

2015-2016 学年度第一学期

北师大二附中西城实验学校初二年级数学期中检测试题

(时间 100 分钟 满分 100 分) 2015 年 11 月

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 下列各式从左边到右边的变形中, 是因式分解的是

- A. $a(x+y) = ax+ay$ B. $x^2-4x+4 = x(x-4)+4$
 C. $x^2-16+3x = (x+4)(x-4)+3x$ D. $10x^2-5x = 5x(2x-1)$

2. 若分式 $\frac{x^2-1}{x-1}$ 的值为 0, 则应满足的条件是

- A. $x \neq 1$ B. $x = -1$ C. $x = 1$ D. $x = \pm 1$

3. 下列各数, 属于用科学记数法表示的是 ()

- A. 20.7×10^{-2} B. 0.35×10^{-1} C. 2004×10^{-3} D. 3.14×10^{-5}

4. 下列命题中, 正确的是

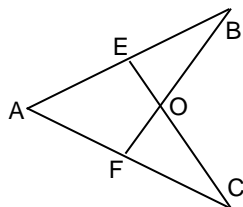
- A. 三条边对应相等的两个三角形全等 B. 周长相等的两个三角形全等
 C. 三个角对应相等的两个三角形全等 D. 面积相等的两个三角形全等

5. 如果把分式 $\frac{x+2y}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大 10 倍, 那么分式的值 ()

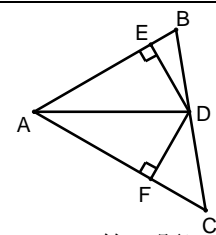
- A. 扩大 10 倍 B. 缩小 10 倍
 C. 是原来的 $\frac{2}{3}$ D. 不变

6. 如图, $AE=AF$, $AB=AC$, EC 与 BF 交于点 O , $\angle A=60^\circ$, $\angle B=25^\circ$, 则 $\angle EOB$ 的度数为 () .

- A. 60° B. 70° C. 75° D. 85°

7. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 从点 D 向 AB 、 AC 两边作垂线段, 垂足分别为 E 、 F , 那么下列结论中错误的是

- A. $DE=DF$ B. $AE=AF$ C. $BD=CD$ D. $\angle ADE=\angle ADF$



(第 7 题)

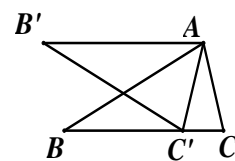
8. 下列各式中正确的有 ()

- ① $(\frac{1}{3})^{-2} = 9$; ② $2^{-2} = -4$; ③ $a^0 = 1$; ④ $(-1)^{-1} = 1$; ⑤ $(-3)^2 = 36$.

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 1 个

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 A 顺时针旋转一个角度后, 恰好使 $AB' \parallel BC$. 若 $\angle B=20^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 旋转了 ()

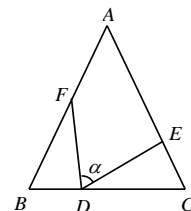
- A. 10° B. 20° C. 30° D. 45°



第 9 题图

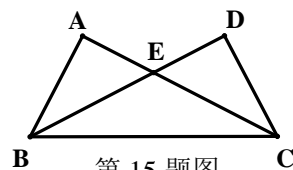
10. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BF=CD$, $BD=CE$, $\angle FDE = \alpha$, 则下列结论正确的是

- A. $2\alpha + \angle A = 180^\circ$ B. $\alpha + \angle A = 90^\circ$
 C. $2\alpha + \angle A = 90^\circ$ D. $\alpha + \angle A = 180^\circ$

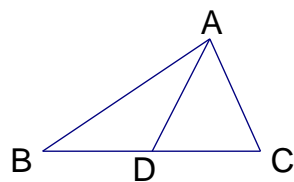


第 10 题图

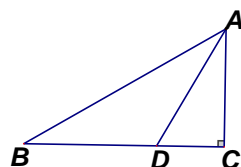
二、填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

11. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x}{3x-1}$ 有意义.12. 分解因式: $x^3 - x =$ _____.13. 约分: $\frac{-5mn^2}{15m^2n} =$ _____.14. 如果 $x+y=0$, $xy=-7$, 则 $x^2y+xy^2 =$ _____.15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中, $AB=DC$, AC 与 BD 相交于点 E , 若不再添加任何字母与辅助线, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 则还需增加的一个条件 _____.

第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图

16. 已知, 如图 $\triangle ABC$ 中, $AB=5, AC=3$, 则中线 AD 的取值范围是_____.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, AD 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线. 若 $CD=3$, 则 $\triangle ABD$ 的面积为_____.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 高 AD 、 BE 所在直线交于 H 点, 若 $BH=AC$, 则 $\angle ABC$ 的值为_____.

三、解答题 (本题共 29 分, 19-24 题每题 4 分, 25 题 5 分)

19. 分解因式: $ax^2 - 2ax + a$.

20. 计算 $(\frac{1}{2})^{-1} - (\sqrt{2} - 1)^0 + |-3|$

21. 计算: $\frac{ab^2}{2c^2} \div \frac{3a^2b^2}{4cd} \cdot \left(\frac{-3}{2d}\right)^2$

22. 计算. $\frac{y}{x+y} - \frac{xy}{x^2 - y^2}$

23. 解方程: $\frac{2}{x-2} = \frac{x}{2-x}$

24. 解方程: $\frac{x+3}{x-1} - \frac{8}{x^2-1} = 1$

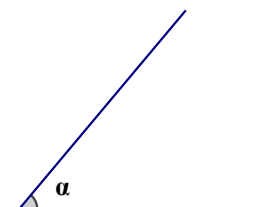
25. 先化简, 再求值 $\left(\frac{1}{x+1} + \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}\right) \div \frac{x-1}{x+1}$, 其中 $x=2$.

四、作图题 (4 分)

26. 已知: $\angle \alpha$.

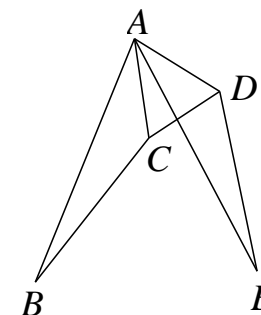
求作: $\angle AOB = \angle \alpha$. 并作出 $\angle AOB$ 的平分线 OC

要求: 保留作图痕迹, 不写作法.

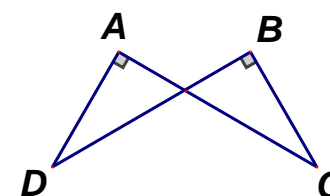


五证明题: (27-29 题每题 5 分, 30 题 6 分, 共 21 分)

27. 已知: 如图, $CB=DE$, $\angle B=\angle E$, $\angle BAE=\angle CAD$.
求证: $\angle ACD=\angle ADC$.

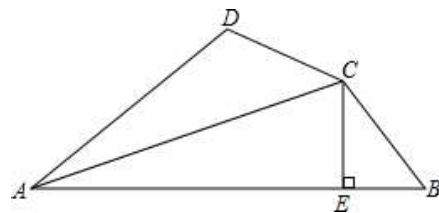


28. 已知: $AC=BD$, $AD \perp AC$, $BC \perp BD$.
求证: $AD=BC$;

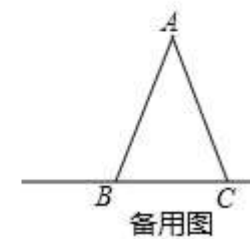
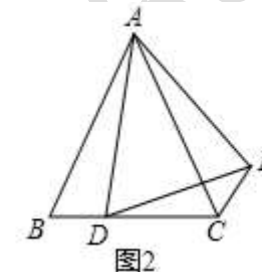
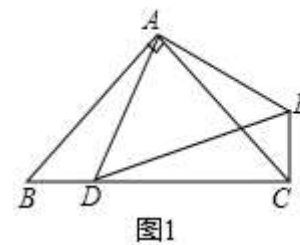


29. 如图, 已知: 在四边形 ABCD 中, 过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E, 并且 $CD=CB$, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

- (1) 求证: AC 平分 $\angle BAD$;
- (2) 若 $AE=9$, $BE=3$, 求 AD 的长



- (2) 如图 2, 你认为 α 、 β 之间有怎样的数量关系? 并说明理由.
- (3) 当点 D 在线段 BC 的延长线上移动时, α 、 β 之间又有怎样的数量关系? 请在备用图上画出图形, 并直接写出你的结论.



30. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 是直线 BC 上一点 (不与 B、C 重合), 以 AD 为一边在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$, 使 $AE=AD$, $\angle DAE = \angle BAC$. 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCE = \beta$.

- (1) 如图 1, 如果 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle BCE =$ _____ 度;

2015-2016 学年度第一学期

北师大二附中西城实验学校初二年级数学期中检测试题

(时间 100 分钟 满分 100 分) 2015 年 11 月

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	D	A	D	B	C	D	B	A

1. 下列各式从左边到右边的变形中, 是因式分解的是

- A. $a(x+y) = ax+ay$ B. $x^2-4x+4 = x(x-4)+4$
C. $x^2-16+3x = (x+4)(x-4)+3x$ D. $10x^2-5x = 5x(2x-1)$

2. 若分式 $\frac{x^2-1}{x-1}$ 的值为 0, 则应满足的条件是

- A. $x \neq 1$ B. $x = -1$ C. $x = 1$ D. $x = \pm 1$

3. 下列各数, 属于用科学记数法表示的是 ()

- A. 20.7×10^{-2} B. 0.35×10^{-1} C. 2004×10^{-3} D. 3.14×10^{-5}

4. 下列命题中, 正确的是

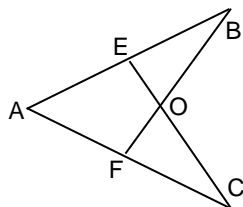
- A. 三条边对应相等的两个三角形全等 B. 周长相等的两个三角形全等
C. 三个角对应相等的两个三角形全等 D. 面积相等的两个三角形全等

5. 如果把分式 $\frac{x+2y}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大 10 倍, 那么分式的值 ()

- A. 扩大 10 倍 B. 缩小 10 倍
C. 是原来的 $\frac{2}{3}$ D. 不变

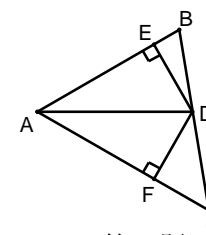
6. 如图, $AE=AF$, $AB=AC$, EC 与 BF 交于点 O , $\angle A=60^\circ$, $\angle B=25^\circ$, 则 $\angle EOB$ 的度数为 ().

- A. 60° B. 70° C. 75° D. 85°



7. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 从点 D 向 AB 、 AC 两边作垂线段, 垂足分别为 E 、 F , 那么下列结论中错误的是

- A. $DE=DF$ B. $AE=AF$ C. $BD=CD$ D. $\angle ADE=\angle ADF$



(第 7 题)

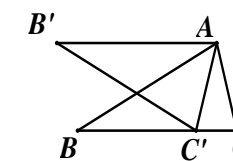
8. 下列各式中正确的有 ()

- ① $(\frac{1}{3})^{-2} = 9$; ② $2^{-2} = -4$; ③ $a^0 = 1$; ④ $(-1)^{-1} = 1$; ⑤ $(-3)^2 = 36$.

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 1 个

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 A 顺时针旋转一个角度后, 恰好使 $AB' \parallel BC$. 若 $\angle B=20^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 旋转了 ()

- A. 10° B. 20° C. 30° D. 45°

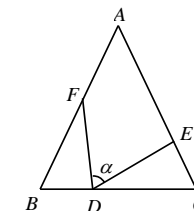


第 9 题图

10. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BF=CD$, $BD=CE$,

$\angle FDE = \alpha$, 则下列结论正确的是

- A. $2\alpha + \angle A = 180^\circ$ B. $\alpha + \angle A = 90^\circ$
C. $2\alpha + \angle A = 90^\circ$ D. $\alpha + \angle A = 180^\circ$



第 10 题图

二、填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

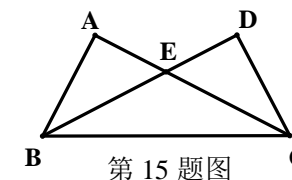
11. 当 $x \neq \frac{1}{3}$ 时, 分式 $\frac{x}{3x-1}$ 有意义.

12. 分解因式: $x^3 - x = x(x+1)(x-1)$

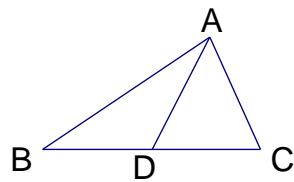
13. 约分: $\frac{-5mn^2}{15m^2n} = -\frac{n}{3m}$

14. 如果 $x+y=0$, $xy=-7$, 则 $x^2y+xy^2 = 0$

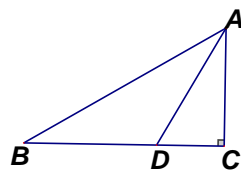
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中, $AB=DC$, AC 与 BD 相交于点 E , 若不再添加任何字母与辅助线, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 则还需增加的一个条件 不唯一



第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图

16. 已知，如图 $\triangle ABC$ 中， $AB=5, AC=3$ ，则中线 AD 的取值范围是

$1 < AD < 4$.

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=10$ ， AD 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线．若 $CD=3$ ，则 $\triangle ABD$ 的面积为 15 .

18. 在 $\triangle ABC$ 中，高 AD 、 BE 所在直线交于 H 点，若 $BH=AC$ ，则 $\angle ABC$ 的值为

45° 或 135° .

三、解答题（本题共 29 分，19-24 题每题 4 分，25 题 5 分）

19. 分解因式： $ax^2-2ax+a$.

$$=a(x-1)^2$$

21. 计算： $\frac{ab^2}{2c^2} \div \frac{3a^2b^2}{4cd} \cdot \left(\frac{-3}{2d}\right)^2$

$$= \frac{ab^2}{2c^2} \cdot \frac{4cd}{3a^2b^2} \cdot \frac{9}{4d^2} \\ = \frac{3}{2acd}$$

20. 计算 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (\sqrt{2}-1)^0 + |-3|$

$$=2-1+3$$

$$=4$$

22. 计算. $\frac{y}{x+y} - \frac{xy}{x^2-y^2}$

$$= \frac{y}{x+y} - \frac{xy}{(x+y)(x-y)} \\ = \frac{-y^2}{x^2-y^2}$$

23. 解方程： $\frac{x+3}{x-1} - \frac{8}{x^2-1} = 1$.

$$x=1$$

检测： $x=1$ 代入 $(x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=1$ 不是原方程的解

\therefore 原方程无解

24. 解方程： $\frac{2}{x-2} = \frac{x}{2-x}$

$$x=-2$$

检测： $x=-2$ 代入 $(x-2) \neq 0$

$\therefore x=-2$ 是原方程的解

\therefore 原方程的解为 $x=-2$

25. 先化简，再求值 $\left(\frac{1}{x+1} + \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}\right) \div \frac{x-1}{x+1}$ ，其中 $x=2$.

$$\text{解：原式} = \frac{x}{x-1}$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时原式} = 2$$

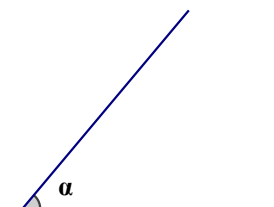
四、作图题(4 分)

26. 已知： $\angle \alpha$.

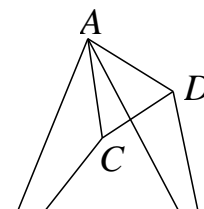
求作： $\angle AOB = \angle \alpha$. 并作出 $\angle AOB$ 的平分线 OC

要求：保留作图痕迹，不写作法.

略



五证明题：（27-29 题每题 5 分，30 题 6 分，共 21 分）



27. 已知：如图， $CB=DE$ ， $\angle B=\angle E$ ， $\angle BAE=\angle CAD$ 。

求证： $\angle ACD=\angle ADC$ 。

$$\because \angle BAE=\angle CAD$$

$$\therefore \angle BAE-\angle CAE=\angle CAD-\angle CAE$$

$$\text{即 } \angle BAC=\angle EAD$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAC=\angle EAD, \\ \angle B=\angle E, \\ BC=ED, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED \text{ (AAS)}. \therefore AC=AD. \therefore \angle ACD=\angle ADC.$$

28. 已知： $AC=BD$ ， $AD \perp AC$ ， $BC \perp BD$ 。

求证： $AD=BC$ ；

证明：联接 DC

$$\because AD \perp AC, BC \perp BD.$$

$$\therefore \angle A=\angle D=90^\circ$$

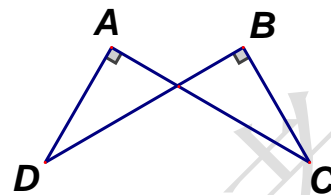
在 $RT\triangle ADC$ 和 $RT\triangle BCD$ 中，

$$\begin{cases} DC=DC \\ AC=BD \end{cases}$$

$$AC=BD$$

$$\therefore RT\triangle ABC \cong RT\triangle AED. \text{ (HL)}$$

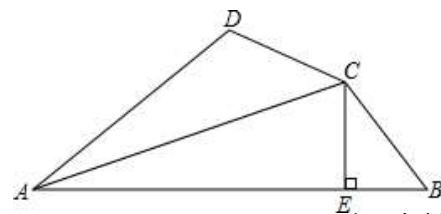
$$\therefore AD=BC$$



29. 如图，已知：在四边形 $ABCD$ 中，过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E ，并且 $CD=CB$ ，

$$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$$

(1) 求证： AC 平分 $\angle BAD$ ；



(2) 若 $AE=9$ ， $BE=3$ ，求 AD 的长；

证明：(1)

作 $CF \perp AD$ ，交 AD 延长线与 F

$$\therefore \angle CDF+\angle ADC=180^\circ$$

$$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$$

$$\therefore \angle CDF=\angle ABC, \text{ 即 } \angle EBC=\angle CDF$$

$$\because CE \perp AB, \text{ 那么 } \angle CEB=\angle CFD=90^\circ$$

在 $\triangle CFD$ 和 $\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases} \angle CEB=\angle CFD \\ \angle EBC=\angle CDF \\ CD=CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CBE \text{ (AAS)}$$

$$\therefore CE=CF$$

$$\because CF \perp AD, CE \perp AB, CE=CF$$

$$\therefore AC \text{ 平分 } \angle BAD$$

(2) $\because AC$ 平分 $\angle BAD$

$$\therefore \angle FAC=\angle EAC$$

在 $\triangle CFA$ 和 $\triangle CEA$ 中，

$$\begin{cases} \angle CEA=\angle CFA \\ \angle FAC=\angle EAC \\ AC=AC \end{cases}$$

$$\angle FAC=\angle EAC$$

$$AC=AC$$

$$\therefore \triangle CFA \cong \triangle CEA. \text{ (AAS)}$$

$$\therefore AF=AE=9$$

$$\triangle CDF \cong \triangle CBE$$

$$\therefore DF=BE=3$$

$$AD=AF-FD=9-3=6$$

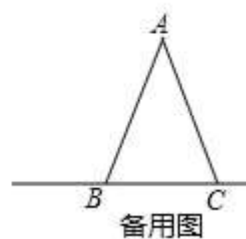
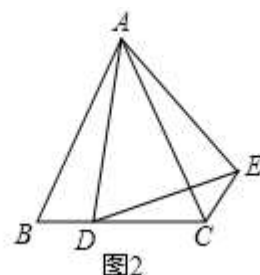
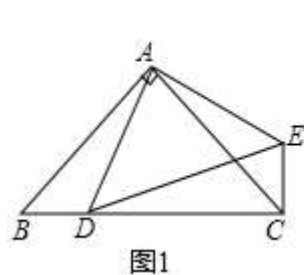
30. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 是直线 BC 上一点（不与 B 、 C 重合），以 AD 为一边在

AD 的右侧作 $\triangle ADE$ ，使 $AE=AD$ ， $\angle DAE=\angle BAC$ 。设 $\angle BAC=\alpha$ ， $\angle BCE=\beta$ 。

(1) 如图 1，如果 $\angle BAC=90^\circ$ ， $\angle BCE=$ 90 度；

(2) 如图 2, 你认为 α 、 β 之间有怎样的数量关系? 并说明理由.

(3) 当点 D 在线段 BC 的延长线上移动时, α 、 β 之间又有怎样的数量关系? 请在备用图上画出图形, 并直接写出你的结论.



(2) $\alpha + \beta = 180^\circ$

理由:

$$\because \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC.$$

$$\text{即 } \angle BAD = \angle CAE.$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ AD=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE,$$

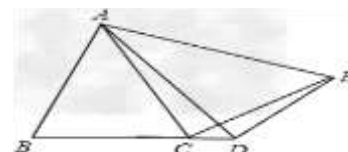
$$\therefore \angle B = \angle ACE.$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB = \angle ACE + \angle ACB.$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB = \beta,$$

$$\therefore \alpha + \angle B + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ;$$



当点 D 在射线 BC 上时, $\alpha + \beta = 180^\circ$;

$$\because \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\because AB=AC, AD=AE,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle B = \angle ACE,$$

$$\because \angle BAC + \angle B + \angle BCA = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BCE = \angle BAC + \angle BCA + \angle ACE = \angle BAC + \angle BCA + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ;$$