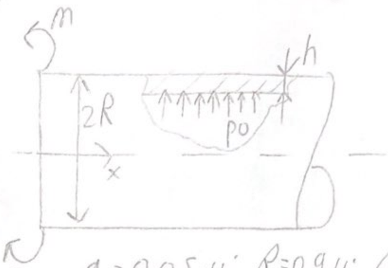
Задача № 5 Мархаров М. Г.



Имеем цилиндрическую оболочку толщины h, нагруженную осесимметричной нагрузкой.

$a = 0{,}05$ м; $R = 0{,}9$ м; $\Delta = 4\cdot10^{-5}$ м; $p_0 = 0{,}6\cdot10^{6}$ Па; $q = 0{,}2\cdot10^{6}\ \frac{Н}{м}$

$m = qa$; $[\sigma] = 240\cdot10^{6}$ Па

Функция прогиба: $w(x) = C_1 e^{-kx}\sin(kx) + C_2 e^{-kx}\cos(kx) + \frac{p_0R^2}{Eh}$

Имеем два краевых условия при $x = 0$

$$\begin{cases} M_x(0) = -m \\ Q(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D\left.\frac{d^2w}{dx^2}\right|_0 = -m \\ D\left.\frac{d^3w}{dx^3}\right|_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -D\cdot 2k^2 C_2 = -m \\ \cancel{-D\,2k^3}(C_1 + C_2) = 0 \end{cases}$$

$C_2 = \frac{m}{D\cdot 2k^2}$; $C_1 = -C_2$

Считаем D: $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$; $k = \sqrt[4]{\frac{Eh}{4DR^2}} \Rightarrow C_1, C_2$

Имеем $w(x)$, $\vartheta(x) = \frac{dw}{dx}$; $M_x = \underbrace{\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}}_{D}\frac{d^2w}{dx^2}$; $M_y = \nu D\frac{d^2w}{dx^2}$

$N_y = \nu \underbrace{N_x}_{0} + \frac{Eh}{R}w(x)$

$Q = D\frac{d^3w}{dx^3}$

Ищем $\sigma_x; \sigma_y$ на $\pm\frac{h}{2}$ т.е. $\sigma_{x\,внутр}$ и $\sigma_{y\,внешн}$ и по ним строим $\sigma_{экв}$, где $\sigma_{экв}$ берем по Мизесу $\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y}$ на $\frac{h}{2}$ и $-\frac{h}{2}$ соотв.

Ищем максимумы $\sigma_{экв\,внутр}$; $\sigma_{экв\,внешн}$ и берем больший из них для проверки на прочность:

$\cancel{\sigma_{экв}}$ $\max\left[\max(\sigma_{экв\,внешн}; \sigma_{экв\,внутр})\right] < \frac{[\sigma]}{n} \Rightarrow n = \ldots$

$n = 1{,}58$ при $h = 9h^*$, где $h^* = p_0\frac{R}{\sigma}$ по безмоментной теории

при $h < 9h^*$: $n < 1{,}4 \div 1{,}8$

Результат работы программы: (+ эпюры)

$h = 0{,}2025$ м

$k = 9{,}5215\ \frac{1}{м}$; $\lambda = 0{,}32995$ м; $C_1 = -0{,}00036$

$C_2 = -C_1$

$\max \sigma_{экв\,внеш} = 151{,}58$ МПа

$\max \sigma_{экв\,внут} = 129{,}09$ МПа $\Rightarrow$ $n = 1{,}5833$