
Лабораторная работа №4

"Измерение температуры нестационарных условиях" Обработка результатов.

Входные данные(U,mV)

```
In[1]:= U = {{39.06, 78.125, 40.05}, {39.062, 156.25, 39.062}, {507.8, 548.88, 507.81},  
            {1056, 1054.7, 1056}, {1484.4, 1523.4, 1523.4}, {1875, 1875, 1875},  
            {2031.2, 2031.2, 2031.2}};  
U = Quantity[U, "Millivolts"];  
      [размерная величина]  
MatrixForm[U]  
      [матричная форма]
```

Out[3]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 39.06 \text{ mV} & 78.125 \text{ mV} & 40.05 \text{ mV} \\ 39.062 \text{ mV} & 156.25 \text{ mV} & 39.062 \text{ mV} \\ 507.8 \text{ mV} & 548.88 \text{ mV} & 507.81 \text{ mV} \\ 1056 \text{ mV} & 1054.7 \text{ mV} & 1056 \text{ mV} \\ 1484.4 \text{ mV} & 1523.4 \text{ mV} & 1523.4 \text{ mV} \\ 1875 \text{ mV} & 1875 \text{ mV} & 1875 \text{ mV} \\ 2031.2 \text{ mV} & 2031.2 \text{ mV} & 2031.2 \text{ mV} \end{pmatrix}$$

Среднее значение U по строкам($U_{mean_i} = \sum U[[i]]/3$)

```
In[4]:= Umean = Mean[Transpose[U]]; MatrixForm[Umean]  
      [среднее] [транспозиция] [матричная форма]
```

Out[4]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 52.411667 \text{ mV} \\ 78.124667 \text{ mV} \\ 521.49667 \text{ mV} \\ 1055.5667 \text{ mV} \\ 1510.4 \text{ mV} \\ 1875 \text{ mV} \\ 2031.2 \text{ mV} \end{pmatrix}$$

СКО U по строкам $\left(\sigma U_i = \frac{\sum (U - U_{\text{mean}})^2}{n-1} \right)$

```
In[5]:= σU = StandardDeviation[Transpose[U]]; MatrixForm[σU]
```

└─ стандартное отклоне... ─┘ └─ транспозиция ─┘ └─ матричная форма ─┘

Out[5]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 22.273901 \text{ mV} \\ 67.658523 \text{ mV} \\ 23.714663 \text{ mV} \\ 0.75055535 \text{ mV} \\ 22.51666 \text{ mV} \\ 0 \text{ mV} \\ 0. \text{ mV} \end{pmatrix}$$

```
In[6]:= tOuter = Quantity[27, "DegreesCelsius"]; α = Quantity[37,  $\frac{\text{"Microvolts"}}{\text{"Kelvins"}}$ ]; K = 2000;
```

└─ размерная величина ─┘ └─ размерная величина ─┘

Определение температуры исходя из эффекта Зеебека

```
In[7]:= t = RandomReal[{0, 1}, {12, 3}];
```

└─ случайное действительное число ─┘

$$t = t_{\text{Outer}} + \frac{(U - \text{Table}[U[[1, j]], \{i, 1, \text{Length}[U]\}, \{j, 1, \text{Length}[U[[1]]]\}])}{K * \alpha};$$

```
MatrixForm[t]
```

└─ матричная форма ─┘

Out[7]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 27. \text{ } ^\circ\text{C} & 27. \text{ } ^\circ\text{C} & 27. \text{ } ^\circ\text{C} \\ 27.000027 \text{ } ^\circ\text{C} & 28.055743 \text{ } ^\circ\text{C} & 26.986649 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 33.334324 \text{ } ^\circ\text{C} & 33.361554 \text{ } ^\circ\text{C} & 33.321081 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 40.742432 \text{ } ^\circ\text{C} & 40.196959 \text{ } ^\circ\text{C} & 40.729054 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 46.531622 \text{ } ^\circ\text{C} & 46.530743 \text{ } ^\circ\text{C} & 47.04527 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 51.81 \text{ } ^\circ\text{C} & 51.282095 \text{ } ^\circ\text{C} & 51.796622 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 53.920811 \text{ } ^\circ\text{C} & 53.392905 \text{ } ^\circ\text{C} & 53.907432 \text{ } ^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение средних значений температуры по строкам

```
In[8]:= tMean = Mean[Transpose[t]]; MatrixForm[tMean]
```

[среднее] [транспозиция] [матричная форма]

Out[8]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 27. \text{ } ^\circ\text{C} \\ 27.347473 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 33.338986 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 40.556149 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 46.702545 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 51.629572 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 53.740383 \text{ } ^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение СКО температуры

```
In[9]:= σt = Quantity[QuantityMagnitude[ $\frac{\sigma U}{K * \alpha}$ ], "DegreesCelsius"]; MatrixForm[σt]
```

[размерная величина] [модуль размерной величины] [матричная форма]

Out[9]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.30099866 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.91430437 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.32046842 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.01014264 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.3042792 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0. \text{ } ^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.9

```
In[10]:= p1 = 0.9; K09 = 2.9; n = 3; p2 = 0.95; K095 = 4.3;
```

```
In[11]:= Δ09 = K09 *  $\frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma t]}{\sqrt{n}}$ ; MatrixForm[Quantity[Δ09, "DegreesCelsius"]]
```

[матричная форма] [размерная величина]

Out[11]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.50396681 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 1.5308342 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.53656533 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.016981982 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.50945946 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0. \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0. \text{ } ^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.95

```
In[12]:= Δ095 = K095 *  $\frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma t]}{\sqrt{n}}$ ; MatrixForm[Quantity[Δ095, "DegreesCelsius"]]
```

матричная форма размерная величина

Out[12]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.74726113 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.2698577 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.79559686 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.02518018 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.75540541 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0. \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0. \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем верхний и нижний пределы погрешности для построения доверительного интервала температуры.

В OriginPro погрешность будет обозначаться около каждой экспериментальной точки.

```
In[13]:= UpperBound09 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ09, "DegreesCelsius"];
MatrixForm[UpperBound09]
```

размерная величина модуль размерной величины матричная форма

Out[13]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 27.503967 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 28.878307 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 33.875552 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.573131 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 47.212005 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 51.629572 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 53.740383 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

```
In[14]:= LowerBound09 = UpperBound1 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ09, "DegreesCelsius"];
           ↳размерна... ↳модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[LowerBound09]
```

```
↳матричная форма
```

```
Out[14]//MatrixForm=
```

```
( 26.496033 °C
 25.816639 °C
 32.802421 °C
 40.539167 °C
 46.193086 °C
 51.629572 °C
 53.740383 °C )
```

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.9

```
In[15]:= tUpperBound09 = Last[UpperBound09]
```

```
↳последний
```

```
Out[15]=
```

```
53.740383 °C
```

```
In[16]:= tLowerBound09 = Last[LowerBound09]
```

```
↳последний
```

```
Out[16]=
```

```
53.740383 °C
```

```
In[17]:= tMeanLast = Last[tMean]
```

```
↳последний
```

```
Out[17]=
```

```
53.740383 °C
```

Моменты времени в которые проводились измерения

```
In[18]:= τ = Quantity[{0, 7.68, 11.5, 16.7, 26.4, 51.1, 250.7}, "Milliseconds"]; MatrixForm[τ]
           ↳размерная величина                                     ↳матричная форма
```

```
Out[18]//MatrixForm=
```

```
( 0 ms
 7.68 ms
 11.5 ms
 16.7 ms
 26.4 ms
 51.1 ms
 250.7 ms )
```

Найдем верхний и нижний коридоры погрешности

```
In[19]:= UpperBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ095, "DegreesCelsius"];
      размерна · модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[UpperBound095]
```

```
матричная форма
```

```
Out[19]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 27.747261 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 29.617331 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 34.134583 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.581329 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 47.45795 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 51.629572 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 53.740383 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

```
In[20]:= LowerBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ095, "DegreesCelsius"];
      размерна · модуль размерной величины
```

```
MatrixForm[LowerBound095]
```

```
матричная форма
```

```
Out[20]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 26.252739 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 25.077615 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 32.54339 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 40.530968 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 45.94714 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 51.629572 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 53.740383 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.95

```
In[21]:= tUpperBound095 = Last[UpperBound095]
      последний
```

```
Out[21]=
```

```
53.740383 °C
```

```
In[22]:= tLowerBound095 = Last[LowerBound095]
      последний
```

```
Out[22]=
```

```
53.740383 °C
```

Графики построим в CAS OriginPro(см. другие листы). Ниже определим скорость движения термопары в жидкости и обработаем

погрешности. Конец интервала инерционности термopapы(τ_1)=101.15 ms), начало(τ_0)=1.1 ms

In[23]:= $\Delta\tau = \text{Quantity}[101.15, \text{"Milliseconds"}] - \text{First}[\tau]$
размерная величина первый

Out[23]=
 101.15 ms

In[24]:= $L = \text{Quantity}[15, \text{"Millimeters"}]; v = \text{Quantity}\left[\text{QuantityMagnitude}\left[\frac{L}{\Delta\tau}\right], \frac{\text{"Meters"}}{\text{"Seconds"}}\right]$
размерная величина размерная модуль размерной величины

Out[24]=
 0.14829461 m/s

Определим всевозможные погрешности

In[25]:= $\delta U = 0.03; \Delta U_{\text{mean}} = \delta U * U_{\text{mean}} * 10^{-3}; \text{MatrixForm}[\Delta U_{\text{mean}}]$
матричная форма

Out[25]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.00157235 \text{ mV} \\ 0.00234374 \text{ mV} \\ 0.0156449 \text{ mV} \\ 0.031667 \text{ mV} \\ 0.045312 \text{ mV} \\ 0.05625 \text{ mV} \\ 0.060936 \text{ mV} \end{pmatrix}$$

In[26]:= $\delta\alpha = 0.02; \Delta\alpha = \delta\alpha * \alpha$

Out[26]=
 0.74 $\mu\text{V}/\text{K}$

In[27]:= $\delta K = 0.5 * 10^{-2}; \Delta K = \delta K * K$

Out[27]=
 10.

In[28]:= $U_v = \text{Min}[U_{\text{mean}}]$
минимум

Out[28]=
 52.411667 mV

In[29]:= $\Delta U_v = \delta U * U_v$

Out[29]=
 1.57235 mV

```
In[30]:= Δinevitable = 0.5;
MatrixForm[Transpose[{tMean, Umean}]]
```

матричная ... транспозиция

```
Out[31]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 27. \text{ }^{\circ}\text{C} & 52.411667 \text{ mV} \\ 27.347473 \text{ }^{\circ}\text{C} & 78.124667 \text{ mV} \\ 33.338986 \text{ }^{\circ}\text{C} & 521.49667 \text{ mV} \\ 40.556149 \text{ }^{\circ}\text{C} & 1055.5667 \text{ mV} \\ 46.702545 \text{ }^{\circ}\text{C} & 1510.4 \text{ mV} \\ 51.629572 \text{ }^{\circ}\text{C} & 1875 \text{ mV} \\ 53.740383 \text{ }^{\circ}\text{C} & 2031.2 \text{ mV} \end{pmatrix}$$

Переменные оканчивающиеся на -TEMP созданы для обхода ограничений, накладываемых на переменные с указанными единицами измерения

```
In[32]:= ΔUmeanTEMP = QuantityMagnitude[ΔUmean]; αTEMP = QuantityMagnitude[α];
           модуль размерной величины модуль размерной величины

ΔαTEMP = QuantityMagnitude[Δα];
           модуль размерной величины

ΔUvTEMP = QuantityMagnitude[ΔUv];
           модуль размерной величины

ΔKTEMP = QuantityMagnitude[ΔK];
           модуль размерной величины

UmeanTEMP = QuantityMagnitude[Umean];
           модуль размерной величины

UvTEMP = QuantityMagnitude[Uv];
           модуль размерной величины
```



```
In[35]:= Δt = 
$$\sqrt{\left( (\Delta U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3})^2 * \left( \frac{1}{K * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \right.}$$


$$\left. (\Delta U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3})^2 * \left( \frac{1}{K * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \Delta K_{\text{TEMP}}^2 * \left( \frac{U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} - U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3}}{K^2 * \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6}} \right)^2 + \right.}$$


$$\left. (\Delta \alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6})^2 * \left( \frac{U_{\text{meanTEMP}} * 10^{-3} - U_{\text{vTEMP}} * 10^{-3}}{K * (\alpha_{\text{TEMP}} * 10^{-6})^2} \right) + \Delta_{\text{inevitable}} \right);$$

Δt = Quantity[Δt, "DegreesCelsius"];
 $\text{размерная величина}$ 
MatrixForm[Δt]
 $\text{матричная форма}$ 
```

```
Out[35]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0.70742595 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.70742809 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.70813571 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.71066595 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.71425269 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.71806533 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.71995052 \text{ } ^\circ\text{C} \end{pmatrix}$$

```
In[36]:=
```

Относительная погрешность измерения температуры: (ниже в формате $\delta t \rightarrow t$)

```
In[37]:= δt = 
$$\frac{\text{QuantityMagnitude}[\Delta t]}{\text{QuantityMagnitude}[t_{\text{Mean}}]}$$
; MatrixForm[δt]
 $\text{матричная форма}$ 
```

```
Out[37]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0.026200961 \\ 0.025868134 \\ 0.021240469 \\ 0.017523014 \\ 0.015293657 \\ 0.013908024 \\ 0.013396825 \end{pmatrix}$$

```
In[38]:= Transpose[{ $\delta t$  * 100, tMean}] // MatrixForm
```

транспозиция матричная форма

```
Out[38]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 2.6200961 & 27. \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.5868134 & 27.347473 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 2.1240469 & 33.338986 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.7523014 & 40.556149 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.5293657 & 46.702545 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.3908024 & 51.629572 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1.3396825 & 53.740383 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$

Вывод: В ходе данной работы был изучен метод измерения температуры в нестационарных условиях с помощью термопары. Рассчитаны всевозможные погрешности. С их учетом запишем таблицу τ - t - Δt :

```
In[39]:= Transpose[{ $\tau$ , tMean,  $\Delta t$ }] // MatrixForm
```

транспозиция матричная форма

```
Out[39]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 0 \text{ ms} & 27. \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.70742595 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 7.68 \text{ ms} & 27.347473 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.70742809 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 11.5 \text{ ms} & 33.338986 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.70813571 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 16.7 \text{ ms} & 40.556149 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.71066595 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 26.4 \text{ ms} & 46.702545 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.71425269 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 51.1 \text{ ms} & 51.629572 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.71806533 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 250.7 \text{ ms} & 53.740383 \text{ }^{\circ}\text{C} & 0.71995052 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{pmatrix}$$