

怀柔区 2017—2018 学年度初三一模

数 学 试 卷 2018.5

- | | |
|------------------|---|
| 考 生 须 知 | 1. 本试卷共 8 页，三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 认真填写第 1、5 页密封线内的学校、姓名、考号。 3. 考生将选择题答案一律填在选择题答案表内。 4. 考生一律用蓝色或黑色钢笔、圆珠笔、碳素笔在试卷上按题意和要求作答。 5. 字迹要工整，卷面要整洁。 |
|------------------|---|

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 如图所示，比较线段 a 和线段 b 的长度，结果正确的是 ()

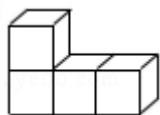


- A. $a > b$ B. $a < b$ C. $a = b$ D. 无法确定

2. 若代数式 $\frac{2x}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x=0$ B. $x \neq 3$ C. $x \neq 0$ D. $x=3$

3. 如图,左图是由 4 个大小相同的正方体组合而成的几何体，其左视图是 ()



第 3 题图



A.



B.



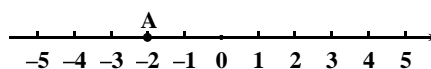
C.



D.

4. 如图所示，数轴上点 A 所表示的数的绝对值为 ()

- A. 2 B. -2
C. ± 2 D. 以上均不对



第 4 题图

5. 中国结是一种我国特有的手工编织工艺品，它的造型独特、绚丽多彩、寓意深刻、内涵丰富，是我国传统吉祥装饰物品.下列中国结图案，既是轴对称图形又是中心对称图形的是



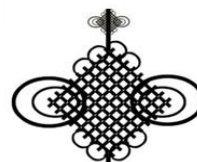
A



B



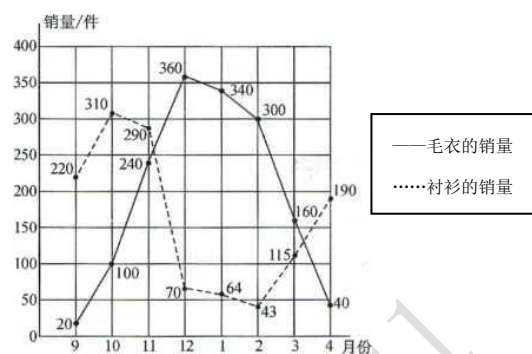
C



D

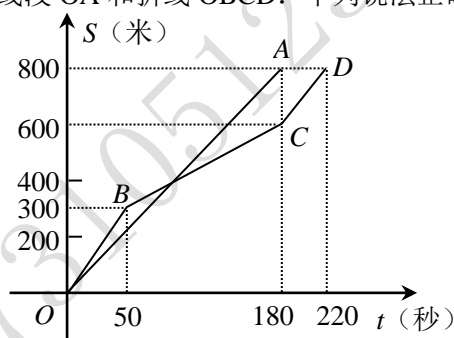
6. 下图是某品牌毛衣和衬衫 2016 年 9 月至 2017 年 4 月在怀柔京北大世界的销量统计图. 根据统计图提供的信息, 下列推断不合理的是 ()

- A. 9 月毛衣的销量最低, 10 月衬衫的销量最高
 B. 与 10 月相比, 11 月时, 毛衣的销量有所增长, 衬衫的销量有所下降
 C. 9 月—11 月毛衣和衬衫的销量逐月增长
 D. 2 月毛衣的销售量是衬衫销售量的 7 倍左右



7. 2017 年怀柔区中考体育加试女子 800 米耐力测试中, 同时起跑的李丽和吴梅所跑的路程 S (米) 与所用时间 t (秒) 之间的函数图象分别为线段 OA 和折线 $OBCD$. 下列说法正确的是 ()

- A. 李丽的速度随时间的增大而增大
 B. 吴梅的平均速度比李丽的平均速度大
 C. 在起跑后 180 秒时, 两人相遇
 D. 在起跑后 50 秒时, 吴梅在李丽的前面



8. 一粒木质中国象棋子“兵”, 它的正面雕刻一个“兵”字, 它的反面是平的. 将它从一定高度下掷, 落地反弹后可能是“兵”字面朝上, 也可能是“兵”字面朝下. 由于棋子的两面不均匀, 为了估计“兵”字面朝上的概率, 某实验小组做了棋子下掷实验, 实验数据如下表:

| 实验次数 n | 20 | 60 | 100 | 120 | 140 | 160 | 500 | 1000 | 2000 | 5000 |
|-------------------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| “兵”字面朝上次数 m | 14 | 38 | 52 | 66 | 78 | 88 | 280 | 550 | 1100 | 2750 |
| “兵”字面朝上频率 $\frac{m}{n}$ | 0.7 | 0.63 | 0.52 | 0.55 | 0.56 | 0.55 | 0.56 | 0.55 | 0.55 | 0.55 |

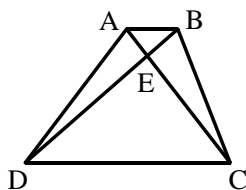
下面有三个推断:

- ① 投掷 1000 次时, “兵”字面朝上的次数是 550, 所以“兵”字面朝上的概率是 0.55
 ② 随着实验次数的增加, “兵”字面朝上的频率总在 0.55 附近, 显示出一定的稳定性, 可以估计“兵”字面朝上的概率是 0.55
 ③ 当实验次数为 200 次时, “兵”字面朝上的频率一定是 0.55

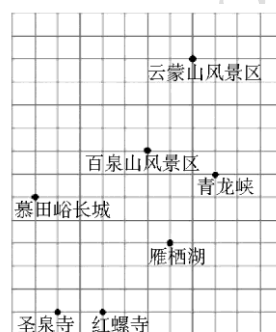
其中合理的是 ()

- A. ① B. ② C. ①② D. ①③

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 比较大小: $\sqrt{11}$ _____ 3.10. 若正多边形的内角和为 720° , 则它的边数为_____.11. 如果 $x+y-1=0$, 那么代数式 $\left(x - \frac{y^2}{x}\right) \div \frac{x-y}{x}$ 的值是_____.12. 如图, 在四边形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, AC、BD 相交于点 E, 若 $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{4}$, 则 $\frac{AE}{AC} =$ _____.

第 12 题图



第13题图

13. 如图, 这是怀柔区部分景点的分布图, 若表示百泉山风景区的点的坐标为 $(0, 1)$, 表示慕田峪长城的点的坐标为 $(-5, -1)$, 则表示雁栖湖的点的坐标为_____.

14. 在一次数学测试中, 同年级人数相同的甲、乙两个班的成绩统计如下表:

| 班级 | 平均分 | 中位数 | 方差 |
|----|------|------|-------|
| 甲班 | 92.5 | 95.5 | 41.25 |
| 乙班 | 92.5 | 90.5 | 36.06 |

数学老师让同学们针对统计的结果进行一下评估, 学生的评估结果如下:

- ① 这次数学测试成绩中, 甲、乙两个班的平均水平相同;
- ② 甲班学生中数学成绩 95 分及以上的人数少;
- ③ 乙班学生的数学成绩比较整齐, 分化较小.

上述评估中, 正确的是_____. (填序号)

15. 被历代数学家尊为“算经之首”的《九章算术》是中国古代算法的扛鼎之作.《九章算术》中记载:“今有五雀、六燕, 集称之衡, 雀俱重, 燕俱轻. 一雀一燕交而处, 衡适平. 并燕、雀重一斤. 问燕、雀一枚各重几何?”

译文：“今有 5 只雀、6 只燕，分别聚集而且用衡器称之，聚在一起的雀重，燕轻.将一只雀、一只燕交换位置而放，重量相等.5 只雀、6 只燕重量为 1 斤.问雀、燕每只各重多少斤？”

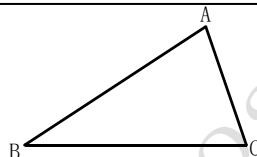
设每只雀重 x 斤，每只燕重 y 斤，可列方程组为_____.

16. 阅读下面材料：

在数学课上，老师提出利用尺规作图完成下面问题：

已知： $\triangle ABC$.

求作： $\triangle ABC$ 的内切圆.



小明的作法如下：

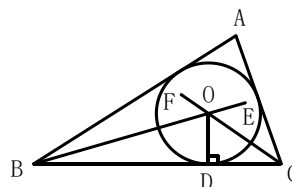
如图，

(1)作 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的平分线 BE 和 CF ，两线相交于点 O ；

(2)过点 O 作 $OD \perp BC$ ，垂足为点 D ；

(3)点 O 为圆心， OD 长为半径作 $\odot O$.

所以， $\odot O$ 即为所求作的圆.



请回答：该尺规作图的依据是_____.

三、解答题(本题共 68 分，第 17—23、25 每题 5 分，第 24 题 6 分，第 26、27 每题 7 分，第 28 题 8 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $|1 - \sqrt{3}| - (\pi - 3)^0 + 3 \tan 30^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

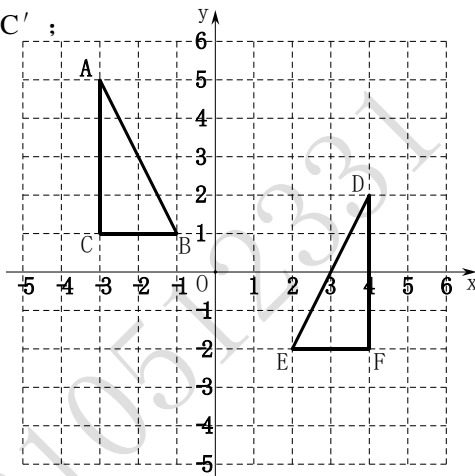
18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x-1) < 2x, \\ \frac{x}{3} - \frac{1+x}{2} < 1. \end{cases}$$

19.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，每个小正方形的边长都为 1， $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，回答下列问题：

(1) $\triangle DEF$ 可以看作是 $\triangle ABC$ 经过若干次图形的变化（平移、轴对称、旋转）得到的，写出一种由 $\triangle ABC$ 得到 $\triangle DEF$ 的过程：_____；

(2)画出 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 的图形 $\triangle A'BC'$ ；

(3)在(2)中，点 C 所形成的路径的长度为_____.



第 19 题图

20.已知关于 x 的方程 $x^2 - 6mx + 9m^2 - 9 = 0$.

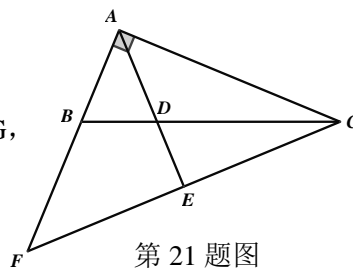
(1)求证：此方程有两个不相等的实数根；

(2)若此方程的两个根分别为 x_1, x_2 ，其中 $x_1 > x_2$ ，若 $x_1 = 2x_2$ ，求 m 的值.

21.直角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， D 是斜边 BC 上一点，且 $AB = AD$ ，过点 C 作 $CE \perp AD$ ，交 AD 的延长线于点 E ，交 AB 延长线于点 F .

(1)求证： $\angle ACB = \angle DCE$ ；

(2)若 $\angle BAD = 45^\circ$ ， $AF = 2 + \sqrt{2}$ ，过点 B 作 $BG \perp FC$ 于点 G ，连接 DG ，依题意补全图形，并求四边形 $ABGD$ 的面积.



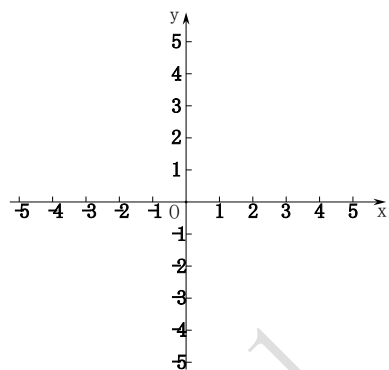
第 21 题图

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 y

轴交于点 $B(0,1)$, 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(3,-2)$.

(1) 求反比例函数的表达式和一次函数表达式;

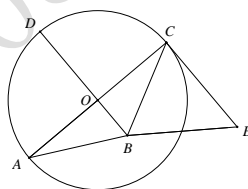
(2) 若点 C 是 y 轴上一点, 且 $BC=BA$, 直接写出点 C 的坐标.



23. 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, 点 B 是 $\odot O$ 内一点, 且 $BA=BC$, 连结 BO 并延长线交 $\odot O$ 于点 D , 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CE , 且 BC 平分 $\angle DBE$.

(1) 求证: $BE=CE$;

(2) 若 $\odot O$ 的直径长 8, $\sin \angle BCE = \frac{4}{5}$, 求 BE 的长.



第 23 题图

24. 某校初三体育考试选择项目中, 选择篮球项目和排球项目的学生比较多. 为了解学生掌握篮球技巧和排球技巧的水平情况, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

收集数据 从选择篮球和排球的学生中各随机抽取 16 人, 进行了体育测试, 测试成绩 (十分制) 如下:

| | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|----|
| 排球 | 10 | 9.5 | 9.5 | 10 | 8 | 9 | 9.5 | 9 |
| | 7 | 10 | 4 | 5.5 | 10 | 9.5 | 9.5 | 10 |
| 篮球 | 9.5 | 9 | 8.5 | 8.5 | 10 | 9.5 | 10 | 8 |
| | 6 | 9.5 | 10 | 9.5 | 9 | 8.5 | 9.5 | 6 |

整理、描述数据 按如下分数段整理、描述这两组样本数据：

| 成绩 x | $4.0 \leq x < 5.5$ | $5.5 \leq x < 7.0$ | $7.0 \leq x < 8.5$ | $8.5 \leq x < 10$ | 10 |
|------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|----|
| 项目 | | | | | |
| 排球 | 1 | 1 | 2 | 7 | 5 |
| 篮球 | | | | | |

(说明：成绩 8.5 分及以上为优秀，6 分及以上为合格，6 分以下为不合格.)

分析数据 两组样本数据的平均数、中位数、众数如下表所示：

| 项目 | 平均数 | 中位数 | 众数 |
|----|------|------|-----|
| 排球 | 8.75 | 9.5 | 10 |
| 篮球 | 8.81 | 9.25 | 9.5 |

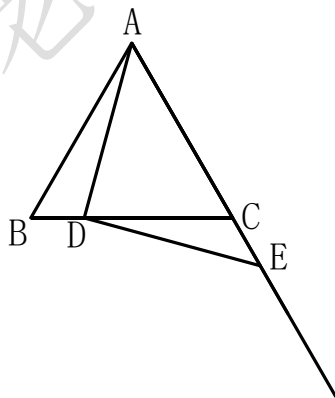
得出结论

(1)如果全校有 160 人选择篮球项目，达到优秀的人数约为_____人；

(2)初二年级的小明和小军看到上面数据后，小明说：排球项目整体水平较高.小军说：篮球项目整体水平较高.

你同意_____ 的看法， 理由为_____.

25、如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， $BC=5\text{cm}$ ，点 D 是线段 BC 上的一动点，连接 AD ，过点 D 作 $DE \perp AD$ ，垂足为 D ，交射线 AC 与点 E . 设 BD 为 $x \text{ cm}$ ， CE 为 $y \text{ cm}$.



小聪根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

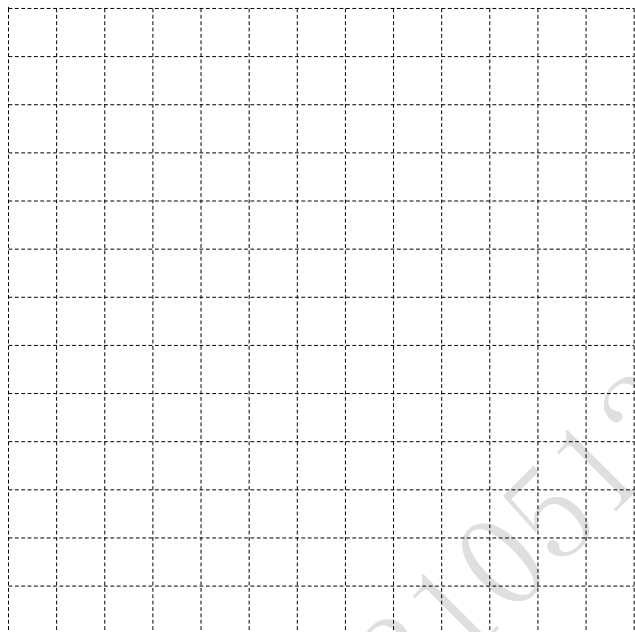
下面是小聪的探究过程，请补充完整：

(1)通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

| | | | | | | | | | | | |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| x/cm | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 |
| y/cm | 5.0 | 3.3 | 2.0 | | 0.4 | 0 | 0.3 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | 0 |

(说明：补全表格上相关数值保留一位小数)

(2)建立平面直角坐标系，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；



(3)结合画出的函数图象，解决问题：当线段 BD 是线段 CE 长的 2 倍时，BD 的长度约为 _____ cm .

26.在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=nx^2-4nx+4n-1(n \neq 0)$ ，与 x 轴交于点 C，D(点 C 在点 D 的左侧)，与 y 轴交于点 A.

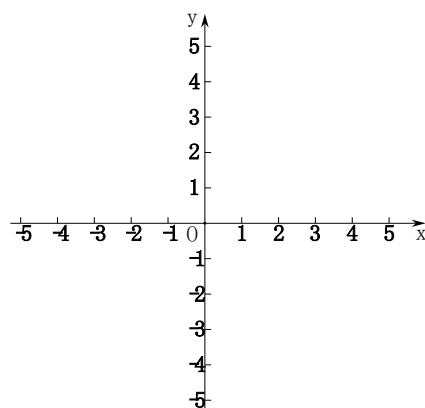
(1)求抛物线顶点 M 的坐标；

(2)若点 A 的坐标为 $(0, 3)$ ， $AB \parallel x$ 轴，交抛物线于点 B，求点 B 的坐标；

(3)在(2)的条件下，将抛物线在 B，C 两点之间的部分

沿 y 轴翻折，翻折后的图象记为 G，若直线 $y = \frac{1}{2}x + m$

与图象 G 有一个交点，结合函数的图象，求 m 的取值范围.

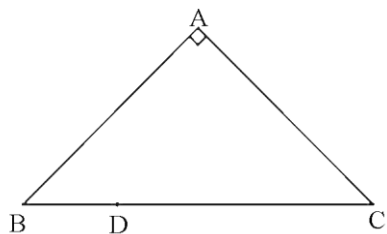


27.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， $AB=AC$ ，点D是BC上任意一点，将线段AD绕点A逆时针方向旋转 90° ，得到线段AE，连结EC.

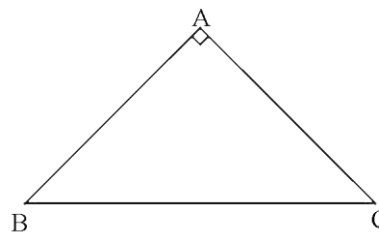
(1)依题意补全图形；

(2)求 $\angle ECD$ 的度数；

(3)若 $\angle CAE=7.5^\circ$ ， $AD=1$ ，将射线DA绕点D顺时针旋转 60° 交EC的延长线于点F，请写出求AF长的思路.



第27题图



备用图

28. P 是 $\odot C$ 外一点, 若射线 PC 交 $\odot C$ 于点 A, B 两点, 则给出如下定义: 若 $0 < PA \cdot PB \leq 3$, 则点 P 为 $\odot C$ 的“特征点”.

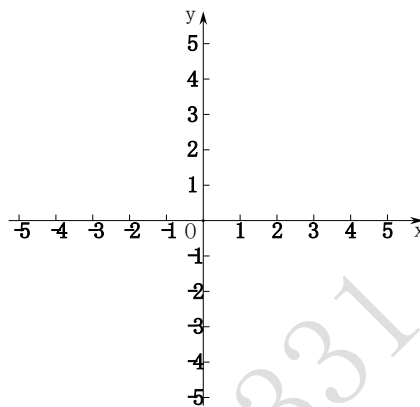
(1) 当 $\odot O$ 的半径为 1 时.

① 在点 $P_1(\sqrt{2}, 0)$ 、 $P_2(0, 2)$ 、 $P_3(4, 0)$ 中, $\odot O$

的“特征点”是_____;

② 点 P 在直线 $y=x+b$ 上, 若点 P 为 $\odot O$ 的“特征点”. 求 b 的取值范围;

(2) $\odot C$ 的圆心在 x 轴上, 半径为 1, 直线 $y=x+1$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 M, N , 若线段 MN 上的所有点都不是 $\odot C$ 的“特征点”, 直接写出点 C 的横坐标的取值范围.



2017-2018 学年度初三一模

数学试卷评分标准

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | B | B | A | A | A | C | D | B |

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. $\sqrt{11} > 3$. 10. 6. 11. 1. 12. $\frac{1}{5}$. 13. (1,-3). 14. ①③. 15. $\begin{cases} 4x + y = 5y + x, \\ 5x + 6y = 1. \end{cases}$

16. 到角两边距离相等的点在角平分上; 两点确定一条直线; 角平分上的点到角两边的距离相等; 圆的定义; 经过半径的外端, 并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17—23、25 每题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 26、27 每题 7 分, 第 28 题 8 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.

解: 原式 $= \sqrt{3} - 1 - 1 + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2$ 4 分

$= 2\sqrt{3} - 4$ 5 分

18.

解: 由①得: $x < 3$ 2 分

由②得: $x > -9$ 4 分

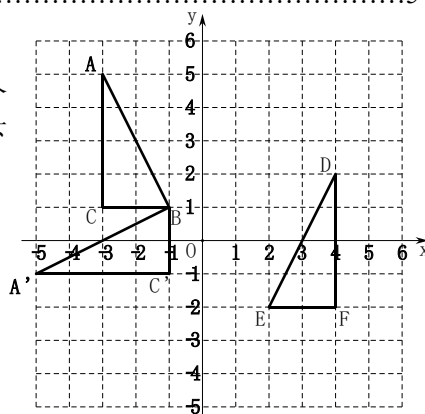
原不等式组的解集为 $-9 < x < 3$ 5 分

19.

(1)答案不唯一.例如: 先沿 y 轴翻折, 再向右平移 1 个单位, 向下平移 3 个单位; 先向左平移 1 个单位, 向下平移 3 个单位, 再沿 y 轴翻折. 3 分

(2)如图所示 4 分

(3) π 5 分



20.

$$(1) \because \Delta = (-6m)^2 - 4(9m^2 - 9) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$= 36m^2 - 36m^2 + 36$$

$$= 36 > 0.$$

\therefore 方程有两个不相等的实数根 $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$(2) x = \frac{6m \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{6m \pm 6}{2} = 3m \pm 3 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\because 3m+3 > 3m-3,$$

$$\therefore x_1 = 3m+3, x_2 = 3m-3, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore 3m+3 = 2(3m-3).$$

$$\therefore m = 3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

21.

$$(1) \because AB = AD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because \angle ADB = \angle CDE, \therefore \angle ABD = \angle CDE.$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle ABD + \angle ACB = 90^\circ.$$

$$\because CE \perp AE, \therefore \angle DCE + \angle CDE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ACB = \angle DCE. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 补全图形, 如图所示: $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$$\because \angle BAD = 45^\circ, \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAE = 45^\circ, \angle F = \angle ACF = 45^\circ,$$

$$\because AE \perp CF, BG \perp CF, \therefore AD \parallel BG.$$

$$\because BG \perp CF, \angle BAC = 90^\circ, \text{ 且 } \angle ACB = \angle DCE,$$

$$\therefore AB = BG.$$

$$\because AB = AD, \therefore BG = AD.$$

\therefore 四边形 ABGD 是平行四边形.

$$\because AB = AD$$

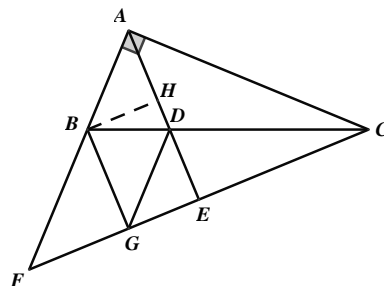
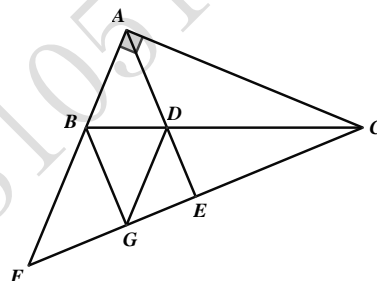
\therefore 平行四边形 ABGD 是菱形 $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$\text{设 } AB = BG = GD = AD = x, \therefore BF = \sqrt{2} BG = \sqrt{2} x. \therefore AB + BF = x + \sqrt{2} x = 2 + \sqrt{2}.$$

$$\therefore x = \sqrt{2}, \text{ 过点 } B \text{ 作 } BH \perp AD \text{ 于 } H.$$

$$\therefore BH = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = 1.$$

$$\therefore S_{\text{四边形ABDG}} = AD \times BH = \sqrt{2}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



22.

(1) \because 双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 过 A (3, -2), 将 A (3, -2) 代入 $y = \frac{m}{x}$,

解得: $m = -6$. \therefore 所求反比例函数表达式为: $y = -\frac{6}{x}$ 1 分

\because 点 A (3, -2) 点 B (0, 1) 在直线 $y = kx + b$ 上,

$\therefore -2 = 3k + 1$2 分

$\therefore k = -1$.

\therefore 所求一次函数表达式为 $y = -x + 1$3 分

(2) C(0, $3\sqrt{2} + 1$) 或 C(0, $1 - 3\sqrt{2}$).5 分

23.

(1) $\because BA = BC$, $AO = CO$,

$\therefore BD \perp AC$.

$\because CE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore CE \perp AC$.

$\therefore CE \parallel BD$1 分

$\therefore \angle ECB = \angle CBD$.

$\because BC$ 平分 $\angle DBE$,

$\therefore \angle CBE = \angle CBD$.

$\therefore \angle ECB = \angle CBE$.

$\therefore BE = CE$2 分

(2) 解: 作 $EF \perp BC$ 于 F.3 分

$\because \odot O$ 的直径长 8,

$\therefore CO = 4$.

$\therefore \sin \angle CBD = \sin \angle BCE = \frac{4}{5} = \frac{OC}{BC}$4 分

$\therefore BC = 5$, $OB = 3$.

$\because BE = CE$,

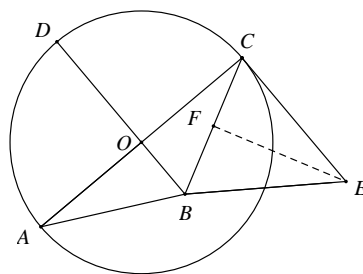
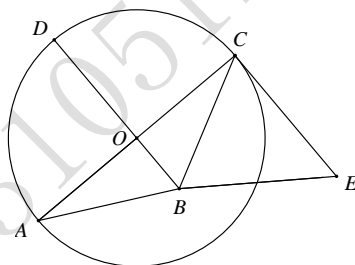
$\therefore BF = \frac{1}{2} BC = \frac{5}{2}$.

$\because \angle BOC = \angle BFE = 90^\circ$, $\angle CBO = \angle EBF$,

$\therefore \triangle CBO \sim \triangle EBF$.

$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{BF}{OB}$.

$\therefore BE = \frac{25}{6}$5 分



24.

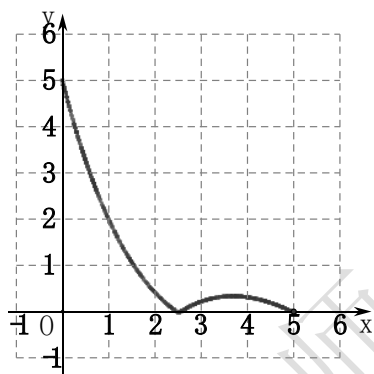
补全表格：

| 人数 \ 成绩 x | $4.0 \leq x < 5.5$ | $5.5 \leq x < 7.0$ | $7.0 \leq x < 8.5$ | $8.5 \leq x < 10$ | 10 |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|----|
| 排球 | 1 | 1 | 2 | 7 | 5 |
| 篮球 | 0 | 2 | 1 | 10 | 3 |

.....2 分
 (1)130;4 分
 (2)答案不唯一，理由需支持判断结论.....6 分

25.

(1)约 1.1;1 分
 (2)如图:



.....4 分
 (3)约 1.7.5 分

26.

(1) $M(2, -1)$;2 分
 (2) $B(4, 3)$;3 分
 (3) \because 抛物线 $y = mx^2 - 4mx + 4m - 1 (m \neq 0)$ 与 y 轴交于点 $A(0, 3)$,

$$\therefore 4m - 1 = 3.$$

$$\therefore m = 1. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y = x^2 - 4x + 3.$$

$$\text{由 } \frac{1}{2}x + m = x^2 + 4x + 3.$$

$$\text{由 } \Delta = 0, \text{ 得: } m = -\frac{1}{16}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

∵ 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与 x 轴的交点 C 的坐标为 $(1,0)$,

∴ 点 C 关于 y 轴的对称点 C_1 的坐标为 $(-1,0)$.

把 $(-1,0)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + m$, 得: $m = \frac{1}{2}$ 6 分

把 $(-4,3)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + m$, 得: $m = 5$.

∴ 所求 m 的取值范围是 $m = -\frac{1}{16}$ 或 $\frac{1}{2} < m \leq 5$7 分

27.

(1) 如图1 分

(2) ∵ 线段 AD 绕点 A 逆时针方向旋转 90° , 得到线段 AE .

∴ $\angle DAE = 90^\circ$, $AD = AE$.

∴ $\angle DAC + \angle CAE = 90^\circ$.

∵ $\angle BAC = 90^\circ$,

∴ $\angle BAD + \angle DAC = 90^\circ$.

∴ $\angle BAD = \angle CAE$2 分

又 ∵ $AB = AC$,

∴ $\triangle ABD \cong \triangle ACE$.

∴ $\angle B = \angle ACE$.

∵ $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$,

∴ $\angle B = \angle ACB = \angle ACE = 45^\circ$.

∴ $\angle ECD = \angle ACB + \angle ACE = 90^\circ$4 分

(3) I. 连接 DE , 由于 $\triangle ADE$ 为等腰直角三角形, 所以可求 $DE = \sqrt{2}$;5 分

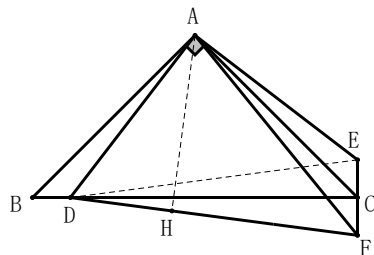
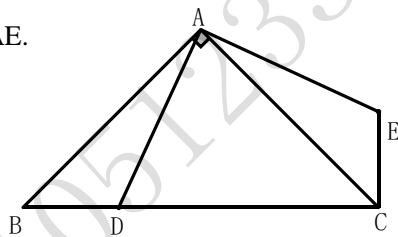
II. 由 $\angle ADF = 60^\circ$, $\angle CAE = 7.5^\circ$, 可求 $\angle EDC$ 的度数和 $\angle CDF$ 的度数, 从而可知 DF 的长;

.....6 分

III. 过点 A 作 $AH \perp DF$ 于点 H , 在 $Rt\triangle ADH$ 中, 由 $\angle ADF = 60^\circ$, $AD = 1$ 可求 AH 、 DH 的长;

IV. 由 DF 、 DH 的长可求 HF 的长;

V. 在 $Rt\triangle AHF$ 中, 由 AH 和 HF 利用勾股定理可求 AF 的长.7 分



28.

(1)① $P_1(\sqrt{2}, 0)$ 、 $P_2(0, 2)$ 2 分②如图，在 $y=x+b$ 上，若存在 $\odot O$ 的“特征点”点 P ，点 O 到直线 $y=x+b$ 的距离 $m \leq 2$.直线 $y=x+b_1$ 交 y 轴于点 E ，过 O 作 $OH \perp$ 直线 $y=x+b_1$ 于点 H .因为 $OH=2$ ，在 $Rt\triangle DOE$ 中，可知 $OE=2\sqrt{2}$.可得 $b_1=2\sqrt{2}$. 同理可得 $b_2=-2\sqrt{2}$. $\therefore b$ 的取值范围是： $-2\sqrt{2} \leq b \leq 2\sqrt{2}$ 6 分(2) $x > \sqrt{3}$ 或 $x < -3$ 8 分