
Лабораторная работа №4

"Измерение температуры нестационарных условиях" Обработка результатов.

Входные данные(U,mV)

In[142]:=

```
U = {{234, 117.19, 156.25}, {273.44, 156.25, 195.31}, {351, 351.56, 273.44},  
      {585, 585.94, 468.75}, {859, 859.38, 703.13}, {1171.19, 1171.9, 1093.7},  
      {1328.1, 1328.1, 1250}, {1992.2, 1953.1, 1875}, {2031.2, 1992.2, 1953.1}};  
U = Quantity[U, "Millivolts"];  
      [размерная величина]  
MatrixForm[U]  
      [матричная форма]
```

Out[144]//MatrixForm=

234 mV	117.19 mV	156.25 mV
273.44 mV	156.25 mV	195.31 mV
351 mV	351.56 mV	273.44 mV
585 mV	585.94 mV	468.75 mV
859 mV	859.38 mV	703.13 mV
1171.19 mV	1171.9 mV	1093.7 mV
1328.1 mV	1328.1 mV	1250 mV
1992.2 mV	1953.1 mV	1875 mV
2031.2 mV	1992.2 mV	1953.1 mV

Среднее значение U по строкам($U_{mean_i} = \sum U[[i]]/3$)

In[145]:=

```
Umean = Mean[Transpose[U]]; MatrixForm[Umean]  
      [ср... [транспозиция [матричная форма]
```

Out[145]//MatrixForm=

169.14667 mV
208.33333 mV
325.33333 mV
546.56333 mV
807.17 mV
1145.5967 mV
1302.0667 mV
1940.1 mV
1992.1667 mV

СКО U по строкам $\left(\sigma U_i = \sqrt{\frac{\sum (U - U_{\text{mean}})^2}{n-1}} \right)$

In[146]:=

```
σU = StandardDeviation[Transpose[U]]; MatrixForm[σU]
```

└стандартное отклоне...┘ └транспозиция┘ └матричная форма┘

Out[146]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 59.463325 \text{ mV} \\ 59.670591 \text{ mV} \\ 44.941817 \text{ mV} \\ 67.389962 \text{ mV} \\ 90.101483 \text{ mV} \\ 44.945234 \text{ mV} \\ 45.091056 \text{ mV} \\ 59.671685 \text{ mV} \\ 39.050011 \text{ mV} \end{pmatrix}$$

In[147]:=

```
tOuter = Quantity[27, "DegreesCelsius"]; α = Quantity[37,  $\frac{\text{"Microvolts"}}{\text{"Kelvins"}}$ ]; K = 2000;
```

└размерная величина┘ └размерная величина┘

Определение температуры исходя из эффекта Зеебека

In[148]:=

```
t = RandomReal[{0, 1}, {12, 3}];
```

└случайное действительное число┘

$$\mathbf{t} = \mathbf{tOuter} + \frac{(\mathbf{U} - \text{Table}[\mathbf{U}[[1, j]], \{i, 1, \text{Length}[\mathbf{U}]\}, \{j, 1, \text{Length}[\mathbf{U}[[1]]]\}])}{K * \alpha};$$

```
MatrixForm[t]
```

└матричная форма┘

Out[148]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 27 \text{ }^{\circ}\text{C} & 27. \text{ }^{\circ}\text{C} & 27. \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 27.532973 \text{ }^{\circ}\text{C} & 27.527838 \text{ }^{\circ}\text{C} & 27.527838 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ \frac{2115}{74} \text{ }^{\circ}\text{C} & 30.167162 \text{ }^{\circ}\text{C} & 28.583649 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ \frac{2349}{74} \text{ }^{\circ}\text{C} & 33.334459 \text{ }^{\circ}\text{C} & 31.222973 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ \frac{2623}{74} \text{ }^{\circ}\text{C} & 37.029595 \text{ }^{\circ}\text{C} & 34.39027 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 39.66473 \text{ }^{\circ}\text{C} & 41.252838 \text{ }^{\circ}\text{C} & 39.668243 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 41.785135 \text{ }^{\circ}\text{C} & 43.363649 \text{ }^{\circ}\text{C} & 41.780405 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 50.759459 \text{ }^{\circ}\text{C} & 51.809595 \text{ }^{\circ}\text{C} & 50.226351 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 51.286486 \text{ }^{\circ}\text{C} & 52.337973 \text{ }^{\circ}\text{C} & 51.281757 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение средних значений температуры по строкам

In[149]:=

```
tMean = Mean[Transpose[t]]; MatrixForm[tMean]
```

среднее значение транспозиция матричная форма

Out[149]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 27. \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 27.52955 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 29.110631 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 32.100225 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 35.621937 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.19527 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 42.30973 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 50.931802 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 51.635405 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение СКО температуры

In[150]:=

```
 $\sigma_t = \text{Quantity}[\text{QuantityMagnitude}[\frac{\sigma_U}{K \cdot \alpha}], \text{"DegreesCelsius"}]; \text{MatrixForm}[\sigma_t]$ 
```

размерная величина модуль размерной величины матричная форма

Out[150]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.80355845 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.80635934 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.60732185 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.91067517 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.2175876 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.60736802 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.60933859 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.80637412 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.52770285 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.9

In[151]:=

```
p1 = 0.9; K09 = 2.9; n = 3; p2 = 0.95; K095 = 4.3;
```

In[152]:=

$$\Delta\theta_9 = K\theta_9 * \frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma_t]}{\sqrt{n}}; \text{MatrixForm}[\text{Quantity}[\Delta\theta_9, \text{"DegreesCelsius"}]]$$

матричная ... размерная величина

Out[152]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1.3454106 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.3501002 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.0168486 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.5247578 \text{ }^\circ\text{C} \\ 2.0386262 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.0169259 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.0202252 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.3501249 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.8835412 \text{ }^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.95

In[153]:=

$$\Delta\theta_{95} = K\theta_{95} * \frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma_t]}{\sqrt{n}}; \text{MatrixForm}[\text{Quantity}[\Delta\theta_{95}, \text{"DegreesCelsius"}]]$$

матричная ... размерная величина

Out[153]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1.9949191 \text{ }^\circ\text{C} \\ 2.0018727 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.507741 \text{ }^\circ\text{C} \\ 2.2608478 \text{ }^\circ\text{C} \\ 3.0227905 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.5078556 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.5127477 \text{ }^\circ\text{C} \\ 2.0019094 \text{ }^\circ\text{C} \\ 1.3100783 \text{ }^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем верхний и нижний пределы погрешности для построения доверительного интервала температуры.

В OriginPro погрешность будет обозначаться около каждой экспериментальной точки.

In[154]:=

```
UpperBound09 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ09, "DegreesCelsius"];
               [размерна... [модуль размерной величины]
```

```
MatrixForm[UpperBound09]
```

[матричная форма]

Out[154]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 28.345411 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 28.87965 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 30.127479 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 33.624983 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 37.660563 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 41.212196 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.329955 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 52.281927 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 52.518947 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

In[155]:=

```
LowerBound09 = UpperBound1 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ09, "DegreesCelsius"];
               [размерна... [модуль размерной величины]
```

```
MatrixForm[LowerBound09]
```

[матричная форма]

Out[155]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 25.654589 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 26.179449 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 28.093782 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 30.575467 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 33.583311 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 39.178344 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 41.289505 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 49.581677 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 50.751864 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.9

```
In[156]:=
tUpperBound09 = Last[UpperBound09]
```

⌊последний

```
Out[156]=
52.518947 °C
```

```
In[157]:=
tLowerBound09 = Last[LowerBound09]
```

⌊последний

```
Out[157]=
50.751864 °C
```

```
In[158]:=
tMeanLast = Last[tMean]
```

⌊последний

```
Out[158]=
51.635405 °C
```

Моменты времени в которые проводились измерения

```
In[159]:=
τ = Quantity[{0, 10, 30, 32, 34.12, 38, 40.4, 200, 250}, "Milliseconds"]; MatrixForm[τ]
```

⌊размерная величина

⌊матричная форма

```
Out[159]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0 \text{ ms} \\ 10 \text{ ms} \\ 30 \text{ ms} \\ 32 \text{ ms} \\ 34.12 \text{ ms} \\ 38 \text{ ms} \\ 40.4 \text{ ms} \\ 200 \text{ ms} \\ 250 \text{ ms} \end{pmatrix}$$

Найдем верхний и нижний коридоры погрешности

In[160]:=

```
UpperBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ095, "DegreesCelsius"];
      размерна · модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[UpperBound095]
```

матричная форма

Out[160]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 28.994919 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 29.531422 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 30.618372 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 34.361073 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 38.644727 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 41.703126 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.822477 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 52.933711 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 52.945484 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

In[161]:=

```
LowerBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ095, "DegreesCelsius"];
      размерна · модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[LowerBound095]
```

матричная форма

Out[161]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 25.005081 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 25.527677 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 27.60289 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 29.839377 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 32.599146 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 38.687415 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.796982 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 48.929892 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 50.325327 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.95

In[162]:=

```
tUpperBound095 = Last[UpperBound095]
      последний
```

Out[162]=

52.945484 °C

```
In[163]:=
tLowerBound095 = Last[LowerBound095]
                |последний
```

```
Out[163]=
50.325327 °C
```

Графики построим в CAS OriginPro(см. другие листы). Ниже определим скорость движения термодатчика в жидкости и обработаем погрешности. Конец интервала инерционности термодатчика(τ_1)=101.15 ms, начало(τ_0)=1.1 ms

```
In[164]:=
Δτ = Quantity[101.15, "Milliseconds"] - First[τ]
      |размерная величина      |первый
```

```
Out[164]=
101.15 ms
```

```
In[165]:=
L = Quantity[15, "Millimeters"]; v = Quantity[QuantityMagnitude[ $\frac{L}{\Delta\tau}$ ],  $\frac{\text{"Meters"}}{\text{"Seconds"}}$ ]
      |размерная величина      |размерная величина |модуль размерной величины
```

```
Out[165]=
0.14829461 m/s
```

Определим всевозможные погрешности

```
In[166]:=
δU = 0.03; ΔUmean = δU * Umean * 10-3; MatrixForm[ΔUmean]
                                     |матричная форма
```

```
Out[166]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.0050744 \text{ mV} \\ 0.00625 \text{ mV} \\ 0.00976 \text{ mV} \\ 0.0163969 \text{ mV} \\ 0.0242151 \text{ mV} \\ 0.0343679 \text{ mV} \\ 0.039062 \text{ mV} \\ 0.058203 \text{ mV} \\ 0.059765 \text{ mV} \end{pmatrix}$$

```

```
In[167]:=
δα = 0.02; Δα = δα * α
```

```
Out[167]=
0.74 μV/K
```

```
In[168]:=
δK = 0.5 * 10-2; ΔK = δK * K
```

```
Out[168]=
10.
```



```

In[169]:=
Uv = Min[Umean]
           |минимум

Out[169]=
169.14667 mV

In[170]:=
ΔUv = δU * Uv

Out[170]=
5.0744 mV

In[171]:=
Δinevitable = 0.5;
MatrixForm[Transpose[{tMean, Umean}]]
           |матричная ... |транспозиция

Out[172]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 27. \text{ } ^\circ\text{C} & 169.14667 \text{ mV} \\ 27.52955 \text{ } ^\circ\text{C} & 208.33333 \text{ mV} \\ 29.110631 \text{ } ^\circ\text{C} & 325.33333 \text{ mV} \\ 32.100225 \text{ } ^\circ\text{C} & 546.56333 \text{ mV} \\ 35.621937 \text{ } ^\circ\text{C} & 807.17 \text{ mV} \\ 40.19527 \text{ } ^\circ\text{C} & 1145.5967 \text{ mV} \\ 42.30973 \text{ } ^\circ\text{C} & 1302.0667 \text{ mV} \\ 50.931802 \text{ } ^\circ\text{C} & 1940.1 \text{ mV} \\ 51.635405 \text{ } ^\circ\text{C} & 1992.1667 \text{ mV} \end{pmatrix}$$


```

Переменные оканчивающиеся на -TEMP созданы для обхода ограничений, накладываемых на переменные с указанными единицами измерения

```

In[173]:=
ΔUmeanTEMP = QuantityMagnitude[ΔUmean]; αTEMP = QuantityMagnitude[α];
           |модуль размерной величины           |модуль размерной величины

ΔαTEMP = QuantityMagnitude[Δα];
           |модуль размерной величины

ΔUvTEMP = QuantityMagnitude[ΔUv];
           |модуль размерной величины

ΔKTEMP = QuantityMagnitude[ΔK];
           |модуль размерной величины

UmeanTEMP = QuantityMagnitude[Umean];
           |модуль размерной величины

UvTEMP = QuantityMagnitude[Uv];
           |модуль размерной величины

```

In[176]:=

$$\Delta t = \sqrt{\left((\Delta U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3})^2 * \left(\frac{1}{K * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \right. \\ \left. (\Delta U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3})^2 * \left(\frac{1}{K * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \Delta K_{\text{TEMP}}^2 * \left(\frac{U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} - U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3}}{K^2 * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \right. \\ \left. (\Delta \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6})^2 * \left(\frac{U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} - U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3}}{K * (\alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6})^2} \right) + \Delta_{\text{inevitable}} \right);$$

 $\Delta t = \text{Quantity}[\Delta t, \text{"DegreesCelsius"}];$ $\text{[размерная величина]}$ $\text{MatrixForm}[\Delta t]$ [матричная форма]

Out[176]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.710424 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71042894 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71050241 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71088162 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71173094 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71348128 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71453653 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.72043147 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.72102417 \text{ }^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

In[177]:=

Относительная погрешность измерения температуры: (ниже в формате $\delta t \rightarrow t$)

In[178]:=

$$\delta t = \frac{\text{QuantityMagnitude}[\Delta t]}{\text{QuantityMagnitude}[t_{\text{Mean}}]}; \text{MatrixForm}[\delta t]$$

 [матричная форма]

Out[178]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.026312 \\ 0.02580605 \\ 0.024406974 \\ 0.02214569 \\ 0.01998013 \\ 0.017750379 \\ 0.016888232 \\ 0.014145022 \\ 0.013963755 \end{pmatrix}$$

```
In[179]:= Transpose[{ $\delta t$  * 100, tMean}] // MatrixForm
      |транспозиция      |матричная форма
```

```
Out[179]//MatrixForm=
      (
        2.6312      27. °C
        2.580605    27.52955 °C
        2.4406974    29.110631 °C
        2.214569     32.100225 °C
        1.998013     35.621937 °C
        1.7750379    40.19527 °C
        1.6888232    42.30973 °C
        1.4145022    50.931802 °C
        1.3963755    51.635405 °C
      )
```

Вывод: В ходе данной работы был изучен метод измерения температуры в нестационарных условиях с помощью термопары. Рассчитаны всевозможные погрешности. С их учетом запишем таблицу τ -t- Δt :

```
In[180]:= Transpose[{ $\tau$ , tMean,  $\Delta t$ }] // MatrixForm
      |транспозиция      |матричная форма
```

```
Out[180]//MatrixForm=
      (
        0 ms      27. °C      0.710424 °C
        10 ms     27.52955 °C  0.71042894 °C
        30 ms     29.110631 °C  0.71050241 °C
        32 ms     32.100225 °C  0.71088162 °C
        34.12 ms   35.621937 °C  0.71173094 °C
        38 ms     40.19527 °C   0.71348128 °C
        40.4 ms    42.30973 °C   0.71453653 °C
        200 ms     50.931802 °C  0.72043147 °C
        250 ms     51.635405 °C  0.72102417 °C
      )
```