东城区 2017-2018 学年度第二学期初三年级统一测试（二）

数 学 试 卷　　　2018.5

学校____________班级____________姓名____________考号____________

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分.考试时间 120 分钟. 2．在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号. 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效. 4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答. 5．考试结束，将本试卷、答题卡一并交回.

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的

1. 长江经济带覆盖上海、江苏、浙江、安徽、江西、湖北、湖南、重庆、四川、云南、贵州等 11 省市，面积约 2 050 000 平方公里，约占全国面积的 21% .将 2 050 000 用科学记数法表示应为

A. 205 万　　B. 205×10^4　　C. 2.05×10^6　　D. 2.05×10^7

2. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=3x+1$ 的图象经过

A. 第一、二、三象限　　B. 第一、二、四象限

C. 第一、三、四象限　　D. 第二、三、四象限

3. 在圆锥、圆柱、球、正方体这四个几何体中，主视图不可能是多边形的是

A. 圆锥　　B. 圆柱　　C. 球　　D. 正方体

4. 七年级 1 班甲、乙两个小组的 14 名同学身高（单位：厘米）如下：

甲组	158	159	160	160	160	161	169
乙组	158	159	160	161	161	163	165

以下叙述错误的是

A. 甲组同学身高的众数是 160　　B. 乙组同学身高的中位数是 161

C. 甲组同学身高的平均数是 161　　D. 两组相比，乙组同学身高的方差大

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $P(3,4)$ 在⊙O 内，则⊙O 的半径 r 的取值范围是

A. $0<r<3$　　　　B. $r>4$　　　　C. $0<r<5$　　　　D. $r>5$

6. 如果$3a^2+5a-1=0$，那么代数式$5a(3a+2)-(3a+2)(3a-2)$的值是

A. 6　　　　B. 2　　　　C. - 2　　　　D. - 6

7. 在以下三个图形中，根据尺规作图的痕迹，能判断射线 AD 平分$\angle BAC$ 的是

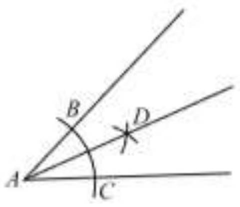


图1

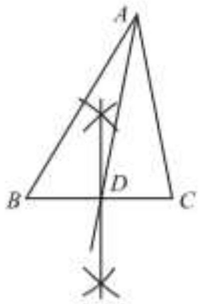


图2

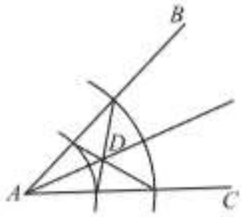


图3

A. 图 2　　　B. 图 1 与图 2　　　C. 图 1 与图 3　　　D. 图 2 与图 3

8. 有一圆形苗圃如图 1 所示，中间有两条交叉过道 AB，CD，它们为苗圃$\odot O$的直径，且 $AB\perp CD$. 入口 K 位于$\overset{\frown}{AD}$中点，园丁在苗圃圆周或两条交叉过道上匀速行进.设该园丁行进的时间为 x，与入口 K 的距离为 y，表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则该园丁行进的路线可能是

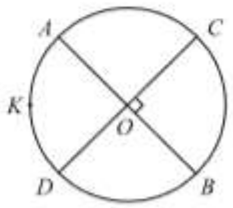


图 1

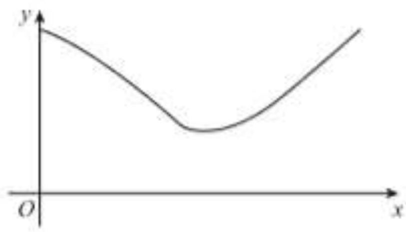


图 2

A. $A\to O\to D$　　B. $C\to A\to O\to B$　　C. $D\to O\to C$　　D. $O\to D\to B\to C$

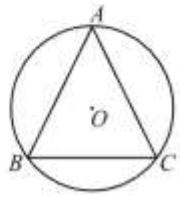
二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若分式$\dfrac{x}{x^2+2}$的值为正，则实数 x 的取值范围是__________________.

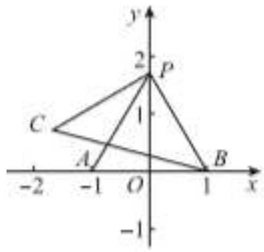
10. 在平面直角坐标系xOy中，点 P 到 x 轴的距离为 1，到 y 轴的距离为 2.写出一个符

合条件的点 P 的坐标________________.

11. 如图，在△ABC 中，AB=AC，BC=8. $\odot O$ 是△ABC 的外接圆，其半径为 5. 若点 A 在优弧 BC 上，则 $\tan\angle ABC$ 的值为____________.



第 11 题图

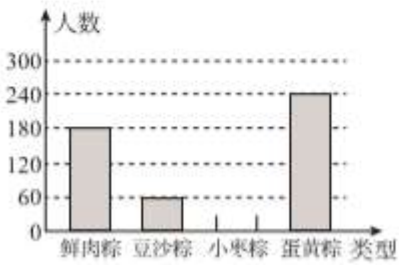


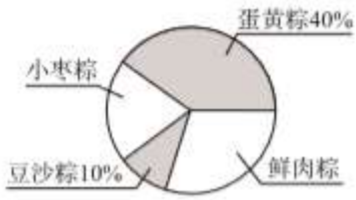
第 15 题图

12. 抛物线 $y=mx^2+2mx+1$（m 为非零实数）的顶点坐标为_____________.

13. 自 2008 年 9 月南水北调中线京石段应急供水工程通水以来，截至 2018 年 5 月 8 日 5 时 52 分，北京市累计接收河北四库来水和丹江口水库来水达 50 亿立方米. 已知丹江口水库来水量比河北四库来水量的 2 倍多 1.82 亿立方米，求河北四库来水量. 设河北四库来水量为 x 亿立方米，依题意，可列一元一次方程为_________ .

14. 每年农历五月初五为端午节，中国民间历来有端午节吃粽子、赛龙舟的习俗. 某班同学为了更好地了解某社区居民对鲜肉粽、豆沙粽、小枣粽、蛋黄粽的喜爱情况，对该社区居民进行了随机抽样调查，并将调查情况绘制成如下两幅统计图（尚不完整）.





分析图中信息，本次抽样调查中喜爱小枣粽的人数为 ____________ ；若该社区有 10 000 人，估计爱吃鲜肉粽的人数约为_________.

15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A，P 分别在 x 轴、 y 轴上，$\angle APO=30°$.

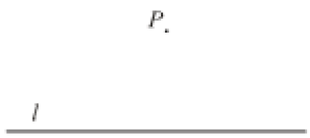
先将线段 PA 沿 y 轴翻折得到线段 PB，再将线段 PA 绕点 P 顺时针旋转 30° 得到线段 PC，连接 BC．若点 A 的坐标为 $\left(-1,0\right)$，则线段 BC 的长为____________.

16. 阅读下列材料：

数学课上老师布置一道作图题：

已知：直线 l 和 l 外一点 P.

求作：过点 P 的直线 m，使得 $m/\!/l$.



小东的作法如下：

作法：如图，

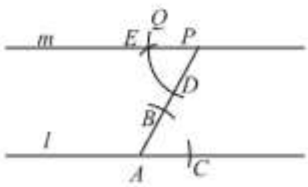
(1)在直线 l 上任取点 A，连接 PA；

(2)以点 A 为圆心，适当长为半径作弧，分别交线段 PA 于点 B，直线 l 于点 C；

(3)以点 P 为圆心，AB 长为半径作弧 DQ，交线段 PA 于点 D；

(4)以点 D 为圆心，BC 长为半径作弧，交弧 DQ 于点 E，作直线 PE.

所以直线 PE 就是所求作的直线 m.



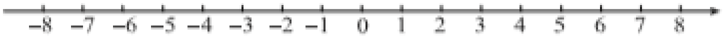
老师说：“小东的作法是正确的.”

请回答：小东的作图依据是____.

三、解答题(本题共 68 分，第 17-24 题，每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26-27，每小题 7 分，第 28 题 8 分)

17. 计算：$\left|-3\right|-2\sin 60^\circ+\left(-2\right)^3+\sqrt{12}$.

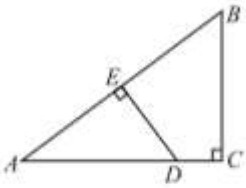
18. 解不等式 $1-\left(2-x\right)>\frac{4}{3}\left(x-2\right)$，并把它的解集表示在数轴上.



19. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，AB 的垂直平分线交 AC 于点 D，交 AB 于点 E.

(1)求证：$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$；

(2)当 $AC=8$，$BC=6$ 时，求 DE 的长.



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2-6x+1=0$ 有两个不相等的实数根.

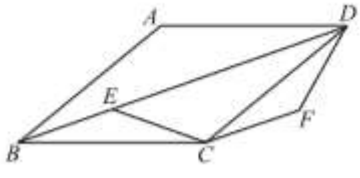
(1)求实数 k 的取值范围；

(2)写出满足条件的 k 的最大整数值，并求此时方程的根.

21．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=\alpha$，点 E 在对角线 BD 上. 将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转 α，得到 CF，连接 DF.

（1）求证：$BE=DF$；

（2）连接 AC， 若 $EB=EC$ ，求证：$AC\perp CF$.



22. 已知函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象与函数 $y=kx\left(k\neq 0\right)$ 的图

象交于点 $P(m,n)$.

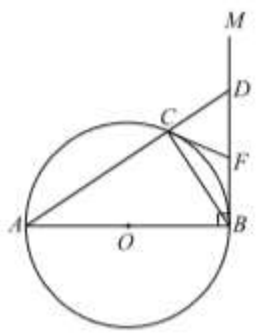
（1）若 $m=2n$，求 k 的值和点 P 的坐标；

（2）当 $|m|\leqslant|n|$ 时，结合函数图象，直接写出实数 k 的取值范围.

23． 如图，AB 为⊙O 的直径，直线 $BM\perp AB$ 于点 B.点 C 在⊙O 上，分别连接 BC，AC，且 AC 的延长线交 BM 于点 D.CF 为⊙O 的切线交 BM 于点 F.

（1）求证：$CF=DF$；

（2）连接 OF. 若 $AB=10$，$BC=6$，求线段 OF 的长.



24．十八大报告首次提出建设生态文明，建设美丽中国. 十九大报告再次明确，到 2035 年美丽中国目标基本实现.森林是人类生存发展的重要生态保障，提高森林的数量和质

量对生态文明建设非常关键 .截止到 2013 年，我国已经进行了八次森林资源清查，其中全国和北京的森林面积和森林覆盖率情况如下：

表 1　　全国森林面积和森林覆盖率

清查次数	一（1976 年）	二（1981 年）	三（1988 年）	四（1993 年）	五（1998 年）	六（2003 年）	七（2008 年）	八（2013 年）
森林面积（万公顷）	12200	11500	12500	13400	15894.09	17490.92	19545.22	20768.73
森林覆盖率	12.7%	12%	12.98%	13.92%	16.55%	18.21%	20.36%	21.63%

表 2　　北京森林面积和森林覆盖率

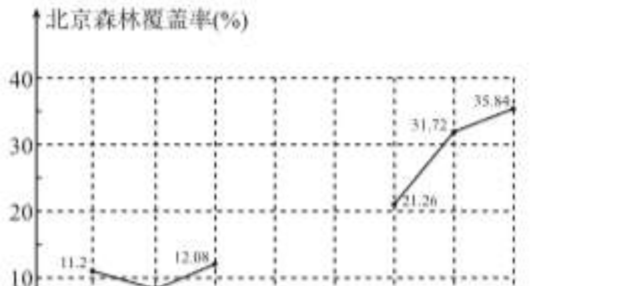
清查次数	一（1976 年）	二（1981 年）	三（1988 年）	四（1993 年）	五（1998 年）	六（2003 年）	七（2008 年）	八（2013 年）
森林面积（万公顷）					33.74	37.88	52.05	58.81
森林覆盖率	11.2%	8.1%	12.08%	14.99%	18.93%	21.26%	31.72%	35.84%

（以上数据来源于中国林业网）

请根据以上信息解答下列问题：

(1) 从第________次清查开始，北京的森林覆盖率超过全国的森林覆盖率；

(2) 补全以下北京森林覆盖率折线统计图，并在图中标明相应数据；



(3) 第八次清查的全国森林面积 20768.73（万公顷）记为 a，全国森林覆盖率 21.63%记为 b，到 2018 年第九次森林资源清查时，如果全国森林覆盖率达到 27.15%，那么全国森林

面积可以达到________万公顷（用含 a 和 b 的式子表示）.

25. 小强的妈妈想在自家的院子里用竹篱笆围一个面积为 4 平方米的矩形小花园，妈妈问九年级的小强至少需要几米长的竹篱笆（不考虑接缝）.

小强根据他学习函数的经验做了如下的探究. 下面是小强的探究过程，请补充完整：

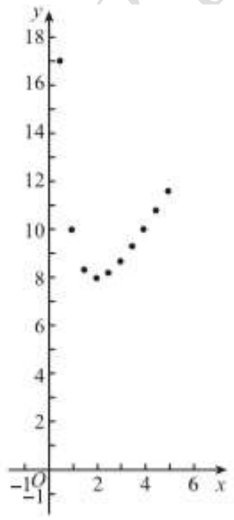
建立函数模型：

设矩形小花园的一边长为 x 米，篱笆长为 y 米.则 y 关于 x 的函数表达式为_______；

列表（相关数据保留一位小数）：

根据函数的表达式，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
y	17	10	8.3		8.2	8.7	9.3		10.8	11.6



描点、画函数图象：

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，

根据描出的点画出该函数的图象；

观察分析、得出结论：

根据以上信息可得，当 $x=$________时，y 有最小值.

由此，小强确定篱笆长至少为____________米.

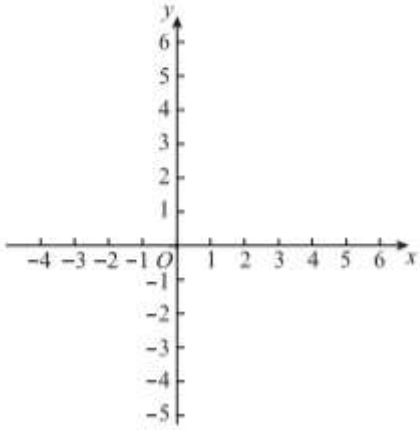
26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx-3\left(a\neq 0\right)$ 经过点 $A\left(-1,0\right)$ 和点

$B(4,5)$．

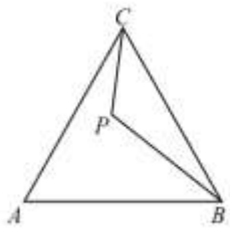
（1）求该抛物线的表达式；

（2）求直线 AB 关于 x 轴的对称直线的表达式；

（3）点 P 是 x 轴上的动点，过点 P 作垂直于 x 轴的直线 l，直线 l 与该抛物线交于点 M，与直线 AB 交于点 N．当 $PM<PN$ 时，求点 P 的横坐标 x_P 的取值范围．



27. 如图所示，点 P 位于等边△ABC 的内部，且∠ACP=∠CBP．



(1) ∠BPC 的度数为________°；

(2) 延长 BP 至点 D，使得 PD=PC，连接 AD，CD．

①依题意，补全图形；

②证明：AD+CD=BD；

(3) 在(2)的条件下，若 BD 的长为 2，求四边形 $ABCD$ 的面积．

28. 研究发现，抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 上的点到点 F(0，1)的距离与到直线 l：$y=-1$的距离相

等.如图 1 所示，若点 P 是抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 上任意一点，$PH\perp l$ 于点 H，则 $PF=PH$.

基于上述发现，对于平面直角坐标系 xOy 中的点 M，记点 M 到点 P 的距离与点 P 到点 F 的距离之和的最小值为 d，称 d 为点 M 关于抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的关联距离；当 $2\leqslant d\leqslant 4$ 时，称点 M 为抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的关联点.

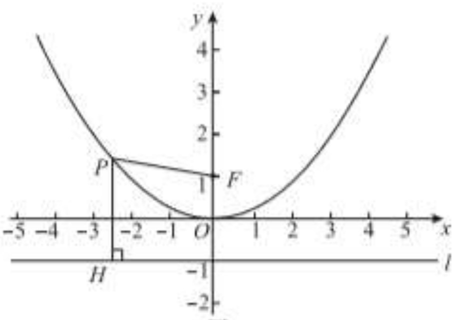


图 1

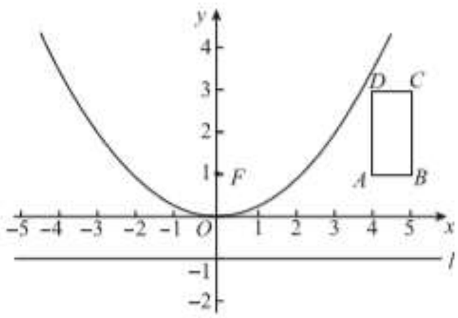


图 2

（1）在点 $M_1(2,0)$，$M_2(1,2)$，$M_3(4,5)$，$M_4(0,-4)$ 中，抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的关联点是

______ ；

（2）如图 2，在矩形 $ABCD$ 中，点 $A(t,1)$，点 $A(t+1,3)$ $C($ t.

①若 t=4，点 M 在矩形 $ABCD$ 上，求点 M 关于抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的关联距离 d 的取值范围；

②若矩形 $ABCD$ 上的所有点都是抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的关联点，则 t 的取值范围是__________.

数学试题卷参考答案及评分标准　2018.5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	C	D	D	A	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x>0$　**10.** $(2,1),(2,-1),(-2,1),(-2,-1)$（写出一个即可）　**11.** 2

12. $(-1,1-m)$　13. $x+(2x+1.82)=50$　**14.** 120 ；3 000　**15.** $2\sqrt{2}$

16. 三边分别相等的两个三角形全等；全等三角形的对应角相等；两点确定一条直线；

内错角相等两直线平行.

三、解答题（本题共 68 分，17-24 题，每题 5 分，第 25 题 6 分，26-27 题，每小题 7 分，第 28 题 8 分）

17. 解：原式$=3-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-8+2\sqrt{3}$ --4 分

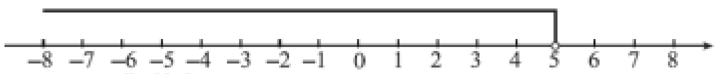
$=\sqrt{3}-5$ -- 5 分

18. 解：移项，得 $\frac{1}{3}(x-2)<1$，

去分母，得 $x-2<3$，

移项，得 $x<5$.

∴不等式组的解集为 $x<5$. --3 分



-----------------------------5 分

19. 证明：（1）∵ DE 垂直平分 AB，

∴ $\angle AED=90^\circ$.

∴ $\angle AED=\angle C$.

∵ $\angle A=\angle A$，

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$. --2 分

(2) Rt$\triangle ABC$ 中，$AC=8$，$BC=6$，

∴ $AB=10$.

∵ DE 平分 AB，

∴ $AE=5$.

∵ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

∴ $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AE}{AC}$.

∴ $\dfrac{DE}{6}=\dfrac{5}{8}$.

∴ $DE=\dfrac{15}{4}$. --5 分

20. 解：（1） 依题意，得$\begin{cases} k \neq 0, \\ \Delta=(-6)^2-4k>0, \end{cases}$

解得 $k<9$ 且 $k \neq 0$. --2 分

(2) ∵ k 是小于 9 的最大整数，

∴ $k=8$.

此时的方程为 $8x^2-6x+1=0$.

解得 $x_1=\dfrac{1}{2}$， $x_2=\dfrac{1}{4}$. --5 分

21． (1) 证明：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $BC=DC$， $\angle BAD=\angle BCD=\alpha$.

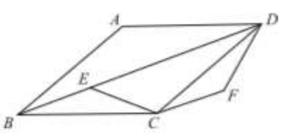
∵ $\angle ECF=\alpha$，

∴ $\angle BCD=\angle ECF$.

∴ $\angle BCE=\angle DCF$.

∵线段 CF 由线段 CE 绕点 C 顺时针旋转得到，

∴ $CE=CF$.



在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle DFC$ 中，

$$\begin{cases} BC=DC, \\ \angle BCE=\angle DCF, \\ CE=CF, \end{cases}$$

∴ $\triangle BEC \cong \triangle DFC(\text{SAS})$.

∴ $BE=DF$. --2 分

(2) 解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $\angle ACB=\angle ACD$， $AC\perp BD$.

∴ $\angle ACB+\angle EBC=90°$.

∵ $EB=EC$，

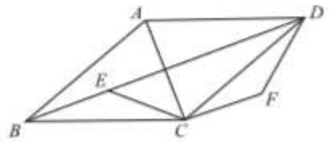
∴ $\angle EBC=\angle BCE$.

由（1）可知，

∵ $\angle EBC=\angle DCF$，

∴ $\angle DCF+\angle ACD=\angle EBC+\angle ACB=90°$.

∴ $\angle ACF=90°$.



∴ $AC\perp CF$. ---5 分

22. 解：（1） $k=\dfrac{1}{2}$， $P\left(\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，或 $P\left(-\sqrt{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$;---------------------------3 分

(2) $k\geqslant 1$.　　　---5 分

23. （1）证明：∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$.

∴ $\angle DCB=90°$.

∴ $\angle CDB+\angle FBC=90°$.

∵ AB 是⊙O 的直径， $MB\perp AB$，

∴MB 是⊙O 的切线.

∵ CF 是⊙O 的切线，

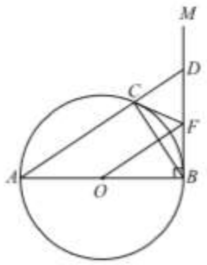
∴ $FC=FB$.

∴ $\angle FCB=\angle FBC$.

∵ $\angle FCB+\angle DCF=90°$ ，

∴ $\angle CDB=\angle DCF$.

∴ $CF=DF$.　---3 分



（2）由（1）可知，$\triangle ABC$ 是直角三角形，在 Rt$\triangle ABC$ 中， $AB=10$， $BC=6$，

根据勾股定理求得 $AC=8$.

在 Rt△ABC 和 Rt△ADB 中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle A,\\ \angle ACB=\angle ABD,\end{cases}$$

∴ Rt△ABC ∽ Rt△ADB .

$\therefore \dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AC}{AB}$.

$\therefore \dfrac{10}{AD}=\dfrac{8}{10}$.

$\therefore AD=\dfrac{25}{2}$.

由（1）知，

∵ $CF=DF$， $CF=BF$ ，

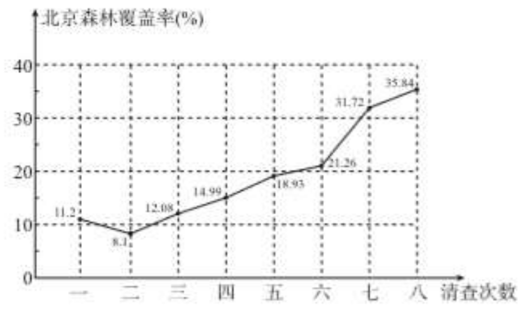
∴ $DF=BF$.

∵ $AO=BO$ ，

∴ OF 是△ADB 的中位线.

$\therefore OF=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{25}{4}$.---5 分

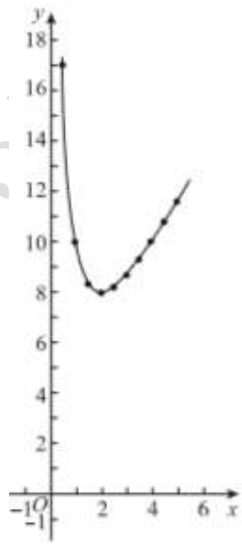
24. 解：(1)四；　　　--1 分



（2）如图：　　--3 分

（3）$\dfrac{543a}{2000b}$.---5 分

25. 解： $y=2\left(x+\dfrac{4}{x}\right)$ ；---1 分



$8, 10$；　　---------------------------------3 分

如图；　　------------------------------------4 分

$2, 8$.　　-------------------------------------5 分

26. 解：（1）把点 $(-1,0)$ 和 $(4,5)$ 分别代入 $y=ax^2+bx-3(a\neq 0)$，

得 $\begin{cases} 0=a-b-3, \\ 5=16a+4b-3, \end{cases}$

解得 $a=1$，$b=-2$.

∴抛物线的表达式为 $y=x^2-2x-3$.　----------------------------------2 分

（2）设点 $B(4,5)$ 关于 x 轴的对称点为 B'，

则点 B' 的坐标为 $(4,\ -5)$.

∴直线 AB 关于 x 轴的对称直线为直线 AB'.

设直线 AB' 的表达式为 $y=mx+n$，

把点 $(-1,0)$ 和 $(4,-5)$ 分别代入 $y=mx+n$，

得 $\begin{cases}0=-m+n,\\-5=4m+n,\end{cases}$

解得 $m=-1$，$n=-1$.

∴直线 AB' 的表达式为 $y=-x-1$.

即直线 AB 关于 x 轴的对称直线的表达式为 $y=-x-1$. --------------------------4 分

（3）如图，直线 AB' 与抛物线 $y=x^2-2x-3$ 交于点 C.

设直线 l 与直线 AB' 的交点为 N'，

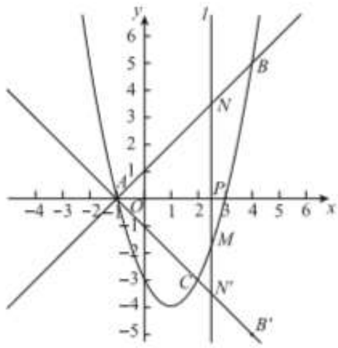
则　$PN'=PN$.

∵ $PM<PN$，

∴ $PM<PN'$.

∴点 M 在线段 NN' 上（不含端点）.

∴点 M 在抛物线 $y=x^2-2x-3$ 夹在点 C 与点 B 之间的部分上.



联立 $y=x^2-2x-3$ 与 $y=-x-1$，

可求得点 C 的横坐标为 2.

又点 B 的横坐标为 4，

∴点 P 的横坐标 x_P 的取值范围为 $2<x_P<4$.　----------------------7 分

27. 解：(1)120°. --2 分

(2)①∵如图 1 所示.

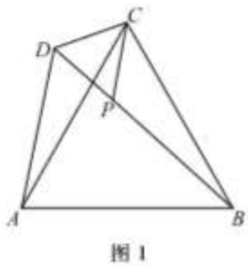


图 1

②在等边$\triangle ABC$中，$\angle ACB=60^\circ$，

$\therefore \angle ACP+\angle BCP=60^\circ$.

$\because \angle ACP=\angle CBP$,

$\therefore \angle CBP+\angle BCP=60^\circ$.

$\therefore \angle BPC=180^\circ-\left(\angle CBP+\angle BCP\right)=120^\circ$.

$\therefore \angle CPD=180^\circ-\angle BPC=60^\circ$.

$\because PD=PC$,

$\therefore \triangle CDP$为等边三角形.

$\because \angle ACD+\angle ACP=\angle ACP+\angle BCP=60^\circ$,

$\therefore \angle ACD=\angle BCP$.

在$\triangle ACD$和$\triangle BCP$中，

$$\begin{cases} AC=BC, \\ \angle ACD=\angle BCP, \\ CD=CP, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD\cong\triangle BCP\left(\text{SAS}\right)$.

$\therefore AD=BP$.

$\therefore AD+CD=BP+PD=BD$.--4 分

（3）如图 2，作$BM\perp AD$于点M，$BN\perp DC$延长线于点N.

$\because \angle ADB=\angle ADC-\angle PDC=60^\circ$,

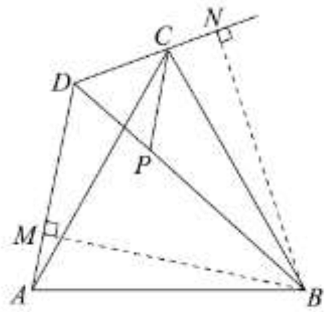


图 2

$\therefore \angle ADB=\angle CDB=60^\circ$.

$\therefore \angle ADB=\angle CDB=60^\circ$.

$\therefore BM=BN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}BD=\sqrt{3}$.

又由（2）得，$AD+CD=BD=2$,

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}AD\cdot BM+\dfrac{1}{2}CD\cdot BN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(AD+CD\right)$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}$.　　　--7 分

28. (1) M_1，M_2；　　　--------------------------------------2 分

（2）①当 $t=4$ 时，$A(4,1)$，$B(5,1)$，$C(5,3)$，$D(4,3)$，

此时矩形 $ABCD$ 上的所有点都在抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的下方，

$\therefore d=MF$.

$\therefore AF\leqslant d\leqslant CF$.

$\because AF=4$，$CF=\sqrt{29}$，

$\therefore 4\leqslant d\leqslant\sqrt{29}$.　-- 5 分

② $-2\sqrt{3}\leqslant t\leqslant 2\sqrt{3}-1$.　--8 分