

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ИТТФ (гр. ТФ - 9-15) 1 семестр
2022-2023 уч. год

Задачи для подготовки к экзамену

1. Найти пределы

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x) - 7x^2}{5x^2 - 8x}; \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg}^2(x)}{(x - \pi)^3}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \cos(2\pi x)}{\operatorname{arctg}(x - 3)}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{2x};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{7}{x}\right)^{3x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x + 3}{x}\right)^{2x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x} - \sqrt{x^2 + 5x}\right);$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - x\right); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + x\right); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{7}{x}\right)^{3x};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + 5x + 1}\right); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + 5x + 1}\right);$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x) - \arcsin(x)}{\sin(x) - \operatorname{tg}(x)}\right); \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(3x) - 3x}{1 - 4,5x^2 - \cos(3x)}\right); \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos(2x) - x^2 - 1}{\sin^2(3x)}\right).$$

2. Найти уравнение касательной к графику функции $y = \sin^3(3x)$ в точке $x = \frac{\pi}{12}$.

Найти уравнение касательной к графику функции $y = \ln^2(5 - 3x)$ в точке $x = 1$.

Найти уравнение нормали к графику функции $y = \operatorname{arctg}(1 + x^2)$ в точке $x = 0$.

Найти точки(y), в которых(ой) нормаль к графику функции $y = \operatorname{arctg}(x)$ имеет

угол наклона к положительному направлению оси Ox $\frac{3\pi}{4}$ рад.

3. Найти $y^{(6)}(x)$, если $y(x) = x^4 \cos(5x + 2)$.

Найти $y^{(4)}(x)$, если $y(x) = x^4(5x + 2)^{-1}$, для $x \neq -2/5$.

4. Найти наибольшее значение функции $y = \frac{x-1}{x^2+3}$ на отрезке $[-8, 8]$.

Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x+1}{x^2+3}$ на отрезке $[0, 5]$.

5. Найти значение функции $y = \frac{x-1}{x^2+3}$ в точке локального минимума, если данная точка существует.

Найти значение функции $y = \frac{x^2 - x + 2}{x}$ в точке локального максимума, если данная точка существует.

Найти точки экстремума функции $y = \sqrt[3]{x^3 - 8}$, если они существуют.

6. Найти уравнение наклонной асимптоты для функции $y = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1}$.
- Найти уравнение наклонной асимптоты для функции $y = \sqrt{x^2 - x + 3}$.

7. Найти точки перегиба функции $y = \frac{1}{x^2 + x + 2}$.

Найти точки перегиба функции $y = \ln(5 + x^2)$.

8. Разложить функцию $y = x^4 + 2x^2 + x + 1$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$.

Разложить функцию $y = x^5 - 2x^3 + x + 1$ по степеням $x + 2$.

Разложить функцию $y = x^4 + 2x^3 + x + 1$ по степеням $x - 1$, используя в многочлене Тейлора первые две производных. Оценить остаточный член Лагранжа в точке $x = 0$.

Разложить функцию $y = \ln(5 + 2x)$ по формуле Маклорена.

Разложить функцию $y = e^{x^2+5}$ по степеням x , используя стандартное разложение функции $y = e^x$.

Разложить функцию $y = \sin(2x - 3)$ по степеням x , используя стандартное разложение функций $y = \sin x$, $y = \cos x$.

9. Вычислить приближенно, используя дифференциал 1 порядка, значение величины

$$\sqrt[4]{626}.$$

10. Вычислить приближенно, используя дифференциал 1 порядка, значение величины

$$\sin(33^\circ).$$

11. Вычислить приближенно, используя стандартные разложения синуса и косинуса (по два первых ненулевых члена разложения), значение величины $\sin(33^\circ)$.

12. Вычислить приближенно, используя стандартные разложения синуса и косинуса (по два первых ненулевых члена разложения), значение величины $\cos(63^0)$.

13. Найти интегралы: $\int \frac{x^3 dx}{2x^4 + 3}$; $\int \frac{x^4 dx}{x^{10} + 9}$; $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x} - 9}$; $\int \frac{\sin(2x) dx}{\cos^2(x) + 5}$;
- $\int \frac{\cos(2x) dx}{\sin(x) \cos(x) + 4}$; $\int (x+1) \cos(x+2) dx$; $\int \frac{(x+3)^2}{x+2} dx$;
- $\int (x+1) \ln(x+2) dx$; $\int \frac{x}{x^2 + 2x + 2} dx$; $\int \frac{2}{\sin(x) + 2} dx$.

Доцент кафедры ВМ

Стаценко И.В.