

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Наблюдения перемежаемости и обобщённого самоподобия в турбулентных пограничных слоях лабораторной и магнитосферной плазмы: на пути к определению количественных характеристик переноса

В.П. Будаев, С.П. Савин, Л.М. Зелёный

Сравнительный анализ фундаментальных свойств флуктуаций вблизи границ плазмы, удерживаемой в термоядерных установках, и плазмы в турбулентных пограничных слоях (ТПС) магнитосферы Земли показал схожесть их основных статистических характеристик, в том числе зависимостей от масштабов (скейлинга) структурных функций и параметров мультифрактальности. Наблюдаются перемежаемый характер флуктуаций и аномальный перенос массы и импульса за счёт спорадических инжекций плазменных потоков с вероятностью больших амплитуд потока значительно выше, чем предсказывается гауссовым законом классической диффузии. Турбулентность в периферийной области удержания плазмы в термоядерных установках и в ТПС обладает обобщённым свойством масштабной инвариантности в широком диапазоне характерных длин, простирающемся вплоть до масштабов диссипации. Экспериментальные скейлинги, полученные в плазменных ТПС, используются для сравнения с результатами экспериментов в нейтральных средах, что позволяет выявить универсальные свойства развитой турбулентности. Скейлинги ТПС описываются логнормальной моделью с квазиодномерными диссипативными структурами. Закон среднеквадратичного смещения частиц $\langle \delta x^2 \rangle$ со временем τ , полученный из экспериментальных параметров логнормального распределения $\langle \delta x^2 \rangle \propto \tau^\alpha$, с показателем $\alpha \approx 1,2-1,8$ свидетельствует о наличии супердиффузии в изучаемых ТПС. Определение характера обобщённого диффузионного процесса из имеющихся регулярных данных является одним из необходимых шагов на пути количественного описания процессов переноса в ТПС.

PACS numbers: 05.45. – a, 47.27. – i, 52.35.Ra

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201109a.0905

Содержание

1. Введение (905).

- 1.1. Турбулентные пограничные слои в природе и лаборатории.
- 1.2. Особые свойства плазменной турбулентности с перемежаемостью.
- 1.3. Модели турбулентности.
- 1.4. Особенности переноса в турбулентных пограничных слоях.

2. Экспериментальные данные (920).

- 2.1. Исследования гидродинамической турбулентности.
- 2.2. Измерения в магнитосфере Земли.
- 2.3. Измерения в плазме термоядерных установок.

В.П. Будаев. Российский научный центр "Курчатовский институт", пл. Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация, Институт космических исследований РАН, ул. Профсоюзная 84/32, 117997 Москва, Российская Федерация
Тел. (495) 333-11-00. Факс (495) 333-12-48
E-mail: budaev@mail.ru

С.П. Савин, Л.М. Зелёный. Институт космических исследований РАН, ул. Профсоюзная 84/32, 117997 Москва, Российская Федерация
Тел. (495) 333-11-00. Факс (495) 333-12-48
E-mail: ssavin@iki.rssi.ru, lzelenyi@iki.rssi.ru

Статья поступила 2 июля 2010 г.,
после доработки 22 февраля 2011 г.

3. Обобщённое самоподобие турбулентности с перемежаемостью (936).

- 3.1. Обсуждение самоподобия в эйлеровом описании.
- 3.2. Турбулентность и детерминированный хаос.
- 3.3. Структурные функции и спектр сингулярностей.
- 3.4. Мультифрактальный каскадный процесс.

4. Сравнение экспериментальных данных с моделями турбулентности (942).

- 4.1. Стандартные каскадные модели.
- 4.2. Применимость модели Ирошника – Кречмана.
- 4.3. Логнормальная модель.

5. Анизотропный турбулентный каскад и размерность диссипативных структур (946).

6. Характеристики переноса в турбулентной среде с перемежаемостью (948).

7. Заключение (949).

Список литературы (949).

1. Введение

1.1. Турбулентные пограничные слои в природе и лаборатории

Турбулентность — естественное состояние плазмы, как в лабораторных установках, так и в космосе. Исследование турбулентности плазмы, наряду с исследованием

турбулентности нейтральной жидкости, крайне важно для понимания фундаментальных свойств природы. Значительный прогресс в исследовании свойств турбулентности был достигнут благодаря классическим работам А.Н. Колмогорова [1, 2] (модель K41), где был исследован иерархический каскадный процесс передачи энергии в однородной и изотропной развитой турбулентности. А.Н. Колмогоров заложил фундамент исследований турбулентного каскада, предположив статистическое квазиравновесие турбулентных флуктуаций в инерционном диапазоне и сформулировав основные гипотезы о статистическом распределении физических величин в турбулентном потоке. Именно независимость или слабая зависимость свойств центральных областей турбулентного потока при очень больших числах Рейнольдса от граничных условий позволила А.Н. Колмогорову построить модель K41 развитой изотропной турбулентности.

Турбулентность обычно возникает под влиянием границы потока. В гидродинамических потоках на развитие турбулентности сильно влияют эффекты сдвига ("шира") скорости вблизи границы потока. Для вязкой жидкости (даже со сколь угодно малым коэффициентом вязкости) необходимо, чтобы скорость на границе течения обращалась в нуль. В турбулентных потоках плазмы, контактирующих с границей (например, материальной стенкой в лабораторных установках), такое условие соблюдается не всегда. Возможная причина — рекомбинация ионов и электронов вблизи поверхности, в результате чего скорость потока плазмы на границе может оказаться ненулевой.

В гидродинамической задаче образования пристеночного пограничного слоя силы трения сравнимы с силами инерции, что позволяет оценить толщину пограничного δ как $\delta = L/\text{Re}^{1/2}$, где Re — число Рейнольдса, а L — характерный масштаб течения. В простейшем случае погранслоем описывается системой уравнений, полученной Прандтлем и др. (см. [3]). Решения этих уравнений и соответствующие оценки удовлетворительно совпадали со многими экспериментами в большом диапазоне чисел Рейнольдса, но резко расходились с наблюдениями при очень больших числах Рейнольдса (более $\sim 10^6$, см. [3]).

Несмотря на значительный прогресс, достигнутый в описании развитой турбулентности, остается открытым вопрос о характере влияния границы потока и ее геометрии на свойства всего потока в целом, в том числе при очень больших числах Рейнольдса. В последние годы получены надежные экспериментальные данные по ТПС, которые побуждают пересмотреть классическую теорию ТПС. В экспериментах было обнаружено формирование ТПС, которые сильно меняют характеристики всего турбулентного потока. В гидродинамической турбулентности такое влияние продемонстрировано, например, элегантными экспериментами с турбулентным потоком между двумя противоположно вращающимися гладкими цилиндрами [4], в которых возникающие ТПС не позволяют достичь предсказанного колмогоровской моделью K41 закона $\text{Re}^{1/2}$ для момента вращения при $\text{Re} \sim 10^6$. При разрушении ТПС маленькими лопатками на цилиндрах такой закон наблюдался [5].

Широко известная феноменологическая теория [3, 6, 7] описывает турбулентный поток вблизи поверхности и применяется для приповерхностных слоёв в атмосфере, приводя к логарифмической зависимости средней скоро-

сти $U(z)$ и числа Рейнольдса $\text{Re} = U(z)z/\nu$ от высоты z в приповерхностном слое с вязкостью ν . Многие экспериментальные наблюдения в широком диапазоне чисел Рейнольдса описываются логарифмическим законом. В последнее время предлагается более детальное описание погранслоев степенными зависимостями параметров в ТПС от числа Рейнольдса (см. [8–11]). Такой подход соответствует общей парадигме рассмотрения масштабной инвариантности турбулентности, которая предполагает существование степенных зависимостей измеряемых параметров от временных или пространственных масштабов.

В магнитной гидродинамике теоретическое рассмотрение ещё более усложняется. Здесь следует учитывать не только материальные границы потока, но и масштабы структур (волн, вихрей и т.п.), формируемых магнитными (**B**) и электрическими (**E**) полями. В плазменных потоках турбулентность может формироваться многими классами неустойчивостей — дрейфово-диссипативными, кинетическими, магнитогидродинамическими (МГД) и другими [12, 13]. В плазменных экспериментах важная роль граничных эффектов принимается во внимание всегда, когда ставится задача достичь наилучших условий удержания плазмы в ловушке и нагрева плазмы. Особенно это относится к экспериментам в термоядерных установках (ТУ) с магнитным удержанием плазмы: токамаках, стеллараторах, линейных установках. Многочисленные исследования в таких установках (см., например, [14, 15]) свидетельствуют о сильной развитой турбулентности плазмы в центральных и периферийных областях объёма удержания. Турбулентность приводит к повышенному переносу плазмы поперёк удерживающего её магнитного поля, снижая эффективность удержания и увеличивая тепловую нагрузку на элементы вакуумной камеры, контактирующие с горячей плазмой. В последние десятилетия были проведены детальные экспериментальные исследования турбулентности плазмы в ТУ, которые показали очень сложную зависимость свойств турбулентности от параметров плазмы, условий ее нагрева и удержания. Наблюдаются различные режимы удержания плазмы в зависимости от энергосодержания. Возможны спонтанные переходы из одного режима удержания в другой (так называемые L–H-переходы), рассматриваемые как результат перестройки всей структуры плазмы, в том числе свойств турбулентности и потоков плазмы. Плазма в ТУ обладает свойствами, присущими сложным системам с самоорганизацией [16]. Отмечена взаимозависимость режимов удержания и свойств турбулентности плазмы. Уровень турбулентности (отношение амплитуды флуктуаций к среднему уровню) и турбулентные потоки поперёк магнитного поля увеличиваются в пристеночной области. Такое поведение наблюдается в установках разного масштаба, с разной магнитной топологией и разными методами нагрева плазмы. Рассматриваются несколько причин такого увеличения уровня турбулентности, но влияние граничных эффектов на усиление турбулентных процессов кажется универсальным и не вызывает сомнений.

Магнитная структура ТУ обеспечивает удержание высокотемпературной плазмы в сильном магнитном поле, которое в современных установках достигает 5 Тл. Структура магнитного поля формируется тороидальными обмотками и токами, протекающими в плазме. Различают центральную область удержания и присте-

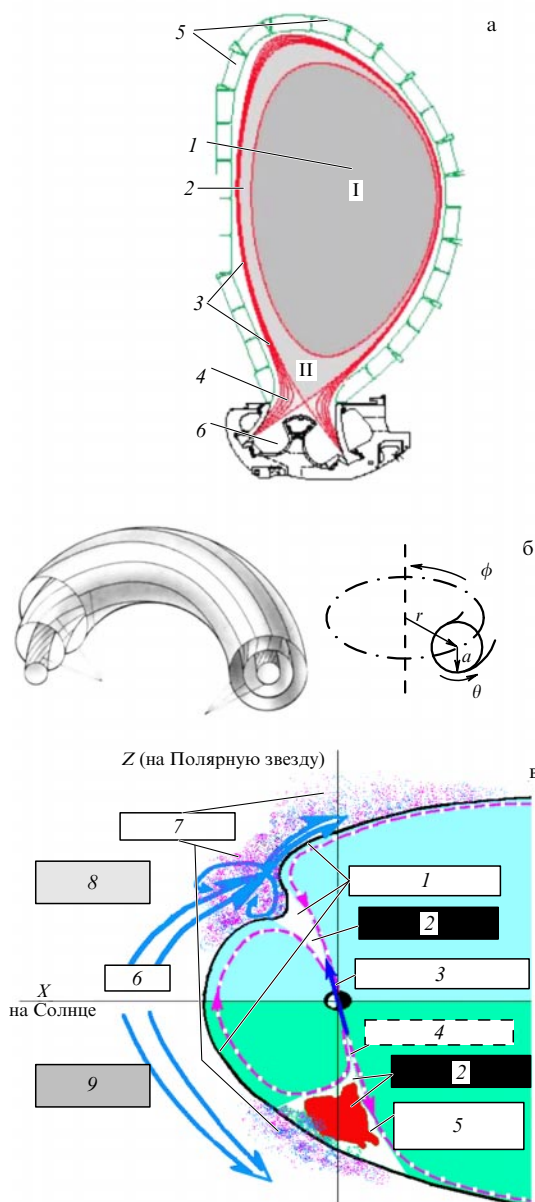


Рис. 1. Турбулентные погранслои в лабораторной и магнитосферной плазме: сечение плазменного разряда в токамаке с полоидальным дивертором: 1 — центральная зона, 2 — периферийная зона, область пьедестала, 3 — СОЛ, 4 — диверторная плазма, 5 — стенка камеры, 6 — диверторная камера (а), структура вложенных магнитных поверхностей в токамаке и система координат в токамаке: радиальная (r), полоидальная (θ) и тороидальная (ϕ) координаты (б); схема обтекания магнитопаузы солнечным ветром и образования турбулентного погранслоя вблизи полярных каспов земной магнитосферы в плоскости полуденного меридиана, ось z направлена на Полярную звезду, ось x — на Солнце: 1 — магнитопауза, 2 — полярный касп, 3 — дипольный момент, 4 — магнитное поле, 5 — плазменное облако, 6 — поток плазмы, 7 — ТПС, 8 — лето (верхняя полуплоскость рисунка), 9 — зима (нижняя полуплоскость) (в).

ночную зону — область при $r/a > 0,9$ (рис. 1). Переход между этими зонами не является резким, он может содержать как замкнутые, так и разрушенные (с большим количеством магнитных островов) магнитные поверхности, а также зону "пьедестала", где формируется транспортный барьер, ответственный за переход в режим улучшенного удержания.

В зоне пристеночной плазмы — в тени лимитеров и в диверторных зонах — силовые магнитные линии, как

правило, разомкнуты (эта зона называется СОЛ — от англ. *scrape-off layer*), рис. 1а. Они упираются в проводящие металлические диафрагмы (лимитеры) либо в диверторные пластины и проходят в области с переменной кривизной магнитного поля (в токамаке или стеллараторе). Область пристеночной плазмы характеризуется значительными пространственными изменениями параметров плазмы: давления поперек магнитного поля, плотности, температуры, потенциала плазмы, радиальной и полоидальной зависимости этих параметров. Несмотря на значительный прогресс в достижении рекордных параметров плазмы в крупномасштабных термоядерных установках (в самом большом токамаке JET размер плазмы 2,5 м, температура ионов плазмы в центре достигает величины 40 кэВ, а плотность плазмы $n = 2 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$), свойства пристеночной плазмы и пристеночной турбулентности остаются похожими для установок разного масштаба: электронная температура $T_e \sim 10 - 100 \text{ эВ}$, плотность $n \sim 10^{12} - 10^{13} \text{ см}^{-3}$, высокий уровень колебаний плотности плазмы $\delta n/n \sim 5 - 100 \%$. Флуктуации потенциала и температуры, связанные с флуктуациями плотности, такого же порядка величины. Уровень амплитуд флуктуаций увеличивается в направлении стенки, ограничивающей плазменный разряд.

Особенности периферийной турбулентности в термоядерных установках связаны с градиентом давления поперек магнитного поля. Сильная турбулентность плазмы в пристеночной зоне проявляется в виде флуктуаций плотности, температуры и потенциала плазмы в диапазоне частот от $\sim 0,1 \text{ кГц}$ до $\sim 1 \text{ МГц}$ и определяется дрейфовыми неустойчивостями. Именно поэтому иногда такую турбулентность называют низкочастотной турбулентностью (т.е. не связанной, например, с ленгмюровскими колебаниями), микротурбулентностью (т.е. развивающейся на характерных масштабах значительно меньших крупномасштабных МГД-колебаний), а также электростатической. Характерное время квазиравновесного состояния пристеночной турбулентности значительно превышает время удержания энергии в магнитной ловушке. Эта турбулентность классифицируется как состояние с нелинейным насыщением дрейфово-волновых или желобковых (перестановочных) неустойчивостей. Она приводит к повышенному переносу плазмы поперек удерживающего её магнитного поля — аномальной диффузии. Экспериментальные наблюдения указывают, что свойства пристеночной плазмы, в том числе и низкочастотной турбулентности, значительно влияют на зону пьедестала (см. обзор [14]), которая связана с транспортным барьером на периферии разряда и формированием Н-режимов улучшенного удержания.

Пристеночная турбулентность характеризуется свойством перемежаемости, которое проявляется в виде крупномасштабных когерентных структур повышенной плотности, размеры которых могут достигать $\sim 10 \text{ см}$ (т.е. около $10^2 - 10^3$ ионных гирорадиусов) в направлении поперек магнитного поля. Эти крупномасштабные структуры, называемые "бёрстами" или "блобами" (англ. *burst* и *blobs*), достигают размеров несколько десятков метров вдоль магнитного поля и движутся поперек поля, приводя к аномально большим потерям плазмы из магнитной ловушки, превышающим уровень, предсказываемый моделью классической диффузии.

Спутниковые исследования космической плазмы позволяют получить экспериментальные данные о свой-

ствах турбулентности в диапазонах пространственных и временных масштабов, недоступных для лабораторных экспериментов на Земле. Исследование природы низкочастотной МГД-турбулентности в солнечном ветре и магнитосфере Земли в диапазоне частот $10^{-7} \leq f \leq 1$ Гц особенно важно, поскольку измерения в этом диапазоне дополняют результаты, полученные в лабораторных установках. Различие диапазонов связано с разной величиной магнитного поля (у границы магнитосферы поле порядка 10–100 нТл) и, следовательно, величин гирочастот и гирорадиусов ионов, которые во временной и пространственной областях ограничивают интервалы применимости МГД-приближения сверху и снизу соответственно. На границе магнитосферы Земли (рис. 1в) также наблюдается сложная структура турбулентности с перемежаемостью [17–20].

На границе геомагнитной ловушки [18–22] в результате взаимодействия потока бесстолкновительной плазмы с покоящейся плазмой и/или магнитным полем возникает внешний погранслои. В этом слое сверхальвеновский дозвуковой ламинарный поток переходит к динамическому режиму, в котором образуются ускоренные магнитозвуковые струи и замедленные альвеновские течения с характерным временем релаксации 10–20 мин. Взаимодействие флуктуаций в исходном потоке (термализованном на головной ударной волне солнечном ветре — магнитослое) с волнами, отражёнными от препятствия, качественно объясняет наблюдаемую хаотизацию потока в погранслое [21]. Черенковский резонанс с биениями колебаний погранслоя и набегающего потока даёт вероятный механизм образования ускоренных магнитозвуковых струй. Инерциальный дрейф набегающих ионов в нарастающем в сторону границы поперечном электрическом поле количественно объясняет их наблюдаемое ускорение [19]. Плазменные струи могут уносить вдоль потока до 40 % импульса невозмущённого потока, их динамическое давление часто превосходит давление магнитного поля на границе препятствия. Импульсный "сброс" кинетической энергии обтекающим потоком за счёт этих струй составляет альтернативу ламинарному обтеканию [17, 19]. Сравнение с модельным турбулентным токовым слоем [22] подтверждает, что нелинейные флуктуации в ТПС представляют собой эффективное препятствие (частично прозрачное) для потока бесстолкновительной плазмы с доминирующим тепловым давлением ионов, обтекающей погранслои.

При взаимодействии магнитослоя (MSH) и магнитосферы основные процессы взаимосвязаны и синхронизированы глобально низкочастотными магнитозвуковыми колебаниями дневного магнитослоя как целого [19–22]. На средних масштабах в ТПС подобная самоорганизация наблюдается за счёт обратных каскадов, вызываемых отражёнными от границы волнами, сфокусированными локально вогнутым препятствием — горловиной каспа. Таким образом, мы имеем дело не с реакциями на аддитивные возмущения в солнечном ветре и MSH, а со сложной многомасштабной нелинейной системой. При этом происходит "катастрофическая" перестройка течения и магнитной топологии (ускоренные и замедленные струи, переход от ламинарной застойной области к нерегулярной структуре погранслоя). Наблюдается зависимость от предыстории (на характерных временах релаксации альвеновских течений), появление аномально больших корреляций на больших временных и про-

странственных масштабах и образование когерентных структур в виде струй, обеспечивающих аномальный перенос плазмы.

Сложные турбулентные процессы, наблюдаемые в погранслоях магнитосферы Земли и в лабораторных термоядерных установках, не удаётся описать в рамках аналитических моделей МГД-течений. Для рассмотрения свойств турбулентности на больших временных и пространственных масштабах следует привлекать методы статистической физики и каскадные модели, развитые в гидродинамических теориях.

Свойства турбулентности плазмы (космической и лабораторной) зависят от масштаба. Одним из наиболее важных остаётся вопрос: насколько анизотропия на больших масштабах, связанная с магнитным полем, сохраняется на промежуточных и малых масштабах. Несмотря на проведение многочисленных теоретических исследований, вопрос об изотропности турбулентности плазмы на малых масштабах остаётся открытым и активно обсуждается до сих пор. Для решения этой проблемы требуются соответствующие экспериментальные данные, особенно о влиянии граничных и краевых эффектов на свойства турбулентности. Наиболее продуктивные методы описания турбулентности рассматривают симметрии масштабной инвариантности — основного свойства турбулентности. По-видимому, одно из основных свойств ТПС любых турбулентных течений (гидродинамических и магнитогиродинамических) — анизотропия, возникающая под влиянием границы течения либо граничных масштабов диссипации и локально нарушающая симметрии, допускаемые в потоке в целом, оставляя лишь те, которые формируют турбулентный каскад, и сохраняя масштабную инвариантность не в бесконечном диапазоне, а в достаточно ограниченном интервале масштабов. Поэтому свойства ТПС связаны не только и не столько с физическими механизмами развития доминирующих неустойчивостей, сколько с симметриями, описывающими масштабную инвариантность на существенно ограниченном диапазоне масштабов ТПС. Такой подход к рассмотрению свойств ТПС позволяет предложить описание экспериментальных наблюдений в различных турбулентных средах в рамках единой парадигмы, в том числе описание самого характерного свойства ТПС — перемежаемости.

1.2. Особые свойства плазменной турбулентности с перемежаемостью

Плазма как в лабораторных установках, так и в магнитосфере представляет собой динамическую систему с большим числом степеней свободы, в которой могут развиваться неустойчивости различных типов. В пограничных зонах вблизи стенки (в лабораторной плазме) или магнитопаузы (в MSH) различают несколько типов неустойчивостей: дрейфово-диссипативные, магнитогиродинамические и кинетические. Неустойчивости магнитогиродинамического типа приводят к флуктуациям магнитного поля, дрейфово-диссипативные и кинетические неустойчивости вызывают флуктуации электрических полей, плотности и температуры плазмы. В процесс развития турбулентности может быть вовлечено одновременно несколько неустойчивостей, часто нелинейно связанных. Развитие неустойчивостей приводит к турбулентности плазмы.

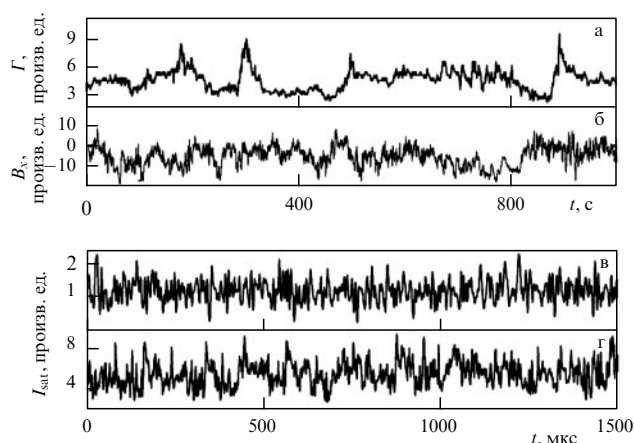


Рис. 2. Переमेжаемость турбулентности плазмы. Сигналы, полученные космическим аппаратом "Интербол-1" в ТПС у магнитопаузы Земли: ионный поток G_i 29.03.1996 г. (а); компонента магнитного поля B_x вдоль оси, направленной на Солнце, 19.06.1998 г. (б). Ток насыщения на зонд (плотность плазмы) I_{sat} в пристеночной плазме термоядерных установок: в линейной плазменной установке NAGDIS-II (в); токамаке Т-10 (г).

Турбулентность плазмы характеризует не только кинетическое число Рейнольдса Re , определяемое кинематической вязкостью, но и магнитное число Рейнольдса Re_m , связанное с магнитной вязкостью. При относительно невысоких значениях Re , $Re_m < 10^3 - 10^4$ и влиянии границы плазмы может возникнуть переमेжаемость. В этом случае параметры плазмы (рис. 2) наблюдаются как случайные переменные с негауссовой функцией распределения, т.е. турбулентные пульсации большой амплитуды представлены в процессе с вероятностью значительно большей, чем предсказывается гауссовым законом (нормальным распределением).

Переमेжаемость — явление, впервые рассмотренное Новиковым и Стьюартом [23], представляет собой локальное нарушение однородности турбулентности, в которой активные области сосуществуют с пассивными (квазиламинарными). Перемежаемость наблюдается в гидродинамических турбулентных течениях нейтральных сред [24] и турбулентной замагниченной плазме (см., например, [25] и ссылки к статье) как с большими, так и с умеренными числами Рейнольдса (< 1000). Особенность перемежаемости в плазменных пограничных слоях — наличие магнитных и электрических полей, приводящих к дополнительной анизотропии процесса. В центральных областях плазменного объекта, когда влияние пограничных слоев незначительно, свойства плазменной турбулентности для разных объектов могут значительно различаться.

В турбулентной плазме лабораторных термоядерных установок и магнитосфере перемежаемость наблюдается в виде пульсаций большой амплитуды. Законы масштабного подобия (скейлинги) такой турбулентности с перемежаемостью описываются параметрами, зависящими от масштаба (многомасштабность). Из теоретического рассмотрения [3] следует, что свойство перемежаемости турбулентности связано со скрытыми статистическими симметриями (симметриями масштабной инвариантности) динамических уравнений, описывающих движение, и необходимостью установить масштабную инвариантность в ограниченном пространстве пристеночной зоны.

Случайные пульсации скорости и других параметров турбулентного потока с перемежаемостью обладают негауссовой статистикой, т.е. не описываются классическим (нормальным) законом дисперсии. Из самых общих теоретических представлений следует, что динамика такого процесса может описываться степенными законами распределения, многомасштабностью, т.е. спектром характерных масштабов. Дальние корреляции, формируемые свойством многомасштабной инвариантности и негауссовой статистикой, вызывают повышенный турбулентный перенос — аномальную диффузию. Аналитически или численно решить задачу о динамике турбулентной плазмы (в трёхмерной (3D) геометрии) и определить скейлинги турбулентности с требуемой точностью на больших временных масштабах (например, времени работы токамака-реактора) в настоящее время не удаётся. Следовательно, необходимо из эксперимента определить статистические свойства турбулентности, связанные с масштабной инвариантностью, и получить оценки для скейлингов (показателей степеней в зависимостях параметров плазмы в предположении степенных законов, см. подробности ниже), что затем позволит развить представления о физических свойствах турбулентности плазмы и даст возможность качественно и количественно, подробнее, чем возможно в настоящее время, описать процессы переноса в турбулентных пограничных слоях в MSH и лабораторной плазме.

Особые условия в плазме (электрические и магнитные поля, действующие на частицы среды и возникающие токи, анизотропия, определяемая полями и диссипацией распространяющихся в этой среде волн, их дисперсией и т.п.) приводят к различиям в некоторых свойствах плазменной турбулентности и турбулентности нейтральной жидкости. В краевой турбулентности лабораторных ТУ рассматривается влияние $[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]$ -дрейфа и перестановочные неустойчивости (см., например, [26, 27]). Для описания свойств плазмы в магнитосфере привлекаются различные модели [28, 29], учитывающие разрушение магнитных поверхностей за счёт развития низкочастотных электромагнитных возмущений. Наблюдаемая сильная турбулентность в пограничных плазменных объектах является существенно трёхмерной, и поэтому двумерные модели и подход слабой турбулентности не способны объяснить все свойства перемежаемости.

Вместе с тем, экспериментальные наблюдения указывают на то, что турбулентность плазмы в магнитном поле имеет много свойств, схожих с турбулентностью нейтральной жидкости (см. [24, 25, 30–32]), включая многомасштабность, каскады, перемежаемость, нелинейные скейлинги и т.д. В гидродинамике статистические свойства турбулентности хорошо изучены теоретически и экспериментально. В краевой плазме лабораторных установок и ТПС магнитосферы интенсивное экспериментальное изучение статистических свойств возникающих турбулентных процессов начато относительно недавно.

В плазменных пограничных слоях вблизи стенки лабораторной установки или магнитопаузы следует ожидать универсальных скейлингов турбулентности. В физике конденсированных материалов и критических явлений идеи универсальных скейлингов играют важнейшую роль. В турбулентности также рассматриваются универсальные скейлинги (в основном для моментов невысокого порядка), но к настоящему времени существенный про-

гресс достигнут лишь при описании изотропной развитой турбулентности в простейших случаях в предположении гауссовой статистики поля скоростей. В пограничных слоях процесс описывается негауссовой статистикой и, ввиду сложности процессов в разных средах, определить универсальные законы турбулентности в пограничных слоях до настоящего времени не удаётся.

1.3. Модели турбулентности

1.3.1. Аналитические модели. Турбулентные течения представляют собой нелинейную систему с громадным числом степеней свободы. Точное определение математической зависимости от времени полей скорости, температуры, давления и т.д. не представляется возможным. Аналитическое описание такой системы доступно только статистическими методами, рассматривающими статистические свойства ансамблей течений. Статистическое описание турбулентных течений не вполне совпадает с кинетической теорией газов, где также рассматриваются статистические ансамбли большого числа молекул. Турбулентность возникает в непрерывной среде, описываемой системами уравнений в частных производных, в то время как дискретные ансамбли молекул описываются системами обыкновенных дифференциальных уравнений. Наиболее существенным отличием от кинетической теории газов, где энергия ансамбля сохраняется, является диссипация энергии из-за вязкости — турбулентная среда — это открытая диссипативная система. Поэтому математический аппарат кинетической теории не подходит для описания турбулентности и следует применять методы статистической гидромеханики [3] и другие, рассматривающие системы нелинейно взаимодействующих полей с бесконечным числом степеней свободы, например квантовую теорию поля и теории, исследующие открытые диссипативные системы [33, 34].

Турбулентность присуща тем же непрерывным средам, в которых могут существовать ламинарные течения. Для описания ламинарных потоков в непрерывных средах были развиты соответствующие методы математической физики и достигнут существенный прогресс. Для описания турбулентных потоков требуются намного более сложные методы, и создание математического аппарата для описания турбулентности далеко от завершения.

Аналитические теории турбулентности обычно остаются в рамках линейного приближения. Прямое численное решение уравнений в таких теориях сталкивается с фундаментальной проблемой — число степеней свободы растёт алгебраически при переходе к всё более малым масштабам ввиду каскадности процесса. При описании турбулентности с перемежаемостью из-за ограниченной инерционной области и значительного влияния диссипативного диапазона необходимо внимательно учитывать скейлинг диссипативных структур и граничные условия каскада. В аналитических моделях спектр часто обрезают без учёта возможного влияния шумов из диссипативного диапазона, что ограничивает применимость таких моделей.

Каскадные модели турбулентности более подходящи для описания перемежаемой турбулентности. Несмотря на то что феноменологические каскадные модели, рассматривающие турбулентность с перемежаемостью, не выводятся напрямую из уравнений движения, свойства каскада связаны со структурой и симметриями динами-

ческих уравнений. Гипотезы, принимаемые в разных каскадных моделях, относятся к скейлинговым свойствам структур разной интенсивности. Такой подход — эффективный инструмент анализа структуры турбулентности на разных масштабах. Рассмотрение стохастического каскада позволяет описать многие свойства турбулентности с перемежаемостью, в том числе многомасштабность и мультифрактальность [24, 35], т.е. учесть зависимость автомодельности от локального масштаба.

Прогресс в аналитическом описании турбулентности был достигнут благодаря рассмотрению турбулентности не в трёхмерном, а в двумерном пространстве. Под двумерной турбулентностью понимают изучение решений уравнений движения (МГД в плазме или Навье–Стокса в гидродинамике), которые зависят только от двух координат. При этом скорость вдоль третьей координаты удовлетворяет простому уравнению адвекции–диффузии и не зависит от двумерного потока вдоль двух первых координат. Следовательно, можно предположить, что скорость зависит только от двух координат и её можно описать потоковой функцией. Уравнение завихренности не содержит слагаемого, ответственного за деформацию (растяжение) вихрей, и, таким образом, исчезает одно из основных свойств трёхмерной турбулентности. Вместе с тем, двумерный подход позволяет рассмотреть (более наглядно, чем в трёхмерном случае) некоторые характерные явления, например торнадо в геофизике. В замагниченной плазме двумерный подход широко используется в приближении "ведущего центра" (т.е. при усреднении по вращению частиц в магнитном поле). В двумерной турбулентности появляется ещё один закон сохранения, связанный с сохранением энтропии — величины $\langle \omega^2 \rangle$, где ω — завихренность. Двумерная турбулентность обладает очень важным свойством — обратным каскадом передачи энергии от малых к большим ячейкам со спектром $k^{-3/2}$ (более точные исследования показали логарифмическую коррекцию этого закона). Это аналог колмогоровского (прямого) каскада, спектр которого $k^{-5/3}$. Исследование применимости двумерной турбулентности важно для построения статистической модели турбулентного потока с доминирующей ролью когерентных структур, которые можно идентифицировать и параметризовать. Статистическая механика, развитая Больцманом и другими исследователями, предполагает равновесные распределения для консервативной гамильтоновой динамики. Трёхмерная турбулентность — диссипативная система, в которой даже при очень малой вязкости энергия диссипации конечна. Двумерное уравнение Навье–Стокса при нулевой вязкости сводится к уравнению Эйлера, которое можно записать в гамильтоновой форме. Однако открытым остаётся фундаментальный вопрос: где границы применимости консервативного подхода к двумерной турбулентности и как можно корректно учесть диссипацию энтропии (такая диссипация всегда наблюдается в численных экспериментах (см. [24])? В двумерной турбулентности в основном наблюдаются вихри, а в трёхмерной топология структур может быть гораздо богаче — это и нитевидные одномерные структуры, и листовые двумерные структуры, и бесконечно тонкая вихревая нить, и вихрь Рэнкина, и вихрь Бэтчелора, и вихрь Бюргерса, и другие компактные и незамкнутые структуры (см. [8, 24]). Все вопросы применимости двумерной модели турбулентности относятся и к турбулентности

плазмы. Если плазма в сильном магнитном поле рассматривается в рамках МГД, то необходимо учитывать сильную анизотропию, связанную с турбулентным каскадом в направлении поперёк среднего магнитного поля, что особенно существенно для термоядерных лабораторных установок. Поэтому часто в литературе используется подход, когда динамика в плоскости поперёк магнитного поля исследуется в рамках двумерной МГД-модели. Например, такой подход применялся в численных экспериментах Мюллером и Бискампом [31]. Используя этот подход, можно сохранить важные свойства плазмы (например, вклады от альвеновских частот, дисперсионные соотношения, см. [36]). Однако условия применимости двумерного подхода всякий раз необходимо подробно анализировать, особенно для краевой плазмы. Оправданность двумерного подхода зависит от требуемого уровня детальности и характеристик.

Хотя в теории турбулентности были развиты мощные аналитические методы (например, квазилинейное приближение [37], приближение слабонелинейного взаимодействия (приближение прямого взаимодействия) [38, 39], методы ренормгрупп — см. обзор [40]), современные аналитические модели всё ещё не достигают такой же степени детальности и точности, как полуэмпирические каскадные модели, основанные на статистических методах. В частности, это относится к описанию турбулентности с перемежаемостью. В аналитических моделях методы ренормгрупп сводятся фактически к ренормализации вязкости и силы для учёта влияния других масштабов на данный масштаб. При этом уравнение эволюции для фурье-компонент скорости $\hat{u}(k, t)$ (k — волновой вектор) приобретает вид [3, 40]

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \nu_R(k, t) k^2 \right] \hat{u}(k, t) = \hat{f}_R(k, t), \quad (1)$$

где ν_R и \hat{f}_R — ренормализованные вязкость и сила, знак \wedge обозначает фурье-компоненту. Распределение вероятностей амплитуд предполагается квазигауссовским. Подобное описание в рамках приближения среднего поля не может полностью описать перемежаемость. Перемежаемость — не просто результат турбулентной "активности", но и сама турбулентная "активность" при перемежаемости распределена неоднородно. При этом функция распределения описывается не экспоненциальными, а степенными законами. В литературе для описания турбулентности гидродинамических течений и плазмы в лабораторных установках и астрофизике рассматриваются нетривиальные алгебраические и другие законы.

1.3.2. Свойства симметрии уравнений, описывающих турбулентность плазмы. Наиболее полное описание динамики плазмы даётся в рамках кинетической теории, т.е. посредством системы уравнений Больцмана–Максвелла. Большое количество численных методов основано на решении уравнений магнитной гидродинамики, описывающих пространственно-временную эволюцию моментов уравнения Больцмана. Для описания плазмы также используют уравнения Брагинского [41] и различные варианты редуцированных уравнений (см., например, работы [26, 27, 42–45] и ссылки в них). Модели включают, например, такие упрощения, как обращение некоторых параметров в нуль и т.п. (что ведёт во многих случаях к изменению или нарушению симметрии задачи).

Турбулентный процесс может иметь несколько типов симметрий, включая симметрии масштабной инвариантности. При построении решения в большом диапазоне временных и пространственных масштабов нарушение симметрии может приводить к физически неправильным решениям. В результате, предсказательная сила таких моделей бывает значительно снижена, в особенности это касается описания поведения турбулентности на больших масштабах времен. Эту проблему следует рассматривать в рамках теории групп [46, 47], анализируя групповые свойства симметрий редуцированной системы уравнений.

Любая система дифференциальных уравнений в частных производных имеет симметрии, называемые симметриями (группами) Ли (см. [46, 47]). Знание таких симметрий позволяет предсказать скейлинги решений, построить частные решения, иногда понизить порядок уравнений (см. статьи [46–50] и ссылки в них). Свойства перемежаемости турбулентного потока определяются масштабной инвариантностью и свойствами групп, ответственных за анизотропию задачи. Симметрии двумерных и трёхмерных редуцированных МГД-уравнений (например, Кадомцева–Погутце) исследовались в [48, 49]. Симметрии МГД-уравнений [48–50] эквивалентны симметриям уравнения Навье–Стокса [51, 52]. Среди таких симметрий — масштабная инвариантность при преобразовании пространственно-временных координат $t, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \lambda^{1+h} t, \lambda \mathbf{r}, \lambda^{-h} \mathbf{u}$ с фактором масштабирования λ . Эта эквивалентность симметрий (групп преобразования) позволяет рассматривать скейлинги (т.е. масштабную инвариантность) турбулентности плазмы, используя результаты, полученные для гидродинамической турбулентности. Знание симметрии позволяет оценить основной вклад изотропии и анизотропии в конкретных условиях. Теоретический анализ изотропии и анизотропии и их вклад в статистические моменты функции распределения могут быть выполнены с учетом $SO(3)$ -симметрии (см. обзор [53]). Рассмотрим подробнее свойства симметрии уравнений, описывающих плазму. Стандартные МГД-уравнения для несжимаемой плазмы

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b}, \quad (2)$$

$$\frac{D\mathbf{b}}{Dt} = (\mathbf{b} \nabla) \mathbf{u} + \eta \Delta \mathbf{b},$$

$$\nabla \mathbf{u} = 0,$$

$$\nabla \mathbf{b} = 0,$$

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla),$$

где ν — кинематическая вязкость, η — магнитная вязкость, \mathbf{u} — скорость, p — давление, индукция магнитного поля \mathbf{b} выражена в единицах альвеновской скорости.

МГД-уравнения имеют структуру, эквивалентную уравнению Навье–Стокса. При обращении магнитного поля в нуль МГД-уравнения трансформируются в уравнение Навье–Стокса для несжимаемого гидродинамического течения

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla \left(p + \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2 \right) + u_i \nabla u_i + \nu \Delta \mathbf{u}, \quad (3)$$

$$\nabla \mathbf{u} = 0,$$

где подразумевается суммирование по повторяющимся индексам. Для него известны симметрии, включающие сдвиговые и вращательные симметрии, преобразования Галилея и масштабную инвариантность.

Уравнения Навье–Стокса и МГД относятся к классу уравнений эволюции Вебера–Клебша [54]

$$\begin{aligned}\frac{D\mathbf{Z}}{Dt} &= -\nabla P + u_i \nabla Z_i + k \Delta \mathbf{Z}, \\ \nabla \mathbf{Z} &= 0.\end{aligned}\quad (4)$$

В уравнениях Навье–Стокса $\mathbf{Z} = \mathbf{u}$, $P = p + |\mathbf{u}|^2/2$, $k = \nu$. МГД-уравнения также можно записать в форме (4) [54]. Для этого вводится вектор-потенциал \mathbf{A} в кулоновской калибровке $\mathbf{b} = \nabla \times \mathbf{A}$, $\nabla \mathbf{A} = 0$. Используя тождество

$$\nabla [u_i \nabla A_i - (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{A}] = (\mathbf{b} \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{b} - (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{b},$$

(2) можно записать как

$$\frac{D\mathbf{A}}{Dt} = -\nabla c + u_i \nabla A_i + \eta \Delta \mathbf{A}.\quad (5)$$

Это уравнение соответствует общей форме (4) для $\mathbf{A} = \mathbf{Z}$, $\eta = k$ и $c = P$. Поэтому все результаты, полученные при исследовании масштабной инвариантности уравнения Навье–Стокса, применимы для объектов, описываемых МГД-уравнениями [54].

Симметрией уравнения называется преобразование \mathcal{G} группы, действующее на решение уравнения $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ так, что $\mathcal{G}\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ тоже является решением уравнения (свойство инвариантности уравнения относительно симметрии).

Приведём типы симметрий уравнений Навье–Стокса и МГД:

- сдвиг в пространстве $\mathcal{G}_R: t, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow t, \mathbf{r} + \mathbf{R}, \mathbf{u}, \mathbf{R} \in \mathbb{R}^3$;
- сдвиг во времени $\mathcal{G}_t: t, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow t + T, \mathbf{r}, \mathbf{u}, t \in \mathbb{R}$;
- преобразование Галилея $\mathcal{G}_G: t, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow t, \mathbf{r} + \mathbf{U}t, \mathbf{u} + \mathbf{U}, \mathbf{U} \in \mathbb{R}^3$;
- чётность $t, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow t, -\mathbf{r}, -\mathbf{u}$;
- вращение $\mathcal{G}_A: t, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow t, \mathbf{A}\mathbf{r}, \mathbf{A}\mathbf{u}, \mathbf{A} \in \text{SO}(\mathbb{R}^3)$;
- масштабная инвариантность $\mathcal{G}_h: t, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \lambda^{1+h}t, \lambda\mathbf{r}, \lambda^{-h}\mathbf{u}, \lambda, h \in \mathbb{R}$.

Давление преобразуется как $|\mathbf{u}|^2$. Преобразование Галилея $\mathbf{u}(t, \mathbf{r} - \mathbf{U}t) + \mathbf{U}$ приводит к взаимному уничтожению членов $\partial \mathbf{u} / \partial t$ и $(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}$. Чётность $\mathbf{u} \rightarrow -\mathbf{u}$ выполняется только при условии пренебрежения нелинейным членом. Симметрия вращения не может сохраняться, если рассматривается задача с периодическими границами. Все симметрии (кроме масштабной инвариантности) уравнения Навье–Стокса являются следствиями симметрий уравнений Ньютона, описывающих молекулярное движение.

Симметрии, отвечающие за масштабную инвариантность, формируют свойства каскада энергии в турбулентном потоке. Масштабные преобразования переменных (их ещё называют преобразованиями автомодельного типа) $t, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \lambda^{1+h}t, \lambda\mathbf{r}, \lambda^{-h}\mathbf{u}$ приводят в уравнении Навье–Стокса к множителям λ^{-2h-1} и λ^{-h-2}

$$\lambda^{-2h-1} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \lambda^{-2h-1} [(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} + \rho^{-1} \nabla p] = \nu \lambda^{-h-2} \Delta \mathbf{u}.\quad (6)$$

При конечной вязкости инвариантность достигается при единственном индексе автомодельности $h = 1$. При вязкости $\nu \rightarrow 0$ инвариантность возможна при любом индексе h . Следовательно, в этом случае можно рассмат-

ривать большое количество симметрий масштабной инвариантности. Монофрактальная модель развитой турбулентности А.Н. Колмогорова K41 характеризуется $h = 1/3$. В мультифрактальной модели непрерывный спектр индексов $h \in [h_{\min}, h_{\max}]$ формирует подмножества с различными скейлингами самоподобия (масштабной инвариантности). Следует отметить, что сосуществование в турбулентном потоке областей с различными скейлингами рассматривалось уже в модели А.Н. Колмогорова K62 [55].

Как отмечалось выше, МГД-уравнения имеют такую же структуру, что и уравнение Навье–Стокса. Уравнения МГД (2) или Навье–Стокса (3), а также связанные с ними уравнения адвекции–диффузии для скалярного поля θ

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \theta = \chi \nabla^2 \theta + f_0\quad (7)$$

(здесь f_0 — сила, действующая на скалярное поле, χ — коэффициент диффузии), остаются инвариантными при любом аффинном преобразовании пространственных координат и времени с масштабным множителем λ (h — индекс самоподобия): $x \rightarrow \lambda x$, $t \rightarrow \lambda^{1+h}t$. Зависимые переменные также перенормируются

$$\mathbf{u} \rightarrow \frac{\mathbf{u}}{\lambda^h}, \quad \theta \rightarrow \frac{\theta}{\lambda^h}, \quad \rho \rightarrow \frac{\rho}{\lambda^h}, \quad f \rightarrow \frac{f}{\lambda^{2h+1}}.\quad (8)$$

Отметим одинаковый закон самоподобия в (8) для скорости \mathbf{u} и плотности ρ . Это показывает, что законы масштабной инвариантности у полей скоростей и плотности подобны. Такое подобие в законах позволяет экспериментально исследовать скейлинги масштабной инвариантности флуктуаций плотности плазмы в рамках методов, развитых для анализа поля скоростей.

Классический групповой анализ изучает свойства инвариантности систем дифференциальных уравнений безотносительно к начальным и краевым условиям этих уравнений. Построенное инвариантное решение может рассматриваться также и в задаче с начальными и краевыми условиями [56].

В механике симметрии рассматриваются совместно с законами сохранения. Согласно теореме Нётер, каждая симметрия соответствует закону сохранения в глобальном смысле. Это справедливо для консервативных систем. Уравнения МГД и Навье–Стокса описывают диссипативные системы. Вместе с тем, законы симметрии изучаются и здесь, поскольку предполагается существование скрытых статистических симметрий, описывающих локальные законы сохранения или масштабную инвариантность.

В случае конечной вязкости группа симметрии уравнений, описывающих турбулентную плазму, нетривиальна и все неприводимые представления этой группы к настоящему времени не исследованы. Поэтому экспериментальные исследования скейлингов и индексов, характеризующих масштабную инвариантность, важны для описания турбулентности.

Современный подход к проблеме анизотропии. Поскольку уравнение Навье–Стокса, описывающее нейтральную жидкость, и уравнения МГД, описывающие плазму, инвариантны относительно вращений в трёхмерном пространстве, исследуется инвариантность всех величин относительно вращений. В изотропной турбулентности свойство инвариантности относительно вра-

щений использовалось для вывода функциональной зависимости корреляционных функций второго и третьего порядка (Карман и Говард, Робертсон, Тейлор [6]). Идея подхода заключается в том, что статистические средние любой функции, зависящей от компонент скорости, в любой системе координат не изменяются, если система координат подвергнется повороту или отражению. При исследовании перемежаемости возникает всё больше данных, что даже в пределе бесконечно большого числа Рейнольдса скейлинг структурных функций в инерционном диапазоне может отличаться от предсказываемого колмогоровской моделью K41. Возможная причина — влияние анизотропии. При движении к всё более мелким масштабам восстановление изотропии может оказаться медленнее, чем предсказывается колмогоровской теорией. В турбулентном потоке могут существовать флуктуации с разной степенью анизотропии, которые имеют разную скорость потери анизотропии. Например, флуктуации пассивного скаляра векторных величин или потоков в магнитном поле [53]. Для исследования этого явления привлекаются групповые методы: рассматривается SO(3) группа поворотов в трёхмерном пространстве. Векторные и тензорные величины, исследуемые в задаче, например структурные функции, статистические средние, моменты градиентов сил, функции Грина раскладываются по базису неприводимых представлений группы SO(3), что позволяет выделить изотропную и анизотропную составляющие изучаемых величин и оценить количественно вклад анизотропии.

Ренормгруппы и самоподобие. Концепция самоподобия тесно связана с ренормгрупповыми преобразованиями. При вычислении явлений переноса для изучения динамики сильной турбулентности различными авторами применяется метод перенормировок. Термин "перенормировка" возник в процедуре устранения сингулярностей в электродинамике и квантовой электродинамике (Фейнман, Швингер, Томонага [57]). Для каскада Ричардсона имеется иерархия увеличивающихся масштабов и динамика на данном масштабе модифицирует эффективные параметры, описывающие динамику на следующем масштабе. Ренормгруппа (РГ) определяет правило преобразования и, в результате, скейлинги (законы масштабной инвариантности) определяются асимптотическим поведением правил итерации (в идеальном случае при бесконечном числе итераций). Методы теории возмущений применимы либо при малой амплитуде турбулентных пульсаций, либо при быстром (почти мгновенном) разрушении корреляций турбулентных величин. В реальных условиях турбулентности плазмы в ТПС такие условия не выполняются.

Применение методов ренормализационной группы (Васильев [58], см. также другие работы) в теории развитой турбулентности продемонстрировало эффективность традиционной техники РГ для описания спектра колмогоровской турбулентности. Вместе с тем, современная техника РГ не позволяет пока точно решить проблему так называемого инфракрасного скейлинга при отклонении от колмогоровского скейлинга (в терминах РГ — появление добавочных степеней в корреляторах, или существенно нелинейный скейлинг структурных функций). Решение этой проблемы требует учета всех опасных операторов и явного суммирования их вкладов в корреляторы (так называемая инфракрасная теория возмущений) [58]. Эта сложная задача ещё требует

своего решения, а ее анализ можно провести только на основе экспериментальных данных о скейлингах моментов (структурных функций).

Крайне важное замечание следует из рассмотрения групповых свойств. При численном моделировании турбулентности плазмы с использованием уравнений МГД для упрощения процедуры вычисления масштабы разделяются. Как правило, искусственно вводят масштаб разрешения и другие масштабы с целью параметризации. Такая процедура автоматически *нарушает симметрию исходных аналитических уравнений*. То есть численное решение, полученное при такой параметризации, не обладает всеми свойствами групповой симметрии исходных уравнений, в частности автомодельными. Этот вопрос особенно важен для исследования поведения системы на больших временных масштабах (проблема предсказуемости). Становится фундаментальной задача роста шумовых возмущений, приходящих в систему из области масштабов меньших масштаба дискретизации в численных моделях. Например, если возмущения представляют собой гауссов шум $G(t)$ с интенсивностью σ , то в пространстве переменных $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ система будет эволюционировать в N -мерном пространстве

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = F(\mathbf{X}, t) + G(t). \quad (9)$$

При этом предполагается, что система может быть описана конечным числом независимых переменных N . Уравнение Лиувилля для плотности вероятности $\rho(\mathbf{X}, t)$ (для объёма $dX_1 dX_2 \dots dX_N$ в пространстве переменных \mathbf{X}) обобщается уравнением Фоккера – Планка:

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{X}, t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial X_i} [X'_i(t) \rho(\mathbf{X}, t)] - \sigma \Delta_{\mathbf{X}} \rho(\mathbf{X}, t) = 0. \quad (10)$$

Если шум скоррелирован (например, негауссов "цветной" шум), то следует рассматривать уравнение Фоккера – Планка с дробными производными [59–61]. Решения такого уравнения крайне нерегулярны, и, значит, ошибка (т.е. непредсказуемость) в такой задаче может значительно нарастать за конечный интервал времени. Экспоненциальный рост ошибок в стохастических системах предсказан в классической работах Ляпунова [62] и при рассмотрении эргодичности [63].

1.3.3. Полуэмпирические каскадные модели. Сильная турбулентность характеризуется большим числом степеней свободы и нелинейно взаимодействующих мод, многомасштабной структурой и случайными пульсациями скоростей и полей. Поэтому для ее описания используют методы статистической физики и теории вероятностей. Нелинейное взаимодействие волн можно описать как взаимодействие отдельных гармоник, которое приводит к хаотизации фаз волн (см. [64]). Это позволяет перейти к статистическому способу описания волн и ввести функцию распределения по некоторым переменным. Статистическое описание связано с некоторой процедурой огрубления информации и приводит к сокращению числа переменных в задаче, следовательно, теряется значительная доля информации о состоянии отдельных частиц (или квазичастиц, т.е. волн), но сохраняется достаточная информация о макроскопическом характере движения или вероятном распределении по состояниям системы.

Для описания турбулентности в рамках статистической механики, чтобы использовать достижения теорий развитых в рамках подходов Больцмана, Гиббса, Планка, Эйнштейна и др. [65], требуется привлекать дополнительные законы, описывающие функцию распределения вероятности турбулентных флуктуаций. Трудность описания турбулентного движения в рамках термодинамического подхода состоит в том, что движение в целом находится в неравновесном состоянии, турбулентные ячейки различных масштабов не эквивалентны и их функцию распределения нельзя рассматривать подобно функции распределения в замкнутой термодинамически равновесной системе (см. [3]). Поэтому для описания турбулентности необходимо применять специальные методы и подходы. Для полного описания турбулентного процесса необходимо знать функцию распределения (ФРПВ) амплитуд флуктуаций всех параметров.

Распределение вероятностей амплитуд флуктуаций простейшего случайного процесса подчиняется гауссову закону (так называемому нормальному закону)

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right],$$

где μ — среднее значение, σ — стандартное отклонение. Гауссовой статистикой описывается, например, классическое броуновское движение (см. [66]). В теории вероятностей известны и другие законы распределения [66], например, распределение Лоренца

$$P(x, \mu, b) = \frac{1}{\pi} \frac{b}{(x - \mu)^2 + b^2},$$

где b — масштабный параметр полуширины на полувысоте, которое способно описать процесс с дальними корреляциями. В теории вероятностей рассматриваются и более сложные случайные процессы с памятью и дальними корреляциями. Функция распределения таких процессов не всегда описывается известными математическими функциями и рядами, а для многих типов случайных процессов известен лишь способ аппроксимации их функции распределения.

Для описания сильной турбулентности гидродинамических течений [3], плазмы в лабораторных установках и космосе в литературе рассматриваются нетривиальные алгебраические, дробно-устойчивые [67, 68], логнормальные [55], логпуассоновские [69, 70], логлеви [71] и другие законы, известные в теории вероятности (см. [66]). Описание экспериментально измеряемых функций распределения аналитическими функциями представляет собой очень сложную задачу. Поэтому на практике для описания функции распределения используют скейлинги её моментов, называемых также структурными функциями.

Любые аналитические теории турбулентности плазмы остаются в рамках линейного приближения, если они не рассматривают негауссовские функции распределения. Прямое численное решение уравнений, описывающих реальную плазму, сталкивается с фундаментальной проблемой — ввиду каскадности процесса число степеней свободы растёт алгебраически при переходе к всё более малым масштабам. Поэтому каскадные модели турбулентности лучше подходят для описания перемежаемой турбулентности, в том числе и ТПС.

В гидродинамической турбулентности феноменология скалярного турбулентного каскада рассматривается со времён работы Ричардсона. В феноменологических моделях турбулентности главное предположение [1, 2, 24, 55, 69–71] — распределение потока энергии между ячейками меньшего масштаба на каждом последующем шаге каскадного процесса. При этом малые ячейки только модулируют энергию, проходящую через них от больших масштабов. Рассматривается иерархия турбулентных ячеек в турбулентной среде, которая становится всё более и более неоднородной на меньших масштабах. Рассмотрение стохастического каскада позволяет описать многие свойства турбулентности с перемежаемостью.

Основополагающие принципы исследования развитой турбулентности были заложены А.Н. Колмогоровым [1, 2]. Он предложил стратегию исследования развитой турбулентности, которая привела к созданию теорий турбулентности разной степени сложности, и был достигнут существенный прогресс при описании различных турбулентных сред.

В теории Колмогорова рассматриваются структурные функции (моменты) порядка q для разности скорости на пространственном масштабе l : $\delta_l u = u(x+l) - u(x)$, $S_q(l) \equiv \langle |\delta_l u|^q \rangle$, или во времени на масштабе τ : $\delta_\tau u = u(t+\tau) - u(t)$, $S_q(\tau) \equiv \langle |\delta_\tau u|^q \rangle$. Для турбулентного поля $X(t)$ структурная функция порядка q определяется как статистическое среднее по ансамблю разностей $\delta_\tau X = X(t+\tau) - X(t)$, $S_q(\tau) \equiv \langle |\delta_\tau X|^q \rangle$. Статистическое усреднение $\langle \dots \rangle$ производится с весовой функцией — функцией распределения для $\delta_\tau X$. Исследование структурных функций эквивалентно исследованию функции распределения турбулентных флуктуаций. С практической точки зрения исследовать структурные функции проще, некоторые из них можно измерять в эксперименте. Метод структурных функций (см. [3]) позволяет детально описать неоднородность распределения на различных масштабах процесса. Для изотропной развитой турбулентности Колмогоров рассмотрел турбулентный каскад и предположил, что в инерционном интервале $\eta \ll l \leq L$ (η — диссипативный, а L — глобальный масштаб) при больших числах Рейнольдса все статистически усреднённые моменты $S_q(l)$ поля скоростей u на масштабе l зависят только от средней скорости диссипации ε_l и данного масштаба l (свойство локальности, теория К41). В инерционном диапазоне теория К41 предполагает статистическое квазиравновесие флуктуаций и гауссову статистику пульсаций скоростей. Динамика инерционного диапазона не зависит от способа возбуждения турбулентности и определяется инвариантом потока энергии через этот интервал: предполагается сохранение среднего потока энергии. Скейлинги (т.е. законы масштабной инвариантности) для $S_q(l)$ и для энергии диссипации ε_l при этом [1–3]

$$S_q(l) \sim \langle |\delta_l u|^q \rangle \sim l^{\zeta(q)}, \quad \langle \varepsilon_l^q \rangle \sim l^{\tau(q)} \quad (11)$$

с взаимозависящими показателями $\zeta(q) = q/3 + \tau(q/3)$. Из размерностных соображений А.Н. Колмогоров вывел знаменитый закон (скейлинг) для спектра потока энергии $E_K^{(k)} \sim k^{-5/3}$ (закон "пяти третей") для развитой изотропной турбулентности в инерционном диапазоне. В модели К41 скейлинг структурных функций линейный $\zeta(q) = q/3$, что отражает факт простейшего самоподобия (автоподобности).

Модель K41 удовлетворительно объяснила многие экспериментальные наблюдения в турбулентных гидродинамических потоках [3]. Вместе с тем, в гидродинамике для некоторых турбулентных течений было обнаружено незначительное отклонение показателя γ в законе $E_{(k)} \sim k^{-\gamma}$ от пяти третей: $\gamma = 1,71 \pm 0,02$ (см., например, [3, 24]). Эта коррекция закона имеет принципиальное значение, поскольку связана со специальными симметриями и описывает структуру неоднородности турбулентности. Такое свойство приводит к значительному отклонению скейлинга структурных функций высокого порядка (при больших $q > 3$) от линейного колмогоровского скейлинга $\zeta(q) = q/3$. В перемежаемой турбулентности структурные функции высоких порядков имеют скейлинг $\zeta(q)$ с нелинейной зависимостью от порядка q . Это отражает факт отклонения ФРПВ от гауссова закона.

В основе модели Колмогорова K41 лежит предположение о локальном характере турбулентности. Это означает, что в инерционном интервале изменение энергии на данном масштабе определяется взаимодействием только вихрей, которые имеют близкие значения волновых чисел и длительное время (больше, чем время "вращения" вихря) взаимодействуют между собой. Взаимодействие вихрей с сильно различающимися размерами мало. В K41 турбулентные вихри каждого масштаба однородно заполняют все пространство. С точки зрения топологии, турбулентный каскад может быть описан фракталом: энергия передаётся по фрактальному дереву, состоящему из иерархической структуры вихрей разных масштабов. Использование фрактальной геометрии для описания турбулентности и каскадного процесса позволило достичь значительного прогресса в описании скейлингов (см., например, [72]).

Фрактальные структуры масштабно инвариантны и описываются степенными законами, что соответствует свойствам турбулентности. Степенные законы масштабного подобия (скейлинги) могут иметь показатели, зависящие от масштаба (многомасштабность). Такие законы могут описывать свойство перемежаемости, наблюдаемое в турбулентности плазмы и гидродинамических потоках. Законы масштабного подобия каскада определяют симметрии, которыми должны обладать решения уравнений движения, описывающих турбулентность: такие симметрии обуславливают взаимосвязь полумпирических каскадных и гидродинамических моделей.

Рассмотрение самоподобных (автомодельных) свойств турбулентности (что эквивалентно поиску статистических симметрий и изучению фрактальных свойств турбулентности [24]) привело к созданию моделей развитой турбулентности гидродинамических систем: логнормальной K62 [55], α -, β - и r -моделей (см. [24]), мультифрактальной [24] и логпуассоновской [69, 70].

В модели K62 [55] Колмогоров предложил учесть локальную неоднородность турбулентности — была выдвинута гипотеза подобия (степенные законы) для моментов энергии диссипации и нормальный закон для логарифма энергии диссипации (логнормальный закон). Гипотеза о логнормальном распределении не была подтверждена ни экспериментально, ни теоретически (см. [3]). Вместе с тем, начиная с модели K62, статистическая неоднородность рассматривалась в последующих каскадных моделях турбулентности.

Следующие α -, β - и r -модели рассматривали каскадный процесс с учётом статистической неоднородности процесса. В этих моделях исследованы общие черты турбулентности с перемежаемостью, однако свойства диссипативного (вязкостного) диапазона не изучались, что не позволило описать в деталях все свойства перемежаемости.

1.3.4. Двумерная модель МГД турбулентности Ирошника – Кречнана. Магнитное поле в межпланетной плазме и лабораторных термоядерных установках приводит к сильной анизотропии динамических процессов в плазме. Поэтому в литературе используется подход, когда динамика в плоскости поперек магнитного поля исследуется в рамках двумерной модели. В моделях, рассматривающих двумерную турбулентность, изучают решения уравнения движения (МГД в плазме или Навье – Стокса в гидродинамике), которые зависят только от двух координат.

Двумерная турбулентность не просто упрощённое рассмотрение трёхмерной турбулентности (см. [32]). В плоской геометрии турбулентное течение приобретает качественно иные свойства (см. выше). Было установлено, что чисто двумерная турбулентность в природе практически не реализуема. Вместе с тем, двумерный подход остаётся привлекательным, поскольку он доступен для численного моделирования. Двумерный подход позволяет рассмотреть некоторые характерные эффекты, например экстремально большие вихри (в атмосферной турбулентности — явления торнадо). В этом случае говорят о квазидвумерном подходе. Для описания турбулентных процессов, в которых сильная анизотропия на глобальном масштабе оказывает значительное воздействие на мелкомасштабные флуктуации, применяется подход Кречнана [73, 74]. Турбулентность замагниченной плазмы часто рассматривают в рамках двумерной модели Ирошника – Кречнана (ИК) [75, 76]. Спектр энергии в модели ИК

$$E_{\text{IK}}(k) = \langle |\delta u(k)|^2 \rangle k^2 \propto k^{-3/2}. \quad (12)$$

В сравнении с колмогоровским спектром $E_K(k) \propto k^{-5/3}$ значительно уменьшается уровень передачи энергии на малых масштабах и растёт время передачи энергии. Скейлинг структурных функций в модели ИК $S_q(l) \sim l^{q/4}$. Существенное предположение модели ИК — одинаковый размер турбулентных ячеек в направлении вдоль и поперек поля (рис. 3) и отсутствие корреляций между различными ячейками. Оправданность такого допущения для всех возможных случаев не доказана.

Непригодность "приближения слабой связи", которое используется в ИК-модели для описания мелкомасштабных флуктуаций развитой турбулентности, разъясняется в работе Б.Б. Кадомцева [12]. В схеме Кречнана преувеличивается влияние крупномасштабных флуктуаций на эволюцию мелкомасштабных неоднородностей: это влияние сводится к переносу мелкомасштабных флуктуаций с малой их деформацией (адиабатическое приближение). Несмотря на недостатки, ИК-модель продолжает использоваться во многих работах (например, для интерпретации свойств турбулентности межпланетной плазмы, плазмы токамаков и др.).

Феноменология ИК-модели использовалась в следующих поколениях моделей МГД-турбулентности.

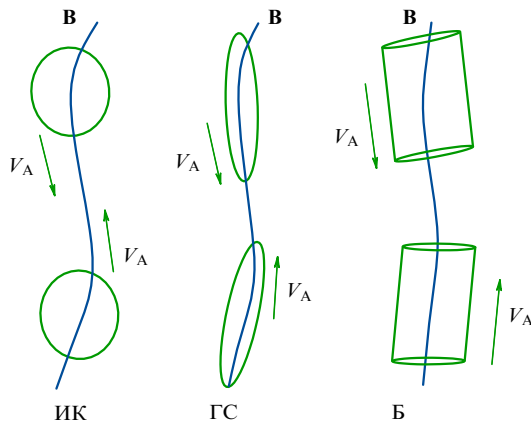


Рис. 3. Форма турбулентных возмущений, движущихся с альфеновскими скоростями V_A в сильном магнитном поле B . В модели Ирошникова–Кречнана (ИК) — симметричная; Гольдрайха–Сридары (ГС) — эллипс, вытянутый вдоль поля; Болдырева (Б) — лентообразная, вытянутая вдоль поля.

Наиболее подробно анизотропия на больших масштабах и перемеживание в турбулентном магнитном поле на микромасштабах рассматриваются в модели умеренно сильной МГД-турбулентности Гольдрайха–Сридары (ГС95 [77]). Данная модель турбулентности учитывает баланс нелинейных членов в МГД-уравнении и получила название умеренной или промежуточной (от англ. intermediate) турбулентности. Она отличается от модели слабой МГД-турбулентности и описывает наблюдаемый в космической плазме колмогоровский спектр флуктуаций, перпендикулярных магнитному полю. В ГС95 движение несимметричных ячеек (см. рис. 3) перемеживает линии магнитного поля перпендикулярно его локальному направлению. Спектр каскада в перпендикулярном полю направлении при этом близок к колмогоровскому, турбулентность приобретает локальный характер подобно гидродинамической турбулентности. В МГД-турбулентности модель ГС95 заменила ИК-модель [78], поскольку она объясняет экспериментальные наблюдения в межпланетной плазме. Справедливость предположений модели ГС95 для описания пристеночной плазмы в лабораторных установках остаётся открытым вопросом, требующим экспериментальной проверки.

Модель МГД-турбулентности Болдырева [79] развивает подход модели ГС95 и рассматривает анизотропию турбулентных ячеек не только вдоль, но и поперёк локального магнитного поля. Такая анизотропия позволяет ввести листовую (ленточную) геометрию турбулентных структур (рис. 3), наблюдаемых в численных экспериментах [80].

Модели ГС95 и Болдырева рассматривают в качестве диссипативных двумерные листообразные, ленточные структуры, основываясь на сложившихся представлениях теоретического и экспериментального исследования МГД-турбулентности.

Следует особо отметить, что один из ключевых вопросов при рассмотрении сильной турбулентности — выяснение геометрии диссипативных структур (их размерности и анизотропии). Анизотропия обычно изменяется при рассмотрении всё более мелких масштабов — это экспериментально наблюдается для многих турбулентных сред. Например, в плазме турбулентные ячейки

могут изменять свою характерную форму на разных масштабах (это рассматривается в модели МГД-турбулентности ГС95 [77]), изотропизация на малых масштабах играет, возможно, более существенную роль, чем эффекты анизотропии на больших масштабах.

1.3.5. Логпуассоновская модель турбулентности с перемежаемостью. Логпуассоновские модели турбулентности возникли в середине 1990-х гг. и представляют собой обобщение фрактальных моделей турбулентности, развитых ранее, в частности β -модели [24]. Эти модели появились после феноменологического наблюдения в гидродинамической турбулентности расширенного самоподобия [81]. В логпуассоновской модели рассматривается мультипликативный случайный каскадный процесс, сосуществование в турбулентном потоке областей с различными законами скейлинга. С точки зрения фрактальной топологии — это мультифрактальная структура.

Мультипликативный случайный каскад может описать турбулентность с перемежаемостью (см. обзор [82]). Мультифрактальная модель рассматривает присутствие в процессе граничного масштаба (например, максимальный масштаб). Она основана на предположении, что последовательные каскадные шаги определяют распределение потока между ячейками меньшего масштаба и что каскад между любыми масштабами l_1 и l_2 ($l_1 < l_2$, $l_1 = \lambda l_2$, $l_2 = \lambda' l_1$) эквивалентен каскаду от максимального масштаба L к l_2 с масштабным фактором $\lambda \lambda'$. Случайный мультипликативный процесс можно описать уравнением взаимозависимости флуктуаций энергии ε_l на двух различных масштабах l_1 и l_2 : $\varepsilon_{l_2} = W(l_1, l_2) \varepsilon_{l_1}$, либо флуктуаций скорости $\delta u(l_2) = W(l_1, l_2) \delta u(l_1)$. Мультифрактальность можно описать в рамках мультипликативного каскада

$$\delta u(l) = W(l, L) \delta u(L), \quad \delta u(l) = u(x+l) - u(x), \quad l < L. \quad (13)$$

В простейшем случае предполагается, что генератор W не зависит от ε_l . Функция распределения для W может быть нетривиальной и содержать подгоночные параметры, определяемые из эксперимента и соответствующие физическим величинам. Генератор $W(l, L)$ — случайная скалярная величина, пропорциональная $(l/L)^h$. Тогда для $l_1 < l_2 < l_3$ можно вывести

$$W(l_2, l_3) = W(l_1, l_2) \bullet W(l_2, l_3), \quad (14)$$

где \bullet — логическое умножение. Генератор W определяет скейлинг $\zeta(q)$

$$\zeta(q) = \frac{\lg \langle W^q(l_1, l_2) \rangle}{\lg(l_1/l_2)}, \quad (15)$$

а также статистику процесса и свойства самоподобия. Скейлинг $\zeta(q)$ при этом — характеристическая функция генератора W (см. [83, 84]). Предположения, заложенные в моделях стохастического мультипликативного каскада, основаны на интуитивно ясных доводах: статистические состояния флуктуаций в инерционном диапазоне связаны только через нелинейное зацепление мод в динамической системе. В квазистационарном состоянии происходит сильное перемеживание фаз многочисленных мод, что приводит к хаотизации. Поэтому связь

между большими и малыми ячейками становится независимой от конкретно рассматриваемой ячейки и независимо поддерживается для отношения размеров двух ячеек. Так как $\ln(l_2/l_1) < 0$, функция $\zeta(q)$ в (15) должна быть нелинейной функцией порядка момента q . Физически это объясняется нарушением симметрии уравнений Навье–Стокса и МГД относительно обращения времени $t \rightarrow -t$, $u \rightarrow -u$, которое изменяет направление потока энергии. Такое нарушение симметрии обеспечивает член с вязкостью — он ответствен за нелинейность функции $\zeta(q)$.

В наиболее общей логпуассоновской модели Ше–Левека–Дюбрюля (ШЛД) [69, 70] предполагается, что существует предельная величина ε_l^∞ , связанная с наиболее диссипативными структурами. Рассматривается безразмерная энергия диссипации $\pi_l = \varepsilon_l/\varepsilon_l^\infty$ и принимаются три гипотезы подобия:

1) скейлинг структурной функции такой же, как и в колмогоровской модели К62 $\zeta(q) = q/3 + \tau(q/3)$, $\langle \varepsilon_l^q \rangle \sim l^{\tau(q)}$ (ε_l — средняя скорость диссипации, измеренная внутри ячеек, например, сферы или куба, размера l) и описывает локальную неоднородность (перемежаемость);

2) иерархия моментов средней скорости диссипации имеет степенную зависимость

$$\frac{\langle \pi_l^{q+1} \rangle}{\langle \pi_l^q \rangle} = A_q \left(\frac{\langle \pi_l^q \rangle}{\langle \pi_l^{q-1} \rangle} \right)^\beta \quad (16)$$

(предполагается, что за это свойство отвечают скрытые симметрии динамических уравнений: Навье–Стокса в гидродинамике и МГД в плазме. Индекс β характеризует степень перемежаемости; для неперемежаемой однородной развитой турбулентности $\beta = 1$, например, в модели К41);

3) скейлинг предельных диссипативных структур имеет вид $\varepsilon_l \sim l^{-\Delta}$ при $l \rightarrow 0$, Δ — параметр, связанный с геометрией диссипативных структур и краевыми эффектами [70].

В основе гипотез 1)–3) лежит предположение о существовании степенных законов, связанных с автомодельными симметриями турбулентного процесса, т.е. о свойстве масштабной инвариантности. Анализ гипотез 1)–3) позволяет вывести формулу для скейлинга структурных функций. Приведём ниже этот вывод (см., например, [32]).

Исходя из (16), имеем

$$\langle \pi_l^{q+1} \rangle = \langle \pi_l^q \rangle^{\beta+1} \langle \pi_l^{q-1} \rangle^{-\beta}. \quad (17)$$

Распишем цепочку

$$\begin{aligned} \langle \pi_l^2 \rangle &= \langle \pi_l \rangle^{\beta+1}, \\ \langle \pi_l^3 \rangle &= \langle \pi_l^2 \rangle^{\beta+1} \langle \pi_l \rangle^{-\beta}, \\ &\dots \\ \langle \pi_l^q \rangle &= \langle \pi_l \rangle^\psi, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\psi = \sum_{m=0}^{q-1} \beta^m = \sum_{m=0}^{\infty} \beta^m - \sum_{m=q}^{\infty} \beta^m = \frac{1}{1-\beta} - \frac{\beta^q}{1-\beta} = \frac{1-\beta^q}{1-\beta}, \quad (19)$$

т.е.

$$\langle \pi_l^q \rangle = \langle \pi_l \rangle^{(1-\beta^q)/(1-\beta)} \sim (\delta_l u)^{\Delta(1-\beta^q)/(1-\beta)}. \quad (20)$$

Тогда момент порядка q для скорости можно определить через момент третьего порядка

$$\langle \delta_l u^q \rangle \sim (\delta_l u^3)^{q/3} \frac{\langle \pi_l^{q/3} \rangle}{\langle \pi_l \rangle^{q/3}} = (\delta_l u)^{(q/3)(1-\Delta) + \Delta(1-\beta^{q/3})/(1-\beta)}, \quad (21)$$

$$\langle \delta_l u^q \rangle = \langle \delta_l u^3 \rangle^{\zeta(q)}, \quad (22)$$

$$\zeta(q) = (1-\Delta) \frac{q}{3} + \frac{\Delta}{1-\beta} [1-\beta^{q/3}]. \quad (23)$$

Для изотропной трёхмерной турбулентности Ше и Левек (ШЛ) [69] положили $\Delta = \beta = 2/3$, что даёт скейлинг

$$\zeta(q) = \frac{q}{9} + 2 \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{q/3} \right]. \quad (24)$$

Приведём краткое описание каскада в логпуассоновской модели. Рассмотрим мультипликативный каскадный процесс турбулентной энергии в системе с иерархией турбулентных ячеек или флуктуаций скорости различных масштабов и амплитуды. Разделим весь объём на малые кубические ячейки размера l_0 и введём скорость диссипации энергии ε_l для каждой такой ячейки. В стационарном случае усреднённый по всем ячейкам поток диссипации энергии равен потоку энергии, вводимому в систему на наибольших масштабах. В основополагающем подходе Колмогорова к рассмотрению каскада он постоянен. Далее, разделим каждую ячейку на кубические ячейки со стороной λl_0 , где $0 < \lambda < 1$, и проделаем такую процедуру для всех масштабов, используя тот же множитель λ . В результате, получим иерархию ячеек, как показано на рис. 4. Рассмотрим два уровня иерархии: l с потоком ε_l и $l' = \lambda l$ с новыми ячейками. Предположим, что у части y этих ячеек поток энергии диссипации равен $\varepsilon'_1 = \beta_1 \varepsilon_l$, а у остальных $(1-y)$ — поток энергии диссипации $\varepsilon'_2 = \beta_2 \varepsilon_l$. Если поток энергии по каскаду сохраняется, то $y\beta_1 + (1-y)\beta_2 = 1$. Предположим, что деление на ячейки случайно, т.е. фиксированная точка наблюдения может оказаться в любой вновь образуемой ячейке с равной вероятностью. После большого числа m деления ячеек будет достигнут масштаб $l_m = l_0 \lambda^m$. Усреднённый по всему большому объёму момент энергии $\varepsilon_l^q \gtrsim l^{\tau(q)}$ со

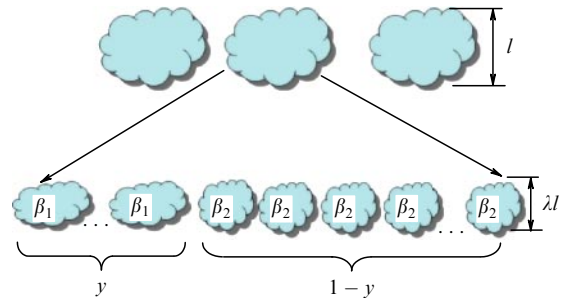


Рис. 4. Схема случайного анизотропного мультипликативного каскада в логпуассоновской модели.

скейлингом

$$\tau(q) = \frac{\lg(W^q)}{\lg l}, \quad (25)$$

где $W = \varepsilon_{i+1}/\varepsilon_i$ — каскадный фактор, описывающий процесс, причем

$$W = \begin{cases} 0 & \text{с вероятностью } 1 - y\beta_1 - (1 - y)\beta_2, \\ 1/\beta_1 & \text{с вероятностью } y\beta_1, \\ 1/\beta_2 & \text{с вероятностью } (1 - y)\beta_2, \end{cases} \quad (26)$$

позволяет найти величину β_1 с вероятностью y и β_2 с вероятностью $(1 - y)$. Теперь предположим, что $y \ll 1$ и что каскад развивается с малым параметром $\lambda = 1 - C_0/y$. При $y \ll 1$, $\beta_1 < 1$ и $\beta_2 > 1$ структуры с β_1 — наиболее интенсивные и сингулярные структуры. Используя (26), получим

$$\tau(q) = C_0(\beta_1 - 1)q + C_0(1 - \beta_1q). \quad (27)$$

Параметр C_0 связан с фрактальной размерностью структур, имеющих долю энергии β_1 . Число таких ячеек $N_m = N_0[(1 - y)/\lambda^3]^m$, размер кубической ячейки на m -м иерархическом уровне $l_n = l_0\lambda^m$. Фрактальная размерность, вычисленная методом ячеек (англ. box-counting), равна

$$D = - \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\lg(N_m)}{\lg(l_m/l_0)} = 3 - C_0$$

при $y \ll 1$.

Величина C_0 — это ко-размерность структуры, которая покрывает только ячейки, характеризуемые параметром β_1 . $C_0 = 2$ для одномерных (нитевидных) структур, $C_0 = 1$ для двумерных структур типа слоев (заметим, что такое определение размерности отличается от определений, принятых, например, в геофизике). Для скорости диссипации можно использовать колмогоровскую формулу $\varepsilon_l \approx (\delta_l u)^3/l$. Тогда скейлинг структурной функции скорости в уравнении (22) будет равен

$$\zeta(q) = [1 - C_0(1 - b)] \frac{q}{3} + C_0(1 - b^{q/3}). \quad (28)$$

Сравнивая с (23), можно определить связь C_0 и Δ . Параметр $\beta = \beta_1$ характеризует степень перемежаемости, которую можно определить из численного моделирования или из эксперимента (для случая отсутствия перемежаемости $\beta = 1$). На основе экспериментальных данных о гидродинамической турбулентности предполагается, что предельными диссипативными структурами в гидродинамике являются одномерные нитеобразные структуры (филаменты): только филаментарные структуры, по-видимому, механически стабильны на малых масштабах в гидродинамических системах (см. [3]).

Логарифм энергии диссипации ε_l подчиняется распределению Пуассона (поэтому модель называется логпуассоновской):

$$P(y, \mu) = \frac{\mu^y e^{-\mu}}{\Gamma(y + 1)} \quad \text{при} \quad y = \frac{\ln \varepsilon_l}{\ln \beta}, \quad (29)$$

$\mu > 0$ — параметр пуассоновского распределения.

Напомним, что распределение Пуассона (ПР) (см. [66]) — одно из важнейших распределений вероятностей

случайных величин, принимающих целочисленные значения. ПР хорошо описывает процесс радиоактивного распада и многие другие физические явления.

Следует сделать замечание о практическом применении логпуассоновских моделей для интерпретации экспериментальных данных. В [85] рассматривается стохастический мультипликативный каскад, в котором могут одновременно формироваться диссипативные структуры с различной размерностью, включая фрактальную, т.е. имеющие сложную топологию. Такой процесс описывается в теории вероятностей в рамках модели Хинчина — Леви [85], которую следует использовать для интерпретации экспериментальных результатов, когда наблюдаются отклонения экспериментальных скейлингов от формулы (23) с фиксированными Δ и β . Такое отклонение может быть связано со сложной геометрией диссипативных структур или с одновременным присутствием в процессе структур с разной размерностью. В этом случае процесс можно характеризовать подгоночными значениями Δ и β .

Модель Политано — Пуке. Политано и Пуке [86] обобщили модель Ше — Левека на случай МГД-турбулентности. Они использовали подход двумерной модели МГД-турбулентности Ирошникова — Кречнана, предполагая существование двумерных диссипативных структур. Модель Политано — Пуке предсказывает скейлинг [86]

$$\zeta(q) = \frac{q}{8} + 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{q/4}. \quad (30)$$

Стохастический мультипликативный каскад рассматривается также в других моделях, например модели логлеви [82, 83, 87]. По сути, она параметризует стохастический мультипликативный каскад, так же как и логпуассоновская модель. Однако логлеви-модель не предлагает ясной физической иллюстрации турбулентного процесса через, например, геометрию диссипативных структур.

Как уже говорилось, феноменологические каскадные модели, рассматривающие турбулентность с перемежаемостью, напрямую не выводятся из уравнений движения (например, описывающих пристеночную плазму в токамаках), свойства каскада связаны со структурой и симметриями динамических уравнений. Другое предположение касается природы диссипативных структур: в трёхмерном турбулентном потоке несжимаемой нейтральной жидкости в качестве таких структур рассматриваются нитеобразные структуры (филаменты) — только филаментарные структуры, как упоминалось выше, механически стабильны на малых масштабах в гидродинамических системах (см. [3]). В двумерных моделях несжимаемой жидкости и модели Ирошникова — Кречнана, описывающей МГД-турбулентность, соответствующими диссипативными структурами могут быть двумерные структуры (листовые структуры и т.п.), поэтому предсказания для спектров могут отличаться от трёхмерных моделей.

Каскадные логпуассоновские модели удовлетворительно описывают экспериментальные наблюдения гидродинамической турбулентности с перемежаемостью, нелинейные скейлинги структурной функции близки к предсказываемому модельному скейлингу (рис. 5). Для описания сильной турбулентности плазмы логпуассоновские модели пока ещё широко не применялись.

Расширенная автомодельность (англ. extended self-similarity, ESS) была обнаружена экспериментально при

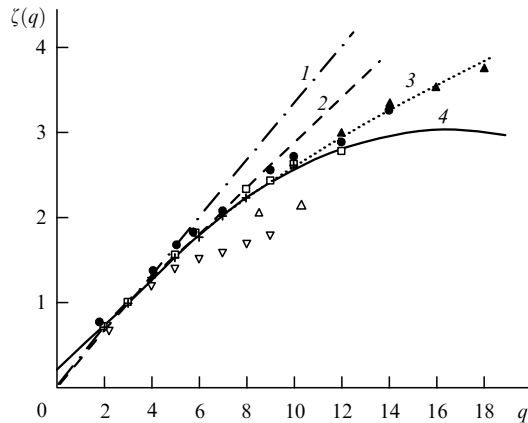


Рис. 5. Экспериментальные скейлинги гидродинамической турбулентности и сравнение с моделями: 1 — K41, 2 — β -моделью, 3 — логпуассоновской Ше–Левека, 4 — логнормальной (из книги [24]).

исследовании мелкомасштабной гидродинамической турбулентности в аэродинамической трубе [81]. При относительно низких значениях чисел Рейнольдса, когда в обычном представлении турбулентности $S_q(l) \sim l^{\zeta(q)}$ и инерционный интервал не обнаруживается, наблюдается зависимость

$$S_q(l) \sim S_3(l)^{\zeta(q)/\zeta(3)} \quad (31)$$

для расширенного диапазона масштабов $l \geq 5\eta$, где η — колмогоровский масштаб диссипации. Такое свойство (можно назвать его обобщённым самоподобием) наблюдается почти до масштабов, где происходит диссипация. Это феноменологическое наблюдение привело к разработке критерия обобщённого самоподобия

$$S_q(l) \sim S_p(l)^{\zeta(q)/\zeta(p)} \quad (32)$$

(для любой пары структурных функций) в рамках модели логпуассоновской статистики турбулентности [69, 70]). Предполагается, что такое самоподобие есть проявление скрытых статистических симметрий.

Для проверки гипотез логпуассоновской модели о наличии степенных законов можно исследовать скейлинги относительных моментов $\Pi_q(\tau) = S_{q+1}(\tau)/S_q(\tau)$ и анализировать зависимость вида

$$\Pi_{q+1} = (\Pi_q)^{\delta_q}. \quad (33)$$

Гипотеза подобия в модели ШЛД модифицирует гипотезу подобия Колмогорова в модели K62 [55]:

$$\zeta_q = (\zeta_3 + \delta_0) \frac{q}{3} + \tau_{q/3}. \quad (34)$$

Гипотезы ШЛД и K62 совпадают, когда $\zeta_3 = 1$ и $\delta_0 = 0$. Оба условия выполняются для трёхмерной турбулентности и нарушаются для двумерной [32].

Преимущество логпуассоновской модели — учёт влияния диссипативного диапазона, когда краевые эффекты играют существенную роль в системе с относительно небольшим числом Рейнольдса и наблюдается ограниченный инерционный диапазон. Свойство обобщённого самоподобия учитывает краевые эффекты: масштабная инвариантность формируется не в бесконеч-

ном пространстве, а на конечном интервале масштабов. Это естественным образом позволяет анализировать эффекты вязкости (диссипации) и свойства диссипативных структур, в частности их размерность. Например, в логпуассоновской модели изотропной трёхмерной гидродинамической турбулентности предполагается, что за диссипацию отвечают одномерные нитевидные структуры. В логпуассоновской модели с учётом двумерной эмпирики модели Ирошникова–Кречнана предполагается двумерность диссипативных структур [86, 88].

1.4. Особенности переноса в турбулентных пограничных слоях

Интенсивные экспериментальные исследования свойств низкочастотной турбулентности плазмы начались после вывода Бомом его известной полуэмпирической формулы для коэффициента поперечной диффузии плазмы в сильном магнитном поле (см. [12]):

$$D_B = \frac{1}{16} \frac{k_B T_e}{eB}, \quad (35)$$

где k_B — постоянная Больцмана, T_e — температура электронов.

В этой формуле предсказывается более слабая зависимость ($D_B \sim 1/B$) от магнитного поля, чем в классической диффузии ($D \sim 1/B^2$), т.е. аномальная (повышенная) диффузия плазмы в магнитном поле. Формула Бома удовлетворительно описала экспериментальные наблюдения диффузии плазмы в дуговом разряде и впоследствии стала использоваться для описания аномально больших потерь плазмы из магнитных ловушек в термоядерных установках [12, 16, 89]. Стала ясна роль низкочастотных турбулентных электрических полей и флуктуаций плотности в поперечном переносе. Аномальная диффузия — результат турбулентности. В турбулентных ячейках плазма движется поперек магнитного поля со скоростью дрейфа $V_T \sim E/B$. Электрическое поле приблизительно можно оценить как возмущения потенциала, делённого на характерный пространственный масштаб турбулентных ячеек δ_T . Этот масштаб можно рассматривать при оценке коэффициента диффузии D . В качестве энергетического резервуара возмущений потенциала в турбулентной плазме принимается её тепловая энергия и, следовательно, возмущение потенциала можно оценить по порядку величины как $k_B T/e$. Тогда турбулентный коэффициент диффузии $D = \delta_T V_T \sim k_B T/eB$, что совпадает с точностью до численного коэффициента с формулой Бома (35).

В ТПС перенос недиффузионный. В термоядерных установках было обнаружено, что большая часть потока плазмы (до половины) поперёк магнитного поля может переноситься когерентными турбулентными структурами (исследования проводились в токамаках T-10 [90], TF-2 [91], DIII-D [92] и др.). Такой перенос характеризуется эффективным коэффициентом диффузии, достигающим десятков "бомовских" величин. При этом турбулентный поток сильно неоднороден в пространстве, существует даже в области неблагоприятной кривизны магнитного поля [93].

В экспериментах было обнаружено, что турбулентность и вызванный ею турбулентный поток связаны с транспортными барьерами на периферии плазменного разряда (рис. 6а). При превышении энергосодержания плазмы наблюдаются спонтанные переходы в режим

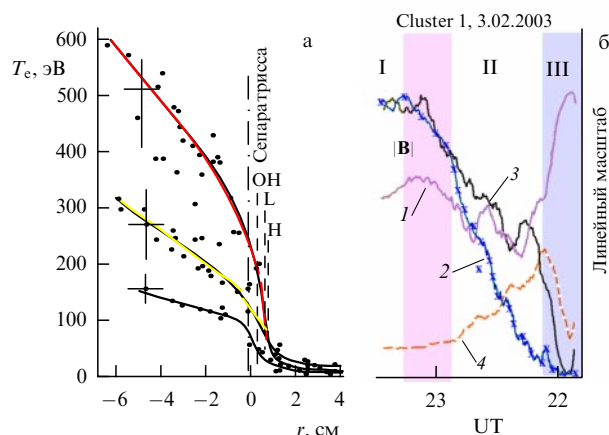


Рис. 6. Транспортный барьер: в периферийной зоне токамака Asdex, величина барьера меняется при переходе в режим улучшенного удержания (H-моду), показан профиль электронной температуры в токамаке [94] (а); в магнитосфере Земли (см. текст) [95] (измерения космического аппарата Cluster1 03.02.2003) (б): I — область плотной плазмы солнечного ветра, II — горячая застойная турбулентная область, III — магнитосфера; 1 — магнитный барьер, 2 — скорость, 3 — плотность, 4 — температура ионов.

улучшенного удержания (H-режим) плазмы, при котором происходит изменение уровня турбулентности и турбулентного переноса [94].

Транспортный барьер наблюдается также у ТПС магнитосферы Земли [95, 96]. Как пример на рис. 6б показан переход от обтекающей магнитосферу плотной плазмы солнечного ветра (область I слева), которая топологически является аналогом центральной плазмы в токамаках (ср. с зоной I на рис. 1а) к внешней магнитосфере (область III справа), аналогу ближней пристеночной области в токамаках). Как плотность (3), так и скорость (2) плазмы падает в магнитосфере почти до нуля. Но сам переход (область, аналогичная зоне II на рис. 1а) содержит 2 субструктуры:

а) магнитный транспортный барьер (1, см. график |B|) с относительным максимумом в |B| около 23 UT, когда давление магнитного поля, которое создаётся при альвеновском коллапсе магнитных силовых линий, прижимаемых набегающим потоком плазмы к магнитному препятствию и опрокидываемых потоком, доминирует над плазменным давлением [95];

б) горячая застойная турбулентная область (II, см. значительный спад скорости плазмы и ее нагрев, видимый в температуре ионов 4), по-видимому, аналогичная зоне III на рис. 1а.

В [19, 20] показано, что до 80 % набегающего на транспортный барьер потока плазмы может отражаться магнитной турбулентностью, средняя амплитуда которой сравнима с основным полем (что часто наблюдается в окрестности внешнего полярного каспа). При этом турбулентность может не только приводить к аномальной диффузии (что дает до 10 % диффузного потока по отношению к полному потоку [19, 20]), но также и создавать сам транспортный барьер. Подобный механизм самосогласованного режима обсуждается в литературе и при описании периферийного переноса и транспортных барьеров (H-режимов) в токамаках и других ТУ (см., например, [97]). В обеспечении такого режима, по-видимому, доминирующую роль играет свойство перемежаемости мелкомасштабной турбулентности с негаус-

совой статистикой, обеспечивающее аномальность переноса именно на малых, по сравнению с крупномасштабными когерентными структурами (см. ниже), масштабах. То есть локальная (мелкомасштабная) супердиффузия может при "правильно" подобранных параметрах и статистических свойствах эффективно разрушать среднемасштабную структуру пограничного, "перемежаемого" среднемасштабными же выбросами потока с интенсивностью, далеко выходящей за гауссову статистику. При этом аномальный мелкомасштабный перенос, по всей видимости, размывает границы и сами среднемасштабные когерентные всплески потока плазмы (см. описание влияния маленьких лопаток в случае двух вращающихся цилиндров [5]).

В литературе обсуждается модель самоорганизованной критичности (СОК) [98], которая привлекается для описания аномальных процессов переноса. Большинство имеющихся экспериментальных данных из ТПС в лабораторных установках и магнитосфере Земли не описываются стандартной моделью СОК (см., например, [99]). Применимость усовершенствованной модели СОК для описания аномальных процессов переноса в магнитосфере Земли обсуждается в [96].

Размеры пограничных слоев и транспортных барьеров в лабораторных ТУ малы — составляют всего несколько сантиметров в направлении поперек магнитного поля, их трудно исследовать экспериментально. Поэтому детальные экспериментальные исследования турбулентности и транспортного барьера в ТПС магнитосферы космическими аппаратами будут способствовать выработке новых подходов к описанию и к управлению переносом в термоядерных установках. Данный обзор представляет собой один из первых шагов в этом направлении.

2. Экспериментальные данные

2.1. Исследования гидродинамической турбулентности

В течение последних ста лет развитая гидродинамическая турбулентность изучалась многими учёными, наиболее значимые результаты были получены А.Н. Колмогоровым, Г.И. Тейлором, Л. Прандтлем, Т. фон Карманом, А.М. Обухова и другими. Несмотря на значительные усилия, рассмотрение проблемы "из первых принципов" на основе уравнений Навье–Стокса и неразрывности не привело к созданию замкнутой строгой теории турбулентности жидкостей и газов. Поэтому Андрей Николаевич Колмогоров предложил наиболее перспективный и реалистичный подход, в котором гипотезы должны опираться на результаты, полученные при обработке экспериментальных данных. При этом развитые модели будут описывать только специальные классы турбулентных течений. Такой подход позволил получить новые данные и обобщить или изменить базовые гипотезы, предложенные ранее, и вывести новые теории, которые дают возможность продвигаться дальше и создавать теории более общих классов турбулентных течений.

Для турбулентности при очень больших числах Рейнольдса (называемой развитой турбулентностью) были получены два основных результата, которые предполагались универсальными. Это законы масштабной инвариантности Колмогорова–Обухова для локальной структуры развитой турбулентности, знаменитый K41 [1, 2] и

универсальный логарифмический закон фон Кармана – Прандтля для ограниченных стенками турбулентных потоков со сдвигом (сдвиговых течений или потоков с градиентом скорости, в том числе в ТПС, см. [8]).

Свойства потоков в турбулентных пограничных слоях систематически рассматривались Мониним и Ягломом ([3, 100] и др.), на важность структуры потока было указано ещё в 1950-х гг. (см., например, [101]), в последние годы взаимосвязь между структурой потока и скейлинговыми свойствами ТПС обсуждалась в обзорах [102, 103] и др. С самого начала изучение этого вопроса фокусировалось на исследовании пристеночной турбулентности при больших числах Рейнольдса.

Лабораторная экспериментальная база исследования развитой турбулентности при очень больших числах Рейнольдса еще недостаточна, чтобы делать определённые выводы о локальной структуре турбулентности, а геофизические (атмосферные и океанические) данные недостаточно чисты (см., например, замечание по этому поводу в обзоре [8]). Вместе с тем, в последние десятилетия были получены надёжные экспериментальные свидетельства, которые решительно изменили представления о базовых гипотезах, лежащих в основе теории турбулентных пограничных слоев. Речь идет о перемежаемости и коррекции универсального логарифмического закона Т. фон Кармана, что требует пересмотра теорий ТПС, построенных на этом законе.

В основу универсального логарифмического закона положена гипотеза Т. фон Кармана о независимости градиента скорости в промежуточной области пограничного слоя от вязкости (это предположение впервые явно сформулировано Л.Д. Ландау [6]). Промежуточной областью пограничного слоя считается зона между "вязким подслоем" (примыкающим непосредственно к стене с большими градиентами скорости, где вязкое напряжение сравнимо с напряжением, формируемым турбулентными вихрями) и центральной зоной потока (например, вблизи оси потока, если геометрия потока цилиндрическая). На основе этой гипотезы и из размерностных соображений выводится "универсальный", т.е. не зависящий от числа Рейнольдса, закон распределения скорости в промежуточной области (вывод см., например, в [8]) — закон фон Кармана – Прандтля

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C, \quad (36)$$

где $U^+ = u/u_*$, $y^+ = u_* y/\nu$, $u_* = (\tau/\rho)^{1/2}$ — скорость трения, y — расстояние от стенки, ρ — плотность, τ — напряжение сдвига на стенке. В этом законе предполагается, что постоянные C и κ не зависят от числа Рейнольдса и должны совпадать для всех высококачественных экспериментов. Однако накопленные в последние десятилетия экспериментальные данные свидетельствуют о необходимости пересмотра этого закона и лежащей в его основе гипотезы (см. [8]). Даже если предположить чрезвычайно свободным подход к постоянным C и κ (для C предлагались значения от 4,1 до 6,3, а для κ от 0,38 до 0,44), область применимости закона (36) оказывается очень узкой (см. [3] и данные для потоков в трубах [104]). Например, в экспериментах в воздушном туннеле (см. [105]) наблюдалась зависимость коэффициента C от числа Рейнольдса.

Провести проверку и уточнение классических скейлингов (см. [106]) было предложено в работах [8, 107–2 УФН, т. 181, № 9

109]. Для описания экспериментальных данных в турбулентных пограничных слоях предложены степенные зависимости (т.е. использовано свойство масштабной инвариантности) средней скорости от числа Рейнольдса (см. [8, 103, 110] и ссылки к этим работам), в частности [8]:

$$U^+ = \left(\frac{\sqrt{3} + 5\alpha}{2\alpha} \right) (y^+)^{\alpha}, \quad \alpha = \frac{3}{2 \ln \text{Re}}. \quad (37)$$

На основе этих идей во многих работах (см. ссылки в [110]) предпринимались попытки рассмотреть экспериментальные измерения в ТПС с использованием степенных законов, представленных в виде асимптотических степенных рядов по параметру $\varepsilon = 1/\ln \text{Re}$. Изменение Re в большом диапазоне оставляет параметр ε достаточно малым. Степенной закон отражает нетривиальное самоподобие, так как показатель подобия зависит от числа Рейнольдса. Такая масштабная инвариантность (дилатационная симметрия) формирует свойство перемежаемости, наблюдаемое в экспериментах.

Обсуждение применимости логарифмического или степенного закона в ТПС и универсальности свойств пристеночного потока (в том смысле, что влияние внешнего потока на пристеночный является пренебрежимо малым) [107, 111] стимулировали проведение серьезных экспериментов с большими числами Рейнольдса и пересмотр основных скейлинговых соотношений. Недавние обзоры таких исследований приведены в статьях [103, 112].

Другой важный вопрос в исследовании пристеночной турбулентности связан с наблюдением когерентных структур в ТПС, начиная с подковообразных вихрей. Исследование когерентных структур (см. обзоры [103, 113–115]) выявило, что турбулентный поток в пристеночном регионе взаимодействует с внешним потоком временами бурно, через внезапные извержения пристеночной жидкости во внешний регион (в виде "бёрстов") и явную модуляцию пристеночного движения распространением структур из внешнего слоя. Концепция "активного" и "пассивного" движения была выдвинута ещё в 1950-х гг. (см., например, [101]), в ней проводится различие между поперечными основному потоку флуктуациями (они обеспечивают перенос импульса) и продольными флуктуациями. Для объяснения свойства перемежаемости турбулентных потоков предлагаются различные модели (мультифрактальные, логпуассоновские, логлеви и др., см., например, в [71, 82]), они же применяются для описания статистических характеристик турбулентных потоков.

В работах [116–120] Зыбиным и соавторами предложена теория, построенная на уравнении Навье – Стокса для несжимаемой жидкости в пределе бесконечно больших чисел Рейнольдса. В этой модели вследствие бесконечной скорости звука предполагается влияние границ (стенок) на все точки жидкости, независимо от объёма. При этом рассматривается "крупномасштабная" часть давления, ответственная за развитие нитевидных вихревых структур — филаментов, которые обеспечивают свойство перемежаемости. В филаментах достигаются наибольшие значения завихренности. В этой модели вычислены лагранжевы структурные функции скорости $K_n(\tau) \propto \tau^{\zeta_n}$ на временах приращения τ , малых по сравнению с корреляционным временем крупномасштабной турбулентности, $\zeta_n = n - A_{2n}/A_4$, где

Таблица 1. Параметры турбулентного потока в экспериментах (по [128–133]). L — интегральный масштаб, η — колмогоровская длина, u'/U — уровень флуктуаций (u' — среднеквадратичное отклонение (с.к.о.) флуктуаций скорости, U — средняя скорость), l_w — длина проволоки, f_a — частота фильтра низких частот и $f_\eta = U/2\pi\eta$ — колмогоровская частота

Эксп.	Конфигурация	L	η	R_λ	$u'/U, \%$	l_w/η	f_a/f_η
1	Поток	10 см	2,5–50 мкм	200–500	20–40	0,1–3	0,5–5
2a	Струи	20 см	0,28 мм	428	26	2,5	7
2b	Воздушный тоннель	10 см	0,35 мм	3050	7	1,2	3
3	Струи	2 см	7 мкм	580	25	3	7
4a	Цилиндрический поток	6–10 см	0,2–0,5 мм	100–300	15	1–2,5	7
4b	Струи	10 см	0,1 мм	800	30	5	7
5a	Струи	7,5 см	0,095 мм	810	16	2	1
5b	Решётка	17 см	0,19 мм	530	8	1	1
6	Струи	4–8 см	22–48 мкм	240–330	20–25	0,6–1,3	—
7	Решётка	4 мм–1 см	100–250 мкм	35–110	1,5–8	3–10	1–3

A_{2n} — показатель, описывающий временную зависимость момента завихренности $\langle \omega^{2n} \rangle \sim \exp(A_{2n}t)$, ω — завихренность. Показатели A_{2n} получены численно, в частности $A_2 = 2,52$, $A_4 = 6,12$, $A_6 = 10,43$. Полученные аналитические выражения для показателя ζ_n не содержат подгоночных параметров и согласуются с экспериментальными наблюдениями [121] и численными расчётами [120].

Ниже представлен обзор экспериментальных наблюдений перемежаемости гидродинамических турбулентных потоков в ТПС. Конечно, мы не ставим целью представить полный обзор результатов (см., например, [103, 122] и ссылки там), наша задача — осветить результаты, которые могут рассматриваться как примеры универсальных свойств перемежаемости мелкомасштабной турбулентности.

Экспериментальные измерения развитой турбулентности проводились при различных температурах в газовой среде (тоннелях, трубах и т.п.), жидкостях (трубах, каналах), в том числе в жидком гелии [122]. Для исследования перемежаемости использовались различные геометрии потока: струи (jets), над решёткой (grid), перемешиваемые слои (mixing layers), каналы (duct flows), цилиндрические потоки (cylinders) с числами Рейнольдса (по Тейлору) от 30 до 5000 (см. табл. 1) [100]. Отметим, что в гидродинамике часто рассматривается так называемое мелкомасштабное (microscale — по Тейлору) число Рейнольдса $R_\lambda = \langle u^2 \rangle \lambda / \nu$, где λ — микромасштаб Тейлора. Исследования пристеночной турбулентности с большими числами Рейнольдса проводились в трубе в Принстоне (Superpipe) [255], в атмосфере над поверхностью пустыни в проекте SLTEST (в пустыне Большого Солёного озера в США [266]) и в других экспериментах (см. [267–269]).

Перемежаемость турбулентности наблюдалась в турбулентных потоках с числами Рейнольдса $R_\lambda \sim 10^2 - 10^4$ (табл. 1).

Большинство экспериментальных измерений в гидродинамике сделано локальными датчиками в одной или нескольких точках. Измеряются скорость, температура, давление и другие величины как функции времени. Такие

измерения трактуются как пространственный срез потока, при условии применимости гипотезы Тейлора, ограничения которой пока полностью не поняты (см. [134]). В последние годы появились данные о пространственно-временной структуре, наблюдаемой методом лазерной флуоресценции [135], а также визуализацией потока скорости [136].

Для измерений в потоке с большими числами Рейнольдса важно избежать влияния сжимаемости для газов и кавитации для жидкостей. Поэтому кроме обычных сред используют жидкости с малой вязкостью, в том числе гелий HeI в криогенных экспериментах, в которых можно получать данные в большом диапазоне чисел Рейнольдса. Современные методы визуализации турбулентности позволяют регистрировать все стадии развития и существования турбулентности. При этом используется визуализация водородными пузырьками: генератор пузырьков занимает разные положения в пограничном слое, пелена пузырьков снимается видеокамерой в разных ракурсах и при разном освещении. Разработаны и применяются новые методы диагностики пристеночной турбулентности, такие, например, как многоплановая визуализация PIV (от англ. particle image velocimetry, см. [103, 126]).

В гидродинамическом турбулентном потоке кинетическая энергия диссипирует благодаря молекулярной вязкости. Еще Бэтчелор [137] показал, что негауссово поведение функции распределения (ФРПВ) диссипирующих величин увеличивается с уменьшением масштаба. Это касается диссипативного региона. Для инерционного диапазона вариации числа Рейнольдса не влияют на статистику, и перемежаемость проявляется в виде уплощения ФРПВ с уменьшением масштаба.

Перемежаемость — типичное свойство флуктуаций в ТПС (см. рис. 7) (см., например, [138–140]). При этом в реальных экспериментах турбулентный поток имеет существенно трёхмерную структуру. Фурье-спектры пульсаций скорости в ТПС широкополосные, в диапазоне от 10 Гц до 10 кГц [141].

Статистические свойства турбулентных флуктуаций описываются негауссовой статистикой (см., например,

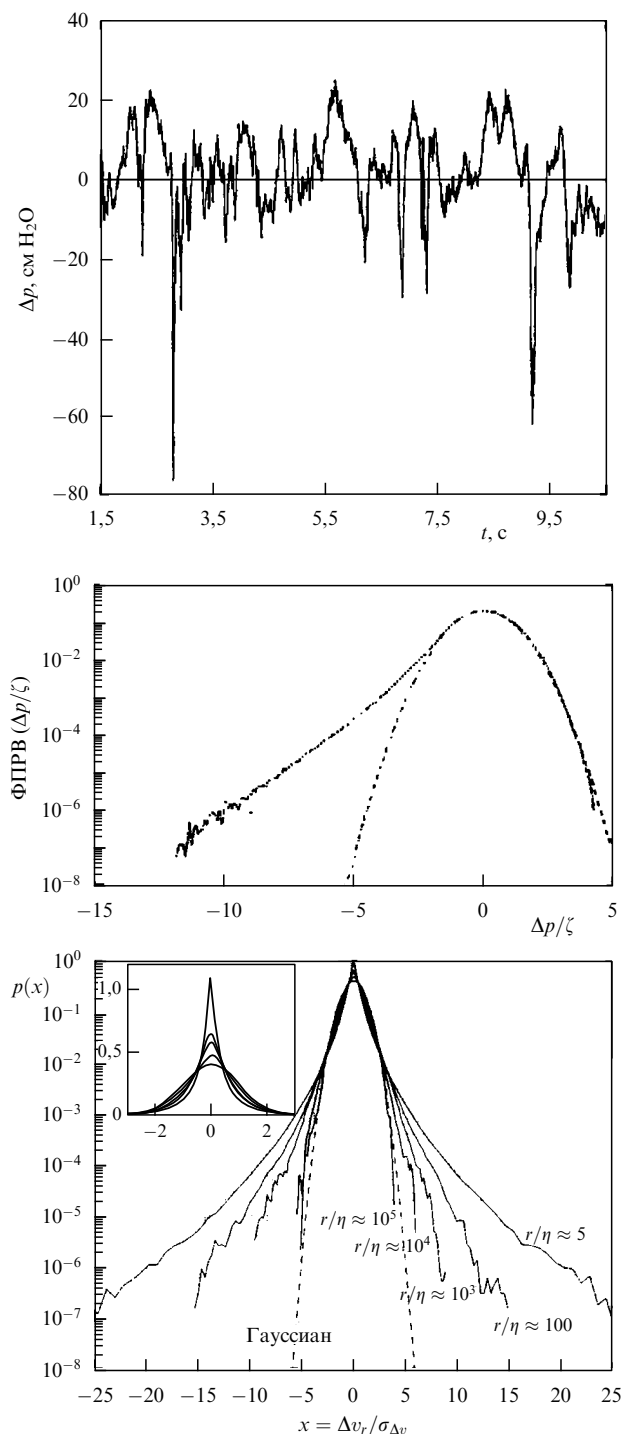


Рис. 7. Временное изменение давления в нейтральной жидкости — воде [138]. Трёхмерный турбулентный поток генерируется цилиндром, вращающимся с частотой 2,7 Гц, $Re = 308000$ (а). ФРПВ флуктуаций давления в воде, турбулентный поток генерируется цилиндром, вращающимся с частотой 3,8 Гц, $Re = 1,2 \times 10^5$ (пунктиром показана подгонка гауссианом, горизонтальная ось в единицах с.к.о.) [138] (б). ФРПВ разностей скорости, полученная для атмосферной турбулентности на высоте около 30 м над землей в полулогарифмическом масштабе для основного рисунка и в линейном для вложенного. Каждая кривая получена для различного расстояния r в направлении поперёк скорости. Наименьшее расстояние (около 2,5 мм) соответствует наименьшему масштабу флуктуаций и составляет около пяти колмогоровских масштабов η . Наибольшее расстояние — около 50 м. Пунктир — подгонка гауссианом [142] (в).

флуктуации давления в воде рис. 7б). Переमेжаемость пристеночной турбулентности можно описать мультифрактальной статистикой. На рисунке 7в ФРПВ демонстрируют свойство мультифрактальности, выраженное в зависимости негауссовой формы от масштаба, на котором измеряются разности скоростей. В турбулентных пограничных отклонение от гауссовой статистики увеличивается с приближением к стенке. Переमेжаемость и мультифрактальная статистика характеризуются уширенным спектром сингулярности [142] (рис. 8), что воспроизводится численным моделированием [143]. Свойство мультифрактальности гидродинамической турбулентности зарегистрировано в атмосферных и океанических течениях [144–150]. В мультифрактальном описании турбулентности диссипативные эффекты вводятся самосогласованным образом как в эйлеровом, так и в лагранжевом формализме (см. обзор [151]). Мультифрактальный формализм хорошо описывает переमेжаемость турбулентности, например предсказывает усиление переमेжаемости в так называемом промежуточном вязкостном диапазоне [152, 153]. Рассмотрение пассивного скаляра в рамках лагранжева формализма (эксперимент, теория и численное моделирование) приведено в обзоре [154].

Свойство расширенного самоподобия (ESS) гидродинамической турбулентности с переमेжаемостью было эмпирически обнаружено Бензи с соавторами ([81]). Это свойство выражается в виде степенной зависимости вида $S_q \sim S_3^{\zeta(q)/\zeta(3)}$ структурных функций разных порядков. Оно характеризует флуктуации поперечной и продольной компонент скорости (рис. 8) в турбулентных потоках с переमेжаемостью в большом диапазоне чисел Рейнольдса. Используя свойство ESS, можно с достаточно хорошей точностью оценить скейлинги структурных функций $\zeta(q)$. Экспериментальные данные характеризуются нелинейной функциональной зависимостью $\zeta(q)$ от порядка момента q (см. рис. 8), эта нелинейность вызвана свойством переमेжаемости. Напомним, что для колмогоровской турбулентности K41 скейлинг имеет линейную зависимость $\zeta(q) = q/3$. Для интерпретации нелинейного спектра $\zeta(q)$ применяют логпуассоновские модели турбулентности. В ТПС нелинейность увеличивается при приближении к стенке (переमेжаемость усиливается), см. табл. 2. Если вдали от стенок экспериментальные данные описываются удовлетворительно логпуассоновской моделью Ше–Левека для изотропной трёхмерной турбулентности с переमेжаемостью, то при приближении к стенке наблюдается значительное увеличение параметров нелинейности (табл. 2).

Визуализация развитой турбулентности показала, что в потоке существуют долгоживущие нитеобразные (филаментарные) структуры различной длины [140, 155, 156]. Эмпирические наблюдения показывают, что диаметр и время жизни филамента зависят от его длины: чем длиннее структура, тем больше ее диаметр и время жизни. Направление филаментов в потоке может различаться, но в пристеночной области они преимущественно вытянуты вдоль стенки (рис. 9) [155]. Иногда регистрируются структуры специфической формы. Длинномасштабные структуры вместе с лямбда-структурами наблюдались в турбулентности пограничного слоя в гидродинамическом канале [157] и других экспериментах (см. [115]). Необходимо отметить, что схемы со структурами типа вихревых нитей давно обсуждаются в моделях пере-

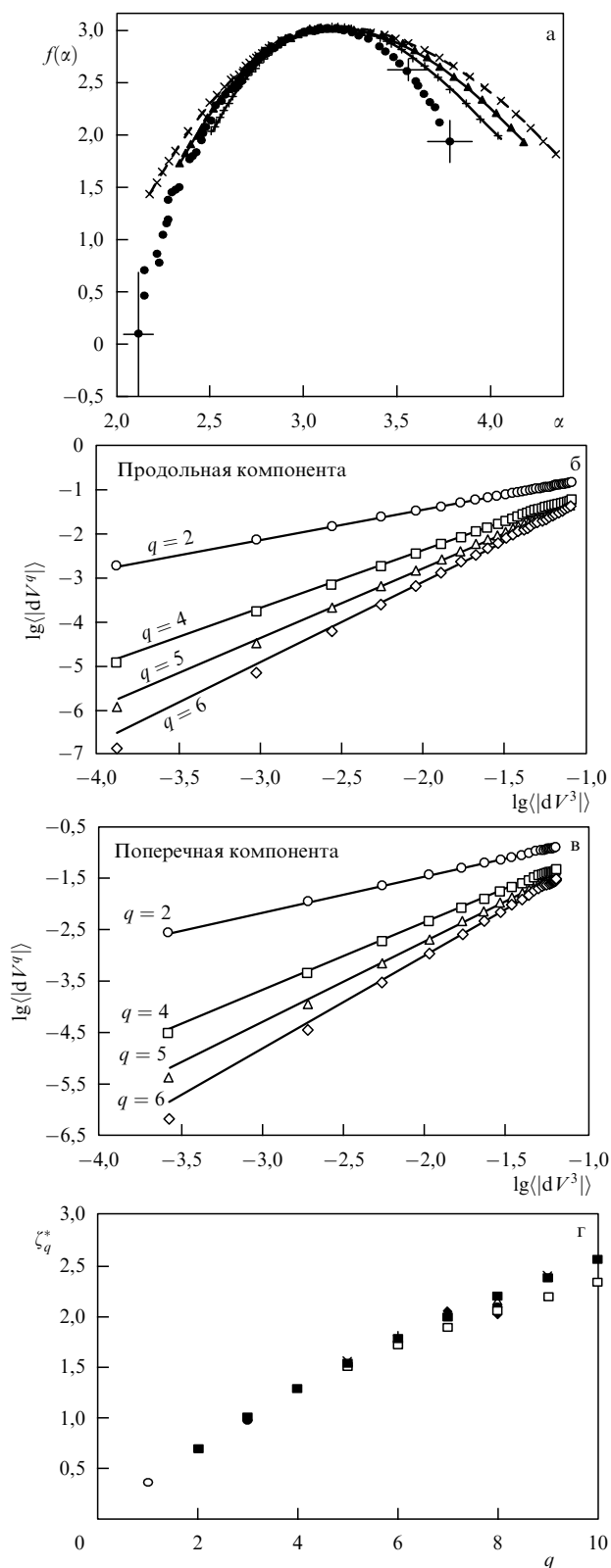


Рис. 8. Спектр сингулярности (мультифрактальности): круги — экспериментальные данные из [142], треугольники и кресты — моделирование трёхмерного турбулентного потока с разными параметрами задачи, из работы [143] (а). Демонстрация расширенной автомодельности — ESS, график для первых шести моментов для продольной и поперечной компонент скорости. Линии — наилучшая аппроксимация данных линейным законом (из [139]) (б, в). Скейлинг структурной функции для различных экспериментов из табл. 1: □ — эксперимент 1, × — 2а, ● — 2б, ◆ — 3, □ — 5а, △ — 5б, ○ — 6, + — 7 (из [123]) (г).

Таблица 2. Скейлинг логпуассоновской модели Ше – Левека и данные эксперимента в воздушном канале (из [123]), вычисленные с использованием ESS. Наблюдается значительное увеличение перемежаемости при приближении к стенке, $y^+ = 15$

q	ζ_q , модель Ше – Левека	ζ_q , эксперимент, $y^+ = 310$	ζ_q , эксперимент, $y^+ = 15$
1	0,37	0,37	0,43
2	0,70	0,70	0,75
3	1,00	1,00	1,00
4	1,28	1,27	1,19
5	1,54	1,52	1,34
6	1,78	1,75	1,48

жаемости (см. [156]) в том числе и для больших чисел Рейнольдса. При этом рассматриваются структуры как крупных масштабов, так и малых размеров вплоть до колмогоровского масштаба (см. обсуждение в [2, 156]).

Значительный новый результат, полученный в последние годы, — экспериментальное наблюдение крупномасштабных структур в потоке (VLSM, от англ. very large-scale motion), размер которых вдоль потока составляет порядка десятков радиусов трубы (или толщины пристеночной области) [103, 158, 159]. Структуры VLSM вносят вклад в спектр при низких волновых числах (рис. 9) [158]. Энергия, содержащаяся в этих структурах, составляет значительную часть энергии всего потока и увеличивается с увеличением числа Рейнольдса. При больших числах Рейнольдса энергия крупномасштабных структур VLSM может достигать половины всей энергии флуктуаций в потоке.

Крупномасштабное движение структур VLSM ответственно за структурирование на малых масштабах, усиление энергии флуктуаций, а также выступает в качестве причины модуляции цикла пристеночной турбу-

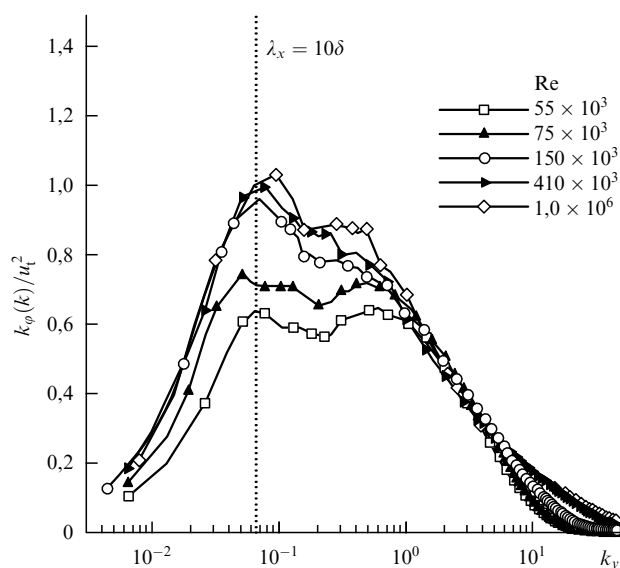


Рис. 9. Спектр параллельной компоненты скорости при $y/R = 0,1$ в трубе Superpipe для различных чисел Рейнольдса (из [160]). Вертикальная линия указывает на длину волны $\lambda_x/R = 10$, соответствующую крупномасштабным структурам VLSM.

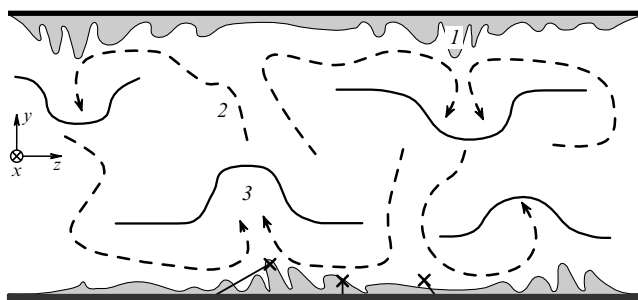


Рис. 10. Схема взаимодействия крупномасштабных структур с пристеночными вихрями в потоке с низким числом Рейнольдса в канале [162]: 1 — пристеночные когерентные структуры, 2 — вращение крупномасштабных структур, 3 — область низких скоростей крупномасштабных структур.

лентности, который ранее рассматривался как автономный. Структуры VLSM наблюдаются в сигналах скорости и крупномасштабных флуктуациях давления в экспериментальных установках. Предполагается, что структуры VLSM возникают из статистического слияния многих пристеночных структур аналогично перколяции структур, которые покрывают среду полностью, как только вероятность появления перколяции превышает критическую пороговую величину (см. [103]). Остаётся открытым вопрос о роли и важности таких VLSM-структур в процессе производства турбулентной энергии. Если значительная часть энергии в зоне перекрытия связана с VLSM, то их роль в обеспечении так называемого универсального скейлинга очевидна (см. [103]). Также открытым остаётся вопрос о нелинейной связи этих крупномасштабных и мелкомасштабных флуктуаций.

Взаимозависимость процессов в пристеночной области и крупномасштабных структур рассматривалась и регистрировалась ранее (см., например, [161]). Экспериментальные и численные работы последних лет, в том числе наблюдение когерентных структур VLSM, позволили описать это явление в деталях. Схематическая интерпретация, приведённая на рис. 10 (из [162]), даёт представление о природе такого взаимодействия и подтверждается другими исследователями (см. [163]). Как видно из схемы, вблизи стенки мелкомасштабная турбу-

лентная активность зависит от направления распространения крупномасштабных структур.

Наблюдение крупномасштабных когерентных структур объясняется при теоретическом рассмотрении возникновения и развития турбулентности. Известно, что ламинарно-турбулентный переход в пограничных при низкой степени турбулентности набегающего потока связан с развитием так называемых волн Толмина — Шлихтинга (см. [164] и обзор Козлова [115]). Такая двумерная волна на нелинейной стадии своего развития искажается, в результате возникают характерные трёхмерные лямбда-структуры [165, 166]. В более сложных течениях они проявляются также в виде подковообразных (омега-структур), шпильковых (англ. hairpin) и других видов вихрей. Их общей особенностью является наличие двух противовращающихся вихрей (ног структуры), заканчивающихся их замыканием — "головкой". Изучению возникновения и развития этих структур посвящено большое количество численных и экспериментальных исследований (см. [115, 167] и ссылки к этим работам). Показано, что возникновение и воспроизводство пристеночной турбулентности одинаково в разных типах потоков [115, 167] и связано с возникновением, развитием и разрушением когерентных образований типа лямбда-структур, омега-структур, полосчатых структур и т.д. (см. рис. 11). Такие структуры наблюдаются в экспериментах. На рисунке 12 представлены пространственные картины развития вторичного высокочастотного возмущения для нелинейной стадии синусоидальной неустойчивости полосчатой структуры, полученные с помощью термоанемометрической визуализации. Данная процедура позволяет детально рассмотреть структуру течения и выявить мельчайшие когерентные образования, в том числе лямбда-структуры. Азимутальные лямбда-структуры в 3D-потоке наблюдаются, например, при взаимодействии кольцевого вихря с полосчатыми структурами (рис. 13).

В последние годы возрос интерес к вопросу о влиянии эффектов шероховатости поверхности стенки на свойства ТПС (см. [103, 115]), который связан с уменьшением турбулентного трения летательных аппаратов. Проведённые в последнее время эксперименты показали, что большинство типов шероховатости (но не все) приводят к соотношению между коэффициентом гидравлического

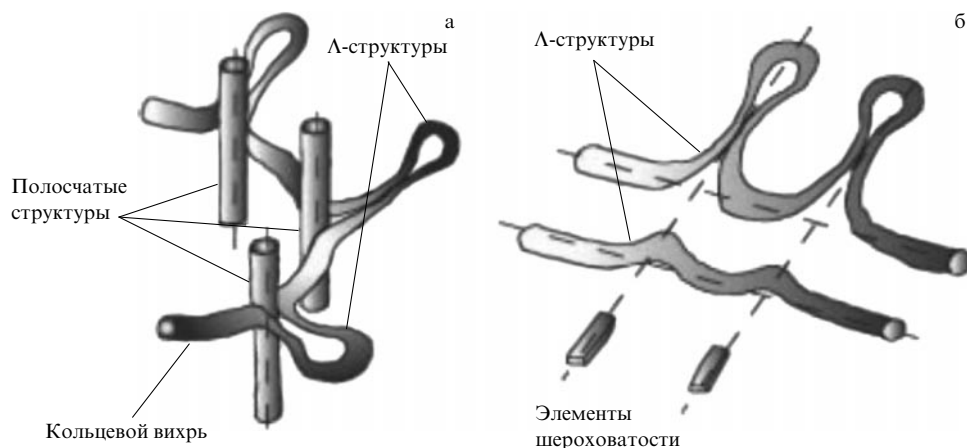


Рис. 11. Схема трёхмерного искажения кольцевого вихря на локальных неоднородностях течения (полосчатых структурах) (а) и двумерной волны неустойчивости на элементах шероховатости (б) [168].

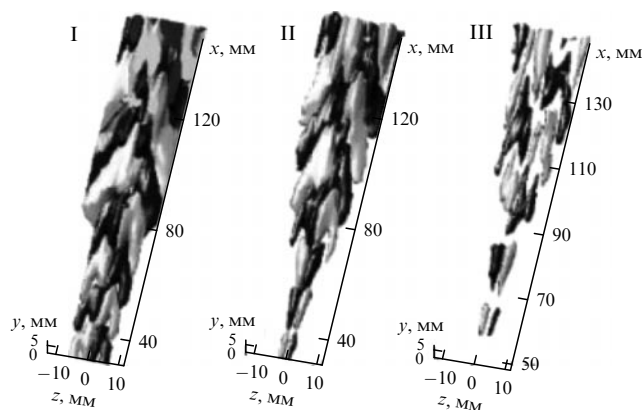


Рис. 12. Пространственные картины развития вторичного высокочастотного возмущения для случая нелинейной стадии синусоидальной неустойчивости, изоповерхности равных уровней амплитуды: $0,4\% U_\infty$ (I), $1,3\% U_\infty$ (II), $6,4\% U_\infty$ (III). Тёмные полутона — дефекты скорости [169].

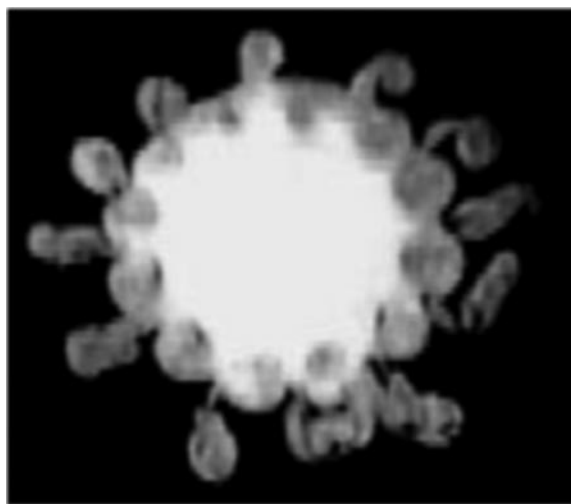


Рис. 13. Визуализация поперечного сечения круглой струи в процессе взаимодействия кольцевого вихря с полосчатыми структурами и образованием при этом азимутальных лямбда-структур [170].

трения и числом Рейнольдса в рамках модели Никурадзе, основанной на рассмотрении однозернистой равномерно распределенной шероховатости. Вместе с тем недавние эксперименты при больших числах Рейнольдса выявили влияние шероховатой стенки на центральную область потока. Отмечается, что существующие схемы оценки переноса в трубах и каналах (например, диаграммы Муди) не описывают многие эксперименты со специфической шероховатостью стенки. Обзор исследований турбулентности в потоках, ограниченных стенкой с шероховатой поверхностью, приведён в [171]. Для управления турбулентным потоком (которое можно использовать на практике, в том числе для снижения лобового сопротивления летательных аппаратов) применяют различные методы управления отрывными течениями с использованием локализованных источников возмущений в областях отрыва потока, акустического воздействия и придания обтекаемой поверхности волнистости либо иного профиля, использования риблет-вставок с шероховатой поверхностью. Микроэлектромеханические

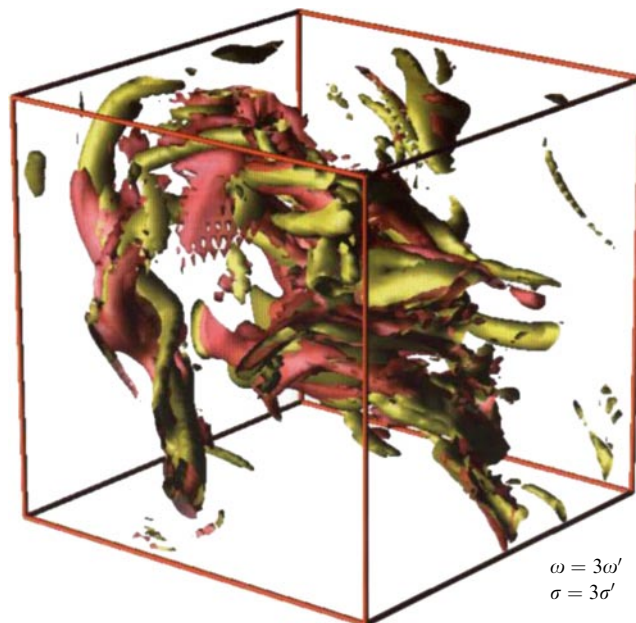


Рис. 14. Результаты численного моделирования турбулентного потока [122]. Завихренность большой амплитуды, более трёх стандартных отклонений, появляется в виде трубок (показаны жёлтым цветом). Диссипация большой амплитуды (показана красным цветом) не так явно организована, но концентрируется вблизи трубок максимальной завихренности.

кие системы (МЭМСы) используют микродатчики для адаптивного и выборочного управления индивидуальными возмущениями и структурами в пристенной части пограничного слоя в реальном масштабе времени (см. обзоры [115] и [172]).

Численные эксперименты. Для численного моделирования турбулентных потоков выбираются различные методы, включая наиболее перспективный так называемый метод крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES), см., например, [122, 173, 174]. Используется также прямой надёжный расчёт турбулентных течений, основанный на численном решении полных уравнений Навье–Стокса (см. [175]).

Пережимаемость в численных экспериментах наблюдалась как в двумерном, так и в трёхмерном моделировании уравнений Навье–Стокса (рис. 14). Даже в случае однородности и изотропности на глобальном уровне структуры большой амплитуды (с величиной более трёх стандартных отклонений) организованы в виде трубок, диссипация большой амплитуды также локализована около этих трубок. Причина такой концентрации диссипации неясна и количественные характеристики и скейлинги, описывающие такие структуры, также не определены. В принципе, мультифрактальный формализм описывает процесс с такими структурами различной геометрии, включая трубчатые и листовые структуры. Он наиболее перспективен для рассмотрения статистики турбулентности с пережимаемостью (см. [103, 112, 153]).

Обзор численных расчётов в ТПС приведён в работах [103, 176, 177]. Численные расчёты подтвердили, что около половины энергии в вязком подслое переносится когерентными структурами. Моделирование показало, что структура пристеночных потоков сложнее рассматриваемой во многих теоретических моделях. В численном эксперименте удалось достичь описания трёхмер-

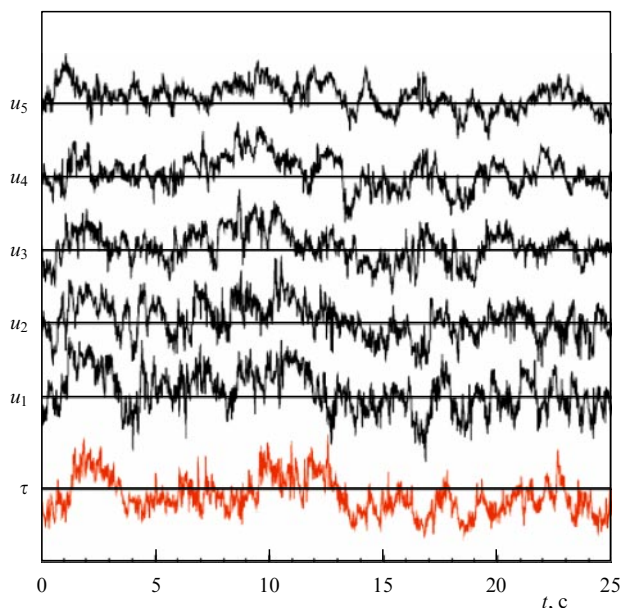


Рис. 15. Флуктуации скорости u в пяти областях (нормально к границе потока) в логарифмической зоне и напряжение сдвига на границе τ . Экспериментальные измерения в атмосферном приповерхностном слое (SLTEST) при очень большом числе Рейнольдса $Re \sim 10^6$ [182].

ного каскада импульса и самоподобия в широком диапазоне масштабов в логарифмическом слое. С ростом числа Рейнольдса наименьшие масштабы играют всё большую роль в процессе.

Недавние численные расчеты выявили существенное нелинейное взаимодействие крупномасштабных и мелкомасштабных флуктуаций, роль такого взаимодействия в формировании перемежаемости, а также значительное поперечное распространение возмущений из центральной зоны к стенке, влияющее на флуктуации напряжения сдвига на стенке (см. [178–180]). Такое воздействие центральной области на пристеночную зону усиливается при увеличении числа Рейнольдса [181]. Пример такого влияния приведён на рис. 15 [182], где наблюдаются корреляции скорости потока по всей глубине логарифмического диапазона и напряжения сдвига на стенке.

Следует отметить ещё один результат численных расчетов. Предыдущие расчёты были направлены на то, чтобы достичь разрешения вязкостных масштабов, предполагая, что меньшие масштабы в динамике можно не учитывать. В результате анализа численных результатов в последние годы было понято, что при увеличении числа Рейнольдса в процессе начинают играть роль всё меньшие масштабы. Наименьший динамически важный масштаб может быть значительно меньше колмогоровского [183].

Исследование движения частиц в турбулентном потоке, т.е. лагранжево описание турбулентности, в последние годы позволило существенно продвинуться в понимании статистических свойств турбулентности и роли мелкомасштабных структур (см. обзоры [184–186]). Экспериментальные результаты были получены для чисел Рейнольдса $R_\lambda \sim 350–900$ в установках с противоположно вращающимися дисками. Результаты численного моделирования изотропных и однородных турбулентных потоков получены при $R_\lambda \sim 280$, проведено детальное сравнение с экспериментом [185]. На рисунке 16 [187] показаны результаты экспериментального наблюдения высокоскоростных потоков и численного моделирования. Такие лагранжевы наблюдения принесли неожиданные результаты — наиболее интенсивные флуктуации оказались связаны с движением в мелкомасштабных вихревых структурах и сохраняются на временах, значительно превышающих время обращения вихря (см. [188]).

В заключение обзора исследований гидродинамической турбулентности следует отметить, что вопрос о разделении масштабов, если таковое существует в потоках ограниченных стенкой, является основой всех скейлинговых теорий ТПС. Для подтверждения этой гипотезы требуются надёжные данные экспериментов с большими числами Рейнольдса. Точность экспериментальных измерений пока ещё не позволяет получить данные в пользу какой-либо из противоположных гипотез, даже для скейлинга средней скорости. Новые экспериментальные установки позволяют изучать потоки с большими числами Рейнольдса. Вместе с тем, более актуальна, по-видимому, возможность разрешить и характеризовать все масштабы и структуры, а не простое движение в сторону увеличения чисел Рейнольдса в

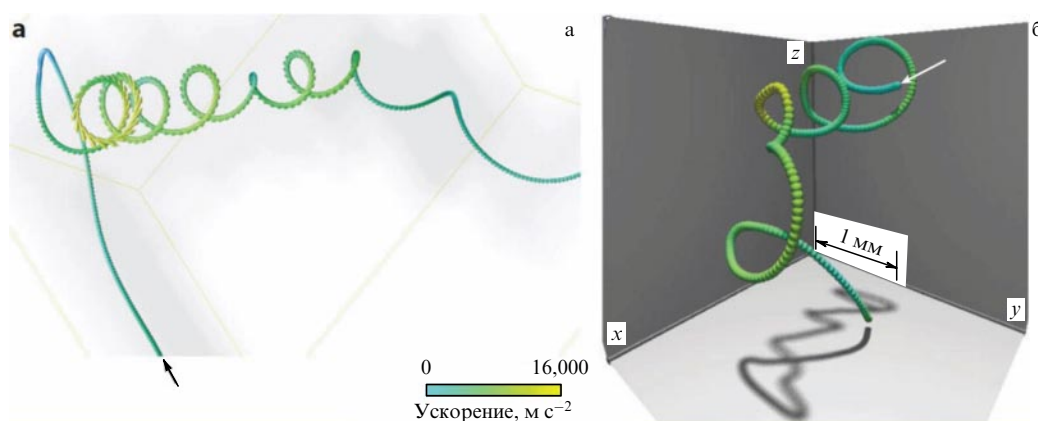


Рис. 16. Траектория элемента жидкости в мелкомасштабной вихревой трубке (филаменте), численное моделирование при $R_\lambda \sim 280$. Цвет и стрелки показывают величину и направление ускорения [153] (а). Экспериментально измеренная траектория ускорения частицы диаметром 46 мкм в турбулентном потоке при $R_\lambda = 970$, зарегистрированная со скоростью 70000 кадров в секунду [187] (б).

эксперименте. Для многих типов турбулентных гидродинамических потоков обычно наблюдаются крупномасштабные филаментарные структуры и перемежаемость, а также мультифрактальность и обобщённое самоподобие, что свидетельствует в пользу сильной нелинейной связи крупномасштабных и мелкомасштабных флуктуаций. Недавние вычислительные эксперименты позволили достичь лучшего понимания динамики в пристеночной зоне, однако потребуется пройти ещё длинный путь, чтобы в численных расчётах достичь параметров эксперимента. Таким образом, академический интерес к проблеме ТПС сохраняется. Дополнительные аргументы в пользу имеющихся гипотез и теорий гидродинамических ТПС могут дать экспериментальные данные о характеристиках турбулентности и перемежаемости в других средах, в том числе в плазме.

2.2. Измерения в магнитосфере Земли

Общие характеристики границы магнитосферы. Типичное пересечение всей магнитосферы и её внешних погран-

слоев спутником Интербол-1 16–17 марта 1998 г. от головной ударной волны (УВ) через магнитослой (МГС) до магнитопаузы (МП) и обратно показано на рис. 17а (см. [29], т. 1, с. 398–412, на материалах которой базируется раздел 2.2). Характерные подобласти вблизи МП даны на рис. 17б в соответствии с верхней полуплоскостью 8 — лето на рис. 1в: внешний и внутренний каспы, внешняя горловина каспа (ВГ) — 6 и турбулентный пограничный слой (ТПС) — 7. ВГ находится вне МП (6), внешний касп (4) — внутри МП, внутренний касп (3) — более глубоко в магнитосфере. Мы идентифицируем МП как самый внутренний токовый слой, где магнитное поле поворачивается от направления, определяемого солнечным ветром (СВ), к направлению, контролируемого геомагнитным диполем [190]. При турбулентном переходе МП может соответствовать протяженной зоне, в которой среднее направление магнитного поля теряет корреляцию с межпланетным магнитным полем (ММП) в СВ.

Толщина МП, определяемая по изменению максимальной компоненты поля, варьируется в широком

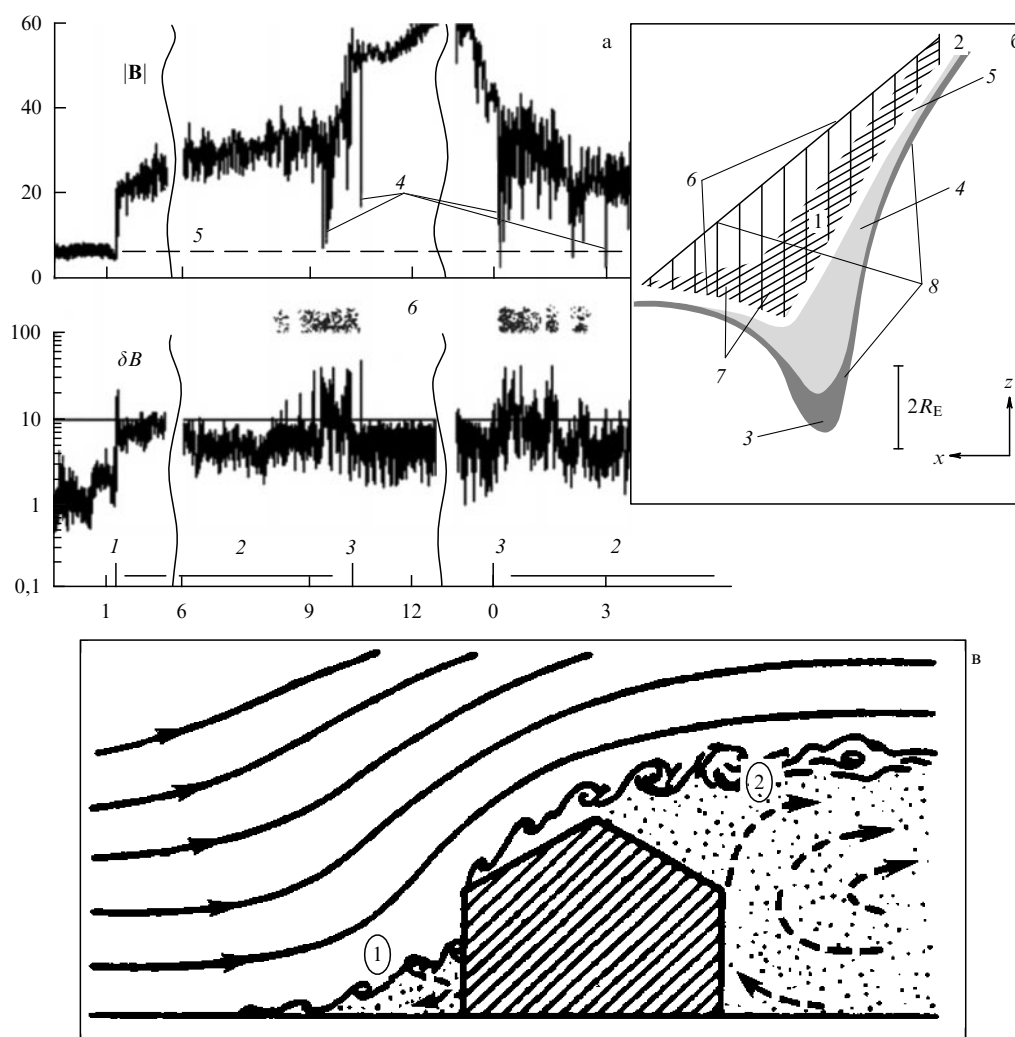


Рис. 17. Пересечение магнитосферы КА "Интербол-1" 16–17 марта 1998 г. от головной ударной волны (УВ — 1) через магнитослой (МГС — 2) до магнитопаузы (МП — 3) и обратно (см. текст); цифрами обозначены: 4 — диамагнитные полости, 5 — солнечный ветер, 6 — ТПС. (а) Вверху: модуль магнитного поля, $|B|$. Внизу: размах флуктуаций магнитного поля, δB . (б) Погранслои на границе магнитосферы в районе полярного каспа (см. верхнюю полуплоскость 8 на рис. 1в): 1 соответствует открытой горловине каспа, 2 — высокоширотный ТПС за каспом, 3 — внутренний касп, 4 — внешний касп, 5 — магнитопауза, 6 — внутренняя горловина, 7 — ТПС, 8 — застойная область, R_E — радиус Земли. (в) Схема образования турбулентного погранслоя (ТПС) при обтекании препятствия гидродинамическим потоком [189]; 1 — застойная зона, 2 — турбулентный след.

диапазоне значений от 50 до нескольких тысяч км, среднее равно 1600 км, медианное значение — 800 км. Ионный гирорадиус и инерционная длина составляют 40–80 км, что меньше определяемой толщины МП. Однако основной поворот направления поля примерно в половине случаев происходит на масштабах в 2–3 раза меньших, что приводит к существенному влиянию конечности гирорадиуса. Скорость МП лежит в диапазоне 0–300 км с⁻¹ с медианным значением ~ 50 км с⁻¹ и средним ~ 60 км с⁻¹, хотя за каспом её скорость не более 70 км с⁻¹.

Внешний касп — область с тремя различными популяциями ионов: свеженежестированные ионы из магнитосферы, ионы МГС, отраженные от ионосферы, и квазиперпендикулярные ионы, захваченные в локальном минимуме магнитного поля около каспа (ср. [191]). Он также характеризуется умеренным магнитным шумом в то время, как во внутреннем каспе подобный шум наблюдается только на границах.

В каспе МП может быть вогнутой (см. верхнюю полуплоскость на рис. 1в), что было предсказано в работе [192] и обнаружено на космическом аппарате (КА) HEOS-2 [189]. Статистика КА Интербол-1 и Cluster показывает, что углубление в среднем составляет $2R_E$ (R_E — радиус Земли), достигая $5R_E$ [193, 194]. МГС-плазма во внешней (по отношению к МП) горловине каспа (ВГ) сильно возмущена и заторможена.

Турбулентный пограничный слой (ТПС или TBL) — область снаружи и/или на МП, главным образом, над полярным каспом и вниз по течению за ним (рис. 1в). Здесь плотность энергии магнитных флуктуаций на крайне низкой частоте (англ. Ultra Low Frequency — ULF) сопоставима по порядку величины с плотностью кинетической энергии ионов и магнитного поля. В ТПС мощность ULF в несколько раз больше, чем в МГС, и на один-два порядка больше, чем внутри МП. ULF-колебания у МП могут независимо приводить к микропересоединению магнитного поля и локальному проникновению плазмы по всей МП даже без глобального пересоединения силовых линий (т.е. изменения средней топологии). Потенциальная роль пересоединения, как стационарного, так и импульсного, подробно обсуждается в обзоре [29]. МГД-моделирование и многоспутниковые измерения подтверждают прямое проникновение солнечной плазмы в районе минимума магнитного поля у каспа и в "sash" — продолжении каспа в хвост магнитосферы при поперечном межпланетном магнитном поле. Глубокое проникновение солнечной плазмы в плазменный слой, вплоть до полуночного сектора, происходит на границе нейтрального слоя в геомагнитном хвосте также при малом магнитном поле [29].

Внешний касп и турбулентный погранслои как основная область проникновения плазмы в дневную магнитосферу. Ещё Хаерендел [189] рассмотрел данные спутника HEOS-2, свидетельствующие о вихревой конвекции в застойной области над полярным каспом и ее возможных последствиях для переноса плазмы в магнитосферу и для пересоединения. Он предложил, что пересоединение не ламинарный процесс, а скорее побочный продукт вихревой конвекции (так называемое "вторичное" пересоединение на меньших масштабах), образующейся при взаимодействии потока с локальным препятствием — задней стенкой каспа (рис. 17в). Коэффициент "вихревой" диффузии, оцененный из ранних наблюдений, $D_{ed} \sim$

$\sim 5 \times 10^{10} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$. Поиск предсказанных свойств пересоединения уже в 1978 г. привёл к вполне определенным заключениям (мы следуем здесь очень важной для понимания физики плазменных пограничных слоев работе [190]): переход от ламинарных внешних потоков к пограничным происходит посредством турбулентности, обратных потоков, формирования и разделения вихрей. Средняя скорость потока в пограничном слое ниже, чем снаружи МП, поток нерегулярен и не направлен от подсолнечной точки, даже при южном ММП (отрицательном B_z). Таким образом, маловероятно, что касп — результат пересоединения в подсолнечной точке. Независимость наличия каспа от ММП служит одним из главных оснований считать пересоединение в районе каспа вторичным процессом. В классической модели пересоединения свободная энергия содержится в магнитной конфигурации с нейтральной точкой (или линией в трёх измерениях) X-типа. Магнитная энергия преобразуется в турбулентную энергию волн и кинетическую энергию истекающей плазмы. Если среда находится в состоянии (макроскопической) турбулентной конвекции, то появляются дополнительные источники свободной энергии, которая может питать микротурбулентность. Аномальная диффузия в области локально противоположных флуктуирующих полей с большой вероятностью должна инициировать вторичное пересоединение, открывающее путь плазме из МГС на замкнутые силовые линии. Действительно, по данным КА Интербол-1, в центре турбулентного погранслоя обнаружены масштабы, сравнимые с электронным гирорадиусом (рис. 18а), которые свидетельствуют о нарушении замороженности электронов, т.е. об эффективном пересоединении [29]. Остальное похоже на классическую картину пересоединения с двумя отличиями: 1) характерная длина должна быть порядка размеров конвективной ячейки ~ 1000 км, 2) вместо стационарной картины пересоединение должно "мерцать" с временным масштабом $t \sim 20$ с [189]. В горловине каспа основное отличие от стационарного пересоединения на гладкой МП — отсутствие регулярных направленных потоков и независимость пересоединения в разных полушариях. Там, как правило, имеется область локально антипараллельных магнитных полей, так что "аннигиляция" среднего магнитного поля может происходить более эффективно на средних (между МГД и гиро) масштабах, что не исключает одновременного пересоединения вдали от каспа на глобальных масштабах, сравнимых с радиусом кривизны магнитопаузы [21].

Взаимодействие потока плазмы с каспом и его топология. На рисунке 17а приведён вход КА Интербол-1 из СВ в магнитосферу, включая ударную волну УВ, МГС и МП на входе и на выходе. На УВ флуктуации имеют узкий максимум, а снаружи МП видна широкая зона более интенсивных волн — ТПС, содержащий провалы $|B|$ ниже уровня ММП — диамагнитные полости (ДП).

По данным КА Интербол-1 в 1995–2000 гг. (651 пересечений ТПС примерно на 400 пересечениях МП, [19]), ТПС присутствует в $\sim 80\%$ случаев высокоширотных пересечений МП (со средней амплитудой ~ 20 нТл). На дневной стороне события концентрируются на высоких широтах ($|Z| > 4R_E$, Z — координата вдоль магнитного диполя) над каспами и вниз по течению от них, что и связывается с ТПС. Самые интенсивные события аппроксимируются эффективным диском с диаметром

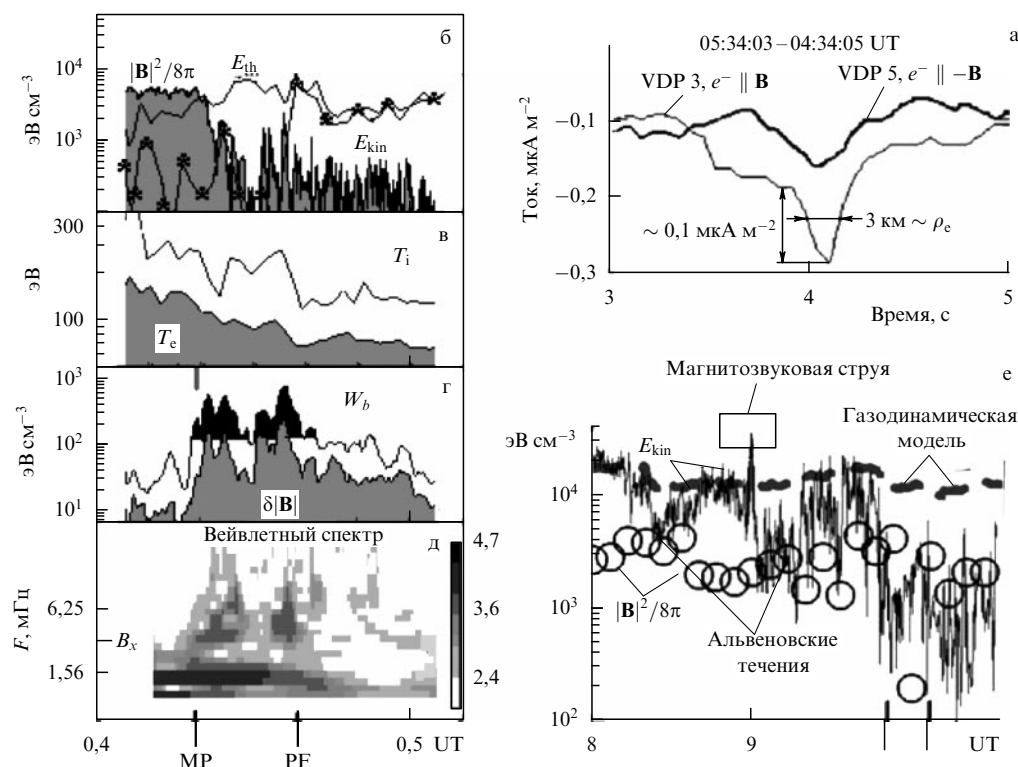


Рис. 18. Исследования структуры турбулентного пограничного слоя и каспа КА Интербол-1: токовый слой размером $\sim \rho_e$ (гирорадиус электронов, см. [193]) в ТПС по данным цилиндров Фарадея (VDP, 21.04.1996 (а); плотности энергии ионов (E_{th} — тепловая, E_{kin} — кинетическая) и магнитного поля ($|B|^2/8\pi$), 02.04.1996 (см. [17]) (б); температура ионов (T_i) и электронов (T_e), 02.04.1996 (в); мощность магнитных флуктуаций, W_b — полная, $\delta|B|$ — сжимаемых волн, 02.04.1996 (г); вейветный спектр B_x , 02.04.1996 (д); плотность кинетической энергии ионов, E_{kin} (пунктиром показано моделирование, см. текст) и плотность магнитного поля, $|B|^2/8\pi$ (кружки) в эВ см⁻³, ускоренная магнитозвуковая струя выделена прямоугольником, 19.06.1998, (см. [19]) (е).

$6R_E$ над дневными каспами со средним значением максимумов ~ 22 нТл и характерным порогом > 10 нТл. Большинство низкоширотных событий с порогом флуктуаций 7 нТл наблюдаются в ближнем хвосте или соответствуют возмущениям в СВ. Летний ТПС (см. полуплоскость "лето" на рис. 1в) и МП имеют прогиб над каспом глубиной $\sim (1-3)R_E$. Очевидных зависимостей положения ТПС от компоненты B_z ММП не обнаружено.

Данные КА Интербол-1 на высоких широтах при наклоне оси магнитного диполя к Солнцу показывают регулярное наблюдение застойной плазмы в горловине каспа над вогнутой МП [19], что соответствует предсказаниям о взаимодействии потока плазмы МГС с открытой горловиной каспа с образованием ТПС [189].

КА Polar 19 июня 1998 г. находился над каспом в северной застойной зоне вне МП (наклон диполя $+20^\circ$), КА Интербол-1 регистрировал подобную плазму в диамагнитной полости внутри МП, "плазменном облаке" (ПО), при отрицательном угле наклона в южном полушарии [21]. На рисунке 18е даны плотности энергии в эВ см⁻³: магнитной $|B|^2/8\pi$ (кружки) и кинетической E_{kin} (черная линия), пунктирная кривая показывает предсказания газодинамической модели GDCF для E_{kin} [19]. Средний поток в МГС до МП (в $\sim 09:53$ UT — Universal time, всемирное время) дозвуковой и сверхальвеновский ($E_{kin} > |B|^2/8\pi$). Сразу внутри МП энергичные электроны дают высокую скорость счёта, что характерно для границы закрытых магнитосферных силовых линий. ММП B_z стало северным за 10 мин до МП. Отношение ионного теплового давления к магнитному $\beta_i > 1$, в 09:56–10:03 UT $\beta_i \sim 15$.

Схема взаимодействия потока СВ с наклоненным диполем на нижней полуплоскости (9 — зима, рис. 1в) следующая: МП в южном полушарии (зима, диполь отклонен от Солнца) не имеет углубления, а данные КА Polar подтверждают конфигурацию на рис. 1в при наклоне диполя к Солнцу в летнем полушарии (ср. [21]). В работе [19] было показано, что ВГ регистрируется при положительных наклонах магнитного диполя, а ПО — при отрицательных. Так, максимальное число (20 ПО) приходится на углы между -15 и -25° , 77 % ПО зарегистрированы при наклонах $< -5^\circ$, 6 появлений ВГ наблюдаются при отрицательном, и 21 случай — при положительном угле наклона диполя ($> |5|^\circ$). Энергичные частицы в большинстве случаев подтверждают, что ПО соответствуют закрытой топологии. Зависимости возникновения ПО от угла поворота магнитного поля на магнитопаузе не обнаружено, в то время как для > 65 % случаев компонента ММП $B_z > 0$. Итак, при абсолютных углах наклона диполя $> 10^\circ$ горловина каспа стремится 1) при наклоне диполя к Солнцу быть открытой, ТПС снаружи вогнутой магнитопаузы разделяет застойную и магнитосферную плазму; 2) при отклонении от Солнца быть закрытой вместе с застойной плазмой более гладкой МП. Однако в $\sim 2/3$ случаев (особенно при углах наклона $< 10^\circ$) крупномасштабная структура горловины каспа нерегулярна. В работе [192] было показано, что общая для ОС и ПО особенность — захваченные ионы из МГС — часто видна и при низком β , и в областях меньшего масштаба (см. диамагнитные полости выше). Высокие значения $\beta_i \sim 2-15$ и прямое взаимодействие плазмы ПО с набегающими потоками

МГС представляют собой отличие ПО от остального внешнего каспа. Среднее положение ПО связано с областью локально антипараллельных магнитных полей у МП, что соответствует месту минимума $|\mathbf{B}|^2/8\pi$. На спутниках Cluster также регулярно регистрируются ПО.

Обратимся к процессу потери кинетической энергии потоком плазмы в ТПС над магнитопаузой 19 июня 1998 г. Главный вопрос, как практически незамагниченное ПО взаимодействует с набегающим потоком бесстолкновительной плазмы, ведь магнитное давление в ПО мало. Внутри МП на расстоянии порядка гирорадиуса частицы в магнитном поле отразятся или повернут. Однако перед МП отклонение потока МГС обеспечивают только локальные электрические поля и волны. Нормальное к МП электрическое поле E_n может поддерживаться поверхностным зарядом на МП и отклонять плазму МГС, ускоряя ее вдоль магнитопаузы за счёт дрейфа в скрещенных полях. При нарастании E_n в положительном (антисолнечном) направлении с приближением к МП инерционный дрейф, так же как и эффективные столкновения, вызванные взаимодействием с нелинейными волнами, могут уменьшить нормальную компоненту скорости ионов. В изучаемом случае волны дают основной способ взаимодействия плазмы МГС с ПО.

Спектральные максимумы на 1–2 мГц видны в МГС ввиду, они усиливаются перед МП. Из рисунка 18г, и видно, что на частоте $\sim 1,3$ мГц основной вклад в колебания даёт плотность, что связывается с резонансом быстрых магнитозвуковых волн между МП и ударной волной [19]. Характерная частота $\sim 1,5$ мГц на рис. 18д также может быть связана с этими колебаниями. Они могут появляться, начиная от границы магнитосферы и до авроральных наземных станций. Перед МП флуктуации скорости также синхронизованы этим резонансом и на ~ 3 мГц появляются волны, гораздо хуже видимые в возмущениях плотности, что характерно для альвеновских волн.

Концепция взаимодействия набегающей плазмы с поверхностным зарядом на границе была применена в [21] к случаю возникновения струи в 09UT 19.06.1998 г. Количественно ускорение плазмы в неоднородном внешнем поперечном электрическом поле на границе пограничного описывается в приближении инерционного дрейфа, который происходит со скоростью

$$\mathbf{V}_d^{(1)} = \frac{1}{M\omega_H^2} \frac{d\mathbf{F}}{dt} = \frac{Ze}{M\omega_H^2} \frac{d\mathbf{E}}{dt}, \quad (38)$$

где M , ω_H , Ze — масса, циклотронная частота и заряд частиц соответственно, \mathbf{F} — сила поперёк магнитного поля, \mathbf{E} — электрическое поле. На рисунке 18е при средней скорости плазмы в 08:55UT $\mathbf{V} \sim (-170, -70, -80)$ км с⁻¹ электрическое поле в момент наблюдения струи достигает 8 мВ м⁻¹. Приращение энергии при инерционном дрейфе (38) составляет $\delta E_{\text{kin}} \sim \delta(M(|\mathbf{V}_d^{(0)}|)^2/2) \sim \sim 30$ кэВ см⁻³, где $\mathbf{V}_d^{(0)} = c[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]/B^2$ — скорость электрического дрейфа (c — скорость света, \mathbf{E} и \mathbf{B} — векторы электрического и магнитного полей). Из формулы (38) следует, что ионы и электроны дрейфуют в разных направлениях, что объясняет появление "перемежаемых" токовых слоев с аномально большой статистикой больших углов поворота магнитного поля в ТПС (см. следующий раздел) за счёт нейтрализации поперечных поляризационных зарядов продольными электрон-

ными токами [195]. Ускорение струи поверхностным зарядом на МП обнаружено и по данным четырёх КА Cluster 13.02.2001 г.

Итак, наши данные свидетельствуют о возможности превращения ламинарного потока за ударной волной в нестационарные магнитозвуковые струи и замедленные альвеновские течения, составляющие единую синхронизованную картину взаимодействия во внешнем пограничном слое, толщина которого оценивается в $(1-2)R_E$ при расстоянии от МП до Земли $\sim 10R_E$.

Свойства турбулентности и мелкомасштабных процессов и их роль в переносе плазмы. Обратимся теперь к роли описанных волновых взаимодействий в масштабах всего внешнего каспа. При взаимодействии с МП неоднородности в потоке генерируют альвеновские волны, часть из которых отражается назад, фокусируется вогнутой МП и взаимодействует с набегающим потоком [17]. В результате, самосогласованно возникает ряд каскадов, синхронизованных на выделенных частотах f_i . Характерный пространственный масштаб для волн с частотой 1,5 мГц оценивается как $L \sim V_A/f_i \sim (3-7)R_E$ (V_A — альвеновская скорость), что сравнимо с протяженностью ТПС (см. рис. 17) и толщиной МГС на дневной стороне. Нагрев ионов в ТПС согласно соотношениям Рэнкина–Гюгонни на ударной волне, оцененный по магнитозвуковому числу Маха в МГС, альвеновскому числу Маха относительно нормальной к набегающему потоку (НП) проекции скорости ($M_M \sim M_{An} \sim 1,2$) и по полной скорости ($M_A \sim 3,5$), составляет 1,6 и 5 соответственно. Наблюдаемый нагрев ионов в ТПС выше (в 2,2 раза), чем на косой ударной волне, и меньше максимально возможного. Таким образом, преобразование энергии отличается от ударной волны: вся возмущённая область — это единое целое с "дальнодействующими" каскадами, вихревыми дорожками и когерентными структурами.

В ТПС происходит эффективное пересоединение флуктуирующих полей, что позволяет плазме проникать внутрь МП и обеспечивает перенос магнитного потока с дневной стороны магнитосферы на ночную. Необходимым свойством пересоединения является наличие структур с масштабом, сравнимым с инерционной длиной или гирорадиусом электрона, которые у МП близки. На рисунке 18а показан пример регистрации такого электронного тока в ТПС 21 апреля 1996 г. по данным противоположно направленных цилиндров Фарадея на борту КА "Интербол-1" [193]. Его уникальность — в определении микромасштаба с точностью до множителя 2, в то время как все остальные подобные измерения делаются с точностью по порядку величины (ср. [29]). Прямой турбулентный каскад представляет собой в ТПС естественный источник для структур с электронным масштабом [189].

Кроме микропересоединения значительный вклад в процесс переноса даёт перколяция (см. [29]) плазмы сквозь структурированную границу с коэффициентом диффузии (здесь не учитывается возможность супердиффузии, см. ниже)

$$D_p \sim 0,66 \frac{\delta B}{B_0} \rho_i^2 \omega_{Hi} \sim (5-10) \times 10^9 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}, \quad (39)$$

что даёт поток $(1-2) \times 10^{27}$ частиц с⁻¹ через северный и южный ТПС, которого достаточно для заполнения магнитосферы солнечной плазмой.

Изучение статистических свойств возмущений в ТПС, в частности функцию распределения угла вращения вектора магнитного поля в плоскости максимальных магнитных вариаций в ТПС 19.06.1996 г. свидетельствует о негауссовской статистике на больших углах вращения, причём функция распределения на больших углах аппроксимируется симметричной функцией Леви с характерным индексом $\alpha \sim 1,17$ (для гауссова распределения $\alpha = 2$), что говорит о мультифрактальном характере наблюдаемой перемежаемой турбулентности [18]. Статистические свойства функции распределения ионных потоков близки к свойствам магнитных флуктуаций.

В результате многомасштабного перемешивания и пересоединения силовые линии оказываются связанными через ТПС в статистическом смысле, без возможности проследить отдельные силовые линии в неоднородной неравновесной среде с двумя фазовыми состояниями: одна фаза — замороженная МГД-плазма, а другая — почти немагнитные "диамагнитные полости", вложенные в нелинейные токовые слои и вихри. Именно эта фаза (в статистическом смысле, см. [17]) обеспечивает спектры мощности с наклоном ~ -1 .

Итак, основные процессы в погранслоях и набегающем потоке взаимосвязаны и глобально синхронизированы колебаниями турбулентного погранслоя и магнитослоя как целого и ускоренными плазменными струями. Струи модулируют как течение плазмы в погранслоях, так и пересоединение полей на магнитопаузе. Таким образом, мы имеем дело не со следствием аддитивных реакций на возмущения в солнечном ветре и переходной области, а со сложной многомасштабной нелинейной системой, что качественно меняет ее поведение, вызывает "катастрофическую" перестройку течения и магнитной топологии, приводит к зависимости от предыстории, к появлению аномально высоких корреляций на больших масштабах (перемежаемости) и образованию когерентных структур, обеспечивающих эффективное преобразование энергии и перенос плазмы.

Необходимо также отметить, что исследования плазменных струй находятся на начальной стадии, но их значение для физики погранслоев, турбулентности и обтекания плазмой препятствий может оказаться, по крайней мере, сравнимым со значением пересоединения магнитных полей, которому в физике космической плазмы уделялось основное внимание в последние десятилетия. Кроме того, как показано ниже, статистика появления струй в магнитосферных погранслоях соответствует свойствам пристеночной плазмы в термоядерных установках: в обоих случаях наблюдается перемежаемость, обобщенное самоподобие и супердиффузия.

2.3. Измерения в плазме термоядерных установок

Низкочастотная турбулентность пристеночной плазмы измерялась во многих токамаках, начиная с экспериментов на первом токамаке ТМП в Курчатовском институте в 1956 г. (см. [11]). С конца 1970-х гг. прилагаются значительные усилия для измерения параметров турбулентности пристеночной плазмы в термоядерных установках (ТУ) для выяснения механизмов переноса плазмы поперёк магнитного поля, которые аномально велики вблизи стенки. Пристеночная плазма в ТУ — очень сложный объект для исследований. Один из наиболее информативных методов её изучения — зондовый метод (см. [196–198]). Применяются миниатюрные

зонды из теплостойких материалов (обычно из вольфрама или графита), погружаемые в плазму. Такие зонды называются электрическими или ленгмюровскими (в честь Ленгмюра, разработавшего методику измерения параметров плазмы зондами). Используются также оптические методы диагностики (измерение спектральных линий основной и примесной компонент плазмы), болометры, собирающие зонды, термодатчики, рефлектометрия, магнитные зонды, пучковые диагностики (литиевый и гелиевый пучки), лазерное рассеяние, микроволновая рефлектометрия, регистрация оптического излучения быстрыми цифровыми видеокамерами [14, 199]. Применение таких методов диагностики обосновывается для разных установок, с учетом соответствующих условий, таких как размер установки и диагностических патрубков, временной и пространственной масштаб изменения параметров плазмы. Временное и пространственное разрешения диагностик различны, каждая из диагностик имеет свои преимущества. Для исследования низкочастотной турбулентности плазмы наиболее эффективны ленгмюровские зонды [14, 198].

Измерения параметров пристеночной турбулентности проводились в токамаках T-10 [200], TF-2 [201], FT-2 [202], DIII-D [203], TEXTOR [204], JET [205], Tore Supra [206], JT-60U [207], Asdex-U [208], MAST [209] и др. [14], в стеллараторах J-2 [210, 211], LHD [212] TJ-II [213] и др., линейных системах [214, 215], пинчах с обращённым магнитным полем [216], плазменных установках NAGDIS-II [217], PISCES [218] и др.

Временное изменение параметров пристеночной плазмы имеет характерную структуру с наличием аperiodических всплесков (пульсаций) амплитуды (рис. 19). Это наблюдается для флуктуаций плотности, электрических полей, поперечных потоков плазмы, связанных с $[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]$ -дрейфом. Такое свойство низкочастотной турбулентности называется перемежаемостью (англ. intermittency) и наблюдается многими исследователями во всех лабораторных установках с магнитным удержанием высокотемпературной плазмы — токамаках, стеллараторах, линейных установках, пинчах с обращённым магнитным полем [14].

Турбулентные флуктуации пристеночной плазмы содержат всплески амплитуд характерной формы с резким нарастанием и затяжным уменьшением амплитуды (рис. 19б) на масштабе времён порядка 50–200 мкс. Такие характерные времена наблюдались в пристеночной плазме термоядерных установок разного масштаба и с различной магнитной топологией магнитной ловушки: токамаках, стеллараторах, линейных установках. Такие структуры в литературе называют когерентными структурами, а также бёрстами (от англ. burst) и блобами (от англ. blob). Время, которое сигнал проводит в таких когерентных структурах, составляет от $\sim 1\%$ до $\sim 15\%$ от общей длительности сигнала.

Характерные свойства радиальной зависимости параметров краевой турбулентности в значительной степени схожи во всех ТУ. Уровень турбулентности (отношение амплитуды флуктуаций плотности к среднему уровню) увеличивается в краевой области разряда. Такое поведение наблюдается в установках различного масштаба с разными методами нагрева плазмы (см. обзор [14]). Относительный уровень флуктуаций электронной плотности увеличивается от $\delta n/n \sim 5\%$ в центральных областях плазменного разряда до $\delta n/n \sim 100\%$ в пристеноч-

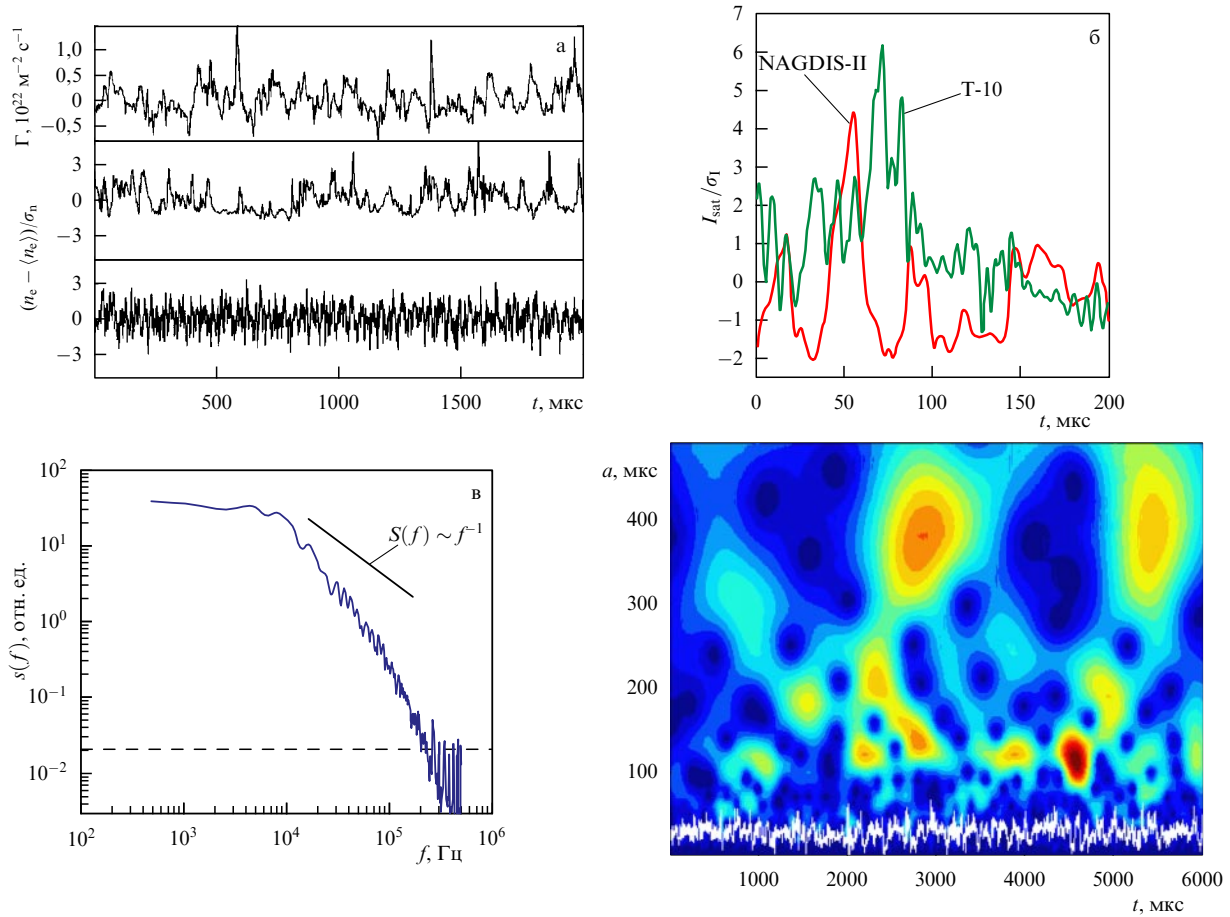


Рис. 19. Сигналы флуктуирующих параметров пристеночной плазмы в токамаке Т-10: *вверху*: поперечного потока частиц Γ в СОЛ на радиусе $t = 36$ см, плотности плазмы n_e ; *в центре*: на радиусе $r = 32$ см; *внизу*: $r = 29$ см (а). Пример типичных пиков большой амплитуды флуктуаций в пристеночной плазме токамака Т-10 и NAGDIS-II. Показан сигнал ионного тока насыщения (плотности плазмы), нормированный на величину среднеквадратичного отклонения (б). Типичный фурье-спектр флуктуаций плотности плазмы в токамаке Т-10, СОЛ, $r = 36$ см, пунктиром показан уровень шума в сигнале. Для сравнения приведён закон $1/f$ (в). Вейвлет-преобразование $|Y_\psi(t, a)|$ сигнала плотности пристеночной плазмы демонстрирует иерархию структур (амплитуда возрастает от синего к красному цвету), белым цветом показан экспериментальный сигнал в токамаке Т-10, $r = 32$ см (г).

ной зоне [14]. Это увеличение монотонное и гладкое, в том числе при переходе через последнюю замкнутую магнитную поверхность. Отсутствует надёжно установленная зависимость уровня флуктуаций плотности $\delta n/n$ от средней (хордовой) плотности плазмы. Относительные флуктуации потенциала плазмы ϕ , нормированного на T_e , имеют приблизительно то же значение, что и флуктуации плотности. Однако, например, в токамаке TEXT соотношение Больцмана $e\delta\phi/T_e = \delta n/n$ не выполняется [14]. Флуктуации электронной температуры измерить довольно сложно; проведенные измерения показали $\delta T_e/T_e \sim (0,3-0,4) \delta n/n$ в токамаках DIII-D [203], TEXT [14], TEXTOR [219]. В токамаке JET $\delta T_e/T_e \sim 0,1$ в пристеночной зоне [220]. Флуктуации магнитного поля на периферии токамака малы, $\delta B_r/B_t \sim 10^{-5}-10^{-4}$ [221–223], они не оказывают значительного эффекта на перенос частиц (хотя вклад флуктуаций магнитного поля может быть опосредованным и влиять на свойства низкочастотной турбулентности, см., например, [26, 27]). Частотный спектр пристеночной турбулентности уширенный, он имеет плато до некоторой частоты, которая варьируется для разных установок в диапазоне $\sim 10-100$ кГц, выше которой спектр падает по степенному закону с показателем $\sim 1-4$ [14] (рис. 19в). Частот-

ный спектр варьируется с радиусом. Во всём диапазоне частот (от 0,1 кГц до 1 МГц) отсутствует надёжно зарегистрированная и обоснованная зависимость формы спектра от средних и локальных плотностей, электронной и ионной температур плазмы (либо их градиентов) на периферии разряда.

Автокорреляционные функции (АКФ) сигналов исследовались в экспериментах на токамаках [14], стеллараторах [224] и других плазменных установках. АКФ спадают не по экспоненциальному, а по степенному закону $A(\tau) \sim \tau^\nu$ за времена $\tau < 10-20$ мкс [225]. При этом показатель степенного закона не остаётся постоянным во всём диапазоне частот. Так, на временах порядка 10 мкс график можно аппроксимировать степенным законом с $\nu = -(2,7-3,4)$. На больших временах (до 1–10 мс) наблюдаются осцилляции, что указывает на существование дальнего порядка корреляций. Вид АКФ изменяется с радиусом при приближении к стенке, однако однозначно классифицировать свойства турбулентности по форме АКФ не удаётся.

Характерный масштаб пространственных корреляций при традиционном подходе определяется как длина, на которой коэффициент взаимной корреляции сигналов с двух разнесённых в пространстве зондов падает до

величины $\sim 0,3$. В токамаках такой характерный масштаб корреляций в полоидальном направлении составляет величину $\sim 5-10$ мм [226].

Измерения сверхбыстрой видеокамерой динамики двумерной структуры пристеночной турбулентности в токамаках показали, что турбулентность развивается как во времени, так и в пространстве [14]. В токамаках Alcator-CMod [227], DIII-D [228], NSTX [229], стеллараторе W7-AS [230] наблюдаются структуры, вытянутые вдоль магнитного поля.

В литературе приводятся данные о масштабах полоидальных и радиальных корреляций (оценённых методом корреляционных функций) $L_{\text{pol}} \sim 0,5-5$ см и $L_{\text{rad}} \sim (0,5-1) L_{\text{pol}}$ соответственно. Сообщается о средних тороидальных корреляциях $L_{\text{tor}} \sim 10-20$ см [14] и соотношении $L_{\text{rad}} \sim (0,2-0,4) L_{\text{tor}}$. В некоторых экспериментах наблюдаются более дальние, до нескольких метров, корреляции. Однако эти данные крайне несистематичны, они дают лишь приблизительное, качественное представление о характерных пространственных масштабах неоднородностей.

Необходимо отметить, что спектральный метод выявляет лишь корреляции, связанные с трансляционной симметрией — инвариантностью процесса относительно сдвига во времени. Дальний порядок корреляций, вызванный масштабной инвариантностью турбулентности, можно выявить, применяя соответствующие методы анализа — вейвлет-методы.

Вейвлет-преобразование иллюстрирует наличие когерентных структур в исследуемом сигнале, их иерархию. Типичное вейвлет-преобразование для турбулентного сигнала плотности в токамаке T-10 представлено на рис. 19г. Иерархия структур, наблюдаемая на рис. 19г, свидетельствует о каскадном процессе и самоподобии. Наблюдается ветвление, древообразная форма, что свидетельствует о фрактальных свойствах процесса.

Спектр волновых чисел (k -спектр) может быть определён по двухточечным зондовым измерениям. Измерения спектров волновых чисел проводились многоэлектронными зондами и многоточечной оптической диагностикой [231–233]. Спектр полоидальных волновых чисел (интегрально по всем частотам) уширен подобно форме частотного спектра (интегрированного по всем k_{pol}), как и ожидается из гипотезы вмерзнутости потока. Форму радиального k_{rad} спектра измерить сложно из-за значительного радиального изменения средних параметров плазмы на масштабе корреляционной длины. Структура периферийной турбулентности вдоль магнитного поля, измеренная ленгмюровскими зондами, имеет длины корреляций вдоль и поперёк поля $L_{\parallel} \gg L_{\perp}$ [234–236]. Это обусловлено большой подвижностью электронов вдоль \mathbf{B} и подтверждается в экспериментах с регистрацией оптического излучения из периферии токамака [237, 238].

Полоидальные волновые вектора k_{pol} в пристеночной плазме ТУ изменяются в диапазоне $\sim 0,1-5$ см $^{-1}$. Это соответствует диапазону значений скейлинга $\langle k_{\text{pol}} \rangle \rho_i \sim 0,02-0,1$ (где $\langle k_{\text{pol}} \rangle$ — усредненное полоидальное число и ρ_i — локальный гирорадиус ионов, $T_i = T_e$), т.е. типичному диапазону низкочастотной турбулентности [239–243]. Рассмотрение такого скейлинга мотивировано простейшими теоретическими моделями, исследующими линейный инкремент дрейфовых волн с максимумом вблизи значений $\langle k_{\text{pol}} \rangle \rho_i \sim 0,03$. В рамках под-

хода, рассматривающего длину перемешивания (англ. "mixing length" limit), ожидается скейлинг уровня флуктуаций $\delta n/n \sim 1/(k_{\text{rad}} L_n)$, $L_n = n/(dn/dr)$. Такая зависимость в некоторых экспериментах выполняется при $r/a < 1$ [14]. Однако этот скейлинг не соответствует наблюдениям сильной перемежаемости и высокого уровня $\delta n/n$ в дальнем СОЛ, где радиальный градиент уплощается.

Уровень флуктуаций не зависит от тока плазмы и запаса устойчивости в токамаках ASDEX и TEXT [244, 245].

В целом, экспериментально и надежно обоснованных количественных и универсальных скейлингов, описывающих свойства низкочастотной пристеночной турбулентности в широком диапазоне масштабов, не получено.

Фазовая скорость в полоидальном направлении в краевой плазме токамаков [246] достигает $\sim 1-10$ км с $^{-1}$ (в лабораторной системе координат). Измерения показали, что эта скорость меняет свое направление: от направления электронного диамагнитного дрейфа внутри последней замкнутой поверхности к направлению в сторону ионного дрейфа в СОЛ. То есть имеется сильный шир (смена направления движения) вблизи последней замкнутой магнитной поверхности (ПЗМП). Это наблюдается в токамаках с разной конфигурацией — лимитерных и диверторных, в L- и в H-модах. Вблизи ПЗМП радиальная скорость в среднем сравнима или меньше, чем полоидальная скорость. Но радиальная скорость к стенке может быть больше полоидальной в основном в СОЛ и достигать 1 км с $^{-1}$, т.е. нескольких процентов локальной скорости звука. Радиальная скорость когерентных структур, ответственных за перемежаемый турбулентный перенос, может уменьшаться при приближении к стенке в СОЛ (в токамаке DIII-D [247]) или быть постоянной (в токамаке Alcator C-Mod [248]). Значительная неоднородность турбулентности, присутствие когерентных структур — типичное свойство пристеночной турбулентности, поэтому такого типа турбулентности также было предложено называть структурной турбулентностью (см. [224]).

Перенос плазмы поперек магнитного поля обладает свойством перемежаемости. Зондовые измерения перемежаемости турбулентного потока проводили на разных токамаках T-10 [90, 249], TF-2 [250], TEXTOR [231, 251], CASTOR [252], DIII-D [92], MAST и Tore-Supra [209], стеллараторах J-2 [224], LHD [253, 254] и др. [14]. Перемежаемость турбулентности наблюдалась в L- и в H-режимах. Большая часть потока (до половины величины) может переноситься когерентными турбулентными структурами (в токамаках T-10 [90, 249], TF-2 [250], DIII-D [247] и др.). Радиальный профиль турбулентного потока не постоянен по радиусу. Свойства перемежаемости и супердиффузии присущи также и магнитосферным пограничным [20, 255].

Статистические свойства турбулентности плазмы в токамаках и других ТУ исследовались, начиная с 1990-х гг. Функция распределения плотности вероятности (ФРПВ) флуктуаций плотности плазмы и поперечного потока частиц значительно отклоняются от гауссова закона. Типичный вид функции распределения амплитуд флуктуаций показан на рис. 20 [256]. Наблюдается асимметрия ФРПВ и превышение над гауссовской кривой при больших амплитудах (так называемые "тяжёлые хвосты"), которые встречаются в сигналах с

большей вероятностью, чем предсказывается законом классического броуновского процесса (известного в литературе как "белый шум"). Наличие больших пиков (с амплитудой, большей чем три величины стандартного отклонения, называемых в литературе "бёрстами") свидетельствует о значительной перемежаемости в системе. Асимметрия ФРПВ наблюдается как для плотности плазмы, электрических полей, так и для радиального потока плазмы (рис. 20). Отметим непрерывность функции распределения. Это означает, что турбулентный процесс не является простейшей суммой двух независимых процессов — "белого шума" и "когерентной моды". В этом случае ФРПВ имела бы соответствующий вид с максимумом при больших аргументах. В экспериментах же наблюдается равномерно спадающая ФРПВ [14]. Описать экспериментальную функцию распределения известными аналитическими функциями в настоящее время не представляется возможным. Хвосты ФРПВ описываются не экспоненциальной функцией, а алгебраической: $P(x) \sim x^{-b}$, причём показатель закона b не является постоянной величиной. Как известно из теории вероятностей (см. [66]), такие степенные законы отражают свойство памяти в случайном процессе. В теории вероятностей предлагаются различные классы случайных процессов, имеющих свойство памяти. Функция распределения в таких моделях не описывается элементарными функциями, а для многих моделей известны лишь способы аппроксимации функции распределения полиномами либо вид уравнения, решением которого она является. В литературе обсуждается функциональная зависимость экспериментально наблюдаемых ФРПВ. Предлагаются модели, основанные на математических моделях сложных стохастических процессов с памятью. В этом направлении достигнут определённый успех (см. [224, 257]). Формализм такого подхода основан на стохастических моделях теории вероятности. Нередко физическая интерпретация и связь с существующими представлениями и моделями турбулентности становятся затруднительными, поскольку требуется вовлечение громоздких конструкций теории вероятности. Несомненно, в будущем предстоит дополнить существующий формализм описания турбулентных процессов современными достижениями математики, в частности шире использовать дифференциальные уравнения с дробными производными [59, 60] и уравнения типа Фоккера – Планка – Колмогорова для описания аномальной диффузии и турбулентности. В рамках же традиционного подхода к проблеме турбулентности мы можем использовать формализм моментов функции распределения, привлекая современные достижения статистической физики и теории вероятности, апробированные для описания гидродинамической турбулентности [3]. С одной стороны, это дает возможность сравнить новые результаты с полученными ранее. С другой стороны, позволяет продвинуться дальше в понимании физики процесса без потери детальности и связи с современными достижениями статистической физики и математики.

Вид функции распределения амплитуд флуктуаций варьируется для разных областей пристеночной плазмы, но типичные свойства, такие как асимметрия и "тяжелые" хвосты, сохраняются (рис. 20б). Влияние шировых потоков (вблизи последней замкнутой магнитной поверхности в Т-10), разрушающих когерентные

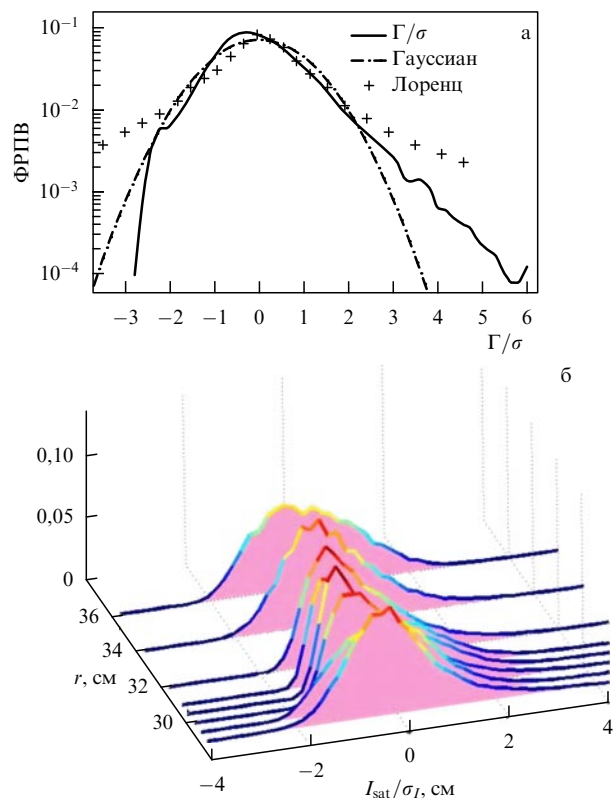


Рис. 20. Типичный вид функции распределения плотности вероятности амплитуд флуктуаций плотности и радиального потока частиц $\Gamma(t)$ (нормированные величиной среднеквадратичного стандартного отклонения) в полулогарифмическом масштабе. Для сравнения построены аппроксимация гауссовым законом (штрихпунктир) и распределением Лоренца (пунктир с +). Т-10 разряд № 29451, омический нагрев, $r = 34$ см (а). Радиальная зависимость ФРПВ-флуктуаций плотности плазмы в пристеночной зоне токамака Т-10 от $r = 30$ до 36 см (б).

структуры турбулентности, также приводит к значительному изменению ФРПВ, она становится ближе к гауссовой. При этом сложно классифицировать форму функции распределения только по значению ее асимметрии и эксцесса. Поэтому была проведена классификация экспериментальных ФРПВ в отношении интегральных характеристик, таких как параметры нелинейности структурных функций (см. ниже).

Наблюдение масштабной инвариантности и степенных законов турбулентности краевой плазмы связано с проявлением свойства фрактальности турбулентности. Как известно из теории фрактальной геометрии, фрактальный объект может характеризоваться фрактальной размерностью (или множеством размерностей). Как будет показано ниже, фрактальная структура турбулентности очень сложна. В зависимости от степени детальности описания можно определить различные показатели, характеризующие масштабную инвариантность турбулентности.

Один из таких показателей — корреляционная размерность [251]. Корреляционная размерность турбулентности краевой плазмы в токамаках Т-10, TEXTOR и ТФ-2 составляет величину в диапазоне от ~ 6 до ~ 15 [251, 258]. Эта относительно невысокая фрактальная размерность (напомним, что для "белого" шума такая размерность равна бесконечности) служит аргументом в

пользу того, что турбулентный процесс можно описывать дифференциальными уравнениями в частных производных с небольшим числом переменных (по результатам оценки фрактальной размерности менее ~ 15).

Другим показателем самоподобия (масштабной инвариантности), используемым в литературе для характеристики фрактальных свойств турбулентности, является показатель Хёрста. Мы применяли методы фрактального анализа с использованием вейвлет-методов [256] для того, чтобы оценить показатель Хёрста как одну из мер самоподобия сигнала. Показатель Хёрста H интерпретируется как индекс закона диффузии частицы в турбулентной среде: среднеквадратичное смещение зависит от времени как $\langle \delta x^2 \rangle^{1/2} \sim t^H$. При этом предполагается, что свойства самоподобия не зависят от масштаба наблюдения. Это огрубленное приближение позволяет сравнивать исследуемый процесс с известными теоретическими моделями стохастических процессов, для которых известен показатель Хёрста. Для броуновского движения (классической диффузии) $H = 1/2$, т.е. закон смещения частицы $\langle \delta x^2 \rangle \sim t$. Показатель Хёрста для турбулентности пристеночной плазмы имеет значение 0,6–0,8 [256], наблюдается тенденция его увеличения по направлению к стенке. Величина $H > 1/2$ является типичной для пристеночной плазмы термоядерных установок, о таком значении H сообщается в литературе для токамаков DIII-D, Tore Supra [259, 260], NAGDIS-II [261] и других термоядерных установок. Это соответствует свойству супердиффузии с преимущественным вкладом крупномасштабных пролетных траекторий.

В заключение необходимо отметить, что по результатам многочисленных экспериментальных исследований в токамаках, стеллараторах и других термоядерных установках с различными параметрами центральной плазмы (см. [14]) следует сделать вывод о том, что свойства пристеночной турбулентности плазмы в различных термоядерных установках (токамаках, стеллараторах и др.), по-видимому, универсальны, а также похожи [255] на свойства турбулентности (перемежаемость, уширенные спектры, дальние корреляции), наблюдаемые в погранслоях гидродинамических потоков [24], а также в магнитосферных ТПС [20, 255].

3. Обобщённое самоподобие турбулентности с перемежаемостью

3.1. Обсуждение самоподобия в эйлеровом описании

При использовании *эйлерова метода описания движения* поток несжимаемой жидкости в момент t характеризуется полем скорости $\mathbf{u}(x_1, x_2, x_3, t) = \mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ во всех точках пространства $\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3)$. В принципе, уравнения движения (например, МГД) позволяют определить значения переменных Эйлера $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ в любой момент времени $t > t_0$ по заданным начальным значениям $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t_0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{X})$.

Для изучения некоторых явлений (например, распространения пробных частиц, поверхностей и линий в турбулентном потоке) иногда используют *лагранжев метод описания движений жидкости*, в котором рассматривается движение фиксированной "жидкой частицы" — выделенной "точки" объёма жидкости. Рассматриваются объёмы жидкости, линейные размеры которых велики по сравнению со средним расстоянием между молекулами,

но настолько малы, что скорость и давление внутри этого элемента жидкости можно считать постоянными. Лагранжев метод описывает реальное движение отдельных элементов турбулентного потока, и поэтому он представляется даже более естественным, чем эйлеров метод описания. Однако на практике использование переменных Лагранжа оказывается гораздо более громоздким (как при теоретических расчётах, так и при постановке экспериментов), чем использование переменных Эйлера $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$, поэтому уравнения гидродинамики в форме Лагранжа используются довольно редко [3]. Экспериментальное исследование свойств турбулентности в лагранжевых координатах требует наблюдения за движением микроскопических объёмов в турбулентном потоке, что чрезвычайно сложно, практически невозможно, выполнить в реальном эксперименте.

В гидродинамике и МГД-турбулентности межпланетной плазмы принимается эйлерова статистика в рамках гипотезы Тейлора о "вмороженности потока" в большом диапазоне масштабов. Эта гипотеза широко используется для описания однородной и изотропной турбулентности. В пристеночной плазме лабораторных термоядерных установок анизотропия и краевые эффекты могут ограничить применение гипотезы вмороженности Тейлора. Для исследования турбулентности в эйлеровых координатах следует рассматривать явление лагранжева хаоса (см. [3, 262]). Хаотическое движение характеризуется экспоненциальным расхождением траекторий. В лагранжевом хаосе экспоненциальный рост расстояния между траекториями происходит лишь на масштабе $l \gg \eta$, где η — масштаб минимальных эйлеровых структур (например, диссипативных турбулентных ячеек). В трёхмерной однородной развитой турбулентности для оценки скейлингов рассматривается закон Ричардсона $\langle l^2 \rangle \sim t^2$ в инерционном диапазоне $\eta \ll l \ll L$ и обычный диффузионный режим $\langle l^2 \rangle \sim t$ для очень больших масштабов $l \ll L$. Чтобы оставаться в рамках эйлерова подхода при исследовании анизотропной и перемежаемой турбулентности, было предложено рассматривать более общий степенной закон, чем закон Ричардсона, [255]

$$\langle l^2 \rangle \sim t^h, \quad (40)$$

где индекс h может зависеть от масштаба (это свойство соответствует свойству масштабной инвариантности и перемежаемости турбулентности). Такое свойство рассматривается в рамках мультифрактального формализма, который позволяет объединить эйлерово и лагранжево описание турбулентности (см. [24]), что дает возможность преодолеть трудности интерпретации экспериментальных сигналов, измеренных в одной пространственной точке турбулентного потока.

3.2. Турбулентность и детерминированный хаос

Существенная особенность плазмы — большое количество степеней свободы, ответственных за формирование хаотической динамики. Было обнаружено и строго обосновано, что сложное пространственно-временное поведение распределённых сред с громадным числом степеней свободы можно адекватно описать системой нелинейных уравнений небольшой размерности. Для описания плазмы применяют МГД-уравнения. Критерием появления хаоса может служить устойчивость

возникающих в системе волн и структур по отношению к малым возмущениям, нелинейное зацепление мод, диссипативные эффекты и т.п. Если динамическая устойчивость системы отсутствует, детерминированное описание теряет смысл. Такие явления рассматривает теория динамического (или детерминированного) хаоса — один из разделов нелинейной динамики (см. [64, 263] и др.). Под хаосом (см., например, [264]) подразумевается появление в системе качественно нового режима — с беспорядком и сложной структурой. Как показали многочисленные исследования, статистические законы работают не только в очень сложных системах с большим числом степеней свободы. Дело не в сложности исследуемой системы и не во внешних шумах, а в появлении при некоторых значениях параметров экспоненциальной неустойчивости движения. В сложных системах установившиеся периодические колебания стремятся к предельному циклу. Циклы могут быть устойчивыми и неустойчивыми. Устойчивые циклы представляют собой аттракторы — они "притягивают" все близкие траектории. Физически это означает, что при отклонении от таких колебаний система спустя некоторое время вновь возвращается к ним. Пример устойчивого цикла — колебания маятника. Если система проявляет хаотические свойства, это соответствует наличию в её фазовом пространстве более сложного, чем цикл, образования — странного (хаотического) аттрактора — множества очень сложной (фрактальной) геометрии, к которому притягиваются проходящие вблизи от него траектории. Исследования нелинейных динамических процессов в математике и физике показали, что хаотическое поведение в системах с небольшим числом степеней свободы весьма типично.

Свойства стохастической структуры турбулентности плазмы в магнитном поле предсказываются во многих теоретических моделях, использующих квазилинейный подход (см. [265] и другие работы). Такие модели могут ограниченно применяться в ТПС, где наблюдается сильная турбулентность.

Фрактальная структура хаотической системы характеризуется фрактальной размерностью (её называют также размерностью Хаусдорфа), которая может принимать дробные значения (см. [28, 266]). Для белого шума такая размерность приближается к бесконечности.

В плазме наблюдаются свойства, типичные для хаотических систем. Хаотические колебания пристеночной плазмы в лабораторной плазме имеют фрактальную размерность от ~ 4 до ~ 15 (эксперименты в токамаках ТФ-2 [258] и ТЕКСТОР [251]). Она может варьироваться в пространстве, что отражает сложную структуру пристеночной плазмы. Согласно теоретическим представлениям (см. [266]), размерность фазового пространства незначительно больше фрактальной размерности странного аттрактора, вложенного в это пространство. Невысокое (от ~ 4 до ~ 15) значение фрактальной размерности свидетельствует о том, что фазовое пространство системы может быть описано динамическими уравнениями с относительно небольшим числом независимых переменных (не более 15).

Фрактальная размерность турбулентности плазмы в магнитосфере Земли оценивается величиной $4/3$ для временных колебаний и величиной $5/3$ для пространственных распределений [28].

Для иллюстрации характеристик хаотического движения турбулентной среды используют методы исследо-

вания топологии фазового пространства системы. Наиболее информативным является метод отображения Пуанкаре (см. [267]), основанный на сечении двумерной плоскостью N -мерного фазового пространства. Рассмотрение таких двумерных отображений способствует пониманию динамики систем, описываемых дифференциальными уравнениями. Для построения двумерного отображения Пуанкаре используется методика Грассбергера — Прокачиа (см. [251]), которая позволяет конструировать многомерное фазовое пространство из одного экспериментального сигнала турбулентности. В таком фазовом пространстве отображение Пуанкаре строится в двумерной проекции на плоскость двух собственных векторов процесса, имеющих максимальные собственные значения.

В теории нелинейной динамики показано [267], что критерием возможности реализации хаоса в двумерном отображении является наличие так называемой "подковы Смейла" — подковообразной топологии отображения с тонкой структурой. Это связано с присутствием в странном аттракторе гомоклининой структуры, при которой отображение растягивается вдоль одного направления в фазовом пространстве и сжимается в другом. Наличие такой неоднородной топологии должно свидетельствовать о хаотических траекториях системы в фазовом пространстве (с точки зрения нелинейной динамики) и бесконечного множества периодических траекторий. Такая топология сечения обобщённого фазового пространства в виде подковы наблюдается в токамаках Т-10, ТФ-2 [268], ТЕКСТОР [251] (рис. 21). В некоторых случаях свойства колебаний могут приближаться к белому шуму. Такие свойства обычно наблюдаются в области течений со сдвигом скорости (шировых), где подавлены корреляции и уменьшен перенос плазмы поперек магнитного поля.

Знание свойств странного аттрактора турбулентности чрезвычайно важно для проблемы удержания плазмы в термоядерных установках. Поскольку пока ещё не развита теория, описывающая все свойства турбулентной плазмы, вырабатывать рекомендации для эффективного удержания плазмы в магнитных ловушках следует, применяя достижения теоретических моделей в совокупности с эмпирическими данными о структуре турбулентности. Одна из возможностей выявить свойства турбулентности — эксперименты, в которых предпринимаются попытки воздействовать на турбулентность. Из

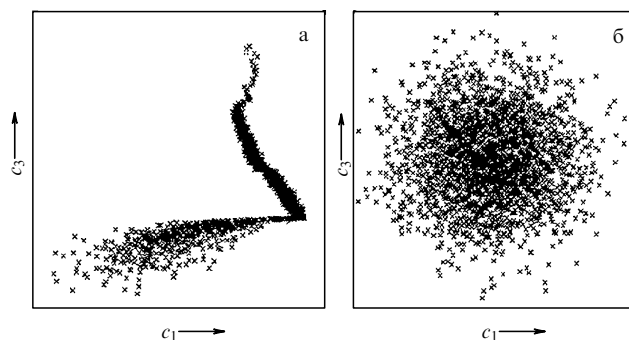


Рис. 21. Отображение Пуанкаре для аттрактора в сигнале пристеночной турбулентности в плоскости двух собственных векторов (c_1, c_3) процесса, токамак ТЕКСТОР (а); модельный случайный процесс (белый шум) (б).

экспериментальных наблюдений известно, что плазма в лабораторных термоядерных установках может находиться в качественно разных состояниях с различным уровнем флуктуаций и свойствами корреляций турбулентности (например, известные L- и H-режимы удержания плазмы в токамаках), что указывает на существование более чем одного устойчивого состояния системы. Поскольку турбулентное состояние плазмы связано с появлением хаоса в динамике плазмы, для выработки методики контроля турбулентности плазмы и турбулентного переноса в ТУ можно использовать выводы работ по подавлению и контролированию хаоса (см. [269]). Свойство периодичности колебаний в сложном турбулентном движении отмечено экспериментаторами и использовалось для воздействия на него. Однако при выборе методов воздействия на периодические (или квазипериодические) моды необходимо учитывать нелинейное зацепление мод. Поэтому методы воздействия, пригодные для тривиальных механических систем (например, аналогичные резонансной раскатке гармонического осциллятора), в большинстве случаев непригодны для управления турбулентностью. Как показывают теоретические работы (см. [269]), динамикой хаотических систем можно управлять: посредством слабых воздействий переводить такие системы из режима хаотических колебаний в требуемый динамический режим (тем самым стабилизируя их поведение). Переход из одного устойчивого состояния в другое может достигаться разными физическими механизмами, связанными с привнесением возмущений в систему, способных переместить её из области одного странного аттрактора в область другого, либо существенно изменить динамику — приблизить её к детерминированному (регулярному) движению. Такое целенаправленное воздействие возможно осуществить методами, развитыми в последние годы, например методом Гребогги–Йорке–Отта [270, 271].

Методы воздействия на турбулентность плазмы в термоядерных установках и через неё на удержание плазмы в магнитной ловушке обсуждаются уже длительное время. Задача состоит в том, чтобы внешним воздействием уменьшить радиальный перенос, не нарушая при этом условия стабильного удержания плазмы в ловушке. Это очень сложная задача, так как любое (локальное или глобальное) изменение поперечных магнитному полю потоков под влиянием внешних сил приводит к изменению профилей плотности, температуры и давления плазмы и, значит, к изменению баланса сил. При таких изменениях сохранить стабильность глобального удержания плазмы в магнитной ловушке удастся не всегда. Рассматривались методы воздействия на параметры плазмы, ответственные за линейную стадию дрейфовых неустойчивостей: локальные градиент давления либо электрическое поле. Такое воздействие на локальные градиенты можно осуществить путем оптимизации профиля давления во всём разряде, выбором оптимального вклада мощности дополнительного нагрева плазмы, оптимальным режимом напуска газа или пеллет-инъекции в периферию разряда. На этом пути достигнут определённый прогресс, и все эти методы, в целом, относятся к организации всего разряда. Однако необходимо также иметь средства для локального управления (резонансного) параметрами краевой плазмы. Например, такое локальное управление пара-

метрами плазмы и переноса важно в зоне периферийных транспортных барьеров, определяющих физику H-режима. Поскольку движение плазмы можно вызывать и контролировать электрическими и магнитными полями, эффективно использование дополнительных маломощных устройств (обмоток и электродов), которые не должны приводить к ухудшению параметров глобального удержания. В результате экспериментальных исследований удалось выбрать такие методы воздействия на краевую плазму, которые позволяют получить определенное улучшение условий удержания плазмы. В токамаках к таким методам относятся: 1) использование внешнего электрического поля путём подачи потенциала (несколько сот вольт) на электрод, внедрённый в краевую плазму (в англ. *biasing*), и 2) формирование дополнительными внешними обмотками магнитного винтового поля, которое эргодизирует магнитную структуру на периферии, так называемый режим динамического эргодического дивертора (ДЭД) или эргодического дивертора (ЭД).

Воздействие радиальных электрических полей на пристеночную плазму в экспериментах на токамаках ТФ-2 [226], TEXTOR [251], CASTOR [272] приводит к изменению фрактальной структуры турбулентности, увеличению беспорядка, подавлению корреляций, уменьшению радиального переноса плазмы и улучшению удержания плазмы.

В экспериментах на токамаках ТЕКСТОР [273], НУВТОК-II [274], ТФ-2 [275] обнаружено значительное воздействие динамического эргодического дивертора на структуру турбулентности. Электромагнитные поля мультиполюсных обмоток ДЭД вызывают дополнительное вращение плазмы в зонах резонансов. Альвеновские волны, возбуждаемые ДЭД (винтовые обмотки выступают в роли антенны), диссипируют на поверхностях альвеновских резонансов, расположенных по обеим сторонам магнитного резонанса тиринг-моды. То есть вращающиеся магнитные поля ДЭД в токамаке представляют собой систему с фазовым контролем процессов диссипации, а значит, турбулентности плазмы. Изменение частоты вращения тока во внешних обмотках ДЭД приводит к эффекту периодической модуляции низкочастотной турбулентности плазмы, что модифицирует её структуру. Наибольшее воздействие наступает при частотах модуляции, близких к величине, определяемой характерным временным масштабом турбулентности. Среди возможных кандидатов на эту роль можно рассматривать разные масштабы времен, определяемые различными эффектами, например альвеновскими резонансами, дрейфовыми модами и др. Наиболее эффективное воздействие наступает при частотах, соответствующих дальним корреляциям, что наблюдалось в экспериментах с динамическим эргодическим дивертором в токамаке НУВТОК-II [274, 276]: существует узкий диапазон частот 5–25 кГц, при которых значительно изменяется фрактальная структура турбулентности (рис. 22) и связанные с ней корреляции и характер перемежаемости. Этот диапазон частот соответствует характерным временам дальних корреляций.

3.3. Структурные функции и спектр сингулярностей

Структурные функции $S_q(\tau) = \langle |\delta_\tau X(t)|^q \rangle$, $\delta_\tau X(t) = X(t + \tau) - X(t)$ оцениваются из временных сигналов $X(t)$: 1) плотности плазмы и потока частиц поперёк

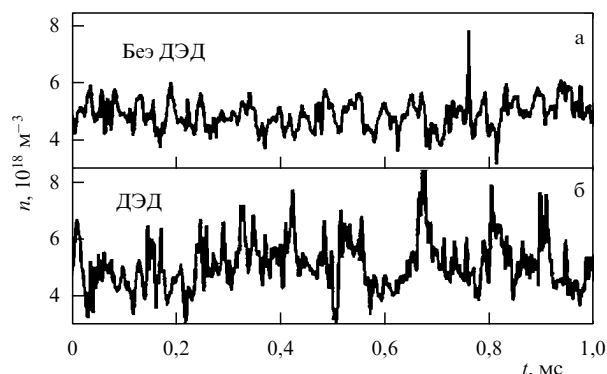


Рис. 22. Пространственно-временное управление турбулентностью пристеночной плазмы в токамаке НУВТОК-II в экспериментах с динамическим эргодическим дивертором. Колебания плотности плазмы без ДЭД (а), в режиме с ДЭД (б).

магнитного поля в термоядерных установках и 2) магнитных полей и ионного потока, измеренных у магнитопаузы Земли.

Степенная зависимость типа $S_q(\tau) \sim \tau^{\zeta(q)}$ (т.е. простейшее самоподобие) наблюдается лишь на ограниченном интервале временных масштабов 1–1,5 порядка величины, рис. 23. Этот интервал соответствует инерционному диапазону, рассматриваемому в классических моделях изотропной развитой турбулентности (K41 и др.). В ТПС у магнитопаузы такой интервал наблюдается на масштабах менее 1 с. В пристеночной турбулентности лабораторной плазмы (в токамаках Т-10 НУВТОК-II, JT-60U, стеллараторе LHD и установке NAGDIS-II) он наблюдается на ограниченном интервале временных масштабов около 10 мкс [277].

Следуя гипотезе об иерархии моментов в моделях турбулентности с перемежаемостью (гипотеза о расширенном самоподобии ESS), исследование функциональ-

ной взаимозависимости структурных функций разных порядков вида $S_q \sim S_p^{\zeta(q)/\zeta(p)}$ выявляет свойство обобщённого самоподобия (обобщённой масштабной инвариантности) [255, 277]. Это свойство видно на графике в логарифмическом масштабе на рис. 24. Линейная зависимость $S_q(\tau)$ от $S_3(\tau)$ наблюдается почти на трёх порядках изменения масштабов вплоть до 300 с в ТПС магнитопаузы и 1 мс для всех экспериментальных данных токамаков Т-10, JT-60U, стелларатора LHD, линейной установки NAGDIS-II. Такая зависимость наблюдается в гидродинамической турбулентности [24] и МГД-турбулентности межпланетной плазмы [86, 255, 278].

Обобщённое самоподобие свидетельствует о наличии статистической симметрии, обеспечивающей инвариантность процесса в широком диапазоне масштабов вплоть до диссипативного. В таком процессе формируются мультифрактальная статистика и дальние корреляции, которые обеспечивают повышенный турбулентный перенос. В пристеночной плазме ТУ такой аномальный перенос ухудшает удержание плазмы в магнитной ловушке. В ТПС у магнитопаузы Земли такой процесс во многом определяет механизм переноса плазмы набегающего потока через транспортный барьер ТПС.

На практике свойство обобщённого самоподобия позволяет повысить точность определения скейлинга структурной функции при анализе экспериментальных данных. Скейлинг структурной функции, нормированный скейлингом третьего момента, $\zeta(q)/\zeta(3)$ можно получить из наклона графика в логарифмическом масштабе (рис. 24).

Наблюдения обобщённого самоподобия в перемежаемой турбулентности плазмы в космических и лабораторных условиях, при которых пограничные эффекты играют значительную роль, можно интерпретировать в рамках логпуассоновской модели турбулентности (см. ниже).

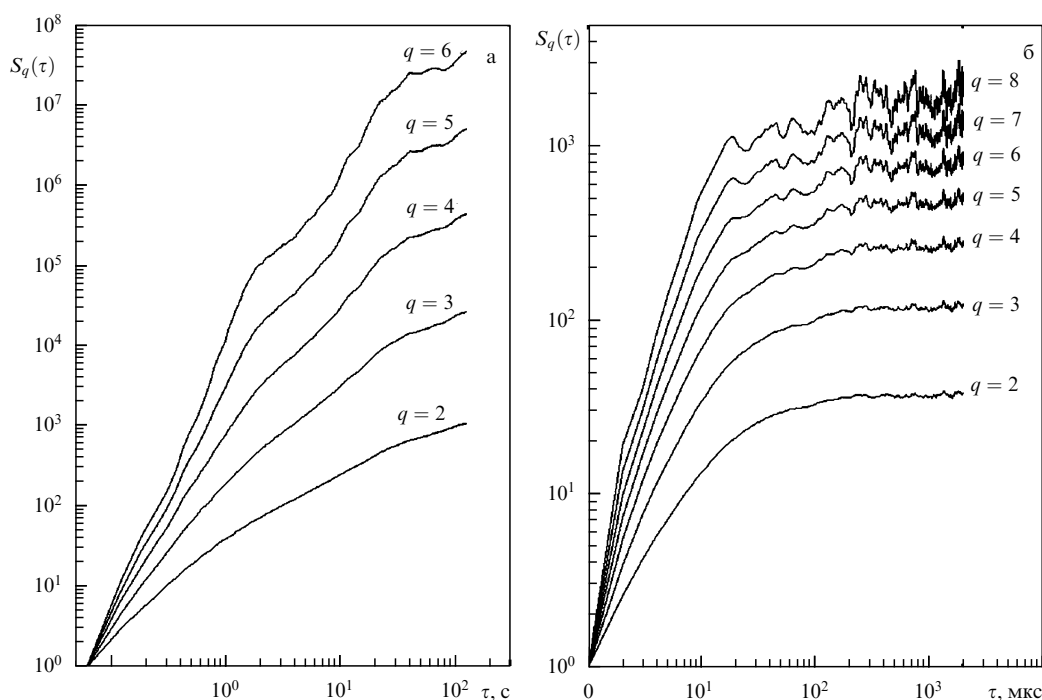


Рис. 23. Зависимость моментов структурной функции $S_q(\tau)$ различных порядков от временного масштаба τ : магнитное поле B_x в ТПС у магнитопаузы 19.06.1998 (а); плотность плазмы в СОЛ Т-10 (б).

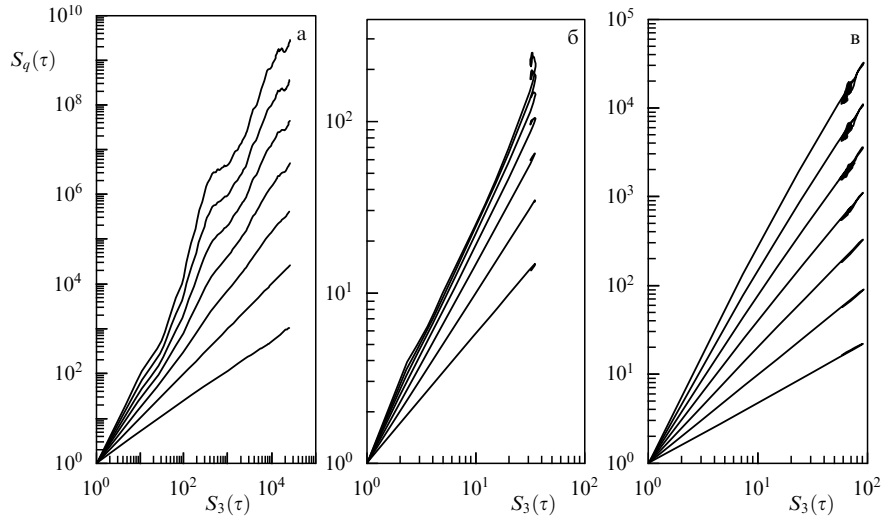


Рис. 24. Зависимость моментов структурной функции $S_q(\tau)$ различных порядков ($q = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ снизу вверх) от структурной функции третьего порядка $S_3(\tau)$: магнитного поля B_x в ТПС у магнитопаузы 19.06.1998 (а); плотности плазмы в СОЛ Т-10 (б); плотности плазмы в NAGDIS-II (в).

Свойство обобщённого самоподобия и мультифрактальности характеризуется спектром сингулярностей (мультифрактальным спектром). Для оценки спектров сингулярностей $D(h)$ и показателей Гёльдера h используются вейвлет-методы (см. [278–280]). На рисунке 25а приведён типичный диапазон показателей Гёльдера для разных порядков момента. Аналогично статистической термодинамике [278–280], переменные h и q играют роль в статистическом описании процесса такую же, как энергия и обратная температура в термодинамике.

Все сигналы, регистрировавшиеся в лабораторной и космической плазме, имели уширенный спектр $D(h)$, форма спектра была колоколообразная (рис. 25б). Уширение и колоколообразность спектра являются типичными признаками мультифрактальных стохастических процессов. Из теории известно, что для броуновского процесса (турбулентность колмогоровского типа) $D(h)$ представляет собой единственную точку с показателем Гёльдера $h = 1/3$, т.е. процесс характеризуется единственным показателем. В нашем случае экспериментальные значения показателя Гёльдера превышают величину $1/3$. Максимум $D(h)$ для всех спектров почти достигает единицы. Это означает, что турбулентные флуктуации характеризуются быстрым нарастанием амплитуд (сигнал почти всюду сингулярен). Не наблюдались значения показателя Гёльдера ≥ 2 . Показатель Гёльдера h при теоретическом рассмотрении статистических свойств турбулентности характеризует скейлинг флуктуаций скорости

$$\delta u \sim l^h. \quad (41)$$

На рисунке 25б $D(h)$ спектр нарисован в зависимости от нормированного показателя Гёльдера $h^* = 1 + (h - h_{D_{\max}})$ ($h_{D_{\max}}$ — показатель Гёльдера при максимуме спектра $D(h)$). При таком представлении спектра $h_{\max} - h_{\min}$ можно сравнивать уширение спектра для разных сигналов. Разность $h_{\max} - h_{\min}$ — наиболее важная количественная характеристика спектра, и её можно использовать как показатель степени отклонения от изотропной турбулентности, колмогоровского процесса. В целом,

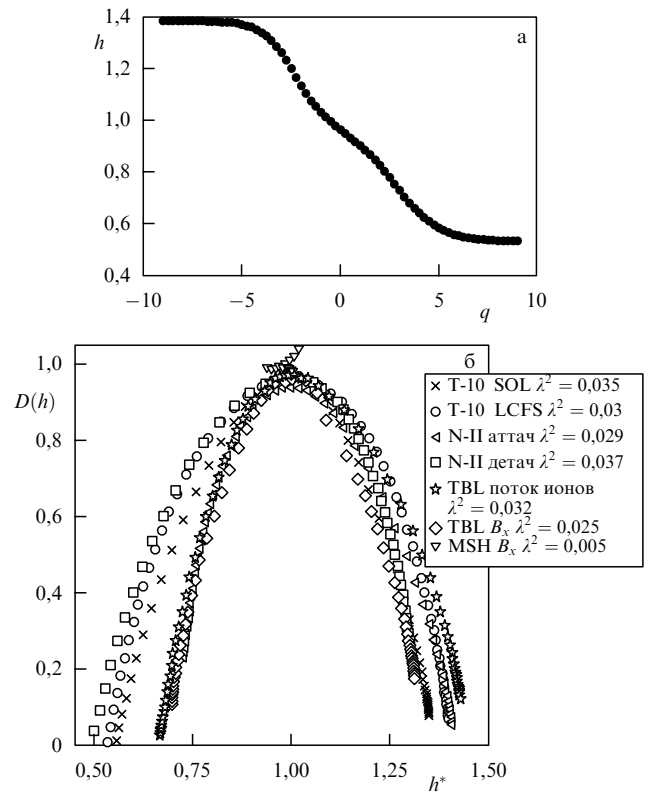


Рис. 25. (а) Показатель Гёльдера h для разных порядков момента q . (б) Мультифрактальный спектр $D(h)$ в зависимости от нормированного показателя Гёльдера $h^* = 1 + (h - h_{D_{\max}})$ (центрированного в 1). Показаны турбулентность пристеночной плазмы в токамаке Т-10 (Т-10 SOL), вблизи последней замкнутой магнитной поверхности (Т-10 LCFS), в NAGDIS-II при ухудшенном удержании плазмы (N-II аттач) и при улучшенном удержании (N-II детач); поток ионов в ТПС (TBL поток ионов, 29.03.1996), магнитное поле в ТПС (TBL B_x , 19.06.1998) и магнитное поле в МГС вне ТПС (MSH B_x). Приведены данные показателя мультифрактальности λ^2 : $\zeta(q) = Hq - \lambda^2 q^2$, которые характеризуют отклонение $\zeta(q)$ от линейной зависимости по отношению к q ; значение λ^2 для монофрактальных процессов не превышает 0,01 [256].

уширение спектра $D(h)$ для регистрировавшихся сигналов лежит в диапазоне 0,4–1,3. Подобное значение наблюдается в краевой плазме лабораторных установок: токамаках T-10, НУВТОК-II, JT-60U, CASTOR, стеллараторе LHD и установке NAGDIS-II [99, 281, 282]. Зарегистрированные значения уширения спектра $h_{\max} - h_{\min}$ типичны для стохастических процессов с сильной перемежаемостью, наблюдаемых в численном моделировании турбулентности и экспериментах в нейтральной жидкости [24, 283]. Для токамаков T-10 и TCABR уширение $h_{\max} - h_{\min}$ меньше в области ширины скорости [284].

На рисунке 25б показатель мультифрактальности λ^2 ($\zeta(q) = Hq - \lambda^2 q^2$) характеризует отклонение $\zeta(q)$ от линейной зависимости по отношению к q . Значение λ^2 не превышает 0,01 для монофрактальных процессов и $\lambda^2 \sim 0,02-0,04$ в плазменных ТПС [255]. Именно близость значений λ^2 стимулировала более глубокое сравнение статистических свойств турбулентности в пограничных ТУ и магнитосферы [20, 255].

3.4. Мультифрактальный каскадный процесс

Как уже говорилось, прямое численное решение уравнений типа (1) сталкивается с фундаментальной проблемой — ввиду каскадности процесса при переходе к всё более малым масштабам число степеней свободы значительно возрастает. Каскадные модели турбулентности подходят для описания перемежаемой турбулентности. Рассмотрение стохастического каскада позволяет описать многие свойства турбулентности с перемежаемостью, в том числе многомасштабность и мультифрактальность.

В экспериментах на токамаках T-10, НУВТОК-II, JT-60U, TCABR, стеллараторе LHD и линейной плазменной установке NAGDIS-II было обнаружено, что низкочастотная пристеночная турбулентность обладает свойством мультифрактальности [90, 274, 281, 284, 285]. Напомним, что свойством мультифрактальности обладают неоднородные фрактальные объекты, для описания которых, в отличие от регулярных фракталов, недостаточно введения всего лишь одной величины — его фрактальной размерности, а необходим целый спектр таких размерностей. Такой объект обладает геометрическими характеристиками, определяемыми величиной его фрактальной размерности и статистическими свойствами, описываемыми функцией распределения с особыми характеристиками (см. [286]). Концепция мультифрактального анализа широко применяется в физике неупорядоченных сред (например, квантовых фазовых переходов) и развитой турбулентности гидродинамических течений.

Свойство мультифрактальности означает, что функция распределения приращений амплитуд флуктуаций $\delta_l X = X(t+l) - X(t)$ изменяется от квазигaussianовой на больших масштабах лага l до негауссовской формы с "тяжелыми хвостами" на малых масштабах (лагах) l . Для пристеночной плазмы T-10 и стелларатора LHD эту трансформацию иллюстрирует рис. 26 для изменения лагов $l \sim 1-1000$ мкс. Это свойство наблюдалось также в турбулентной краевой плазме токамаков НУВТОК-II, JT-60U, CASTOR, TCABR, Tore Supra, в установке NAGDIS-II [225, 284, 285, 287]. Эволюция функции распределения для приращений от значительно негауссовской для малых лагов к квазигaussianовой для больших лагов (более 200–500 мкс) свидетельствует о мульти-

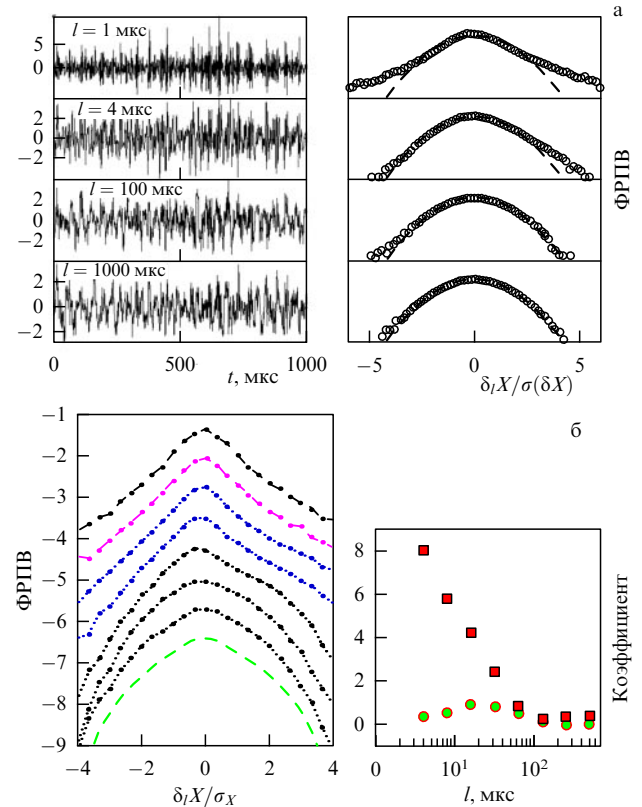


Рис. 26. Сигналы разностей $\delta_l X = X(t+l) - X(t)$ на масштабах $l = 1-1000$ мкс (слева) и функция распределения $P_l(\delta X)$ (в полулогарифмическом масштабе) (справа). Существует масштаб времени $T \sim 100$ мкс, на котором теряется свойство гауссовости (а). Функция распределения $P_l(\delta X)$ для приращений сигнала $\delta_l X = X(t+l) - X(t)$ на масштабах $l = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256$ мкс (сверху вниз, кривые сдвинуты произвольным образом) в полулогарифмическом масштабе для сигнала зонда в пристеночной плазме токамака T-10, $r = 32$ см. По оси абсцисс — $\delta_l X$, нормированная на величину стандартного отклонения. Справа: коэффициенты асимметрии (кружки) и эксцесса (квадраты), соответствующих ФРПВ из левого графика в зависимости от лага l приращений $\delta_l X$ (б).

фрактальности процесса. Напомним, что для монофрактального процесса (например, броуновского процесса) функция распределения приращений не зависит от лага и всегда гауссова.

Свойство мультифрактальности означает многомасштабность процесса. Это выражается в особых корреляционных свойствах: процесс характеризуется не единственным масштабом времени или пространства, на котором корреляции экспоненциально спадают (как в простейшем процессе броуновского типа), а диапазоном масштабов, на котором корреляции имеют степенную зависимость от масштаба, т.е. существуют дальние корреляции.

Из поведения ФРПВ разностей сигнала можно определить характерный временной масштаб — граничный масштаб мультифрактальности. Он определяется лагом, на котором ФРПВ разностей сигнала теряет свойство гауссовости; на графике асимметрии и эксцесса значение лага, при котором разности достигают значения 0. На рис. 26 такие масштабы времен для разных случаев составляют $\sim 50-500$ мкс. Это типичное время, которое зарегистрировано в экспериментах на токамаках T-10, НУВТОК-II, CASTOR, стеллараторе LHD и NAGDIS-II.

Для описания турбулентности с перемежаемостью можно использовать модель анизотропного мультипликативного случайного процесса (см. обзор [90]). Мультифрактальная модель рассматривает наличие граничного масштаба в процессе (например, максимального масштаба) и основана на предположении, что последовательные каскадные шаги определяют распределение потока между ячейками меньшего масштаба и что каскад между любыми масштабами l_1 и l_2 ($l_1 < l_2$, $l_1 = \lambda l_2$, $l_2 = \lambda' l_1$) инвариантен каскаду от максимального масштаба L к l_2 с масштабным фактором $\lambda\lambda'$.

Мультифрактальность можно описать в рамках мультипликативного каскада

$$\delta u(l) = W(l, L) \delta u(L), \quad \delta u(l) = u(x + l) - u(x) \quad (42)$$

для $l < L$, генератор $W(l, L)$ — случайная скалярная величина, пропорциональная $(l/L)^h$. Тогда для $l_1 < l_2 < l_3$ можно вывести

$$W(l_1, l_3) = W(l_1, l_2) \cdot W(l_2, l_3). \quad (43)$$

Особенности генератора W определяют статистику процесса и свойства самоподобия. Скейлинговая функция $\zeta(q)$ при этом является характеристической функцией генератора W . Скейлинг $\zeta(q)$, определённый из эксперимента, можно использовать при выборе параметров каскадной модели.

В дискретных каскадах предполагается конечный размер шага каскада: соотношение между масштабами $1/2 \leq \lambda < 1$. Применяется также подход с непрерывными масштабами каскада (так называемые непрерывные каскады). Для этого необходимо уменьшать величину шага между каждыми последовательными шагами дискретного каскада. Можно рассматривать (см. [87]) такой процесс формально (математически) для любого $\lambda < 1$ и даже $\lambda < 1/2$, но при этом статистические соотношения между различными структурами будут зависеть не от метрики обычного пространства, а от метрики, связанной с параметризацией. Расстояние между структурами на данном масштабе будет определяться уровнем иерархии в каскаде. То есть расстояние между центрами смежных ячеек уже не будет однородным. Гипотеза универсального мультифрактального процесса [87] предполагает ренормализацию нелинейного перемешивания на конечном диапазоне масштабов. Это позволяет преодолеть трудности, связанные с дискретностью.

Стохастические мультифрактальные каскадные модели имеют симметрии, схожие с симметриями детерминистских уравнений, например скейлинги и законы сохранения потока энергии. Вместе с тем, остается пока ещё существенное различие между уравнениями для векторных полей (МГД, Навье–Стокса) и каскадными моделями для скалярного потока энергии. Для преодоления этого различия были развиты векторные каскадные модели [87], так называемые каскады Ли, близкие по свойствам к детерминистским многомерным моделям. В каскадах Ли возникают новые симметрии, которые пока не исследованы. Строго говоря, в трёхмерном пространстве скалярный подход уже недостаточен и турбулентность следует исследовать в рамках каскадов Ли, но основные свойства каскада можно получить уже в скалярном подходе.

4. Сравнение экспериментальных данных с моделями турбулентности

4.1. Стандартные каскадные модели

Для выработки адекватной модели турбулентного процесса, которая описывает все свойства, наблюдаемые в эксперименте, следует сравнить скейлинги экспериментальных структурных функций с различными каскадными моделями. В скейлинге интегрально содержится информация о статистических свойствах турбулентности. В статистически неоднородном процессе $\zeta(q)$ — нелинейная функция q .

Для вычисления скейлинга $\zeta(q)$ структурной функции $S_q(\tau) \sim \tau^{\zeta(q)}$ экспериментальных сигналов традиционно вычисляли структурные функции для целых q , при этом с высокой точностью определить характеристики нелинейности $\zeta(q)$ нельзя. Для достижения высокой точности определения скейлинга $\zeta(q)$ в последние годы был выработан на основе вейвлет-анализа метод WTMM (англ. wavelet transform modulus maxima method) [278–280]. Этот метод учитывает свойство масштабной инвариантности турбулентности. В WTMM методе анализируется статсумма

$$Z(q, l) = \sum_{\{t_i(l)\}_i} |T_\psi\{t_i(l), l\}|^q \sim l^{\zeta(q)}, \quad (44)$$

где $\{t_i(l)\}_i$ соответствует максимумам модуля вейвлет-преобразования T_ψ и $q \in \mathbb{R}$. Метод более точен при анализе экспериментальных сигналов в сравнении с методом обычных структурных функций (см. [278–280]). Он позволяет вычислять скейлинг $\zeta(q)$ для больших отрицательных и больших положительных величин q , приемлемая точность анализа современных экспериментальных данных достигается для интервала $q \in \{-4, 9\}$ с шагом до 0,05.

Как будет показано в следующих разделах, большинство данных, полученных в ТПС магнитосферы Земли и пристеночных областях термоядерных установок, не описываются стандартными каскадными моделями развитой изотропной турбулентности K41, логнормальной и др. В экспериментах наблюдали лишь ограниченные зоны, турбулентность в которых можно описать моделью K41. Такие области, как правило, характеризуются сильным шировым течением, которое способно эффективно разрушать и перемешивать турбулентные структуры. Скейлинги структурных функций $\zeta(q)$ для таких областей лабораторной (шировая зона в токамаке T-10) и космической плазмы (внешний касп магнитосферы) приведены на рис. 27. Там же для сравнения приведены скейлинги колмогоровской K41, логнормальной (с параметром перемежаемости 0,5) и β -моделей (со стандартным параметром $\beta = 3/4$). Логнормальная и β -модели турбулентности не описывают экспериментальные данные ни в шировых течениях, ни в турбулентных областях с сильной перемежаемостью (см., например, на рис. 27 данные по пристеночной турбулентности с сильной перемежаемостью, наблюдаемой в стеллараторе LHD).

4.2. Применимость модели Ирошникова–Кречнана

Модель Ирошникова–Кречнана (ИК) активно обсуждается для описания наблюдений в межпланетной (см., например, [288]) и в лабораторной плазме [289].

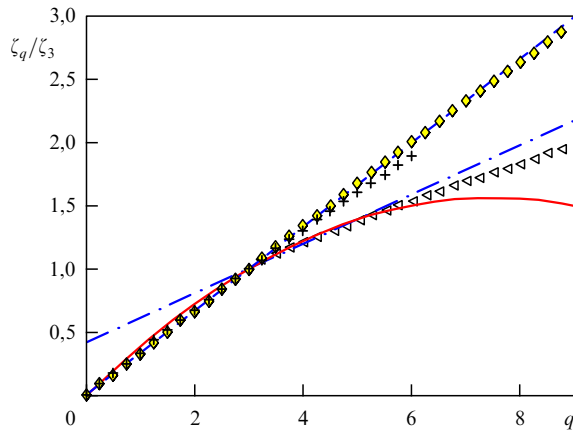


Рис. 27. Скейлинг структурной функции турбулентности во внешнем каспе магнитосферы Земли (ромбы), компонента B_y (направлена приблизительно вдоль орбиты Земли) магнитного поля по данным спутника Интербол 23.06.1998 г., плотность плазмы в шировом слое вблизи последней замкнутой поверхности в токамаке Т-10 (крестики) и в дальнем СОЛ стелларатора LHD (треугольники). Для сравнения приведены скейлинги колмогоровской К41 (пунктир), логнормальной (сплошная линия) и β -моделей (штрихпунктир).

Поэтому полезно провести сравнение экспериментальных данных с этой моделью. В теории ИК $\zeta(4) = 1$ (в отличие от колмогоровской модели К41, в которой $\zeta(3) = 1$). Сравним экспериментальные скейлинги $\zeta(q)/\zeta(4)$, нормированные величиной $\zeta(4)$, с предсказанием модели ИК $\zeta(q) = q/4$. Для данных КА Интербол-1, Cluster-3 и Geotail такое сравнение приведено на рис. 28. Для сравнения дан логпуассоновский скейлинг с учётом МГД-эффектов (30) в рамках модели Политано–Пуке [86, 88]. Данные из ТПС не описываются ни ИК ($\zeta(q) = q/4$), ни скейлингом (30). B_x в МГС (вне ТПС) и B_x в солнечном ветре (по данным спутника Geotail) хорошо аппроксимируются ИК-моделью. Это указывает на свойства турбулентности, близкие к МГД-турбулентности с сильной анизотропией, наблюдаемой в солнечном ветре (см. [290]).

В пристеночной плазме токамаков Т-10 и JT-60U, линейной установки NAGDIS-II и стелларатора LHD [90, 277] также наблюдается значительное отличие экспериментальных кривых от скейлинга ИК-модели (рис. 28б). Скейлинг близок к предсказанию ИК-модели только в области Х-точки в диверторной зоне токамака JT-60U. Это можно объяснить значительной декорреляцией и стохастизацией магнитной структуры (как представляется в теоретических описаниях) в окрестности Х-точки. Вблизи Х-точки стохастизация, возможно, существенно сильнее влияет на динамику плазмы и следует использовать представления, развитые при рассмотрении сильной МГД-турбулентности. За исключением этого единственного случая, все наблюдаемые скейлинги отклонялись от предсказаний ИК-модели.

По результатам проведённого экспериментального исследования следует сделать вывод о неприменимости модели Ирошникова–Кречнана для описания низкочастотной турбулентности плазмы в турбулентных пограничных слоях [90, 277].

Б.Б. Кадомцев в своей работе [12] разъяснил непригодность "приближения слабой связи", которое используется в ИК-модели для описания мелкомасштабных флуктуаций развитой турбулентности. В схеме Креч-

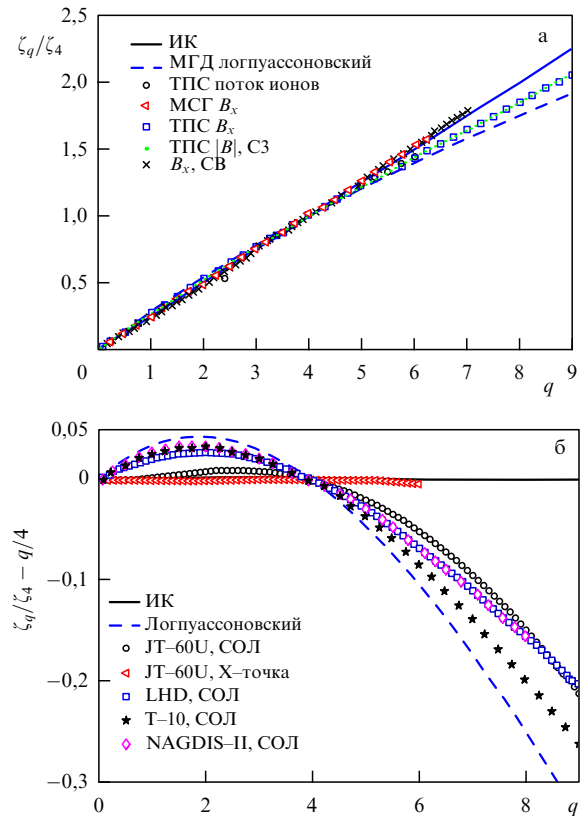


Рис. 28. Скейлинги $\zeta(q)/\zeta(4)$ для данных КА Интербол-1 (B_x МГС и ТПС), Cluster-3 (модуль вектора \mathbf{B} в ТПС) и Geotail в солнечном ветре (B_x СВ). Линия — скейлинг Ирошникова–Кречнана $q/4$. Пунктир — логпуассоновский скейлинг с учётом МГД-эффектов (31) в рамках феноменологии ИК (а). Сравнение экспериментальных скейлингов со скейлингом Ирошникова–Кречнана. Приведено отклонение $\zeta(q)/\zeta(4)$ от скейлинга ИК $q/4$. Данные в СОЛ плазме Т-10, на внешнем обводе СОЛ JT-60U, в Х-точке дивертора JT-60U, пристеночная плазма LHD и NAGDIS-II. Пунктир — логпуассоновская модель с учётом двумерных диссипативных структур (85) (б).

нана преувеличивается влияние крупномасштабных флуктуаций на эволюцию мелкомасштабных неоднородностей: это влияние сводится к переносу мелкомасштабных флуктуаций с малой их деформацией (адиабатическое приближение). В сильной турбулентности плазмы в ТПС такая схема неверна.

В самом общем виде турбулентность плазмы следует рассматривать в трёхмерной (3D) геометрии. Трёхмерная турбулентность — это диссипативная система, в которой даже при очень малой вязкости энергия диссипации конечна. Все вопросы применимости двумерной модели турбулентности при анализе турбулентных течений относятся и к рассмотрению низкочастотной турбулентности пристеночной плазмы. Оправданность двумерного подхода зависит от требуемого уровня детальности и характеристик турбулентности, которые необходимо определить. Хотя 2D-модели турбулентности плазмы описывают многие типичные свойства, наблюдаемые в эксперименте (уширенные спектры, полосу частот и др.), многие из них не могут с достаточной детальностью описать такие важные свойства, как перемежаемость, многомасштабная инвариантность, каскадные процессы. Это ограничение 2D-моделей замагниченной плазмы проистекает из-за потери симметрий, связанных с реальной 3D масштабной инва-

риантностью, которая часто изменяется (или нарушается) при выводе 2D-уравнений движения. Как отмечалось ранее, в гидродинамике свойства 2D- и 3D-течений отличаются фундаментально, см. [24, 32]. В двумерной и трёхмерной моделях МГД в бесдиссипативном пределе есть три инварианта [288, 291, 292]. И в 2D-, и в 3D-моделях сохраняются энергия $E = 1/2 \int (u^2 + B^2) dr$ и перекрестная спиральность $H_v = \int \mathbf{uB} dr$. Спектральная плотность $E(k)$ характеризует прямой каскад. $H_v(k)$ также описывает прямой каскад, хотя, возможно, каскад $H_v(k)$ смешанного типа. Третий инвариант — магнитная спиральность $H = \int \mathbf{A B} dr$ в 3D и среднеквадратичный магнитный потенциал $H_A = \int A^2 dr$ в 2D; обе величины $H(k)$ и $H_A(k)$ ответственны за формирование обратного каскада. Из-за этого сходства многие теоретические модели не различают 2D- и 3D-подход при рассмотрении спектра энергии и скорости вдоль магнитного поля. Несмотря на это формальное сходство, имеется существенная разница: в то время как в 2D МГД всегда существуют два идеальных инварианта, в 3D для $H = H_v = 0$ сохраняется только энергия. Следовательно, если мы рассматриваем свойства турбулентного каскада и анализируем роль структур различной размерности (в особенности одномерных), 3D-описание замагниченной плазмы ближе к гидродинамическому, чем 2D-описание. То есть привлечение каскадных моделей (в том числе, логпуассоновской), развитых при рассмотрении гидродинамической турбулентности для описания турбулентного каскада пристеночной турбулентности токамака, не противоречит аналитическим теориям, рассматривающим сильную анизотропию в магнитном поле.

Следует отметить, что это не ограничивает возможностей сравнения результатов исследования турбулентного каскада с теоретическими и численными моделями пристеночной турбулентности, использующими двумерный подход. Напомним, что в межпланетной плазме модель умеренной МГД-турбулентности ГС95 заменила модель ИК (см. раздел 1.3.4). Справедливость предположений модели ГС95 для описания плазмы в ТПС остается открытым вопросом, требующим экспериментальной проверки.

4.3. Логпуассоновская модель

Скейлинги структурных функций $\zeta(q)$ для лабораторной и космической плазмы приведены на рис. 29. Отметим значительное отклонение экспериментальных спектров в ТПС от колмогоровского. На рисунке 29б, где показана разница между экспериментальными данными и моделью K41, эти отклонения видны особенно хорошо. Экспериментальные скейлинги $\zeta(q)$ можно описать спектром логпуассоновской модели (23) с подгоночными параметрами β и Δ . Эти параметры, определённые методом нелинейной подгонки к скейлингу (23), приведены в табл. 3. Они могут изменяться, но их вариации незначительны, за исключением турбулентности в МГС вдали от ТПС (где скейлинг близок к колмогоровскому) и в слое шира скорости (где предполагается разрушение турбулентных ячеек) в токамаках [293].

Данные отклоняются и от величин $\beta = \Delta = 2/3$, которые характерны для изотропной трёхмерной турбулентности в модели ШЛ (24) [69, 70]. Наблюдение Δ в пределах от 0,2 до 0,43 (см. табл. 3) можно интерпретировать как свидетельство доминирующего вклада квазиодномерных диссипативных структур в турбулентность с перемежаемостью [70]. Рассмотрение анизотропного каскада позволяет детально изучить этот вопрос (см. ниже).

Для проверки гипотез логпуассоновской модели о наличии степенных законов (16) исследованы скейлинги относительных моментов $P_q(\tau) = S_{q+1}(\tau)/S_q(\tau)$. Анализировалась зависимость вида (см. [32])

$$P_{q+1} = (P_q)^{\delta_q}.$$

На рисунке 30 показана типичная иерархичная зависимость P_{q+1} от P_q в диапазоне q от 1 до 8 на графике в логарифмическом масштабе. Все данные ложатся на одну прямую, что свидетельствует об иерархии моментов в соответствии с предсказаниями логпуассоновской модели, причем с одинаковыми постоянными параметрами A_q в (16). При отсутствии такого закона группы точек дали бы непараллельные отрезки либо не лежали бы на одной прямой.

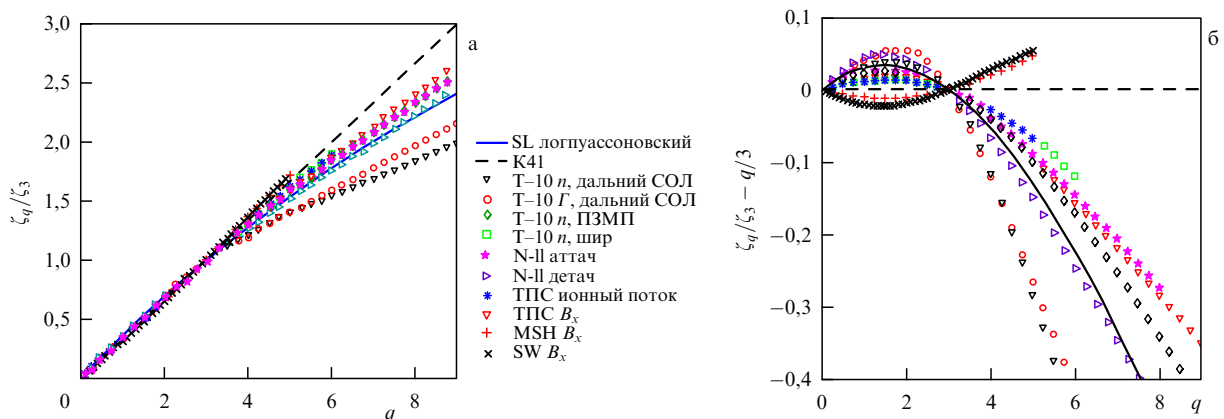


Рис. 29. Скейлинги структурной функции для турбулентности пристеночной плазмы термоядерных установок и плазмы в геомагнитной ловушке Земли. Колмогоровский K41 (пунктир) спектр и скейлинг логпуассоновской модели (линия) для параметров $\beta = \Delta = 2/3$ приведены для сравнения (а). Отклонение скейлингов структурной функции от колмогоровского K41. Линия — логпуассоновская модель для параметров $\beta = \Delta = 2/3$. Турбулентность пристеночной плазмы в токамаке T-10 (T-10 n дальний СОЛ — плотность плазмы, T-10 Г дальний СОЛ — поток частиц), вблизи последней замкнутой магнитной поверхности (T-10 ПЗМП), и в слое, разрушенном широм полоидальной скорости (T-10 шир); в NAGDIS-II при ухудшенном удержании плазмы (N-II аттач) и при улучшенном удержании (N-II детач); поток ионов в ТПС (ТПС поток ионов, 29.03.1996), магнитное поле в ТПС (ТПС B_x , 19.06.1998) и магнитное поле в МГС вне ТПС (МГС B_x), в солнечном ветре по данным Geotail (СВ B_x) (б).

Таблица 3.

Экспериментальные данные	Δ	β
T-10, n_e , $r = 34$ см	0,43	0,33
T-10, n_e , $r = 36$ см	0,68	0,35
T-10 поток, $r = 36$ см	0,53	0,25
T-10 ПЗМП, n_e , $r = 30$ см	0,23	0,25
T-10 шир слой, n_e , $r = 29$ см	0,9	0,91
NAGDIS-II аттач, n_e , $r = 18$ см	0,23	0,36
NAGDIS-II детач, n_e , $r = 18$ см	0,35	0,3
ТПС у магнитопаузы Земли, B_x	0,24	0,38
МГС вне ТПС, B_x	≈ 0	1
МПС у магнитопаузы Земли, ионный поток	0,2	0,36
Cluster 1, 2.02.2003, МР, B_x	0,38	0,56
Cluster 1, 2.02.2003, барьер у ТПС Земли B_x	0,12	0,45
Интербол, 22.12.1996, B_z в геомагнитном хвосте Земли	0,15	0,26

Показатель δ_q может изменяться между δ_0 , соответствующим среднему потоку $\Pi_0(l) \sim l^{\delta_0}$, и δ_∞ , соответствующим предельному $\Pi_\infty(l) \sim l^{\delta_\infty}$. В зависимости от типа турбулентности, зависимость δ_q от q различна (см. [32]):

1) $\delta_q = 0$ — модель Колмогорова К41, монофрактальная модель;

2) $\delta_q \equiv \text{const}$, степень неоднородности не растёт с ростом порядка, но даже момент первого порядка зависит от масштаба усреднения (например, сильные изолированные вихри в турбулентности);

3) $\delta_0 = 0$, $\delta_\infty = 2/3$ — модель Ше–Левека, среднее (первый момент) не зависит от масштаба, а для больших моментов существует предельное δ_q ;

4) $\delta_0 = \text{const}$, δ_∞ ограничено, т.е. среднее зависит от масштаба и показатель растёт с ростом q . В этом случае из формы иерархии моментов в модели ШЛД параметр $\Delta = (d_\infty - d_0)/\zeta_3$. Тогда можно зависимость δ_q представить как

$$\delta_q = \delta_\infty + \zeta_3 \Delta H(q), \quad (45)$$

где $H(q)$ — монотонная убывающая функция $H(0) = 1$, $H(\infty) = 0$. В простейшем случае это экспонента $H(q) = \exp(-aq)$ (см. [20]). Можно показать подстановкой в исходные определения иерархии моментов, что модель ШЛД предполагает такую экспоненциальную зависимость и зависимость для показателя $\beta = \exp(-a)$ [32].

На рисунке 30в приведена зависимость δ_q . Как для лабораторной плазмы, так и для ТПС эта зависимость свидетельствует об иерархии моментов в соответствии с гипотезой ШЛД: среднее зависит от масштаба и показатель растёт с ростом q . Это означает также, что изолированные вихри не являются доминирующим процессом в рассматриваемых данных.

Следует сделать замечание о характеристике спектра моментов прямого и обратного каскада. Из определения $\langle \varepsilon_l \rangle$ следует, что величины Π_1 и δ_q характеризуют интенсивность процессов переноса энергии независимо от их направления. Поэтому обратный каскад также

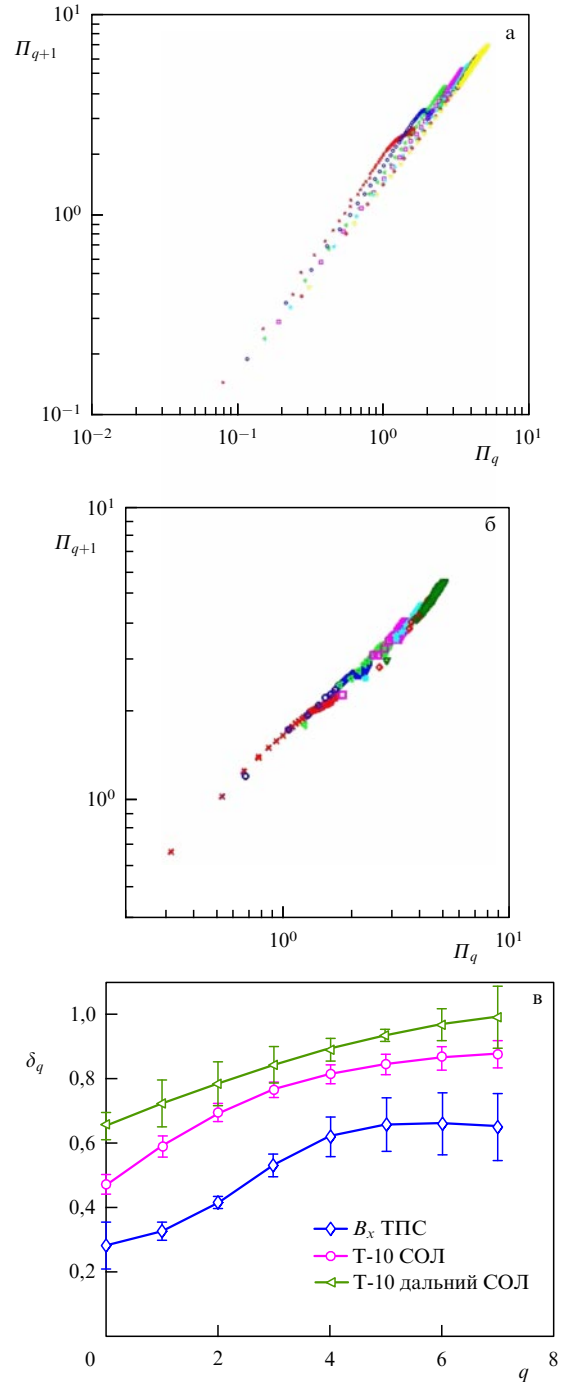


Рис. 30. Относительные моменты Π_{q+1} от Π_q . Каждая группа точек соответствует определённому значению величины q из интервала $\{1, 8\}$: B_x в ТПС (Интербол-1) (а); плотность плазмы при $r = 32$ см в СОЛ Т-10 (б); зависимость индекса δ_q от порядка момента q , магнитное поле в ТПС магнитосферы (B_x ТПС), в СОЛ плазме токамака Т-10 (Т-10 СОЛ) при $r = 31$ см и в дальнем СОЛ (Т-10 дальний СОЛ) при $r = 36$ см (в).

может характеризоваться параметром δ_q . Это замечание относится также и к спектру $\zeta(q)$.

В заключение этого раздела необходимо отметить, что в турбулентных течениях нейтральных сред также наблюдались спектры, близкие к спектрам логпассоновской модели (см. раздел 2.1). Подобие в поведении скейлингов в различных турбулентных средах указывает на универсальный характер структуры развитой турбулентности с перемежаемостью.

5. Анизотропный турбулентный каскад и размерность диссипативных структур

Для исследования свойств диссипативных структур, следует рассмотреть скейлинги энергии диссипации $\varepsilon_l^\infty \sim l^{-\Delta}$ и разностей скорости $\delta u_l \sim l^{1/g}$ [291] (параметр $g = 3$ в модели К41, и $g = 4$ в модели Ирошникова – Кречнана). В логпуассоновской модели индекс β связан с Δ и коразмерностью C_0 сингулярных диссипативных структур, $\beta = 1 - \Delta/C_0$ (см. [86]), $C_0 = 3 - D$, где D — размерность диссипативных структур. В трёхмерном пространстве $C_0 = 2$ для одномерных нитевидных структур ($D = 1$) и $C_0 = 1$ для листовых структур ($D_0 = 2$). Тогда скейлинг в логпуассоновской модели (28) можно записать как

$$\zeta(q) = (1 - D) \frac{q}{g} + C_0 \left(1 - \left[1 - \frac{D}{C_0} \right]^{q/g} \right). \quad (46)$$

Обычно связь между Δ и g находят, допуская одинаковый скейлинг для временных масштабов t_l^∞ диссипации $\varepsilon_l^\infty \sim E^\infty / t_l^\infty$ (E^∞ — количество энергии, диссипируемое сингулярными структурами) и времени нелинейной передачи t_l^{NL} энергии по каскаду $\varepsilon \sim \delta u_l^2 / t_l^{\text{NL}}$. Предполагая $\varepsilon_l^\infty \sim l^{-\Delta}$ и $\delta u_l \sim l^{1/g}$, получаем соотношение между параметрами $\Delta = 2/g$. В модели ШЛ эти параметры: $C_0 = 2$, $g = 3$, $\Delta = 2/3$. В модели турбулентности с учетом МГД-эффектов $g = 4$, $\Delta = 1/2$, и $C_0 = 1$, в предположении, что диссипативные структуры — это двумерные токовые слои. Компьютерное моделирование трёхмерной МГД-турбулентности (модель Бискамп – Мюллера, ВМ [291]) показало, что скейлинги (47) хорошо воспроизводятся при комбинации $g = 3$, $\Delta = 2/3$, $C_0 = 1$ в предположении гидродинамического скейлинга и листовых двумерных диссипативных структур. Размерность диссипативных структур D (рис. 31а) определяет плотность вероятности распределения активных зон турбулентности в турбулентной среде с перемежаемостью, поэтому важно знать, какие диссипативные структуры определяют в целом (или преимущественно, если возможно существование структур разной размерности) свойства скейлинга.

Рассмотрим более общий случай анизотропии в интенсивности каскада. Следуя изложению [291], можно отойти от предположения равного скейлинга для t_l^{NL} и t_l^∞ . Вместо этого предположим, что t_l^∞ удовлетворяет скейлингу К41, $t_l^\infty \sim l/\delta u_l \sim l^{1-1/g}$, $\Delta = 1 - 1/g$. Для $C_0 = 1$ это приведёт к скейлингу Бискамп – Мюллера [291]

$$\zeta(q) = \frac{q}{g^2} + 1 - (g)^{-q/g}. \quad (47)$$

В [277, 287] предложен другой скейлинг структурных функций $\zeta(q)$. Используя аналогично предыдущему выводу оценку $t_l^\infty \sim l/\delta u_l \sim l^{1-1/g_f}$ для одномерных филаментарных (нитевидных) диссипативных структур с $C_0 = 2$, получаем скейлинг [277, 287]

$$\zeta_f(q) = \frac{q}{g_f^2} + 2 \left[1 - \left(\frac{1 + g_f}{2g_f} \right)^{q/g_f} \right]. \quad (48)$$

При таком подходе величина $g_f/3$ — это отношение интенсивности каскада к его интенсивности в колмогоровской модели К41. В [291] было предложено использовать модифицированное время передачи энергии

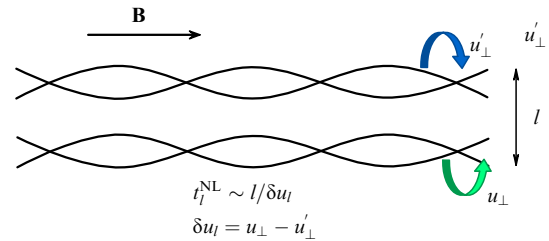
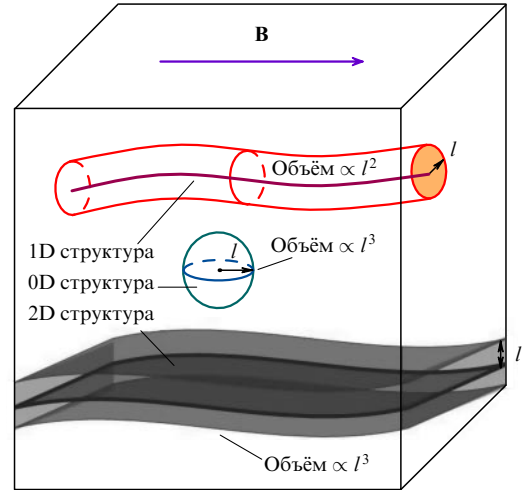


Рис. 31. Схема объектов разной размерности. Вероятность того, что сфера радиуса l заполнится объектами размерности D , имеет зависимость $P \sim l^{3-D}$ при $l \rightarrow 0$ (а). Схема нелинейного взаимодействия нитевидных диссипативных структур ($D = 1$) в направлении, поперечном магнитному полю. Это общий случай анизотропии в интенсивности каскада, при котором поперечный каскад энергии характеризуется локальностью колмогоровского типа (б).

$$t_l^{\text{NL}} \sim \left(\frac{l}{l_0} \right)^\theta \left(\frac{l}{\delta u_l} \right), \quad (49)$$

что позволяет отличать t_l^{NL} от t_l^∞ и отдельно характеризовать интенсивность каскада для флуктуаций с поляризацией перпендикулярно и параллельно полю. Здесь l_0 — произвольный масштаб длины и θ — безразмерный параметр. Схема процесса, когда в поперечном направлении нелинейное взаимодействие характеризуется локальностью колмогоровского типа, т.е. нелинейно взаимодействуют только вихревые структуры с близкими k_\perp , представлена на рис. 31б. Такая схема описывает условия в СОЛ токамака и других ТУ — магнитные силовые линии незамкнуты и турбулентность существует преимущественно в виде желобковых структур, простирающихся вдоль магнитного поля. В ТПС МС Земли также существуют возмущения, вытянутые вдоль поля. Предполагая постоянство передачи энергии по каскаду $\varepsilon \sim \delta u_l^2 / t_l^{\text{NL}} = \text{const}$,

$$t_l^{\text{NL}} \sim l^{(1+q)/2/3}. \quad (50)$$

Напомним, что в стандартной феноменологии $t_l^{\text{NL}} \sim l^{2/g}$. При модифицированном подходе интенсивность каскада зависит от фактора $(l/l_0)^\theta$:

- 1) $\theta = 0$ ($g = 3$) для изотропного каскада К41,
- 2) $\theta < 0$ ($g > 3$) соответствует усилению каскада в сравнении с К41,
- 3) $\theta > 0$ ($g < 3$) соответствует ослаблению каскада в сравнении с К41.

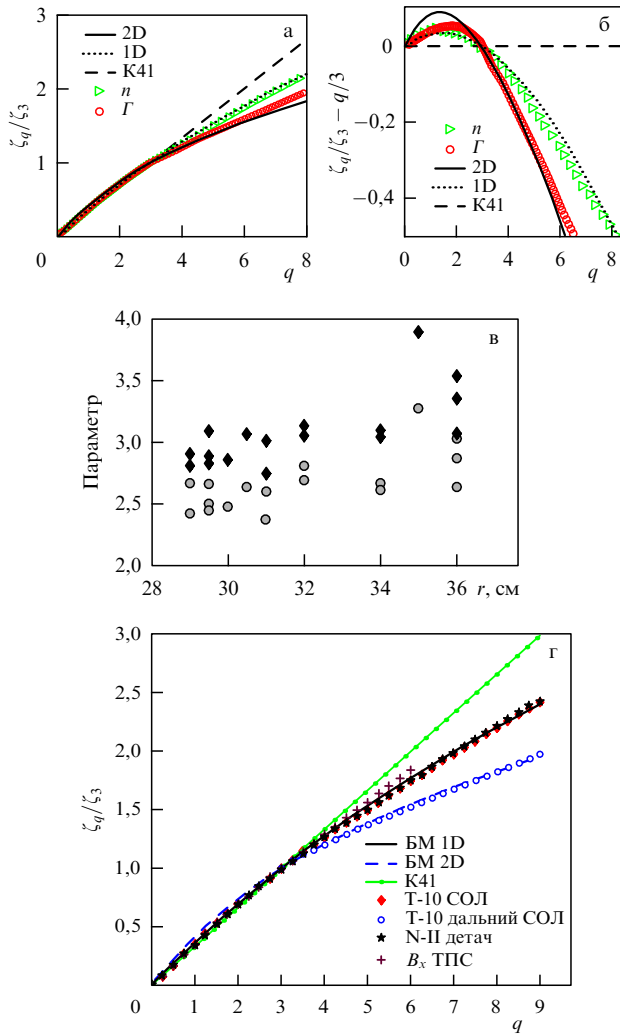


Рис. 32. Экспериментальный скейлинг структурной функции (а) и его отклонение от колмогоровского спектра К41 (б). Плотности плазмы в СОЛ при $r = 34$ см (треугольники) и поперечного потока частиц Γ в далеком СОЛ при $r = 36$ см (круги). Модель Колмогорова К41 (пунктир), модифицированный скейлинг (49) для одномерных 1D диссипативных структур (штрихпунктир), Бискампа–Мюллера (БМ) (48) для двумерных 2D диссипативных структур (линия); токамак Т-10. Характеристики пристеночной турбулентности в токамаке Т-10. Параметры скейлингов (48) g (круги) и (49) g_f (ромбы). Почти во всем СОЛ параметр g_f близок к величине 3 (в). Скейлинг пристеночной турбулентности в токамаке Т-10 и магнитное поле в ТПС. В ТПС, основном СОЛ токамака Т-10 и в NAGDIS-II (N-II детач, $r = 18$ мм) скейлинг описывается (49), моделью с одномерными диссипативными структурами (БМ 1D, показан линией), в далеком СОЛ скейлинг при высоких q близок к скейлингу (48) в модели с двумерными диссипативными структурами (БМ 2D, показан пунктиром) (г).

Скейлинг (49) можно использовать при исследовании турбулентных сред с перемежаемостью и сильной анизотропией, где предполагается доминирующее влияние одномерных филаментарных диссипативных структур. Такие условия реализуются в турбулентных плазменных погранслоях магнитосферы Земли [20]. Вне ТПС флуктуации B_x характеризуются процессом с усилением каскада $\theta > 0$ ($g < 3$).

На рисунке 32 приведено сравнение экспериментальных скейлингов с модельными скейлингами (48) и (49). В основном СОЛ скейлинг $\zeta(q)$ описывается моделью с одномерными диссипативными структурами (49), в далё-

ком СОЛ скейлинг для высших моментов q близок к скейлингу в модели с двумерными диссипативными структурами (48).

На рисунке 32в представлена радиальная зависимость параметров g и g_f в пристеночной турбулентности токамака Т-10. Равномерная норма разности (относительная погрешность определения параметров в процессе подгонки) составляла величину от 5×10^{-2} до 5×10^{-5} , что свидетельствует о хорошей аппроксимации. Почти во всем СОЛ и области шира полоидального вращения ($28 < r < 29,5$ см) параметр g_f близок к величине 3. Как отмечалось выше, это может свидетельствовать о наличии одномерных сингулярных диссипативных структур, поскольку экспериментальный скейлинг более близок к (49). В далеком СОЛ токамака Т-10 на малом радиусе $r = 36$ см свойства каскада ближе к условиям модели с двумерными диссипативными структурами ($g \approx 3$) со скейлингом (48).

Возможно, в этом случае мы имеем дело с доминирующим вкладом двумерных вихревых структур. Подобный процесс с вихревыми структурами наблюдался в численных экспериментах в рамках моделей различной сложности, развитых для пристеночной плазмы термоядерных установок (см., например, [27]).

В таблице 4 приведены значения для параметров g и g_f в термоядерных установках и ТПС магнитосферы Земли. Для большинства экспериментов в основном СОЛ параметр g_f близок к величине 3, т.е. в погранслоях следует рассматривать доминирующее влияние нитевидных (имеющих квазиодномерную топологию) диссипативных структур, описываемых скейлингом (49).

В экспериментах на токамаке Т-10 [90], других токамаках (см., например, [260]), стеллараторах (в LHD [294] и др.) наблюдаются крупномасштабные структуры в пристеночной плазме, которые в литературе получили название "блобы". Радиальное движение этих структур проявляется на сигналах измерительных зондов в виде

Таблица 4. Параметры g и g_f , полученные подгонкой экспериментальных скейлингов к скейлингам (48) и (49)

Эксперимент	g	g_f
Т-10 СОЛ, n_e , $r = 34$ см	2,61	3,03
Т-10 СОЛ, n_e , $r = 36$ см	3,02	3,53
Т-10 СОЛ, поток, Γ , $r = 36$ см	2,9	3,4
Т-10 ПЗМП, n_e , $r = 30$ см	2,5	2,87
Т-10 шир слой, n_e , $r = 29$ см	2,35	2,73
NAGDIS-II аттач, n_e , $r = 18$ мм	2,65	3,05
NAGDIS-II детач, n_e , $r = 18$ мм	2,59	3,0
LHD, СОЛ n_e , длинная магнитная силовая линия	2,3–2,6	2,8–3,1
LHD, СОЛ n_e , короткая магнитная силовая линия	2,5–2,8	3,1–3,3
JT-60U, СОЛ n_e , $r = 400$ мм от сепаратриссы	2,63	3,06
Кластер 4, 02.02.2003, V_z , барьер МС Земли	2,58	3,03
Кластер 4, 02.02.2003, V_z , ТПС МС Земли	2,48	2,9
Интербол, 22.12.1996, B_z в геомагнитном хвосте Земли	2,4	2,76

больших всплесков амплитуды нерегулярной формы. Регистрируются также и другие структуры, вихри и пространственно-временные моды. Все эти структуры — результат сильной низкочастотной турбулентности плазмы. Спектральные характеристики таких структур не позволяют сделать вывод, что они существуют независимо от всего турбулентного движения. Например, существование блобов вносит вклад в низкочастотную часть фурье-спектра на частотах $\sim 1-30$ кГц и в структурные функции на временах $\sim 40-1000$ мкс. Однако на спектрах и структурных функциях отсутствуют какие-либо монохроматические пики, эти спектры уширены. Интерпретировать их как свидетельство обособленного существования структур некорректно. Принимая во внимание многочисленные исследования, проведенные до настоящего времени в токамаке Т-10 и других токамаках, можно сделать вывод о сильной нелинейной взаимозависимости всех структур и мод краевой плазмы, что и рассматривается в современных теоретических моделях (см. [27, 43, 44, 97]). Описанные выше результаты анализа в рамках логпуассоновской модели позволяют сделать предположение о топологии структур, ответственных за диссипацию в краевой турбулентности. Эти структуры могут ассоциироваться как с ранее обсуждавшимися когерентными явлениями, которые часто наблюдались в экспериментах, так и со структурами, которые не выделяются на фоне сильной турбулентности краевой плазмы. Отметим, что могут также сосуществовать диссипативные структуры с различной геометрией (топологией), такая возможность обсуждается в рамках логпуассоновской модели [295]. Теоретические рассуждения [295] случайного мультипликативного каскада (каким является логпуассоновский каскад) допускают, что процесс может включать диссипативные структуры различной геометрии, в том числе и фрактальной. Свойства экспериментальных скейлингов, как обсуждалось выше, удовлетворительно описываются в рамках логпуассоновской модели в предположении одномерных диссипативных структур. Наша методика не позволяет получить информацию о конкретной пространственной форме квазиодномерных диссипативных структур. Исходя из свойств симметрии МГД-течений (например, рассмотрения спиральности), можно предположить, что они имеют спиралевидную, сложную форму, вытянутую преимущественно вдоль магнитного поля. В случае ТПС над полярными каспами магнитосферы Земли одномерность может быть связана с симметрией плазменных струй (потоками, параллельными магнитопаузе) [18–20, 28]. Влияние границ заключается во взаимодействии флуктуаций в набегающем потоке с отраженными от магнитопаузы волнами [20]. Для детального исследования геометрии диссипативных структур и подтверждения полученных результатов на основе феноменологии логпуассоновской модели требуется провести специальные эксперименты.

Свойства скейлинга турбулентности в целом зависят от свойств диссипативного масштаба, где эффекты вязкости существенны и время нелинейного взаимодействия порядка времени диффузии. Поэтому полезно сравнить диссипативные масштабы λ_v в турбулентности для обычной жидкости и для плазмы, описываемой МГД-уравнениями. В обычной жидкости [6]

$$\lambda_v \sim L \text{Re}^{-3/4}, \quad (51)$$

где L — макромасштаб движения, характеризующего скоростью U .

В плазме в сильном магнитном поле анизотропия каскада формирует более широкий диссипативный масштаб, который можно оценить как [296]:

$$\lambda_B \sim L \text{Re}^{-2/3}. \quad (52)$$

Значительные отличия диссипативных масштабов в плазме от диссипативных масштабов в гидродинамической турбулентности становятся существенными лишь при очень больших числах Рейнольдса (например, в центральных областях горячей плазмы крупных токамаков или в межпланетной плазме, где $\text{Re} \sim 10^5-10^{10}$). Оценить число Рейнольдса в краевой плазме токамака довольно трудно, так как вязкость может изменяться в больших пределах. Из приблизительных оценок значение Re в пристеночной плазме токамака и других ТУ относительно невелико (возможно, от ~ 10 [260] до ~ 1000). В ТПС магнитосферы Земли оценки значения Re также от ~ 30 до ~ 600 [29]. То есть для относительно небольших чисел Рейнольдса эффекты магнитного поля не столь существенны: при $\text{Re} \sim 1000$ диссипативный масштаб λ_B лишь удвоится в сравнении с λ_v . Это, возможно, является одной из причин подобия свойств каскада энергии в гидродинамической турбулентности с перемежаемостью и низкочастотной турбулентности пристеночной плазмы токамака [116].

6. Характеристики переноса в турбулентной среде с перемежаемостью

Полученные из эксперимента показатели логпуассоновского скейлинга β и Δ , g_f (см. табл. 3, 4) можно использовать для определения скейлинга турбулентного переноса плазмы. При этом применяются развитые в статистической физике подходы, учитывающие свойства масштабной инвариантности (скейлинги) в процессе с мультифрактальным каскадом и обобщенным самоподобием [20]. Как уже говорилось, диффузия в таком процессе определяется фрактальными размерностями и может быть описана диффузионным уравнением с дробными производными (см., например, [59–61]).

Свойства диффузии следует рассматривать в рамках концепции мультифрактального мультипликативного каскада (см., например, [297]). В таком подходе скейлинг обобщенной диффузии зависит от скейлинга структурной функции $\zeta(q)$ как [243]

$$D \propto \tau^{K(-1)}, \quad K(q) = q - \zeta(3q). \quad (53)$$

Такой скейлинг используется для оценки переноса в статистически неоднородной среде с перколяционными свойствами. Показатель $K(-1)$ в (53) определяется фрактальными свойствами среды и характеризует (в среднем) топологические свойства (свойства связности, определяющие перенос) стохастической структуры пристеночной турбулентности.

Из таблицы 3 для экспериментально определенных индексов в различных установках и формул для логпуассоновской модели (23) и (49) имеем $K(-1) \approx 0,1-0,7$. Закон смещения частиц со временем

$$\langle \delta x^2 \rangle \propto D\tau \propto \tau^\alpha \quad (54)$$

с показателем $\alpha \propto 1 + K(-1) \approx 1,1-1,7 > 1$. Такой скейлинг означает существование супердиффузии. Напом-

Таблица 5. Показатель скейлинга переноса в ТПС магнитосферы Земли и в пристеночной плазме термоядерных установок

Экспериментальные данные	α
Cluster 3, 1; Барьер: 02.02.2003, B_z	1,1–1,15
Cluster 3, 1; МП: 02.02.2003, B_z	1,3
Cluster 1, МГС: 03.02.2003, B_z	≈ 1
Интербол, 22.12.1996, B_z в геомагнитном хвосте Земли	1,42
Токамак E-10, n_e	1,33
Токамак JT-60U, n_e	1,33
Токамак JT-60U, n_e , X-точка дивертора	≈ 1
Стелларатор LHD, n_e	1,4
Установка NAGDIS-II, n_e	1,41

ним, что для нормальной (броуновской) диффузии $\alpha = 1$, а конвективное (баллистическое) движение характеризуется значением $\alpha = 2$.

В пристеночной плазме токамаков T-10 и JT-60U, стелларатора LHD и линейной плазменной установке NAGDIS-II индекс $\alpha \approx 1,2–1,4$ (табл. 5) [281, 282], оставаясь "супердиффузионным" в широком диапазоне параметров плазмы. Лишь в X-точке дивертора и вблизи последней замкнутой магнитной поверхности в токамаке JT-60U показатель $\alpha \approx 1$. Это связано с уменьшением корреляций в этой области и приближением статистики турбулентности к гауссовой.

Отметим, что супердиффузионный скейлинг B_z наблюдается и в геомагнитном хвосте Земли (табл. 5). Данные B_z были зарегистрированы в зоне геомагнитного хвоста, где средние величины компонент магнитного поля $B_y = -2,7$ нТл и $B_z = 2,4$ нТл и среднеквадратичные флуктуации амплитуды соответственно $\delta B_y = 3,3$ нТл и $\delta B_z = 2,4$ нТл (т.е. данные получены в области, где процесс развивается на замкнутых силовых линиях, так как средняя величина вертикальной компоненты поля $B_z > 0$). Среднее и дисперсия флуктуаций B_y слегка превышают эти же параметры для B_z — это означает, что турбулентность имеет одномерную структуру (в смысле рис. 31, хотя в геофизике такие структуры часто называют двумерными), как и у магнитопаузы Земли. Супердиффузионный скейлинг B_z с $\alpha = 1,2$ может свидетельствовать о существовании дальнедействующих связей в хвосте магнитосферы Земли, т.е. характер транспортных процессов определяется не только локальными свойствами флуктуаций, но и дальними корреляциями вдоль хвоста (см. также [298, 299]).

Полезно получить оценку скейлинга смещения частиц независимым способом [17]. Для этого мы воспользовались уравнением (9) для супердиффузии в турбулентной среде с "полётами Леви" из статьи Троймана [300]: $\langle \delta x^2 \rangle \propto \tau^{2/\gamma}$, где γ — показатель функции Леви [17]. Савин и др. [18] показали, что в рассматриваемом случае в ТПС 19 июня 1998 г. распределение вероятностей углов поворота магнитного вектора аппроксимируется функцией Леви с показателем $\gamma = 1,17$. Это даёт скейлинг $\langle \delta x^2 \rangle \propto \tau^{1,7}$, показатель которого попадает в интервал, полученный из логпуассоновской модели, что независимо подтверждает свойство супердиффузии.

Для описания переноса следует использовать дробное уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова, индек-

сы дробных производных в нём связаны с фрактальной размерностью (либо спектром фрактальных размерностей) процесса (см. [61]). Параметры скейлингов и мультифрактальные спектры, которые определяются из эксперимента, могут быть использованы для построения модели турбулентности в ТПС на основе дробного уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова.

7. Заключение

В заключение можно сделать вывод, что турбулентность плазмы в ТПС у магнитосферы и пристеночной плазме термоядерных установок характеризуется перемежаемостью, обобщённым самоподобием, мультифрактальностью и анизотропным каскадным процессом. Скейлинги статистических моментов хорошо описываются логпуассоновской моделью турбулентности со случайным анизотропным каскадом в предположении существования одномерных диссипативных структур. Такие свойства наблюдаются также в турбулентности нейтральной жидкости, что может служить аргументом в пользу предположения об универсальности свойств статистики турбулентности с перемежаемостью.

В магнитосферных ТПС и краевой плазме ТУ характер переноса супердиффузионный, что необходимо учитывать при построении количественных моделей переноса (ср. с (39) для классической диффузии).

Полученные в нашей работе данные улучшают понимание свойств турбулентности с перемежаемостью в условиях доминирующего влияния граничных эффектов. Для проверки предположения об универсальных свойствах перемежаемости турбулентности в пограничных слоях плазмы необходимо провести анализ на большей базе экспериментальных данных. При подтверждении применимости логпуассоновской модели на достаточном статистическом материале открывается перспектива количественного описания процессов турбулентного переноса в мультифрактальной среде с использованием скейлингов статистических моментов.

Авторы признательны за поддержку работы в рамках грантов Росатома РФ, РФФИ 06-02-17256 и 06-02-72561, Госконтракта РФ 02.740.11.5064, Японского научного общества JSPS и проекта ЛАЙМ (Япония), ISSI (Team132), INTAS-03-50-4872, INTAS 05-1000008-8050, Вершкову В.А., Грашину С.А. и группе токамака T-10 за помощь в получении экспериментальных данных, Г.Н. Застенкеру, предоставившему данные по ионному потоку с "Интербола-1", Ш. Такамуре, Н. Оно, С. Масузаки, Н. Асакуре за возможность использовать экспериментальные данные термоядерных установок LHD, JT-60U, HYBTOK-II и NAGDIS-II.

Список литературы

1. Колмогоров А Н *ДАН СССР* **30** 299 (1941) [Kolmogorov A N *C.R. (Dokl.) Acad. Sci. USSR* **30** 299 (1941)]
2. Колмогоров А Н *ДАН СССР* **32** 19 (1941) [Kolmogorov A N *C.R. (Dokl.) Acad. Sci. USSR* **32** 19 (1941)]
3. Монин А С, Яглом А М *Статистическая гидромеханика* (М.: Наука, 1965, 1967) [Monin A S, Yaglom A M *Statistical Fluid Mechanics Vols 1, 2* (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1971, 1975)]
4. Lathrop D P, Fineberg J, Swinney H L *Phys. Rev. Lett.* **68** 1515 (1992)
5. Cadot O et al. *Phys. Rev. E* **56** 427 (1997)
6. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986) [Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)]

7. Sreenivasan K R, in *Frontiers in Experimental Fluid Mechanics* (Ed. M Gad-el-Hak) (Berlin: Springer-Verlag, 1989) p. 159
8. Баренблатт Г И *УМН* **59** (1) 45 (2004) [Barenblatt G I *Russ. Math. Surv.* **59** 47 (2004)]
9. Barenblatt G I, Prostokishin V M *J. Fluid Mech.* **248** 521 (1993)
10. Zagarola M V, Perry A E, Smits A J *Phys. Fluids* **9** 2094 (1997)
11. Barenblatt G I, Chorin A J *Phys. Fluids* **10** 1043 (1998)
12. Кадомцев Б Б, в сб. *Вопросы теории плазмы* Т. 4 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Атомиздат, 1964) с. 188 [Kadomtsev B B, in *Reviews in Plasma Physics* Vol. 4 (Ed. M A Leontovich) (New York: Consultants Bureau, 1971)]
13. Кадомцев Б Б *Коллективные явления в плазме* (М.: Наука, 1988) [Kadomtsev B B, in *Reviews of Plasma Physics* Vol. 22 (Ed. V D Shafranov) (New York: Kluwer Acad./Plenum Publ., 2001) p. 1]
14. Zweben S J et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **49** S1 (2007)
15. Carreras B A, Lynch V E, LaBombard B *Phys. Plasmas* **8** 3702 (2001)
16. Kadomtsev B B *Tokamak Plasma: a Complex Physical System* (Bristol: IOP Publ., 1992)
17. Савин С П и др. *Письма в ЖЭТФ* **74** 620 (2001) [Savin S P et al. *JETP Lett.* **74** 547 (2001)]
18. Savin S et al. *Nonlin. Proces. Geophys.* **9** 443 (2002)
19. Savin S et al. *Surv. Geophys.* **26** 95 (2005)
20. Savin S et al. *Письма в ЖЭТФ* **87** 691 (2008) [*JETP Lett.* **87** 593 (2008)]
21. Савин С П и др. *Письма в ЖЭТФ* **79** 452 (2004) [Savin S P et al. *JETP Lett.* **79** 368 (2004)]
22. Savin S et al. *Planet. Space Sci.* **53** 133 (2005)
23. Новиков Е А, Стюарт Р У *Изв. АН СССР. Сер. Геофиз.* (3) 408 (1964)
24. Frisch U *Turbulence. The Legacy of A.N. Kolmogorov* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995) [Фриш У *Турбулентность: Наследие А.Н. Колмогорова* (М.: Фазис, 1998)]
25. Budaev V P et al. *Nucl. Fusion* **48** 024014 (2008)
26. Scott B D *Phys. Plasmas* **12** 062314 (2005)
27. Пастухов В П *Физика плазмы* **31** 628 (2005) [Pastukhov V P *Plasma Phys. Rep.* **31** 577 (2005)]
28. Зелёный Л М, Милованов А В *УФН* **174** 809 (2004) [Zelenyi L M, Milovanov A V *Phys. Usp.* **47** 749 (2004)]
29. Зелёный Л М, Веселовский И С (Ред.) *Плазменная гелиогеофизика* (М.: Физматлит, 2008)
30. Biskamp D, Schwarz E *Phys. Plasmas* **8** 3282 (2001)
31. Biskamp D, Müller W-C *Phys. Plasmas* **7** 4889 (2000)
32. Фрик П Г *Турбулентность: подходы и модели* (М. – Ижевск: Инст. компьютер. исслед., 2003)
33. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Физматлит, 2001) [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1980)]
34. Prigogine I *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes* (Springfield, Ill.: Thomas, 1955) [Пригожин И *Введение в термодинамику необратимых процессов* (М. – Ижевск: РХД, 2001)]
35. Parisi G, Frish U, in *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics* (Eds M Ghil, R Benzi, G Parisi) (Amsterdam: North-Holland, 1985) p. 71
36. Gogoberidze G *Phys. Plasmas* **14** 022304 (2007)
37. Миллиончиков М Д *АН СССР* **32** 611 (1941) [Milliontchikov M D *S.R. (Dokl.) Acad. Sci. USSR* **32** 611 (1941)]
38. Kraichnan R H *J. Fluid Mech.* **5** 497 (1959)
39. Kadomtsev B B *Plasma Turbulence* (London: Academic Press, 1965)
40. Быков А М, Топтыгин И Н *УФН* **163** (11) 19 (1993) [Bykov A M, Toputygin I N *Phys. Usp.* **36** 1020 (1993)]
41. Брагинский С И, в сб. *Вопросы теории плазмы*. Вып. 1 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Госатомиздат, 1963) с. 183 [Braginskii S I, in *Reviews in Plasma Physics* Vol. 1 (Ed. M A Leontovich) (New York: Consultants Bureau, 1965) p. 205]
42. Zeiler A, Drake J F, Rogers B *Phys. Plasmas* **4** 2134 (1997)
43. Horton W *Phys. Rep.* **192** 1 (1990)
44. Scott B *Plasma Phys. Control. Fusion* **39** 471 (1997)
45. Шурьгин Р В *Физика плазмы* **30** 387 (2004) [Shurygin R V *Plasma Phys. Rep.* **30** 353 (2004)]
46. Овсянников Л В *Групповые свойства дифференциальных уравнений* (Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962)
47. Olver P J *Applications of Lie Groups to Differential Equations* (New York: Springer-Verlag, 1993)
48. Guseynatnikova V N et al. *Acta Appl. Math.* **15** 23 (1989)
49. Самохин А В *АН СССР* **285** 1101 (1985) [Samokhin A V *Sov. Phys. Dokl.* **30** 1020 (1985)]
50. Гриднев И П *ПМТФ* **9** (6) 103 (1968) [Gridnev I P *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **9** 718 (1968)]
51. Ibragimov N H (Ed.) *CRC Handbook of Lie Group Analysis of Differential Equations* Vols 1–3 (Boca Raton: CRC Press, 1994–1996)
52. Nucci M C *Atti Semin. Mat. Fis. Univ. Modena* **33** 21 (1984)
53. Biferale L, Procaccia I *Phys. Rep.* **414** 43 (2005)
54. Cartes C et al. *Fluid Dyn. Res.* **41** 011404 (2009)
55. Kolmogorov A N *J. Fluid Mech.* **13** 82 (1962)
56. Пухначев В В *Усп. механики* **4** (1) 1 (2006)
57. Ахизер А И, Берестетский В Б *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1981) [Akhiezer A I, Berestetskii V B *Quantum Electrodynamics* (New York: Interscience Publ., 1965)]
58. Аджемян Л Ц, Антонов Н В, Васильев А Н *УФН* **166** 1257 (1996) [Adzhemyan L Ts, Antonov N V, Vasil'ev A N *Phys. Usp.* **39** 1193 (1996)]
59. Чукбар К В *ЖЭТФ* **108** 1875 (1995) [Chukbar K V *JETP* **81** 1025 (1995)]
60. Chechkin A V, Gorenflo R, Sokolov I M *Phys. Rev. E* **66** 046129 (2002)
61. Учайкин В В *Метод дробных производных* (Ульяновск: Артишок, 2008)
62. Ляпунов А М *Общая задача об устойчивости движения* (Харьков: Харьковск. матем. общ-во, 1892); (М. – Л.: ГИТТЛ, 1950) [Перевод на фр. яз.: Liapunoff A 'Problème général de la stabilité du mouvement' *Ann. Fac. Sci. Toulouse* **9** 203 (1907); *Annals of Mathematics Studies* Vol. 17 (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1947); перевод на англ. яз.: Lyapunov A M *The General Problem of the Stability of Motion* (London: Taylor & Francis, 1992)]
63. Оселедец В И *Тр. Московского мат. общ-ва* **19** 179 (1968) [Oseledets V I *Trans. Moscow Math. Soc.* **19** 197 (1968)]
64. Заславский Г М, Сагдеев Р З *Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности и хаоса* (М.: Наука, 1988); Sagdeev R Z, Usikov D A, Zaslavsky G M *Nonlinear Physics: from the Pendulum to Turbulence and Chaos* (Chur: Harwood Acad. Publ., 1988)
65. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Ч. 1 (М.: Физматлит, 2001) [Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics* Vol. 1 (Oxford: Pergamon Press, 1980)]
66. Гнеденко Б В *Курс теории вероятностей* (М.: УРСС, 2001) [Gnedenko B V *Theory of Probability* (Amsterdam: Gordon and Breach Sci. Publ., 1980)]
67. Батанов Г М и др. *Письма в ЖЭТФ* **78** 974 (2003) [Batanov G M et al. *JETP Lett.* **78** 502 (2003)]
68. Skvortsova N N et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **48** A393 (2006)
69. She Z-S, Leveque E *Phys. Rev. Lett.* **72** 336 (1994)
70. Dubrulle B *Phys. Rev. Lett.* **73** 959 (1994)
71. Schertzer D, Lovejoy S, Hubert P, in *Mathematical Problems in Environmental Science and Engineering* (Ser. in Contemporary Applied Mathematics, Vol. 4, Eds A Ern, L Weiping) (Beijing: Higher Education Press, 2002) p. 106
72. Isichenko M B *Rev. Mod. Phys.* **64** 961 (1992)
73. Kraichnan R H *J. Fluid Mech.* **41** 189 (1970)
74. Kraichnan R H *J. Fluid Mech.* **5** 497 (1959)
75. Ирошников П С *Астрон. журн.* **40** 742 (1963) [Iroshnikov P S *Sov. Astron.* **7** 566 (1964)]
76. Kraichnan R H *Phys. Fluids* **85** 575 (1965)
77. Goldreich P, Sridhar S *Astrophys. J.* **438** 763 (1995)
78. Schekochihin A A, Cowley S C, in *Magnetohydrodynamics: Historical Evolution and Trends* (Eds S Molokov, R Moreau, H K Moffatt) (Berlin: Springer, 2007) p. 85
79. Boldyrev S *Phys. Rev. Lett.* **96** 115002 (2006)
80. Biskamp D, Müller W-C *Phys. Plasmas* **7** 4889 (2000)
81. Benzi R et al. *Phys. Rev. E* **48** R29 (1993)
82. Schertzer D et al. *Fractals* **5** 427 (1997)
83. Schertzer D, Lovejoy S *Physica A* **338** 173 (2004)
84. Arneodo A, Bacry E, Muzy J F *J. Math. Phys.* **39** 4142 (1998)
85. She Z-S, Waymire E C *Phys. Rev. Lett.* **74** 262 (1995)
86. Politano H, Pouquet A, Carbone V *Europhys. Lett.* **43** 516 (1998)
87. Schertzer D, Lovejoy S, Hubert P 'An introduction to stochastic multifractal fields', http://www.enpc.fr/multifractal/online/DS_course_0801.pdf
88. Politano H, Pouquet A *Geophys. Res. Lett.* **25** 273 (1998)
89. Chen F F *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion* (Berlin: Springer, 1984) [Чен Ф *Введение в физику плазмы* (М.: Мир, 1987)]
90. Будаев В П, в сб. *Стохастические модели структурной плазменной турбулентности* (Под ред. В Ю Королева, Н Н Скворцовой) (М.: МАКС Пресс, 2003) с. 125
91. Budaev V P *Czech. J. Phys.* **48** (S3) 121 (1998)
92. Boedo J A et al. *Phys. Plasmas* **8** 4826 (2001)
93. Budaev V P et al. *J. Nucl. Mater.* **176–177** 705 (1990)
94. Wagner F et al. *Phys. Rev. Lett.* **49** 1408 (1982)
95. Kuznetsov E A et al. *Письма в ЖЭТФ* **85** 288 (2007) [*JETP Lett.* **85** 236 (2007)]
96. Savin S et al. *Planet. Space Sci.* **59** 606 (2011)
97. Пастухов В П, Чудин Н В *Письма в ЖЭТФ* **82** 395 (2005) [Pastukhov V P, Chudin N V *JETP Lett.* **82** 356 (2005)]
98. Bak P, Tang C, Wiesenfeld K *Phys. Rev. A* **38** 364 (1988)

99. Budaev V P et al. *Nucl. Fusion* **46** S181 (2006)
100. Clauser F H *Adv. Appl. Mech.* **56** 1 (1956)
101. Townsend A A *The Structure of Turbulent Shear Flow* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1956)
102. Panton R (Ed.) *Self-Sustaining Mechanisms of Wall Turbulence* (Southampton: Computational Mechanics Publ., 1997)
103. Marusic I et al. *Phys. Fluids* **22** 065103 (2010)
104. Zagarola M V "Mean flow scaling in turbulent pipe flow", Ph.D. Thesis (Princeton: Princeton Univ. Press, 1996)
105. Tsuji Y, Nakamura I *Phys. Fluids* **11** 647 (1999)
106. Monkewitz P A, Chauhan K A, Nagib H M *Phys. Fluids* **19** 115101 (2007)
107. Barenblatt G I et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **94** 7817 (1997)
108. George W K, Castillo L *Appl. Mech. Rev.* **50** 689 (1997)
109. Klewicki J et al. *Philos. Trans. R. Soc. London A* **365** 823 (2007)
110. L'vov V S, Procaccia I, Rudenko O *Phys. Rev. Lett.* **100** 054504 (2008)
111. Zagarola M V, Smits A J J. *Fluid Mech.* **373** 33 (1998)
112. McKeon B J, Sreenivasan K R *Philos. Trans. R. Soc. London A* **365** 635 (2007)
113. Panton R L *Prog. Aerospace Sci.* **37** 341 (2001)
114. Adrian R J *Phys. Fluids* **19** 041301 (2007)
115. Грек Г Р, Козлов В В, Чернорай В Г *Усп. механики* **4** (1) 52 (2006)
116. Зыбин К П и др. *ЖЭТФ* **132** 510 (2007) [Zybin K P et al. *JETP* **105** 455 (2007)]
117. Zybin K P et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 174504 (2008)
118. Зыбин К П и др. *ЖЭТФ* **134** 1024 (2008) [Zybin K P et al. *JETP* **107** 879 (2008)]
119. Zybin K P, Sirota V A, Ilyin A S *Phys. Rev. E* **82** 056324 (2010)
120. Zybin K P, Sirota V A *Phys. Rev. Lett.* **104** 154501 (2010)
121. Xu H et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 024503 (2006)
122. Sreenivasan K R *Rev. Mod. Phys.* **71** S383 (1999)
123. Arneodo A et al. *Europhys. Lett.* **34** 411 (1996)
124. Klewicki J C, Foss J F, Wallace J M, in *Flow at Ultra-High Reynolds and Rayleigh Numbers* (Eds R J Donnelly, K R Sreenivasan) (New York: Springer, 1998) p. 450
125. Nagib H M, Chauhan K A, Monkewitz P A *Philos. Trans. R. Soc. London A* **365** 755 (2007)
126. Carlier J, Stanislas M J. *Fluid Mech.* **535** 143 (2005)
127. Nickels T B et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 074501 (2005)
128. Maurer J, Tabeling P, Zocchi G *Europhys. Lett.* **26** 31 (1994); Zocchi G et al. *Phys. Rev. E* **50** 3693 (1994); Belin F, Tabeling P, Willaime H *Physica D* **93** 52 (1996)
129. Anselmetti F et al. *J. Fluid Mech.* **140** 63 (1984); Marchand M, These INPG (Grenoble: National Polytechnical Inst. of Grenoble, 1993)
130. Chabaud B et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 3227 (1994)
131. Baudet C, Ciliberto S, Phan N T J. *Physique II* **3** 293 (1993)
132. Van de Water W, Van der Vorst B, Van de Wetering E *Europhys. Lett.* **16** 443 (1991)
133. Camussi R et al. *Phys. Fluids* **8** 1181 (1996)
134. Lumley J L *Phys. Fluids* **8** 1056 (1965)
135. Dahm W J A, Southerland K B, Buch K A *Phys. Fluids A* **3** 1115 (1991)
136. Adrian R J *Annu. Rev. Fluid Mech.* **23** 261 (1991)
137. Batchelor G K, Townsend A A *Proc. R. Soc. London A* **199** 238 (1949)
138. Cadot O, Douady S, Couder Y *Phys. Fluids* **7** 630 (1995)
139. Camussi R et al. *Phys. Fluids* **8** 1181 (1996)
140. Camussi R et al. *Phys. Fluids* **20** 075113 (2008)
141. Бородулин В И, Автореферат дисс. ... докт. физ.-мат. наук (Новосибирск: Институт теоретической и прикладной механики, 2009)
142. Meneveau C, Sreenivasan K R J. *Fluid Mech.* **224** 429 (1991)
143. Rosales C, Meneveau C *Phys. Rev. E* **78** 016313 (2008)
144. Lovejoy S, Schertzer D, Tuck A F *Phys. Rev. E* **70** 036306 (2004)
145. Chigirinskaya Y et al. *Nonlin. Proces. Geophys.* **1** 105 (1994)
146. Finn D et al. *J. Appl. Meteor.* **40** 229 (2001)
147. Schmitt F et al. *C. R. Acad. Sci. Paris II* **314** 749 (1992)
148. Schmitt F et al. *Europhys. Lett.* **34** 195 (1996)
149. Pelletier J, in *Atmospheric and Oceanic Sciences* (Montreal: McGill, 1995)
150. Wang Y, in *Atmospheric and Oceanic Sciences* (Montreal: McGill, 1995)
151. Benzi R, Biferale L J. *Stat. Phys.* **135** 977 (2009)
152. Frisch U, Vergassola M *Europhys. Lett.* **14** 439 (1991)
153. Biferale L et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 064502 (2004)
154. Sreenivasan K, Schumacher J *Philos. Trans. R. Soc. London A* **368** 1561 (2010)
155. Villermaux E, Sixou B, Gagne Y *Phys. Fluids* **7** 2008 (1995)
156. Гледзер Е В *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана* **41** 733 (2005) [Gledzer E B *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* **41** 667 (2005)]
157. Lee C B et al. *Experiments in Fluids* **28** 243 (2000)
158. Balakumar B J, Adrian R J *Philos. Trans. R. Soc. London A* **365** 665 (2007)
159. Kim K C, Adrian R J *Phys. Fluids* **11** 417 (1999)
160. McKeon B J, Morrison J F *Philos. Trans. R. Soc. London A* **365** 771 (2007)
161. Toh S, Itano T J. *Fluid Mech.* **524** 249 (2005)
162. Rao K N, Narasimha R, Badri Narayanan M A J. *Fluid Mech.* **48** 339 (1971)
163. Hutchins N, Marusic I *Philos. Trans. R. Soc. London A* **365** 647 (2007)
164. Качанов Ю С, Козлов В В, Левченко В Я *Возникновение турбулентности в пограничном слое* (Новосибирск: Наука, 1982)
165. Klebanoff P S, Tidstrom K D, Sargent L M J. *Fluid Mech.* **12** 1 (1962)
166. Kachanov Y S, in *Recent Results in Laminar-Turbulent Transition* (Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Vol. 86, Eds S Wagner, M Kloker, U Rist) (Berlin: Springer-Verlag, 2004) p. 1
167. Boiko A V et al. *The Origin of Turbulence in Near-Wall Flows* (Berlin: Springer-Verlag, 2002)
168. Литвиненко М В и др. *ПМТФ* **45** (3) 50 (2004) [Litvinenko M V et al. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **45** 349 (2004)]
169. Литвиненко Ю А и др. *Теплофизика и аэромеханика* **11** 339 (2004) [Litvinenko Yu A et al. *Thermophys. Aeromech.* **11** 329 (2004)]
170. Козлов В В и др. *ПМТФ* **43** (2) 62 (2002) [Kozlov V V et al. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **43** 224 (2002)]
171. Jiménez J *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36** 173 (2004)
172. Корнилов В И *Теплофизика и аэромеханика* **12** 183 (2005) [Kornilov V I *Thermophys. Aeromech.* **12** 175 (2005)]
173. Chernyshov A A, Karelsky K V, Petrosyan A S *Phys. Plasmas* **17** 102307 (2010)
174. Chernyshov A A, Karelsky K V, Petrosyan A S *Phys. Fluids* **19** 055106 (2007)
175. Moin P, Mahesh K *Annu. Rev. Fluid Mech.* **30** 539 (1998)
176. Wu X, Moin P J. *Fluid Mech.* **630** 5 (2009)
177. Jiménez J, Moser R D *Philos. Trans. R. Soc. London A* **365** 715 (2007)
178. Schlatter P et al. *Phys. Fluids* **21** 051702 (2009)
179. Hu Z, Morfey C L, Sandham N D *AIAA J.* **44** 1541 (2006)
180. Abe H, Kawamura H, Choi H J. *Fluids Eng.* **126** 835 (2004)
181. Hutchins N, Marusic I J. *Fluid Mech.* **579** 1 (2007)
182. Marusic I, Heuer W D C *Phys. Rev. Lett.* **99** 114504 (2007)
183. Yakhot V, Sreenivasan K R J. *Stat. Phys.* **121** 823 (2005)
184. Toschi F, Bodenschatz E *Annu. Rev. Fluid Mech.* **41** 375 (2009)
185. Biferale L et al. *Phys. Fluids* **20** 065103 (2008)
186. Benzi R et al. *J. Fluid Mech.* **653** 221 (2010)
187. Voth G A et al. *J. Fluid Mech.* **469** 121 (2002)
188. Biferale L et al. *Phys. Fluids* **17** 021701 (2005)
189. Paschmann G et al. *J. Geophys. Res.* **81** 2883 (1976)
190. Haerendel G J. *Atmos. Terrest. Phys.* **40** 343 (1978)
191. Антонова А Е, Шабанский В П *Геомат. и астрономия* **15** 297 (1975) [Antonova A E, Shabanskii V P *Geomagn. Aeron.* **15** 243 (1975)]
192. Spreiter J R, Briggs B R J. *Geophys. Res.* **67** 37 (1962)
193. Savin S P et al., in *Geospace Mass and Energy Flow: Results from the Intern. Solar-Terrestrial Physics Program* (Geophysical Monograph, Vol. 104, Eds J L Horwitz, D L Gallagher, W K Peterson) (Washington, DC: AGU, 1998) p. 25
194. Панов Е В и др. *Космич. исслед.* **45** 285 (2007) [Panov E V et al. *Cosmic Res.* **45** 268 (2007)]
195. Savin S et al. *Nonlin. Proces. Geophys.* **13** 377 (2006)
196. Nedospasov A V J. *Nuclear Materials* **196–198** 90 (1992)
197. Chen F F, in *Plasma Diagnostic Techniques* (Eds R H Huddleston, S L Leonard) (New York: Academic Press, 1965) p. 113 [Чен Ф, в сб. *Диагностика плазмы* (Под ред. Р Хаддлстоуна, С Леонарда) (М.: Мир, 1967) с. 94]
198. Stangeby P C *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices* (London: Taylor & Francis, 2000)
199. Hutchinson I H *Principles of Plasma Diagnostics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002)
200. Vershkov V A, Grashin S A, Chankin A V J. *Nucl. Mater.* **145–147** 611 (1987)
201. Budaev V P, Ivanov R S J. *Nucl. Mater.* **162–164** 322 (1989)
202. Шаталин С В и др. *Физика плазмы* **33** 195 (2007) [Shatalin S V et al. *Plasma Phys. Rep.* **33** 169 (2007)]
203. Watkins J G et al. *Rev. Sci. Instrum.* **63** 4728 (1992)
204. Huber A et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **47** 409 (2005)
205. Gonçalves B et al. *J. Nucl. Mater.* **337–339** 376 (2005)
206. Antar G Y et al. *Phys. Plasmas* **10** 419 (2003)
207. Asakura N et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 3093 (2000)
208. Endler M et al. *Phys. Scripta* **51** 610 (1995)
209. Antar G Y, Counsell G, Ahn J-W *Phys. Plasmas* **12** 082503 (2005)
210. Skvortsova N N et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **48** A393 (2006)

211. Батанов Г М и др. *Письма в ЖЭТФ* **73** 143 (2001) [Batanov G M et al. *JETP Lett.* **73** 126 (2001)]
212. Tanaka K et al. *Nucl. Fusion* **46** 110 (2006)
213. Alonso J A et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **48** B465 (2006)
214. Carter T A *Phys. Plasmas* **13** 010701 (2006)
215. Chiu J S, Sen A K *Phys. Plasmas* **7** 4492 (2000)
216. Antoni V et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 4185 (1998)
217. Ohno N et al. *Contrib. Plasma Phys.* **44** 222 (2004)
218. Schmitz L et al. *J. Nucl. Mater.* **176–177** 522 (1990)
219. Boedo J A et al. *Rev. Sci. Instrum.* **70** 2997 (1999)
220. Biewer T M et al. *Rev. Sci. Instrum.* **75** 650 (2004)
221. Zweben S J, Taylor R J *Nucl. Fusion* **21** 193 (1981)
222. Graessle D E, Prager S C, Dexter R N *Phys. Fluids B* **3** 2626 (1991)
223. Stöckel J et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **41** A577 (1999)
224. Петров А Е и др., в сб. *Стохастические модели структурной плазменной турбулентности* (Под ред. В Ю Королева, Н Н Скворцовой) (М.: МАКС Пресс, 2003) с. 7
225. Будаев В П, в кн. *Пути ученого. Е.П. Велихов* (Предс. редкол. В П Смирнов) (М.: РНЦ "Курчатовский институт", 2007) с. 64
226. Будаев В П *Физика плазмы* **25** 668 (1999) [Budaev V P *Plasma Phys. Rep.* **25** 610 (1999)]
227. Terry J L et al. *Phys. Plasmas* **10** 1739 (2003)
228. McKee G R et al. *Rev. Sci. Instrum.* **75** 3490 (2004)
229. Zweben S J et al. *Phys. Plasmas* **13** 056114 (2006)
230. Bleuel J et al. *New J. Phys.* **4** 38 (2002)
231. Huber A et al. *J. Nucl. Mater.* **266–269** 546 (1999)
232. Terry P W, Newman D E, Ware A S *Phys. Plasmas* **10** 1066 (2003)
233. McKee G R et al. *Nucl. Fusion* **41** 1235 (2001)
234. Zweben S J, Medley S S *Phys. Fluids B* **1** 2058 (1989)
235. Winslow D L et al. *Rev. Sci. Instrum.* **68** 396 (1997)
236. Thomsen H et al. *Phys. Plasmas* **9** 1233 (2002)
237. Zweben S J et al. *J. Nucl. Mater.* **145–147** 250 (1987)
238. Windisch T, Grulke O, Klingner T *J. Nucl. Mater.* **390–391** 395 (2009)
239. Surko C M, Slusher R E *Science* **221** 817 (1983)
240. Liewer P C *Nucl. Fusion* **25** 543 (1985)
241. Wootton A J et al. *Phys. Fluids B* **2** 2879 (1990)
242. Endler M J *Nucl. Mater.* **266–269** 84 (1999)
243. Horton W *Rev. Mod. Phys.* **71** 735 (1999)
244. Endler M *Plasma Phys. Control. Fusion* **41** 1431 (1999)
245. Rhodes T L, Ritz C P, Bengtson R D *Nucl. Fusion* **33** 1147 (1993)
246. Ritz Ch P et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 1844 (1989)
247. Boedo J A et al. *Phys. Plasmas* **8** 4826 (2001)
248. Grulke O et al. *Phys. Plasmas* **13** 012306 (2006)
249. Kirnev G S et al. *J. Nucl. Mater.* **337–339** 352 (2005)
250. Budaev V P, Ivanov R S *J. Nucl. Mater.* **162–164** 322 (1989)
251. Budaev V et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **35** 429 (1993)
252. Heller M V A P et al. *Phys. Plasmas* **6** 846 (1999)
253. Sudo S et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **45** A425 (2003)
254. Masuzaki S et al. *Nucl. Fusion* **42** 750 (2002)
255. Budaev V P et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **50** 074014 (2008)
256. Будаев В П, Химченко Л Н *ЖЭТФ* **131** 711 (2007) [Budaev V P, Khimchenko L N *JETP* **104** 629 (2007)]
257. Skvortsova N N et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **48** A393 (2006)
258. Будаев В П, Иванов Р С *Физика плазмы* **17** 1332 (1991)
259. Carreras B A, Lynch V E, LaBombard B *Phys. Plasmas* **8** 3702 (2001)
260. Antar G Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 065001 (2001)
261. Будаев В П, Химченко Л Н *Вопр. атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез* (3) 34 (2008)
262. Ottino J M *The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos, and Transport* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989)
263. Арнольд В И *Теория катастроф* (М.: Наука, 1990) [Arnold V I *Catastrophe Theory* (Berlin: Springer-Verlag, 2004)]
264. Лоскутов А Ю *УФН* **177** 989 (2007) [Loskutov A *Phys. Usp.* **50** 939 (2007)]
265. Jokipii J R *Astrophys. J.* **146** 480 (1966)
266. Schuster H G *Deterministic Chaos* (Weinheim: Physik-Verlag, 1984) [Шустер Г *Детерминированный хаос* (М.: Мир, 1988)]
267. Кузнецов С П *Динамический хаос* (М.: Физматлит, 2001)
268. Budaev V P et al., in *Proc. 22nd European Physical Society Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics*, Bornemouth, UK, 1995, Pt. I, p. I-277
269. Лоскутов А Ю *Вестн. МГУ Сер. 3 Физ. Астроном.* (2) 3 (2001)
270. Ott E, Grebogi C, Yorke J A *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196 (1990)
271. Pyragas K *Phys. Lett. A* **170** 421 (1992)
272. Zajac J et al. *Czech. J. Phys.* **55** 1615 (2005)
273. Finken K H, Eich T, Kaleck A *Nucl. Fusion* **38** 515 (1998)
274. Budaev V P et al. *J. Nucl. Mater.* **313–316** 1309 (2003)
275. Budaev V P, in *Proc. 2nd Europhysics Workshop on the Role of Electric Fields in Plasma Confinement and Exhaust*, Maastricht, The Netherlands, 19–20 June 1999
276. Budaev V et al. *Nucl. Fusion* **44** S108 (2004)
277. Будаев В П *Физика плазмы* **34** 867 (2008) [Budaev V P *Plasma Phys. Rep.* **34** 799 (2008)]
278. Muzy J F, Bacry E, Arneodo A *Phys. Rev. E* **47** 875 (1993)
279. Arneodo A, Muzy J F, Roux S G *J. Physique II France* **7** 363 (1997)
280. Bacry E, Muzy J F, Arneodo A *J. Stat. Phys.* **70** 635 (1993)
281. Budaev V P et al. *Plasma Fusion Res.* **3** S1019 (2008)
282. Budaev V P *Contrib. Plasma Phys.* **50** 218 (2010)
283. Muzy J F, Bacry E, Arneodo A *Phys. Rev. Lett.* **67** 3515 (1991)
284. Budaev V P et al., in *Proc. 34th EPS Conf. on Plasma Physics Warsaw, 2–6 July 2007 ECA Vol. 31F*, p. 1.088
285. Budaev V P et al. *Contrib. Plasma Phys.* **48** 42 (2008)
286. Божокин С В, Паршин Д А *Фракталы и мультифракталы* (М. – Ижевск: РХД, 2001)
287. Budaev V P *Physica A* **344** 299 (2004)
288. Müllner W-C, Biskamp D *Phys. Rev. Lett.* **84** 475 (2000)
289. Antar G Y *Phys. Rev. Lett.* **91** 055002 (2003)
290. Sorriso-Valvo L et al. *Europhys. Lett.* **75** 832 (2006)
291. Müller W-C, Biskamp D, Grappin R *Phys. Rev. E* **67** 066302 (2003)
292. Frisch U et al. *J. Fluid Mech.* **68** 769 (1975)
293. Budaev V P et al. *Nucl. Fusion* **46** S181 (2006)
294. Masuzaki S et al. *J. Nucl. Mater.* **313–316** 852 (2003)
295. She Z-S, Waymire E C *Phys. Rev. Lett.* **74** 262 (1995)
296. Mason J, Cattaneo F, Boldyrev S *Phys. Rev. Lett.* **97** 255002 (2006)
297. Lovejoy S, Schertzer D, Silas P *Water Resour. Res.* **34** 3283 (1998)
298. Petrukovich A A, in *Nonequilibrium Phenomena in Plasmas* (Eds A S Sharma, P K Kaw) (Dordrecht: Springer, 2005) p. 145
299. Vörös Z et al. *Nonlin. Proces. Geophys.* **14** 535 (2007)
300. Treumann R A *Geophys. Res. Lett.* **24** 1727 (1997)

Investigation of intermittency and generalized self-similarity of turbulent boundary layers in laboratory and magnetospheric plasmas: towards the quantitative definition of plasma transport features

V.P. Budaev

Russian Research Center "Kurchatov Institute", pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation,
Space Research Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Profsoyuznaya 84/32, 117997 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-495) 333-1100. Fax (7-495) 333-1248. E-mail: budaev@mail.ru

S.P. Savin, L.M. Zelenyi

Space Research Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Profsoyuznaya 84/32, 117997 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-495) 333-1100. Fax (7-495) 333-1248. E-mail: ssavin@iki.rssi.ru, zelenyi@iki.rssi.ru

Comparative analysis of the fundamental properties of fluctuations in the vicinity of boundaries in fusion plasmas and in plasmas of magnetospheric turbulent boundary layers (TBL) shows similarity in their basic statistical characteristics, including the scaling of the structure functions and multifractal parameters. Important features observed include intermittent fluctuations and anomalous mass and momentum transport, due to the sporadic plasma flow injections with large flow amplitudes of much higher probability than predicted for classical Gaussian diffusion. Turbulence in edge fusion plasmas and in TBLs exhibits general self-similarity over a wide range of scales extending all the way to the dissipation scale. Experimental scalings obtained for plasma TBLs are compared with neutral fluid results, revealing the universal properties of developed turbulence. TBL scalings are described within the log-Poisson model, which takes into account quasi-one-dimensional dissipative structures. The time (τ) dependence of the mean-square displacement ($\langle \delta x^2 \rangle$) as obtained from the experimental parameters of the log-Poisson distribution takes the form $\langle \delta x^2 \rangle \propto \tau^\alpha$ (with $\alpha \approx 1.2–1.8$) and indicates the presence of superdiffusion in the TBLs studied. Determining the nature of the generalized diffusion process from available regular data is a necessary step toward the quantitative description of TBL transport.

PACS numbers: **05.45.–a**, **47.27.–i**, **52.35.Ra**

Bibliography — 300 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **181** (9) 905–952 (2011)

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201109a.0905

Received 2 July 2010, revised 22 February 2011

Physics – Uspekhi **54** (9) (2011)