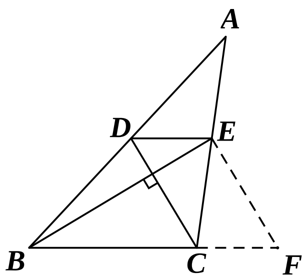


图 2

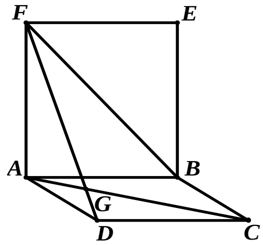


图 3

请回答：$BC+DE$ 的值为_______.

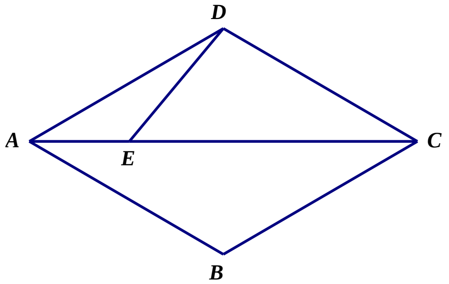
参考小明思考问题的方法，解决问题：

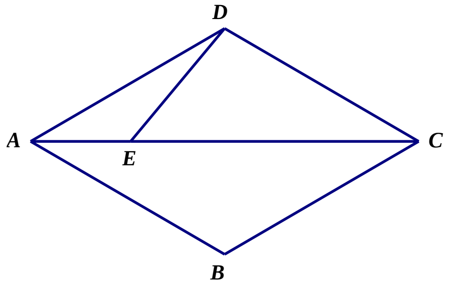
如图 3，已知▱$ABCD$ 和矩形 $ABEF$，AC 与 DF 交于点 G，$AC=BF=DF$，求$\angle AGF$ 的度数.

四、解答题(本题共 19 分，第 15 题 7 分，第 16 题 7 分，第 17 题 5 分)

15、在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=120°$，点 E 是对角线 AC 上一点，连接 DE，$\angle DEC=50°$，将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转 $50°$ 并延长得到射线 BF，交 ED 的延长线于点 G.

（1）依题意补全图形；





备用图

（2）求证：$EG=BC$；

（3）用等式表示线段 AE，EG，BG 之间的数量关系：______________________________.

16、给出如下规定：两个图形 $\mathbf{G}_1$ 和 $\mathbf{G}_2$，点 P 为 $\mathbf{G}_1$ 上任一点，点 Q 为 $\mathbf{G}_2$ 上任一点，如果线段 PQ 的长度存在最小值，就称该最小值为**两个图形 $\mathbf{G}_1$ 和 $\mathbf{G}_2$ 之间的距离**.

在平面直角坐标系 xOy 中，O 为坐标原点.

（1）点 A 的坐标为 $A(1,0)$，则点 $B(2,3)$ 和射线 OA 之间的距离为________，点 $C(-2,3)$ 和射线 OA 之

间的距离为________；

（2）如果直线 y=x 和双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 之间的距离为 $\sqrt{2}$ ，那么 k=______；（可在图 1 中进行研究）

（3）点 E 的坐标为$(1,\sqrt{3})$，将射线 OE 绕原点 O 逆时针旋转 60°，得到射线 OF，在坐标平面内所有和射线 OE，OF 之间的距离相等的点所组成的图形记为图形 **M**.

请在图 2 中画出图形 **M**，并描述图形 **M** 的组成部分；（若涉及平面中某个区域时可以用阴影表示）

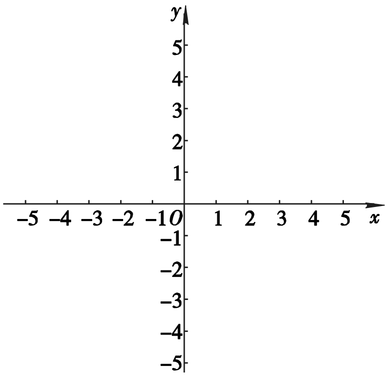


图1

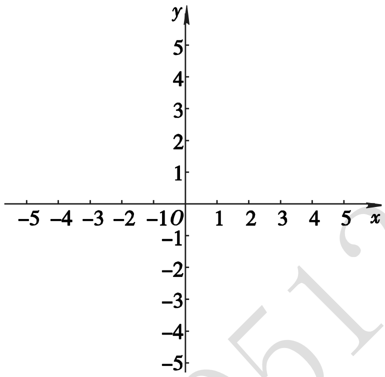


图2

17、在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(a,b)$ 和点 $Q(a,b')$ ，给出如下定义：

若 $b'=\begin{cases}b, a\geqslant 1\\ -b, a<1\end{cases}$ ，则称点 Q 为点 P 的限变点．例如：点 $\left(2,3\right)$ 的限变点的坐标是 $\left(2,3\right)$，点 $\left(-2,5\right)$ 的限变

点的坐标是$\left(-2,-5\right)$.

（1）①点$\left(\sqrt{3},1\right)$的限变点的坐标是___________；

②在点$A\left(-2,-1\right)$，$B\left(-1,2\right)$中有一个点是函数$y=\dfrac{2}{x}$图象上某一个点的限变点，这个点是_______；

（2）若点P在函数$y=-x+3(-2\leqslant x\leqslant k,k>-2)$的图象上，其限变点$Q$的纵坐标$b'$的取值范围是$-5\leqslant b'\leqslant 2$，求$k$的取值范围.

参考答案

1、A；

2、A；

3、B；

4、B；

5、$y=kx(k>0)$；答案不唯一，如，$y=x$；

6、$\frac{17}{8}$；

7、=；不变；

8、小明；一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；

9、7；13；

10、（1）证明：　$\Delta=\left[-2(m-1)\right]^2+4m(m+2)$

$=4m^2-8m+4+4m^2+8m$

$=8m^2+4$．……………………………………………………………………1 分

∵ $8m^2\geqslant 0$，

∴ $8m^2+4>0$．……………………………………………………………………2 分

∴ 方程总有两个不相等的实数根．………………………………………… 3 分

（2）解：∵ $x=-2$ 是此方程的一个根，

∴ $(-2)^2-2\times(-2)(m-1)-m(m+2)=0$．

整理得 $m^2-2m=0$．

解得 $m_1=0$，$m_2=2$．………………………………………………………… 5 分

11、（1）证明：∵ $k\neq 0$，

∴ $kx^2-x-\frac{2}{k}=0$ 是关于 x 的一元二次方程．

∵ $\Delta=(-1)^2-4k(-\frac{2}{k})$ ……………………………………………………1 分

$=9>0$．

∴方程总有两个不相等的实数根．………………………………………2 分

（2）解：由求根公式，得

$x=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2k}$．

∴ $x_1=\frac{2}{k},x_2=-\frac{1}{k}$．……………………………………………………………4 分

∵方程的两个实数根都是整数，且 k 是整数，

∴ $k=-1$ 或 $k=1$．……………………………………………………………5 分

12、（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD // BC$.

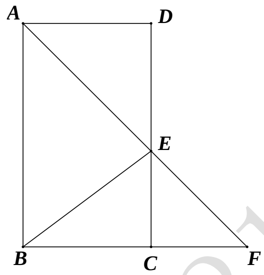
$\therefore \angle DAF = \angle F$.

$\because \angle F = 45°$,

$\therefore \angle DAE = 45°$. ……………………………………………1 分

∵ AF 是 $\angle BAD$ 的平分线，

$\therefore \angle EAB = \angle DAE = 45^\circ$.



$\therefore \angle DAB = 90^\circ$.

又∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形.　…………………………2 分

13、（1）证明：∵ $\angle ADE = \angle BAD$，

∴ $AB // ED$. ……………………………………………………………………　1 分

∵ BD 垂直平分 AC，垂足为 F，

∴ $BD \perp AC$，$AF=FC$.

又∵ $AE \perp AC$，

∴ $\angle EAC = \angle DFC = 90°$.

∴ $AE // BD$.

∴ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形. ………………………………………………2 分

（2）解：过点 B 作 $BH \perp AE$ 于点 H，如图.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB=CD$，$AD=BC$，$\angle DCB=\angle D=90^\circ$.

∵$AB=14$，$DE=8$，

∴ $CE=6$. ……………………………………………………3 分

在 Rt△ADE 中，$\angle DAE=45^\circ$，

∴$\angle DEA=\angle DAE=45^\circ$.

∴ $AD=DE=8$.

∴ $BC=8$. ……………………………………………………4 分

在 Rt△BCE 中，由勾股定理得

$BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = 10$.　　…………………………………………………5 分

（2）解：如图 2，连接 BE 交 AD 于点 O.

∵ DA 平分 $\angle BDE$，

∴ $\angle ADE=\angle 1$.

又∵ $\angle ADE = \angle BAD$，

∴ $\angle 1=\angle BAD$.

∴ $AB=BD$. ………………………………………3 分

∴ ▱$ABDE$ 是菱形.

∵ $AB=5$，$AD=6$，

∴ $BD=AB=5$，$AD \perp BE$，$OA = \frac{1}{2}AD = 3$.

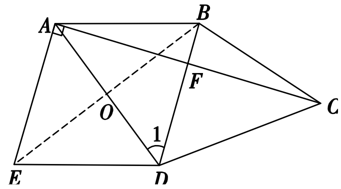


图 2

在 Rt△OAB 中，$OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=4$．

∵ $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AD\cdot OB=\frac{1}{2}BD\cdot AF$，

∴ $6\times 4=5AF$．

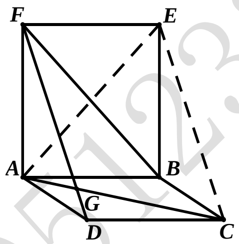
解得 $AF=4.8$． ……………………………4 分

∵ BD 垂直平分 AC，

∴ $AC=2AF=9.6$． ……………………5 分

14、 (本小题满分 5 分)

解：$BC+DE$ 的值为 $\sqrt{34}$． ……………………………………………………2 分



解决问题：

连接 AE，CE，如图．

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB\underline{/\!/}DC$．

∵四边形 $ABEF$ 是矩形，

∴$AB\underline{/\!/}FE$，$BF=AE$．

∴$DC\underline{/\!/}FE$．

∴四边形 $DCEF$ 是平行四边形． ………………………………………………3 分

∴ $CE\underline{/\!/}DF$．

∵$AC=BF=DF$，

∴$AC=AE=CE$．

∴△ACE 是等边三角形． ………………………………………………………4 分

∴∠ACE＝60°．

∵$CE/\!/DF$，

∴∠AGF＝∠ACE＝60°． ……………………………………………………5 分

15、解：（1）3，$\sqrt{13}$．（每空各 1 分）…………………………………………… 2 分

（2）-1． …………………………………………………………………… 4 分

（3）①如图 9，过点 O 分别作射线 OE、OF 的垂线 OG、OH，则**图形 M** 为：y 轴正半轴，∠GOH 的边及其内部的所有点（图中的阴影部分）． …………………… 7 分

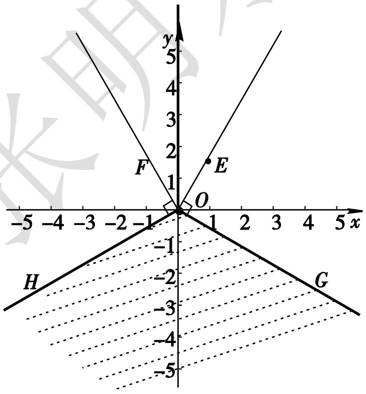


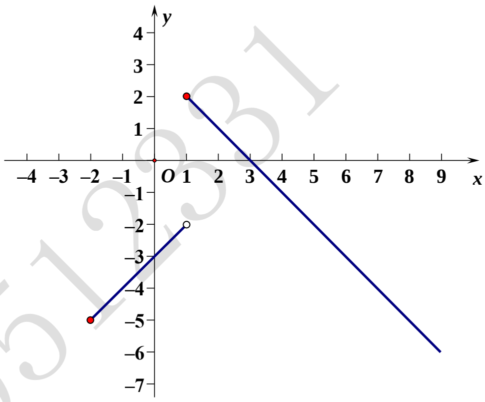
图 9

说明：（画图 2 分，描述 1 分）（**图形 M** 也可描述为：y 轴正半轴，直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 下方与直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 下方重叠的部分（含边界））

16、解：（1）① $(\sqrt{3},1)$；　……………………………………………………………1 分

② 点 B．　…………………………………………………………………2 分

（2）依题意，$y=-x+3(x\geqslant-2)$ 图象上的点 P 的限变点必在函数 $y=\begin{cases}-x+3, x\geqslant 1\\ x-3, -2\leqslant x<1\end{cases}$ 的图象上．



$\therefore b'\leqslant 2$，即当 $x=1$ 时，b' 取最大值 2．

当 $b'=-2$ 时，$-2=-x+3$．

$\therefore x=5$．　………………………………………3 分

当 $b'=-5$ 时，$-5=x-3$ 或 $-5=-x+3$．

$\therefore x=-2$ 或 $x=8$．　…………………………………4 分

$\because -5\leqslant b'\leqslant 2$，

由图象可知，k 的取值范围是 $5\leqslant k\leqslant 8$．

………………………………………………5 分