

## 2015-2016 学年北京四中八年级上学期期中考试

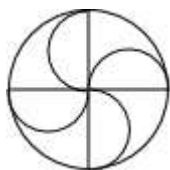
## 数 学 试 卷

(考试时间：100 分钟 满分：120 分)

姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 成绩：\_\_\_\_\_

## 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

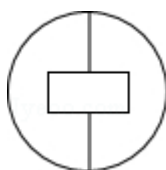
1. 下列图形中，不是轴对称图形的是（ ）



A.



B.



C.



D.

2. 把多项式  $a^2 - 4a$  分解因式，结果正确的是（ ）A.  $a(a-4)$     B.  $(a+2)(a-2)$     C.  $a(a+2)(a-2)$     D.  $(a-2)^2 - 4$ 3. 分式  $\frac{2}{x-1}$  有意义，则  $x$  的取值范围是（ ）A.  $x \neq 1$     B.  $x = 1$     C.  $x \neq -1$     D.  $x = -1$ 4. 点  $A(2, 3)$  关于  $y$  轴成轴对称的点的坐标是（ ）A.  $(3, -2)$     B.  $(-2, 3)$     C.  $(-2, -3)$     D.  $(2, -3)$ 5. 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle A'B'C'$  中，已知  $\angle A = \angle A'$ ， $AB = A'B'$ ，添加下列条件中的一个，不能使  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$  一定成立的是（ ）.A.  $AC = A'C'$     B.  $BC = B'C'$     C.  $\angle B = \angle B'$     D.  $\angle C = \angle C'$ 

6. 下列各式中，正确的是（ ）.

A.  $\frac{a+b}{ab} = \frac{1+b}{b}$

B.  $\frac{-x+y}{2} = -\frac{x+y}{2}$

C.  $\frac{x-3}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}$

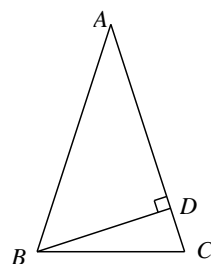
D.  $\frac{x-y}{x+y} = \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$

7. 等腰三角形的两边长分别为 3 和 6，则这个等腰三角形的周长为（ ）

A. 12    B. 15    C. 12 或 15    D. 18

8. 如图， $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$ ， $BD$  是  $AC$  边上的高，则  $\angle DBC$  的度数是（ ）

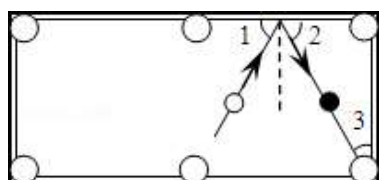
- A.  $18^\circ$       B.  $24^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $36^\circ$



第 8 题图

9. 如图， $\angle 3=30^\circ$ ，为了使白球反弹后能将黑球直接撞入袋中，那么击打白球时，必须保证  $\angle 1$  的度数为（ ）

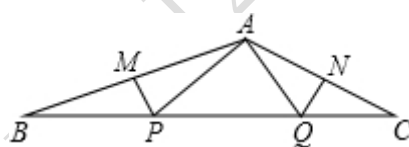
- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $75^\circ$



第 9 题图

10. 如图， $\angle BAC=130^\circ$ ，若  $MP$  和  $QN$  分别垂直平分  $AB$  和  $AC$ ，则  $\angle PAQ$  等于（ ）

- A.  $50^\circ$       B.  $75^\circ$       C.  $80^\circ$       D.  $105^\circ$



第 10 题图

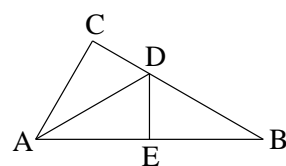
## 二、填空题（本题共 20 分，每小题 2 分）

11. 已知某种植物花粉的直径为 35000 纳米，即 0.000035 米，把 0.000035 用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_.

12. 分解因式： $3x^2 - 6x + 3 =$  \_\_\_\_\_.

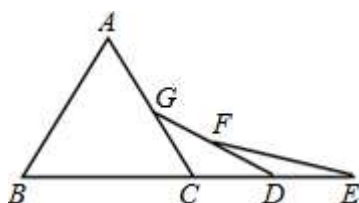
13. 计算： $(\frac{1}{2})^{-1} - (\sqrt{2} - 1)^0 + |-3| =$  \_\_\_\_\_.

14. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $AD$  平分  $\angle CAB$  交  $BC$  于  $D$ ， $DE \perp AB$  于  $E$ 。若  $DE=1\text{cm}$ ，则  $BC =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。

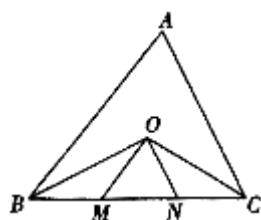


第 14 题图

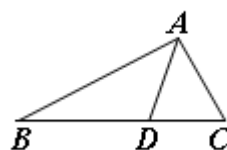
15. 如图，已知  $\triangle ABC$  是等边三角形，点  $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  在同一直线上，且  $CG=CD$ ， $DF=DE$ ，则  $\angle E =$  \_\_\_\_\_ 度。



第 15 题图



第 16 题图



第 18 题图

16. 如图， $\triangle ABC$  中，BO、CO 分别平分  $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ ，OM//AB，ON//AC，

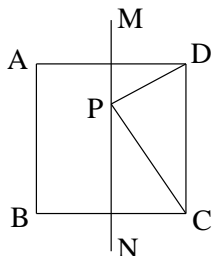
BC=10cm，则  $\triangle OMN$  的周长=\_\_\_\_\_cm.

17. 已知  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ ，则代数式  $\frac{2x-14xy-2y}{x-2xy-y} =$ \_\_\_\_\_.

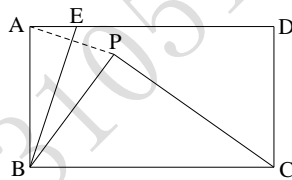
18. 如图  $\triangle ABC$  中，AD 平分  $\angle BAC$ ， $AB = 4$ ， $AC = 2$ ，且  $\triangle ABD$  的面积为 3，则  $\triangle ACD$  的面积为\_\_\_\_\_。

19. 如图，MN 是正方形 ABCD 的一条对称轴，点 P 是直线 MN 上的一个动点，当 PC+PD 最小时， $\angle PCD =$ \_\_\_\_\_°.

20. 如图所示，长方形 ABCD 中， $AB=4$ ， $BC=4\sqrt{3}$ ，点 E 是折线段 A—D—C 上的一个动点（点 E 与点 A 不重合），点 P 是点 A 关于 BE 的对称点。在点 E 运动的过程中，能使  $\triangle PCB$  为等腰三角形的点 E 的位置共有\_\_\_\_\_个。



第 19 题图



第 20 题图

### 三、解答题

分解因式（每题 4 分，共 8 分）.

21.  $x^2(m-2) + 9y^2(2-m)$

22.  $(x^2+1)^2 - 4x^2$

计算（每题 4 分，共 8 分）

23.  $\left(\frac{b}{-3a}\right)^3 \div \frac{2b}{9a} \cdot \frac{3ab}{b^4}$ .

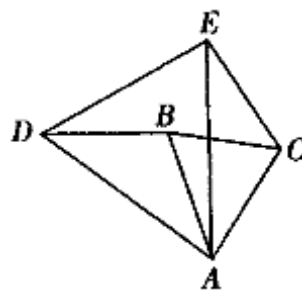
24.  $\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}$ .

25. (本题 5 分) 先化简, 再求值:  $\left(1 - \frac{1}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2 + 2a + 1}$ , 其中  $a = \sqrt{3} - 1$ .

26. (本题 5 分) 解方程:  $\frac{x+3}{x-1} - \frac{8}{x^2-1} = 1$ .

27. (本题 5 分) 已知: 如图,  $AD = AE$ ,  $AB = AC$ ,  $\angle DAE = \angle BAC$ .

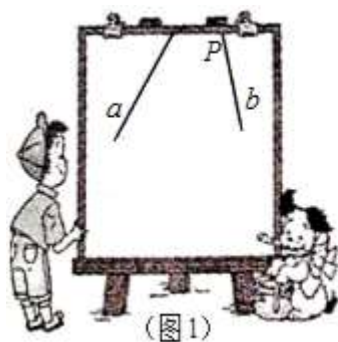
求证:  $BD = CE$ .



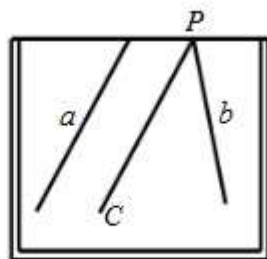
## 28. 列分式方程解应用题：（本题 5 分）

甲、乙两名学生练习计算机打字，甲打一篇 1000 字的文章与乙打一篇 900 字的文章所用的时间相同．已知甲每分钟比乙每分钟多打 5 个字．问：甲、乙两人每分钟各打多少字？

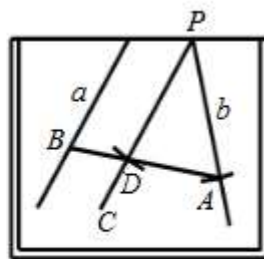
29. （本题 6 分）小明在做课本中的一道题：如图 1，直线  $a$ ， $b$  所成的角跑到画板外面去了，你有什么办法量出这两条直线所成的角的度数？小明的做法是：如图 2，画  $PC \parallel a$ ，量出直线  $b$  与  $PC$  的夹角度数，即直线  $a$ ， $b$  所成角的度数．



(图1)



(图2)



(图3)

- (1) 请写出这种做法的理由；
- (2) 小明在此基础上又进行了如下操作和探究（如图 3）：①以  $P$  为圆心，任意长为半径画圆弧，分别交直线  $b$ ， $PC$  于点  $A$ ， $D$ ；②连结  $AD$  并延长交直线  $a$  于点  $B$ ，请直接写出图 3 中所有与  $\angle PAB$  相等的角；
- (3) 请在图 3 画板内作出“直线  $a$ ， $b$  所成的跑到画板外面去的角”的平分线（画板内的部分），只要求作出图形，并保留作图痕迹．

## 30. (本题 8 分)

(1) 如图 (1), 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ , 直线  $l$  经过点  $A$ ,  $BD \perp$  直线  $l$ ,  $CE \perp$  直线  $l$ , 垂足分别为点  $D$ 、 $E$ . 证明:  $DE = BD + CE$ .

(2) 如图 (2), 将 (1) 中的条件改为: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D$ 、 $A$ 、 $E$  三点都在直线  $l$  上, 且  $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$ , 其中  $\alpha$  为任意锐角或钝角. 请问结论  $DE = BD + CE$  是否成立? 如成立; 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由.

(3) 拓展与应用: 如图 (3),  $D$ 、 $E$  是直线  $l$  上的两动点 ( $D$ 、 $A$ 、 $E$  三点互不重合), 点  $F$  为  $\angle BAC$  平分线上的一点, 且  $\triangle ABF$  和  $\triangle ACF$  均为等边三角形, 连接  $BD$ 、 $CE$ , 若  $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC$ , 求证:  $DF = EF$ .

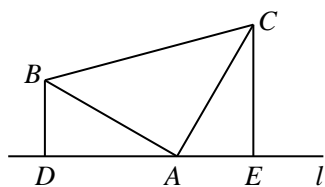


图 (1)

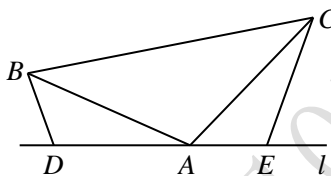


图 (2)

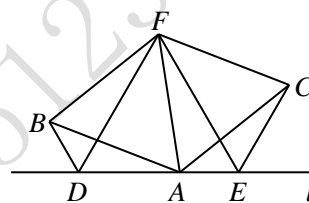


图 (3)

## 附加题 (满分 20 分, 计入总分)

1. (本题 4 分) 已知:  $a - b = 2$ ,  $2a^2 + a - 4 = 0$ , 则  $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

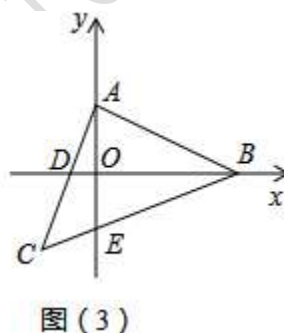
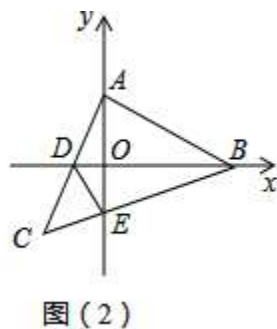
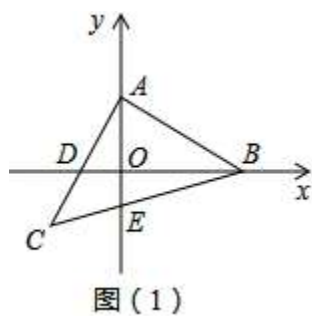
2. (本题 4 分) 已知:  $\frac{x}{b+c-a} = \frac{y}{c+a-b} = \frac{z}{a+b-c}$ , 则  $(b-c)x + (c-a)y + (a-b)z$  的值为\_\_\_\_\_.

3. (本题 12 分) 等腰  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ , 点 A、点 B 分别是 x 轴、y 轴两个动点, 直角边 AC 交 x 轴于点 D, 斜边 BC 交 y 轴于点 E。

(1) 如图 (1), 若  $A(0, 1)$ ,  $B(2, 0)$ , 求 C 点的坐标; (4 分)

(2) 如图 (2), 当等腰  $\text{Rt}\triangle ABC$  运动到使点 D 恰为 AC 中点时, 连接 DE, 求证:  $\angle ADB = \angle CDE$ ; (4 分)

(3) 如图 (3), 在等腰  $\text{Rt}\triangle ABC$  不断运动的过程中, 若满足 BD 始终是  $\angle ABC$  的平分线, 试探究: 线段 OA、OD、BD 三者之间是否存在某一固定的数量关系, 并说明理由。(4 分)



## 参考答案及评分标准：

## 一、选择题：

1. A 2. A 3. A 4. B 5. B 6. D 7. B 8. A 9. C 10. C

## 二、填空题：

11.  $3.5 \times 10^{-5}$  12.  $3(x-1)^2$  13. 4 14. 3  
 15. 15 16. 10 17. 4 18. 1.5  
 19. 45 20. 4

## 三、解答题

21.  $(m-2)(x-3y)(x+3y)$  22.  $(x-1)^2(x+1)^2$ 23.  $-\frac{1}{2ab}$  24.  $\frac{1}{1-x}$ 

25. 解：原式  $= \left( \frac{a+1}{a+1} - \frac{1}{a+1} \right) \div \frac{a}{a^2+2a+1}$   
 $= \frac{a+1-1}{a+1} \div \frac{a}{a^2+2a+1}$   
 $= \frac{a}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{a}$   
 $= a+1$  -----4 分

当  $a = \sqrt{3} - 1$  时，原式  $= \sqrt{3} - 1 + 1 = \sqrt{3}$ . -----5 分

26. 解：  $(x+3)(x+1) - 8 = x^2 - 1$  .....1 分 $x^2 + 4x + 3 - 8 = x^2 - 1$  .....2 分 $4x = 4$  .....3 分 $x = 1$  .....4 分

经检验： $x=1$  是原方程的增根，所以原方程无解 .....5 分

27. 证  $\triangle AEC \cong \triangle ADB$  (SAS)28. 解：设乙每分钟打  $x$  个字，则甲每分钟打  $(x+5)$  个字，-----1 分

由题意得， $\frac{1000}{x+5} - \frac{900}{x}$ ，-----3 分

解得： $x=45$ ，-----4 分

经检验： $x=45$  是原方程的解，且符合题意. -----5 分



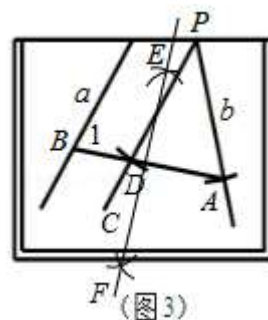
答：甲每人每分钟打 50 个字，乙每分钟打 45 个字.

29. 解：（1）两直线平行，同位角相等；---1 分

（2） $\angle PAB = \angle PDA = \angle BDC = \angle 1$ ，-----4 分

（3）如图，作线段 AB 的垂直平分线 EF，

则 EF 是所求作的图形. -----6 分



30. 解：（1） $\because BD \perp l, CE \perp l$ ,

$\therefore \angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$

又 $\because \angle BAC = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ, \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle CAE = \angle ABD$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle ADB = \angle CEA = 90^\circ \\ AB = AC \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE$  (AAS)

$\therefore BD = AE, AD = CE$ ,

$\therefore DE = AD + AE$ ,

$\therefore DE = CE + BD$ ; -----2 分

（2）成立

$\because \angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$ ,

$\therefore \angle DBA + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - \alpha$ ,

$\therefore \angle CAE = \angle ABD$ ,

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CEA$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle ADB = \angle CEA \\ AB = AC \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA$  (AAS),

$\therefore AE = BD, AD = CE$ ,

$\therefore BD + CE = AE + AD = DE$ ; -----5 分



$$\therefore \angle CDE = \angle G$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CDE;$$

(3) 如图, 在 OB 上截取 OH=OD, 连接 AH

由对称性得  $AD=AH$ ,  $\angle ADH = \angle AHD$

$$\therefore \angle AHD = \angle ADH = \angle BAO = \angle BEO$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BHA$$

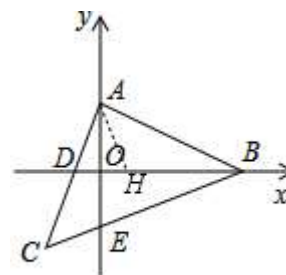
$$\text{又} \because AB=AC \quad \angle CAE = \angle ABH$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BAH \text{ (AAS)}$$

$$\therefore AE=BH=2OA$$

$$\because DH=2OD$$

$$\therefore BD=2(OA + OD)$$



图(3)