

2015—2016 学年北京丰台区北京十二中初二下学期期中数学试卷

一、选择题

1. 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围

- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \geq 2$

答案 D

解析：根据题意得： $x-2 \geq 0$ ，解得 $x \geq 2$ ，故答案为 D.

2. 正五边形的每个外角等于

- A. 360° B. 108° C. 72° D. 60°

答案：C

解析：正五边形的每个外角等于 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ ，故答案为 C.3. 若方程 $(m+x)x^{|m|} + 3mx + 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 为

- A. 0 B. ± 2 C. -2 D. 2

答案 D

解析：若方程 $(m+2)x^{|m|} + 3mx + 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 $\begin{cases} m+2 \neq 0 \\ |m| = 2 \end{cases}$ ，解得 $m = 2$ ，

故答案为 D.

4. 已知四边形 $ABCD$ ，给出下列 4 个条件：① $AB \parallel CD$ ；② $AD \parallel BC$ ；③ $AB = CD$ ；④ $\angle BAD = \angle DCB$ ，从以上 4 个条件中任选 2 个条件为一组，能推出四边形 $ABCD$ 为平行四边形的有

- A. 3 组 B. 4 组 C. 5 组 D. 6 组

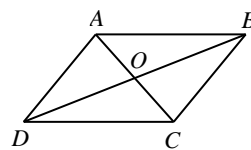
答案 B

解析：第一组：根据“有两组对边相互平行的四边形是平行四边形”可以选①和②或①和④或②和④；

第二组：根据“有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形”可以选①和③；

所以能推出四边形 $ABCD$ 为平行四边形的有四组.

故答案为 B.

5. 用配方法解方程 $x^2 - 6x + 2 = 0$ 时，下列配方正确的是

- A. $(x-3)^2 = 7$ B. $(x-3)^2 = 9$ C. $(x-9)^2 = 9$ D. $(x-9)^2 = 7$

答案 A

解析 $x^2 - 6x + 2 = (x-3)^2 + 2 - 9 = (x-3)^2 - 7 = 0$ ，即 $(x-3)^2 = 7$ ，故答案为 A.

6. 平行四边形 $ABCD$ 的对角线的交点在坐标原点, 且 AD 平行于 x 轴, 若 A 点坐标为 $(-1, 2)$, 则点 C 的坐标为
- A. $(1, -2)$ B. $(2, -1)$ C. $(1, -3)$ D. $(2, -3)$

答案 A

解析 ∵ 四边形 $ABCD$ 是中心对称图形, 对称中心是对角线的交点,

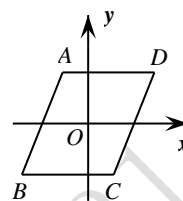
又 ∵ 平行四边形 $ABCD$ 的对角线交点在坐标原点.

∴ A 和 C 关于 O 对称,

∵ 点 A 的坐标为 $(-1, 2)$

∴ 点 C 的坐标为 $(1, -2)$,

故答案为 A.



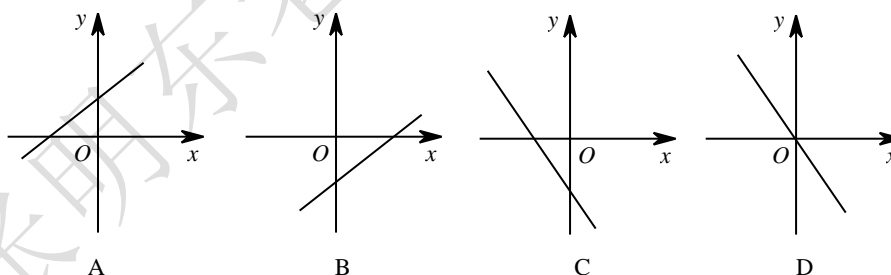
7. 股票每天的涨、跌幅均不超过 10%, 即当涨了原价的 10%, 便不能再涨, 叫做涨停; 当跌了原价的 10% 后, 便不能再跌, 叫做跌停, 已知一支股票某天跌停, 之后两天时间又涨回到原价, 若这两天此股票均价的平均增长率为 x , 则 x 满足的方程是

A. $1 + 2x = \frac{11}{10}$ B. $1 + 2x = \frac{10}{9}$ C. $(1 + x)^2 = \frac{11}{10}$ D. $(1 + x)^2 = \frac{10}{9}$

答案 D

解析 设平均每天涨 x . 则 $90\%(1+x)^2 = 1$, 即 $(1+x)^2 = \frac{10}{9}$, 故答案为 D.

8. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则一次函数 $y = kx + b$ 的大致图象可能是



答案 B

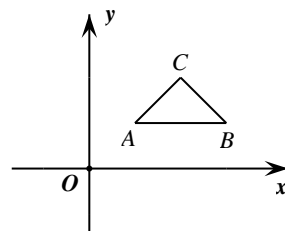
解析 ∵ $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

$$\therefore \Delta = 4 - 4(kb + 1) > 0. \text{ 解得 } kb < 0,$$

- A. $k > 0, b > 0$, 即 $kb > 0$, 故 A 不正确;
 B. $k > 0, b < 0$, 即 $kb < 0$, 故 B 正确;
 C. $k < 0, b < 0$, 即 $kb > 0$, 故 C 不正确;
 D. $k > 0, b = 0$, 即 $kb = 0$, 故 D 不正确.

9. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别是 $A(1,1)$ ， $B(3,1)$ ， $C(2,2)$ ，当直

线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 与 $\triangle ABC$ 有交点时， b 的取值范围是



- A. $-\frac{1}{2} \leq b \leq 1$ B. $-\frac{1}{2} \leq b \leq \frac{1}{2}$ C. $-1 \leq b \leq \frac{1}{2}$ D. $-1 \leq b \leq 1$

答案 A

解析将 $A(1,1)$ 代入直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 中，可得 $\frac{1}{2} + b = 1$ ，解得： $b = \frac{1}{2}$ ；

将 $B(3,1)$ 代入直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 中，可得 $\frac{3}{2} + b = 1$ ，解得： $b = -\frac{1}{2}$ ；

将 $C(2,2)$ 代入直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 中，可得 $1 + b = 2$ ，解得： $b = 1$ 。

故 b 的取值范围是 $-\frac{1}{2} \leq b \leq 1$ 。

故答案为 A。

10. 如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， E 、 F 分别是边 BC 、 AD 的中点， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ，一动点 P 从点 B 出发，沿着 $B-A-D-C$ 在矩形的边上运动，运动到点 C 停止，点 M 为图 1 中某一定点，设点 P 运动的路程为 x ， $\triangle BPM$ 的面积为 y ，表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则点 M 的位置可能是图 1 中的

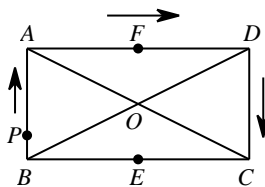


图1

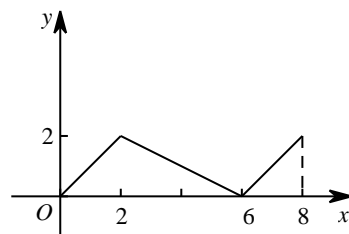


图2

- A. 点 C B. 点 O C. 点 E D. 点 F

答案 B

解析 $\because AB = 2$ ， $BC = 4$ ，四边形 $ABCD$ 是矩形，

\therefore 当 $x = 6$ 时，点 P 到达 D 点，

此时 $\triangle BPM$ 的面积为 0，

- ∴ 点 M 一定在 BD 上，
 ∴ 从选项中可得，只有 O 点符合，
 ∴ 点 M 的位置可能是图 1 中的点 O 。

二、填空题

11. 写出一个 y 随 x 的增大而减小，且过点 $(0, 2)$ 的一次函数解析式：_____

答案 $y = -x + 2$

解析该一次函数解析式 $k < 0$ ，所以可写一次函数解析式为 $y = -x + 2$ 。

12. 已知 a 是方程 $x^2 + 5x - 2 = 0$ 的一个根，则代数式 $2a^2 + 10a - 9$ 的值为_____。

答案 -5

解析 ∵ a 是方程 $x^2 + 5x - 2 = 0$ 的一个根，

$$\therefore a^2 + 5a = 2,$$

$$\therefore 2a^2 + 10a - 9 = 2(a^2 + 5a) - 9 = 2 \times 2 - 9 = -5.$$

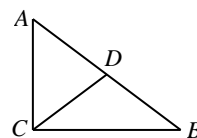
13. 若关于 x 的方程 $kx^2 - 2x + 3 = 0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围是_____。

答案 $k < \frac{1}{3}$ 且 $k \neq 0$

解析关于 x 的方程 $kx^2 - 2x + 3 = 0$ 有两个实数根。

$$\begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = 2^2 - 4k \times 3 > 0 \end{cases}, \text{解得 } k < \frac{1}{3} \text{ 且 } k \neq 0.$$

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ， D 是 AB 中点，则 $CD =$ _____。



答案 5

解析 ∵ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

∵ D 是 AB 中点，

$$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = 5.$$

15. 小明设计了一个魔术盒，当任意实数对 (a, b) 进入其中时，会得到一个新的实数

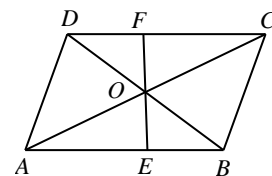
$a^2 + 2b - 3$ ，例如把 $(2, -5)$ 放入其中，就会得到 $2^2 + 2 \times (-5) - 3 = -9$ 。现将实数对

$(m, -3m)$ 放入其中，得到实数 4，则 $m =$ _____。

答案 7 或 -1

解析根据题意得， $m^2 + 2 \times (-3m) - 3 = 4$ ，解得 $m_1 = 7$ ， $m_2 = -1$ 。

16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，过点 O 作一条直线分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F 。若 $AB = 7$ ， $BC = 5$ ， $OE = 2$ ，则四边形 $BCFE$ 的周长为_____。



答案 16

解析 \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形

$$\therefore AB \parallel CD, \quad OB = OD,$$

$$\therefore \angle FDO = \angle EBO, \quad \angle DFO = \angle BEO,$$

在 $\triangle DOF$ 和 $\triangle BOE$ 中

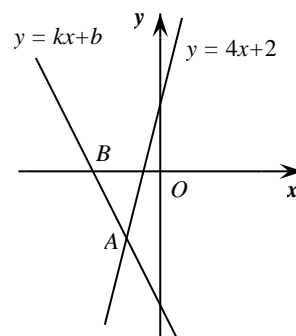
$$\begin{cases} \angle FDO = \angle EBO \\ OB = OD \\ \angle DFO = \angle BEO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DOF \cong \triangle BOE,$$

$$\therefore OF = OE = 2, \quad DF = BE,$$

$$\therefore \text{四边形 } BCFE \text{ 的周长为 } BC + CF + EF + BE = 5 + 7 + 2 + 2 = 16.$$

17. 如图，经过点 $B(-2,0)$ 的直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = 4x + 2$ 相交于点 $A(-1,-2)$ ，则不等式 $4x + 2 < kx + b < 0$ 的解集为_____。



答案 $-2 < x < -1$

解析 \because 经过点 $B(-2,0)$ 的直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = 4x + 2$ 相交于点 $A(-1,-2)$ ，

$$\therefore \text{直线 } y = kx + b \text{ 与直线 } y = 4x + 2 \text{ 的交点 } A \text{ 的坐标为 } (-1, -2),$$

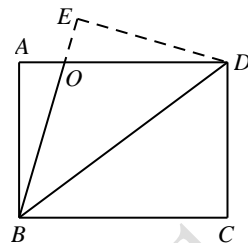
$$\text{直线 } y = kx + b \text{ 与 } x \text{ 轴的交点坐标为 } B(-2, 0),$$

$$\text{又 } \because \text{当 } x < -1 \text{ 时, } 4x + 2 < kx + b,$$

$$\text{当 } x > -2 \text{ 时, } kx + b < 0,$$

\therefore 不等式 $4x+2 < kx+b < 0$ 的解集为 $-2 < x < -1$.

18. 如图, 把一矩形纸片 $ABCD$ 沿 BD 折叠, 使点 C 落在点 E 处, BE 与 AD 交于点 O , 若 $AB=6$, $BC=8$, 则 BO 的长为_____.



答案 $\frac{25}{4}$

解析由折叠性质可知, $ED=CD$,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AB=CD=ED$, $\angle A=\angle C=\angle E=90^\circ$,

又 $\because \angle AOB=\angle EOD$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle EOD$,

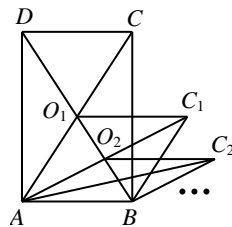
$\therefore OD=OB$,

设 $BO=x$, 则 $AO=8-x$,

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $AB^2+AO^2=BO^2$,

即 $6^2+(8-x)^2=x^2$, 解得: $x=\frac{25}{4}$, 即 $BO=\frac{25}{4}$.

19. 如图, 矩形 $ABCD$ 的面积为 5, 它的两条对角线交于点 O_1 , 以 AB 、 AO_1 为两邻边作平行四边形 ABC_1O_1 . 平行四边形 ABC_1O_1 的对角线交于点 O_2 , 同样以 AB 、 AO_2 为两邻边作平行四边形 ABC_2O_2 , ..., 依次类推, 则平行四边形 ABC_nO_n 的面积为_____.



答案 $\frac{5}{2^n}$

解析矩形 $ABCD$ 的面积为 5,

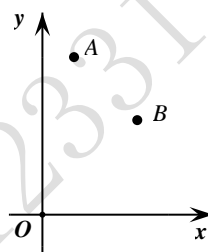
平行四边形 ABC_1O_1 的面积为 $\frac{5}{2}$,

平行四边形 ABC_2O_2 的面积为 $\frac{5}{4}$,

...

平行四边形 ABC_nO_n 的面积为 $\frac{5}{n^2}$,

20. 如图：在平面直角坐标系中， A 、 B 两点的坐标分别为 $(1, 5)$ 、 $(3, 3)$ ， M 、 N 分别是 x 轴、 y 轴上的点，如果以点 A 、 B 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形，则 M 的坐标为_____.



答案 $(2, 0)$, $(-2, 0)$, $(4, 0)$

解析如图所示：分三种情况考虑：

- (i) 当直线 MN 与 x 轴、 y 轴交于 $M(2, 0)$ 、 $N(0, 2)$ ，此时 $MN = AB = 2\sqrt{2}$ ，

且直线 MN 与直线 AB 斜率相同，都为 -1 ，即两直线平行，

$\therefore AMNB$ 为平行四边形.

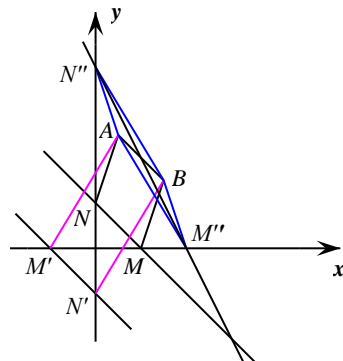
- (ii) 当直线与 x 轴、 y 轴分别交于 $M'(-2, 0)$ ，

$N'(0, -2)$ ，此时 $N'M' = AB = 2\sqrt{2}$ ，

且直线 $N'M'$ 与直线 AB 斜率相同，都为 -1 ，即两直线平行，

$\therefore AM'N'B$ 为平行四边形.

- (iii) 直线与 x 轴、 y 轴分别交于 M'' 、 N'' ，直线 $N''M''$ 与直线 AB 交于 C 点，若 C 为 $N''M''$ 与 AB 中点，四边形为平行四边形，此时 C 坐标为 $(2, 4)$ ， $N''(0, 8)$ ， $M''(4, 0)$.



三、解答题

21. 解方程：

$$(1) (x+6)^2 - 9 = 0$$

答案 $x_1 = -3$, $x_2 = -9$

解析 $(x+6)^2 = 9$

$$x+6 = \pm 3,$$

$$\therefore x_1 = -3, \quad x_2 = -9.$$

$$(2) \quad 2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\text{答案 } x_1 = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2}, \quad x_2 = 1 - \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$\text{解析 } 2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$2(x-1)^2 = 5,$$

$$x-1 = \pm \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$\therefore x_1 = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2}, \quad x_2 = 1 - \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

22. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(-1, -5)$ ，且与正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象相交于点

$(2, a)$.

(1) 求 a 的值.

答案 1

解析点 $(2, a)$ 在 $y = \frac{1}{2}x$ 上，

$$\therefore a = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$$

(2) k 、 b 的值.

答案 $k = 2$, $b = -3$.

解析 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(-1, -5)$ 和 $(2, 1)$,

$$\therefore \begin{cases} -5 = -k + b \\ 1 = 2k + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 2 \\ b = -3 \end{cases}.$$

(3) 这两个函数图象与 y 轴所围成的三角形的面积.

答案 3

解析当 $x = 0$ 时, $y = -3$;

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } x = \frac{3}{2},$$

$$\text{可知所围成的三角形面积 } S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3.$$

23. 列方程解应用题

某花圃用花盆培育某种花苗，经过实验发现每盆的盈利与每盆的株数构成一定的关系，每盆植入 3 株时，平均单株盈利 3 元。以同样的栽培条件，若每盆每增加 1 株，平均单株盈利就减少 0.5 元。要使每盆的盈利达到 10 元，每盆应该植多少株？

答案每盆应植 4 株或者 5 株.

解析设每盆花苗增加 x 株, 则每盆花苗有 $(x+3)$ 株, 平均单株盈利为: $(3-0.5x)$ 元,

由题意得: $(x+3)(3-0.5x)=10$.

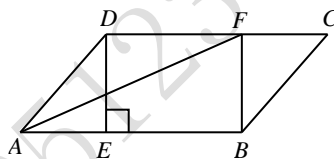
化简, 整理得 $x^2-3x+2=0$,

解这个方程, 得 $x_1=1$, $x_2=2$,

则 $3+1=4$, $2+3=5$,

答: 每盆应植 4 株或者 5 株.

24. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 点 F 在边 CD 上, $DF=BE$, 连接 AF 、 BF .



(1) 求证: 四边形 $BFDE$ 是矩形.

答案证明见解析.

解析: \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore DC \parallel AB$, 即 $DF \parallel BE$,

又 $\because DF = BE$,

\therefore 四边形 $BFDE$ 为平行四边形,

又 $\because DE \perp AB$,

$\therefore \angle DEB = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $BFDE$ 是矩形.

(2) 若 $CF=3$, $BF=4$, $DF=5$, 求证: AF 平分 $\angle DAB$.

答案证明见解析.

解析: \because 四边形 $BFDE$ 是矩形,

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$,

$\because CF=3$, $BF=4$,

$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$\therefore AD = BC = 5$,

$\therefore AD = DF = 5$,

$\therefore \angle DAF = \angle DFA$,

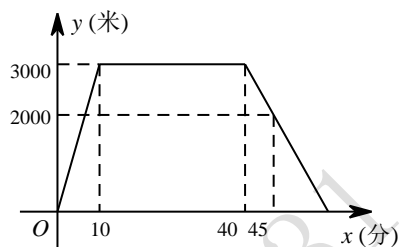
$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle FAB = \angle DFA$,

$\therefore AF$ 平分 $\angle DAB$.

25. 小明上午 8:00 从家里出发, 骑车去一家超市购物, 然后从这家超市返回家中, 小明离家的路程 y (米) 和所经过的时间 x (分) 之间的函数图象如图所示.

请根据图象回答下列问题:



(1) 小明去超市途中的速度是_____米/分; 在超市逗留了_____分钟.

答案 1. 300

2. 30

解析 小明去超市的速度 $= \frac{3000}{10} = 300$ 米/分.

在超市逗留的时间 $= 40 - 10 = 30$ 分钟.

(2) 小明几点几分返回到家?

答案 小明回家的时间是 8 点 55 分.

解析 设小明离家的路程 y (米) 和所经过的时间 x (分) 之间的函数关系式为 $y = kx + b$,

由题意经过点 $(40, 3000)$, $(45, 2000)$.

$$\text{故 } \begin{cases} 40k + b = 3000 \\ 45k + b = 2000 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -200 \\ b = 11000 \end{cases},$$

所以小明离家的路程 y (米) 和所经过的时间 x (分) 之间的函数关系式为

$$y = -200x + 11000,$$

$\because y = 0$ 时, $x = 55$,

\therefore 小明回家的时间是 8 点 55 分.

26. 已知: 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2a+1)x + \frac{5}{4}a^2 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} = 0$ 有实根.

(1) 求 a 的值.

答案 $a = 1$.

解析 \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2a+1)x + \frac{5}{4}a^2 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} = 0$ 有实数根.

$$\therefore \Delta = (2a+1)^2 - 4\left(\frac{5}{4}a^2 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$= -a^2 + 2a - 1$$

$$=-(a-1)^2 \geq 0$$

$$\therefore a=1.$$

(2) 若关于 x 的方程 $kx^2 - 3x - k - 2a - 1 = 0$ 的所有根均为整数，求整数 k 的值.

答案 $k=0, \pm 1, \pm 3$.

解析由 $a=1$ 得 $kx^2 - 3x - k - 3 = 0$,

当 $k=0$ 时，所给方程为 $-3x - 3 = 0$ ，有整数根 $x = -1$.

当 $k \neq 0$ 时，所给方程为二次方程，则 $(x+1)(kx - k - 3) = 0$.

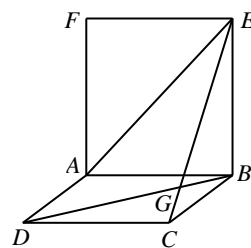
$$\therefore x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{k+3}{k} = 1 + \frac{3}{k}.$$

$\therefore k, x$ 为整数，

$$\therefore k = \pm 1, \pm 3,$$

综上 $k=0, \pm 1, \pm 3$.

27. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 和矩形 $ABEF$ ， EC 与 DB 交于点 G ， $AE = CE = DB$ ，求 $\angle EGB$ 的度数.



答案 60° .

解析连接 AF 和 BF ，

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，四边形 $ABEF$ 是矩形，

$\therefore AE = BF = CE = DB$ ， $EF \parallel AB \parallel CD$ ，

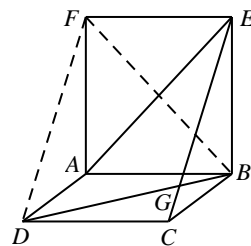
\therefore 四边形 $CDFE$ 是平行四边形，

$\therefore DF = CE$ ， $DF \parallel CE$ ，

$\therefore DF = CE = BF = BD$ ， $\angle EGB = \angle FDB$ ，

$\therefore \triangle BDF$ 是等边三角形，

$\therefore \angle EGB = \angle FDB = 60^\circ$ ，



28. 为了贯彻落实“精准扶贫”精神，某市特制定了一系列关于帮扶 A 、 B 两贫困村的计划. 现决定从某地运送 152 箱鱼苗到 A 、 B 两村养殖，若用大小货车共 15 辆，则恰好能一次性运完这批鱼苗. 已知这两种大小货车的载货能力分别为 12 箱/辆和 8 箱/辆，其运往 A 、 B 两村的运费如下表：

目的地	A 村（元/辆）	B 村（元/辆）
大货车	800	900
小货车	400	600

(1) 求这 15 辆车中大、小货车各多少辆？

答案大货车用 8 辆，小货车用 7 辆。

解析设大货车用 x 辆，小货车用 y 辆。

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} x+y=15 \\ 12x+8y=152 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=8 \\ y=7 \end{cases},$$

\therefore 大货车用 8 辆，小货车用 7 辆。

(2) 现安排其中 10 辆货车前往 A 村，其余货车前往 B 村，设前往 A 村的大货车为 x 辆，前往 A、B 两村总费用为 y 元，试求出 y 与 x 的函数解析式，并写出自变量的取值范围。

答案 $y=100x+9400$ ($3 \leq x \leq 8$ ，且 x 为整数)。

解析 $y=800x+900(8-x)+400(10-x)+600[7-(10-x)]=100x+9400$ ($3 \leq x \leq 8$ ，且 x 为整数)。

(3) 在 (2) 的条件下，若运往 A 村的鱼苗不少于 100 箱，请你写出使总费用最少的货车调配方案，并求出最少费用。

答案使总运费最少的调配方案是：5 辆大货车、5 辆小货车前往 A 村；3 大货车、2 辆小货车前往 B 村，最少运费为 9900 元。

解析由题意得： $12x+8(10-x) \geq 100$ ，

解得 $x \geq 5$ ，

又 $\because 3 \leq x \leq 8$ ，

$\therefore 5 \leq x \leq 8$ 且为整数，

$\because y=100x+9400$ ， $k=100>0$ ， y 随 x 的增大而增大，

\therefore 当 $x=5$ 时， y 最小，

最小值为 $y=100 \times 5+9400=9900$ (元)。

答：使总运费最少的调配方案是：5 辆大货车、5 辆小货车前往 A 村；3 大货车、2 辆小货车前往 B 村，最少运费为 9900 元。

29. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $M(m,n)$ 和点 $N(m,n')$ ，给出如下定义：

若 $n' = \begin{cases} n(m \geq 2) \\ -n(m < 2) \end{cases}$ ，则称点 N 为点 M 的变换点。例如：点 $(2, 4)$ 的变换点的坐标是

$(2, 4)$ ，点 $(-1, 3)$ 的变换点的坐标是 $(-1, -3)$ 。

(1) 回答下列问题：

①点 $(\sqrt{5}, 1)$ 的变换点的坐标是_____.

答案 $(\sqrt{5}, 1)$

解析由定义可知，由于 $\sqrt{5} > 2$ ，所以点 $(\sqrt{5}, 1)$ 的变换点的坐标是 $(\sqrt{5}, 1)$.

②在点 $A(-1, 2)$ ， $B(4, -8)$ 中有一个点是函数 $y = 2x$ 图象上某一点的变换点，这个点是_____（填“ A ”或“ B ”）.

答案 A

解析若点 $A(-1, 2)$ 是变换点，则变换前的点为 $(-1, -2)$ ， $-2 = -1 \times 2$ ，在函数 $y = 2x$ 上；

若点 $B(4, -8)$ 是变换点，则变换前的点为 $(4, -8)$ ， $-8 \neq 4 \times 2$ ，不在函数 $y = 2x$ 上.

所以这个点是 A .

(2) 若点 M 在函数 $y = x + 2$ ($-4 \leq x \leq 3$)的图象上，其变换点 N 的纵坐标 n' 的取值范围是_____.

答案 $-4 < n' \leq 2$ 或 $4 \leq n' \leq 5$

解析若点 M 在函数 $y = x + 2$ ($-4 \leq x \leq 3$)的图象上，设 $M(x, x + 2)$ ，

当 $2 \leq x \leq 3$ 时， $4 \leq n' = x + 2 \leq 5$ ；

当 $-4 \leq x < 2$ 时， $-4 < n' = -(x + 2) \leq 2$ ；

综上，纵坐标 n' 的取值范围是 $-4 < n' \leq 2$ 或 $4 \leq n' \leq 5$.

(3) 若点 M 在函数 $y = -x + 4$ ($-1 \leq x \leq a, a > -1$)的图象上，其变换点 N 的纵坐标 n' 的取值范围是 $-5 \leq n' \leq 2$ ，则 a 的取值范围是_____.

答案 $6 \leq a \leq 9$

解析当 $a > 2$ 时， $2 \leq x < a$ 时， $4 - a \leq n' = -x + 4 \leq 2$ ，

$-1 \leq x < 2$ 时， $-5 \leq n' = -(-x + 4) \leq -2$ ，

\therefore 只需 $-5 \leq 4 - a \leq -2$ ，此时 $6 \leq a \leq 9$ ；

当 $a < 2$ 时， $-1 \leq x \leq a$ ， $-5 \leq n' = -(-x + 4) \leq a - 4$ ，

此时不满足 $-5 \leq n' \leq 2$ ，故舍去.

综上， a 的取值范围是 $6 \leq a \leq 9$.