Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Кафедра теоретических основ теплотехники им. Вукаловича

Расчётное задание №1 по курсу «Тепломассообмен»

Студент: Жаркова А.Э.
Преподаватель: Люлин Ю.В.
Группа ТФ-13-22
Итоговая оценка:________

Москва 2024

Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Жаркова А.Э.

Группа: ТФ-13-22

Задача № 1

Задача 1.

В три стальные трубы (d_2xδ=80x3 мм), расположенные на открытом воздухе с температурой 6°С поступает горячая вода при температуре 200°С и давлении 5 МПа, которая движется со скоростью 12 км/ч. Первая труба покрыта слоем минеральной ваты толщиной 50 мм имеющая коэффициент теплопроводности 0,045 Вт/м·К. Определить длину трубы если на выходе из нее температура воды уменьшилась на 40°С. Определить температуры воды на выходе из трубы покрытую слоем бетона толщиной 50 мм имеющая коэффициент теплопроводности 1,28 Вт/м·К и из трубы без изоляции если они имеют ту же длину, что и первая труба. Расчет провести с учетом потерь тепла в окружающую среду совместно конвекцией и излучением. Для всех трех труб принять излучательную способность поверхности материала ε=0,8, коэффициент теплоотдачи 14,2 Вт/м^2·К. Коэффициент теплоотдачи от воды к внутренней стороне трубы равен 14,2 Вт/м^2·К. Построить графики $t_Ж(x)$, $q_L(x)$, $q_C(x)$ для обеих способов расчета. Сравнить тепловой поток потерь трубопроводов Q для обеих способов расчета.

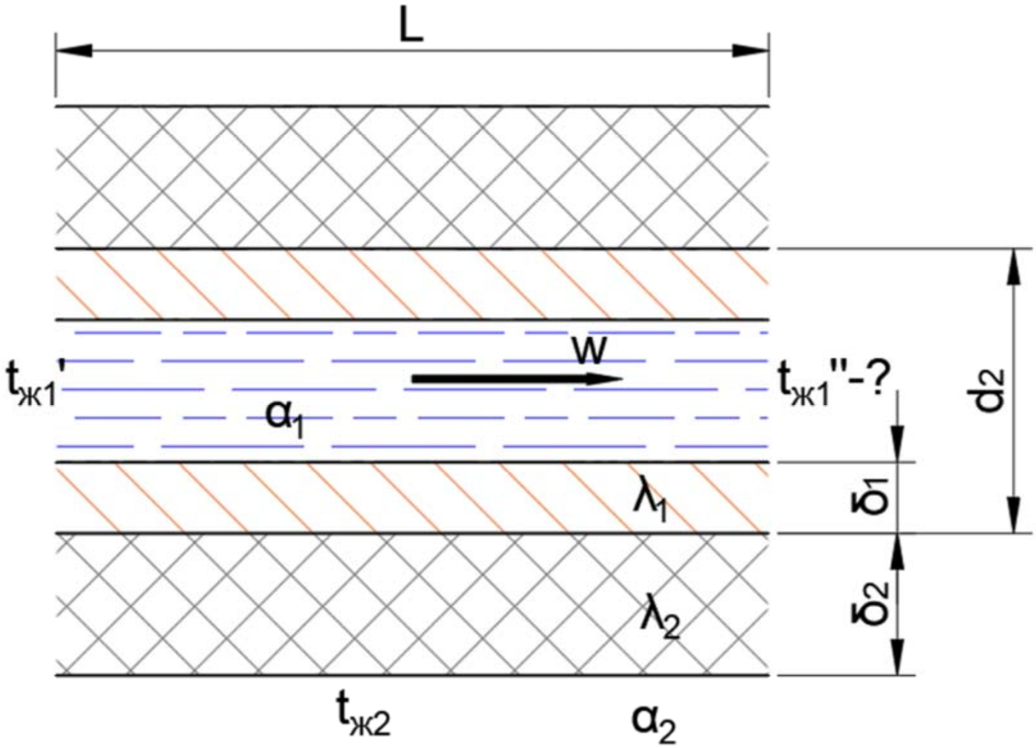
Указания:

1. **Решить задачу используя формулу Шухова ($\Delta t_x = \Delta t_0 e^{-kmF_x}$) и по алгоритму решения задачи 3 гл. 2 учебника [1].**
2. **Свойства воды выбирать при средней температуре воды.**
3. **Проанализировать результаты с точки зрения эффективности работы изоляции труб.**

Литература к задаче 1

1. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен: Учебное пособие для вузов. – М.: Изд-во МЭИ, 2008.

Рисунок(труба с изоляцией бетон/вата)



Данные из условия:
d2=80(mm);δ=4(mm) - геометрия труб ; tAir=6 (°C)-температура воздуха;tLiquid1=200(°C)-температура горячей воды на входе (как $t_{ж1}$) ; p=5(MPa)- давление горячей воды;w=12(km/h) - скорость течения горячей воды; λMinWool=0.045(W/m*K);δMinWool=50(mm); tLiquid2=200-40=160(°C)-температура горячей воды на выходе(как $t_{ж2}$) ; λConcrete=1.28(W/m K);δConcrete=50(mm);ϵ=0.8-излучательная способность поверхности материала труб; α= $14.2\,(W/m^2 K)$-коэффициент теплоотдачи

```
In[1]:= d2 = 80 * 10^-3;
        δ = 4 * 10^-3;
        tAir = 6;
        tLiquid1 = 200;
        p = 5 * 10^6;
        w = 12 / 3.6;
        λMinWool = 0.045;
        δMinWool = 50 * 10^-3;
        tLiquid2 = 160;
        λConcrete = 1.28;
        δConcrete = 50 * 10^-3;
        ϵ = 0.8;
        α = 14.2;
```

Сталь берем нержавеющую, ее коэффициент теплопроводности λSteel (W/m K) берем как const в виду слабой зависимости от температуры:

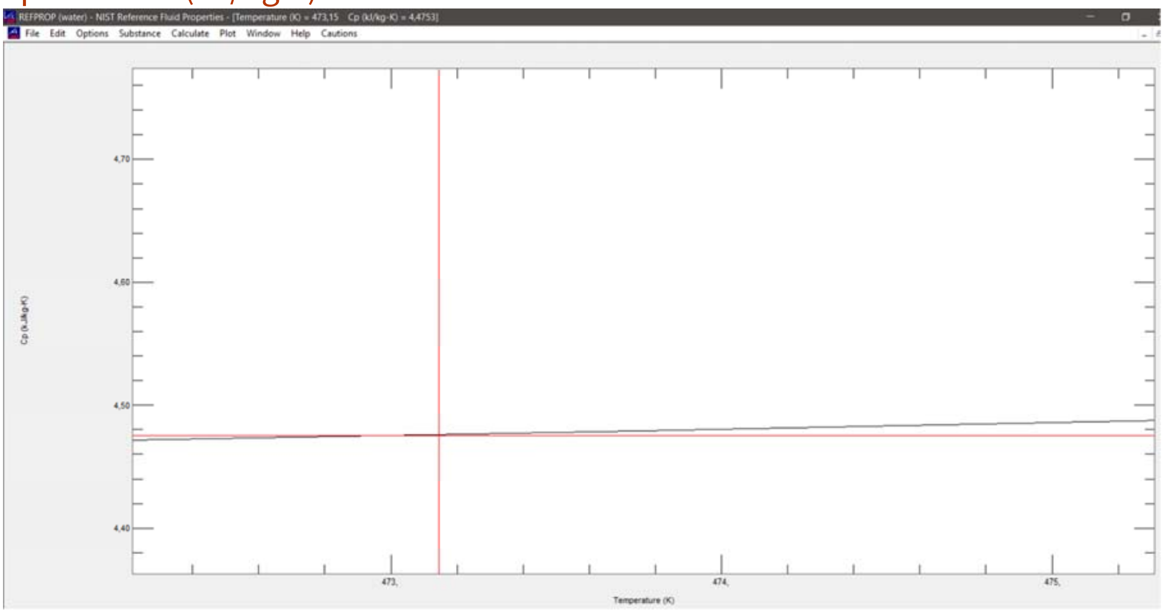
```
In[4]:= λSteel = 14.4 ;
```

Изобарную (p=5MPa)теплоемкость и плотность воды при tLiquid1 и tLiquid2 найдем через REFPROP:

cp:

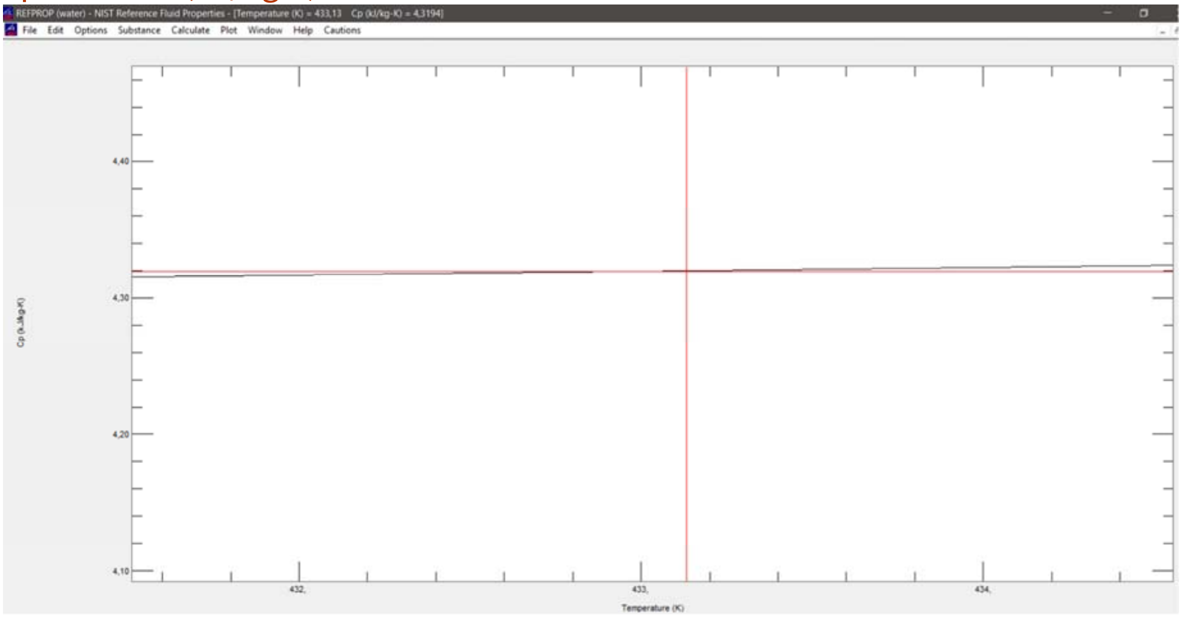
tLiquid1=200 (°C)

cp1=4.4753 (kJ/kg K)



tLiquid2=80 (°C)

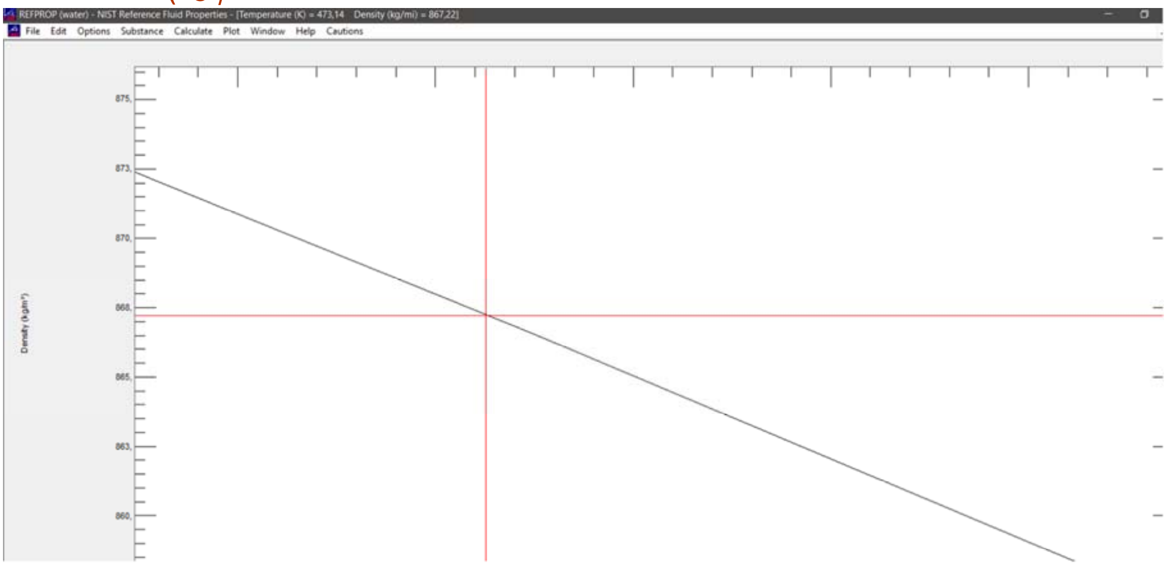
cp2=4.3194 (kJ/kg K)



плотность:

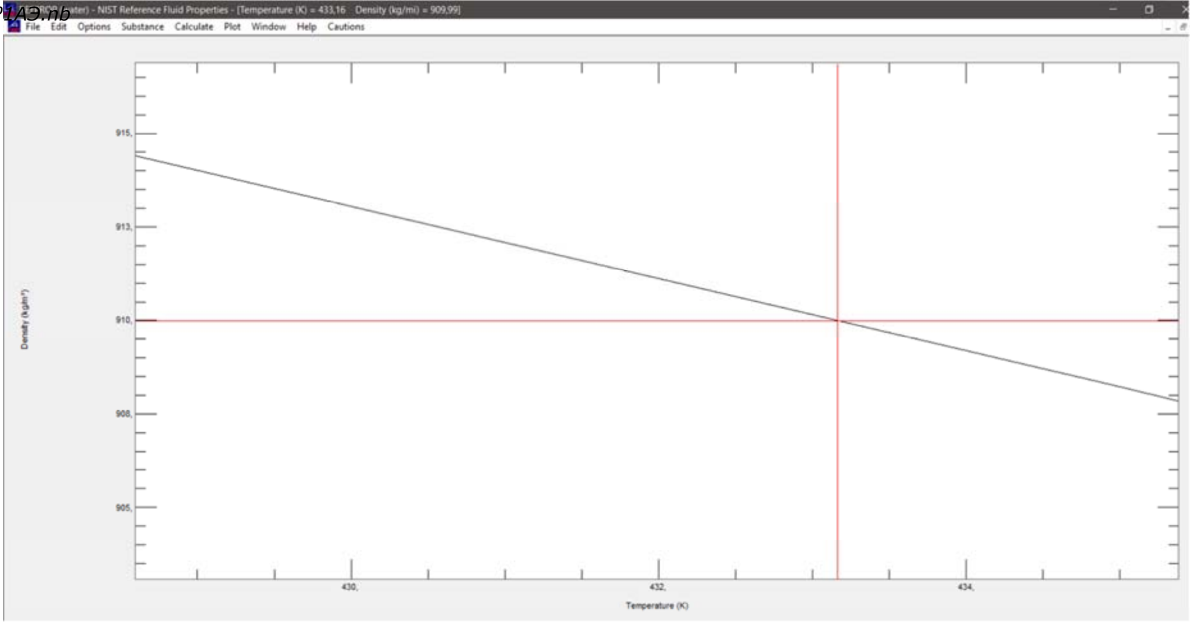
tLiquid1=200(°C)

$\rho 1=867.22\ (kg/m^3)$



tLiquid2=160 (°C)

$\rho 2=909.99\ (kg/m^3)$



In[5]:= **cp1 = 4.4753; cp2 = 4.3194 ; ρ1 = 867.22; ρ2 = 909.99;**

Средняя удельная изобарная теплоемкость cpAverage(kJ/kg K)

In[6]:= $cpAverage = \frac{cp1 + cp2}{2}$

Out[6]= 4.39735

Средняя плотность воды ρAverage (kg / m^3)

In[7]:= $\rho Average = \frac{\rho 1 + \rho 2}{2}$

Out[7]= 888.605

Массовый расход воды G(kg/s)

In[8]:= $G = \pi * \left(\frac{d2 - 2 * \delta}{2}\right)^2 * w * \rho Average$

Out[8]= 12.059863

Найдем диаметры *d1, d3 (m)*

In[9]:= d1 = d2 - 2 δ // N

численное п

Out[9]= 0.072

In[10]:= d3 = d2 + 2 δ // N

численное п

Out[10]= 0.088

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы с ватной изоляцией *KlinearMinWool (W/m K)*

In[11]:= $KlinearMinWool = \frac{1}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda MinWool} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{\alpha * d3}}$

Out[11]= 0.35198784

Применяя формулу Шухова найдем расстояние(длину трубы) на котором будет выполняться условие разности температур на входе и выходе в трубу с изоляцией из минеральной ваты:

In[12]:= $First\left[NSolve\left[tLiquid2 == tAir + (tLiquid1 - tAir) * Exp\left[\frac{-KlinearMinWool}{G * cpAverage * 1000} * \pi * x\right], x\right]\right]$

первый численное решение уравнений показательная функция

Out[12]= {x → 11 073.636}

Таким образом длина трубы равна *11073.636 m)*

In[13]:= L = 11 073.6362;

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы с бетонной изоляцией *KlinearConcrete (W/m K)*

In[14]:= $KlinearConcrete = \frac{1}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda Concrete} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{\alpha * d3}}$

Out[14]= 0.54968137

По формуле Шухова найдем температуру на выходе из трубы с бетонной изоляцией:

In[15]:=
```
t[x_, k_] := tAir + (tLiquid1 - tAir) * Exp[-k/(G * cpAverage * 1000) * π * x]
```
показательная функция

In[16]:=
```
t[L, KlinearConcrete]
```
Out[16]=
```
141.26892
```

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы без изоляции *KlinearRaw (W/m K)*

In[17]:=
$$KlinearRaw = \frac{1}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2 \lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{\alpha * d3}}$$
Out[17]=
```
0.56116559
```

По формуле Шухова найдем температуру на выходе из трубы без изоляции:

In[18]:=
```
t[L, KlinearRaw]
```
Out[18]=
```
140.25367
```

Функция теплового потока и плотности теплового потока :

In[19]:=
```
Q[x_, k_] := k * π * (t[x, k] - tAir) * x;
qLinear[x_, k_] := k * π * (t[x, k] - tAir);
```

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для голой трубы:

In[21]:=
```
Q[L, KlinearRaw]
```
Out[21]=
2.6209415×10^{6}

In[22]:=
```
qLinear[L, KlinearRaw]
```
Out[22]=
```
236.68301
```

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для трубы с бетонной изоляцией:

In[23]:=
```
Q[L, KlinearConcrete]
```
Out[23]=
2.5867185×10^{6}

In[24]:=
```
qLinear[L, KlinearConcrete]
```
Out[24]=
```
233.59251
```

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для трубы с ватной изоляцией:

In[25]:=
```
Q[L, KlinearMinWool]
```
Out[25]=
1.8857691×10^{6}

In[26]:=
```
qLinear[L, KlinearMinWool]
```
Out[26]=
```
170.29357
```

Произведем расчеты по другому:

In[27]:=
$$qLinearAdditional[k\_] := k * \pi * \left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2}{2} - tAir\right)$$

Запишем баланс энергий:
*Q=qLinear*L=G*cpAverage*(tLiquid1-tLiquid2)=π*
$* \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * cpAverage * \rho Average * (tLiquid1 - tLiquid2)$,отсюда можно найти *L:*

In[28]:=
```
NSolve[qLinearAdditional[KlinearMinWool] * x ==
  π * (d1/2)^2 * w * cpAverage * 1000 * ρAverage * (tLiquid1 - tLiquid2), x]
```
численное решение уравнений

Out[28]=
```
{{x → 11024.696}}
```

Таким образом длина трубы по этому способу равна *Ladditional(m)*

In[29]:=
```
Ladditional = 11024.696;
```

Выразим *tLiquid2* из линейной плотности теплового потока как переменную *:*

In[30]:=
```
Solve[k * π * ((tLiquid2asVariable + tLiquid1)/2 - tAir) * x ==
  π * (d1/2)^2 * w * cpAverage * 1000 * ρAverage * (tLiquid1 - tLiquid2asVariable), tLiquid2asVariable]
```
решить уравнения

Out[30]=

$$\left\{\left\{tLiquid2asVariable \to \frac{1.0606288 \times 10^{7} - 295.30971\, k\, x}{53031.438 + 1.5707963\, k\, x}\right\}\right\}$$

In[31]:=
```
tLiquid2asVariable[k_, x_] := (1.0606288 * 10^7 - 295.3097 * k * x) / (53031.4383 + 1.570796 * k * x)
```

Теперь найдем температуры на выходе из трубы с бетонной изоляцией и трубы без изоляции.
Бетонная изоляция*:*

In[32]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, Ladditional]
```

Out[32]=
```
140.953
```

Голая труба*:*

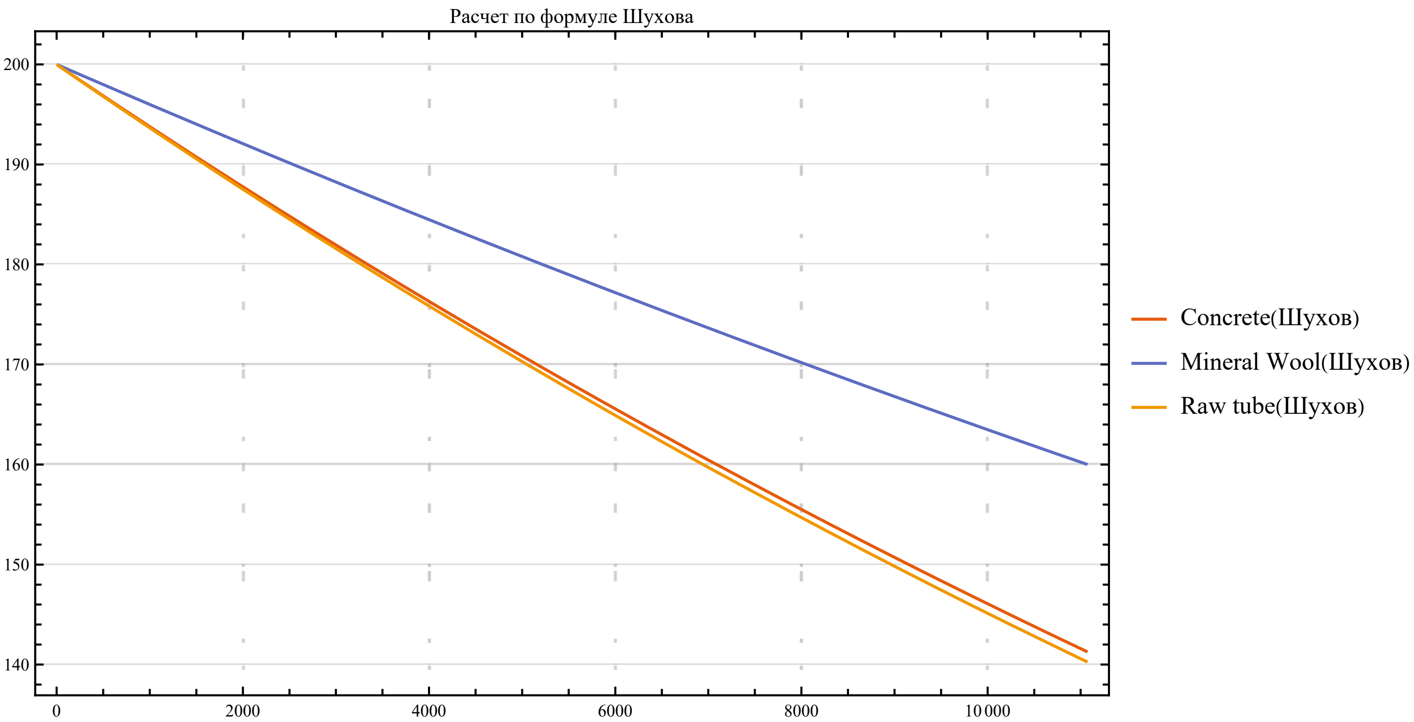
In[33]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearRaw, Ladditional]
```

Out[33]=
```
139.91041
```

Изобразим функциональные зависимости температуры жидкости в точке χ, где χ-обобщенное расстояние(длина трубы)

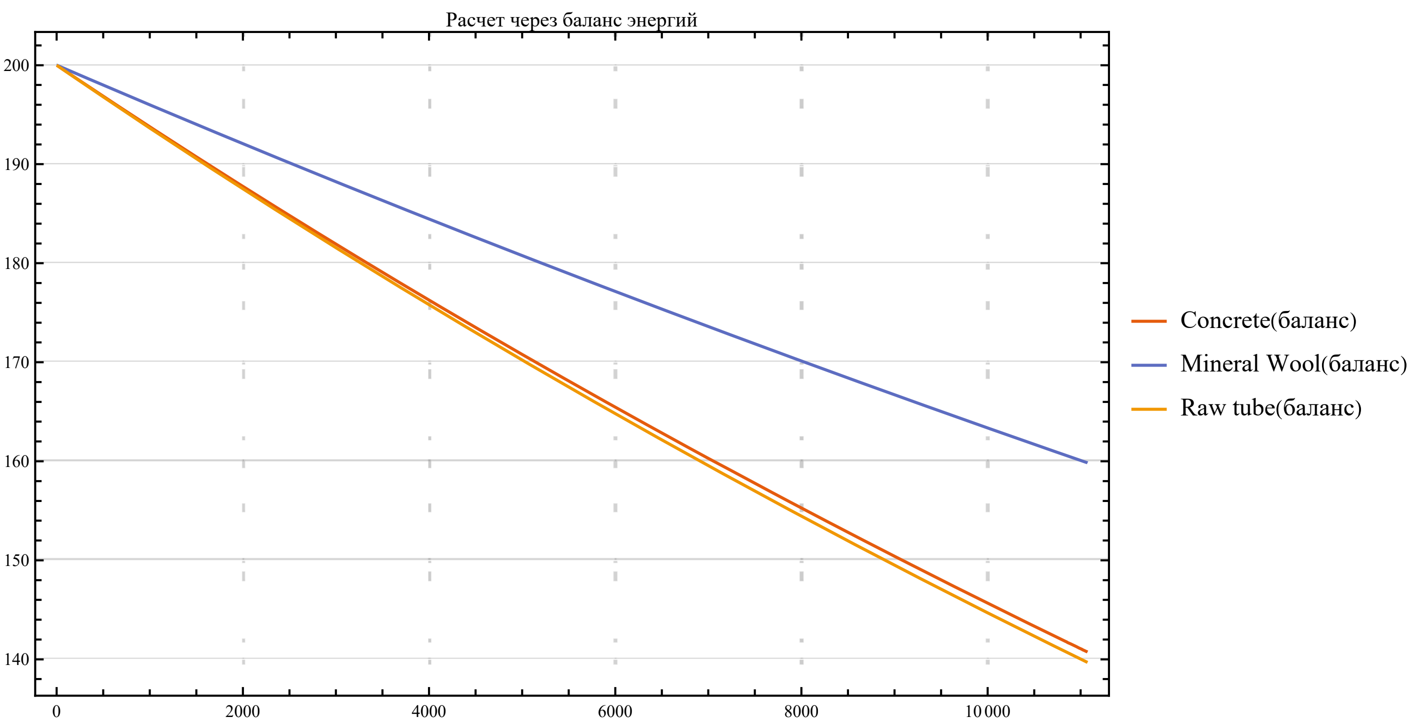
In[34]:=
```
Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool], t[χ, KlinearRaw]},
график функции
  {χ, 0, L}, PlotLabel → "Расчет по формуле Шухова", PlotTheme → "Scientific",
             пометка графика                          тематический стиль графика
 PlotLegends → {"Concrete(Шухов)", "Mineral Wool(Шухов)", "Raw tube(Шухов)"},
 легенды графика
 ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
 размер изоб⋯ круп⋯  линии коорд⋯ автоматический
```

Out[34]=



In[35]:=
```
Plot[{tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, χ], tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, χ],
график функции
   tLiquid2asVariable[KlinearRaw, χ]}, {χ, 0, L}, PlotLabel → "Расчет через баланс энергий",
                                                  пометка графика
 PlotTheme → "Scientific", PlotLegends → {"Concrete(баланс)", "Mineral Wool(баланс)", "Raw tube(баланс)"},
 тематический стиль графика  легенды графика
 ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
 размер изоб⋯ круп⋯  линии коорд⋯ автоматический
```

Out[35]=

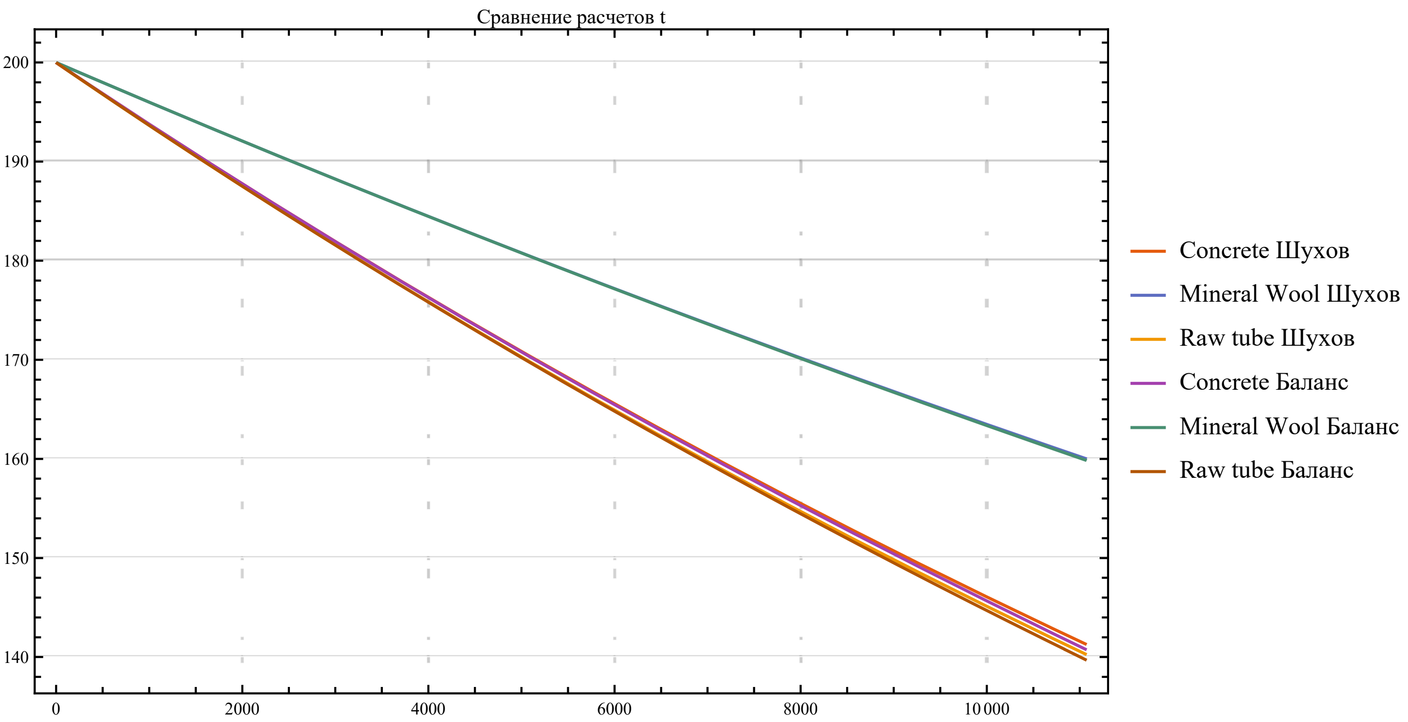


Сопоставим функции температур в одной системе координат:

```
In[36]:= Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool],
  t[χ, KlinearRaw], tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, χ],
  tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, χ], tLiquid2asVariable[KlinearRaw, χ]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов t", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
   "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции · пометка графика · тематический стиль графика · легенды графика · размер изоб··· · круп··· · линии коорд··· · автоматический

Out[36]=



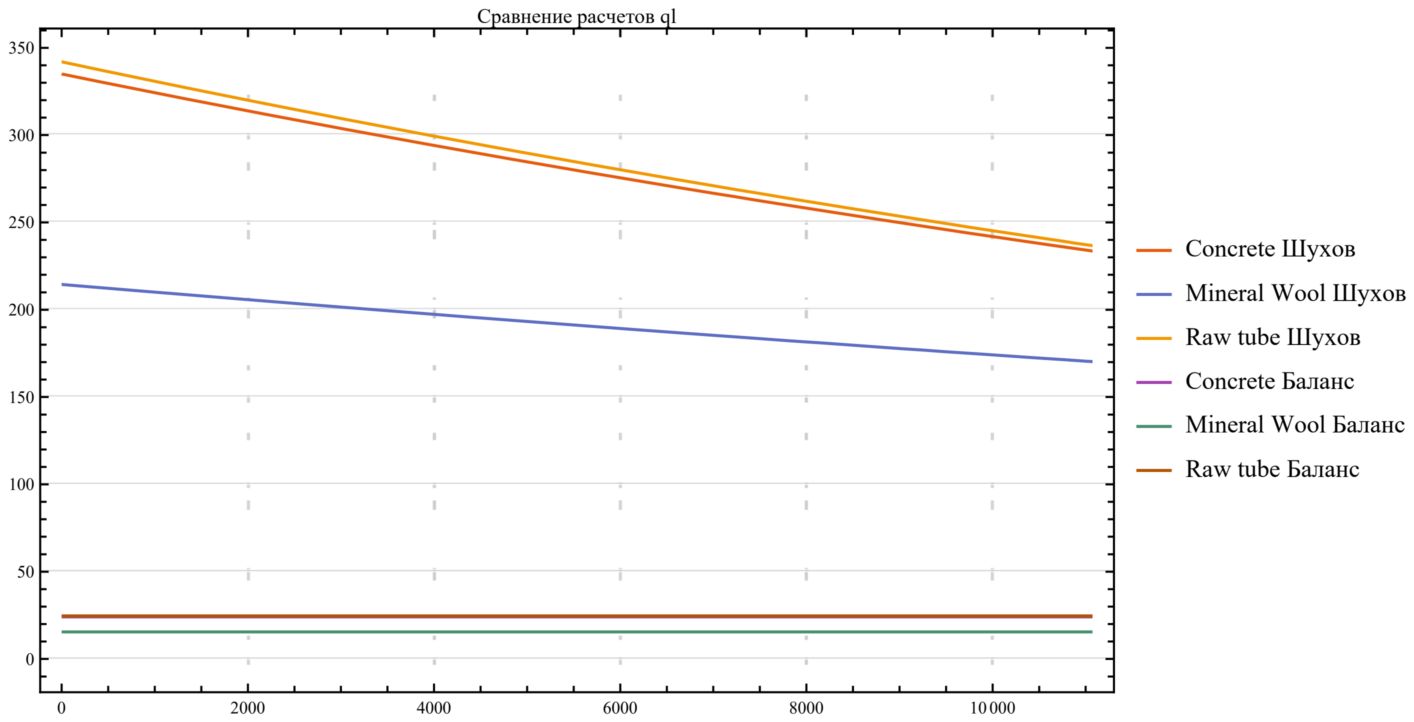
Точно так же изобразим функции линейных плотностей тепловых потоков.
Для начала введем функцию линейной плотности теплового потока при расчете методом баланса энергий:

In[37]:= $qLinearAdditionalFunction[k\_] := k * \pi * \left(\frac{tLiquid1 - tLiquid2}{2} - tAir\right)$

Покажем графики линейных плотностей тепловых потоков в одной координатной плоскости *ql(W/m)*:

In[38]:=
```
Plot[{qLinear[χ, KlinearConcrete], qLinear[χ, KlinearMinWool],
  qLinear[χ, KlinearRaw], qLinearAdditionalFunction[KlinearConcrete],
  qLinearAdditionalFunction[KlinearMinWool], qLinearAdditionalFunction[KlinearRaw]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов ql", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
   "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```
график функции; пометка графика; тематический стиль графика; легенды графика; размер изоб⋯; круп⋯; линии коорд⋯; автоматический

Out[38]=

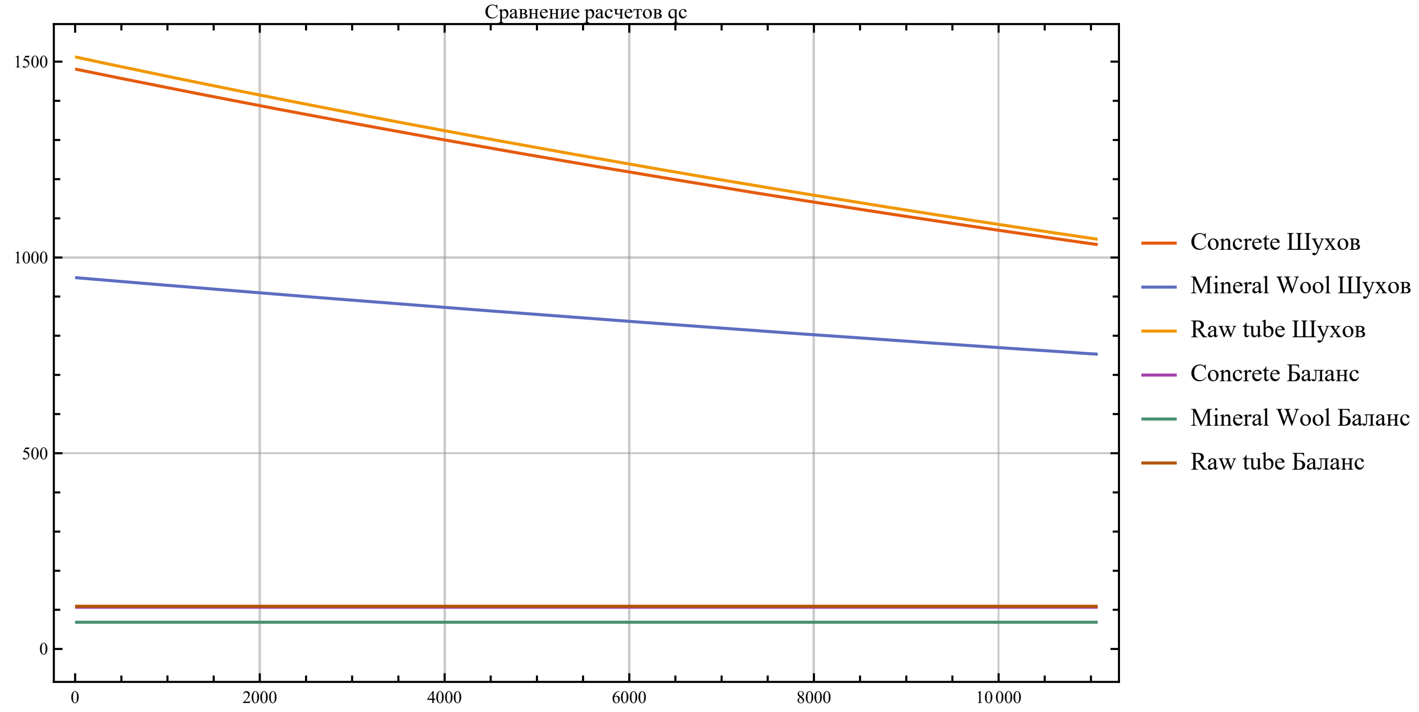


Теперь построим поверхностные плотности тепловых потоков *qc* (W / m^2):

In[39]:=
```
qcShuhov[x_, k_] := qLinear[x, k] / (π * d1); qcBalance[k_] := qLinearAdditionalFunction[k] / (π * d1);
```

In[40]:=
```
Plot[{qcShuhov[χ, KlinearConcrete], qcShuhov[χ, KlinearMinWool], qcShuhov[χ, KlinearRaw],
  qcBalance[KlinearConcrete], qcBalance[KlinearMinWool], qcBalance[KlinearRaw]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов qc", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
   "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```
график функции; пометка графика; тематический стиль графика; легенды графика; размер изоб⋯; круп⋯; линии коорд⋯; автоматический

Out[40]=



Найдем среднее значение линейной плотности теплового потока*(W/m):*

In[41]:=
```
qLinearAverageWithoutInsulation = (qLinear[0, KlinearRaw] + qLinear[L, KlinearRaw]) / 2
```
Out[41]=
```
289.34801
```

In[42]:=
```
qLinearAverageConcreteInsulation = (qLinear[0, KlinearConcrete] + qLinear[L, KlinearConcrete]) / 2
```
Out[42]=
```
284.30313
```

In[43]:=
```
qLinearAverageMinWoolInsulation = (qLinear[0, KlinearMinWool] + qLinear[L, KlinearMinWool]) / 2
```
Out[43]=
```
192.40962
```

Среднее значение температуры на поверхности труб*:*

In[44]:=
```
NSolve[{qLinearAverageWithoutInsulation == π * (twWithoutIns - tAir) / (1/(α*d2)),
  qLinearAverageConcreteInsulation == π * (twConcreteIns - tAir) / (1/(α*d3)),
  qLinearAverageMinWoolInsulation == π * (twMinWoolIns - tAir) / (1/(α*d3))}, {twWithoutIns, twConcreteIns, twMinWoolIns}]
```
численное решение уравнений

Out[44]=
```
{{twWithoutIns → 87.075997, twConcreteIns → 78.420371, twMinWoolIns → 55.012392}}
```

In[45]:=
```
twWithoutIns = 49.902233; twConcreteIns = 47.0828314; twMinWoolIns = 38.209809;
```

Учтем излучение

σ- константа Стефана – Больцмана($W / m^2 K^4$)

In[46]:= $\sigma = 5.671 * 10^{\wedge} - 8;$

Переведем температуры на поверхности труб и температуру воздуха в абсолютные единицы(Кельвины)

In[47]:=
```
TwWithoutIns = twWithoutIns + 273.15;
TwConcreteIns = twConcreteIns + 273.15;
TwMinWoolIns = twMinWoolIns + 273.15;
Tair = tAir + 273.15;
```

Найдем результирующую плотность потока излучения Eres(W / m^2):

In[48]:= $\text{EresMinWool} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwMinWoolIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$

Out[48]=

150.89656

In[49]:= $\text{EresConcrete} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwConcreteIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$

Out[49]=

201.6176

In[50]:= $\text{EresWithoutIns} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwWithoutIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$

Out[50]=

218.64292

Найдем эквивалентный коэффициент теплоотдачи излучением αEqv ($W / m^2 K$):

In[51]:= $\alpha\text{EqvMinWool} = \dfrac{\text{EresMinWool}}{\text{TwMinWoolIns} - \text{Tair}}$

Out[51]=

4.6848016

In[52]:= $\alpha\text{EqvConcrete} = \dfrac{\text{EresConcrete}}{\text{TwConcreteIns} - \text{Tair}}$

Out[52]=

4.9075877

In[53]:= $\alpha\text{EqvWithoutIns} = \dfrac{\text{EresWithoutIns}}{\text{TwWithoutIns} - \text{Tair}}$

Out[53]=

4.9802232

In[54]:= $\text{MradMinWool} = \dfrac{1}{\alpha * d1} + \dfrac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \underbrace{\text{Log}\left[\dfrac{d2}{d1}\right]}_{\text{натуральный логарифм}} + \dfrac{1}{2\,\lambda\text{MinWool}} * \underbrace{\text{Log}\left[\dfrac{d3}{d2}\right]}_{\text{натуральный логарифм}} + \dfrac{1}{(\alpha + \alpha\text{EqvMinWool}) * d3}$

Out[54]=

2.6424856

In[55]:= $\text{MradConcrete} = \dfrac{1}{\alpha * d1} + \dfrac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \underbrace{\text{Log}\left[\dfrac{d2}{d1}\right]}_{\text{натуральный логарифм}} + \dfrac{1}{2\,\lambda\text{Concrete}} * \underbrace{\text{Log}\left[\dfrac{d3}{d2}\right]}_{\text{натуральный логарифм}} + \dfrac{1}{(\alpha + \alpha\text{EqvConcrete}) * d3}$

Out[55]=

1.6136982

In[56]:= $\text{MradWithoutIns} = \dfrac{1}{\alpha * d1} + \dfrac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \underbrace{\text{Log}\left[\dfrac{d2}{d1}\right]}_{\text{натуральный логарифм}} + \dfrac{1}{(\alpha + \alpha\text{EqvWithoutIns}) * d3}$

Out[56]=

1.5742154

In[57]:= $P = \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * \rho Average * cpAverage * 1000$

Out[57]= 16880.431

In[58]:= $tLiquid2RadiationVariable[M\_, x\_] := \frac{2 * P * M * tLiquid1 + 2 * tAir * x - tLiquid1 * x}{x + 2 * P * M}$

Линейная плотность потока излучения для трубы с ватной изоляцией:

In[59]:= $qLinearRadiationMinWool[x\_] := \pi * \frac{\left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, x]}{2} - tAir\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\lambda Concrete} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvMinWool) * d3}}$

Из баланса энергий найдем длину трубы:

In[60]:= $NSolve\left[\frac{\left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2}{2} - tAir\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\lambda Concrete} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvMinWool) * d3}} * Len == \pi * \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * \rho Average * cpAverage * 1000 * (tLiquid1 - tLiquid2), Len\right]$

численное решение уравнений

Out[60]= {{Len → 19758.345}}

Если учитывать излучение тогда длина трубы будет другой*(m):*

In[61]:= LwithRadiation = 19758.345;

Линейная плотность потока излучения трубы с ватной изоляцией:*(W/m)*

In[62]:= qLinearRadiationMinWool[LwithRadiation]

Out[62]= 307.86524

Для трубы без изоляции : (W / m^2)

In[63]:= $qLinearRadiationWithoutIns[x\_] := \pi * \frac{\left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, x]}{2} - tAir\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvWithoutIns) * d3}}$

In[64]:= qLinearRadiationWithoutIns[LwithRadiation]

Out[64]= 282.23218

In[65]:= tLiquid2RadiationVariableWithoutIns = tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, LwithRadiation]

Out[65]= 94.84651

Для трубы с изоляцией из бетона:

In[66]:= $qLinearRadiationConcrete[x\_] := \pi * \frac{\left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, x]}{2} - tAir\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\lambda Concrete} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvConcrete) * d3}}$

In[67]:= qLinearRadiationConcrete[LwithRadiation]

Out[67]= 277.16461

In[68]:= tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, LwithRadiation]

Out[68]= 96.734576

Рассчитаем потери теплоты:

In[69]:=
```
QradConcrete[x_] := qLinearRadiationConcrete[x] * x;
QradMinWool[x_] := qLinearRadiationMinWool[x] * x;
QradWithoutIns[x_] := qLinearRadiationWithoutIns[x] * x;
```

Потери теплоты в трубе с бетонной изоляцией:(W)

In[72]:=
```
QradConcrete[LwithRadiation]
```

Out[72]=

5.476314×10^6

Потери теплоты в трубе с ватной изоляцией:(W)

In[73]:=
```
QradMinWool[LwithRadiation]
```

Out[73]=

6.0829076×10^6

In[74]:=
```
QradWithoutIns[LwithRadiation]
```

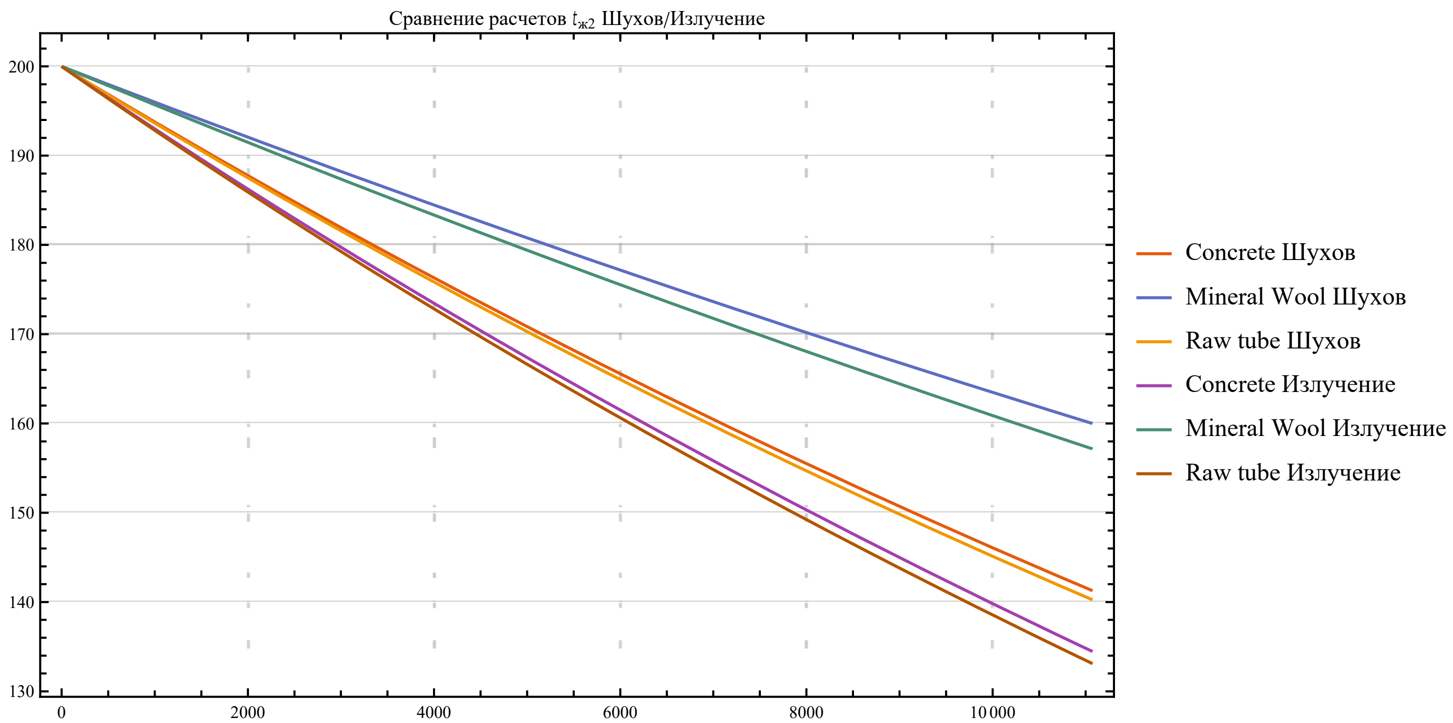
Out[74]=

5.5764408×10^6

Сравним расчеты температуры(Шухов/Излучение):

In[75]:=
```
Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool], t[χ, KlinearRaw],
[график функции
  tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, χ], tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, χ],
  tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, χ]}, {χ, 0, L},
 PlotLabel → "Сравнение расчетов tж2 Шухов/Излучение", PlotTheme → "Scientific",
 [пометка графика                                       [тематический стиль графика
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Излучение",
 [легенды графика
   "Mineral Wool Излучение", "Raw tube Излучение"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
                                                    [размер изоб… [круп… [линии коорд… [автоматический
```

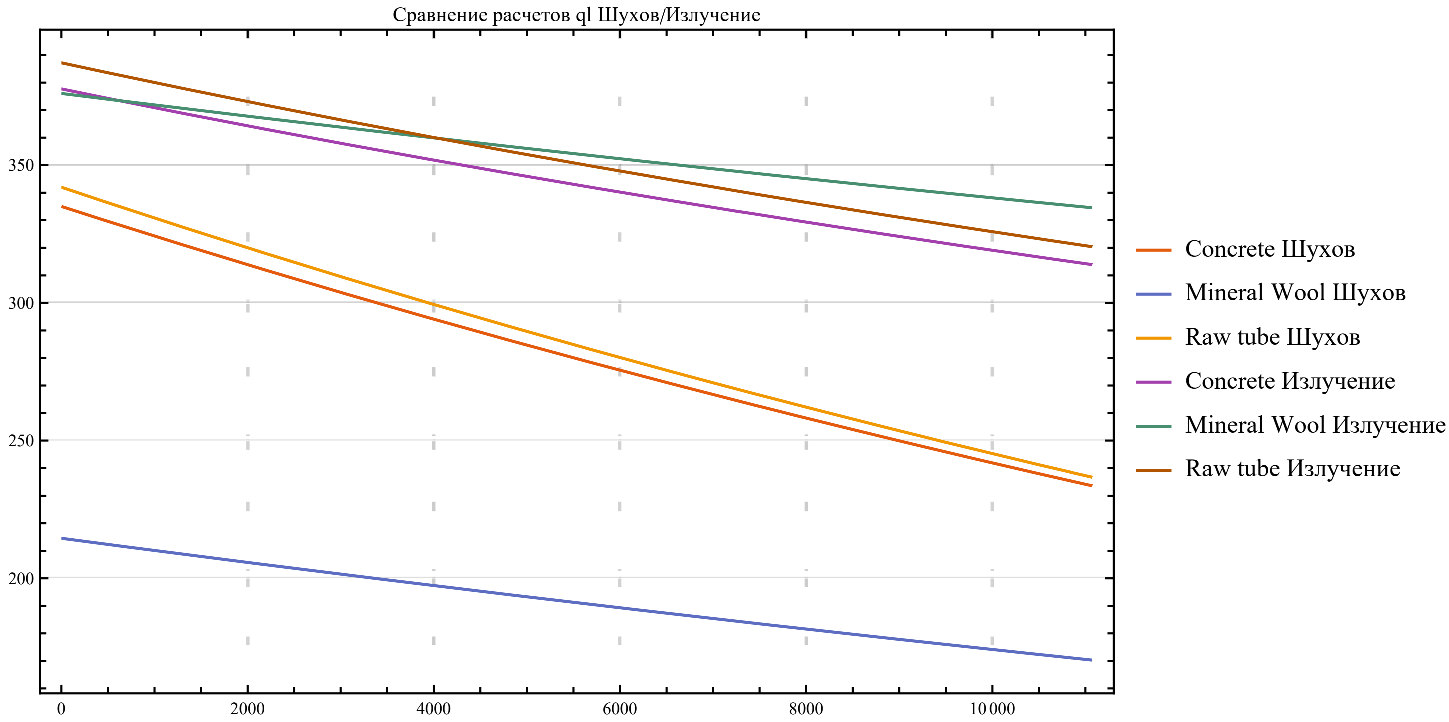
Out[75]=



Сравним расчеты линейной плотности потоков тепла/излучения(Шухов/Излучение):

In[76]:=
```
Plot[{qLinear[χ, KlinearConcrete], qLinear[χ, KlinearMinWool], qLinear[χ, KlinearRaw],
  qLinearRadiationConcrete[χ], qLinearRadiationMinWool[χ], qLinearRadiationWithoutIns[χ]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов ql Шухов/Излучение", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Излучение",
   "Mineral Wool Излучение", "Raw tube Излучение"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```
график функции; пометка графика; тематический стиль графика; легенды графика; размер изоб⋯; круп⋯; линии коорд⋯; автоматический

Out[76]=



Соберем все результаты выше воедино.

Способ основанный на формуле Шухова.
Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[77]:= `t[L, KlinearConcrete]`

Out[77]= 141.26892

In[78]:= `t[L, KlinearMinWool]`

Out[78]= 160.

In[79]:= `t[L, KlinearRaw]`

Out[79]= 140.25367

Тепловой поток(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[80]:= `Q[L, KlinearConcrete]`

Out[80]= 2.5867185×10^{6}

In[81]:= `Q[L, KlinearMinWool]`

Out[81]= 1.8857691×10^{6}

In[82]:= `Q[L, KlinearRaw]`

Out[82]= 2.6209415×10^{6}

Способ основанный на методе баланса энергии.
Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[83]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, Ladditional]
```
Out[83]=
140.953

In[84]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, Ladditional]
```
Out[84]=
160.00001

In[85]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearRaw, Ladditional]
```
Out[85]=
139.91041

Тепловой поток(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[86]:=
```
Qadditional[k_, x_] := qLinear[x, k] * x;
```
In[87]:=
```
Qadditional[KlinearConcrete, Ladditional]
```
Out[87]=
2.5793938×10^6

In[88]:=
```
Qadditional[KlinearMinWool, Ladditional]
```
Out[88]=
1.8793518×10^6

In[89]:=
```
Qadditional[KlinearRaw, Ladditional]
```
Out[89]=
2.613607×10^6

Способ с учетом излучения.Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[90]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, LwithRadiation]
```
Out[90]=
96.734576

In[91]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, LwithRadiation]
```
Out[91]=
129.64878

In[92]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, LwithRadiation]
```
Out[92]=
94.84651

Поток излучения(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[93]:=
```
QradConcrete[LwithRadiation]
```
Out[93]=
5.476314×10^6

In[94]:=
```
QradMinWool[LwithRadiation]
```
Out[94]=
6.0829076×10^6

In[95]:=
```
QradWithoutIns[LwithRadiation]
```
Out[95]=
5.5764408×10^6

Найдем критический диаметр при бетонной и ватной изоляциях

In[96]:=
```
d2 // N
```
численное приближение

Out[96]=
0.08

In[97]:= dCriticalConcrete = d2 + $\frac{2\,\lambda\text{Concrete}}{\alpha}$

Out[97]=

0.26028169

Мы не дошли до критического диаметра для трубы с бетонной изоляцией.

In[98]:= dCriticalMinWool = d2 + $\frac{2\,\lambda\text{MinWool}}{\alpha}$

Out[98]=

0.086338028

Мы перешли критический диаметр для трубы с ватной изоляцией.
Вывод: Тепло от теплоносителя лучше всего сохраняет труба с ватной изоляцией. На втором месте бетон. На третьем- труба без изоляции.

Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Жаркова А.Э.

Группа: ТФ-13-22

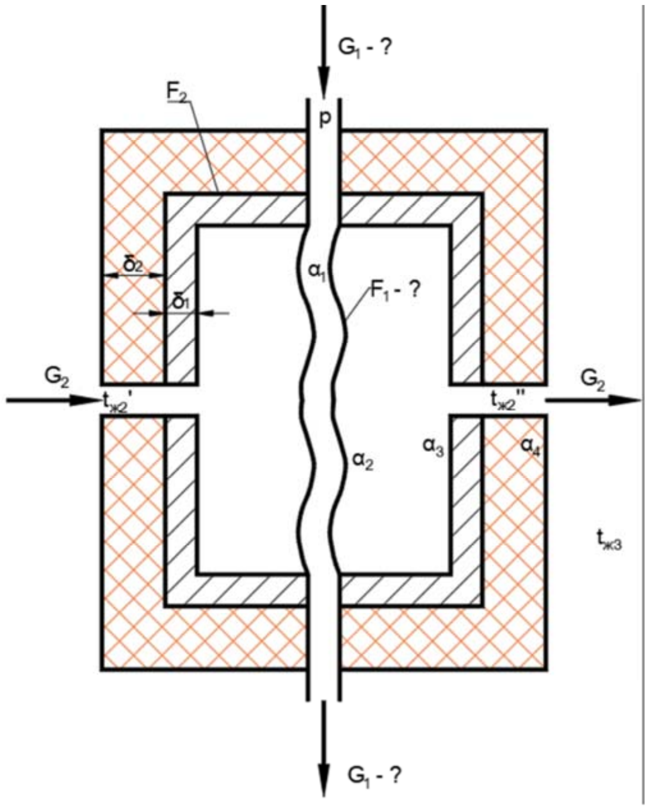
Задача № 2

Задача 2.

Масло марки мс-20, протекая через бак с расходом 0,2 кг/с, нагревается в нём от температуры 20°С до температуры 50°С. Греющим теплоносителем является водяной пар, имеющий начальную степень сухости 0,8, который конденсируется в горизонтальных змеевиках до степени сухости 0 при давлении $P = 4$ мпа, смонтированных внутри бака. Для снижения тепловых потерь бак покрыт слоем тепловой изоляции. Требуется определить величину поверхности змеевиков F_1, м^2, и расход греющего пара G_1, кг/с.Для расчёта заданы следующие величины: коэффициент теплоотдачи от пара к внутренней стенке поверхности змеевиков 7000 Вт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от наружной стенки поверхности змеевиков к маслу 110 Вт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от масла к стенкам бака 88 Вт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от изоляции бака к воздуху 10 Вт/(м^2 К); температура окружающего воздуха 18°С; толщина стенки бака 6 мм; толщина изоляции бака 20 см; поверхность бака 10 м^2. Бак изготовлен из стали марки 30, для тепловой изоляции использован(а) диатомит молотый. **Тепловые потери определить как при постоянной теплопроводности изоляции, используя температуру окружающего воздуха, так и с учетом её зависимости от температуры. Сравнить результаты.**

Термическим сопротивлением стенки змеевиков пренебречь, изменением внешней поверхности бака из-за его изоляции пренебречь, применить формулы для теплопередачи через плоскую стенку.

Рисунок: F1-неизвестная величина площади поверхности змеевиков(в расчетах участвует как Fsnake). G1-неизвестный расход теплоносителя(водяного пара)



Введем исходные данные(про вещества):

Масло МС-20, теплоноситель- водяной пар, сталь-30

Расход масла G2(kg/s); Температура масла начальная tm1 и конечная tm2 (°C); начальная и конечная степени сухости водяного пара X1 и X2 соответственно; давление в змеевиках P

(MPa); коэффициент теплоотдачи от пара к внутренней стенке поверхности змеевиков $\alpha1(W/m^2 K)$;коэффициент теплоотдачи от наружной стенки поверхности змеевиков к маслу $\alpha2(W/m^2 K)$;коэффициент теплоотдачи от масла к стенкам бака $\alpha3(W/m^2 K)$;коэффициент теплоотдачи от изоляции бака к воздуху $\alpha4(W/m^2 K)$;температура окружающего воздуха $tAir$(°C); толщина стенки бака δ(m); толщина изоляции стенки бака δIsolation(m);площадь поверхности бака Fsurf(на рисунке F2) (m^2).
Изоляция- диатомит молотый:

Диатомит молотый	450	$0,091+0,00028 \cdot T$

Коэффициент теплопроводности изоляции как функция от температуры: λIsolation(t)=0.091 + 0.00028t $(W/m\,K)$
Коэффициент теплопроводности стали-*30* как функция от температуры *λSteel=54.6 - 0.0422t* $(W/m\,K)$

```
In[70]:= G2 = 0.2;
tm1 = 20;
tm2 = 50;
X1 = 0.9;
X2 = 0.8;
P = 4;
α1 = 7000;
α2 = 110;
α3 = 88;
α4 = 10;
tAir = 18;
δ = 0.006;
δIsolation = 0.2;
Fsurf = 10;
```

```
In[71]:= λIsolation[t_] := 0.0766 + 0.00667 * t; λSteel[t_] := 54.6 - 0.0422 * t;
```

Найдем удельную теплоемкость $cpm\left(\frac{J}{kg*K}\right)$ масла МС-20 из значения его средней температуры tmAverage (°C). Воспользуемся таблицей П.10 задачника по тепломассообмену Цветкова и Керимова

```
In[72]:= tmAverage = (tm1 + tm2)/2
Out[72]= 35
```

```
In[73]:= cpm = 2089;
```

Найдем температуру tVapor(°C)и удельную теплоту парообразования водяного пара $r\left(\frac{kJ}{kg}\right)$ при P=4 MPa. Воспользуемся NIST REFPROP 10.0

	Temperature (K)	Pressure (MPa)	Liquid Density (kg/mi)	Vapor Density (kg/mi)	Liquid Enthalpy (kJ/kg)	Vapor Enthalpy (kJ/kg)	Liquid Entropy (kJ/kg-K)	Vapor Entropy (kJ/kg-K)
1	523,50	4,0000	798,37	20,090	1087,5	2800,8	2,7968	6,0696
2								

Отсюда tVapor в градусах Цельсия:

```
In[74]:= tVapor = 523.5 - 273.15
Out[74]= 250.35
```

r=hVapor- hLiquid, где *h*-удельная энтальпия

```
In[75]:= r = 2800.8 - 1087.5
Out[75]= 1713.3
```

Найдем тепловой поток создаваемый маслом *Qm(W):*

```
In[76]:= Qm = G2 * cpm * (tm2 - tm1)
Out[76]= 12 534.
```

Запишем плотность теплового потока через стенки бака всеми возможными вариантами и найдем температуры стенок и саму плотность теплового потока $q(W/m^2)$

$q=\frac{tw2-tw3}{\frac{\delta Isolation}{\lambda Isolation\left(\frac{tw2+tw3}{2}\right)}}=\frac{tw1-tw2}{\frac{\delta}{\lambda Steel\left(\frac{tw1+tw2}{2}\right)}}=\alpha 3(tmAverage - tw1)=\alpha 4(tw3- tAir)$, где tw1-температура 1-ой стенки(°C), tw2- второй(°C), tw3- третьей(°C).

```
In[77]:= Last[NSolve[
         пос··· численное решение уравнений
  {q == (tw2 - tw3)/(δIsolation/λIsolation[(tw2+tw3)/2]), q == (tw1 - tw2)/(δ/λSteel[(tw1+tw2)/2]), q == α3 * (tmAverage - tw1), q == α4 * (tw3 - tAir)}, {tw1, tw2, tw3, q}]]
Out[77]= {tw1 → 34.781363, tw2 → 34.77919, tw3 → 19.924007, q → 19.240073}
In[78]:= tw1 = 73.403222; tw2 = 73.393921; tw3 = 26.709697; q = 95.806664;
```

Найдем тепловые потери через стенки бака*: Qlost(W):*

```
In[79]:= Qlost = q * Fsurf
Out[79]= 958.06664
```

Найдем тепло которое получается от теплоносителя*: Qreceived(W)*

```
In[80]:= Qreceived = Qlost + Qm
Out[80]= 13 492.067
```

В изобраном процессе(а в теплообменниках он таким и является) удельная теплота получаемая от водяного пара в трубе равна разности энтальпий qVapor=h1-h2,где h1 соответствует энтальпии при степени сухости X1, а h2 степени сухости X2.
Через REFPROP находим значение энтальпии влажного пара при P=4MPa liquid enthalpy (kJ/kg)

	Temperature (K)	Pressure (MPa)	Liquid Density (kg/mi)	Vapor Density (kg/mi)	Liquid Enthalpy (kJ/kg)	Vapor Enthalpy (kJ/kg)	Liquid Entropy (kJ/kg-K)	Vapor Entropy (kJ/kg-K)
1	523,50	4,0000	798,37	20,090	1087,5	2800,8	2,7968	6,0696
2								

```
hOnePrime = 1087.5;
```

Энтальпия h1 (kJ/kg) при степени сухости X1

```
In[82]:= h1 = hOnePrime + X1 * r
Out[82]= 2755.87
```

Энтальпия h2 (kJ/kg) при степени сухости X2

In[83]:= h2 = hOnePrime + X2 * r

Out[83]= 2584.54

Удельная теплота получаемая от водяного пара в трубе qVapor(J/kg)

In[84]:= qVapor = (h1 - h2) * 10^3

Out[84]= 171 330.

Найдем расход теплоносителя(водяного пара) G1 (kg/s)

In[85]:= $G1 = \frac{Qreceived}{qVapor}$

Out[85]= 0.078749003

Найдем плотность теплового потока через змеевик qSnake(W/m^2)

In[86]:= $qSnake = \frac{(tVapor - tmAverage)}{\frac{1}{\alpha 1} + \frac{1}{\alpha 2}}$

Out[86]= 23 322.011

Найдем площадь поверхности змеевика Fsnake (m^2)

In[87]:= $Fsnake = \frac{Qreceived}{qSnake}$

Out[87]= 0.57851214

Теперь мы проведем те же самые расчеты,но положим λIsolation-const ($W/m^2 K$), а не как функцию от температуры

In[88]:= λIsolationConst = λIsolation[0]

Out[88]= 0.0766

Так же решим систему из четырех уравнений для поиска температур стенок и плотности теплового потока:

In[89]:= $NSolve\left[\left\{qSecondary == \frac{tw2Secondary - tw3Secondary}{\frac{\delta Isolation}{\lambda IsolationConst}}, qSecondary == \frac{tw1Secondary - tw2Secondary}{\frac{\delta}{\lambda Steel\left[\frac{tw1Secondary + tw2Secondary}{2}\right]}},\right.\right.$
численное решение уравнений

$\left.qSecondary == \alpha 3 * (tmAverage - tw1Secondary), qSecondary == \alpha 4 * (tw3 - tAir)\right\},$
$\left.\{tw1Secondary, tw2Secondary, tw3Secondary, qSecondary\}\right];$

{tw1Secondary → 73.40322221666666`, tw2Secondary → 73.39392106452193`, tw3Secondary → 25.4324034549055, qSecondary → 95.80666699999998`}

In[90]:= tw1Secondary = 73.40322221666666;
tw2Secondary = 73.39392106452193;
tw3Secondary = 25.4324034549055;
qSecondary = 95.80666699999998;

Найдем тепловые потери через стенки бака: *QlostSecondary(W):*

In[92]:= QlostSecondary = qSecondary * Fsurf

Out[92]= 958.06667

Найдем тепло которое получается от теплоносителя: *QreceivedSecondary(W)*

In[93]:= QreceivedSecondary = QlostSecondary + Qm

Out[93]= 13 492.067

Расход теплоносителя *G1Secondary(kg/s):*

In[94]:= $G1Secondary = \frac{QreceivedSecondary}{qVapor}$

Out[94]= 0.078749003

Плотность теплового потока через змеевик *qSnakeSecondary* (W / m^2)

In[95]:= $qSnakeSecondary = \frac{(tVapor - tmAverage)}{\frac{1}{\alpha 1} + \frac{1}{\alpha 2}}$

Out[95]= 23 322.011

Найдем площадь поверхности змеевика FsnakeSecondary (m^2)

In[96]:= $FsnakeSecondary = \frac{QreceivedSecondary}{qSnakeSecondary}$

Out[96]= 0.57851214

Найдем отличия двух способов решения: λIsolation- const и λIsolation=f(t): Сравним теплопотери через стенки бака,расходы теплоносителя и площади поверхности змеевика и найдем абсолютные/относительные погрешности

In[97]:= ΔQlost = Abs[Qlost - QlostSecondary]
абсолютное значение

Out[97]= 0.00003

In[98]:= $\delta Qlost = \frac{\Delta Qlost}{Qlost}$

Out[98]= 3.1313062×10^{-8}

In[99]:= ΔG1 = Abs[G1 - G1Secondary]
абсолютное значение

Out[99]= $1.7510068 \times 10^{-10}$

In[100]:= $\Delta G1 = \frac{\Delta G1}{G1}$

Out[100]= 2.2235289×10^{-9}

In[101]:=

```
ΔFsnake = Abs[Fsnake - FsnakeSecondary]
```

абсолютное значение

Out[101]=

1.2863385×10^{-9}

In[102]:=

$$\delta F = \frac{\Delta Fsnake}{Fsnake}$$

Out[102]=

2.2235289×10^{-9}

Вывод *:* Отличия минимальны и погрешность включается после *4* знака после запятой*(ΔQlost)* и поэтому функциональной зависимостью *λIsolation(t)* можно пренебречь и брать коэффициент теплопроводности *λIsolation* как *const*

Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Жаркова А.Э.

Группа: ТФ-13-22

Задача № 3

Задача 3.

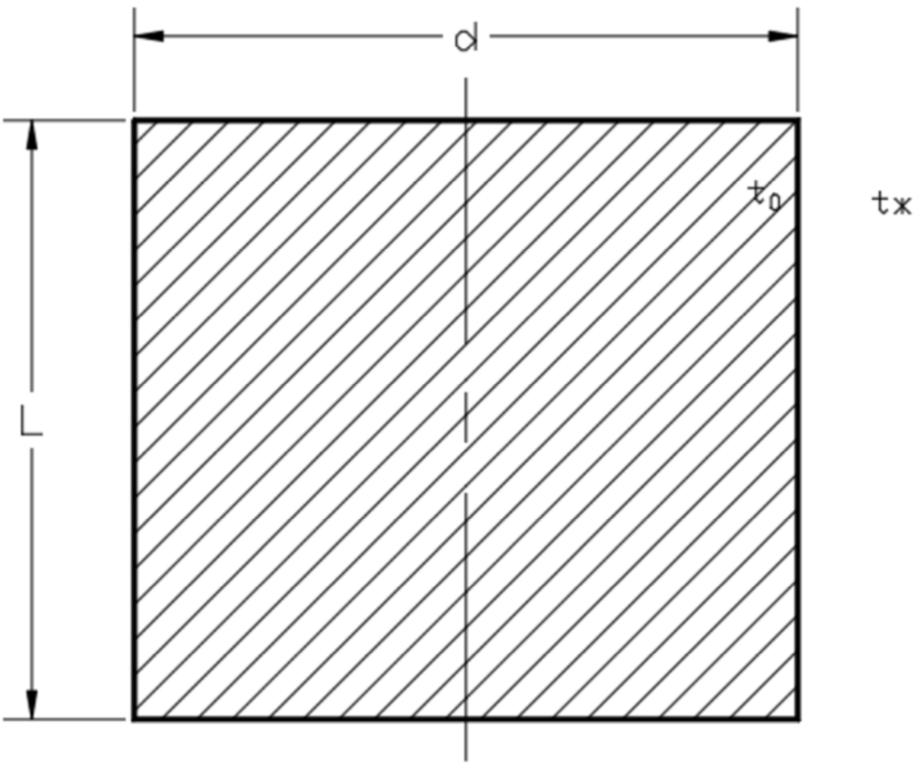
Цилиндрическую заготовку диаметром d=120 мм и длиной L=14 см, с начальной температурой t_0=600°С поместили в охладительный бассейн с температурой жидкости $t_ж$=20°С, в котором она начала охлаждаться при постоянном коэффициенте теплоотдачи α=130 Вт/(м^2 К). Свойства материала заготовки: марка - Бронза, плотность - 8,666 г/см^3, удельная теплоёмкость - 343 Дж/(кг К), теплопроводность - 26 Вт/(м К).

Рассчитать температурное поле в цилиндре как функцию радиуса r (мм) и линейной координаты x (мм) в момент времени τ_1=1,8 мин от начала охлаждения, результаты вычислений свести в таблицы, построить графики $t(x, 0, \tau_1)$, $t(x, r_0, \tau_1)$, $t(0, r, \tau_1)$, $t(L/2, r, \tau_1)$.

Рассчитать температуру в центре цилиндра и на глубине 0,2d от поверхности как функцию времени; для стадии регулярного режима охлаждения вычислить, имитируя эксперимент, темп охлаждения цилиндра и температуропроводность материала заготовки.

Вычислить количество теплоты, отданной цилиндром за время охлаждения от его начала, до момента τ_1.

Рисунок: цилиндр диаметром d=120mm и высотой L=14 cm



Введем исходные данные:

In[1]:= d0 = UnitConvert[Quantity[120, "Millimeters"], "Meters"];
преобразоват·· размерная величина

r0 = d0 / 2;
L = UnitConvert[Quantity[14, "Centimeters"], "Meters"];
преобразоват·· размерная величина
t0 = Quantity[600, "DegreesCelsius"];
размерная величина
tLiquid = Quantity[20, "DegreesCelsius"];
размерная величина

α = Quantity$\left[130, \dfrac{\text{"Watts"}}{\text{"Meters"}^2 * \text{"Kelvins"}}\right]$;
размерная величина

ρ = Quantity$\left[8666, \dfrac{\text{"Kilograms"}}{\text{"Meters"}^3}\right]$;
размерная величина

cp = Quantity$\left[343, \dfrac{\text{"Joules"}}{\text{"Kilograms"} * \text{"Kelvins"}}\right]$;
размерная величина

λ = Quantity$\left[26, \dfrac{\text{"Watts"}}{\text{"Meters"} * \text{"Kelvins"}}\right]$;
размерная величина

τ1 = UnitConvert[Quantity[1.8, "Minutes"], "Seconds"];
преобразоват·· размерная величина

Найдем коэффициент температуропроводности a:

In[7]:= a = UnitConvert$\left[N\left[\dfrac{\lambda}{cp * \rho}\right], \dfrac{\text{"Meters"}^2}{\text{"Seconds"}}\right]$
преобразоват·· численное приближение

Out[7]= $8.7470285 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$

Числа Био по радиальному(BiRadial) и вертикальному(BiVertical) направлениям:

In[8]:= BiRadial = $N\left[\dfrac{\alpha * r0}{\lambda}\right]$
численное п

Out[8]= 0.3

In[9]:= BiVertical = $N\left[\dfrac{\left(\alpha * \frac{L}{2}\right)}{\lambda}\right]$
численное при

Out[9]= 0.35

Числа Фурье по радиальному(FoRadial) и вертикальному(FoVertical) направлениям:

In[10]:= FoRadial = $\dfrac{a * \tau 1}{(r0)^2}$

Out[10]=

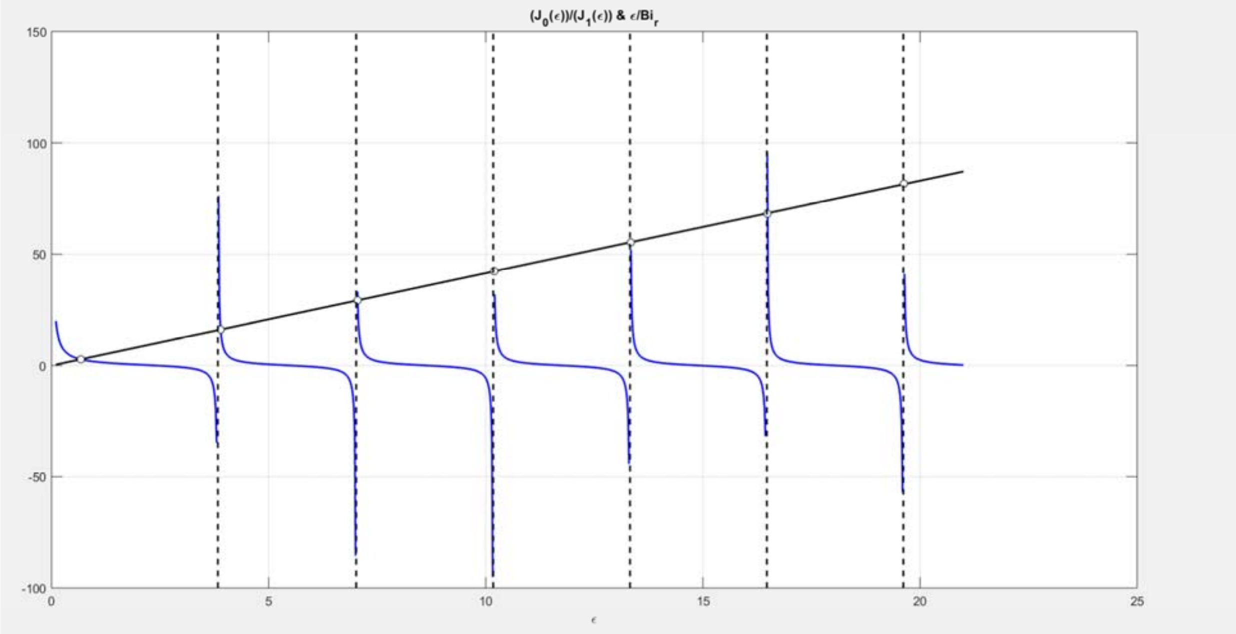
0.26241086

In[11]:= FoVertical = $\dfrac{a * \tau 1}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$

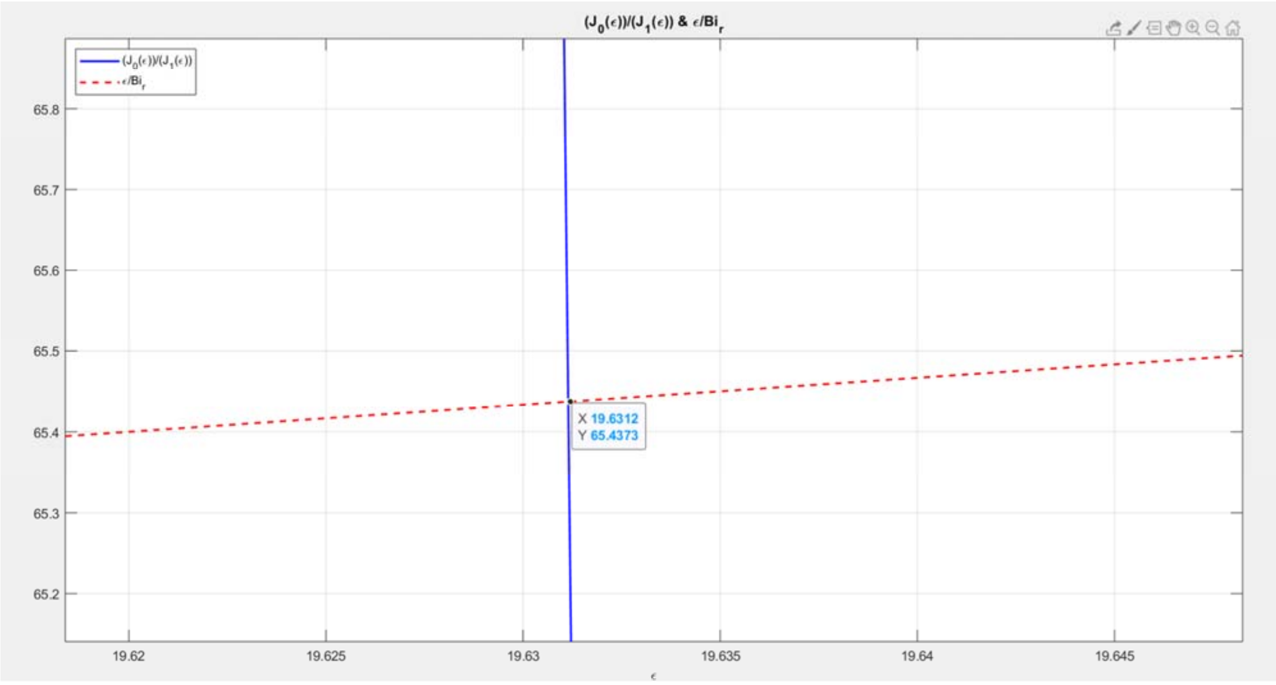
Out[11]=

0.19279165

Приступим к поиску корней характеристического уравнения(MATLAB) в радиальном направлении:

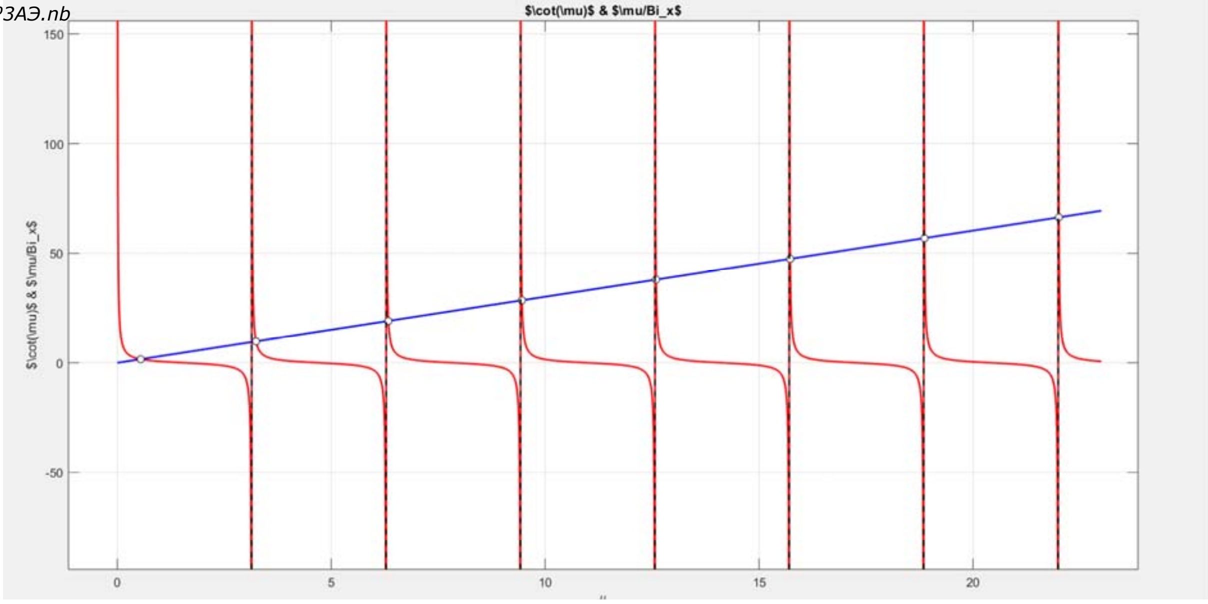


Отдельно рассмотрим седьмой корень(определим его визуально с точностью e-4)

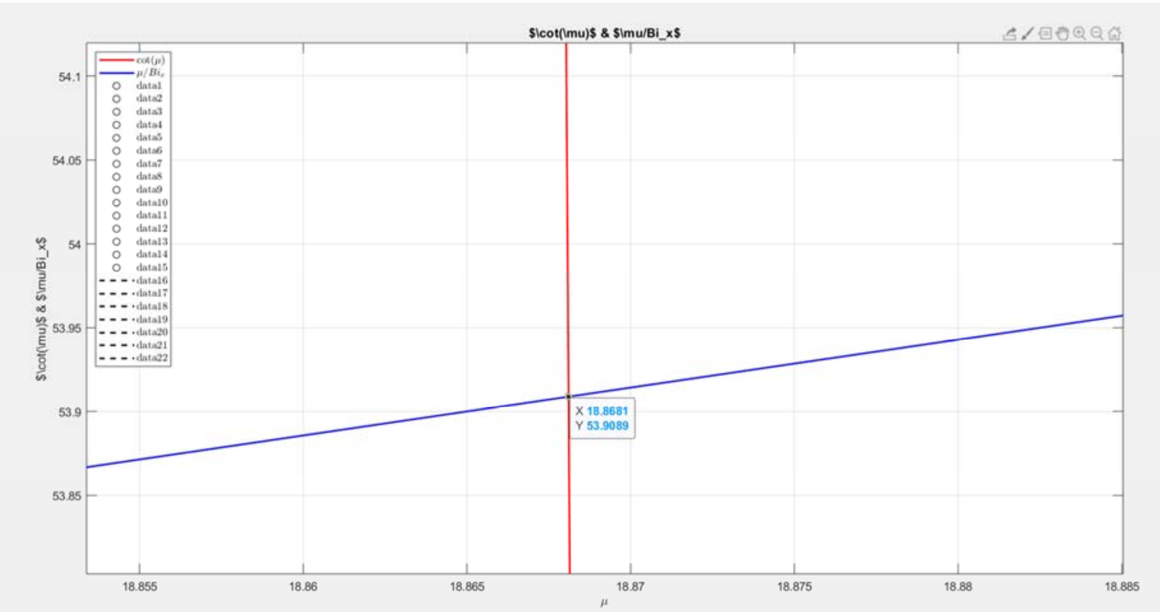


In[12]:= ϵ = {0.7465 , 3.9091 , 7.0582 , 10.2029 , 13.3462, 16.4888 , 19.6311};

В вертикальном
направлении:



7 корень:



In[13]:=
```
μ = {0.5592  , 3.2489 ,  6.3383  , 9.4618  , 12.5942 ,  15.7302  , 18.8681  };
```

Найдем функцию распределения температуры в радиальном направлении:

In[14]:=
```
ΘRadial[r_, τ_] := Total[(2 * BesselJ[1, ϵ])/(ϵ * (BesselJ[0, ϵ] + BesselJ[1, ϵ]^2)) *
   BesselJ[0, ϵ * r/QuantityMagnitude[r0]] * Exp[-ϵ^2 * QuantityMagnitude[a] * τ/QuantityMagnitude[r0]^2]];
```

суммировать; функция Бесселя J; показате⋯; модуль размерной величины

In[15]:=
```
ΘRadial[0, 0]
```

Out[15]=
```
1.0090374
```

In[16]:=
```
tRadial[r_, τ_] = tLiquid + (t0 - tLiquid) * ΘRadial[r, τ];
```

Найдем температуру на оси цилиндра в момент времени $\tau = 0$

In[17]:=
```
tRadial[0, 0]
```

Out[17]=
```
878.39168 K
```

In[18]:=
```
UnitConvert[tRadial[0, 0], "DegreesCelsius"]
```

преобразовать единицы измерений

Out[18]=
```
605.24168 °C
```

Найдем функцию распределения температуры в вертикальном направлении:

In[19]:=
```
ΘVertical[x_, τ_] :=
 Total[(2 * Sin[μ])/(μ + Sin[μ] * Cos[μ]) * Cos[μ * x/QuantityMagnitude[L / 2]] * Exp[-μ^2 * (QuantityMagnitude[a] * τ)/QuantityMagnitude[(L/2)^2]]]
```
суммировать · косинус · показательная функция

In[20]:=
```
ΘVertical[0, 0]
```
Out[20]=

1.000806

In[21]:=
```
tVertical[x_, τ_] := tLiquid + (t0 - tLiquid) * ΘVertical[x, τ];
```

Найдем температуру в центре цилиндра в момент времени $\tau = 0$

In[22]:=
```
tVertical[0, 0]
```
Out[22]=

873.61746 K

In[23]:=
```
UnitConvert[tVertical[0, 0], "DegreesCelsius"]
```
преобразовать единицы измерений

Out[23]=

600.46746 °C

Найдем функцию распределения температурного поля в цилиндре t(x,r,τ)

In[24]:=
```
Θ3D[x_, r_, τ_] := ΘVertical[x, τ] * ΘRadial[r, τ];
```

In[25]:=
```
t[x_, r_, τ_] := tLiquid + (t0 - tLiquid) * Θ3D[x, r, τ];
```

Начнем расчет температурного поля
Сначала для r=0:

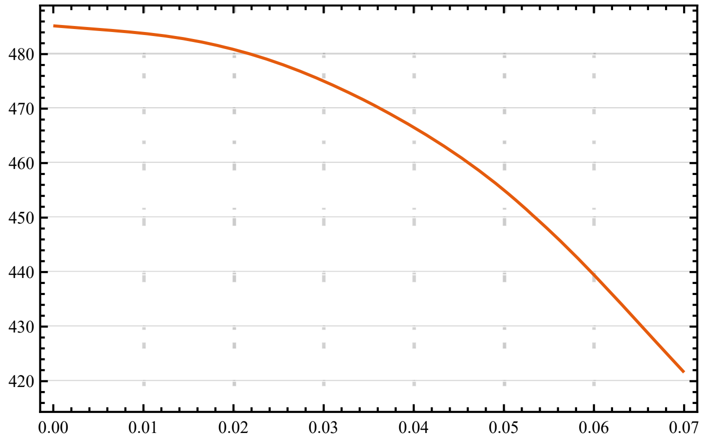
In[26]:=
```
Table[{ N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L / 2, 3 * L / 8, L / 4, L / 8, 0}}] // MatrixForm
```
таблиц··· · числ··· · преобразовать ··· · модуль размерной величины · модуль размерной величины · модуль размерной величины · матричная форма

Out[26]//MatrixForm=

0.07 m	421.61236 °C
0.0525 m	451.49023 °C
0.035 m	471.12781 °C
0.0175 m	481.84179 °C
0.	485.18859 °C

In[27]:=
```
ListLinePlot[
 Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L/2, 3*L/8, L/4, L/8, 0}}],
 InterpolationOrder → 2, PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```
линейный график данных; таблиц⋯; числ⋯; преобразовать ⋯; модуль размерной величины; модуль размерной величины; модуль размерной величины; порядок интерполяции; тематический стиль графика; линии коорд⋯; автоматический

Out[27]=



In[28]:=

Теперь для r=r0

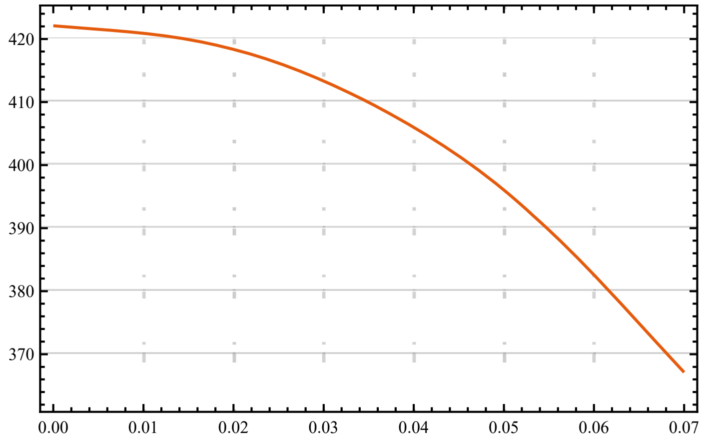
In[29]:=
```
Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r0], QuantityMagnitude[τ1]],
   "DegreesCelsius"]}, {x, {L/2, 3*L/8, L/4, L/8, 0}}] // MatrixForm
```
таблиц⋯; числ⋯; преобразовать ⋯; модуль размерной величины; модуль размерной величины; модуль размерной величины; матричная форма

Out[29]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.07\ \text{m} & 367.13552\ ^\circ\text{C} \\ 0.0525\ \text{m} & 392.96059\ ^\circ\text{C} \\ 0.035\ \text{m} & 409.93442\ ^\circ\text{C} \\ 0.0175\ \text{m} & 419.1951\ ^\circ\text{C} \\ 0. & 422.08792\ ^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

In[30]:=
```
ListLinePlot[
 Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r0], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L/2, 3*L/8, L/4, L/8, 0}}],
 InterpolationOrder → 2, PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```
линейный график данных; таблиц⋯; числ⋯; преобразовать ⋯; модуль размерной величины; модуль размерной величины; модуль размерной величины; порядок интерполяции; тематический стиль графика; линии коорд⋯; автоматический

Out[30]=



Теперь для x=0

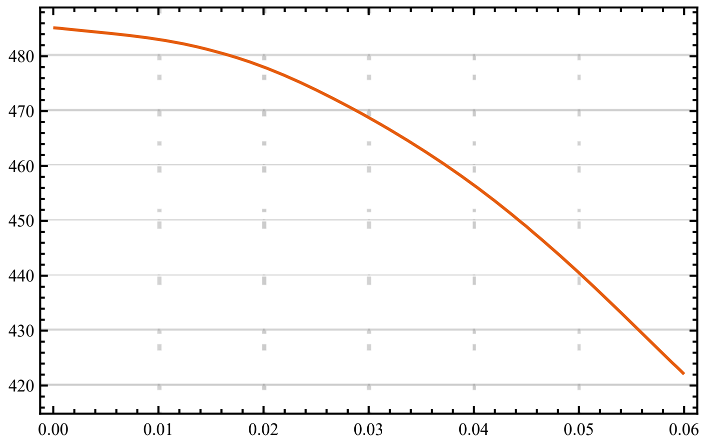
In[31]:=
```
Table[{ N[r], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]],
таблиц… числ… преобразовать … модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}] // MatrixForm
                             расположить в обратном порядке                 матричная форма
```

Out[31]//MatrixForm=

0.06 m	422.08792 °C
0.045 m	448.9707 °C
0.03 m	468.83623 °C
0.015 m	481.05898 °C
0.	485.18859 °C

In[32]:=
```
ListLinePlot[Table[{ N[r],
линейный гра… таблиц… численное приближение
   UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]], "DegreesCelsius"]},
   преобразовать … модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
   {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}], InterpolationOrder → 2,
      расположить в обратном порядке                порядок интерполяции
  PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
  тематический стиль графика    линии коорд… автоматический
```

Out[32]=



Теперь для x=L/2

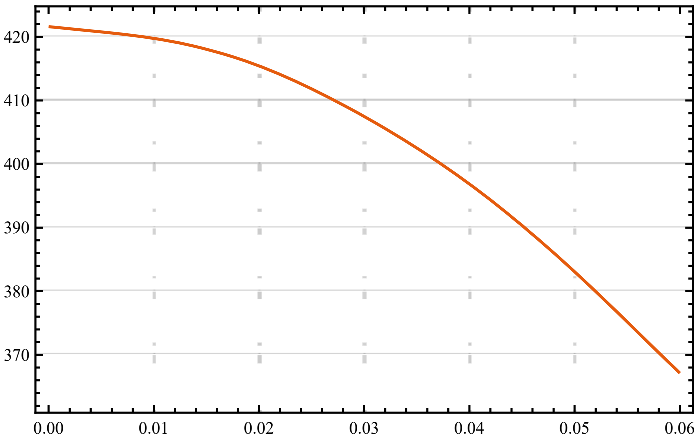
In[33]:=
```
Table[{ N[r], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[L/2], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]],
таблиц… числ… преобразовать … модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}] // MatrixForm
                             расположить в обратном порядке                 матричная форма
```

Out[33]//MatrixForm=

0.06 m	367.13552 °C
0.045 m	390.34429 °C
0.03 m	407.49485 °C
0.015 m	418.04713 °C
0.	421.61236 °C

In[34]:=
```
ListLinePlot[Table[{N[r],
линейный гра⋯  таблиц⋯ численное приближение
   UnitConvert[t[QuantityMagnitude[L/2], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]], "DegreesCelsius"]},
   преобразовать ⋯ модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
  {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}], InterpolationOrder → 2,
      расположить в обратном порядке              порядок интерполяции
 PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
 тематический стиль графика   линии коорд⋯  автоматический
```

Out[34]=



Покажем распределение температуры в центре цилиндра и на расстоянии $0.2\, d_0$ от поверхности как функцию времени

Сначала для центра*:*

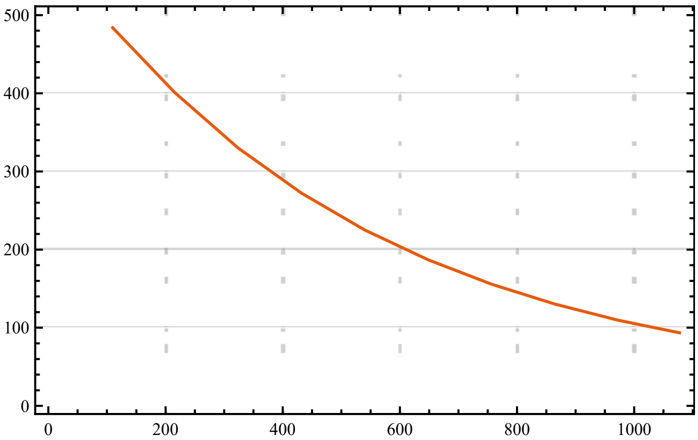
In[35]:=
```
Table[{N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
таблиц⋯ численное⋯ преобразовать ⋯ модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {k, Range[10]}] // MatrixForm
                          диапазон         матричная форма
```

Out[35]//MatrixForm=

108. s	485.18859 °C
216. s	400.82955 °C
324. s	330.07781 °C
432. s	272.25594 °C
540. s	225.19179 °C
648. s	186.90575 °C
756. s	155.76306 °C
864. s	130.4312 °C
972. s	109.82598 °C
1080. s	93.065455 °C

In[36]:=
```
ListLinePlot[
|линейный график данных
 Table[{N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
 |таблиц··· |численное·· |преобразовать ··· |модуль размерной величины |модуль размерной величины |модуль размерной величины
   "DegreesCelsius"]}, {k, Range[10]}], PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
                          |диапазон      |тематический стиль графика   |линии коорд··· |автоматический
```

Out[36]=



Теперь на расстоянии 0.2 d_0 (0.4 r_0)от поверхности , следовательно $r = 0.6\, r_0$)

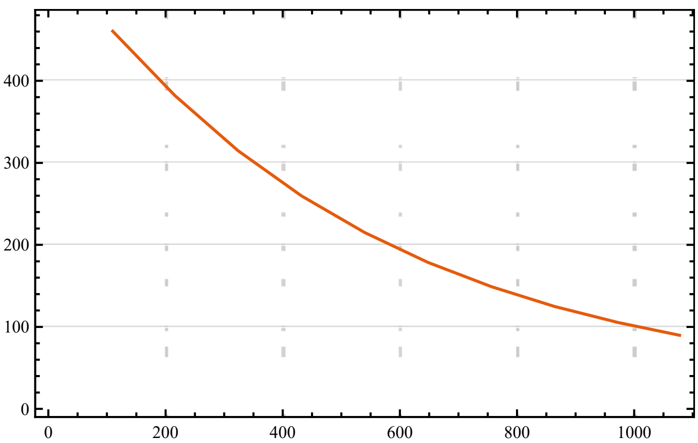
In[37]:=
```
Table[
|таблица значений
  {N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
   |численное·· |преобразовать ··· |модуль размерной величины |модуль размерной величины |модуль размерной величины
   "DegreesCelsius"]}, {k, Range[10]}] // MatrixForm
                          |диапазон        |матричная форма
```

Out[37]//MatrixForm=

108. s	461.77479 °C
216. s	381.9613 °C
324. s	314.72009 °C
432. s	259.76214 °C
540. s	215.029 °C
648. s	178.6392 °C
756. s	149.03895 °C
864. s	124.96173 °C
972. s	105.37705 °C
1080. s	89.446651 °C

In[38]:=
```
ListLinePlot[Table[
|линейный гра··· |таблица значений
  {N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
   |численное·· |преобразовать ··· |модуль размерной величины |модуль размерной величины |модуль размерной величины
   "DegreesCelsius"]}, {k, Range[10]}], PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
                          |диапазон      |тематический стиль графика   |линии коорд··· |автоматический
```

Out[38]=



Для определения темпа охлаждения и коэффициента температуропроводности заготовки

построит несколько зависимостей *ln(θ)* используя данные полученные выше(в центре и на *0.6r_0*).
θ = t-tLiquid

In[39]:=
```
lnForCenter =
 Table[{N[k * τ1], Log[QuantityMagnitude[UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0],
 таблиц··· численное·· на··· модуль размерной ве··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины
       QuantityMagnitude[k * τ1]], "DegreesCelsius"] - tLiquid]]}, {k, Range[10]}]
       модуль размерной величины                                    диапазон
```

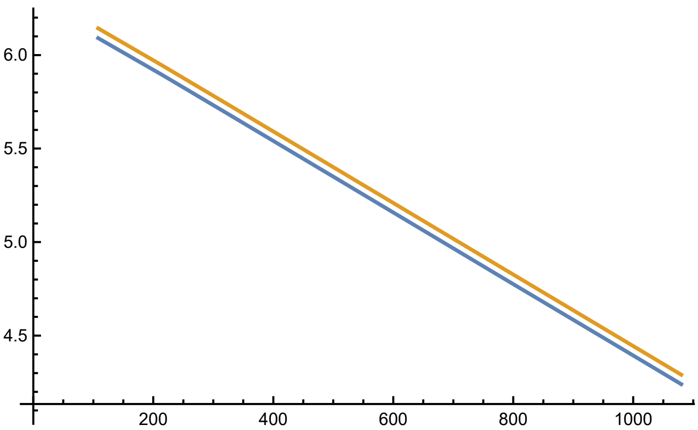
Out[39]=
```
{{108. s, 6.1424429}, {216. s, 5.9423519}, {324. s, 5.7368233}, {432. s, 5.5304442}, {540. s, 5.3239451},
 {648. s, 5.1174293}, {756. s, 4.9109111}, {864. s, 4.7043927}, {972. s, 4.4978742}, {1080. s, 4.2913557}}
```

In[40]:=
```
lnForPoint6r0 =
 Table[{N[k * τ1], Log[QuantityMagnitude[UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0],
 таблиц··· численное·· на··· модуль размерной ве··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины
       QuantityMagnitude[k * τ1]], "DegreesCelsius"] - tLiquid]]}, {k, Range[10]}]
       модуль размерной величины                                    диапазон
```

Out[40]=
```
{{108. s, 6.0908002}, {216. s, 5.8915373}, {324. s, 5.6860261}, {432. s, 5.4796474}, {540. s, 5.2731483},
 {648. s, 5.0666324}, {756. s, 4.8601143}, {864. s, 4.6535959}, {972. s, 4.4470774}, {1080. s, 4.2405588}}
```

In[41]:=
```
ListLinePlot[{lnForPoint6r0, lnForCenter}]
линейный график данных
```

Out[41]=



Нетрудно заметить,что стадии регулярного режима гарантированно соответствует интервал [400,800] s.
Найдем число Фурье в краевых точках интервала регулярного режима и удостоверимся что оно больше 0.3

In[62]:= FoRadialAt400 = $\dfrac{\texttt{a * Quantity[400, "Seconds"]}}{\texttt{r0}^2}$

Out[62]= 0.97189206

In[63]:= FoRadialAt800 = $\dfrac{\texttt{a * Quantity[800, "Seconds"]}}{\texttt{r0}^2}$

Out[63]= 1.9437841

In[64]:= FoVerticalAt400 = $\dfrac{\texttt{a * Quantity[400, "Seconds"]}}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$

Out[64]= 0.71404315

In[65]:= FoVerticalAt800 = $\dfrac{\texttt{a * Quantity[800, "Seconds"]}}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$

Out[65]= 1.4280863

Приступим к поиску темпа охлаждения m для наших двух точек

In[66]:= $\text{mAtCenter} = \dfrac{\text{Log}\left[\dfrac{\theta\text{3D}[0,0,400]}{\theta\text{3D}[0,0,800]}\right]}{\text{Quantity}[800 - 400, \text{"Seconds"}]}$

Out[66]=

0.0019121074 per second

In[67]:= $\text{mAtPoint6r0} = \dfrac{\text{Log}\left[\dfrac{\theta\text{3D}[0,\text{QuantityMagnitude}[0.6*\text{r0}],400]}{\theta\text{3D}[0,\text{QuantityMagnitude}[0.6*\text{r0}],800]}\right]}{\text{Quantity}[800 - 400, \text{"Seconds"}]}$

Out[67]=

0.0019121073 per second

Берем среднее

In[68]:= $\text{m} = \dfrac{\text{mAtCenter} + \text{mAtPoint6r0}}{2}$

Out[68]=

0.0019121074 per second

Fo > 0.3 поэтому ряд Фурье сходится быстро и первый член достаточно описывает все решение.
Найдем коэффициент формы K:

In[69]:= $\text{K} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{\text{First}[\epsilon]}{\text{r0}}\right)^2 + \left(\dfrac{\text{First}[\mu]}{\frac{\text{L}}{2}}\right)^2}$

Out[69]=

$0.0045743071\ \text{m}^2$

Найдем коэффициент температуропроводности по второй теореме Кондратьева(допущение что наше $m = m_\infty$) и сравним с теоретическим:

In[50]:= aExperimental = K * m

Out[50]=

$4.5192685 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$

In[51]:= a

Out[51]=

$8.7470285 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$

In[52]:= $\delta\text{a} = \dfrac{\text{Abs}[\text{a} - \text{aExperimental}]}{\text{a}}$

Out[52]=

0.48333671

Найдем количество теплоты, отданное цилиндром за время τ_1:
Для начала найдем сколько теплоты он отдаст до того момента как Θ==0 т.е. t=tLiquid

In[53]:= $\text{Q} = \text{N}\left[\pi * (\text{r0})^2 * \text{L} * \rho * \text{cp} * (\text{t0} - \text{tLiquid})\right]$
численное приближение

Out[53]=

$2.7297395 \times 10^{6}\ \text{J}$

In[54]:=
```
ΘRadialAverage = Total[4 * BiRadial^2 / (ϵ^2 * (ϵ^2 + BiRadial^2)) * Exp[-ϵ^2 * FoRadial]]
```
⌊суммировать ⌊показательная функция

Out[54]=
0.86232106

In[55]:=
```
ΘVerticalAverage = Total[2 * Sin[μ]^2 / (μ^2 + μ * Sin[μ] * Cos[μ]) * Exp[-μ^2 * FoVertical]]
```
⌊суммировать ⌊показательная функция

Out[55]=
0.93960085

In[56]:=
```
ΘAverage = ΘVerticalAverage * ΘRadialAverage
```
Out[56]=
0.8102376

In[57]:=
```
Qτ1 = Q (1 - ΘAverage)
```
Out[57]=
518 001.93 J

Подытожим полным температурным полем в момент времени τ_1

In[58]:=
```
data = Flatten[Table[{x, r, t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]]},
    {x, 0, L / 2, L / 4}, {r, 0, r0, r0 / 4}], 1];

ListPlot3D[data, Boxed → True, Mesh → None, PlotStyle → Directive[Opacity[0.7], Yellow],
 AxesLabel → {"x (m)", "r (m)", "t (°C)"}, LabelStyle → Directive[Medium, Black], InterpolationOrder → 4]
```
⌊уплотнить ⌊таблица значений ⌊модуль размерной величины ⌊модуль размерной величины ⌊модуль размерной величины

⌊3-мерная диаграмм·· ⌊показат·· ⌊ист··· ⌊сетка ⌊ни о··· ⌊стиль графика ⌊директива ⌊прозрачность ⌊жёлтый

⌊обозначения на осях ⌊стиль отметки ⌊директива ⌊средний ⌊чёрный ⌊порядок интерполяции

Out[59]=