

---

# Лабораторная работа №4

## "Измерение температуры нестационарных условиях" Обработка результатов.

### Входные данные(U,mV)

```
In[62]:= U = {{351.56, 390.63, 195.31}, {390.63, 390.63, 234.38}, {507.81, 546.88, 390.63},  
             {859.38, 898.44, 781.25}, {1117.19, 1210.9, 1132.8}, {1406.2, 1445.3, 1367.2},  
             {1523.4, 1523.4, 1484.4}, {1640.6, 1601.6, 1562.5}, {1718.7, 1670.7, 1640.6},  
             {1796.9, 1757.8, 1718.7}, {2109.4, 1953.1, 1953.1}, {2265.6, 2109.4, 2109.4}};
```

```
U = Quantity[U, "Millivolts"];
```

[размерная величина](#)

```
MatrixForm[U]
```

[матричная форма](#)

```
Out[64]//MatrixForm=
```

351.56 mV	390.63 mV	195.31 mV
390.63 mV	390.63 mV	234.38 mV
507.81 mV	546.88 mV	390.63 mV
859.38 mV	898.44 mV	781.25 mV
1117.19 mV	1210.9 mV	1132.8 mV
1406.2 mV	1445.3 mV	1367.2 mV
1523.4 mV	1523.4 mV	1484.4 mV
1640.6 mV	1601.6 mV	1562.5 mV
1718.7 mV	1670.7 mV	1640.6 mV
1796.9 mV	1757.8 mV	1718.7 mV
2109.4 mV	1953.1 mV	1953.1 mV
2265.6 mV	2109.4 mV	2109.4 mV

Среднее значение U по строкам ( $U_{mean_i} = \sum U[[i]]/3$ )

```
In[65]:= Umean = Mean[Transpose[U]]; MatrixForm[Umean]
```

[среднее значение] [транспозиция] [матричная форма]

```
Out[65]//MatrixForm=
```

```
(
  312.5 mV
  338.54667 mV
  481.77333 mV
  846.35667 mV
  1153.63 mV
  1406.2333 mV
  1510.4 mV
  1601.5667 mV
  1676.6667 mV
  1757.8 mV
  2005.2 mV
  2161.4667 mV
)
```

СКО U по строкам ( $\sigma U_i = \sqrt{\frac{\sum (U - U_{mean})^2}{n-1}}$ )

```
In[66]:= σU = StandardDeviation[Transpose[U]]; MatrixForm[σU]
```

[стандартное отклонение] [транспозиция] [матричная форма]

```
Out[66]//MatrixForm=
```

```
(
  103.3525 mV
  90.21098 mV
  81.313877 mV
  59.670591 mV
  50.207646 mV
  39.050011 mV
  22.51666 mV
  39.050011 mV
  39.390396 mV
  39.1 mV
  90.239847 mV
  90.182112 mV
)
```

```
In[67]:= tOuter = Quantity[27, "DegreesCelsius"]; α = Quantity[37,  $\frac{\text{"Microvolts"}}{\text{"Kelvins"}}$ ]; K = 2000;
```

[размерная величина] [размерная величина]

## Определение температуры исходя из эффекта Зеебека

```
In[68]:= t = RandomReal[{0, 1}, {12, 3}];
          [случайное действительное число]

t = tOuter + 
$$\frac{(U - \text{Table}[U[[1, j]], \{i, 1, \text{Length}[U]\}, \{j, 1, \text{Length}[U[[1]]]\}])}{K * \alpha};$$


MatrixForm[t]
[матричная форма]
```

```
Out[68]//MatrixForm=
```

27. °C	27. °C	27. °C
27.527973 °C	27. °C	27.527973 °C
29.111486 °C	29.111486 °C	29.639459 °C
33.862432 °C	33.862297 °C	34.918108 °C
37.346351 °C	38.08473 °C	39.668784 °C
41.251892 °C	41.252297 °C	42.836351 °C
42.835676 °C	42.307703 °C	44.420135 °C
44.419459 °C	43.364459 °C	45.475541 °C
45.474865 °C	44.298243 °C	46.530946 °C
46.531622 °C	45.47527 °C	47.586351 °C
50.754595 °C	48.114459 °C	50.753919 °C
52.865405 °C	50.226622 °C	52.866081 °C

## Определение средних значений температуры по строкам

```
In[69]:= tMean = Mean[Transpose[t]]; MatrixForm[tMean]
          [среднее] [транспозиция] [матричная форма]
```

```
Out[69]//MatrixForm=
```

27. °C
27.351982 °C
29.287477 °C
34.214279 °C
38.366622 °C
41.78018 °C
43.187838 °C
44.41982 °C
45.434685 °C
46.531081 °C
49.874324 °C
51.986036 °C

## Определение СКО температуры

```
In[70]:=  $\sigma_t = \text{Quantity}\left[\text{QuantityMagnitude}\left[\frac{\sigma_U}{K \cdot \alpha}\right], \text{"DegreesCelsius"}\right]; \text{MatrixForm}[\sigma_t]$ 
```

размерная · модуль размерной величины матричная форма

Out[70]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1.3966553 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.2190673 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.0988362 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.80635934 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.6784817 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.52770285 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.3042792 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.52770285 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.53230265 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.52837838 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.2194574 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.2186772 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

## Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.9

```
In[71]:= p1 = 0.9; K09 = 2.9; n = 3; p2 = 0.95; K095 = 4.3;
```

```
In[72]:=  $\Delta\theta_9 = K_{09} \cdot \frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma_t]}{\sqrt{n}}; \text{MatrixForm}[\text{Quantity}[\Delta\theta_9, \text{"DegreesCelsius"}]]$ 
```

матричная · размерная величина

Out[72]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 2.3384421 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.0411036 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.8397988 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.3501002 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.1359926 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.8835412 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.50945946 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.8835412 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.89124274 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.88467226 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.0417568 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.0404505 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

## Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.95

```
In[73]:= Δ095 = K095 *  $\frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma t]}{\sqrt{n}}$ ; MatrixForm[Quantity[Δ095, "DegreesCelsius"]]
```

матричная ... размерная величина

Out[73]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 3.4673452 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 3.026464 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.7279775 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.0018727 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.6844028 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.3100783 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.75540541 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.3100783 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.3214978 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.3117554 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 3.0274324 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 3.0254955 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем верхний и нижний пределы погрешности для построения доверительного интервала температуры.

В OriginPro погрешность будет обозначаться около каждой экспериментальной точки.

```
In[74]:= UpperBound09 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ09, "DegreesCelsius"];
           |размерна· |модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[UpperBound09]
```

```
|матричная форма
```

```
Out[74]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 29.338442 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 29.393086 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 31.127276 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 35.564379 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 39.502614 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 42.663721 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.697297 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 45.303361 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 46.325927 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 47.415753 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 51.916081 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 54.026486 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

```
In[75]:= LowerBound09 = UpperBound1 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ09, "DegreesCelsius"];
           |размерна· |модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[LowerBound09]
```

```
|матричная форма
```

```
Out[75]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 24.661558 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 25.310878 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 27.447679 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 32.864179 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 37.230629 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.896639 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 42.678378 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.536279 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 44.543442 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 45.646409 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 47.832568 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 49.945586 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров

## погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.9

```
In[76]:= tUpperBound09 = Last [UpperBound09]
```

[\[последний\]](#)

```
Out[76]=
```

54.026486 °C

```
In[77]:= tLowerBound09 = Last [LowerBound09]
```

[\[последний\]](#)

```
Out[77]=
```

49.945586 °C

```
In[78]:= tMeanLast = Last [tMean]
```

[\[последний\]](#)

```
Out[78]=
```

51.986036 °C

## Моменты времени в которые проводились измерения

```
In[79]:= τ = Quantity[{9, 23, 25, 28, 31, 34, 36, 38, 40, 42, 100, 250}, "Milliseconds"];
```

[\[размерная величина\]](#)

```
MatrixForm[τ]
```

[\[матричная форма\]](#)

```
Out[79]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 9 \text{ ms} \\ 23 \text{ ms} \\ 25 \text{ ms} \\ 28 \text{ ms} \\ 31 \text{ ms} \\ 34 \text{ ms} \\ 36 \text{ ms} \\ 38 \text{ ms} \\ 40 \text{ ms} \\ 42 \text{ ms} \\ 100 \text{ ms} \\ 250 \text{ ms} \end{pmatrix}$$

## Найдем верхний и нижний коридоры погрешности

```
In[80]:= UpperBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ095, "DegreesCelsius"];
           размерна · модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[UpperBound095]
```

```
матричная форма
```

```
Out[80]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 30.467345 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 30.378446 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 32.015455 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 36.216152 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.051024 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.090259 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.943243 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 45.729898 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 46.756183 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 47.842836 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 52.901757 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 55.011532 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

```
In[81]:= LowerBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ095, "DegreesCelsius"];
           размерна · модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[LowerBound095]
```

```
матричная форма
```

```
Out[81]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 23.532655 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 24.325518 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 26.5595 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 32.212407 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 36.682219 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.470102 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 42.432432 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.109741 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 44.113187 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 45.219326 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 46.846892 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 48.960541 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$



Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.95

```
In[82]:= tUpperBound095 = Last [UpperBound095]
```

последний

```
Out[82]=
```

55.011532 °C

```
In[83]:= tLowerBound095 = Last [LowerBound095]
```

последний

```
Out[83]=
```

48.960541 °C

Графики построим в CAS OriginPro(см. другие листы). Ниже определим скорость движения термопары в жидкости и обработаем погрешности. Конец интервала инерционности термопары( $\tau_1$ )=101.15 ms), начало( $\tau_0$ )=1.1 ms

```
In[84]:= Δτ = Quantity[101.15, "Milliseconds"] - First [τ]
```

размерная величина

первый

```
Out[84]=
```

92.15 ms

```
In[85]:= L = Quantity[15, "Millimeters"]; v = Quantity[QuantityMagnitude[ $\frac{L}{\Delta\tau}$ ],  $\frac{\text{"Meters"}}{\text{"Seconds"}}$ ]
```

размерная величина

размерная

модуль размерной величины

```
Out[85]=
```

0.16277808 m/s

## Определим всевозможные погрешности

In[86]:=  $\delta U = 0.03$ ;  $\Delta U_{\text{mean}} = \delta U * U_{\text{mean}} * 10^{-3}$ ; MatrixForm[ $\Delta U_{\text{mean}}$ ]  
 ⌊матричная форма

Out[86]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.009375 \text{ mV} \\ 0.0101564 \text{ mV} \\ 0.0144532 \text{ mV} \\ 0.0253907 \text{ mV} \\ 0.0346089 \text{ mV} \\ 0.042187 \text{ mV} \\ 0.045312 \text{ mV} \\ 0.048047 \text{ mV} \\ 0.0503 \text{ mV} \\ 0.052734 \text{ mV} \\ 0.060156 \text{ mV} \\ 0.064844 \text{ mV} \end{pmatrix}$$

In[87]:=  $\delta \alpha = 0.02$ ;  $\Delta \alpha = \delta \alpha * \alpha$

Out[87]=

$0.74 \mu\text{V} / \text{K}$

In[88]:=  $\delta K = 0.5 * 10^{-2}$ ;  $\Delta K = \delta K * K$

Out[88]=

10.

In[89]:=  $U_v = \text{Min}[U_{\text{mean}}]$   
 ⌊минимум

Out[89]=

312.5 mV

In[90]:=  $\Delta U_v = \delta U * U_v$

Out[90]=

9.375 mV

```
In[91]:= Δinevitable = 0.5;
MatrixForm[Transpose[{tMean, Umean}]]
[матричная ... [транспозиция]
Out[92]//MatrixForm=
```

27. °C	312.5 mV
27.351982 °C	338.54667 mV
29.287477 °C	481.77333 mV
34.214279 °C	846.35667 mV
38.366622 °C	1153.63 mV
41.78018 °C	1406.2333 mV
43.187838 °C	1510.4 mV
44.41982 °C	1601.5667 mV
45.434685 °C	1676.6667 mV
46.531081 °C	1757.8 mV
49.874324 °C	2005.2 mV
51.986036 °C	2161.4667 mV

Переменные оканчивающиеся на -TEMP созданы для обхода ограничений, накладываемых на переменные с указанными единицами измерения

```
In[93]:= ΔUmeanTEMP = QuantityMagnitude[ΔUmean]; αTEMP = QuantityMagnitude[α];
[модуль размерной величины] [модуль размерной величины]
ΔαTEMP = QuantityMagnitude[Δα];
[модуль размерной величины]
ΔUvTEMP = QuantityMagnitude[ΔUv];
[модуль размерной величины]
ΔKTEMP = QuantityMagnitude[ΔK];
[модуль размерной величины]
UmeanTEMP = QuantityMagnitude[Umean];
[модуль размерной величины]
UvTEMP = QuantityMagnitude[Uv];
[модуль размерной величины]
```

```
In[96]:= Δt = 
$$\sqrt{\left( (\Delta U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3})^2 * \left( \frac{1}{K * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \right.}$$


$$\left. (\Delta U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3})^2 * \left( \frac{1}{K * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \Delta K_{\text{TEMP}}^2 * \left( \frac{U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} - U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3}}{K^2 * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \right.}$$


$$\left. (\Delta \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6})^2 * \left( \frac{U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} - U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3}}{K * (\alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6})^2} \right) + \Delta_{\text{inevitable}} \right);$$

Δt = Quantity[Δt, "DegreesCelsius"];
размерная величина
MatrixForm[Δt]
матричная форма
```

```
Out[96]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0.71836632 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.71836848 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.7184574 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.71927152 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.72061123 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.7221579 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.72291211 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.72362772 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.72425605 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.72497416 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.72741461 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.72914939 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

```
In[97]:=
```

Относительная погрешность измерения температуры: (ниже в формате  $\delta t \rightarrow t$ )

```
In[98]:= δt = 
$$\frac{\text{QuantityMagnitude}[\Delta t]}{\text{QuantityMagnitude}[t_{\text{Mean}}]}$$
; MatrixForm[δt]
матричная форма
```

```
Out[98]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0.02660616 \\ 0.026263855 \\ 0.024531215 \\ 0.021022554 \\ 0.018782243 \\ 0.017284701 \\ 0.016738789 \\ 0.01629065 \\ 0.015940598 \\ 0.015580428 \\ 0.014584952 \\ 0.01402587 \end{pmatrix}$$

```
In[99]:= Transpose[{ $\delta t$  * 100, tMean}] // MatrixForm
```

транспозиция      матричная форма

```
Out[99]//MatrixForm=
```

2.660616	27. °C
2.6263855	27.351982 °C
2.4531215	29.287477 °C
2.1022554	34.214279 °C
1.8782243	38.366622 °C
1.7284701	41.78018 °C
1.6738789	43.187838 °C
1.629065	44.41982 °C
1.5940598	45.434685 °C
1.5580428	46.531081 °C
1.4584952	49.874324 °C
1.402587	51.986036 °C

**Вывод:** В ходе данной работы был изучен метод измерения температуры в нестационарных условиях с помощью термопары. Рассчитаны всевозможные погрешности. С их учетом запишем таблицу  $\tau$ - $t$ - $\Delta t$ :

```
In[100]:= Transpose[{ $\tau$ , tMean,  $\Delta t$ }] // MatrixForm
```

транспозиция      матричная форма

```
Out[100]//MatrixForm=
```

9 ms	27. °C	0.71836632 °C
23 ms	27.351982 °C	0.71836848 °C
25 ms	29.287477 °C	0.7184574 °C
28 ms	34.214279 °C	0.71927152 °C
31 ms	38.366622 °C	0.72061123 °C
34 ms	41.78018 °C	0.7221579 °C
36 ms	43.187838 °C	0.72291211 °C
38 ms	44.41982 °C	0.72362772 °C
40 ms	45.434685 °C	0.72425605 °C
42 ms	46.531081 °C	0.72497416 °C
100 ms	49.874324 °C	0.72741461 °C
250 ms	51.986036 °C	0.72914939 °C