北京市东城区 2016—2017 学年第二学期统一练习（一）

初三数学 2017.5

学校__________班级________姓名__________考号______

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，29 道小题，满分 120 分. 考试时间 120 分钟. 2．在试卷上准确填写学校名称、班级、姓名和考号. 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效. 4．在答题卡上选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答. 5．考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回.

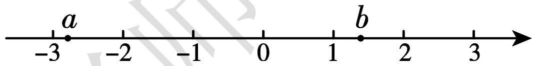
一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．数据显示：2016 年我国就业增长超出预期. 全年城镇新增就业 1 314 万人，高校毕业生就业创业人数再创新高. 将数据 1 314 用科学记数法表示应为

A．1.314×10^3　　B．1.314×10^4　　C．13.14×10^2　　D．0.1314×10^4

2．实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是

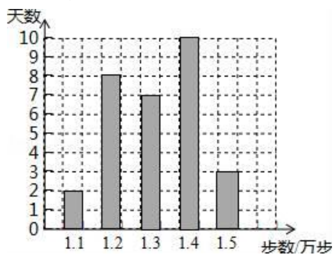


A．$|a|<|b|$　　B．$a>-b$　　C．$b>a$　　D．$a>-2$

3．在一个布口袋里装有白、红、黑三种颜色的小球，它们除颜色外没有任何区别，其中白球 2 只，红球 6 只，黑球 4 只，将袋中的球搅匀，闭上眼睛随机从袋中取出 1 只球，则取出黑球的概率是

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{6}$

4．某健步走运动的爱好者用手机软件记录了某个月（30 天）每天健步走的步数（单位：万步），将记录结果绘制成了如图所示的统计图．在每天所走的步数这组数据中，众数和中位数分别是



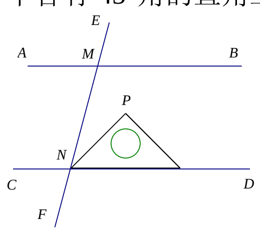
A．1.2，1.3　　B．1.3，1.3

C．1.4，1.35　　D．1.4，1.3

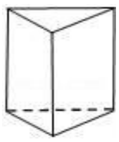
5. 如图，$AB\parallel CD$，直线 EF 分别交 AB，CD 于 M，N 两点，将一个含有 45°角的直角三角尺按如图所示的方式摆放，若∠EMB=75°，则∠PNM 等于

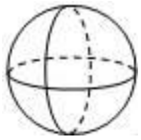
A．15°　　B．25°

C．30°　　D．45°

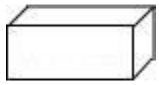


6．下列哪个几何体，它的主视图、左视图、俯视图都相同

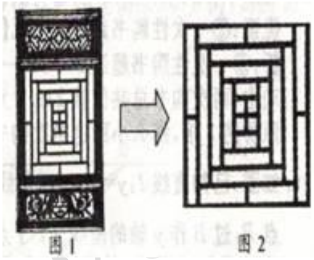

A


B


C


D

7．我国传统建筑中，窗框（如图 1）的图案玲珑剔透、千变万化．如图 2，窗框的一部分所展示的图形是一个轴对称图形，其对称轴有



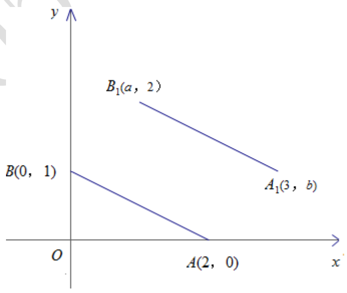
A．1 条　　B．2 条

C．3 条　　D．4 条

8. 如图，点 A，B 的坐标为（2，0），（0，1），若将线段 AB 平移至 A_1B_1，则 $a+b$ 的值为

A．2　　B．3

C．4　　D．5



9. 某经销商销售一批电话手表，第一个月以 550 元/块的价格售出 60 块，第二个月起降价，以 500 元/块的价格将这批电话手表全部售出，销售总额超过了 5.5 万元．这批电话手表至少有

A．103 块　　B．104 块　　C．105 块　　D．106 块

10. 图 1 是某娱乐节目中一个游戏环节的录制现场，场地由等边△ADE 和正方形 $ABCD$ 组成，正方形 $ABCD$ 两条对角线交于点 O，在 AD 的中点 P 处放置了一台主摄像机.游戏参与者行进的时间为 x，与主摄像机的距离为 y，若游戏参与者匀速行进，且表示 y 与 x 的函数关系式大致如图 2 所示，则游戏参与者的行进路线可能是

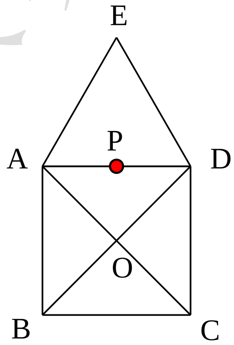


图 1

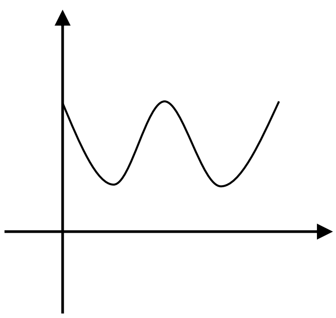


图 2

A. $A\to O\to D$　　B. $E\to A\to C$　　C. $A\to E\to D$　　D. $E\to A\to B$

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11．分解因式：$ab^2-2ab+a=$____________________.

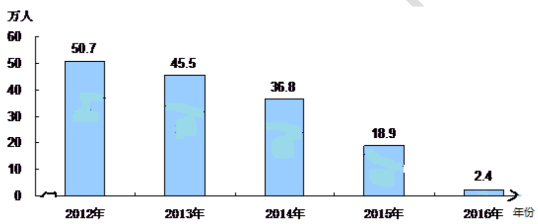
12．请你写出一个二次函数，其图象满足条件：①开口向上；②与 y 轴的交点坐标为（0，1）.

此二次函数的解析式可以是____________________.

13．若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是____________________.

14．一个多边形的内角和是外角和的 2 倍，则这个多边形的边数为________.

15．北京市 2012-2016 年常住人口增量统计如图所示. 根据统计图中提供的信息，预估 2017 年北京市常住人口增量约为________万人次，你的预估理由是__________________.



16．**下面是“以已知线段为直径作圆”的尺规作图过程.**

已知：线段 AB.

求作：以 AB 为直径的⊙O.

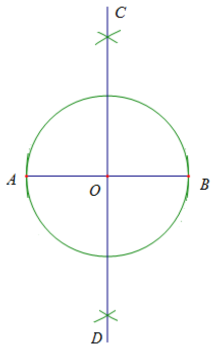
作法：如图，

（1）　分别以 A，B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 C，D；

（2）作直线 CD 交 AB 于点 O；

（3）以 O 为圆心，OA 长为半径作圆.

则⊙O 即为所求作的.



请回答：该作图的依据是____.

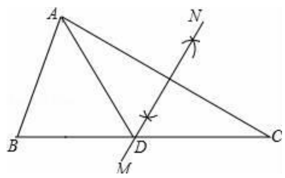
三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17．计算：$\sqrt{12}-2\sin 60°+(\sqrt{2}-\pi)^0-(\frac{1}{2})^{-1}$.

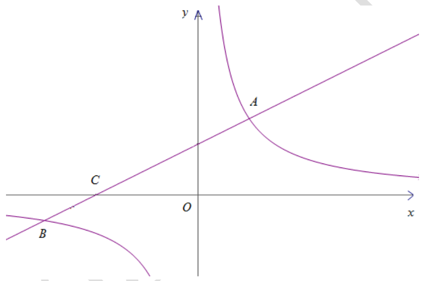
18．解不等式 $\frac{x+1}{2}>\frac{2x+2}{3}-1$，并写出它的正整数解.

19．先化简，再求值：$\left(1-\frac{2}{x}\right)\div\frac{x-2}{x+2}-\frac{x+4}{x+2}$，其中 $2x^2+4x-1=0$.

20．如图，在△*ABC* 中，∠*B*=55°，∠*C*=30°，分别以点 *A* 和点 *C* 为圆心，大于$\frac{1}{2}AC$的长为半径画弧，两弧相交于点 *M*，*N*，作直线 *MN*，交 *BC* 于点 *D*，连接 *AD*，求∠*BAD* 的度数．



21．如图，在平面直角坐标系 *xOy* 中，直线$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$与双曲线$y=\frac{6}{x}$相交于点 *A*（*m*，3），*B*(-6，*n*)，与 *x* 轴交于点 *C*．



（1）求直线$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$的解析式；

（2）若点 *P* 在 *x* 轴上，且$S_{\triangle ACP}=\frac{3}{2}S_{\triangle BOC}$，求点 *P* 的坐 标（直接写出结果）．

22．列方程或方程组解应用题：

在某场 CBA 比赛中，某位运动员的技术统计如下表所示：

技术	上场时间（分钟）	出手投篮（次）	投中（次）	罚球得分（分）	篮板（个）	助　攻（次）	个人总得分（分）
数据	38	27	11	6	3	4	33

注：（1）表中出手投篮次数和投中次数均不包括罚球；

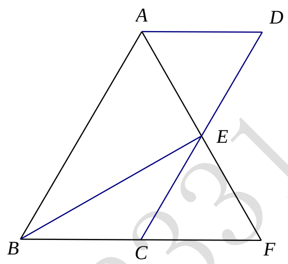
（2）总得分=两分球得分+三分球得分+罚球得分．

根据以上信息，求本场比赛中该运动员投中两分球和三分球各几个．

23．如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，$\angle BAD$ 的角平分线 AF 交 CD 于点 E，交 BC 的延长线于点 F.

（1）求证：$BF=CD$；

（2）连接 BE，若 $BE\perp AF$，$\angle BFA=60°$，$BE=2\sqrt{3}$，求平行四边形 $ABCD$ 的周长.



24.阅读下列材料：

“共享单车”是指企业与政府合作，在校园、地铁站点、公交站点、居民区、商业区、公共服务区等提供自行车共享的一种服务，是共享经济的一种新形态.共享单车的出现让更多的用户有了更好的代步选择. 自行车也代替了一部分公共交通甚至打车的出行.

Quest Mobile 监测的 M 型与 O 型单车从 2016 年 10 月——2017 年 1 月的月度用户使用情况如下表所示：

时间	APP	总用户数(万)	重合用户数（万）	重合率(%)	重合用户		独占用户数(万)	独占率(%)	独占用户	
					人均单日使用次数(次)	人均单日使用时长(分钟)			人均单日使用次数(次)	人均单日使用时长(分钟)
2016.10	M型单车	396.14	21.89	5.53%	5.31	6.72	374.25	94.47%	5.14	5.62
	O型单车	78.42	21.89	27.91%	4.35	3.59	56.53	72.09%	3.77	2.47
2016.11	M型单车	424.59	49.05	11.55%	5.58	5.31	375.54	88.45%	5.37	5.58
	O型单车	151.40	49.05	32.40%	4.99	3.17	102.35	67.60%	4.00	2.31
2016.12	M型单车	524.96	72.82	13.87%	5.40	5.36	452.14	86.13%	5.79	5.65
	O型单车	196.00	72.82	37.15%	5.71	3.27	123.19	62.85%	5.10	3.38
2017.1	M型单车	691.73	121.56	17.57%	5.87	5.54	570.18	82.43%	5.71	5.56
	O型单车	318.95	121.56	38.11%	4.85	3.41	197.40	61.89%	4.93	3.49

根据以上材料解答下列问题：

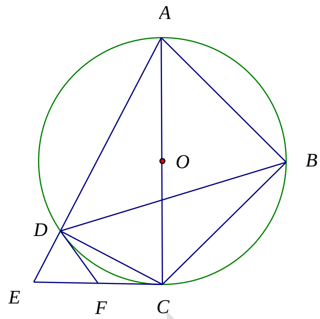
（1）仔细阅读上表，将 O 型单车总用户数用折线图表示出来，并在图中标明相应数据；

（2）根据图表所提提供的数据，选择你所感兴趣的方面，写出一条你发现的结论.

25. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，对角线 AC 为⊙O 的直径，过点 C 作 AC 的垂线交 AD 的延长线于点 E，点 F 为 CE 的中点，连接 DB， DF.

（1）求证：DF 是⊙O 的切线；

（2）若 DB 平分∠ADC，$AB=a$， AD ∶DE=4∶1，写出求 DE 长的思路.



26. 在课外活动中，我们要研究一种凹四边形——燕尾四边形的性质.

定义 1：把四边形的某些边向两方延长，其他各边有不在延长所得直线的同一旁，这样的四边形叫做凹四边形（如图 1）.

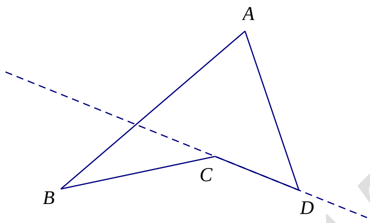


图1

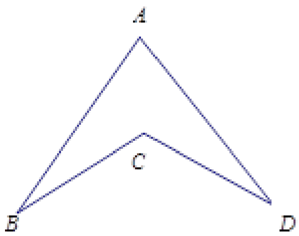
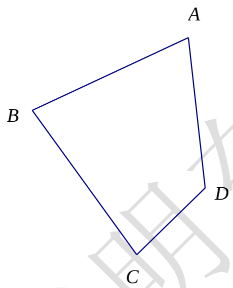
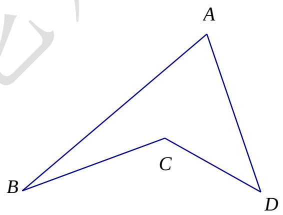


图2

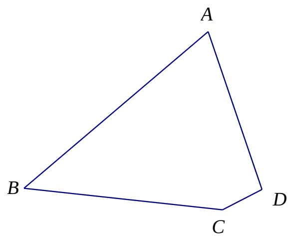
（1）根据凹四边形的定义，下列四边形是凹四边形的是（填写序号）__________；



①



②



③

定义 2：两组邻边分别相等的凹四边形叫做燕尾四边形（如图 2）.

特别地，有三边相等的凹四边形不属于燕尾四边形.

小洁根据学习平行四边形、菱形、矩形、正方形的经验，对燕尾四边形的性质进行了探究.

下面是小洁的探究过程，请补充完整：

（2）通过观察、测量、折叠等操作活动，写出两条对燕尾四边形性质的猜想，并选取其中的一条猜想加以证明；

（3）如图 2，在燕尾四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD=6$，$BC=DC=4$，$\angle BCD=120°$，求燕尾四边形 $ABCD$ 的面积（直接写出结果）.

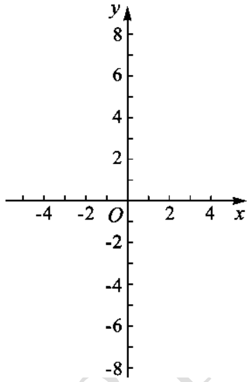
27．二次函数 $y=(m+2)x^2-2(m+2)x-m+5$，其中 $m+2>0$．

（1）求该二次函数的对称轴方程；

（2）过动点 $C(0,\ n)$ 作直线 $l\perp y$ 轴.

① 当直线 l 与抛物线只有一个公共点时，求 n 与 m 的函数关系；

② 若抛物线与 x 轴有两个交点，将抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折，图象的其余部分保持不变，得到一个新的图象. 当 $n=7$ 时，直线 l 与新的图象恰好有三个公共点，求此时 m 的值；



（3）若对于每一个给定的 x 的值，它所对应的函数值都不小于 1，求 m 的取值范围.

28. 在等腰△*ABC* 中，

（1）如图 1，若△*ABC* 为等边三角形，*D* 为线段 *BC* 中点，线段 *AD* 关于直线 *AB* 的对称线段为线段 *AE*，连接 *DE*，则∠*BDE* 的度数为___________；

（2）若△*ABC* 为等边三角形，点 *D* 为线段 *BC* 上一动点（不与 *B*，*C* 重合），连接 *AD* 并将线段 *AD* 绕点 *D* 逆时针旋转 60° 得到线段 *DE*，连接 *BE*.

①根据题意在图 2 中补全图形；

②小玉通过观察、验证，提出猜测：在点 *D* 运动的过程中，恒有 *CD*=*BE*. 经过与同学们的充分讨论，形成了几种证明的思路：

思路 1：要证明 *CD*=*BE*，只需要连接 *AE*，并证明△*ADC*≌△*AEB*；

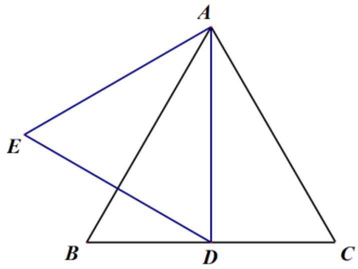
思路 2：要证明 *CD*=*BE*，只需要过点 *D* 作 *DF*∥*AB*，交 *AC* 于 *F*，证明△*ADF*≌△*DEB*；

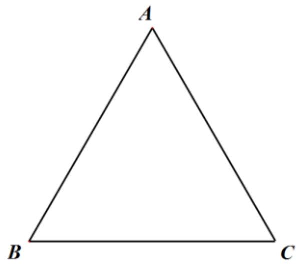
思路 3：要证明 *CD*=*BE*，只需要延长 *CB* 至点 *G*，使得 *BG*=*CD*，证明△*ADC*≌△*DEG*；

……

请参考以上思路，帮助小玉证明 *CD*=*BE*.（只需要用一种方法证明即可）

（3）小玉的发现启发了小明：如图 3，若 *AB*=*AC*=*kBC*，*AD*=*kDE*，且∠*ADE*=∠*C*，此时小明发现 *BE*，*BD*，*AC* 三者之间满足一定的的数量关系，这个数量关系是______________________.（直接给出结论无须证明）





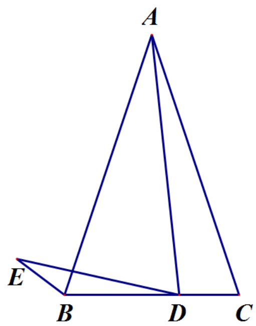


图 1

图 2 图 3

29．设平面内一点到等边三角形中心的距离为 d，等边三角形的内切圆半径为 r，外接圆半径为 R .对于一个点与等边三角形，给出如下定义：满足 $r\le d\le R$ 的点叫做等边三角形的中心关联点.

在平面直角坐标系 xOy 中，

等边△ABC 的三个顶点的坐标分别为 $A(0，2)$，$B(-\sqrt{3}，-1)$，$C(\sqrt{3}，-1)$.

（1）已知点 $D(2，2)$，$E(\sqrt{3}，1)$，$F(-\frac{1}{2}，-1)$.

在 D，E，F 中，是等边△ABC 的中心关联点的是______________ ；

（2）如图 1，过点 A 作直线交 x 轴正半轴于 M，使∠AMO=30°.

①若线段 AM 上存在等边△ABC 的中心关联点 $P(m，n)$，求 m 的取值范围；

②将直线 AM 向下平移得到直线 $y=kx+b$，当 b 满足什么条件时，直线 $y=kx+b$ 上总存在等边△ABC 的中心关联点；（直接写出答案，不需过程）

（3）如图 2，点 Q 为直线 $y=-1$ 上一动点，⊙Q 的半径为 $\frac{1}{2}$.

当 Q 从点（-4，-1）出发，以每秒 1 个单位的速度向右移动，运动时间为 t 秒.是否存在某一时刻 t，使得⊙Q 上所有点都是等边△ABC 的中心关联点？如果存在，请直接写出所有符合题意的 t 的值；如果不存在，请说明理由.

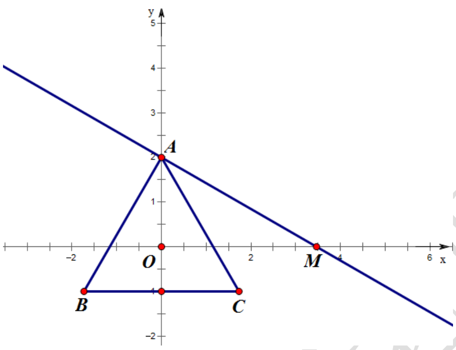


图 1

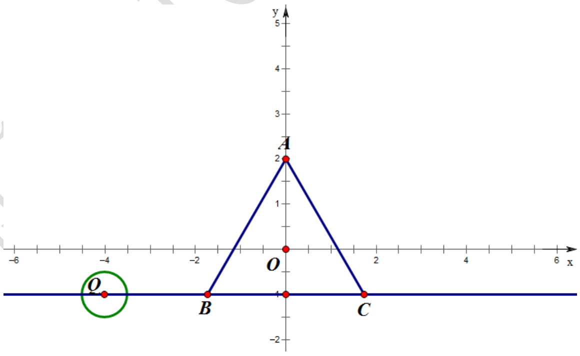


图 2

北京市东城区 2016-2017 学年第二学期统一练习（一）
初三数学参考答案及评分标准 2017.5

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	D	C	B	B	A	C	A

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$a(b-1)^2$	答案不唯一如：$y=x^2+1$	$k<1$	6	答案不唯一，合理就行	垂直平分线的判定；垂直平分线的定义和圆的定义

三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17．计算：$\sqrt{12}-2\sin 60°+(\sqrt{2}-\pi)^0-(\frac{1}{2})^{-1}$

解：原式$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}+1-2$ …………4 分

$=\sqrt{3}-1$. …………5 分

18. 解： 去分母得：3（x+1）＞2（2x+2）－6， …………1 分

去括号得：3x+3＞4x+4－6， …………2 分

移项得：3x－4x＞4－6－3， …………3 分

合并同类项得：－x＞－5，

系数化为 1 得：x＜5. …………4 分

故不等式的正整数解有 1，2，3，4 这 4 个. …………5 分

19. 解： $\left(1-\frac{2}{x}\right)\div\frac{x-2}{x+2}-\frac{x+4}{x+2}$

$=\frac{x-2}{x}\cdot\frac{x+2}{x-2}-\frac{x+4}{x+2}$

$=\frac{x+2}{x}-\frac{x+4}{x+2}$

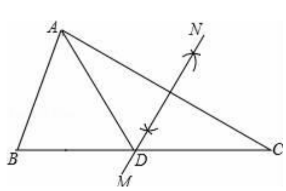
$=\frac{4}{x(x+2)}$. …………3 分

$\because$ $2x^2+4x-1=0$.

$\therefore$ $x^2+2x=\frac{1}{2}$. …………4 分

原式=8. …………5 分

20. 解：由题意可得：MN 是 AC 的垂直平分线.



则 $AD=DC$．故$\angle C=\angle DAC$．…………2 分

∵ $\angle C=30°$，

∴ $\angle DAC=30°$．　　　　　…………3 分

∵ $\angle B=55°$，

∴ $\angle BAC=95°$．　　　　　　　　　　　…………4 分

∴ $\angle BAD=\angle BAC-\angle CAD=65°$．　　　　　…………5 分

21．解：（1）由题意可求：$m=2$，$n=-1$．

将（2，3），$B(-6，-1)$带入 $y=kx+b$，得

$$\begin{cases}3=2k+b,\\-1=-6k+b.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}k=\dfrac{1}{2},\\b=2.\end{cases}$

∴ 直线的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}x+2$．　　　　…………3 分

（2）（-2,0）或（-6,0）．　　　　　　…………5 分

22．解：设本场比赛中该运动员投中两分球 x 个，三分球 y 个．　　　…………1 分

依题意有

$$\begin{cases}2x+3y+6=33,\\x+y=11.\end{cases}$$ ．　　　　…………3 分

解得 $\begin{cases}x=6,\\y=5.\end{cases}$　　　　　　…………4 分

答：设本场比赛中该运动员投中两分球 6 个，三分球 5 个．　　　…………5 分

23．解：（1）证明：∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴ $AB=CD$，$\angle FAD=\angle AFB$.

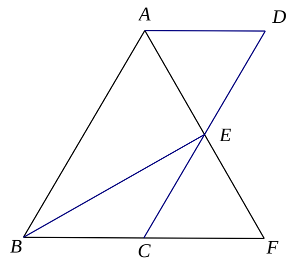
又∵ AF 平分$\angle BAD$，

∴ $\angle FAD=\angle FAB$.

∴ $\angle AFB=\angle FAB$.

∴ $AB=BF$.

∴ $BF=CD$.　　　　　…………3 分



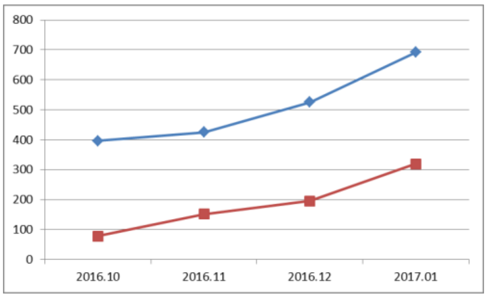
（2）解：由题意可证$\triangle ABF$ 为等边三角形，点 E 是 AF 的中点.

在 Rt$\triangle BEF$ 中，$\angle BFA=60°$，$BE=2\sqrt{3}$，

可求 $EF=2$，$BF=4$.

∴ 平行四边形 $ABCD$ 的周长为 12. …………5 分

24．解：(1)



…………4 分

(2) 答案不唯一. …………5 分

25．解：(1) 证明：连接 OD.

∵ $OD=CD$，

∴ $\angle ODC=\angle OCD$.

∵ AC 为⊙O 的直径，

∴ $\angle ADC=\angle EDC=90°$.

∵ 点 F 为 CE 的中点，

∴ $DF=CF$.

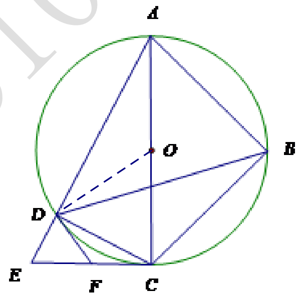
∴ $\angle FDC=\angle FCD$.

∴ $\angle FDO=\angle FCO$.

又∵ $AC\perp CE$，

∴ $\angle FDO=\angle FCO=90°$.

∴ DF 是⊙O 的切线. …………2 分



(2) ①由 DB 平分 $\angle ADC$，AC 为⊙O 的直径，证明△ABC 是等腰直角三角形；

② 由 $AB=a$，求出 AC 的长度为 $\sqrt{2}a$；

③ 由 $\angle ACE=\angle ADC=90°$，$\angle CAE$ 是公共角，证明△ACD∽△AEC，得到

$AC^2=AD\cdot AE$；

④设 DE 为 x，由 $AD:DE=4:1$，求出 $DE=\dfrac{\sqrt{10}}{10}a$. …………5 分

26．解：

(1) ②. …………1 分

(2) 它是一个轴对称图形；两组邻边分别相等；一组对角相等；一条对角线所在的直线垂直平分另一条对角线等等. …………3 分

已知：如图，在凹四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$BC=DC$.

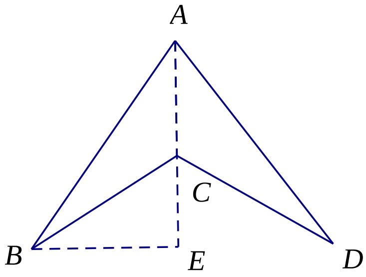
求证：$\angle B=\angle D$.

证明：连接 AC.

∵ $AB=AD, CB=CD, AC=AC$，

∴ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

∴ $\angle B=\angle D$. …………4 分



（3）燕尾四边形 $ABCD$ 的面积为 $12\sqrt{2}-4\sqrt{3}$． …………5 分

27.解：

（1）对称轴方程：$x=-\dfrac{-2(m+2)}{2(m+2)}=1$. …………1 分

（2）①∵直线 l 与抛物线只有一个公共点,

∴ $n=-2m+3$. …………3 分

② 依题可知：当 $-2m+3=-7$ 时，直线 l 与新的图象恰好有三个公共点.

∴ $m=5$. …………5 分

（3）抛物线 $y=(m+2)x^2-2(m+2)x-m+5$ 的顶点坐标是 $(1,-2m+3)$.

依题可得 $\begin{cases} m+2>0, \\ -2m+3\ge 1. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} m>-2, \\ m\le 1. \end{cases}$

∴ m 的取值范围是 $-2<m\le 1$. …………7 分

28.解：

（1）30°； …………1 分

（2）思路 1：如图，连接 AE.

$\because AD=DE, \angle ADE=60°$,

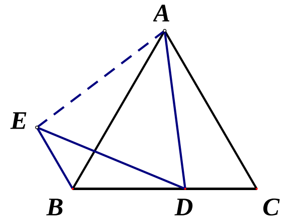
$\therefore \triangle ADE$为等边三角形.

$\because \triangle ABC$为等边三角形,

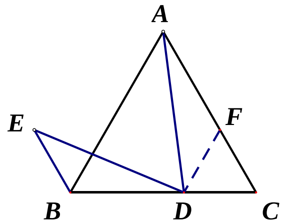
$\therefore \angle EAB=\angle DAC$，$AB=AC$，$AE=AD$.

$\therefore \triangle EAB \cong \triangle DAC$.

$\therefore CD=BE$. …………5 分



思路 2：过点 D 作 $DF \parallel AB$，交 AC 于 F.



Q $\triangle ABC$为等边三角形，

$\therefore AC = BC$，$\angle BAC$=60°.

Q $DF // AB$,

$\therefore \angle DFC$=60°.

$\therefore \triangle CDF$为等边三角形.

$\therefore AF = BD$.

Q $\angle ADE$=$\angle ACB$=$\angle ABC$=60°,

$\therefore \angle DAF = \angle EDB$.

又Q $AD = DE$,

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle DEB$. ....5 分

$\therefore DF = BE = CD$.

思路 3：延长 CB 至 G，使 BG=CD.

Q $\triangle ABC$为等边三角形,

$\therefore AC = BC$，$\angle BAC$=60°.

Q $CD = BG$,

$\therefore DG = AC$.

Q $\angle ADE$=$\angle ACB$=$\angle ABC$=60°,

$\therefore \angle DAF = \angle EDB$.

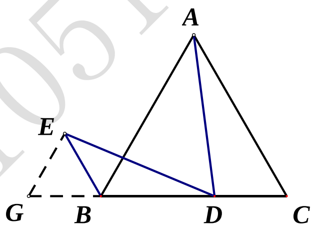
又Q $AD = DE$,

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle DEG$.

$\therefore CD = EG = BG, \angle C = \angle G$=60°.

$\therefore \triangle BGE$为等边三角形.

$\therefore BE = BG = CD$. ....5 分



（3）$k(BE+BD)=AC$. ....7 分

29.解：

（1）E,F; ....2 分

（2）①解：依题意 A（0，2），M（$2\sqrt{3}$，0）.

可求得直线 AM 的解析式为 $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}x + 2$.

经验证 E 在直线 AM 上.

因为 OE=OA=2，$\angle MAO$=60°，

所以$\triangle OAE$ 为等边三角形，

所以 AE 边上的高长为$\sqrt{3}$.

当点 P 在 AE 上时，$\sqrt{3} \le OP \le 2$.

所以当点 P 在 AE 上时，点 P 都是等边$\triangle ABC$ 的中心关联点.

所以 $0 \le m \le \sqrt{3}$； ....4 分

②$-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\le b\le 2$; …………6 分

（3）$t=4-\dfrac{\sqrt{5}}{2}$或$4+\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ …………8 分