

北京师范大学附属实验中学

2014—2015 学年度第二学期初二年级数学期中试卷

一、选择题：（每题 3 分，共 30 分。请将唯一正确的答案填涂在机读卡上。）

1. 在三边分别为下列长度的三角形中，不是直角三角形的是

- A. 9, 12, 15 B. 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ C. 2, 3, $\sqrt{5}$ D. 4, 7, 5

2. 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时，原方程应变形为

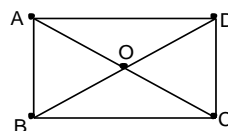
- A. $(x+1)^2 = 6$ B. $(x-1)^2 = 6$
C. $(x+2)^2 = 9$ D. $(x-2)^2 = 9$

3. 四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 互相平分，要使它成为矩形，需要添加的条件是

- A. $AB=CD$ B. $AC=BD$ C. $AB=BC$ D. $AC \perp BD$

4. 如图，矩形 ABCD 中， $AB=3$ ，两条对角线 AC、BD 所夹的钝角为 120° ，则对角线 BD 的长为

- A. 3 B. 6 C. $3\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{3}$

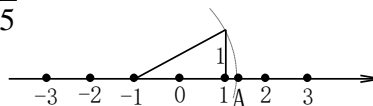


5. $\triangle ABC$ 中，D、E、F 分别为 AB、AC、BC 的中点，若 $\triangle DEF$ 的周长为 6，则 $\triangle ABC$ 周长为

- A. 3 B. 6 C. 12 D. 24

6. 如图，数轴上点 A 所表示的数为 a ，则 a 的值是

- A. $\sqrt{5}-1$ B. $-\sqrt{5}+1$ C. $\sqrt{5}+1$ D. $\sqrt{5}$



7. 若关于 y 的一元二次方程 $ky^2 - 4y - 3 = 3y + 4$ 有实数根，则 k 的取值范围是

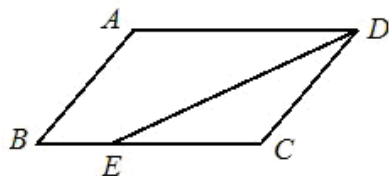
- A. $k \geq -\frac{7}{4}$ 且 $k \neq 0$ B. $k > -\frac{7}{4}$ 且 $k \neq 0$ C. $k \geq -\frac{7}{4}$ D. $k > -\frac{7}{4}$

8. 小明想知道学校旗杆的高度，他发现旗杆上的绳子垂到地面还多 1 米，当他把绳子的下端拉开 5 米后，发现下端刚好接触地面，则旗杆的高是

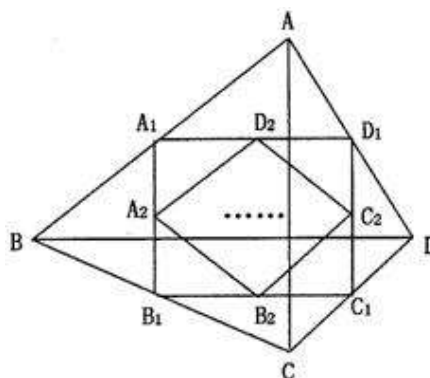
- A. 8 米 B. 10 米 C. 12 米 D. 14 米

9. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AD=8\text{cm}$, $AB=6\text{cm}$, DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 边于点 E , 则 BE 等于

- A. 2cm B. 4cm C. 6cm D. 8cm



(第 9 题)



(第 10 题)

10. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AC=a$, $BD=b$, 且 $AC \perp BD$, 顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点, 得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$, 再顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点, 得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$, ..., 如此进行下去, 得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$. 下列结论正确的个数有

- ① 四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是矩形; ② 四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 是菱形;

- ③ 四边形 $A_5B_5C_5D_5$ 的周长是 $\frac{a+b}{4}$; 错误!未找到引用源。④ 四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是 $\frac{ab}{2^{n+1}}$

错误!未找到引用源。。

- A、1 个 B、2 个 C、3 个 D、4 个

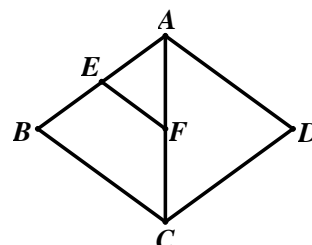
二、填空题: (每题 2 分, 共 20 分. 请将答案写在答题纸上.)

11. 一元二次方程 $x^2 - 5x = 0$ 的根是_____.

12. 若 $x = -1$ 是关于 x 的方程 $2x^2 + ax - a^2 = 0$ 的一个根, 则 $a =$ _____.

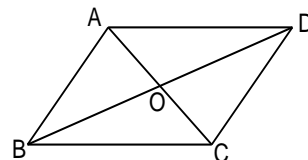
13. 若 $(m-2)x^{m^2-2} + x - 3 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 m 的值是_____.

14. 如右图, 菱形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点, 若 $EF=3$, 则菱形 $ABCD$ 的周长是_____.



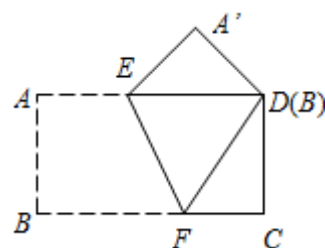
15. 已知菱形的一条对角线长为 12, 面积是 30, 则这个菱形的另一条对角线长是_____.

16. 如右图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , 两条对角线的和为 18, AD 的长为 5, 则 $\triangle OBC$ 的周长为

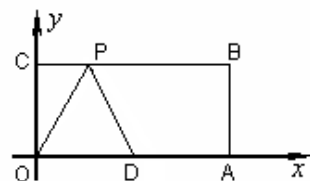


17. 直角三角形两直角边长分别为 5 和 12，则它的斜边上的高为_____.

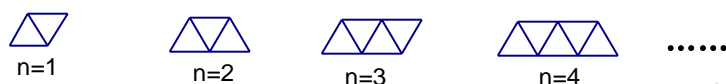
18. 把一张矩形纸片 ABCD 按如右图方式折叠，使顶点 B 和顶点 D 重合，折痕为 EF. 若 $\angle DEF=60^\circ$ ， $FC=2$ ，则 BF 的长为_____.



19. 已知：如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，四边形 OABC 是矩形，点 A、C 的坐标分别为 A (10, 0)、C (0, 4)，点 D 是线段 OA 上一点，点 P 在 BC 边上运动，当 $\triangle ODP$ 是腰长为 5 的等腰三角形时，点 P 的坐标为_____.



20. 如图，由全等三角形拼出的一系列图形中，第 n 个图形由 $n+1$ 个全等三角形拼成，则第 4 个图形中平行四边形的个数为_____；第 $2n-1$ 个图形中平行四边形的个数为_____.



三、解答题：（共 50 分）

21. 解方程（共 16 分）

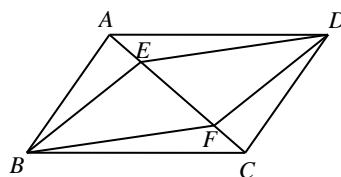
(1) $(x+3)^2 = 2$

(2) $x^2 + 2x - 5 = 0$

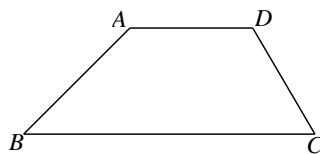
(3) $(x-3)(x+7) = -9$

(4) $3x^2 = 6x - 2$

22. (5 分) 已知：如图，在平行四边形 ABCD 中，E、F 是对角线 AC 上的两点，且 $AE = CF$. 求证：四边形 BFDE 是平行四边形.



23. (5 分) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 45^\circ$ ， $\angle ADC = 120^\circ$ ， $AD = DC$ ， $AB = 2\sqrt{2}$ ，求 BC 的长.



24. (5 分) 列方程解应用题：

某公司一月份营业额为 10 万元，第一季度总营业额为 33.1 万元，求该公司二、三月份营业额的平均增长率是多少？

25. (4 分) 根据题意作出图形，并回答相关问题：

- (1) 现有 5 个边长为 1 的正方形，排列形式如图 1，请在图 1 中用分割线把它们分割后标上序号，重新在图 2 中拼接成一个正方形。（标上相应的序号）

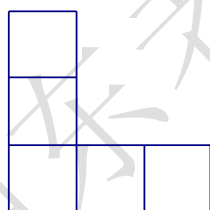


图1

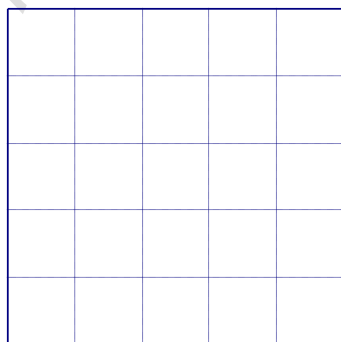
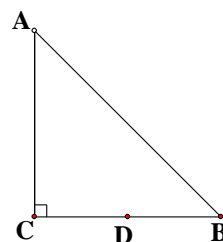


图2

- (2) 在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC = 2$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 是 BC 边上的中点， E 是 AB 边上一动点，在右图中作出点 E ，使 $EC + ED$ 的值最小（不写作法，保留作图痕迹），此时 $EC + ED$ 的值是_____.



26. (5 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - m = 0$.

(1) 证明：不论 m 取何值时，方程总有两个不相等的实数根；

(2) 若 $m \neq 0$ ，设方程的两个实数根分别为 x_1, x_2 (其中 $x_1 > x_2$)，若 y 是关于 m 的函数，且

$y = 1 - \frac{x_2}{x_1}$ ，求 y 与 m 的函数解析式.

27. (5 分) 有一块直角三角形纸片，两直角边 $AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$.

①如图 1，现将纸片沿直线 AD 折叠，使直角边 AC 落在斜边 AB 上，则 $CD =$ _____ cm .

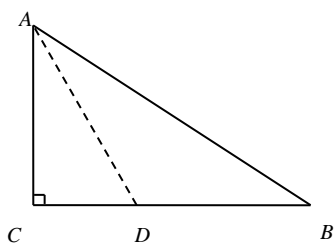


图 1

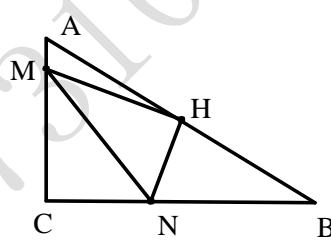


图 2

②如图 2，若将直角 $\angle C$ 沿 MN 折叠，点 C 与 AB 中点 H 重合，点 M 、 N 分别在 AC 、 BC 上，则 AM^2 、 BN^2 与 MN^2 之间有怎样的数量关系？并证明你的结论.

28. (5 分) (1) 如图 1, 将 $\angle EAF$ 绕着正方形 $ABCD$ 的顶点 A 顺时针旋转, $\angle EAF$ 的两边交 BC 于 E , 交 CD 于 F , 连接 EF . 若 $\angle EAF=45^\circ$, BE 、 DF 的长度是方程 $x^2-5x+6=0$ 的两根, 请直接写出 EF 的长;

(2) 如图 2, 将 $\angle EAF$ 绕着四边形 $ABCD$ 的顶点 A 顺时针旋转, $\angle EAF$ 的两边交 CB 的延长线于 E , 交 DC 的延长线于 F , 连接 EF . 若 $AB=AD$, $\angle ABC$ 与 $\angle ADC$ 互补, $\angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD$,

请直接写出 EF 与 DF 、 BE 之间的数量关系, 并证明你的结论;

(3) 在 (2) 的前提下, 若 $BC=4$, $DC=7$, $CF=2$, 求 $\triangle CEF$ 的周长.

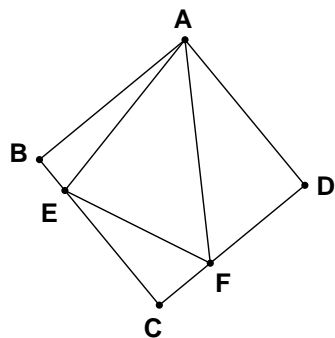


图 1

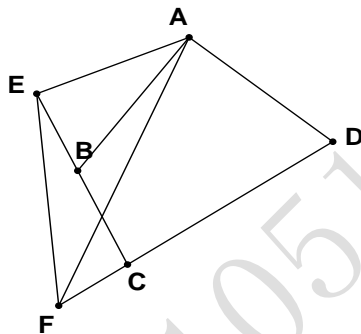


图 2

(1) EF 的长为: _____;

(2) 数量关系: _____;

证明:

附加题（共 10 分）

29. (4 分) 请阅读下列材料：

问题：如图 1，点 A ， B 在直线 l 的同侧，在直线 l 上找一点 P ，使得 $AP + BP$ 的值最小．小明的思路是：如图 2，作点 A 关于直线 l 的对称点 A' ，连接 $A'B$ ，则 $A'B$ 与直线 l 的交点 P 即为所求．



图1

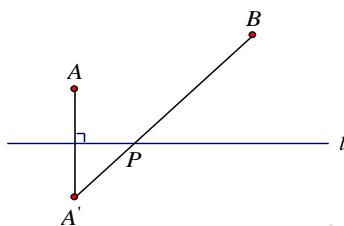


图2

请你参考小明同学的思路，探究并解决下列问题：

(1) 如图 3，在图 2 的基础上，设 AA' 与直线 l 的交点为 C ，过点 B 作 $BD \perp l$ ，垂足为 D ．若 $CP = 1$ ， $PD = 2$ ， $AC = 1$ ，写出 $AP + BP$ 的值为_____；

(2) 将 (1) 中的条件“ $AC = 1$ ”去掉，换成“ $BD = 4 - AC$ ”，其它条件不变，写出此时 $AP + BP$ 的值_____；

(3) $\sqrt{(2m-3)^2+1} + \sqrt{(8-2m)^2+4}$ 的最小值为_____．

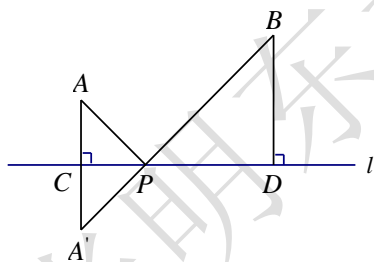


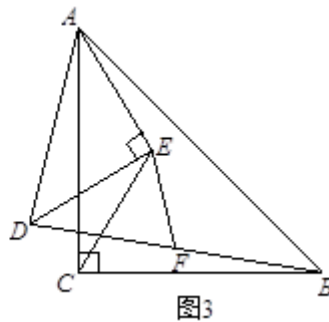
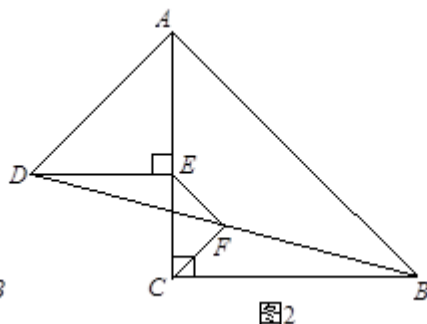
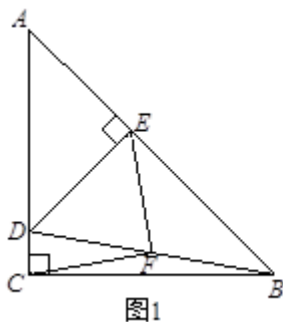
图3

3.0. (6 分) 如图 1, 在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle AED$ 中, $AC=BC$, $AE=DE$, $\angle ACB=\angle AED=90^\circ$, 点 E 在 AB 上, 点 D 在 AC 上.

(1) 若 F 是 BD 的中点, 求证: $CF=EF$;

(2) 将图 1 中的 $\triangle AED$ 绕点 A 顺时针旋转, 使 AE 恰好在 AC 上 (如图 2). 若 F 为 BD 上一点, 且 $CF=EF$, 求证: $BF=DF$;

(3) 将图 1 中的 $\triangle AED$ 绕点 A 顺时针旋转任意的角度 (如图 3). 若 F 是 BD 的中点, 探究 CE 与 EF 的数量关系, 并证明你的结论.



参考答案

一、 选择题

1. D 2. B 3. B 4. B 5. C 6. A 7. A 8. C 9. A 10. C

二、 填空题

11. 0,5

12. -2. 1

13. -2

14. 24

15. 5

16. 14

17. $\frac{60}{13}$

18. 4

19. (2, 4)、(3, 4)、(8, 4)

20. 6, n^2

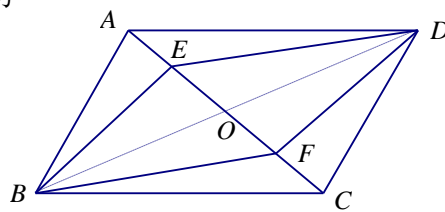
三、解答题

21. (1) $x = -3 \pm \sqrt{2}$ (2) $x_1 = -1 + \sqrt{6}$ $x_2 = -1 - \sqrt{6}$ (3) $(x-3)(x+7) = -9$;解: $x^2 + 4x - 21 = -9$ $x^2 + 4x - 12 = 0$ 2分 $(x+6)(x-2) = 0$ $\therefore x_1 = -6, x_2 = 2$ 4分(4) $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

22. 证明: 连接 BD 交 AC 于点 O 1分

 $\because \square ABCD$ $\therefore AO = CO, BO = DO$... 3分又 $\because AE = CF$ $\therefore EO = FO$ 且 $BO = DO$ 4分 $\therefore \square BFDE$ 5分

(其他证法相应给分)



23. 解：如图，过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E，连接 AC.

$$\therefore \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ.$$

$$\because \angle ABC = 45^\circ, AB = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AE = BE = 2. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because AD \parallel BC, \angle ADC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle D + \angle DCB = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle DCB = 60^\circ. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because AD = DC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3.$$

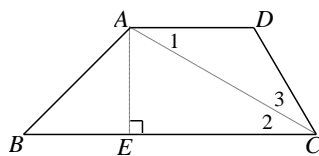
$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = \frac{1}{2} \angle DCB = 30^\circ. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中， $\angle AEC = 90^\circ$,

$$\therefore AC = 2AE = 4$$

$$\therefore EC = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = BE + EC = 2 + 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



24. 解：设该公司二、三月份营业额平均增长率为 x .

$$\text{则依题意得：} 10 + 10(1+x) + 10(1+x)^2 = 33.1$$

把 $(1+x)$ 看成一个整体，配方得：

$$(1+x+\frac{1}{2})^2 = 2.56, \text{ 即 } (x+\frac{3}{2})^2 = 2.56,$$

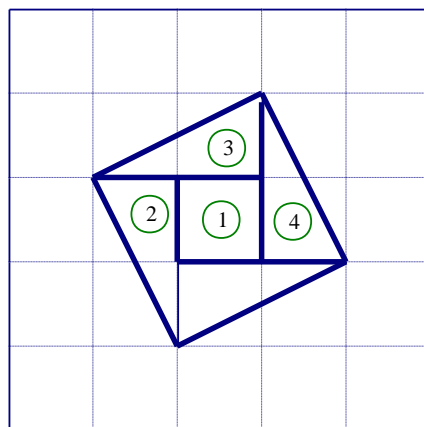
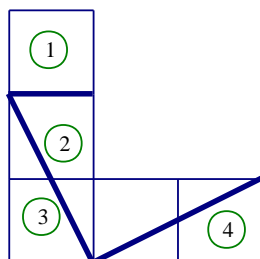
$$\therefore x + \frac{3}{2} = \pm 1.6, \text{ 即 } x + \frac{3}{2} = 1.6 \text{ 或 } x + \frac{3}{2} = -1.6.$$

$$\therefore x_1 = 0.1 = 10\%, x_2 = -3.1$$

\because 因为增长率为正数， \therefore 取 $x = 10\%$.

答：该公司二、三月份营业额平均增长率为 10%.

25. (1)



(2) $\sqrt{5}$ 26. 解：(1) 由题意有 $\Delta = [-(2m-1)]^2 - 4(m^2 - m) = 1 > 0$. \therefore 不论 m 取何值时，方程总有两个不相等的实数根. -----2 分(2) 方程的两个实数根分别为 x_1, x_2 (其中 $x_1 > x_2$),解关于 x 的一元二次方程

$$x^2 - (2m-1)x + m^2 - m = 0 \text{ 可得}$$

$$x_1 = m, \quad x_2 = m-1. \quad \text{-----4 分}$$

$$\therefore y = 1 - \frac{x_2}{x_1} = 1 - \frac{m-1}{m} = \frac{1}{m}. \quad \text{-----5 分}$$

27. (1) 32 分

(2) 答: $AM^2 + BN^2 = MN^2$ 3 分证明: 过点 B 作 $BP \parallel AC$ 交 MH 延长线于点 P,

$$\therefore \angle A = \angle PBH$$

在 $\triangle AMH$ 和 $\triangle BPH$ 中

$$\angle A = \angle PBH$$

$$AH = BH$$

$$\angle AHM = \angle BHP$$

$$\therefore \triangle AMH \cong \triangle BPH$$

$$\therefore AM = BP, \quad MH = PH$$

又 $\because NH \perp MP$

$$\therefore MN = NP$$

$$\because BP \parallel AC, \quad \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle NBP = 90^\circ$$

$$\therefore BP^2 + BN^2 = NP^2$$

$$\therefore AM^2 + BN^2 = MN^2 \text{ 5 分}$$

28. 解：(1) 5. 1 分

(2) $EF=DF-BE$ 2 分

证明：在 DF 上截取 $DM=BE$ ，连接 AM 。如图，

$$\because \angle D + \angle ABC = \angle ABE + \angle ABC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle ABE.$$

$$\because AD = AB,$$

$$\therefore \triangle ADM \cong \triangle ABE.$$

$$\therefore AM = AE, \angle DAM = \angle BAE.$$

$$\because \angle EAF = \angle BAE + \angle BAF = \frac{1}{2} \angle BAD,$$

$$\therefore \angle DAM + \angle BAF = \frac{1}{2} \angle BAD.$$

$$\therefore \angle MAF = \frac{1}{2} \angle BAD.$$

$$\therefore \angle EAF = \angle MAF.$$

$\because AF$ 是 $\triangle EAF$ 与 $\triangle MAF$ 的公共边，

$$\therefore \triangle EAF \cong \triangle MAF.$$

$$\therefore EF = MF.$$

$$\because MF = DF - DM = DF - BE,$$

$$\therefore EF = DF - BE. \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) $\triangle CEF$ 的周长为 15. 5 分

29. (1) 3 倍根号 2 2 分

(2) 5 2 分

(3) 根号 34 1 分

30. (1) 略

(2) 略

(3) $CE = \sqrt{2} EF$

取 AD 、 AB 的中点分别为 M 、 N ，证明 $\triangle EMF$ 与 $\triangle FNC$ 全等，进而证明 $\triangle CEF$ 是等腰直角三角形即可

