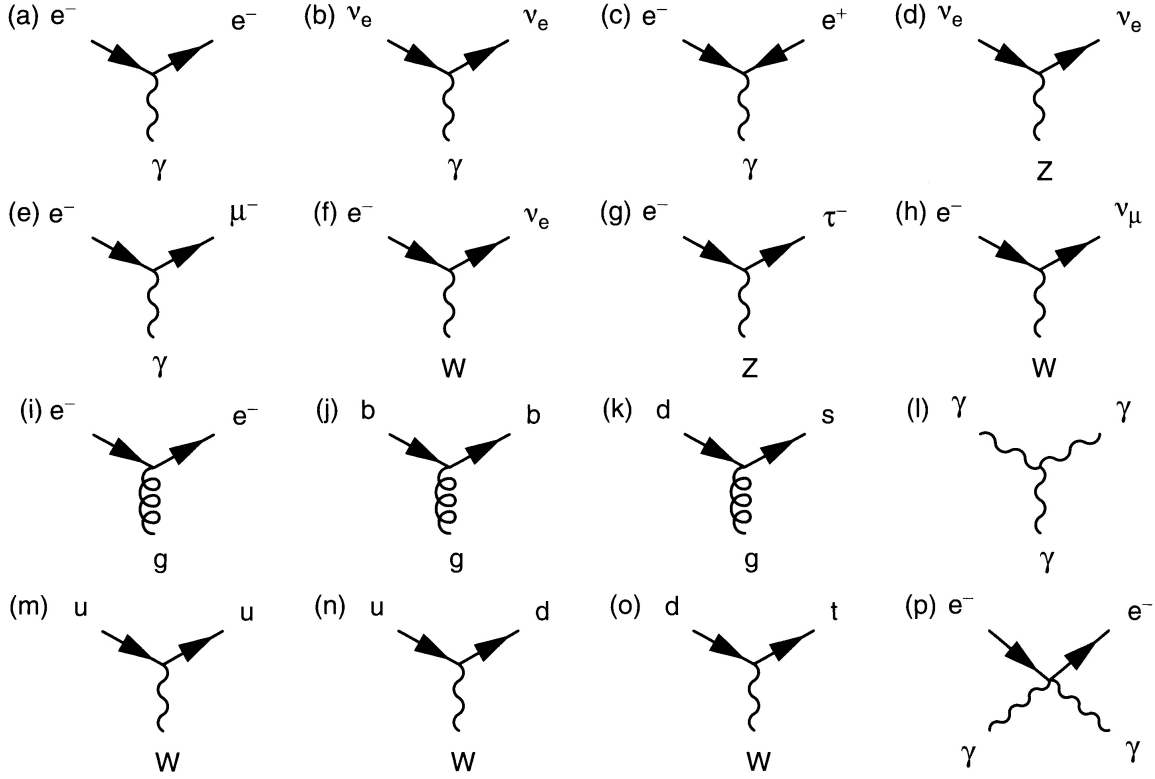


粒子物理习题

Fall 2024

1. 下面这些过程是否是标准模型费曼图？



2. 电子轰击原子核（核电荷数为 Ze ）时，受原子核库伦力作用发生转向、减速，从而**韧致辐射**出光子。画出该过程的最低阶费曼图，并粗略估计其反应截面至 $O(\alpha)$ 。

3. $D^0(c\bar{u})$ 介子的两个可能的弱衰变过程为：

$$D^0 \rightarrow K^- + \pi^+ \quad (1)$$

$$D^0 \rightarrow K^+ + \pi^- \quad (2)$$

(a) 画出这两个过程在夸克层次的费曼图。

(b) 估计过程(2)与过程(1)的衰变率之比，据此理解为何过程(2)被称为**双卡比玻压低 (Doubly Cabibbo Suppressed)** 过程。

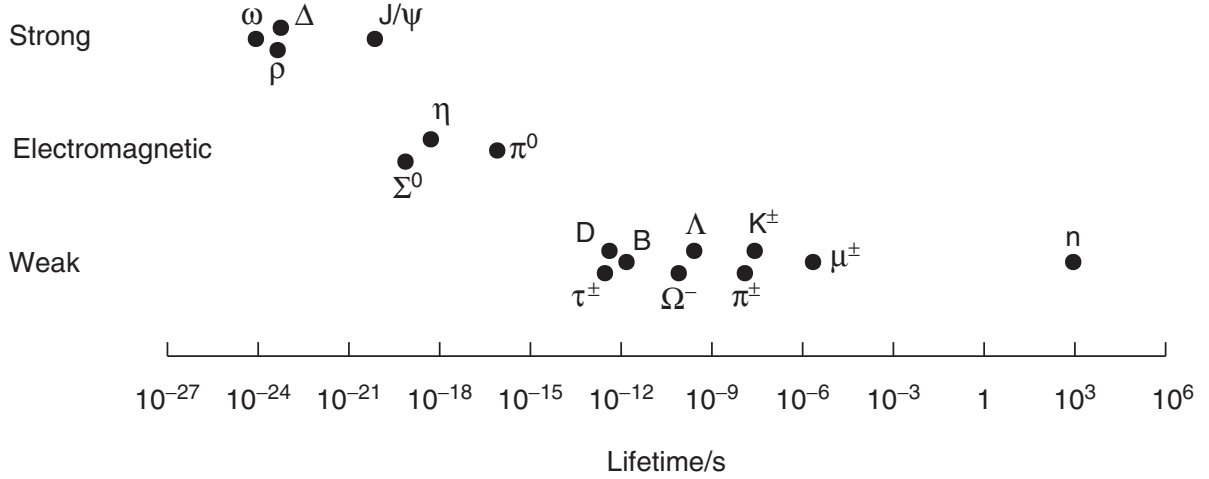
4. 画出下面这些过程的费曼图，并按寿命由短到长排序

(a) $\Delta^+(uud) \rightarrow n(udd) + \pi^+(u\bar{d})$

(b) $\Sigma^0(uds) \rightarrow \Lambda(uds) + \gamma$

(c) $\pi^+(u\bar{d}) \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$

5. 粒子的寿命和它衰变时的相互作用类型有密切联系，如下图所示（横坐标是粒子的寿命，纵坐标是相互作用类型）。



- (a) 为什么 K^\pm, D^\pm, B^\pm 等介子只有弱衰变？
 (b) $\phi(s\bar{s})$ 介子主要是什么类型的衰变？它大致落在图中什么位置？
 (c) Σ^0 和 Λ 重子的夸克组分都是 uds ，它们的质量很接近，分别是 $m_{\Sigma^0} = 1192 \text{ MeV}$, $m_\Lambda = 1115 \text{ MeV}$ ，两者还有相同的自旋和宇称 $J^P = \frac{1}{2}^+$ 。为什么 Σ^0 的衰变是电磁作用过程，而 Λ 的衰变是弱作用过程？据此写出它们的主要衰变模式。
 (d) Σ^{*0} 重子的夸克组分也是 uds ，其质量为 1385 MeV ，自旋宇称为 $J^P = \frac{3}{2}^+$ 。它应该落在图中什么位置？主要衰变模式是什么？
 (e) 同位旋三重态中的 π^0 的寿命比 π^\pm 的寿命长大约 9 个数量级，为什么？
6. 已知自然单位制中下述物理量及测量值

| | |
|-----------------|--|
| 反应总截面 | $\sigma = 0.2 \times 10^{-6} \text{ MeV}^{-2}$ |
| 粒子平均寿命 | $\tau = 10^{-2} \text{ MeV}^{-1}$ |
| 粒子约化 Compton 波长 | $\lambda = 10^{-3} \text{ MeV}^{-1}$ |

计算它们在国际单位制中相应的值。

7. 美国 SLAC 的 PEP-II 是能量不对称的正负电子对撞机，其 e^+ 和 e^- 束流的能量分别为 3.1 GeV 和 9 GeV 。计算该对撞机的有效质心能量。
 8. 考虑两体衰变过程 $i \rightarrow 1 + 2$ 。设粒子 i 、1、2 的质量分别是 m_i 、 m_1 、 m_2 ，证明：在粒子 i 静止系中，粒子 1 的动量大小为：

$$|\mathbf{p}| = \frac{1}{2m_i} \sqrt{[m_i^2 - (m_1 + m_2)^2][m_i^2 - (m_1 - m_2)^2]}. \quad (3)$$

- (a) 分别就 $m_1 = m_2$ 、 $m_1 \ll m_2$ 、 $m_i = m_1$ 这 3 种特殊情形进行讨论。
 (b) 世界上绝大多数的缪子束流设施均采用由靶表面静止 π 介子产生缪子——**表面缪子 (surface muon)** 的工作方式，表面缪子是单能的且几乎完全极化。对于 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ，在 π^+ 静止系中计算 μ^+ 动量大小。

9. 考虑三体衰变过程 $i \rightarrow 1 + 2 + 3$. 设粒子 i 、1、2、3 的质量分别是 m_i 、 m_1 、 m_2 、 m_3 , 证明: 在粒子 i 静止系中, 粒子 1 的能量最大值为

$$E_1^{\max} = \frac{m_i^2 + m_1^2 - (m_2 + m_3)^2}{2m_i} \quad (4)$$

缪子最主要的衰变模式是**米歇尔衰变 (Michel decay)** $\mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^+ \nu_e$, 在 μ^+ 静止系中计算 e^+ 最大能量。

10. 考虑中微子 ν 轰击静止靶粒子 X 的反应过程 $\nu + X \rightarrow \ell + Y$. 证明: 只有当中微子能量 E_ν 大于某个阈值时该过程才可能发生, 即 E_ν 必须满足

$$E_\nu > \frac{(m_\ell + m_Y)^2 - m_X^2}{2m_X} \quad (5)$$

11. 光子与质子碰撞可以发生光生反应 $\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p$, 从而产生 π^0 介子。

(a) 假设初态质子静止, 求能产生该反应的光子的阈能。

(b) 宇宙空间充满温度 $\sim 2.7\text{ K}$ 的背景辐射, 该辐射光子的平均能量为 $E_\gamma = \frac{3}{2}kT \simeq 5.8 \times 10^{-4} \text{ eV}$ 。假设很高能量的质子和背景辐射光子对头碰撞, 求能够发生该反应的质子的最小能量 E_p 。据此解释宇宙中能量高于 E_p 的质子数量发生明显跌落的现象 (**Greisen-Zatsepin-Kuzmin cutoff, GZK 截断**)。

12. 质子打靶可以产生单个、2 个或多个 π 介子, 其中产生单 π 的典型过程有:

$$\begin{aligned} pp &\rightarrow pn\pi^+, pp\pi^0, d\pi^+ \\ pn &\rightarrow pn\pi^0, pp\pi^-, nn\pi^+ \end{aligned}$$

试对于其中的两个过程:

$$pp \rightarrow pn\pi^+ \quad (6)$$

$$pn \rightarrow nn\pi^+ \quad (7)$$

计算入射质子的阈动能。

13. 1987 年 2 月超新星 1987A 爆发, 被日本的 Kamioka 和美国的 IMB 探测到。超新星爆发时产生大量的电子反中微子 $\bar{\nu}_e$, 它们质量相同但是能量不同, 因而在宇宙空间飞行的速度不同, 到达地球的时间也不同。 $\bar{\nu}_e$ 到达地球后与实验室水池中的质子 p 发生反 β 衰变。实验发现反 β 衰变事件集中发生在 10s 的时间间隔内, 人们在储水 1000 吨的水池中观测到 10 个反 β 事例, 且测得 $\bar{\nu}_e$ 的能量从 5 MeV 到 20 MeV, 平均能量 10 MeV。

(a) 写出 $\bar{\nu}_e$ 的产生过程。

(b) 实验如何探测 $\bar{\nu}_e$?

(c) 设 1987A 距离地球 1.5×10^5 光年, 估计 $\bar{\nu}_e$ 的质量上限。

(d) 估计 $\bar{\nu}_e$ 从超新星带走的能量。

14. 在电子的某个自旋态 $|\chi\rangle$, 测量 S_z 得测量值为 $\frac{1}{2}$ 的概率是 $\frac{1}{6}$, 测量 S_y 得测量值为 $\frac{1}{2}$ 的概率是 $\frac{1}{3}$ 。求电子的自旋态 $|\chi\rangle$ 和 S_x 的平均值 $\langle\chi|S_x|\chi\rangle$ 。

15. 任意方向单位矢量 \mathbf{n} 的球坐标系表示为

$$\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$

(a) 求厄米算符 $\hat{h} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$ 的本征值和相应的本征矢, 这里 $\boldsymbol{\sigma}$ 是 Pauli 算符。

(b) 粒子处在自旋朝上的态 α , 求 \hat{h} 的可能测值和相应概率。

16. 当质心系总能量约为 1232 MeV 时, 求下列三个强作用过程的截面之比:

a) $\pi^- + p \rightarrow K^0(d\bar{s}) + \Sigma^0(uds)$

b) $\pi^- + p \rightarrow K^+(u\bar{s}) + \Sigma^-(dds)$

c) $\pi^- + p \rightarrow K^-(\bar{u}s) + \Sigma^+(uus)$

17. 三个中性粒子 a, b, c 的同位旋 I 均为零, 自旋宇称 J^P 分别是 $2^+, 1^-, 0^-$ 。假设三个粒子的质量都足以产生两个 π 介子, 问哪些粒子能强衰变到 2π ? 为什么?

18. 证明: 一个标量介子不能通过强作用和电磁作用衰变为三个赝标介子。

19. K^- 介子可以被 ${}^4\text{He}$ 核吸收生成奇异核 ${}^4\text{H}_\Lambda$:

$$K^- + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{H}_\Lambda + \pi^0$$

研究 ${}^4\text{H}_\Lambda$ 的衰变分支比及其衰变产物的角分布表明 ${}^4\text{H}_\Lambda$ 的自旋 $J_{{}^4\text{H}_\Lambda} = 0$ 。

(a) 写出 ${}^4\text{H}_\Lambda$ 的重子成分, 给出它的重子数、奇异数和超荷;

(b) 求 K^- 的内禀宇称, 并说明其内禀宇称的推出与 K^- 被吸收前的轨道角动量无关。

20. 简要回答下列问题:

(a) 实验上找到的粒子的最大电荷是 $2e$;

(b) 我们对 μ 子定义了宇称, 但是该定义没有实际意义;

(c) 标准模型中不存在中子反中子振荡 $n \leftrightarrow \bar{n}$;

(d) ρ^0 衰变到 $\pi^+\pi^-$ 的过程是允许的, 衰变到 $\pi^0\pi^0$ 的过程是禁戒的;

(e) 若 SU(3) 味对称严格成立, 则电磁衰变过程 $\Sigma^{*-} \rightarrow \Sigma^-\gamma$ 禁戒, $\Sigma^{*+} \rightarrow \Sigma^+\gamma$ 允许。
(Σ^* 量子数 $I(J^P) = 1(\frac{3}{2}^+)$, 也记作 $\Sigma(1385)$ 或 $\Sigma^*(1385)$, 括号内数字是其质量。)

21. 中性矢量介子 $V(q\bar{q})$ 具有相同 $J^{PC} = 1^{--}$, 它们可以通过电磁作用衰变到 e^+e^- :

$$V \rightarrow \gamma^* \rightarrow e^+e^-$$

该过程的衰变率与 q 的电荷成正比。忽略衰变过程的相空间, 证明衰变率之比为

$$\Gamma_\rho : \Gamma_\omega : \Gamma_\phi = 9 : 1 : 2$$

22. 证明: 在味 SU(2) 中 \bar{u}, \bar{d} 反夸克二重态必须写为

$$\bar{q} = \begin{pmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix} \quad (8)$$

才能保证它和 u, d 夸克二重态具有相同的么正变换性质。

23. 根据夸克模型，中子的组分夸克是 udd 。综合考虑夸克的味道、自旋、颜色和位置空间波函数，写出中子味道和自旋部分的波函数 $\psi = \eta_{\text{flavor}} \chi_{\text{spin}}$ 。

24. 利用 Dirac γ 矩阵的性质 $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$ ，证明：

$$\begin{aligned}\gamma^\mu \gamma_\mu &= 4 \\ \gamma^\mu \not{a} \gamma_\mu &= -2\not{a} \\ \gamma^\mu \not{a} \not{b} \gamma_\mu &= 4a \cdot b\end{aligned}\tag{9}$$

其中 a 是任意四维矢量， $\not{a} = \gamma^\mu a_\mu$ 是 Feynman 记号。

25. Dirac 粒子和反粒子的旋量波函数可写为 $u(p, s)$ 和 $v(p, s)$ ， $s = 1, 2$ 。证明：

(a) 除非在粒子静止系中，或者在 z 轴与粒子动量平行的坐标系中， $u(p, s), v(p, s)$ 通常不是自旋算符 z 分量 $\frac{1}{2}\Sigma_3$ 的本征函数。

(b) $u(p, s), v(p, s)$ 满足如下关系：

$$u^\dagger(p, s)u(p, s') = 2E\delta_{ss'}, \quad v^\dagger(p, s)v(p, s') = 2E\delta_{ss'}\tag{10}$$

$$\bar{u}(p, s)u(p, s') = 2m\delta_{ss'}, \quad \bar{v}(p, s)v(p, s') = -2m\delta_{ss'}\tag{11}$$

$$\sum_s u(p, s)\bar{u}(p, s) = \not{p} + m, \quad \sum_s v(p, s)\bar{v}(p, s) = \not{p} - m\tag{12}$$

其中 m 和 E 是粒子的质量和能量，式(12)称为**完全关系 (completeness relations)**。

26. 四分量旋量波函数 u_1 或 u_2 可写为：

$$u = \begin{pmatrix} \xi \\ \chi \end{pmatrix}$$

其中 ξ 和 χ 是二分量旋量。证明：在非相对论极限，即 $\beta \equiv \frac{v}{c} \ll 1$ 情形下， χ 的分量比 ξ 的分量小 β 因子（据此理解为何把 ξ 称为**大分量**， χ 称为**小分量**。类似地，对于 v_1 和 v_2 ，把 ξ 称为小分量， χ 称为大分量）。

27. 证明：Dirac 旋量方程 $(\not{p} - m)u = 0$ 的伴随旋量方程是：

$$\bar{u}(\not{p} - m) = 0\tag{13}$$

不必知道旋量 u 的具体形式，利用归一化条件 $u^\dagger u = 2E$ ，证明：

$$u\bar{u} = 2m\tag{14}$$

$$\bar{u}\gamma^\mu u = 2p^\mu\tag{15}$$

28. 定义**手性算符 (chiral operator)**

$$\gamma^5 = \gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\tag{16}$$

(a) 证明 γ^5 是厄米算符, 即

$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^5 \quad (17)$$

(b) 求解 γ^5 的本征值方程。

(c) 证明如下与 γ^5 相关的性质:

$$(\gamma^5)^2 = 1 \quad (18)$$

$$\gamma^5 \gamma^\mu = -\gamma^\mu \gamma^5 \quad (19)$$

$$[\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \phi]^\dagger = \bar{\phi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi \quad (20)$$

其中 ψ, ϕ 为任意 Dirac 旋量。

29. 从经典物理的角度看, Klein-Gordon 方程是描写无自旋自由玻色子的相对论性运动方程。作为特例, 假设 Klein-Gordon 方程与时间无关, 求此时方程的静态解, 该静态解又称为 **Yukawa 势**。若玻色子质量为零, 方程的静态解又如何?

30. 自由实标量场 $\phi(x)$ 的 Lagrangian 密度为

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2}m^2 \phi^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 - \frac{1}{2}m^2 \phi^2$$

(a) 证明其运动方程是 Klein-Gordon 方程。

(b) 量子场论中, 把经典场看成是无穷多各种允许动量 \mathbf{p} 的模式谐振子的线性叠加, 即把经典场做 Fourier 展开, 然后对它进行算符化

$$\phi(x) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \left[c(\mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} + c^\dagger(\mathbf{p}) e^{ip \cdot x} \right]$$

式中 $\phi(x) = \phi(\mathbf{x}, t)$ 是场算符, $E_{\mathbf{p}}$ 是动量为 \mathbf{p} 的场量子的能量, $c^\dagger(\mathbf{p})$ 和 $c(\mathbf{p})$ 分别是场量子的产生算符和消灭算符。计算场算符的共轭动量算符 $\pi(x)$

$$\pi(x) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}}$$

(c) 证明: 如果 $c(\mathbf{p}_1)$ 和 $c^\dagger(\mathbf{p}_2)$ 满足如下对易关系

$$[c(\mathbf{p}_1), c^\dagger(\mathbf{p}_2)] = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \quad (21)$$

那么 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 和 $\pi(\mathbf{x}, t)$ 的对易关系是

$$[\phi(\mathbf{x}_1, t), \pi(\mathbf{x}_2, t)] = i\delta^{(3)}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) \quad (22)$$

(d) 假设实标量场处在边长为 L 、体积为 $V = L^3$ 的立方体内, 证明矩阵元

$$\langle 0 | c(\mathbf{p}) | \mathbf{p} \rangle = \sqrt{2E_{\mathbf{p}}} V, \quad \langle \mathbf{p} | c^\dagger(\mathbf{p}) | 0 \rangle = \sqrt{2E_{\mathbf{p}}} V \quad (23)$$

$$\langle 0 | \phi(x) | \mathbf{p} \rangle = e^{-ip \cdot x}, \quad \langle \mathbf{p} | \phi(x) | 0 \rangle = e^{ip \cdot x} \quad (24)$$

式中 $|0\rangle$ 是真空态, $|\mathbf{p}\rangle = \sqrt{2E_{\mathbf{p}}} c^\dagger(\mathbf{p}) |0\rangle$ 是动量为 \mathbf{p} 的单粒子态。

(e) 证明实标量场的 Hamiltonian 为

$$H = \frac{1}{2} \int d^3x \left[\pi^2 + (\nabla\phi)^2 + m^2\phi^2 \right] = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E_{\mathbf{p}} \left[c^\dagger(\mathbf{p})c(\mathbf{p}) + \frac{1}{2}(2\pi)^3\delta^{(3)}(0) \right] \quad (25)$$

对基态 $|0\rangle$ 计算 $H|0\rangle$ 结果为无穷大，试对此进行讨论。

31. 证明：电磁作用顶点 $e^-e^+ \rightarrow \gamma$ 和 $\gamma \rightarrow e^-e^+$ 的跃迁矩阵元分别是

$$\begin{aligned} e^-e^+ \rightarrow \gamma: \quad \langle \mathbf{k}\lambda | \mathcal{H}_{\text{em}} | p; p' \rangle &= -\bar{v}(p')(e\gamma^\mu)u(p)\epsilon_\mu^*(\mathbf{k}\lambda)e^{i(k-p-p')x} \\ \gamma \rightarrow e^-e^+: \quad \langle p; p' | \mathcal{H}_{\text{em}} | \mathbf{k}\lambda \rangle &= -\bar{u}(p)(e\gamma^\mu)v(p')\epsilon_\mu(\mathbf{k}\lambda)e^{i(p+p'-k)x} \end{aligned} \quad (26)$$

其中粒子态 $|p\rangle$ 是 $|\mathbf{p}, s\rangle$ 的简写， $|p'\rangle$ 是 $|\mathbf{p}', s'\rangle$ 的简写。

32. 对于二体碰撞过程 $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ ，可以引入 Lorentz 不变的初始流量 F 。假设是正面碰撞， F 可写为

$$F \equiv 4E_1E_2(v_1 + v_2)$$

(a) 把 F 写成明显 Lorentz 不变的形式。

(b) 证明：在实验室系（粒子 2 静止系）中

$$F = 4|\mathbf{p}_1|m_2 \quad (27)$$

(c) 证明：在粒子 1 和 2 的动量中心系中

$$F = 4|\mathbf{p}^*|\sqrt{s} \quad (28)$$

式中 $|\mathbf{p}^*|$ 是入射粒子 1 或 2 的动量大小， \sqrt{s} 是质心系中粒子的总能量。

33. 证明：实验室系中二体碰撞过程 $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ 的 Lorentz 不变相空间元为

$$d\text{Lips}^{(2)} = \frac{1}{4(2\pi)^2} \frac{|\mathbf{p}_3|^2}{|\mathbf{p}_3|(E_1 + m_2) - E_3|\mathbf{p}_1|\cos\theta} d\Omega \quad (29)$$

式中 θ 是粒子 3 的动量方向 \mathbf{p}_3 与粒子 1 的动量方向 \mathbf{p}_1 之间的夹角，即散射角。

34. 利用量子场论方法，计算极端相对论情形下（即忽略入射和出射粒子的质量）非极化 e^-e^+ 湮灭产生非极化 $\mu^-\mu^+$ 的 Lorentz 不变跃迁振幅。证明其对末态自旋求和、对初态自旋求平均后的结果为

$$\overline{|\mathcal{M}_{fi}|^2}_{ee} = 2e^4 \frac{t^2 + u^2}{s^2} \quad (30)$$

式中 s, t, u 是 Mandelstam 不变量。利用交叉对称原理，证明 $e^-\mu^- \rightarrow e^-\mu^-$ 过程的跃迁振幅平方的平均值为

$$\overline{|\mathcal{M}_{fi}|^2}_{e\mu} = 2e^4 \frac{u^2 + s^2}{t^2}$$

35. 考虑一个速度为 v 的电子轰击电荷为 Ze 的重核靶的过程。靶的质量很大，故其反冲可忽略。对电子而言，静止靶产生的电磁场是外场，即经典 Coulomb 势

$$A^\mu = \left(\frac{Ze}{4\pi r}, 0, 0, 0 \right)$$

电子与重核之间的 Hamiltonian 密度为

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = -e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$$

利用量子场论方法，计算该过程的一阶 S 矩阵元

$$s_{fi}^{(1)} = -i \int d^4x \langle f | \mathcal{H}_{\text{int}} | i \rangle = e \int d^4x \langle \mathbf{p}_f, s_f | \bar{\psi}\gamma^\mu\psi | \mathbf{p}_i, s_i \rangle A_\mu$$

式中 \mathbf{p} 和 s 是粒子的动量和自旋。证明实验室系中该过程的微分截面为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2\alpha^2}{q^4} E^2 \left(1 - v^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (31)$$

其中 E 是电子能量， θ 是散射角， $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ 是电磁作用精细结构常数， $q = |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f|$ 是动量转移大小。式(31)称为 **Mott 公式**，讨论其与 **Rutherford 公式** 的关系。

36. 利用量子场论方法，计算最低阶 **Compton 散射** $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$ 的反应截面。能否用交叉对称原理，直接从该结果得到 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ 的反应截面？（注意 Compton 散射有两个拓扑不等的费曼图，传播子是费米子）
37. 在 SLAC 的 SPEAR 正负电子对撞机实验中，当 e^-e^+ 质心能量为 4.03 GeV 时，人们在 $K^-\pi^+\pi^+$ 系统的不变质量 $M_{KK\pi} = 1.87 \text{ GeV}$ 处发现一个共振峰，记作 D^+ ，实验测得其自旋为零。
- (a) 请用夸克模型说明 D^+ 不可能是奇异粒子。
 - (b) $K\pi\pi$ 终态的自旋宇称是什么？
 - (c) 同一个实验中，人们在 $K^-\pi^+$ 系统的不变质量谱上发现一个质量和 D^+ 几乎完全相同的粒子，称为 D^0 。问 $K\pi$ 系统的自旋宇称是什么？
 - (d) 设这两个粒子属于同一组同位旋多重态，上述衰变过程是什么相互作用？
38. 有人设想在质子轰击静止质子靶的实验中通过如下反应寻找 H 粒子：

$$p + p \rightarrow H + K^+ + K^+$$

- (a) 说明 H 粒子的电荷、重子数和奇异数。
 - (b) H 粒子至少含有几个夸克？写出其可能的夸克组分。
 - (c) 理论预期这种状态的 H 粒子的质量为 2150 MeV。为了产生这个粒子，入射质子的最小动能是多少？
39. (Thomson 7.3) In an e^-p scattering experiment, the incident electron has energy $E_1 = 529.5 \text{ MeV}$ and the scattered electrons are detected at an angle of $\theta = 75^\circ$ relative to the incoming beam.

- (a) At this angle, almost all of the scattered electrons are measured to have an energy of $E_3 \approx 373 \text{ MeV}$. What can be concluded from this observation?
- (b) Find the corresponding value of Q^2 .

40. (Thomson 8.1) In fixed-target electron-proton elastic scattering

$$Q^2 = 2M(E_1 - E_3) = 2ME_1 y \quad \text{and} \quad Q^2 = 4E_1 E_3 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

- (a) Use these relations to show that

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{E_3}{E_1} \frac{M^2}{Q^2} y^2$$

and hence

$$\frac{E_3}{E_1} \cos^2 \frac{\theta}{2} = 1 - y - \frac{M^2 y^2}{Q^2}$$

- (b) Assuming azimuthal symmetry and using Equations (7.31) and (7.32), show that

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \left| \frac{d\Omega}{dQ^2} \right| \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\pi}{E_3^2} \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

- (c) Using the results of (a) and (b) show that the Rosenbluth equation

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{E_3}{E_1} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

can be written in the Lorentz-invariant form

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \left(1 - y - \frac{M^2 y^2}{Q^2} \right) + \frac{1}{2} y^2 G_M^2 \right]$$

41. (Thomson 8.4) If quarks were spin-0 particles, why would $F_1^{ep}(x)/F_2^{ep}(x)$ be zero?
42. (Thomson 8.8) At the HERA collider, electrons of energy $E_1 = 27.5 \text{ GeV}$ collided with protons of energy $E_2 = 820 \text{ GeV}$. In deep inelastic scattering events at HERA, show that the Bjorken x is given by

$$x = \frac{E_3}{E_2} \left[\frac{1 - \cos \theta}{2 - (E_3/E_1)(1 + \cos \theta)} \right]$$

where θ is the angle through which the electron has scattered and E_3 is the energy of the scattered electron. Estimate x and Q^2 for the event shown in Figure 8.13 assuming that the energy of the scattered electron is 250 GeV .

43. (Thomson 10.9) Drell - Yan production of $\mu^- \mu^+$ pairs with an invariant mass Q^2 has been studied in π^\pm interactions with carbon (which has equal numbers of protons and neutrons). Explain why the ratio

$$\frac{\sigma(\pi^+ C \rightarrow \mu^- \mu^+ X)}{\sigma(\pi^- C \rightarrow \mu^- \mu^+ X)}$$

tends to unity for small Q^2 and tends to $\frac{1}{4}$ as Q^2 approaches s .

44. QED 中带电粒子是用旋量场表示的费米子。如果带电粒子是标量玻色子，经常用复标量场表示。试利用 U(1) 定域规范不变性，得到“带电标量粒子的 QED”。

45. (Griffiths 8.16) Calculate the octet $q\bar{q}$ color factor using the state

(a) $b\bar{g}$

(b) $(r\bar{r} - b\bar{b})/\sqrt{2}$

(c) $(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})/\sqrt{6}$

46. (Griffiths 8.18) Calculate the sextet qq color factor using the state $(rb + br)/\sqrt{2}$.

47. (Griffiths 9.17) Calculate decay rates for the following processes:

(a) $\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

(b) $\Sigma^- \rightarrow \Lambda + e^- + \bar{\nu}_e$

(c) $\Xi^- \rightarrow \Xi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$

(d) $\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

(e) $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$

(f) $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

Assuming the coupling is always $\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$ – that is, ignore the strong interaction corrections to the axial coupling – but do not forget the Cabibbo factor. Compare the experimental data.

48. (Griffiths 9.21) In Example 9.4 I used *muon* neutrinos, rather than *electron* neutrinos. As a matter of fact, ν_μ and $\bar{\nu}_\mu$ beams are easier to produce than ν_e and $\bar{\nu}_e$, but there is also a *theoretical* reason why $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$ is simpler than $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ or $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$. Explain.

49. (Thomson 11.7) Predict the ratio of the $K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$ and $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ weak interaction decay rates and compare your answer to the measured value of

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = (2.488 \pm 0.012) \times 10^{-5}$$

50. (Thomson 15.2) Draw the lowest-order Feynman diagram for the decay $\pi^0 \rightarrow \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$ and explain why this decay is effectively forbidden.

51. 画出以下味道改变中性流（FCNC）过程的费曼图：

- $B_{(s)}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$
- $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$
- $B^0 \rightarrow K^{*0} \ell^+ \ell^-$
- $B^- \rightarrow K^0 \pi^- \mu^+ \mu^-$

52. 粒子数据组 (PDG2022) 中列出了一些 D^0 介子的二体和三体弱衰变过程的分支比测量值, 如下表所示 (括号中的数字为误差):

| | | | |
|-----------------------------------|----------------------------|---|---------------------------|
| (a) $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$ | $3.947(30) \times 10^{-2}$ | (1) $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$ | $14.4(5) \times 10^{-2}$ |
| (b) $D^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ | $1.454(24) \times 10^{-3}$ | (2) $D^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ | $1.49(6) \times 10^{-2}$ |
| (c) $D^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ | $1.50(7) \times 10^{-4}$ | (3) $D^0 \rightarrow K^+ \pi^- \pi^0$ | $3.05(15) \times 10^{-4}$ |

画出这些过程的费曼图。如何理解这些分支比测量值?

53. (Thomson 17.5) Explain why the Higgs potential can contain terms with only even powers of the field ϕ .
54. (Thomson 17.12) Draw the lowest-order Feynman diagrams for the processes $e^-e^+ \rightarrow HZ$ and $e^-e^+ \rightarrow H\nu_e\bar{\nu}_e$, which are the main Higgs production mechanism at a **future high-energy linear collider**.
55. (Thomson 17.13) In the future, it might be possible to construct a **muon collider** where the Higgs boson can be produced directly through $\mu^-\mu^+ \rightarrow H$. Compare the cross sections for $e^-e^+ \rightarrow H \rightarrow b\bar{b}$, $\mu^-\mu^+ \rightarrow H \rightarrow b\bar{b}$ and $\mu^-\mu^+ \rightarrow \gamma \rightarrow b\bar{b}$ at $\sqrt{s} = m_H$.
56. (Thomson 16.1) After correcting for QED effects, including initial-state radiation, the measured $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ and $e^-e^+ \rightarrow \text{hadrons}$ cross sections at the peak of the Z resonance give

$$\sigma^0(e^-e^+ \rightarrow Z \rightarrow \mu^-\mu^+) = 1.9993 \text{ nb} \quad \text{and} \quad \sigma^0(e^-e^+ \rightarrow Z \rightarrow \text{hadrons}) = 41.476 \text{ nb}.$$

- (a) Assuming lepton universality, determine $\Gamma_{\ell\ell}$ and Γ_{hadrons} , where ℓ represents lepton.
- (b) Hence, using the measured value of $\Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023 \text{ GeV}$ and the theoretical value of $\Gamma_{\nu\nu}$ given by

$$\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{g_Z^2 m_Z}{48\pi} (c_V^2 + c_A^2)$$

obtain an estimate of the number of light neutrino flavors.