2016 年北京市西城区中考年级二模试卷

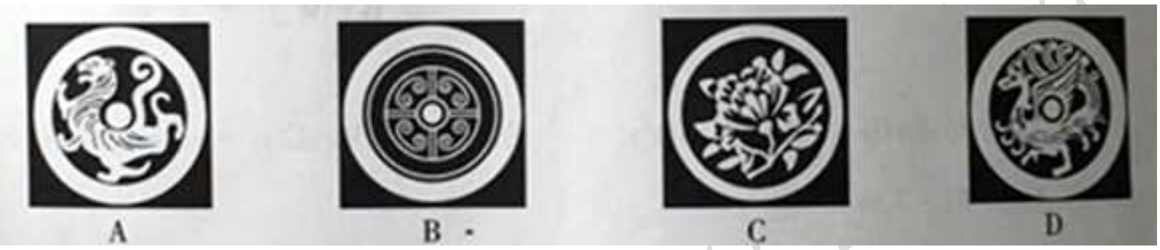
数　学

一、选择题（本题共 **30**分，每小题 **3** 分）下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

1．调查显示，2016 年“两会”期间，通过手机等移动端设备对“两会”相关话题的浏览量高达115 000 000次．将115 000 000 用科学记数法表示应为（ ）

A． 1.15×10^{9}　　B．11.5×10^{7}　　C．1.15×10^{8}　　D． 1.15^{8}

2．“瓦当”是中国古代用以装饰美化建筑物檐头的建筑附件，其图案各式各样，属于中国特有的文化艺术遗产．下列“瓦当”的图案中，是轴对称图形的为（ ）

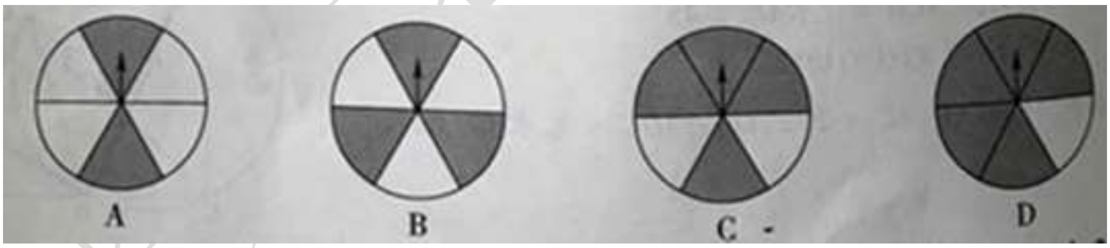


3．下列各式中计算正确的是（ ）

A． $x^2\bullet x^4=x^6$　　B． $2m-(n+1)=2m-n+1$

C． $x^5+2x^5=3x^{10}$　　D． $(2a)^3=2a^3$

4．有一个可以自由转动且质地均匀的转盘，被分成6 个大小相同的扇形．在转盘的适当地方涂上灰色，未涂色部分为白色．为了使转动的转盘停止时，指针指向灰色的概率为$\dfrac{2}{3}$，则下列各图中涂色方案正确的是（ ）



5．利用复印机的缩放功能，将原图中边长为5*cm* 的一个等边三角形放大成边长为20*cm* 的等边三角形，则放大前后的两个三角形的面积比为（ ）

A．1:2　B．1:4　C．1:8　D．1:16

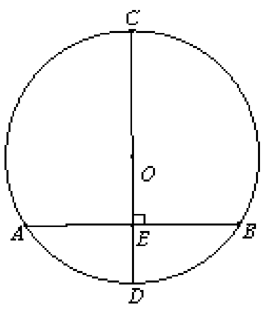
6．如图，*AB* 是⊙*O* 的一条弦，直径*CD*⊥*AB* 于点*E*．若*AB*=24，*OE*=5，则⊙*O* 的半径为（ ）

A．15

B．13

C．12

D．10



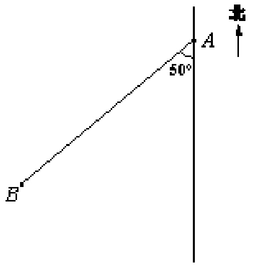
7．如图，在一次定向越野活动中，“超越”小组准备从目前所在的A 处前往相距$2km$ 的B 处，则相对于A 处来说，B 处的位置是（ ）

A．南偏西50°，$2km$

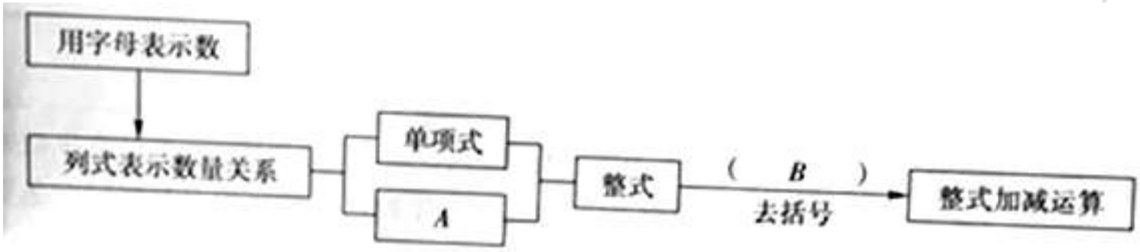
B．南偏东50°，$2km$

C．北偏西40°，$2km$

D．北偏东40°，$2km$



8．教材中“整式的加减”一章的知识结构如图所示，则A 和B 分别代表的是（ ）

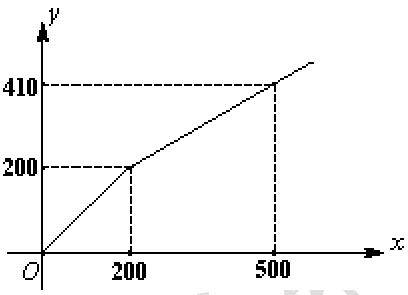


A．分式，因式分解　　B．二次根式，合并同类项

C．多项式，因式分解　　D．多项式，合并同类项

9．某商店在节日期间开展优惠促销活动：购买原价超过 200 元的商品，超．过．200 元的部分可以享受打折优惠．若购买商品的实际付款金额y（单位：元）与商品原价x（单位：元）的函数关系的图象如图所示，则超过200 元的部分可以享受的优惠是（ ）

A．打八折 B．打七折 C．打六折 D．打五折



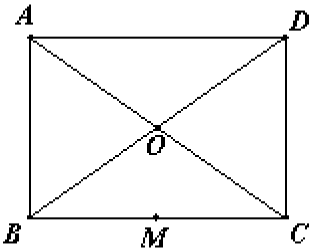


图 1

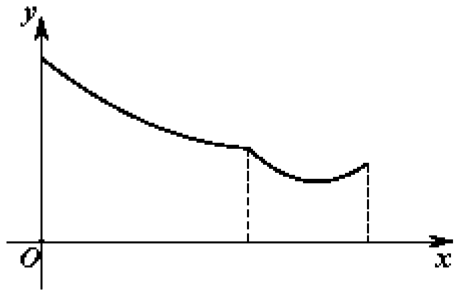


图 2

10．一组管道如右上图1 所示，其中四边形$ABCD$ 是矩形，O 是AC 的中点，管道由AB，BC，CD，DA，OA，OB，OC，OD 组成，在BC 的中点M 处放置了一台定位仪器．一个机器人在管道内匀速行进，对管道进行检测．设机器人行进的时间为x，机器人与定位仪器之间的距离为y，表示y 与x 的函数关系的图象大致如图2 所示，则机器人的行进路线可能为（ ）

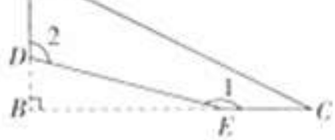
A．$A \to O \to D$　B．$B \to O \to D$　C．$A \to B \to O$　D．$A \to D \to O$

二、填空题（本题共**18** 分，每小题**3** 分）

11．若$|x+2|+\sqrt{y-3}=0$,则xy的值为______.

12．一个扇形的半径长为5，且圆心角为72°，则此扇形的弧长为______.

13．有一张直角三角形纸片，记作△ABC，其中∠B＝90° .按如图方式剪去它的一个角（虚线部分），在剩下的四边形 $ADEC$ 中，若∠1＝165°，则∠2的度数为______°.



14．某班级进行了一次诗歌朗诵比赛，甲、乙两组学生的成绩如下表所示（满分10 分）：

组别	平均分	中位数	方差
甲	6.9	8	2.65
乙	7.1	7	0.38

你认为哪一组的成绩更好一些？并说明理由.

答：______组（填“甲”或“乙”），理由是________________________________.

15．有一列有序数对：（1，2），（4，5），（9，10），（16，17），......，按此规律，第5对有序数对为______；若在平面直角坐标系xOy中，以这些有序数对为坐标的点都在同一条直线上，则这条直线的表达式为______.

16．在平面直角坐标系xOy 中，点A 的坐标为（1，0），P 是第一象限内任意一点，连接PO，PA，若$\angle POA=m°$，$\angle PAO=n°$，则我们把（$m°$，$n°$）叫做点P 的“双角坐标”.例如，点（1，1）的“双角坐标”为（45°，90°）.

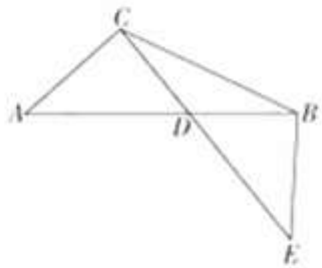
（1）点P（$\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}$），的“双角坐标”为________；

（2）若点P 到x 轴的距离为$\frac{1}{2}$，则$m+n$ 的最小值为______.

三、解答题（本题共**72** 分，第**17—26** 题，每小题**5** 分，第**27** 题**7** 分，第**28** 题**7** 分，第**29** 题**8** 分）

17．计算：$-(-9)+(-2)^3+|2-\sqrt{5}|+2\sin 30°$.

18．如图，在△ABC 中，D 是 AB边上一点，且$DC=DB$.点 E在 CD的延长线上，且$\angle EBC=\angle ACB$.
求证：$AC=EB$

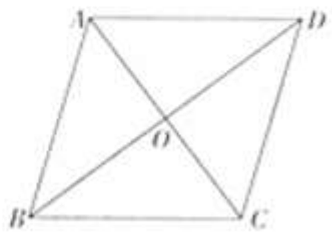


19．先化简，再求值：$\dfrac{x}{x^2-1}\div(\dfrac{x+2}{2x-2}-\dfrac{1}{x-1})$，其中$x=\sqrt{2}-1$．

20．如图，在▱$ABCD$ 中，对角线AC，BD 相交于点O，AB=5，AC=6，BD=8．

（1）求证：四边形$ABCD$ 是菱形；

（2）过点A 作$AH\perp BC$ 于点H，求AH 的长．



21．已知关于x 的方程 $x^2-4mx+4m^2-9=0$．

（1）求证：此方程有两个不相等的实数根；

（2）设此方程的两个根分别为x_1,x_2，其中$x_1<x_2$．若$2x_1=x_2+1$，求 m的值．

22．列方程或方程组解应用题：

为祝贺北京成功获得2022 年冬奥会主办权，某工艺品厂准备生产纪念北京申办冬奥会成功的“纪念章”和“冬奥印”．生产一枚“纪念章”需要用甲种原料4 盒，乙种原料3 盒；生产一枚“冬奥印”需要用甲种原料5 盒，乙种原料10 盒．该厂购进甲、乙两种原料分别为20000 盒和30000 盒，如果将所购进原料正好全部都用完，那么能生产“纪念章”和“冬奥印”各多少枚？

23．在平面直角坐标系xOy 中，反比例函数 $y_1=\dfrac{k}{x}$ 的图象与一次函数$y_2=ax+b$的图象交于点A（1，3）和B（－3，m）．

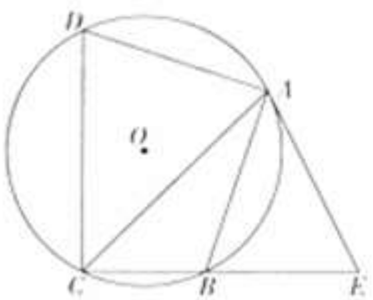
（1）求反比例函数 $y_1=\dfrac{k}{x}$ 和一次函数$y_2=ax+b$的表达式；

（2）点C 是坐标平面内一点，$BC\parallel x$ 轴，$AD\perp BC$ 交直线BC 于点D，连接AC．若$AC=\sqrt{5}CD$，求点C 的坐标．

24．如图，四边形$ABCD$ 内接于⊙O，点E 在CB 的延长线上，连接AC，AE，$\angle ACB=\angle BAE=45°$

（1）求证：AE 是⊙O 的切线；

（2）若 $AB=AD$，$AC=2\sqrt{2}$，$\tan\angle ADC=3$，求 CD的长．

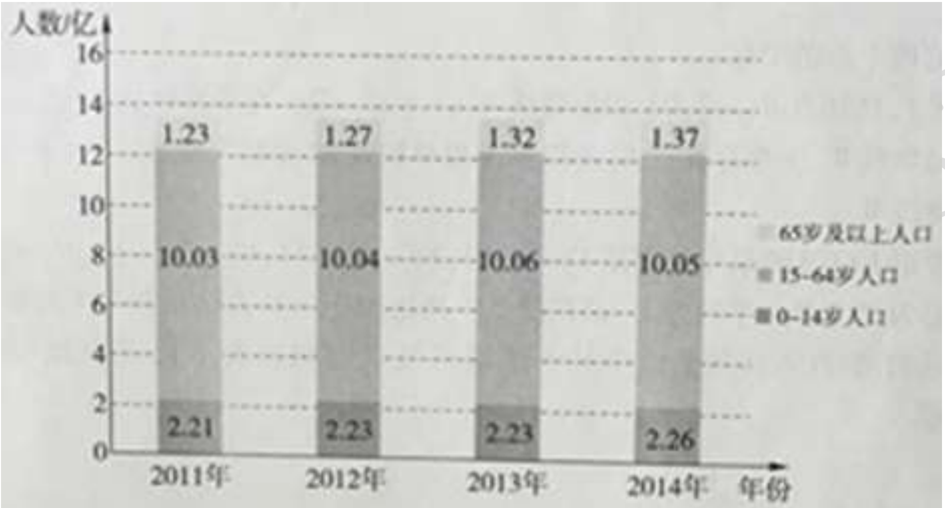


25．阅读下列材料：

根据联合国《人口老龄化及其社会经济后果》中提到的标准，当一个国家或地区65 岁及以上老年人口数量占总人口比例超过7%时，意味着这个国家或地区进入老龄化．从经济角度，一般可用“老年人口抚养比”来反映人口老龄化社会的后果．所谓“老年人口抚养比”是指某范围人口中，老年人口数（65 岁及以上人口数）与劳动年龄人口数（15—64 岁人口数）之比，通常用百分比表示，用以表明每100 名劳动年龄人口要负担多少名老年人．

以下是根据我国近几年的人口相关数据制作的统计图和统计表．

2011—2014 年全国人口年龄分布图



2011—2014 年全国人口年龄分布表

	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年
0 – 14 岁人口占总人口的百分比	16.4%	16.5%	16.4%	16.5%
15 – 64 岁人口占总人口的百分比	74.5%	74.1%	73.9%	73.5%
65 岁及以上人口占总人口的百分比	m	9.4%	9.7%	10.0%

* 以上图表中数据均为年末的数据.

根据以上材料解答下列问题：

（1）2011 年末，我国总人口约为______亿，全国人口年龄分布表中m 的值为______；

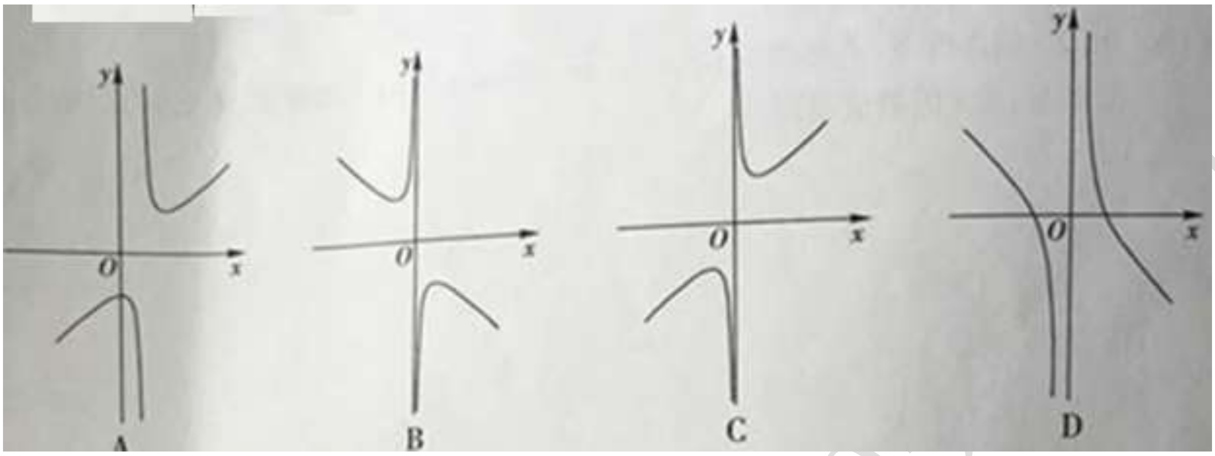
（2）若按目前我国的人口自然增长率推测，到2027 年末我国约有14.60 亿人。假设0—14 岁人口占总人口的百分比一直稳定在16.5%，15—64 岁人口一直稳定在10 亿，那么2027 年末我国0—14 岁人口约为_亿，“老年人口抚养比”约为______；（精确到1%）

（3）2016 年1 月1 日起我国开始实施“全面二胎”政策，一对夫妻可生育两个孩子，在未来10年内，假设出生率显著提高，这______（填“会”或“不会”）对我国的“老年人口抚养比”产生影响．

26．【探究函数 $y=x+\dfrac{9}{x}$ 的图像与性质】

（1）函数 $y=x+\dfrac{9}{x}$ 的自变量x 的取值范围是________ ；

（2）下列四个函数图像中，函数 $y=x+\dfrac{9}{x}$ 的图像大致是______；



（3）对于函数 $y=x+\dfrac{9}{x}$，求当x ＞ 0时，y的取值范围.

请将下面求解此问题的过程补充完整：

解：$\because x>0$

$\therefore y=x+\dfrac{9}{x}$

$=\left(\sqrt{x}\right)^2+\left(\dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)^2$

$=\left(\sqrt{x}-\dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)^2+$ __________.

$\because \left(\sqrt{x}-\dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)^2\geq 0$，

$\therefore y$ ________.

【拓展运用】

（4）若函数 $y=\dfrac{x^2-5x+9}{x}$，则 y 的取值范围是________.

27．在平面直角坐标系xOy中，抛物线$C1: y_1 = ax^2 - 4ax - 4$的顶点在x 轴上，直线$l: y_2 = -x + 5$与x 轴交于点A.

（1）求抛物线$C_1: y_1 = ax^2 - 4ax - 4$的表达式及其顶点坐标；

（2）点B是线段OA上的一个动点，且点B的坐标为$(t,0)$.过点B作直线$BD \perp x$轴交直线l于点D，交抛物线C_2：$y_3 = ax^2 - 4ax - 4 + t$ 于点E.设点D的纵坐标为m，点E.设点E的纵坐标为n ，求证：$m \geqslant n$

（3）在（2）的条件下，若抛物线$C_2: y_3 = ax^2 - 4ax - 4 + t$ 与线段BD有公共点，结合函数的图象，求t 的取值范围.

28．在等腰直角三角形ABC中，$AB = AC$，$\angle BAC$=90°.点P为直线AB上一个动点（点P不与点A,B重合），连接PC，点D在直线BC上，且$PD = PC$. 过点P作$PE \wedge PC$，点D,E在直线AC的同侧，且$PE = PC$，连接BE.

（1）情况一：当点P在线段AB上时，图形如图1 所示；

情况二：如图2，当点P在BA的延长线上，且$AP < AB$时，请依题意补全图2；.

（2）请从问题（1）的两种情况中，任选一种情况，完成下列问题：

①求证：$\angle ACP=\angle DPB$；

②用等式表示线段BC,BP,BE之间的数量关系，并证明.

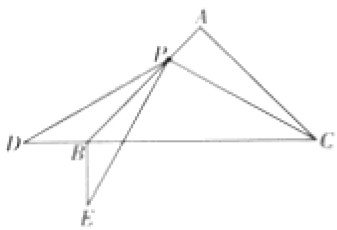


图1

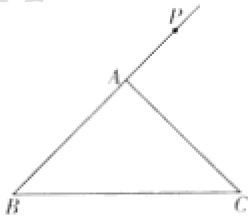


图2

29．在平面直角坐标系 xOy中，对于点$P(x, y)$，以及两个无公共点的图形W_1和W_2，若在图形W_1和W_2上分别存在点$M(x_1, y_1)$和$N(x_2, y_2)$，使得P是线段MN的中点，则称点M 和N被点P“关联”，并称点P为图形W_1和W_2的一个“中位点”，此时P,M,N三个点的坐标满足$x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$，$y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$

（1）已知点$A(0,1)$，$B(4,1)$，$C(3,-1)$，$D(3,-2)$，连接AB,CD.

①对于线段AB和线段CD，若点A和C被点P“关联”，则点P的坐标为______；

②线段AB和线段CD的一“中位点”是$Q\left(2,-\dfrac{1}{2}\right)$，求这两条线段上被点$Q$“关联”的两个点的坐标；

（2）如图 1，已知点$R(-2,0)$和抛物线$W_1: y=x^2-2x$，对于抛物线W_1上的每一个点M，在抛物线W_2上都存在点N，使得点N和M 被点R“关联”，请在图1 中画出符合条件的抛物线W_2；

（3）正方形$EFGH$的顶点分别是$E(-4,1)$，$F(-4,-1)$，$G(-2,-1)$，$H(-2,1)$，$\odot T$ 的圆心为$T(3,0)$，半径为1.请在图2 中画出由正方形$EFGH$和 $\odot T$ 的所有“中位点”组成的图形(若涉及平面中某个区域时可以用阴影表示），并直接写出该图形的面积.

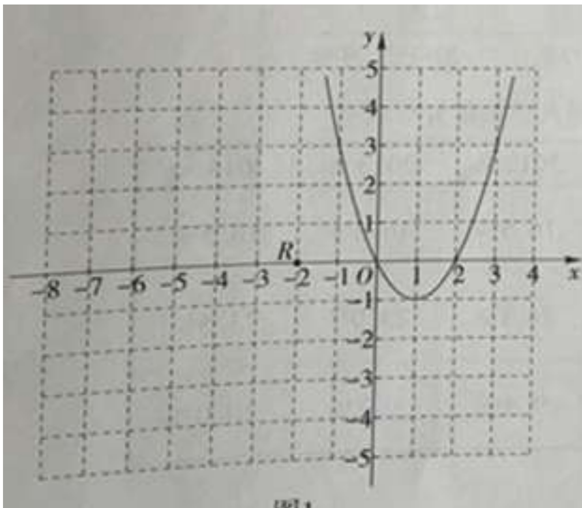


图1

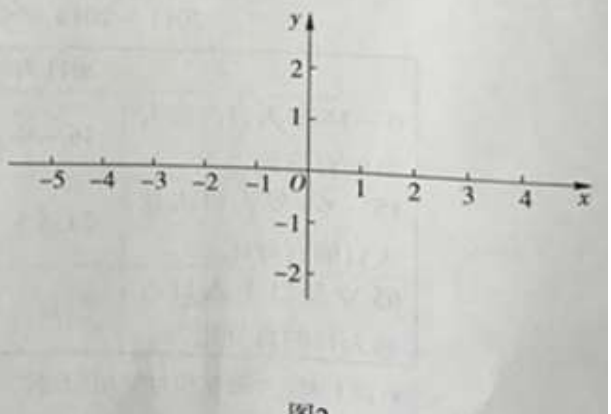


图2

北京市西城区 2016 年初三二模试卷

数学参考答案及评分标准　　　　2016.5

一、选择题(本题共30分,每小题3分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	A	C	D	B	A	D	B	C

二、填空题(本题共18分,每小题3分)

11. -6.　　12. 2π.　　13. 105.

14. 理由包含表格所给信息,且支撑结论. 如:乙,乙组的平均成绩较高,方差较小,成绩相对稳定.

15. $(25,26)$; $y=x+1$.

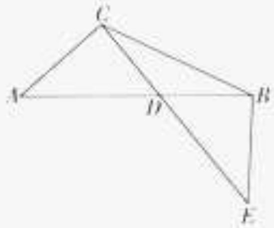
16. (1)$(60°,60°)$;　(2)90.

三、解答题(本题共72分,第17－26题,每小题5分,第27题7分,第28题7分,第29题8分)

17. 解:原式 $=9-8+\sqrt{5}-2+1$ ………………………… 4分

$=\sqrt{5}$. ………………………… 5分

18. 证明:∵ $DC=DB$,



∴ $\angle DCB=\angle DBC$. ………………… 1分

在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle EBC$ 中,

$$\begin{cases}\angle ACB=\angle EBC,\\ CB=BC,\\ \angle ABC=\angle ECB,\end{cases}$$

∴ $\triangle ACB\cong\triangle EBC$. ………………………… 4分

∴ $AC=EB$. ………………………… 5分

19. 解:原式 $=\dfrac{x}{x^2-1}\div\dfrac{x}{2x-2}$ ………………………… 1分

$=\dfrac{x}{(x+1)(x-1)}\times\dfrac{2(x-1)}{x}$ ………………………… 2分

$=\dfrac{2}{x+1}$. ………………………… 3分

当 $x=\sqrt{2}-1$ 时,

原式 $=\dfrac{2}{\sqrt{2}-1+1}$ ………………………… 4分

$=\sqrt{2}$. ………………………… 5分

20. (1) 证明:如图1.

∵ 在▱$ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O, $AC=6$, $BD=8$,

∴ $AO=\dfrac{1}{2}AC=3$,

$BO = \frac{1}{2}BD = 4.$ ………………………………… 1 分

$\because AB = 5$，且 $3^2 + 4^2 = 5^2$，

$\therefore AO^2 + BO^2 = AB^2.$

$\therefore \triangle AOB$ 是直角三角形，且 $\angle AOB = 90°.$ …… 2 分

$\therefore AC \perp BD.$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形. ………………………… 3 分

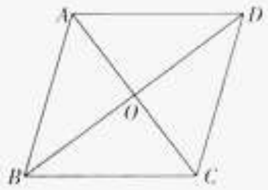


图 1

(2) 解：如图 2.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore BC = AB = 5.$ ……………………………………… 4 分

$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BO = \frac{1}{2}BC \cdot AH$，

$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times AH.$

$\therefore AH = \frac{24}{5}.$ ……………………………………………… 5 分

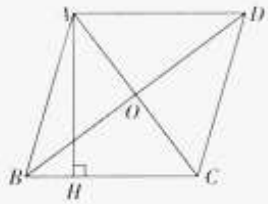


图 2

21. (1) 证明：$\because \Delta = (-4m)^2 - 4(4m^2 - 9)$ ……………………………………… 1 分

$= 36 > 0$，

$\therefore$ 此方程有两个不相等的实数根. ………………………………………… 2 分

(2) 解：$\because$ 由求根公式可得 $x = \frac{4m \pm \sqrt{36}}{2}$，

$\therefore x = 2m \pm 3.$ ………………………………………………………………… 3 分

$\because x_1 < x_2$，

$\therefore x_1 = 2m - 3, x_2 = 2m + 3.$ ……………………………………………… 4 分

$\because 2x_1 = x_2 + 1$，

$\therefore 2(2m - 3) = 2m + 3 + 1.$

解得 $m = 5.$ ……………………………………………………………………… 5 分

22. 解：设能生产“纪念章”x 枚，生产“冬奥印”y 枚. ………………………… 1 分

根据题意，得 $\begin{cases} 4x + 5y = 20000, \\ 3x + 10y = 30000. \end{cases}$ ………………………………………… 3 分

解得 $\begin{cases} x = 2000, \\ y = 2400. \end{cases}$ ………………………………………………………… 4 分

答：能生产“纪念章”2000 枚，生产“冬奥印”2400 枚. ………………………… 5 分

23. 解：(1) $\because$ 反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y_2 = ax + b$ 的图象交于点 $A(1,3)$ 和 $B(-3,m)$.

$\therefore$ 点 $A(1,3)$ 在反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图象上，

$\therefore k = 3.$

∴ 反比例函数的表达式为 $y_1=\frac{3}{x}$. ………………………………………… 1 分

∵ 点 $B(-3,m)$ 在反比例函数 $y_1=\frac{3}{x}$ 的图象上，

∴ $m=-1$. ……………………………………………………………………… 2 分

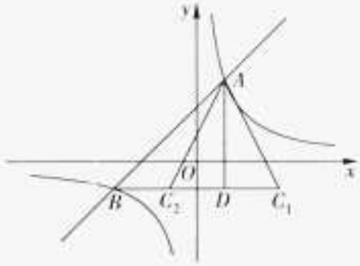
∵ 点 $A(1,3)$ 和点 $B(-3,-1)$ 在一次函数 $y_2=ax+b$ 的图象上，

∴ $\begin{cases}a+b=3,\\-3a+b=-1.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=1,\\b=2.\end{cases}$

∴ 一次函数的表达式为 $y_2=x+2$. ………………………………………… 3 分

（2）如图.



∵ BC // x 轴，

∴ 点 C 的纵坐标为 -1.

∵ $AD\perp BC$ 于点 D，

∴ $\angle ADC=90°$，

点 D 的坐标为$(1,-1)$.

∴ $AD=4$.

∵ 在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AC^2=AD^2+CD^2$，

且 $AC=\sqrt{5}CD$，

∴ $(\sqrt{5}CD)^2=4^2+CD^2$.

解得 $CD=2$.

∴ 点 C_1 的坐标为$(3,-1)$，点 C_2 的坐标为$(-1,-1)$. ……………………… 5 分

综上可得，点 C 的坐标为$(3,-1)$或$(-1,-1)$.

24.（1）证明：连接 OA，OB，如图 1.

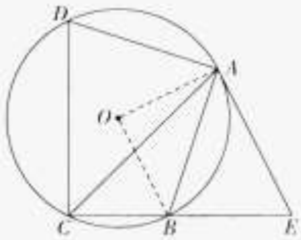


图 1

∵ $\angle ACB=45°$，

∴ $\angle AOB=2\angle ACB=90°$. ………………… 1 分

∵ $OA=OB$，

∴ $\angle OAB=\angle OBA=45°$.

∵ $\angle BAE=45°$，

∴ $\angle OAE=\angle OAB+\angle BAE=90°$.

∴ $OA\perp AE$.

∵ 点 A 在 $\odot O$ 上，

∴ AE 是 $\odot O$ 的切线. …………………………………………………… 2 分

（2）解：过点 A 作 $AF\perp CD$ 于点 F，如图 2.

∵ $AB=AD$，

∴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$.

∴ $\angle ACB=\angle ACD=45°$. ……………………………………………… 3 分

∵ $AF \perp CD$ 于点 F，

∴ $\angle AFC = \angle AFD = 90°$.

∵ $AC = 2\sqrt{2}$，

∴ 在 Rt△AFC 中，$AF = CF = AC \cdot \sin\angle ACF = 2$. ………………………………………………… 4 分

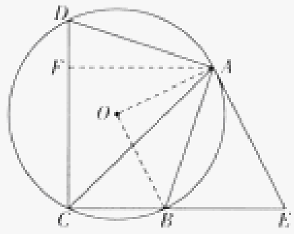


图 2

∵ 在 Rt△AFD 中，$\tan\angle ADC = \dfrac{AF}{DF} = 3$，

∴ $DF = \dfrac{2}{3}$.

∴ $CD = CF + DF = \dfrac{8}{3}$. ………………………………………………… 5 分

25. 解：(1) 13.47，9.1%；………………………………………………… 2 分

(2) 2.41，22%；………………………………………………… 4 分

(3) 不会. ………………………………………………… 5 分

26. 解：(1) $x \neq 0$；………………………………………………… 1 分

(2) C；………………………………………………… 2 分

(3) 6，$y \geqslant 6$；………………………………………………… 3 分

(4) $y \leqslant -11$ 或 $y \geqslant 1$. ………………………………………………… 5 分

27. (1) 解：∵ 抛物线 $C_1: y_1 = ax^2 - 4ax - 4$，

∴ 它的对称轴为直线 $x = -\dfrac{-4a}{2a} = 2$.

∵ 抛物线 C_1 的顶点在 x 轴上，

∴ 它的顶点为 (2，0). ………………………………………………… 1 分

∴ 当 $x = 2$ 时，$y = -4a - 4 = 0$.

∴ $a = -1$.

∴ 抛物线 C_1 的表达式为 $y_1 = -x^2 + 4x - 4$. ………………………………………………… 2 分

(2) 证明：∵ 点 B 的坐标为 $(t, 0)$，且直线 $BD \perp x$ 轴交直线 $l: y_2 = -x + 5$ 于点 D，

∴ 点 D 的坐标为 $(t, -t+5)$. ………………………………………………… 3 分

∵ 直线 BD 交抛物线 $C_2: y_3 = -x^2 + 4x - 4 + t$ 于点 E，

∴ 点 E 的坐标为 $(t, -t^2 + 5t - 4)$. ………………………………………………… 4 分

∵ $m - n = (-t+5) - (-t^2 + 5t - 4)$

$= t^2 - 6t + 9$

$= (t-3)^2 \geqslant 0$，

∴ $m \geqslant n$. ………………………………………………… 5 分

(3) 解：∵ 抛物线 $C_2: y_3 = -x^2 + 4x - 4 + t$ 与线段 BD 有公共点，

∴ 点 E 应在线段 BD 上.

∵ 由 (2) 可知，点 D 要么与点 E 重合，要么在点 E 的上方，

∴ 只需 $n \geqslant 0$，

即 $-t^2 + 5t - 4 \geqslant 0$.

∵ 当 $-t^2+5t-4=0$ 时，

解得 $t=1$ 或 $t=4$，

∴ 结合函数 $y=-t^2+5t-4$ 的图象可知，符合题意的 t 的取值范围是 $1\leqslant t\leqslant 4$.

………………………………………………………………………… 7 分

28. 解：(1) 补全图形如图 1 所示；……………………………… 2 分

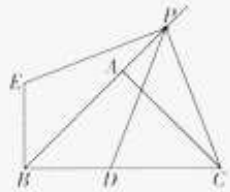


图 1

(2) 情况一：

① 证明：如图 2.

∵ $AB=AC$，$\angle BAC=90°$，

∴ $\angle ABC=\angle ACB=45°$.

∵ $PD=PC$，

∴ $\angle D=\angle 1$. ……………………………… 3 分

∵ $\angle ACB=\angle 1+\angle 2=45°$，

$\angle ABC=\angle D+\angle 3=45°$，

∴ $\angle 2=\angle 3$.

即 $\angle ACP=\angle DPB$. …………………… 4 分

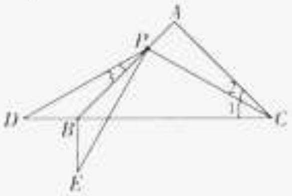


图 2

② 结论：$BC=\sqrt{2}BP+BE$. …………………… 5 分

证明：过点 P 作 $PF\perp PB$ 交直线 BC 于点 F，

如图 3.

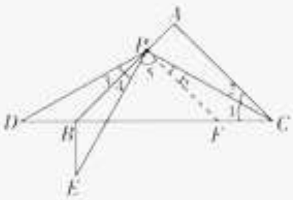


图 3

∵ $PF\perp PB$ 交直线 BC 于点 F，

∴ $\angle BPF=90°$.

∵ $EP\perp PC$，

∴ $\angle EPC=90°$.

∴ $\angle BPF=\angle EPC$.

∴ $\angle 4+\angle 5=\angle 6+\angle 5$.

∴ $\angle 4=\angle 6$.

∵ $\angle PBF=45°$，

∴ $\angle PBF=\angle PFB=45°$.

∴ $PB=PF$.

在 $\triangle PBE$ 和 $\triangle PFC$ 中，

$$\begin{cases} PB=PF, \\ \angle 4=\angle 6, \\ PE=PC, \end{cases}$$

∴ $\triangle PBE\cong\triangle PFC$. ………………………………………………… 6 分

∴ $BE=FC$.

∵ 在 $\mathrm{Rt}\triangle PBF$ 中，$BF=\sqrt{BP^2+FP^2}=\sqrt{2}BP$，

∴ $BC=BF+FC=\sqrt{2}BP+BE$. ……………………………………… 7 分

（说明：情况二中 ② $BC=\sqrt{2}BP-BE$.）

29. 解：(1) ①$(\frac{3}{2},0)$； ………………………………………………………… 2 分

② 设在线段 AB 和线段 CD 上分别存在点 $K(x,1)$ 和 $L(3,y)$ 被点 $Q(2,-\frac{1}{2})$ "关联"，则 Q 是线段 KL 的中点.

$\therefore 2=\frac{x+3}{2}$，$-\frac{1}{2}=\frac{1+y}{2}$.

解得 $x=1$，$y=-2$.

$\therefore$ 这两条线段上被点 Q"关联"的两个点的坐标分别是 $(1,1)$ 和 $(3,-2)$.

………………………………………………………… 4 分

(2) 所求作的抛物线如图 1 所示. ………………………………………… 6 分

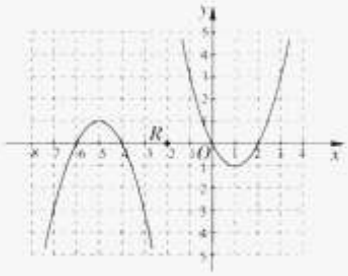


图 1

(3) 图形如图 2 所示(阴影区域及其边界)； ……………………………… 7 分

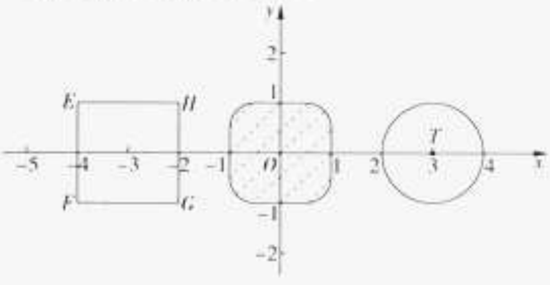


图 2

该图形的面积为 $3+\frac{\pi}{4}$. ………………………………………… 8 分