

## 创新班初二第一学期期中试卷

## 数学

(清华附中初14级)

2015. 11

一、选择题(本题共32分,每小题4分)

1. 下列方程中一元二次方程的个数为( )

$$5x^2 - \frac{1}{2x} + 4 = 0, \quad x^2 + xy - 3y^2 = 0, \quad 9x^2 - 6x = 0, \quad \frac{1}{2}y^2 = 0$$

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

2. 点  $P(a, b)$  在第二象限内, 则直线  $y = ax + b$  不经过( )

- A. 第一象限              B. 第二象限              C. 第三象限              D. 第四象限

3. 把一次函数  $y = -2x - 6$  的图象向上平移4个单位得到图象对应的函数是

- A.  $y = -2x - 2$                       B.  $y = -2x + 2$   
C.  $y = -2x - 10$                       D.  $y = -2x + 10$

4. 三角形两边长是3和4, 第三边的长是方程  $x^2 - 12x + 35 = 0$  的根, 则该三角形的周长( )

- A. 14                      B. 12                      C. 14 或 14                      D. 以上都不对

5. 已知点  $(-2, y_1)$ 、 $(1, y_2)$  都在直线  $y = -\frac{1}{3}x + 1$  上, 则  $y_1$  与  $y_2$  大小关系是( )

- A.  $y_1 > y_2$                       B.  $y_1 = y_2$                       C.  $y_1 < y_2$                       D. 无法判断

6. 甲、乙两人在一次赛跑中, 路程与时间的关系如图1所示,

根据图象得到如下四个信息, 其中错误的是( )

- A. 这是一次1500米的赛跑  
B. 甲、乙两人中先到达终点的是乙  
C. 甲、乙两人同时起跑  
D. 甲在这次赛跑中的速度是5米/秒

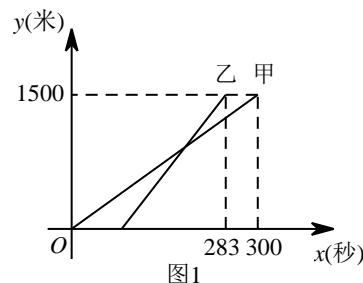
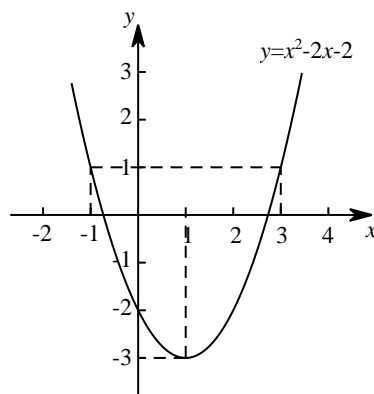


图1

7. 函数  $y = x^2 - 2x - 2$  的图象如右图所示, 根据其中提供的信息, 可求得使  $y \geq 1$  成立的  $x$  的取值范围是( )

- A.  $-1 \leq x \leq 3$   
B.  $-1 < x < 3$   
C.  $x < -1$  或  $x > 3$   
D.  $x \leq -1$  或  $x \geq 3$

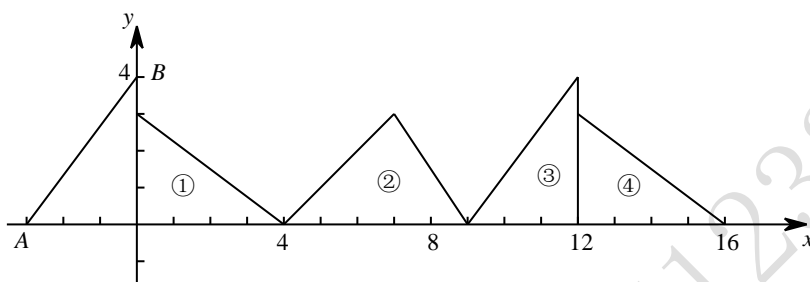
8. 若函数  $y = 2|x - 3|$  与  $y = x - a$  的图象围成的平面区域是一个三角形, 则  $a$  的取值范围是( )

- A.  $a > -3$                       B.  $0 < x < 3$   
C.  $a \leq 3$                       D.  $a < 3$

二、填空题(本题共24分,每小题4分)

9. 直线  $y = kx + 3$  与  $x$  轴交于点  $(-3, 0)$ , 则  $k$  的值是\_\_\_\_\_.10. 若分式  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$  的值为零, 则  $x$  的值是\_\_\_\_\_.

11. 若方程  $(m-1)x^2 + \sqrt{m}x = 1$  是关于  $x$  的一元二次方程，则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
12. 点  $A$  的坐标为  $(\sqrt{2}, 0)$ ，把点  $A$  绕着坐标原点顺时针旋转  $135^\circ$  到点  $B$ ，那么点  $B$  的坐标是\_\_\_\_\_.
13. 已知  $abc \neq 0$ ，且  $p = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = \frac{a+b}{c}$ ，则直线  $y = p(x+1)$  一定经过第\_\_\_\_\_象限.
14. 如图，在直角坐标系中，已知点  $A(-3, 0)$ ， $B(0, 4)$ ，对  $\triangle OAB$  连续作旋转变换，依次得到三角形①、②、③、④...，则三角形⑩的直角面点坐标为\_\_\_\_\_.



三、解答题（本题共 44 分）（要求写出详细的解答过程）

15. 解方程（每小题 3 分，共 12 分）

(1)  $3x^2 - 108 = 0$

(2)  $x^2 - \sqrt{6}x + \sqrt{5} = 0$

(3)  $2(x-1)^2 = x - 4x^2 + 1$

(4)  $(a-1)x^2 - 2ax + a = 0$

16.（本题 6 分）已知一次函数  $y = kx + b$  的图象经过点  $(-1, -5)$ ，且与正比例函数  $y = \frac{1}{2}x$  的图象相交于点  $(2, a)$ ，求：

(1)  $a$  的值；

(2) 求这两个函数图象与  $x$  轴所围成的三角形面积.

17.（本题 6 分）某玩具店采购人员第一次用 100 元去采购一种玩具，很快售完.第二次去采购时发现批发价上涨了 0.5 元，用去了 150 元，所购玩具数量比第一次多了 10 件，两批玩具的售价均为 2.8 元，问第二次采购玩具多少件？（说明：根据销售常识，批发价应该低于销售价）

18.（本题 6 分）已知关于  $x$  的方程  $kx^2 - x - \frac{2}{k} = 0$  ( $k \neq 0$ ).

(1) 求证：方程总有两个不相等的实数根；

(2) 若方程的两个实数根都是整数，求整数  $k$  的值.

19.（本题 7 分）已知方程  $x^2 + ax + \frac{a}{4} = 0$  有两个实根  $x_1$  和  $x_2$ ，且  $-1 < x_1 < 0$ ， $1 < x_2 < 0$ ，求实数  $a$  的取值范围.

20.（本题 7 分）在平面直角坐标系  $xOy$  中，对于点  $P(a, b)$  和点  $Q(a, b')$ ，给出如下定义：

若  $b' = \begin{cases} b, & a \geq 1 \\ -b, & a < 1 \end{cases}$ ，则称点  $Q$  为点  $P$  的限变点，例如：点  $(2, 3)$  的限变点的坐标是  $(2,$

3), 点  $(-2, 5)$  的限变点的坐标是  $(-2, -5)$ .

(1) ①点  $(\sqrt{3}, 1)$  的限变点的坐标是\_\_\_\_\_;

②在点  $A(-2, -1)$ ,  $B(-1, 2)$  中有一个点是函数  $y = \frac{2}{x}$  图象上某一点的限变点,

这个点是\_\_\_\_\_;

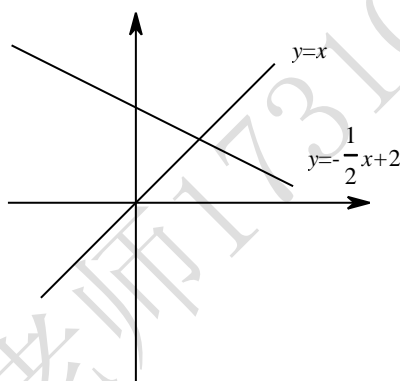
(2) 若点  $P$  在函数  $y = -x + 3 (-2 \leq x \leq k, k > -2)$  的图象上, 其限变点  $Q$  的纵坐标  $b'$  的取值范围是  $-5 \leq b' \leq 2$ , 求  $k$  的取值范围;

附加题 (本题共 20 分, 21、22 每题 4 分, 23、24 每题 6 分)

21. 直线  $y = -x$  与直线  $y = -x + 1$  之间的距离是\_\_\_\_\_.

22. 已知  $a, b, k$  均为整数, 则满足等式  $(x+a)(x+b) = x^2 + kx + 30$  的所有的  $k$  值有\_\_\_\_\_个.

23. 如图,  $P$  是  $y$  轴上一动点, 是否存在平行于  $y$  轴的直线  $x = t$ , 使它与直线  $y = x$  和直线  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  分别交于点  $D$ 、 $E$  ( $E$  在  $D$  的上方), 且  $\triangle PDE$  为等腰直角三角形, 若存在, 求  $t$  的值及点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明原因.



24. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + 2bx + c = 0 (a > 0)$  ①

(1) 若方程①有一个正实数根  $c$ , 且  $2ac + b < 0$ , 求  $b$  的取值范围;

(2) 当  $a = 1$  时, 方程①与关于  $x$  的方程  $4x^2 + 4bx + c = 0$  ②有一个相同的非零实数根,

求  $\frac{8b^2 - c}{8b^2 + c}$  的值.

## 答案

### 一、选择题

1. B
2. C
3. A
4. C
5. A
6. C
7. A
8. D

### 二、填空题

9.  $k=1$
10.  $-2$
11.  $m \neq 1$
12.  $(-1, 1)$
13. 三
14.  $(36, 0)$

### 三、解答题

### 附加题

21. 1
22. 8