

Лабораторная работа №4

"Измерение температуры нестационарных условиях" Обработка результатов.

Входные данные(U,mV)

```
In[85]:= U = {{0.429, 0.313, 0.105}, {0.625, 0.508, 0.430}, {0.859, 0.781, 0.703},  
            {1.055, 0.937, 0.898}, {1.289, 1.219, 1.133}, {1.445, 1.367, 1.328},  
            {1.602, 1.523, 1.523}, {1.756, 1.679, 1.641},  
            {1.875, 1.836, 1.758}, {1.953, 1.914, 1.953}, {2.031, 1.992, 1.992}} * 1000;  
U = Quantity[U, "Millivolts"];  
      |  
      |_размерная величина  
MatrixForm[U]  
      |  
      |_матричная форма
```

```
Out[87]//MatrixForm=  

$$\begin{pmatrix} 429. \text{ mV} & 313. \text{ mV} & 105. \text{ mV} \\ 625. \text{ mV} & 508. \text{ mV} & 430. \text{ mV} \\ 859. \text{ mV} & 781. \text{ mV} & 703. \text{ mV} \\ 1055. \text{ mV} & 937. \text{ mV} & 898. \text{ mV} \\ 1289. \text{ mV} & 1219. \text{ mV} & 1133. \text{ mV} \\ 1445. \text{ mV} & 1367. \text{ mV} & 1328. \text{ mV} \\ 1602. \text{ mV} & 1523. \text{ mV} & 1523. \text{ mV} \\ 1756. \text{ mV} & 1679. \text{ mV} & 1641. \text{ mV} \\ 1875. \text{ mV} & 1836. \text{ mV} & 1758. \text{ mV} \\ 1953. \text{ mV} & 1914. \text{ mV} & 1953. \text{ mV} \\ 2031. \text{ mV} & 1992. \text{ mV} & 1992. \text{ mV} \end{pmatrix}$$

```

Среднее значение U по строкам(Umean_i=ΣU_{[[i]]}/3)

```
In[88]:= Umean = Mean[Transpose[U]] ; MatrixForm[Umean]  
      |  
      |_сре... |транспозиция |матричная форма
```

```
Out[88]//MatrixForm=  

$$\begin{pmatrix} 282.33333 \text{ mV} \\ 521. \text{ mV} \\ 781. \text{ mV} \\ 963.33333 \text{ mV} \\ 1213.6667 \text{ mV} \\ 1380. \text{ mV} \\ 1549.3333 \text{ mV} \\ 1692. \text{ mV} \\ 1823. \text{ mV} \\ 1940. \text{ mV} \\ 2005. \text{ mV} \end{pmatrix}$$

```

СКО U по строкам $\left(\sigma U_i = \frac{\Sigma(U-U_{mean})^2}{n-1}\right)$

```
In[89]:= σU = StandardDeviation[Transpose[U]]; MatrixForm[σU]
```

стандартное отклоне... **транспозиция** **матричная форма**

```
Out[89]//MatrixForm=
```

164.16252 mV
98.147848 mV
78. mV
81.74554 mV
78.136632 mV
59.573484 mV
45.610671 mV
58.591808 mV
59.573484 mV
22.51666 mV
22.51666 mV

```
In[90]:= tOuter = Quantity[27, "DegreesCelsius"]; α = Quantity[37,  $\frac{\text{"Microvolts"}}{\text{"Kelvins"}}$ ]; K = 2000;
```

размерная величина **размерная величина**

Определение температуры исходя из эффекта Зеебека

```
In[91]:= t = RandomReal[{0, 1}, {12, 3}] ; t = tOuter +  $\frac{(U - \text{Table}[U[[1, j]], \{i, 1, \text{Length}[U]\}, \{j, 1, \text{Length}[U[[1]]]\}])}{K * \alpha}$ ;
```

случайное действительное число **K * α**

```
MatrixForm[t]
```

матричная форма

```
Out[91]//MatrixForm=
```

27. °C	27. °C	27. °C
29.648649 °C	29.635135 °C	31.391892 °C
32.810811 °C	33.324324 °C	35.081081 °C
35.459459 °C	35.432432 °C	37.716216 °C
38.621622 °C	39.243243 °C	40.891892 °C
40.72973 °C	41.243243 °C	43.527027 °C
42.851351 °C	43.351351 °C	46.162162 °C
44.932432 °C	45.459459 °C	47.756757 °C
46.540541 °C	47.581081 °C	49.337838 °C
47.594595 °C	48.635135 °C	51.972973 °C
48.648649 °C	49.689189 °C	52.5 °C

Определение средних значений температуры по строкам

```
In[92]:= tMean = Mean[Transpose[t]]; MatrixForm[tMean]
```

сре... транспозиция матричная форма

Out[92]//MatrixForm=

27. °C
30.225225 °C
33.738739 °C
36.202703 °C
39.585586 °C
41.833333 °C
44.121622 °C
46.04955 °C
47.81982 °C
49.400901 °C
50.279279 °C

Определение СКО температуры

```
In[93]:= σt = Quantity[QuantityMagnitude[ $\frac{\sigma U}{K \cdot \alpha}$ ], "DegreesCelsius"]; MatrixForm[σt]
```

размерна... модуль размерной величины матричная форма

Out[93]//MatrixForm=

2.2184124 °C
1.3263223 °C
1.0540541 °C
1.1046695 °C
1.0559004 °C
0.80504708 °C
0.61636042 °C
0.79178119 °C
0.80504708 °C
0.3042792 °C
0.3042792 °C

Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.9

```
In[94]:= p1 = 0.9; K09 = 2.9; n = 3; p2 = 0.95; K095 = 4.3;
```

4 /
$$\text{In}[95]:= \Delta 09 = K09 * \frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma t]}{\sqrt{n}} ; \text{MatrixForm}[\text{Quantity}[\Delta 09, \text{"DegreesCelsius"}]]$$

[матричная ...] [размерная величина]

Out[95]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 3.714323 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.2206823 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.7648193 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.8495655 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.7679108 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.347903 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.031982 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.3256917 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.347903 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.50945946 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.50945946 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.95

$$\text{In}[96]:= \Delta 095 = K095 * \frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma t]}{\sqrt{n}} ; \text{MatrixForm}[\text{Quantity}[\Delta 095, \text{"DegreesCelsius"}]]$$

[матричная ...] [размерная величина]

Out[96]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 5.5074444 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 3.2927358 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.6168011 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.7424592 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.6213849 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.9986148 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.5301802 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.9656809 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.9986148 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.75540541 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.75540541 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем верхний и нижний пределы погрешности для построения доверительного интервала температуры.

В OriginPro погрешность будет обозначаться около каждой экспериментальной точки.

```
In[97]:= UpperBound09 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ09, "DegreesCelsius"]; MatrixForm[UpperBound09]
```

размерна · · модуль размерной величины матричная форма

Out[97]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 30.714323 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 32.445908 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 35.503558 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 38.052268 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 41.353496 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.181236 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 45.153604 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 47.375241 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 49.167723 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 49.91036 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 50.788739 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

```
In[98]:= LowerBound09 = UpperBound1 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ09, "DegreesCelsius"];
```

размерна · · модуль размерной величины

```
MatrixForm[LowerBound09]
```

матричная форма

Out[98]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 23.285677 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 28.004543 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 31.973919 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 34.353137 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 37.817675 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.48543 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 43.08964 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 44.723858 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 46.471917 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 48.891441 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 49.76982 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.9

```
In[99]:= tUpperBound09 = Last[UpperBound09]
```

последний

Out[99]=

50.788739 °C

In[100]:=

```
tLowerBound09 = Last[LowerBound09]
```

последний

Out[100]=

49.76982 °C

In[101]:=

```
tMeanLast = Last[tMean]
```

последний

Out[101]=

50.279279 °C

Моменты времени в которые проводились измерения

```
In[102]:=
τ = Quantity[{2.8, 12.36, 14.78, 16.72, 20.1, 23.48, 28.32, 33.64, 47.66, 142.88, 251.18}, "Milliseconds"];
MatrixForm[τ]
```

Out[102]//MatrixForm=

2.8 ms

12.36 ms

14.78 ms

16.72 ms

20.1 ms

23.48 ms

28.32 ms

33.64 ms

47.66 ms

142.88 ms

251.18 ms

Найдем верхний и нижний коридоры погрешности

```
In[103]:=
UpperBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ095, "DegreesCelsius"]; MatrixForm[UpperBound095]
```

Out[103]//MatrixForm=

32.507444 °C

33.517961 °C

36.35554 °C

38.945162 °C

42.206971 °C

43.831948 °C

45.651802 °C

48.01523 °C

49.818435 °C

50.156306 °C

51.034685 °C

```
In[104]:=
LowerBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ095, "DegreesCelsius"]; MatrixForm[LowerBound095]
```

Out[104]//MatrixForm=

21.492556 °C

26.932489 °C

31.121938 °C

33.460243 °C

36.964201 °C

39.834718 °C

42.591441 °C

44.083869 °C

45.821205 °C

48.645495 °C

49.523874 °C

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.95

```
In[105]:=
tUpperBound095 = Last[UpperBound095]
```

```
Out[105]=
51.034685 °C
```

```
In[106]:=
tLowerBound095 = Last[LowerBound095]
```

```
Out[106]=
49.523874 °C
```

Графики построим в CAS OriginPro(см. другие листы). Ниже определим скорость движения термопары в жидкости и обработаем погрешности. Конец интервала инерционности термопары(τ_1)=101.15 ms, начало(τ_0)=1.1 ms

```
In[107]:=
Δτ = Quantity[101.15, "Milliseconds"] - First[τ]
```

```
Out[107]=
98.35 ms
```

```
In[108]:=
L = Quantity[15, "Millimeters"]; v = Quantity[QuantityMagnitude[ $\frac{L}{\Delta\tau}$ ],  $\frac{\text{"Meters"}}{\text{"Seconds"}}$ ]
```

```
Out[108]=
0.15251652 m/s
```

Определим всевозможные погрешности

```
In[109]:=
δU = 0.03; ΔUmean = δU * Umean * 10-3; MatrixForm[ΔUmean]
```

```
Out[109]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.00847 \text{ mV} \\ 0.01563 \text{ mV} \\ 0.02343 \text{ mV} \\ 0.0289 \text{ mV} \\ 0.03641 \text{ mV} \\ 0.0414 \text{ mV} \\ 0.04648 \text{ mV} \\ 0.05076 \text{ mV} \\ 0.05469 \text{ mV} \\ 0.0582 \text{ mV} \\ 0.06015 \text{ mV} \end{pmatrix}$$

```

```
In[110]:=
δα = 0.02; Δα = δα * α
```

```
Out[110]=
0.74 μV/K
```

```
In[111]:=
δK = 0.5 * 10-2; ΔK = δK * K
```

```
Out[111]=
10.
```

In[112]:=

```
Uv = Min[Umean]
      |минимум
```

Out[112]=

282.33333 mV

In[113]:=

```
ΔUv = δU * Uv
```

Out[113]=

8.47 mV

In[114]:=

```
Δinevitable = 0.5;
MatrixForm[Transpose[{tMean, Umean}]]
      |матричная ... |транспозиция
```

Out[115]//MatrixForm=

27. °C	282.33333 mV
30.225225 °C	521. mV
33.738739 °C	781. mV
36.202703 °C	963.33333 mV
39.585586 °C	1213.6667 mV
41.833333 °C	1380. mV
44.121622 °C	1549.3333 mV
46.04955 °C	1692. mV
47.81982 °C	1823. mV
49.400901 °C	1940. mV
50.279279 °C	2005. mV

Переменные оканчивающиеся на -TEMP созданы для обхода ограничений,накладываемых на переменные с указанными единицами измерения

In[116]:=

```
ΔUmeanTEMP = QuantityMagnitude[ΔUmean]; αTEMP = QuantityMagnitude[α];
      |модуль размерной величины |модуль размерной величины
ΔαTEMP = QuantityMagnitude[Δα];
      |модуль размерной величины
ΔUvTEMP = QuantityMagnitude[ΔUv];
      |модуль размерной величины
ΔKTEMP = QuantityMagnitude[ΔK];
      |модуль размерной величины
UmeanTEMP = QuantityMagnitude[Umean];
      |модуль размерной величины
UvTEMP = QuantityMagnitude[Uv];
      |модуль размерной величины
```


In[119]:=

/ 9

$$\Delta t = \sqrt{\left(\left(\Delta U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} \right)^2 * \left(\frac{1}{K * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \left(\Delta U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3} \right)^2 * \left(\frac{1}{K * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \Delta K_{\text{TEMP}}^2 * \left(\frac{U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} - U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3}}{K^2 * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \left(\Delta \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6} \right)^2 * \left(\frac{U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} - U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3}}{K * \left(\alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6} \right)^2} \right)^2 + \Delta_{\text{inevitable}} \right)}$$

Δt = Quantity[Δt , "DegreesCelsius"];

[размерная величина](#)

MatrixForm[Δt]

[матричная форма](#)

Out[119]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.71631067 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71649223 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.7171028 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71778722 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.71906976 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.7201404 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.7214086 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.72261598 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.72383592 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.72501512 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.72570662 \text{ }^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

In[120]:=

Относительная погрешность измерения температуры: (ниже в формате δt --t)

In[121]:=

$$\delta t = \frac{\text{QuantityMagnitude}[\Delta t]}{\text{QuantityMagnitude}[t_{\text{Mean}}]} ; \text{MatrixForm}[\delta t]$$

[матричная форма](#)

Out[121]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.026530025 \\ 0.023705108 \\ 0.021254582 \\ 0.019826896 \\ 0.018164939 \\ 0.017214512 \\ 0.016350455 \\ 0.01569214 \\ 0.015136735 \\ 0.014676152 \\ 0.014433513 \end{pmatrix}$$

```
In[122]:= Transpose[{ $\delta t$  * 100, tMean}] // MatrixForm
|транспозиция| |матричная форма|

Out[122]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 2.6530025 & 27. \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.3705108 & 30.225225 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.1254582 & 33.738739 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.9826896 & 36.202703 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.8164939 & 39.585586 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.7214512 & 41.833333 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.6350455 & 44.121622 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.569214 & 46.04955 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.5136735 & 47.81982 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.4676152 & 49.400901 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.4433513 & 50.279279 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

```

Вывод: В ходе данной работы был изучен метод измерения температуры в нестационарных условиях с помощью термопары.Рассчитаны всевозможные погрешности. С их учетом запишем таблицу τ -t- Δt :

```
In[123]:= Transpose[{ $\tau$ , tMean,  $\Delta t$ }] // MatrixForm
|транспозиция| |матричная форма|

Out[123]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 2.8 \text{ ms} & 27. \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.71631067 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 12.36 \text{ ms} & 30.225225 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.71649223 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 14.78 \text{ ms} & 33.738739 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.7171028 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 16.72 \text{ ms} & 36.202703 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.71778722 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 20.1 \text{ ms} & 39.585586 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.71906976 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 23.48 \text{ ms} & 41.833333 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.7201404 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 28.32 \text{ ms} & 44.121622 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.7214086 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 33.64 \text{ ms} & 46.04955 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.72261598 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 47.66 \text{ ms} & 47.81982 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.72383592 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 142.88 \text{ ms} & 49.400901 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.72501512 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 251.18 \text{ ms} & 50.279279 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.72570662 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

```