2014-2015 学年北京市中关村中学八年级（下）期中数学试卷

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的

1.（3 分）一元二次方程 $3x^2-4x-5=0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是（　　）

A．3，－4，－5　B．3，－4，5　C．3，4，5 D．3，4，－5

2.（3 分）要使式子$\sqrt{2-x}$有意义，则 x 的取值范围是（　　）

A．x＞0　B．x≥－2　C．x≥2D．x≤2

3.（3 分）下列各组数中，能构成直角三角形的是（　　）

A．4，5，6B．1，1，$\sqrt{2}$　C．6，8，11　D．5，12，23

4.（3 分）已知▱ABCD 中，∠A+∠C=200°，则∠B 的度数是（　　）

A．100°B．160°C．80°　D．60°

5.（3 分）用配方法解一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 时，方程变形正确的是（　　）

A．$(x-1)^2=2$　B．$(x-1)^2=4$　C．$(x-1)^2=1$　D．$(x-1)^2=7$

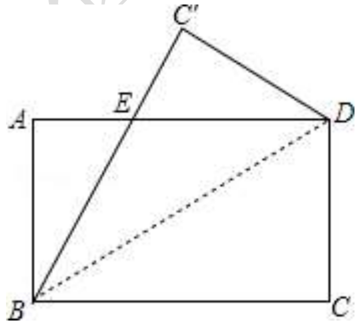
6.（3 分）下列计算，正确的是（　　）

A．$\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{5}$　B．$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$　C．$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}$　D．$\sqrt{6}\div\sqrt{3}=2$

7.（3 分）菱形的周长为 8cm，高为 1cm，则该菱形两邻角度数比为（　　）

A．3：1　B．4：1　C．5：1　D．6：1

8.（3 分）如图，已知矩形 ABCD 沿着直线 BD 折叠，使点 C 落在 C′处，BC′交 AD 于 E，AD=8，AB=4，则 DE 的长为（　　）



A．3　B．4　C．5　D．6

9.（3 分）▱ABCD 中，AB≠BC，其四个内角的角平分线所围成的四边形一定是（　　）

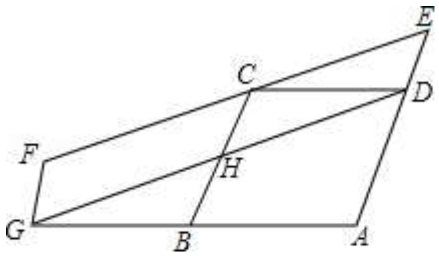
A．有一个角为 30°的平行四边形

B．有一个角为 45°的平行四边形

C．有一个角为 60°的平行四边形

D．矩形

10．（3 分）如图，B 为 AG 中点，四边形 ABCD 和四边形 DEFG 均为平行四边形，C 为 EF 上一点，若四边形 ABHD 和四边形 DEFG 的面积分别为 S_1 和 S_2，则$\frac{S_1}{S_2}$的值为（　　）



A．1　B．$\frac{2}{3}$　C．$\frac{3}{4}$　D．$\frac{4}{5}$

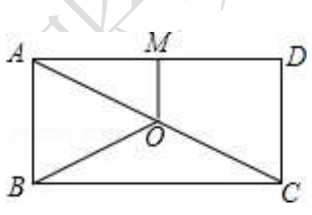
二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11．（3 分）在四边形 ABCD 中，AB=DC，AD=BC，请再添加一个条件，使四边形 ABCD 是矩形．你添加的条件是_______．　（写出一种即可）

12．（3 分）若平行四边形的两条对角线长分别为 4 和 6，则它的一边长 a 的取值范围为_______．

13．（3 分）一元二次方程（a﹣1）$x^2+x+a^2-1=0$ 一根为 0，则 a=_______．

14．（3 分）如图，O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点，M 是 AD 的中点．若 AB=5，AD=12，则四边形 ABOM 的周长为_______．



15．（3 分）已知关于 x 的方程 $x^2-(a+b)x+ab-1=0$，x_1、x_2 是此方程的两个实数根，现给出的三个结论：①$x_1 \neq x_2$；②$x_1 \bullet x_2 < ab$；③若 a=b，则$|x_1-x_2|=2$．其中正确的序号是_______．

16．（3 分）在平面直角坐标系 xOy 中，以 O、A、C、B 为顶点的四边形是菱形，

若点 A 的坐标是（3，4），点 B 在 x 轴的正半轴上，则点 C 的坐标是________.

三、解答题（本题共 22 分，17 题 4 分，18 题 8 分，19、20 题每题 5 分）

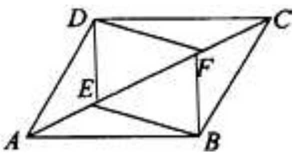
17．（4 分）计算：$\sqrt{48}\div\sqrt{3}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{24}$.

18．（8 分）解方程：

（1）$x^2-3x=4x-6$

（2）$x^2=2x+1$.

19．（5 分）如图，E、F 是平行四边形 ABCD 的对角线 AC 上的两点，AE=CF．求证：四边形 DEBF 是平行四边形.



20．（5 分）若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-4x+2=0$ 有实数根

（1）求 k 的取值范围；

（2）若△ABC 中，AB=AC=2，AB、BC 的长是方程 $kx^2-4x+2=0$ 的两根，求△ABC 的周长.

四、解答题（本题共 10 分，每题 5 分）

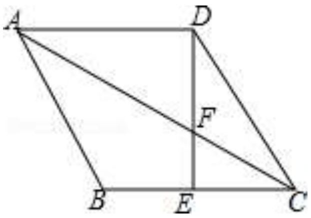
21．（5 分）列方程解应用题：

我国网络零售业务正处于一个快速发展的时期，据统计，2012 年某地网购交易总额达到 5000 亿元，若 2014 年网购交易总额达 12800 亿元，求网购交易总额的年平均增长率.

22．（5 分）如图，菱形 ABCD 中，E 为 BC 中点，DE 与对角线 AC 交于点 F，CF=DF.

（1）求证：DE⊥BC；

（2）若 CE=1，求菱形 ABCD 的面积.



五、解答题（本题共 20 分，23、24 题每题 6 分，25 题 8 分）

23．（6 分）将一矩形纸片按图 1﹣图 4 方式折叠：

第一步，在矩形纸片的一端，利用图 1 的方法折出一个正方形，然后把纸片展平；

第二步：如图 2，把这个正方形折成两个相等的矩形，再把纸片展平；

第三步：折出内侧矩形的对角线 AB，并将 AB 折到图 3 中所示的 AD 处；

第四步：展平纸片，按照所得的点 D 折出 DE．

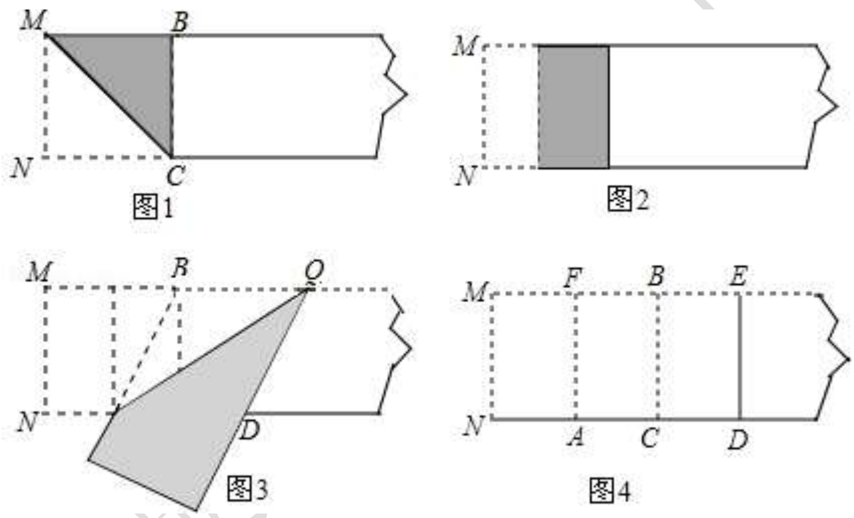
我们称宽与长的比是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（约为 0.618）的矩形为黄金矩形．

（1）若 MN=4cm

①图 3 中 AB=________cm；

②图 4 中的黄金矩形为________；

（2）设 AB=a，AQ+BD=b，AQ•BD=c，请用一个等式表示 a、b、c 之间的数量关系并证明．



24．（6 分）已知关于 x 的方程 $mx^2+(4-3m)x+2m-8=0$（m＞0）．

（1）求证：方程有两个不相等的实数根；

（2）设方程的两个根分别为 x_1、x_2（$x_1<x_2$），若 $n=x_2-x_1-\frac{1}{2}m$，且点 B（m，n）在 x 轴上，求 m 的值．

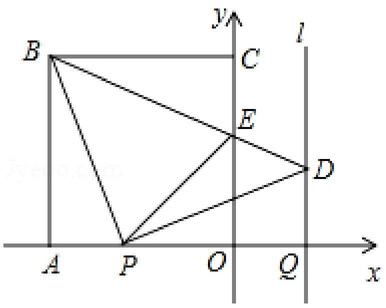
25．（8 分）如图，正方形 OABC 的边 OA，OC 在坐标轴上，点 B 的坐标为（﹣4，4）．点 P 从点 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴向点 O 运动；点 Q 从点 O 同时出发，以相同的速度沿 x 轴的正方向运动，规定点 P 到达点 O 时，点 Q 也停止运动．连接 BP，过 P 点作 BP 的垂线，与过点 Q 平行于 y 轴的直线 l 相交

于点 D．BD 与 y 轴交于点 E，连接 PE．设点 P 运动的时间为 t（s）．

（1）∠PBD 的度数为________，点 D 的坐标为________（用 t 表示）；

（2）当 t 为何值时，△PBE 为等腰三角形？

（3）探索△POE 周长是否随时间 t 的变化而变化？若变化，说明理由；若不变，试求这个定值．



2014-2015 学年北京市中关村中学八年级（下）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的

1．（3 分）一元二次方程 $3x^2-4x-5=0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是（　　）

A．3，－4，－5　　B．3，－4，5　C．3，4，5 D．3，4，－5

【分析】一元二次方程的一般形式是：$ax^2+bx+c=0$（a，b，c 是常数且 a≠0）．其中 a，b，c 分别叫二次项系数，一次项系数，常数项．

【解答】解：一元二次方程 $3x^2-4x-5=0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是 3，－4，－5．

故选 A．

【点评】一元二次方程的一般形式是：$ax^2+bx+c=0$（a，b，c 是常数且 a≠0）特别要注意 a≠0 的条件．这是在做题过程中容易忽视的知识点．在一般形式中 ax^2 叫二次项，bx 叫一次项，c 是常数项．其中 a，b，c 分别叫二次项系数，一次项系数，常数项．

2．（3 分）要使式子$\sqrt{2-x}$有意义，则 x 的取值范围是（　　）

A．x＞0　　B．x≥－2　C．x≥2D．x≤2

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解．

【解答】解：根据题意得，2－x≥0，

解得 x≤2．

故选 D．

【点评】本题考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数．

3．（3 分）下列各组数中，能构成直角三角形的是（　　）

A．4，5，6B．1，1，$\sqrt{2}$　C．6，8，11　D．5，12，23

【分析】根据勾股定理逆定理：$a^2+b^2=c^2$，将各个选项逐一代数计算即可得出答案．

【解答】解：A、∵$4^2+5^2\neq6^2$，∴不能构成直角三角形，故 A 错误；

B、∵$1^2+1^2=\sqrt{2}^2$，∴能构成直角三角形，故 B 正确；

C、∵$6^2+8^2\neq11^2$，∴不能构成直角三角形，故 C 错误；

D、∵$5^2+12^2\neq23^2$，∴不能构成直角三角形，故 D 错误．

故选：B．

【点评】此题主要考查学生对勾股定理的逆定理的理解和掌握，要求学生熟练掌握这个逆定理．

4．（3 分）已知▱ABCD 中，∠A+∠C=200°，则∠B 的度数是（　　）

A．100°B．160°C．80°　D．60°

【分析】由四边形 ABCD 是平行四边形，可得∠A=∠C，AD∥BC，又由∠A+∠C=200°，即可求得∠A 的度数，继而求得答案．

【解答】解：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

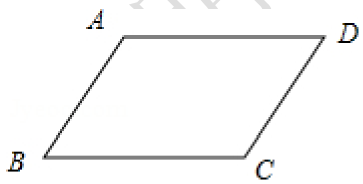
∴∠A=∠C，AD∥BC，

∵∠A+∠C=200°，

∴∠A=100°，

∴∠B=180°﹣∠A=80°．

故选 C．



【点评】此题考查了平行四边形的性质．此题比较简单，注意掌握平行四边形的对角相等、邻角互补的知识．

5．（3 分）用配方法解一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 时，方程变形正确的是（　　）

A．$(x-1)^2=2$　B．$(x-1)^2=4$　C．$(x-1)^2=1$　D．$(x-1)^2=7$

【分析】利用配方法解已知方程时，首先将﹣3 变号后移项到方程右边，然后方

程左右两边都加上一次项系数一半的平方 1，左边化为完全平方式，右边合并为一个非负常数，即可得到所求的式子．

【解答】解：$x^2-2x-3=0$，

移项得：$x^2-2x=3$，

两边都加上 1 得：$x^2-2x+1=3+1$，

即（x－1）^{2}=4，

则用配方法解一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 时，方程变形正确的是（x－1）^{2}=4．

故选：B

【点评】此题考查了解一元二次方程－配方法，利用此方法解方程时，首先将方程常数项移动方程右边，二次项系数化为 1，然后方程左右两边都加上一次项系数一半的平方，方程左边化为完全平方式，右边合并为一个非负常数，开方转化为两个一元一次方程来求解．

6．（3 分）下列计算，正确的是（　　）

A．$\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{5}$　B．$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$　C．$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}$　D．$\sqrt{6}\div\sqrt{3}=2$

【分析】根据二次根式的加减法则对各选项进行逐一判断即可．

【解答】解：A、$\sqrt{3}$与$\sqrt{2}$不是同类项，不能合并，故本选项错误；

B、$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，故本选项错误；

C、$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}$，故本选项正确；

D、$\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\sqrt{2}$，故本选项错误．

故选 C．

【点评】本题考查的是二次根式的加减法，熟知二次根式相加减，先把各个二次根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的二次根式进行合并，合并方法为系数相加减，根式不变是解答此题的关键．

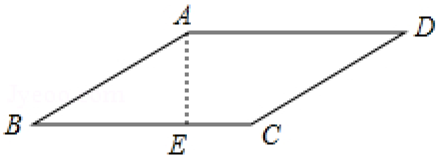
7．（3 分）菱形的周长为 8cm，高为 1cm，则该菱形两邻角度数比为（　　）

A．3：1　B．4：1　C．5：1　D．6：1

【分析】根据已知可求得菱形的边长，再根据三角函数可求得其一个内角从而得到另一个内角即可得到该菱形两邻角度数比．

【解答】解：如图所示，根据已知可得到菱形的边长为2cm，从而可得到高所对的角为30°，相邻的角为150°，则该菱形两邻角度数比为5：1．

故选C．

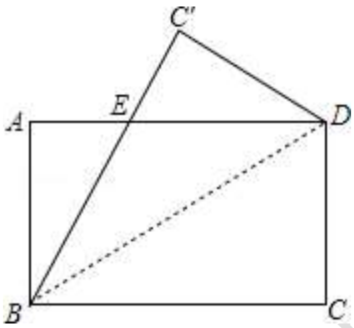


【点评】此题主要考查的知识点：

（1）直角三角形中，30°锐角所对的直角边等于斜边的一半的逆定理；

（2）菱形的两个邻角互补．

8．（3分）如图，已知矩形ABCD沿着直线BD折叠，使点C落在C′处，BC′交AD于E，AD=8，AB=4，则DE的长为（　　）



A．3　B．4　C．5　D．6

【分析】根据折叠前后角相等可知△ABE≌△C′ED，利用勾股定理可求出．

【解答】解：设DE=x，则AE=8﹣x，AB=4，

在直角三角形ABE中，x^2=（8﹣x）^{2}+16，

解之得，x=5．

故选C．

【点评】本题考查图形的翻折变换，解题过程中应注意折叠是一种对称变换，它属于轴对称，根据轴对称的性质，折叠前后图形的形状和大小不变，如本题中折叠前后角相等．

9．（3分）▱ABCD中，AB≠BC，其四个内角的角平分线所围成的四边形一定是（　　）

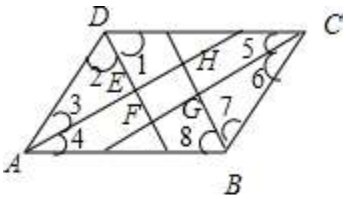
A．有一个角为30°的平行四边形

B．有一个角为45°的平行四边形

C．有一个角为60°的平行四边形

D．矩形

【分析】根据角平分线的性质，可得∠1=∠2，∠3=∠4，∠5=∠6，∠7=∠8；根据平行四边形的性质，可得ABC+∠BCD=∠BCD+∠CDA=∠CDA+∠DAB=∠DAB+∠ABC=180°，根据矩形的判定，可得答案．



【解答】解：如图：

∵AH平分∠DAB，BH平分∠ABC，CF平分∠BCD，DF平分∠ADC，

∴∠1=∠2，∠3=∠4，∠5=∠6，∠7=∠8．

∵四边形ABCD是平行四边形，

∴∠ABC+∠BCD=∠BCD+∠CDA=∠CDA+∠DAB=∠DAB+∠ABC=180°

∴∠1+∠5=90°，∠2+∠3=90°，∠4+∠8=90°，∠5+∠7=90°，

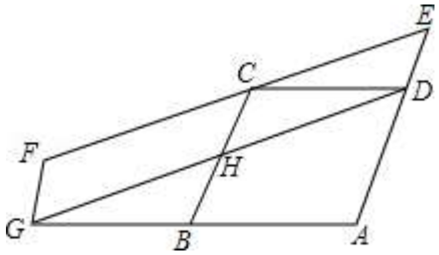
∴∠EFG=∠HEF=∠EHG=∠HGF=90°，

∴四边形EFGH是矩形，

故选：D．

【点评】本题考查了矩形的判定，利用了角平分线的性质，平行四边形的性质，矩形的判定：四个角都相等的四边形是矩形．

10．（3分）如图，B为AG中点，四边形ABCD和四边形DEFG均为平行四边形，C为EF上一点，若四边形ABHD和四边形DEFG的面积分别为S_1和S_2，则$\frac{S_1}{S_2}$的值为（　　）



A．1　B．$\frac{2}{3}$　C．$\frac{3}{4}$　D．$\frac{4}{5}$

【分析】由 AAS 证明△CDH≌△BGH，得出 CH=BH=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{1}{2}$AD，DH=GH，得出△CDH 的面积=△BGH 的面积=$\frac{1}{4}$平行四边形 ABCD 的面积，得出四边形 ABHD 的面积=$\frac{3}{4}$平行四边形 ABCD 的面积，再证出平行四边形 ABCD 的面积=平行四边形 DEFG 的面积，即可得出结论．

【解答】解：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB∥CD，AB=CD，BC=AD，

∴∠CDH=∠BGH，

∵B 为 AG 中点，

∴BG=AB，

∴CD=BG，

在△CDH 和△BGH 中，

$$\begin{cases}\angle CDH=\angle BGH\\ \angle CHD=\angle BHG\\ CD=BG\end{cases},$$

∴△CDH≌△BGH（AAS），

∴CH=BH=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{1}{2}$AD，DH=GH，

∴△BGH 的面积=$\frac{1}{4}$△AGD 的面积，

∴△CDH 的面积=△BGH 的面积=$\frac{1}{4}$平行四边形 ABCD 的面积，

∴四边形 ABHD 的面积=$\frac{3}{4}$平行四边形 ABCD 的面积，

∵四边形 DEFG 是平行四边形，

∴FG∥ED，EF∥CD，FG=ED，

∴四边形 DECH 是平行四边形，

∴ED=CH=$\frac{1}{2}$AD，

∴FG=$\frac{1}{2}$AD，

∴平行四边形 ABCD 的面积=平行四边形 DEFG 的面积，

∴$\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{4}$；

故选：C．

【点评】本题考查了平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质、三角形和四边形面积的关系；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理论证是解决问题的关键．

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11．（3 分）在四边形 ABCD 中，AB=DC，AD=BC，请再添加一个条件，使四边形 ABCD 是矩形．你添加的条件是 <u>对角线相等</u> ．（写出一种即可）

【分析】已知两组对边相等，如果其对角线相等可得到△ABD≌△ABC≌△ADC≌△BCD，进而得到，∠A=∠B=∠C=∠D=90°，使四边形 ABCD 是矩形．

【解答】解：若四边形 ABCD 的对角线相等，

则由 AB=DC，AD=BC 可得．

△ABD≌△ABC≌△ADC≌△BCD，

所以四边形 ABCD 的四个内角相等分别等于 90°即直角，

所以四边形 ABCD 是矩形，

故答案为：对角线相等．

【点评】此题属开放型题，考查的是矩形的判定，根据矩形的判定，关键是要得到四个内角相等即直角．

12．（3 分）若平行四边形的两条对角线长分别为 4 和 6，则它的一边长 a 的取值范围为 <u>1＜a＜5</u> ．

【分析】根据平行四边形对角线互相平分求出两对角线的一半，再根据三角形的任意两边之和大于第三边，三角形的任意两边之差小于第三边求解即可．

【解答】解：∵平行四边形的两条对角线的长分别是 4 和 6，

∴两对角线的一半分别是 2，3，

∵3﹣2=1，3+2=5，

∴边长 a 的取值范围是 1＜a＜5．

故答案为：1＜a＜5．

【点评】本题考查了平行四边形对角线互相平分的性质，三角形的三边关系，熟记性质并考虑利用三边关系求解是解题的关键．

13．（3 分）一元二次方程（a﹣1）x^2+x+a^2﹣1=0 一根为 0，则 a=　﹣1　．

【分析】把 x=0 代入原方程即可解得 a 值，再根据一元二次方程的特点求出合适的 a 值．

【解答】解：把 x=0 代入一元二次方程（a﹣1）x^2+x+a^2﹣1=0

得到 a^2﹣1=0，

解得 a=±1，

∵a﹣1≠0，∴a≠1

即 a=﹣1

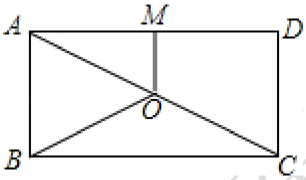
所以一元二次方程（a﹣1）x^2+x+a^2﹣1=0 一根为 0，则 a=﹣1．

故答案为：﹣1．

【点评】本题考查的是一元二次方程的根即方程的解的定义．

一元二次方程的根就是一元二次方程的解，就是能够使方程左右两边相等的未知数的值．即用这个数代替未知数所得式子仍然成立．

14．（3 分）如图，O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点，M 是 AD 的中点．若 AB=5，AD=12，则四边形 ABOM 的周长为　20　．



【分析】根据题意可知 OM 是△ADC 的中位线，所以 OM 的长可求；根据勾股定理可求出 AC 的长，利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可求出 BO 的长，进而求出四边形 ABOM 的周长．

【解答】解：∵O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点，M 是 AD 的中点，

∴OM=$\frac{1}{2}$CD=$\frac{1}{2}$AB=2.5，

∵AB=5，AD=12，

∴AC=$\sqrt{5^2+12^2}$=13，

∵O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点，

∴BO=$\frac{1}{2}$AC=6.5，

∴四边形 ABOM 的周长为 AB+AM+BO+OM=5+6+6.5+2.5=20，

故答案为：20．

【点评】本题考查了矩形的性质、三角形的中位线的性质以及直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半这一性质，题目的综合性很好，难度不大．

15．（3 分）已知关于 x 的方程 $x^2-(a+b)x+ab-1=0$，x_1、x_2 是此方程的两个实数根，现给出的三个结论：①$x_1\neq x_2$；②$x_1\bullet x_2<ab$；③若 a=b，则 $|x_1-x_2|=2$．其中正确的序号是__①②③__．

【分析】①可以利用方程的判别式就可以判定是否正确；

②根据两根之积就可以判定是否正确；

③利用根与系数的关系可以求出 $|x_1-x_2|$ 的值，然后也可以判定是否正确．

【解答】解：①∵方程 $x^2-(a+b)x+ab-1=0$ 中，

$\triangle=[-(a+b)]^2-4(ab-1)=(a-b)^2+4>0$

∴①$x_1\neq x_2$ 正确；

②∵$x_1x_2=ab-1<ab$，

∴②正确；

（3）∵$x_1+x_2=a+b$，即 $(x_1+x_2)^2=(a+b)^2$，

∵$x_1x_2=ab-1$

∴$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)-4x_1x_2}=\sqrt{(a+b)^2-4(ab-1)}=\sqrt{(a-b)^2+4}$，

∵a=b，∴$|x_1-x_2|=2$，∴③正确；

故答案为：①②③．

【点评】本题考查的是一元二次方程根的情况与判别式△的关系，及一元二次方程根与系数的关系，若方程的两根为 x_1，x_2，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$，反过来也成立．

16．（3 分）在平面直角坐标系 xOy 中，以 O、A、C、B 为顶点的四边形是菱形，若点 A 的坐标是（3，4），点 B 在 x 轴的正半轴上，则点 C 的坐标是__（8，4），（3，－4），（$-\frac{7}{6}$，4）__．

【分析】首先根据题意作出图形，然后分别从四边形 OACB、OABC、OCAB 是菱形去分析求解即可求得答案.

【解答】解：∵点 A 的坐标是（3，4），

∴$OA=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

如图 1，若四边形 OACB 是菱形，则 AC∥OB，AC=OB=OA=5，

∴点 C_1 的坐标为：（8，4）；

若四边形 OABC 是菱形，

则点 C_2 的坐标为：（3，﹣4）；

如图 2，若四边形 OCAB 是菱形，连接 BC，过点 A 作 AD⊥OB 于点 D，

则 $OE=\frac{1}{2}OA=\frac{5}{2}$，BC⊥OA，

∴∠OEB=∠ODA=90°，∠EOD=∠AOD，

∴△OBE∽△OAD，

∴$\frac{OB}{OA}=\frac{OE}{OD}$，

∴$\frac{OB}{5}=\frac{\frac{5}{2}}{3}$，

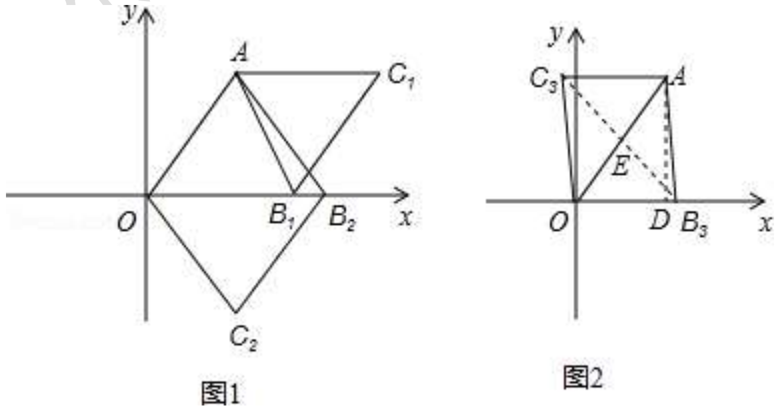
解得：$OB=\frac{25}{6}$，

∴点 C_3 的坐标为：（﹣（$\frac{25}{6}$﹣3），4），

即（$-\frac{7}{6}$，4）.

综上所述，点 C 的坐标为：（8，4），（3，﹣4），（$-\frac{7}{6}$，4）.

故答案为：（8，4），（3，﹣4），（$-\frac{7}{6}$，4）.



【点评】此题考查了菱形的性质以及勾股定理．注意分类讨论思想的应用．

三、解答题（本题共 22 分，17 题 4 分，18 题 8 分，19、20 题每题 5 分）

17．（4 分）计算：$\sqrt{48}\div\sqrt{3}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{24}$．

【分析】先根据二次根式的乘除法法则得到原式$=\sqrt{\frac{48}{3}}-\sqrt{\frac{1}{2}\times12}+2\sqrt{6}$，然后利用二次根式的性质化简后合并即可．

【解答】解：原式$=\sqrt{\frac{48}{3}}-\sqrt{\frac{1}{2}\times12}+2\sqrt{6}$

$=4-\sqrt{6}+2\sqrt{6}$

$=4+\sqrt{6}$．

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先进行二次根式的乘除运算，再把各二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的加减运算．

18．（8 分）解方程：

（1）$x^2-3x=4x-6$

（2）$x^2=2x+1$．

【分析】（1）方程整理后，利用因式分解法求出解即可；

（2）方程整理后，利用配方法求出解即可．

【解答】解：（1）方程整理得：$x^2-7x+6=0$，

分解因式得：$(x-1)(x-6)=0$，

可得 $x-1=0$ 或 $x-6=0$，

解得：$x_1=1$，$x_2=6$；

（2）方程整理得：$x^2-2x=1$，即 $x^2-2x+1=2$，

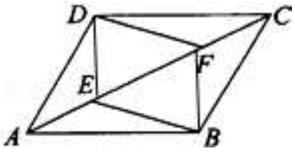
配方得：$(x-1)^2=2$，

开方得：$x-1=\pm\sqrt{2}$，

解得：$x_1=1+\sqrt{2}$，$x_2=1-\sqrt{2}$．

【点评】此题考查了解一元二次方程－因式分解法与配方法，熟练掌握各种解法是解本题的关键．

19．（5 分）如图，E、F 是平行四边形 ABCD 的对角线 AC 上的两点，AE=CF．求证：四边形 DEBF 是平行四边形．



【分析】首先连接 BD，交 AC 于点 O，由四边形 ABCD 是平行四边形，根据平行四边形的对角线互相平分，即可求得 OA=OC，OB=OD，又由 AE=CF，可得 OE=OF，然后根据对角线互相相平分的四边形是平行四边形．

【解答】证明：连接 BD，交 AC 于点 O，

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

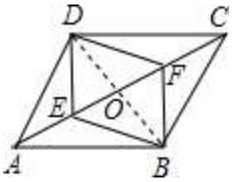
∴OA=OC，OB=OD，

∵AE=CF，

∴OA﹣AE=OC﹣CF，

即 OE=OF，

∴四边形 DEBF 是平行四边形．



【点评】此题考查了平行四边形的判定与性质．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用．

20．（5 分）若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-4x+2=0$ 有实数根

（1）求 k 的取值范围；

（2）若△ABC 中，AB=AC=2，AB、BC 的长是方程 $kx^2-4x+2=0$ 的两根，求△ABC 的周长．

【分析】（1）若一元二次方程有实数根，则二次项系数 k≠0 且根的判别式 $\triangle=b^2-4ac\geqslant0$，建立关于 k 的不等式组，即可求出 k 的取值范围；

（2）由于 AB=2 是方程 $kx^2-4x+2=0$ 的根，所以可以确定 k 的值，进而再解方程求出 BC 的值．

【解答】解：（1）∵关于 x 的一元二次方程 $kx^2-4x+2=0$ 有实数根，

∴$k\neq0$ 且 $\triangle=b^2-4ac=(-4)^2-4\times k\times2=16-8k\geqslant0$，

解得：$k\leqslant2$ 且 $k\neq0$，

所以 k 的取值范围是 $k\leqslant2$ 且 $k\neq0$；

（2）由于 AB=2 是方程 $kx^2-4x+2=0$，

所以把 x=2 代入方程，可得 $k=\frac{3}{2}$，

所以原方程是：$3x^2-8x+4=0$，

解得：$x_1=2$，$x_2=\frac{2}{3}$，

即 $BC=\frac{2}{3}$，

则△ABC 的周长$=2+2+\frac{2}{3}=4\frac{2}{3}$.

【点评】本题主要考查了一元二次方程的根的判别式的应用，等腰三角形的性质，一元二次方程的定义以及一元二次方程的解的定义，比较简单.

四、解答题（本题共 10 分，每题 5 分）

21.（5 分）列方程解应用题：

我国网络零售业务正处于一个快速发展的时期，据统计，2012 年某地网购交易总额达到 5000 亿元，若 2014 年网购交易总额达 12800 亿元，求网购交易总额的年平均增长率.

【分析】等量关系为：2012 年网购交易总额×（1+增长率）^{2}=2014 年网购总额，把相关数值代入求合适的解即可.

【解答】解：设网购交易总额的年平均增长率为：x.

由题意，得 $5000(1+x)^2=12800$，

变形，得 $(1+x)^2=\frac{64}{25}$，

解得 $x_1=0.6$，$x_2=-2.6$（不合题意，舍去）

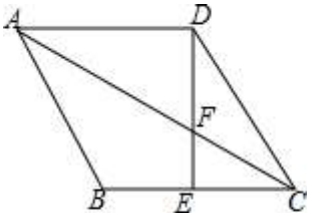
答：网购交易总额的年平均增长率为 60%.

【点评】此题考查了一元二次方程的应用中的增长率问题，一般形式为 $a(1+x)^2=b$，a 为起始时间的有关数量，b 为终止时间的有关数量.

22.（5 分）如图，菱形 ABCD 中，E 为 BC 中点，DE 与对角线 AC 交于点 F，CF=DF.

（1）求证：DE⊥BC；

（2）若 CE=1，求菱形 ABCD 的面积.



【分析】（1）首先过点 F 作 FM⊥CD 于点 M，由 CF=DF，可得 M 是 CD 的中点，又由菱形 ABCD 中，E 为 BC 中点，利用 SAS 可判定△CFM≌△CFE，即可证得 DE⊥BC；

（2）由 CE=1，可求得 BC=CD=2，然后由勾股定理求得 DE 的长，继而求得菱形 ABCD 的面积.

【解答】（1）证明：过点 F 作 FM⊥CD 于点 M，

∵CF=DF，

∴CM=$\frac{1}{2}$CD，

∵四边形 ABCD 是菱形，

∴∠MCF=∠ECF，BC=CD，

∵E 为 BC 中点，

∴CE=CM，

在△CFM 和△CFE 中，

$\begin{cases}CE=CM\\ \angle ECF=\angle MCF\\ CF=CF\end{cases}$，

∴△CFM≌△CFE（SAS），

∴∠CEF=∠CMF=90°，

即 DE⊥BC；

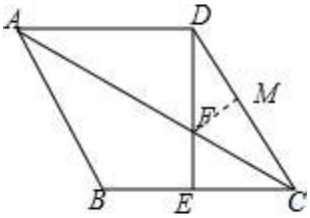
（2）解：∵CE=1，

∴BC=CD=2CE=2，

∵DE⊥BC，

∴DE=$\sqrt{CD^2-CE^2}$=$\sqrt{3}$，

∴S 菱形 ABCD=BC•DE=2$\sqrt{3}$.



【点评】此题考查了菱形的性质、全等三角形的判定与性质以及勾股定理．注意辅助线的构造是关键．

五、解答题（本题共 20 分，23、24 题每题 6 分，25 题 8 分）

23.（6 分）将一矩形纸片按图 1﹣图 4 方式折叠：

第一步，在矩形纸片的一端，利用图 1 的方法折出一个正方形，然后把纸片展平；

第二步：如图 2，把这个正方形折成两个相等的矩形，再把纸片展平；

第三步：折出内侧矩形的对角线 AB，并将 AB 折到图 3 中所示的 AD 处；

第四步：展平纸片，按照所得的点 D 折出 DE．

我们称宽与长的比是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（约为 0.618）的矩形为黄金矩形．

（1）若 MN=4cm

①图 3 中 AB=__2$\sqrt{5}$__cm；

②图 4 中的黄金矩形为__BCDE__；

（2）设 AB=a，AQ+BD=b，AQ•BD=c，请用一个等式表示 a、b、c 之间的数量关系并证明．

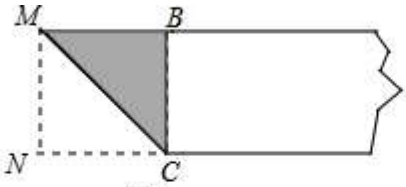


图1

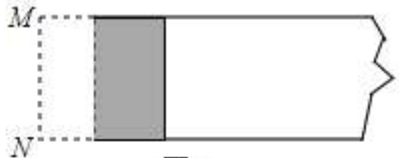


图2

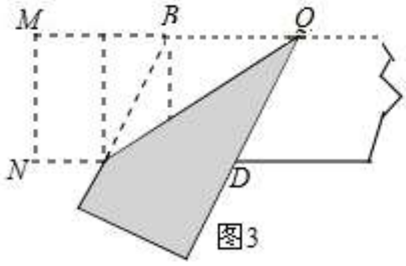


图3

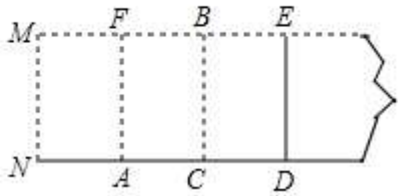


图4

【分析】（1）由折叠有 BF=$\frac{1}{2}$BM=$\frac{1}{2}$MN=2，在 Rt△ABF 中，利用勾股定理计算即可；

（2）设正方形 BCNM 的边长为 2a，利用对折的性质得 AC=a，再在△ABC 中根据勾股定理计算出 AB=$\sqrt{5}$a，然后根据黄金矩形的定义进行判断．接着利用对折得 AD=AB，所以 CD=AD﹣AC 即可；

（3）先判定四边形 ADBQ 是菱形，再用勾股定理计算即可．

【解答】解：（1）由折叠有 BF=$\frac{1}{2}$BM=$\frac{1}{2}$MN=2，

在 Rt△ABF 中，AF=MN=4，

∴AB=$\sqrt{AF^2+BF^2}$=2$\sqrt{5}$，

故答案为 2$\sqrt{5}$；

（2）设正方形 BCNM 的边长为 2a，

∵正方形 BCNM 沿 AF 对折，

∴AC=$\frac{1}{2}$NC=a，

∴AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}$=$\sqrt{5}$a，

∵AD=AB=$\sqrt{5}$a，

∴CD=AD﹣AC=（$\sqrt{5}$﹣1）a，

∴$\frac{CD}{BC}$=$\frac{(\sqrt{5}-1)a}{2a}$=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

∴矩形 BCDE 就是黄金矩形，

故答案为 BCDE．

（3）连接 BD 交 AQ 于点 O，由折叠有∠BAQ=∠DAQ，AB=AD，

∴AQ⊥BD，BO=DO，

∵BQ∥AD，

∴∠DAQ=∠AQB，

∴∠BAQ=∠BQA，

∵AQ⊥BD，

∴OA=OQ，

∴四边形 ADQB 是平行四边形，

∵AB=AD，

∴四边形 ADBQ 是菱形，

∴AB=BQ=a，

根据勾股定理得，$AB^2=BF^2+AF^2$，

∴$a^2=BF^2+(2BF)^2$，

∴$BF=\frac{\sqrt{5}}{5}a$，

∴$FQ=BF+BQ=\frac{\sqrt{5}}{5}a+a=(1+\frac{\sqrt{5}}{5})a$，$AF=2BF=\frac{2\sqrt{5}}{5}a$，

根据勾股定理得，$AQ^2=FQ^2+AF^2=[(1+\frac{\sqrt{5}}{5})a]^2+(\frac{2\sqrt{5}}{5}a)^2=2(\frac{1+\sqrt{5}}{5})a^2$，

∵AQ×BD=c，

∴$BD=\frac{c}{AQ}$，

∵AQ+BD=b，

∴$AQ+\frac{c}{AQ}=b$，

∴$AQ^2+\frac{c^2}{AQ^2}=b$，

∴$(AQ^2)^2+c^2=bAQ^2$，

∴$[2(\frac{1+\sqrt{5}}{5})a^2]^2+c^2=b\times2(\frac{1+\sqrt{5}}{5})a^2$

∴$[2(\frac{1+\sqrt{5}}{5})a^2-\frac{b}{2}]^2=\frac{b^2}{4}-c^2$．

【点评】此题几何变换综合题，主要考查了黄金分割，折叠的性质，勾股定理，解本题的关键是判定四边形 ADBQ 是菱形，找 a，b，c 的关系是本题的难点．

24．（6 分）已知关于 x 的方程 $mx^2+(4-3m)x+2m-8=0$（$m>0$）．

（1）求证：方程有两个不相等的实数根；

（2）设方程的两个根分别为 x_1、x_2（$x_1<x_2$），若 $n=x_2-x_1-\frac{1}{2}m$，且点 B（m，n）在 x 轴上，求 m 的值．

【分析】（1）首先得到$\triangle=(4-3m)^2-4m(2m-8)=m^2+8m+16=(m+4)^2$然后根据 $m>0$ 得到 $(m+4)^2>0$ 从而得到$\triangle>0$，最后证得方程有两个不相等的实数根；

（2）利用根与系数的关系得出关于 m 的方程求得答案即可．

【解答】解：（1）∵$\triangle=(4-3m)^2-4m(2m-8)$，

$=m^2+8m+16$

$=(m+4)^2$

又∵$m>0$

∴$(m+4)^2>0$

即$\triangle>0$

∴方程有两个不相等的实数根；

（2）∵方程的两个根分别为 x_1、x_2（$x_1<x_2$），

∴$x_1+x_2=-\frac{4-3m}{m}$，$x_1\bullet x_2=\frac{2m-8}{m}$，

$n=x_2-x_1-\frac{1}{2}m$，且点 B（m，n）在 x 轴上，

∴$x_2-x_1-\frac{1}{2}m=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_2x_1}-\frac{1}{2}m=\sqrt{(\frac{4-3m}{m})^2-4\times\frac{2m-8}{m}}-\frac{1}{2}m=0$，

解得：$m=-2$，$m=4$，

∵$m>0$，

∴$m=4$．

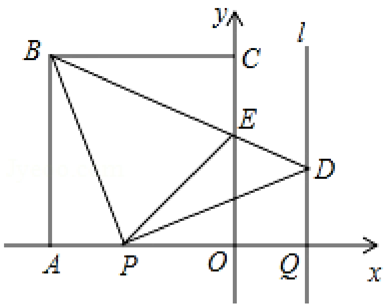
【点评】本题考查了根的判别式的知识，同时题目中还考查了配方法等知识，特别是解决第（2）题时，用公式法求含有字母系数方程更是个难点．

25．（8 分）如图，正方形 OABC 的边 OA，OC 在坐标轴上，点 B 的坐标为（﹣4，4）．点 P 从点 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴向点 O 运动；点 Q 从点 O 同时出发，以相同的速度沿 x 轴的正方向运动，规定点 P 到达点 O 时，点 Q 也停止运动．连接 BP，过 P 点作 BP 的垂线，与过点 Q 平行于 y 轴的直线 l 相交于点 D．BD 与 y 轴交于点 E，连接 PE．设点 P 运动的时间为 t（s）．

（1）∠PBD 的度数为 45° ，点 D 的坐标为 （t，t） （用 t 表示）；

（2）当 t 为何值时，△PBE 为等腰三角形？

（3）探索△POE 周长是否随时间 t 的变化而变化？若变化，说明理由；若不变，试求这个定值．



【分析】（1）易证△BAP≌△PQD，从而得到 DQ=AP=t，从而可以求出∠PBD 的度数和点 D 的坐标．

（2）由于∠EBP=45°，故图 1 是以正方形为背景的一个基本图形，容易得到 EP=AP+CE．由于△PBE 底边不定，故分三种情况讨论，借助于三角形全等及勾股定理进行求解，然后结合条件进行取舍，最终确定符合要求的 t 值．

（3）由（2）已证的结论 EP=AP+CE 很容易得到△POE 周长等于 AO+CO=8，从而解决问题．

【解答】解：（1）如图 1，

由题可得：AP=OQ=1×t=t（秒）

∴AO=PQ．

∵四边形 OABC 是正方形，

∴AO=AB=BC=OC，

∠BAO=∠AOC=∠OCB=∠ABC=90°．

∵DP⊥BP，

∴∠BPD=90°.

∴∠BPA=90°﹣∠DPQ=∠PDQ.

∵AO=PQ，AO=AB，

∴AB=PQ.

在△BAP 和△PQD 中，

$$\begin{cases}\angle BAP=\angle PQD\\ \angle BPA=\angle PDQ\\ AB=PQ\end{cases}$$

∴△BAP≌△PQD（AAS）.

∴AP=QD，BP=PD.

∵∠BPD=90°，BP=PD，

∴∠PBD=∠PDB=45°.

∵AP=t，

∴DQ=t.

∴点 D 坐标为（t，t）.

故答案为：45°，（t，t）.

（2）①若 PB=PE，

由△PAB≌△DQP 得 PB=PD，

显然 PB≠PE，

∴这种情况应舍去.

②若 EB=EP，

则∠PBE=∠BPE=45°.

∴∠BEP=90°.

∴∠PEO=90°﹣∠BEC=∠EBC.

在△POE 和△ECB 中，

$$\begin{cases}\angle PEO=\angle EBC\\ \angle POE=\angle ECB\\ EP=BE\end{cases}$$

∴△POE≌△ECB（AAS）.

∴OE=CB=OC.

∴点 E 与点 C 重合（EC=0）.

∴点 P 与点 O 重合（PO=0）.

∵点 B（－4，4），

∴AO=CO=4.

此时 t=AP=AO=4.

③若 BP=BE，

在 Rt△BAP 和 Rt△BCE 中，

$$\begin{cases}BA=BC\\BP=BE\end{cases}$$

∴Rt△BAP≌Rt△BCE（HL）.

∴AP=CE.

∵AP=t，

∴CE=t.

∴PO=EO=4－t.

∵∠POE=90°，

∴PE=$\sqrt{PO^2+EO^2}$

=$\sqrt{2}$（4－t）.

延长 OA 到点 F，使得 AF=CE，连接 BF，如图 2 所示.

在△FAB 和△ECB 中，

$$\begin{cases}AB=CB\\\angle BAF=\angle BCE=90^\circ\\AF=CE\end{cases}$$

∴△FAB≌△ECB.

∴FB=EB，∠FBA=∠EBC.

∵∠EBP=45°，∠ABC=90°，

∴∠ABP+∠EBC=45°.

∴∠FBP=∠FBA+∠ABP

=∠EBC+∠ABP=45°.

∴∠FBP=∠EBP.

在△FBP 和△EBP 中，

$$\begin{cases} BF = BE \\ \angle FBP = \angle EBP \\ BP = BP \end{cases}$$

∴△FBP≌△EBP（SAS）．

∴FP=EP．

∴EP=FP=FA+AP

=CE+AP．

∴EP=t+t=2t．

∴$\sqrt{2}$（4﹣t）=2t．

解得：t=4$\sqrt{2}$﹣4

∴当 t 为 4 秒或（4$\sqrt{2}$﹣4）秒时，△PBE 为等腰三角形．

（3）∵EP=CE+AP，

∴OP+PE+OE=OP+AP+CE+OE

=AO+CO

=4+4

=8．

∴△POE 周长是定值，该定值为 8．

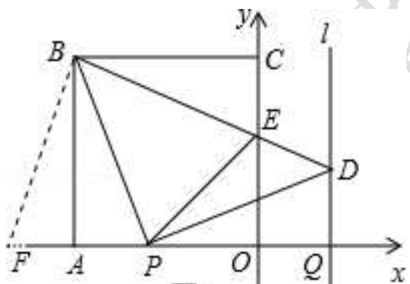


图2

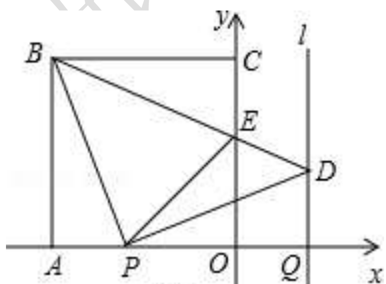


图1

【点评】本题考查了正方形的性质、等腰三角形的性质、全等三角形的性质与判定、勾股定理等知识，考查了分类讨论的思想，考查了利用基本活动经验解决问

题的能力，综合性非常强．熟悉正方形与一个度数为45°的角组成的基本图形（其中角的顶点与正方形的一个顶点重合，角的两边与正方形的两边分别相交）是解决本题的关键．