

# 北京一六一中学 2014—2015 学年度第一学期期中考试 初二数学试题

(第 4 题图)

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

考生须知

1. 本试卷共 4 页，考试时间 100 分钟。试卷由主卷和附加卷组成，主卷部分满分 100 分，附加卷部分满分 20 分。
2. 试卷答案一律书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
3. 在答题纸上，用黑色字迹钢笔或签字笔作答。
4. 考试结束后，将答题纸交回。

第 I 卷（主卷部分，共 100 分）

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 计算  $3^{-2}$  正确的是

- A.  $-\frac{1}{9}$       B.  $\frac{1}{9}$       C.  $\frac{1}{6}$       D.  $-\frac{1}{6}$

2. 下列图案是轴对称图形的有



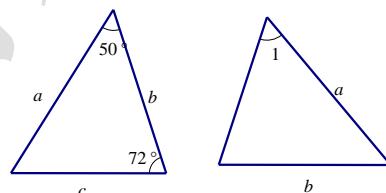
- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

3. 下列各式从左到右的变形中，是因式分解的为

- A.  $x(a-b) = ax - bx$       B.  $x^2 - 1 + y^2 = (x-1)(x+1) + y^2$   
C.  $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$       D.  $ax + bx + c = x(a+b) + c$

4. 已知图中的两个三角形全等，则  $\angle 1$  等于

- A.  $72^\circ$       B.  $60^\circ$   
C.  $50^\circ$       D.  $58^\circ$



初二数学试题

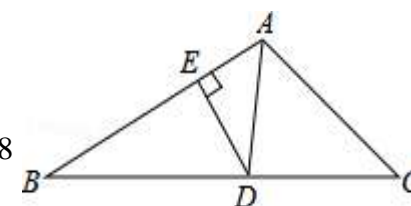
5. 下列变形中，正确的是

- A.  $\frac{-a+b}{-x-y} = \frac{a+b}{x-y}$       B.  $\frac{a+b}{-x+y} = -\frac{a+b}{x+y}$   
C.  $\frac{a+b}{-x+y} = -\frac{a+b}{x-y}$       D.  $\frac{-a+b}{x-y} = -\frac{a+b}{x-y}$

6. 已知等腰三角形的两边长分别为 3 和 6，则它的周长等于

- A. 12      B. 12 或 15      C. 15      D. 15 或 18

7. 如图，AD 是  $\triangle ABC$  中  $\angle BAC$  的角平分线， $DE \perp AB$  于点 E，



(第 7 题图)

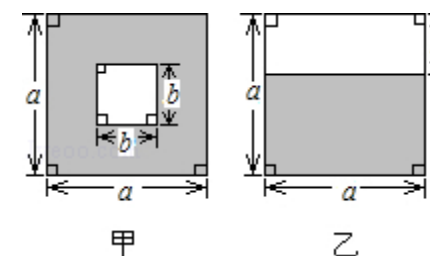
$S_{\triangle ABC} = 7$ ,  $DE = 2$ ,  $AB = 4$ , 则 AC 长是

- A. 3      B. 4      C. 6      D. 5

8. 下列说法中，正确的是

- A. 两个三角形全等，它们一定关于某条直线对称  
B. 两个图形关于某直线对称，对应点一定在直线两旁  
C. 两个图形的对应点连线的垂线，就是它们的对称轴  
D. 两个关于某直线对称的三角形是全等三角形

9. 如图，设  $k = \frac{\text{甲图中阴影部分面积}}{\text{乙图中阴影部分面积}}$  ( $a > b > 0$ ), 则有

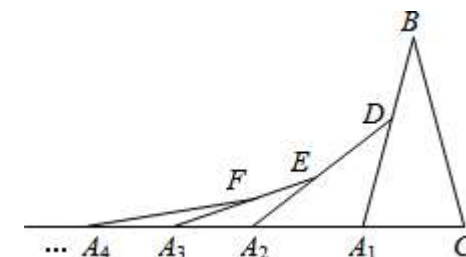


(第 9 题图)

- A.  $k > 2$       B.  $1 < k < 2$       C.  $\frac{1}{2} < k < 1$       D.  $0 < k < \frac{1}{2}$

10. 如图，在第 1 个  $\triangle A_1BC$  中， $\angle B = 30^\circ$ ,  $A_1B = CB$ ; 在边  $A_1B$  上任取一点 D，延长  $CA_1$  到  $A_2$ ，使  $A_1A_2 = A_1D$ ，得到第 2 个  $\triangle A_1A_2D$ ; 在边  $A_2D$  上任取一点 E，延长  $A_1A_2$  到  $A_3$ ，使  $A_2A_3 = A_2E$ ，得到第 3 个  $\triangle A_2A_3E$ , ... 按此做法继续下去，则第 n 个三角形中以  $A_n$  为顶点的内角度数是

- A.  $(\frac{1}{2})^n \cdot 75^\circ$       B.  $(\frac{1}{2})^{n-1} \cdot 65^\circ$



C.  $(\frac{1}{2})^{n-1} \cdot 75^\circ$

D.  $(\frac{1}{2})^n \cdot 85^\circ$

(第 10 题图)

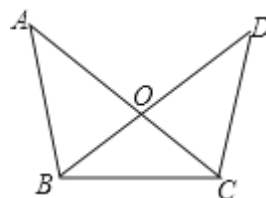
## 二、填空题 (本大题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

11. 若分式  $\frac{2x+1}{x-1}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 约分:  $\frac{-5mn^2}{15m^2n} =$ \_\_\_\_\_.

13. 用科学记数法表示  $-0.000614$  为\_\_\_\_\_.

14. 如图,  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ,  $\angle A = \angle D$ , 请补充一个条件, 使  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ , 你补充的条件是\_\_\_\_\_ (填出一个即可).



(第 14 题图)

15. 多项式  $x^2 - 8x + k$  是一个完全平方式, 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

16. 若  $x + \frac{1}{x} = 3$ , 则  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ \_\_\_\_\_.

17. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为  $36^\circ$ , 则该等腰三角形的底角的度数为\_\_\_\_\_.

18. 已知  $\triangle ABC$  的三条边长分别为 3, 4, 6, 在  $\triangle ABC$  所在平面内画一条直线, 将  $\triangle ABC$  分割成两个三角形, 使其中的一个为等腰三角形, 则这样的直线最多可画\_\_\_\_\_条.

## 三、解答题 (本大题共 6 道小题, 19、20 每小题 4 分, 21、22 每小题 5 分, 共 26 分)

19. 因式分解: (1)  $m^2 - 25$ ; (2)  $a^2b - 6ab + 9b$ .

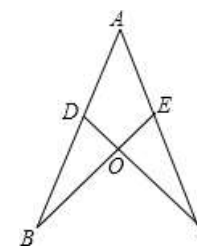
20. 计算: (1)  $\frac{ab^2}{2c^2} \div \frac{3a^2b^2}{4cd} \cdot \left(\frac{-3}{2d}\right)^2$ ; (2)  $\frac{y}{x+y} - \frac{xy}{x^2 - y^2}$ .

21. 解方程:  $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{2}{x}$ .

22. 先化简, 再求值:  $\left(\frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3}\right) \div \frac{2m}{m^2 - 6m + 9}$ , 其中  $m = 9$ .

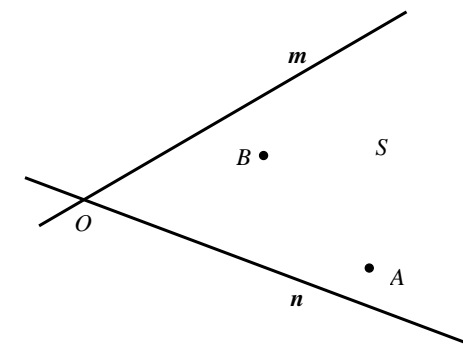
## 四、解答题 (本大题共 6 道小题, 其中 23、26 每小题 5 分, 24 题 3 分, 25 题 6 分, 27 小题 3 分, 28 题 6 分, 共 28 分)

23. 如图, 点  $D$  在  $AB$  上, 点  $E$  在  $AC$  上,  $AB = AC$ ,  $AD = AE$ . 求证:  $\angle B = \angle C$ .



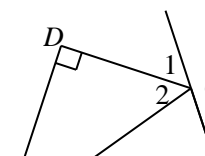
(第 23 题图)

24. 如图, 电信部门要在公路  $m$ ,  $n$  之间的  $S$  区域修建一座电视信号发射塔  $P$ . 按照设计要求, 发射塔  $P$  到区域  $S$  内的两个城镇  $A$ ,  $B$  的距离必须相等, 到两条公路  $m$ ,  $n$  的距离也必须相等. 发射塔  $P$  应建在什么位置? 在图中用尺规作图的方法作出  $P$  的位置并标出 (不写作法但保留作图痕迹).



(第 24 题图)

25. 列方程或方程组解应用题



某村庄离城市 80 千米，甲坐公共汽车从村庄出发进城，2 小时后，乙开一辆小轿车也从该村出发进城，已知小轿车的速度是公共汽车速度的 3 倍，结果乙比甲早 40 分钟到达城市，求这两种车的速度。

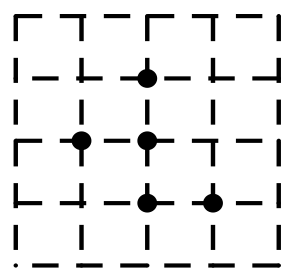
26. 如图， $D$  为  $\triangle ABC$  外一点， $\angle DAB = \angle B$ ， $CD \perp AD$ ，

$\angle 1 = \angle 2$ ，若  $AC = 7$ ， $BC = 4$ ，求  $AD$  的长。

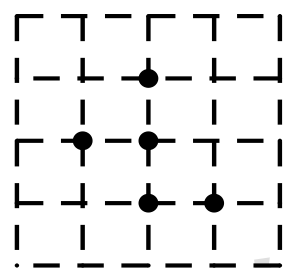
(第 26 题图)

27. 图①、图②、图③都是  $4 \times 4$  的正方形网格，每个小正方形的顶点称为格点，每个小正方形的边长均为 1，在每个网格中标注了 5 个格点。按下列要求画图：

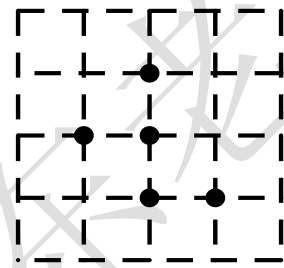
- (1) 在图①中以格点为顶点画一个等腰三角形，使其内部已标注的格点只有 3 个；
- (2) 在图②中以格点为顶点画一个等腰直角三角形，使其内部已标注的格点只有 3 个；(与图①不同)
- (3) 在图③中以格点为顶点画一个等腰三角形，使其内部已标注的格点只有 4 个。



27 题图①



27 题图②



27 题图③

28. 在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ，点  $D$  是射线  $CB$  上的一动点 (不与点  $B$ 、 $C$  重合)，以  $AD$  为一边在  $AD$  的右侧作  $\triangle ADE$ ，使  $AD = AE$ ， $\angle DAE = \angle BAC$ ，连接  $CE$ 。

- (1) 如图 1，当点  $D$  在线段  $CB$  上，且  $\angle BAC = 90^\circ$  时，那么  $\angle DCE =$  \_\_\_\_\_ 度；
- (2) 设  $\angle BAC = \alpha$ ， $\angle DCE = \beta$ 。

① 如图 2，当点  $D$  在线段  $CB$  上， $\angle BAC \neq 90^\circ$  时，请你探究  $\alpha$  与  $\beta$  之间的数量关系，并证明你的结论；

② 如图 3，当点  $D$  在线段  $CB$  的延长线上， $\angle BAC \neq 90^\circ$  时，请将图 3 补充完整，并直接写出此时  $\alpha$  与  $\beta$  之间的数量关系 (不需证明)。

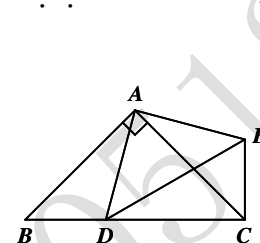


图 1

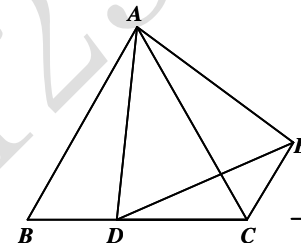


图 2

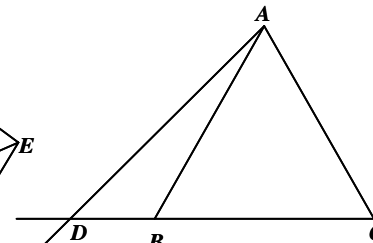


图 3

(第 28 题图)

## 第 II 卷 (附加卷部分，共 20 分)

### 一、填空题 (本大题共 1 小题，共 6 分)

1. 记  $y = f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ 。如： $f(1)$  表示当  $x=1$  时  $y$  的值，即  $f(1) = \frac{1^2}{1+1^2} = \frac{1}{2}$ ； $f(\frac{1}{2})$  表示

当  $x = \frac{1}{2}$  时  $y$  的值，即  $f(\frac{1}{2}) = \frac{(\frac{1}{2})^2}{1+(\frac{1}{2})^2} = \frac{1}{5}$ 。

试回答：

(1)  $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) =$  \_\_\_\_\_；

(2)  $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + \dots + f(n) + f(\frac{1}{n}) =$  \_\_\_\_\_。

(结果用含  $n$  的代数式表示， $n$  为正整数)

### 二、解答题 (本大题共 2 小题，第 2 题 6 分，第 3 题 8 分，共 14 分)

2. 阅读下列材料

通过小学的学习我们知道，分数可分为“真分数”和“假分数”。而假分数都

可化为带分数，如： $\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$ .

我们定义：在分式中，对于只含有一个字母的分式，当分子的次数大于或等于分母的次数时，我们称之为“假分式”；当分子的次数小于分母的次数时，我们称之为“真分式”.

如： $\frac{x-1}{x+1}$ ， $\frac{x^2}{x-1}$  这样的分式就是假分式；再如： $\frac{3}{x+1}$ ， $\frac{2x}{x^2+1}$  这样的分式就是真分式.

类似的，假分式也可以化为带分式（即：整式与真分式的和的形式）.

如： $\frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ ;

再如： $\frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2-1+1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)+1}{x-1} = x+1 + \frac{1}{x-1}$ .

解决下列问题：

(1) 分式  $\frac{2}{x}$  是\_\_\_\_\_分式（填“真分式”或“假分式”）；

(2) 假分式  $\frac{x-1}{x+2}$  可化为带分式\_\_\_\_\_的形式；

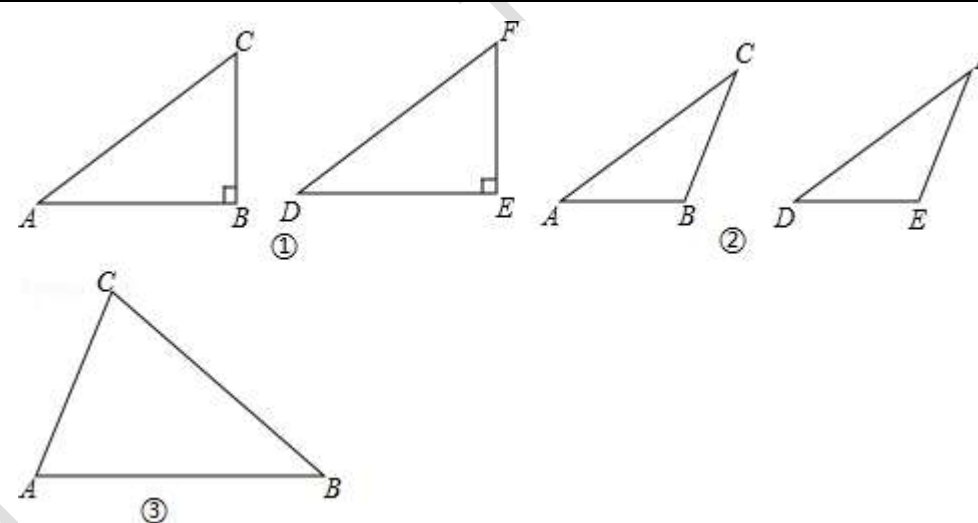
(3) 如果分式  $\frac{2x-1}{x+1}$  的值为整数，那么  $x$  的整数值为\_\_\_\_\_.

### 3. 【问题提出】

学习了三角形全等的判定方法（即“SAS”、“ASA”、“AAS”、“SSS”）和直角三角形全等的判定方法（即“HL”）后，我们继续对“两个三角形满足两边和其中一边的对角对应相等”的情形进行研究.

#### 【初步思考】

我们不妨将问题用符号语言表示为：在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，然后，对  $\angle B$  进行分类，可分为“ $\angle B$  是直角、钝角、锐角”三种情况进行探究.



（第3题图）

#### 【深入探究】

第一种情况：当  $\angle B$  是直角时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

(1) 如图①，在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E=90^\circ$ ，根据\_\_\_\_\_，可以知道  $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF$ .

第二种情况：当  $\angle B$  是钝角时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

(2) 如图②，在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且  $\angle B$ 、 $\angle E$  都是钝角，求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

第三种情况：当  $\angle B$  是锐角时， $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  不一定全等.

(3) 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且  $\angle B$ 、 $\angle E$  都是锐角，请你用尺规在图③中作出  $\triangle DEF$ ，使  $\triangle DEF$  和  $\triangle ABC$  不全等。（不写作法，保留作图痕迹）

(4)  $\angle B$  还要满足什么条件，就可以使  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ？请直接写出结论：在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且  $\angle B$ 、 $\angle E$  都是锐角，若\_\_\_\_\_，则  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

## 初二数学标准答案和评分标准

第 I 卷（主卷部分，共 100 分）

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. B 2. B 3. C 4. D 5. C 6. C 7. A 8. D 9. B 10. C

二、填空题（本大题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

11.  $x \neq 1$  12.  $-\frac{n}{3m}$  13.  $-6.14 \times 10^{-4}$  14.  $OA=OD$  等

15. 16 16. 7 17.  $63^\circ$  或  $27^\circ$  18. 7

三、解答题（本大题共 6 道小题，19、20 每小题 4 分，21、22 每小题 5 分，共 26 分）

19. (1) 解:  $m^2 - 25$   
 $= (m+5)(m-5)$  .....4 分

(2) 解:  $a^2b - 6ab + 9b$   
 $= b(a^2 - 6a + 9)$  .....2 分

$= b(a-3)^2$  .....4 分

20. (1) 解:  $\frac{ab^2}{2c^2} \div \frac{3a^2b^2}{4cd} \cdot \left(\frac{-3}{2d}\right)^2$

$= \frac{ab^2}{2c^2} \times \frac{4cd}{3a^2b^2} \cdot \left(\frac{-3}{2d}\right)^2$  .....1 分

$= \frac{ab^2}{2c^2} \times \frac{4cd}{3a^2b^2} \cdot \frac{9}{4d^2}$  .....3 分

$= \frac{3}{2acd}$  .....4 分

(2) 解:  $\frac{y}{x+y} - \frac{xy}{x^2-y^2}$

北京一六—中学 2014—2015 学年度第一学期期中考试

$$= \frac{y(x-y)-xy}{x^2-y^2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= -\frac{y^2}{x^2-y^2} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

21. 解：方程两边同乘  $x(x-1)$ ，得：

$$x^2 = x(x-1) + 2(x-1) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

解这个整式方程，得：

$$x=2 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

检验：当  $x=2$  时， $x(x-1) \neq 0$ ，

$\therefore$  原方程的解是  $x=2$ .  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

22. 解：  $\left(\frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3}\right) \div \frac{2m}{m^2-6m+9}$

$$= \frac{2m}{(m-3)(m+3)} \times \frac{(m-3)^2}{2m} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= \frac{m-3}{m+3} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

当  $m=9$  时，

$$\text{原式} = \frac{9-3}{9+3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

四、解答题(本大题共 6 道小题，其中 23、26 每小题 5 分，24 题 3 分，25 题 6 分，27 小题 3 分，28 题 6 分，共 28 分)

23. 证明：在  $\triangle ABE$  和  $\triangle ACD$  中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle A = \angle A \\ AE = AD \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$  (SAS).  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$\therefore \angle B = \angle C$ .  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

24. 作图痕迹：

线段  $AB$  的垂直平分线的作图痕迹  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

覆盖区域  $S$  的直线  $m$  与  $n$  的夹角的角平分线作图痕迹  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(未标出点  $P$  扣一分)  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

25. 解：设公共汽车的速度为  $x$  千米/时，那么小轿车的速度为  $3x$  千米/时，  $\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{由题意，得 } \frac{80}{x} = \frac{80}{3x} + 2 + \frac{40}{60}$$

$$\text{即 } \frac{80}{x} = \frac{80}{3x} + \frac{8}{3} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

解得  $x=20$   $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

经检验， $x=20$  是原方程的根，且符合题意  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$\therefore 3x=60$$

答：公共汽车的速度为 20 千米/时，小轿车的速度为 60 千米/时.  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

26. 证明：延长  $AD$ ， $BC$  交于点  $E$

$\because CD \perp AD$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle EDC = 90^\circ$ .

又  $\because \angle 1 = \angle 2$ ， $CD = CD$ ，

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDC$  (ASA)  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\therefore \angle DAC = \angle DEC$ ， $AC = EC$ ， $AD = ED$ .  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

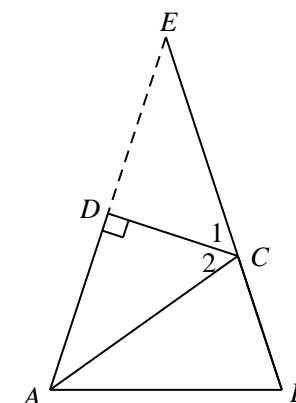
又  $\because AC = 7$ ，

$\therefore EC = 7$ .

又  $\because \angle DAB = \angle B$ ， $BC = 4$

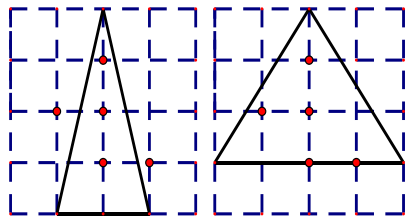
$\therefore AE = BE = 11$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$\therefore AD = 5.5$ .  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

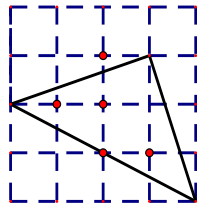


27. 解：答案不惟一. 图(1)，图(2)，图(3) 各 1 分

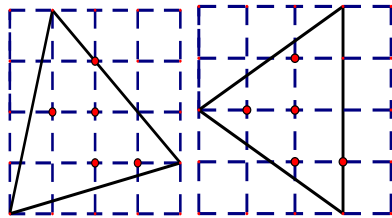
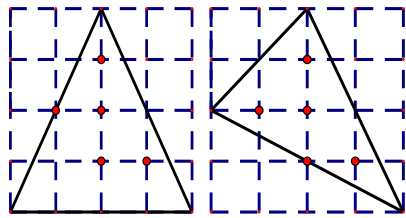
(1)



(2)



(3)



28. 解：(1) 90度. .... 1 分

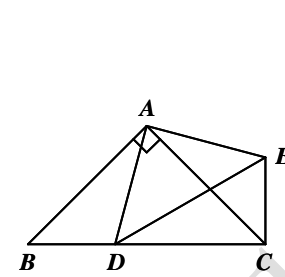


图 1

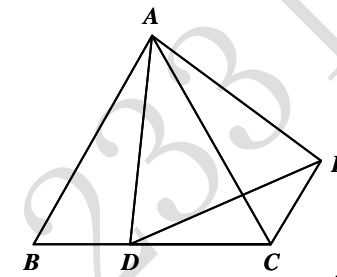


图 2

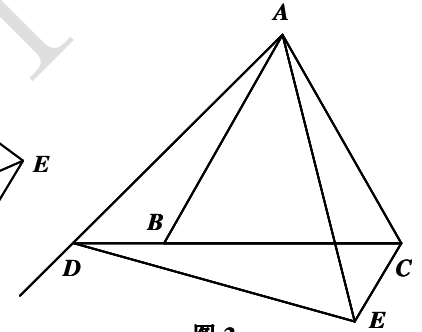


图 3

(2) ①  $\alpha + \beta = 180^\circ$ . .... 2 分

理由：∵  $\angle BAC = \angle DAE$ , ∴  $\angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$ . 即  $\angle BAD = \angle CAE$

又  $AB = AC$ ,  $AD = AE$ ,

∴  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ . .... 3 分

∴  $\angle B = \angle ACE$ . ∴  $\angle B + \angle ACB = \angle ACE + \angle ACB$ .

∴  $\angle B + \angle ACB = \angle DCE = \beta$ . ∵  $\alpha + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ ,

∴  $\alpha + \beta = 180^\circ$ . .... 4 分

(3) 图形正确. .... 5 分

$\alpha = \beta$ . .... 6 分

第 II 卷（附加卷部分，共 20 分）

一、填空题（本大题共 1 小题，共 6 分）

1.  $\frac{5}{2}$ ,  $n - \frac{1}{2}$  .....6 分

二、解答题（本大题共 2 小题，第 2 题 6 分，第 3 题 8 分，共 14 分）

2. 解：（1）真分式； .....1 分

（2） $\frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ ； .....2 分

（3） $x$  的可能整数值为 0, -2, 2, -4. .....6 分

3. （1）解：HL； .....1 分

（2）证明：如图，过点  $C$  作  $CG \perp AB$  交  $AB$  的延长线于  $G$ ，过点  $F$  作  $DH \perp DE$  交  $DE$  的延长线于  $H$ ，

$\because \angle B = \angle E$ ，且  $\angle B$ 、 $\angle E$  都是钝角， $\therefore 180^\circ - \angle B = 180^\circ - \angle E$ ，

即  $\angle CBG = \angle FEH$ ，

在  $\triangle CBG$  和  $\triangle FEH$  中，
$$\begin{cases} \angle CBG = \angle FEH \\ \angle G = \angle H = 90^\circ, \therefore \triangle CBG \cong \triangle FEH \text{ (AAS)}, \therefore CG = FH, \\ BC = EF \end{cases}$$

在  $Rt\triangle ACG$  和  $Rt\triangle DFH$  中，
$$\begin{cases} AC = DF \\ CG = FH \end{cases}, \therefore Rt\triangle ACG \cong Rt\triangle DFH \text{ (HL)}, \therefore \angle A = \angle D,$$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中，
$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (AAS)}; \\ AC = DF \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

（3）解：如图， $\triangle DEF$  和  $\triangle ABC$  不全等； .....6 分

（4）解：若  $\angle B \geq \angle A$ ，则  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ . .....8 分

