

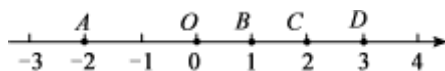
## 2016 年东城区初三二模数学试题

### 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 我国最大的领海是南海，总面积有 3 500 000 平方公里，将数 3 500 000 用科学记数法表示应为

- A.  $3.5 \times 10^6$       B.  $3.5 \times 10^7$       C.  $35 \times 10^5$       D.  $0.35 \times 10^8$

2. 如图，已知数轴上的点  $A, O, B, C, D$  分别表示数  $-2, 0, 1, 2, 3$ ，则表示数  $2 - \sqrt{2}$  的点  $P$  应落在线段



- A.  $AO$  上      B.  $OB$  上      C.  $BC$  上      D.  $CD$  上

3. 一个不透明的盒子中装有 6 个除颜色外完全相同的乒乓球，其中 4 个是黄球，2 个是白球．从该盒子中任意摸出一个球，摸到黄球的概率是

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{2}{3}$

4. 下列图案中，既是中心对称又是轴对称图形的是



A



B

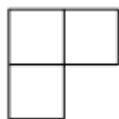
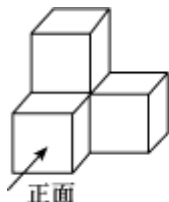


C

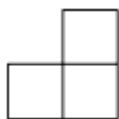


D

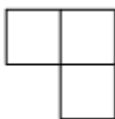
5. 如图所示的几何体是由一些正方体组合而成的立体图形，则这个几何体的俯视图是



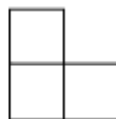
A



B



C



D

6 如图，在等腰  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $BD \perp AC$ ， $\angle ABC=72^\circ$ ，则  $\angle ABD$  等于

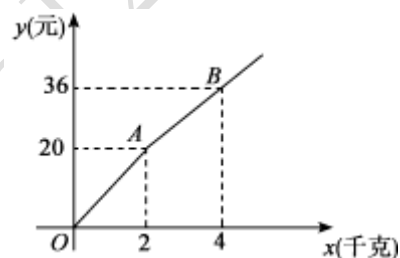
- A.  $18^\circ$       B.  $36^\circ$       C.  $54^\circ$       D.  $64^\circ$



7. 某小组 5 名同学在一周内参加家务劳动的时间如下表所示，关于“劳动时间”的这组数据，以下说法正确的是

劳动时间（小时）	3	3.5	4	4.5
人 数	1	1	2	1

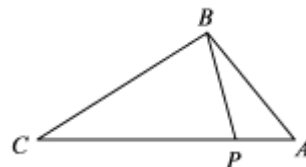
- A. 中位数是 4，平均数是 3.75      B. 众数是 4，平均数是 3.75  
C. 中位数是 4，平均数是 3.8      D. 众数是 2，平均数是 3.8
8. 用一个圆心角为  $120^\circ$ ，半径为 6 的扇形作一个圆锥的侧面，这个圆锥的底面圆的半径是  
A. 4      B. 3      C. 2      D. 1
9. 如图所示，购买一种苹果，所付款金额  $y$ （元）与购买量  $x$ （千克）之间的函数图象由线段  $OA$  和射线  $AB$  组成，则一次购买 3 千克这种苹果比分三次每次购买 1 千克这种苹果可节省  
A. 1 元      B. 2 元  
C. 3 元      D. 4 元



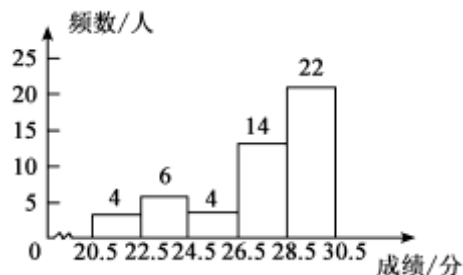
10. 某班有 20 位同学参加乒乓球、羽毛球比赛，甲说：“只参加一项的人数大于 14 人.”乙说：“两项都参加的人数小于 5 人.”对于甲、乙两人的说法，有下列四个命题，其中真命题的是  
A. 若甲对，则乙对      B. 若乙对，则甲对  
C. 若乙错，则甲错      D. 若甲错，则乙对

## 二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 分解因式： $2ax^2 - 4ax + 2a =$ \_\_\_\_\_.
12. 关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 + 2x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
13. 如图，点  $P$  在  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上，请你添加一个条件，使得  $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，这个条件可以是\_\_\_\_\_.



14. 九年级（3）班共有 50 名同学，如图是该班一次体育模拟测试成绩的频数分布直方图（满分为 30 分，成绩均为整数）. 若将不低于 23 分的成绩评为合格，则该班此次成绩达到合格的同学占全班人数的百分比是\_\_\_\_\_.



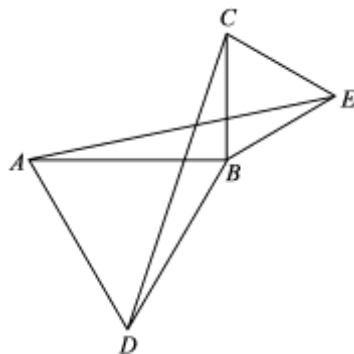
15. 定义运算“ $*$ ”，规定  $x*y=a(x+y)+xy$ ，其中  $a$  为常数，且  $1*2=5$ ，则  $2*3=$ \_\_\_\_\_.
16. 在平面直角坐标系中，小明玩走棋的游戏，其走法是：棋子从原点出发，第 1 步向右走 1 个单位，第 2 步向右走 2 个单位，第 3 步向上走 1 个单位，第 4 步向右走 1 个单位，...，依此类推，第  $n$  步的走法是：当  $n$  能被 3 整除时，则向上走 1 个单位；当  $n$  被 3 除，余数为 1 时，则向右走 1 个单位；当  $n$  被 3 除，余数为 2 时，则向右走 2 个单位，当走完第 8 步时，棋子所处位置的坐标是\_\_\_\_\_；当走完第 2016 步时，棋子所处位置的坐标是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 计算： $2\sin 60^\circ - \sqrt{12} - (3-\pi)^0 + (\frac{1}{4})^{-1}$ .

18. 已知  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \neq 0$ ，求代数式  $\frac{a}{a+2b} - \frac{4b^2}{a^2+2ab}$  的值.

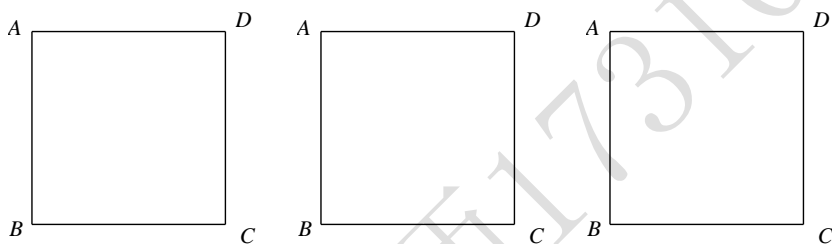
19. 如图，已知  $\angle ABC=90^\circ$ ，分别以  $AB$  和  $BC$  为边向外作等边  $\triangle ABD$  和等边  $\triangle BCE$ ，连接  $AE$ ， $CD$ .  
求证： $AE=CD$ .



20. 列方程或方程组解应用题：

为迎接“五一劳动节”，某超市开展促销活动，决定对  $A, B$  两种商品进行打折出售. 打折前，买 6 件  $A$  商品和 3 件  $B$  商品需要 108 元，买 3 件  $A$  商品和 4 件  $B$  商品需要 94 元. 问：打折后，若买 5 件  $A$  商品和 4 件  $B$  商品仅需 86 元，比打折前节省了多少元钱？

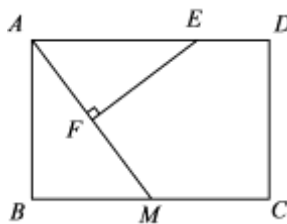
21. 如图，在边长为 4 的正方形  $ABCD$  中，请画出以  $A$  为一个顶点，另外两个顶点在正方形  $ABCD$  的边上，且含边长为 3 的等腰三角形.（要求：画出三个大小不同，符合题意的等腰三角形，只要画出示意图，并在所画等腰三角形长为 3 的边上标注数字 3）



22. 如图，矩形  $ABCD$  中， $M$  为  $BC$  上一点， $F$  是  $AM$  的中点， $EF \perp AM$ ，垂足为  $F$ ，交  $AD$  于点  $E$ .

(1) 求证： $\angle BAM = \angle AEF$ ;

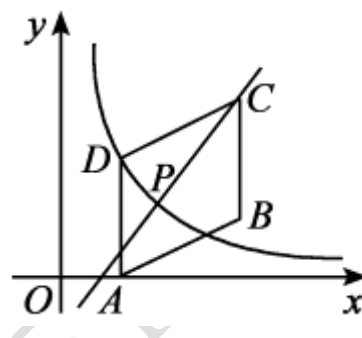
(2) 若  $AB=4$ ,  $AD=6$ ,  $\cos \angle BAM = \frac{4}{5}$ , 求  $DE$  的长.



23.如图，四边形  $ABCD$  是平行四边形，点  $A(1,0)$ ， $B(3,1)$ ， $C(3,3)$ ．反比例函数  $y = \frac{m}{x} (x > 0)$  的图象经过点  $D$ ．

(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 经过点  $C$  的一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象与反比例函数的图象交于  $P$  点，当  $k > 0$  时，确定点  $P$  横坐标的取值范围（不必写出过程）．



#### 24.阅读下列材料：

2013 年是北京市正式执行新《环境空气质量标准》的第一年.这一年，北京建立起 35 个覆盖全市的监测站点，正式对 PM2.5、二氧化硫、二氧化氮等六项污染物开展监测.2013 年全年,本市空气质量一级优的天数有 41 天；二级良天数 135 天.本市主要大气污染物 PM2.5 年均浓度为 89.5 微克/立方米，单就 PM2.5 的浓度而言，全年共有 204 天达到一级优或二级良水平.

2014 年全年，PM2.5 年均浓度为 85.9 微克/立方米.，PM2.5 优良天数总计 204 天，其中 PM2.5 一级优天数达到 93 天，比 2013 年的 71 天增加了 22 天.

2015 年全年，本市空气质量达标天数为 186 天，即空气质量优良的好天儿占了一半，比 2014 年增加了 14 天. 本市主要大气污染物 PM2.5 年均浓度为 80.6 微克/立方米,单就 PM2.5 的浓度而言,2015 年 PM2.5 优良天数累计达到 223 天，其中一级优天数首次突破 100 达到 105 天，二级良天数累计为 118 天.

根据以上材料解答下列问题.:

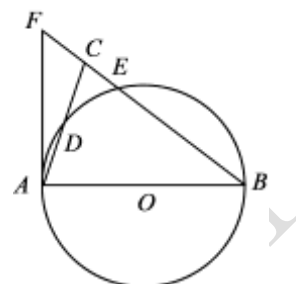
(1) 北京市 2014 年空气质量达到优良的天数为\_\_\_\_\_天；单就 PM2.5 的浓度而言，北京市 2013 年全年达到二级良的天数为\_\_\_\_\_天；

(2) 选择统计表或统计图，将 2013—2015 年北京市 PM2.5 的年均浓度和 PM2.5 的优良天数表示出来.

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BA=BC$ ，以 $AB$ 为直径的 $\odot O$ 分别交 $AC$ ， $BC$ 于点 $D$ ， $E$ ， $BC$ 的延长线与 $\odot O$ 的切线 $AF$ 交于点 $F$ 。

(1) 求证： $\angle ABC=2\angle CAF$ ；

(2) 若 $AC=2\sqrt{10}$ ， $\sin \angle CAF = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，求 $BE$ 的长。



26. 阅读下列材料：

在学习完锐角三角函数后，老师提出一个这样的问题：如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=1$ ， $\angle A=\alpha$ ，求 $\sin 2\alpha$ （用含 $\sin \alpha$ ， $\cos \alpha$ 的式子表示）。

聪明的小雯同学是这样考虑的：如图 2，取 $AB$ 的中点 $O$ ，连接 $OC$ ，过点 $C$ 作 $CD \perp AB$ 于点 $D$ ，则 $\angle COB=2\alpha$ ，然后利用锐角三角函数在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中表示出 $AC$ ， $BC$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中表示出 $CD$ ，则可以求出

$$\sin 2\alpha = \frac{CD}{OC} = \frac{\sin \alpha \cdot AC}{\frac{1}{2}} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{1}{2}} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha .$$

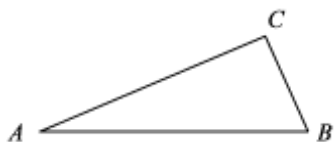


图 1

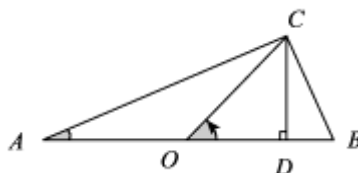


图 2

阅读以上内容，回答下列问题：

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=1$ 。

(1) 如图 3，若 $BC=\frac{1}{3}$ ，则 $\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\sin 2\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

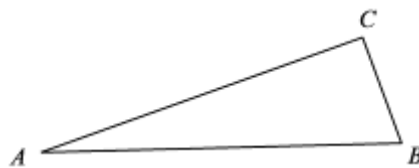


图 3

(2) 请你参考阅读材料中的推导思路，求出 $\tan 2\alpha$ 的表达式（用含 $\sin \alpha$ ， $\cos \alpha$ 的式子表示）。

27.二次函数  $C_1: y = x^2 + bx + c$  的图象过点  $A(-1, 2)$ ,  $B(4, 7)$ .

- (1) 求二次函数  $C_1$  的解析式;
- (2) 若二次函数  $C_2$  与  $C_1$  的图象关于  $x$  轴对称, 试判断二次函数  $C_2$  的顶点是否在直线  $AB$  上;
- (3) 若将  $C_1$  的图象位于  $A, B$  两点间的部分 (含  $A, B$  两点) 记为  $G$ , 则当二次函数  $y = -x^2 + 2x + 1 + m$  与  $G$  有且只有一个交点时, 直接写出  $m$  满足的条件.

## 28. 【问题】

在 $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 $E$ 在直线 $BC$ 上（ $B, C$ 除外），分别经过点 $E$ 和点 $B$ 做 $AE$ 和 $AB$ 的垂线，两条垂线交于点 $F$ ，研究 $AE$ 和 $EF$ 的数量关系.

### 【探究发现】

某数学兴趣小组在探究 $AE$ ， $EF$ 的关系时，运用“从特殊到一般”的数学思想，他们发现当点 $E$ 是 $BC$ 的中点时，只需要取 $AC$ 边的中点 $G$ （如图1），通过推理证明就可以得到 $AE$ 和 $EF$ 的数量关系，请你按照这种思路直接写出 $AE$ 和 $EF$ 的数量关系；

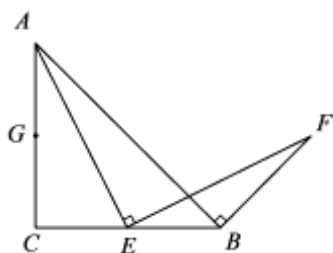


图 1

### 【数学思考】

那么当点 $E$ 是直线 $BC$ 上（ $B, C$ 除外）（其它条件不变），上面得到的结论是否仍然成立呢？请你从“点 $E$ 在线段 $BC$ 上”；“点 $E$ 在线段 $BC$ 的延长线”；“点 $E$ 在线段 $BC$ 的反向延长线上”三种情况中，任选一种情况，在图2中画出图形，并证明你的结论；

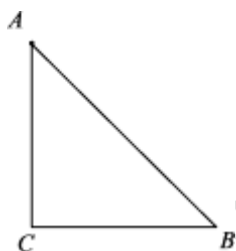
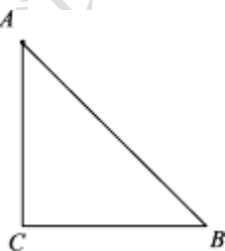


图 2

### 【拓展应用】

当点 $E$ 在线段 $CB$ 的延长线上时，若 $BE=nBC$ （ $0 < n < 1$ ），请直接写出 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle AEF}$ 的值.



备用图



29. 定义：y 是一个关于 x 的函数，若对于每个实数 x，函数 y 的值为三数  $x+2$ ， $2x+1$ ， $-5x+20$  中的最小值，则函数 y 叫做这三数的**最小值函数**。

(1) 画出这个**最小值函数**的图象，并判断点 A (1, 3) 是否为这个**最小值函数**图象上的点；

(2) 设这个**最小值函数**图象的最高点为 B，点 A (1, 3)，动点 M ( $m, m$ )。

①直接写出  $\triangle ABM$  的面积，其面积是\_\_\_\_\_；

②若以 M 为圆心的圆经过 A, B 两点，写出点 M 的坐标；

③以②中的点 M 为圆心，以  $\sqrt{2}$  为半径作圆。在此圆上找一点 P，使  $PA + \frac{\sqrt{2}}{2} PB$  的值最小，直接写出此最小值。

## 北京市东城区 2015-2016 学年第二学期统一练习（二）

## 初三数学参考答案及评分标准 2016.6

## 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	D	A	A	C	C	C	B	B

## 二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$2a(x-1)^2$	$k > -1$ 且 $k \neq 0$	$\angle ABD = \angle C$ 答案不唯一	92%	11	$(9, 2);$ $(2016, 672)$

## 三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 计算： $2\sin 60^\circ - \sqrt{12} - (3-\pi)^0 + (\frac{1}{4})^{-1}$ .

解：原式  $= \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 1 + 4$  .....4 分

$= 3 - \sqrt{3}$ . .....5 分

18. 解： $\frac{a}{a+2b} - \frac{4b^2}{a^2+2ab}$

$$= \frac{a^2}{a(a+2b)} - \frac{4b^2}{a(a+2b)}$$

$$= \frac{a-2b}{a} \text{ .....3 分}$$

$$\therefore \frac{a}{2} = \frac{b}{3} \neq 0,$$

$$\therefore \text{设 } a=2k, b=3k. \text{ .....4 分}$$

$$\therefore \text{原式} = -2. \text{ .....5 分}$$

19. 证明： $\because \triangle ABD$  和  $\triangle BCE$  为等边三角形，

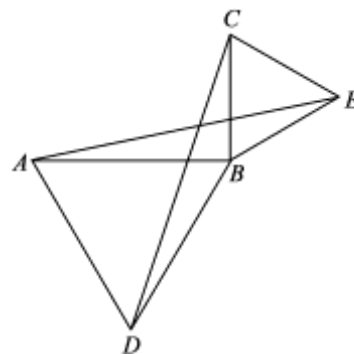
$$\therefore \angle ABD = \angle CBE = 60^\circ, BA = BD, BC = BE. \text{ .....2 分}$$

$$\therefore \angle ABD + \angle ABC = \angle CBE + \angle ABC,$$

$$\text{即 } \angle CBD = \angle ABE. \text{ .....3 分}$$

$$\therefore \triangle CBD \cong \triangle EBA. (SAS) \text{ .....4 分}$$

$$\therefore AE = CD. \text{ .....5 分}$$



20.解：设打折前一件商品  $A$  的价格为  $x$  元，一件商品  $B$  的价格为  $y$  元. ....1 分

依据题意，得

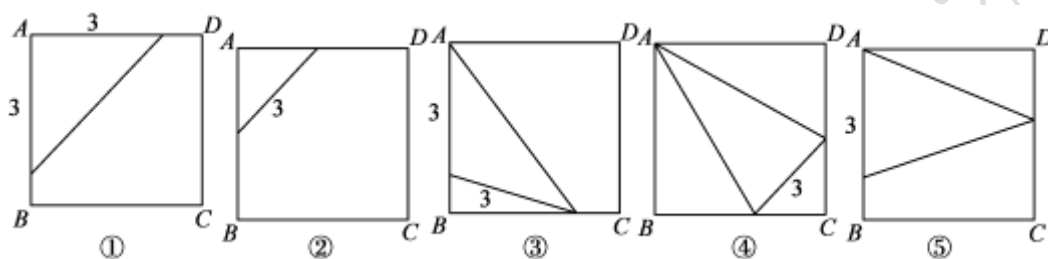
$$\begin{cases} 6x + 3y = 108 \\ 3x + 4y = 94 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

解得：  $\begin{cases} x = 10 \\ y = 16 \end{cases}$  .....4 分

所以  $5 \times 10 + 4 \times 16 - 86 = 28$  (元)

答：比打折前节省了 28 元. ....5 分

21. 满足条件的所有图形如图所示：



.....5 分

注意：画出一个给 2 分，二个给 4 分，三个给 5 分.

22.解：(1)  $\because$  矩形  $ABCD$ ,

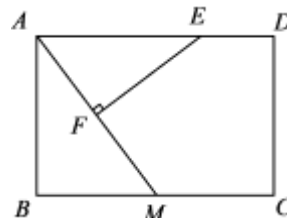
$$\therefore \angle B = \angle BAD = 90^\circ.$$

$$\because EF \perp AM,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle B = \angle BAD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAM + \angle EAF = \angle AEF + \angle EAF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAM = \angle AEF. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



(2) 在  $\text{Rt}\triangle ABM$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $\cos \angle BAM = \frac{4}{5}$ ,

$$\therefore AM = 5.$$

$\because F$  为  $AM$  中点,

$$\therefore AF = \frac{5}{2}.$$

$$\because \angle BAM = \angle AEF,$$

$$\therefore \cos \angle BAM = \cos \angle AEF = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore \sin \angle AEF = \frac{3}{5}.$$

在  $\text{Rt}\triangle AEF$  中,

$$\angle AFE = 90^\circ, AF = \frac{5}{2}, \sin \angle AEF = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AE = \frac{25}{6}.$$

$$\therefore DE = AC - AE = 6 - \frac{25}{6} = \frac{11}{6}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

23.解：（1） $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，点  $A(1,0)$ ， $B(3,1)$ ， $C(3,3)$ ，

$$\therefore BC = 2.$$

$$\therefore D(1,2).$$

$\because$  反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象经过点  $D$ ，

$$\therefore 2 = \frac{m}{1}.$$

$$\therefore m = 2.$$

$$\therefore y = \frac{2}{x}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) \quad \frac{2}{3} < x_p < 3. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

24.解：（1）172；133.  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

（2）

	PM2.5 的年均浓度（单位：微克/立方米）	PM2.5 的优良天数
2013 年	89.5	204
2014 年	85.9	204
2015 年	80.6	223

$\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

25.（1）证明：连结  $BD$ ．

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径，

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle DAB + \angle DBA = 90^\circ.$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore 2\angle ABD = \angle ABC, \quad AD = \frac{1}{2}AC.$$

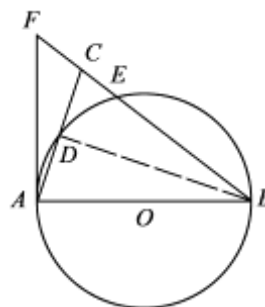
$\because AF$  为  $\odot O$  的切线，

$$\therefore \angle FAB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FAC + \angle CAB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FAC = \angle ABD.$$

$$\therefore \angle ABC = 2\angle CAF.$$



$\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

（2）解：连接  $AE$ ．

$$\therefore \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ.$$

$$\therefore \sin \angle CAF = \frac{\sqrt{10}}{10}, \quad \angle ABD = \angle CAF = \angle CBD = \angle CAE,$$

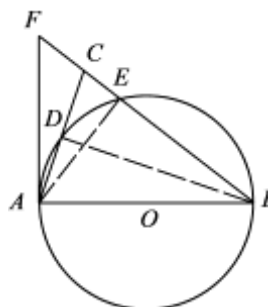
$$\therefore \sin \angle ABD = \sin \angle CAF = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$\because \angle ABD = 90^\circ, \quad AC = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore AD = \sqrt{10}, \quad AB = \frac{AD}{\sin \angle ABD} = 10 = BC.$$

$$\because \angle AEC = 90^\circ, \quad AC = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore CE = AC \cdot \sin \angle CAE = 2.$$



$$\therefore BE = BC - CE = 10 - 2 = 8. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$26. \text{解: (1) } \sin \alpha = \frac{1}{3}, \quad \sin 2\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{9}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \because AC = \cos \alpha, \quad BC = \sin \alpha,$$

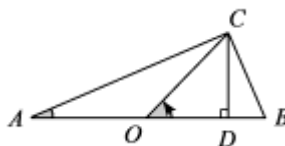
$$\therefore CD = \frac{AC \times BC}{AB} = \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

$$\because \angle DCB = \angle A,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, } BD = \sin^2 \alpha.$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2} - \sin^2 \alpha.$$

$$\therefore \tan 2\alpha = \frac{CD}{OD} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{1}{2} - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



$$27. \text{解: (1) } \because C_1: y = x^2 + bx + c \text{ 的图象过点 } A(-1, 2), B(4, 7),$$

$$\therefore \begin{cases} 2 = 1 - b + c, \\ 7 = 16 + 4b + c. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b = -2, \\ c = -1. \end{cases}$$

$$\therefore y = x^2 - 2x - 1. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \because \text{二次函数 } C_2 \text{ 与 } C_1 \text{ 的图象关于 } x \text{ 轴对称,}$$

$$\therefore C_2: y = -x^2 + 2x + 1.$$

$$\therefore C_2 \text{ 的顶点为 } (1, 2).$$

$$\because A(-1, 2), B(4, 7),$$

$$\therefore \text{过 } A、B \text{ 两点的直线的解析式: } y = x + 3.$$

$$\text{令 } x=1, \text{ 则 } y=4.$$

$$\therefore C_2 \text{ 的顶点不在直线 } AB \text{ 上.} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(3) 4 < m \leq 14 \text{ 或 } m = -4. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

28.解：

【探究发现】：相等. ....1 分

【数学思考】

证明：在  $AC$  上截取  $CG=CE$ ，连接  $GE$ .

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CGE=\angle CEG=45^\circ.$$

$$\because AE \perp EF, AB \perp BF,$$

$$\therefore \angle AEF=\angle ABF=\angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEB+\angle AEF=\angle AEB=\angle EAC+\angle ACB.$$

$$\therefore \angle FEB=\angle EAC.$$

$$\because CA=CB,$$

$$\therefore AG=BE, \angle CBA=\angle CAB=45^\circ.$$

$$\therefore \angle AGE=\angle EBF=135^\circ.$$

$$\therefore \triangle AGE \cong \triangle EBF.$$

$$\therefore AE=EF.$$

.....5 分

【拓展应用】

$$S_{\triangle ABC} : S_{\triangle AEF} = 1 : (n^2 + 2n + 2)$$

.....7 分

29.解：

(1) 图象略；是.

.....2 分

(2) ①2.

.....4 分

②  $M(3,3)$ .

.....6 分

③  $\sqrt{5}$ .

.....8 分

