

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 1.1. Объем цилиндра V рассчитывается по формуле:

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} h, \quad (1)$$

где d – диаметр, h – высота сосуда.

1) Записать разложение функции $f(\pi, d, h)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины V в предположении возможности линеаризации исходной функции, 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 1.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности объема V и границу неисключенной систематической погрешности θ , если объем V , см³ определяется по формуле (1):

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} h,$$

где d – диаметр, h – высота сосуда.

Диаметр и высота получены в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
d , см	9,5	9,6	9,7	9,4	9,5	9,6	9,5
h , см	10,0	10,1	10,0	10,1	10,0	10,1	10,0

Инструментальная погрешность определения d и h : $\Delta d = \Delta h = \Delta_{\text{СИ}} = 0,05$ см.

Число π при расчетах принято равным $3,140 \pm 0.002$.

Замечание: рекомендуется оценивать относительную погрешность V .

При выполнении расчетов учесть, что величины Δd и Δh коррелированы между собой, так как измерения выполняются одним СИ.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 2.1. Количество тепла Q , рассчитывается по формуле:

$$Q = mC(T_2 - T_1), \quad (1)$$

где m – масса, C – теплоемкость, T_1 и T_2 – температуры тела до и после нагрева.

1) Записать разложение функции $f(m, C, T_2, T_1)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины Q в предположении возможности линеаризации исходной функции, 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 2.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности количества тепла Q и границу неисклученной систематической погрешности θ , если количество тепла Q , Дж рассчитывается по формуле (1):

$$Q = mC(T_2 - T_1),$$

где m – масса, C – теплоемкость, T_1 и T_2 – температуры тела до и после нагрева.

$m = 100$ грамм,

$C = 4,18 \pm 0,01$ кДж/(кг*°C),

T_1 и T_2 получены в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
$T_1, ^\circ\text{C}$	21,5	22,0	21,5	21,0	22,0	21,5	22,0
$T_2, ^\circ\text{C}$	100,5	99,5	100,0	99,5	101,0	100,5	99,5

Инструментальная погрешность определения массы: $\Delta m = 1$ грамм.

Инструментальная погрешность определения температуры: $\Delta T = 1$ °C.

При выполнении расчетов учесть, что величины ΔT_1 и ΔT_2 коррелированы между собой, так как измерения выполняются одним СИ.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 3.1. Расчет плотности теплового потока q , Вт/м² выполняется по формуле:

$$q = \alpha(T_c - T_{\text{ж}}), \quad (1)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²*К); T_c и $T_{\text{ж}}$ – температуры стенки и жидкости, °С.

1) Записать разложение функции $f(\alpha, T_c, T_{\text{ж}})$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины q в предположении возможности линеаризации исходной функции; 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 3.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности плотности теплового потока q , Вт/м² и границу неисключенной систематической погрешности θ если расчет плотности теплового потока q , Вт/м² выполняется по формуле (1):

$$q = \alpha(T_c - T_{\text{ж}}),$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²*К); T_c и $T_{\text{ж}}$ – температуры стенки и жидкости, °С.

$\alpha=320\pm5$ Вт/(м²*К) (табличная величина);

$T_c=250$ °С (измеряется термопарой);

$T_{\text{ж}}$ измеряется термопарой, расположенной в потоке жидкости, в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
$T_{\text{ж}}, \text{ } ^\circ\text{C}$	27	28	27	28	27	27	28

Инструментальная погрешность определения температуры стенки $\Delta T_c = 2$ °С.

Инструментальная погрешность определения температуры жидкости $\Delta T_{\text{ж}}=0,5$ °С.

При выполнении расчетов учесть, что величины ΔT_c и $\Delta T_{\text{ж}}$ коррелированы между собой, так как измерения термо-эдс термопар выполняются в одинаковых условиях и одним СИ.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 4.1. Давление p рассчитывается по формуле:

$$p = \frac{(m_1 + m_2)g}{S}, \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения, м/с²; S – площадь поршня, м², m_1 и m_2 – массы гирь и дисков поршневого манометра, кг.

1) Записать разложение функции $f(m_1, m_2, g, S)$ в ряд Тейлора, 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины p в предположении возможности линеаризации исходной функции, 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 4.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности давления p и границу неисключенной систематической погрешности θ если давление p , Па рассчитывается по формуле (1):

$$p = \frac{(m_1 + m_2)g}{S},$$

где g – ускорение свободного падения, м/с²; S – площадь поршня, м², m_1 и m_2 – массы гирь и дисков поршневого манометра, кг.

$$g = 9,807 \pm 0,001 \text{ м/с}^2; \quad S = 0,5 \text{ см}^2, \delta S = 2\% \quad m_2 = 1000 \text{ г}, \delta m_2 = 0,01\%$$

$\delta S, \delta m_2$ – относительные погрешности определения площади поршня и массы разновесов, %.

m_1 получена в ходе прямых многократных измерений:

	1	2	3	4	5
$m_1, \text{ г}$	125	127	125	126	127

Инструментальная погрешность определения m_1 : $\delta m_1 = 0,01\%$.

При выполнении расчетов учесть, что величины δm_2 и δm_1 коррелированы между собой, так как поверка гирь выполнена одной лабораторией.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 5.1. Температура T термометра расширения определяется по формуле:

$$T = k(l + l_0), \quad (1)$$

где k – чувствительность термометра; l_0 – начальная длина столбика ртути; l – измеренная длина столбика ртути.

1) Записать разложение функции $f(k, l, l_0)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины T в предположении возможности линеаризации исходной функции; 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 5.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности измерения температуры T и границу неисключенной систематической погрешности θ если температура T , °С термометра расширения определяется по формуле (1):

$$T = k(l + l_0),$$

где k – чувствительность термометра, $(1,50 \pm 0,05)$ °С/мм; l_0 – начальная длина столбика ртути, $(3,0 \pm 0,5)$ мм; l – длина столбика ртути, мм.

Длина столбика ртути l получена в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
l , мм	10,5	10,0	10,0	9,5	9,5	10,0	10,5

Инструментальная погрешность определения l : $\Delta l = \Delta_{\text{СИ}} = 0,5$ мм.

При выполнении расчетов учесть, что величины Δl и Δl_0 коррелированы между собой, так как измерения выполняются одним СИ.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 6.1. Напряжение источника E определяется по формуле:

$$E = U_1 + U_2 + \frac{U_2 \cdot R_c}{R_2}, \quad (1)$$

где U_1 и U_2 – напряжения, измеренные вольтметром, В; R_2 – сопротивление образцового резистора, Ом; R_c – внутреннее сопротивление источника, Ом.

1) Записать разложение функции $f(U_1, U_2, R_c, R_2)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины E в предположении возможности линеаризации исходной функции; 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 6.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности измерения напряжения источника E и границу неисключенной систематической погрешности θ если напряжение источника E , В определяется по формуле (1):

$$E = U_1 + U_2 + \frac{U_2 \cdot R_c}{R_2},$$

где U_1 и U_2 – напряжения, измеренные вольтметром, В; R_2 – сопротивление образцового резистора, Ом; R_c – внутреннее сопротивление источника, Ом.

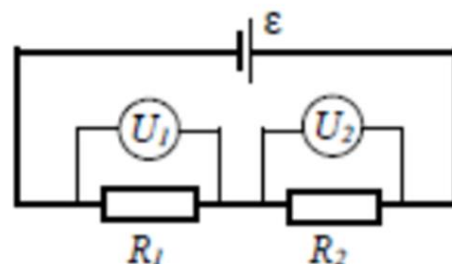


Схема измерения приведена на Рисунке 1.

$R_2 = (100.0 \pm 0.1)$ Ом; $R_c = (2.0 \pm 0.1)$ Ом.

U_1 и U_2 получены в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
U_1 , В	100	102	105	103	100	98	102
U_2 , В	53	50	51	52	49	50	50

Инструментальная погрешность определения U : $\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta_{\text{СИ}} = 1,0$ В.

При выполнении расчетов учесть, что величины ΔU_1 и ΔU_2 коррелированы между собой, так как измерения выполняются одним СИ.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 7.1. Сопротивление R , Ом тензометрического преобразователя определяется по формуле (1):

$$R = 2 \frac{l-l_0}{l_0} R_0 + R_0, \quad (1)$$

где l – длина преобразователя, мм; l_0 – начальная длина преобразователя, мм; R_0 – начальное сопротивление преобразователя, Ом.

1) Записать разложение функции $f(l, l_0, R_0)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины R в предположении возможности линеаризации исходной функции; 5) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 7.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности измерения сопротивления R тензометрического преобразователя и границу неисключенной систематической погрешности θ если сопротивления R тензометрического преобразователя определяется по формуле (1):

$$R = 2 \frac{l-l_0}{l_0} R_0 + R_0,$$

где l – длина преобразователя, мм; l_0 – начальная длина преобразователя, $(15.0 \pm 0,5)$ мм; R_0 – начальное сопротивление преобразователя, $90.0 \pm 0,5$ Ом.

Длина преобразователя l получена в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
l , мм	16,5	17,0	17,0	16,5	16,5	17,5	17,0

Инструментальная погрешность определения l : $\Delta l = \Delta_{\text{СИ}} = 0,5$ мм.

При выполнении расчетов учесть, что величины Δl и Δl_0 коррелированы между собой, так как измерения выполняются одним СИ.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 8.1. Метод определения массовой доли золы W (%) в образце основан на минерализации (сжигании) навески пробы массой m_0 в тигле при температуре $(825 \pm 25)^\circ\text{C}$. Количество массовой доли золы W (%) определяется по формуле (1):

$$W = \frac{m_1 - m_2}{m_0} * 100, \quad (1)$$

где m_1 – масса тигля с золой, г; m_2 – масса пустого тигля, г; m_0 – исходная масса образца, г.

1) Записать разложение функции $f(m_1, m_2, m_0)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины W в предположении возможности линеаризации исходной функции; 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 8.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности измерения массовой доли золы W (%) и границу неисключенной систематической погрешности θ если количество массовой доли золы W (%) определяется по формуле (1):

$$W = \frac{m_1 - m_2}{m_0} * 100,$$

где m_1 – масса тигля с золой, г; m_2 – масса пустого тигля, г; m_0 – исходная масса образца, г; $m_0 = 5,00 \pm 0,05$ г.

Массы m_1 и m_2 получены в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
m_1 , г	26,38	26,27	26,42	26,40	26,35	26,42	26,38
m_2 , г	23,30	23,29	23,29	23,29	23,30	23,29	23,31

Инструментальная погрешность определения m : $\Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta_{\text{СИ}} = 0,01$ г.

При выполнении расчетов учесть, что величины Δm_1 и Δm_2 коррелированы между собой, так как измерения выполняются одним СИ.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 9.1. Плотность образца прямоугольной формы ρ , кг/м³ определяется по формуле (1):

$$\rho = M / (a \cdot b \cdot c), \quad (1)$$

где M – масса образца, кг; a , b , c – длина, высота и ширина образца, мм.

1) Записать разложение функции $f(M, a, b, c)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины ρ в предположении возможности линеаризации исходной функции; 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 9.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности измерения плотности материала ρ , кг/м³ и границу неисключенной систематической погрешности θ если плотность образца прямоугольной формы ρ определяется по формуле (1):

$$\rho = M / (a \cdot b \cdot c),$$

где M – масса образца, кг; a , b , c – длина, высота и ширина образца, мм.

Масса образца M получена в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
M , кг	23,29	23,29	23,30	23,31	23,29	23,32	23,29

Погрешность взвешивания $\Delta M = \pm 20$ г.

Значения a , b и c : $a=340$ мм; $b=240$ мм; $c=140$ мм. Инструментальная погрешность определения линейных размеров a , b и c : $\Delta l = \Delta_{\text{СИ}} = 1$ мм.

Замечание: рекомендуется оценивать относительную погрешность ρ .

При выполнении расчетов учесть, что величины Δa , Δb и Δc коррелированы между собой, так как измерения выполняются одним СИ.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 10.1. Вязкость η жидких сред (сгущенное молоко, машинное масло и т.п.) определяется вискозиметром Геплера путем измерения времени падения τ шарика и последующего вычисления η по формуле (1):

$$\eta = k \cdot \tau \cdot (\rho_0 - \rho_1), \text{ Па}\cdot\text{с} \quad (1)$$

где ρ_0 – плотность шарика, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ_1 – плотность исследуемого материала, $\text{кг}/\text{м}^3$;
 k – постоянная шарика, $k = 0,07$.

1) Записать разложение функции $f(\tau, \rho_1, \rho_0)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины η в предположении возможности линеаризации исходной функции; 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 10.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности измерения вязкости среды η , $\text{Па}\cdot\text{с}$ и границу неисключенной систематической погрешности θ если вязкость η жидких сред определяется по формуле (1):

$$\eta = k \cdot \tau \cdot (\rho_0 - \rho_1),$$

где ρ_0 – плотность шарика, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ_1 – плотность исследуемого материала, $\text{кг}/\text{м}^3$;
 k – постоянная шарика, $k = 0,07$.

$$\rho_0 = (2210 \pm 10) \text{ кг}/\text{м}^3; \quad \rho_1 = (1240 \pm 8) \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Время падения τ , с получено в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
τ , с	34,5	35,0	35,3	34,8	35,6	34,6	35,2

Инструментальная погрешность определения τ : $\Delta\tau = \Delta_{\text{СИ}} = 0,5$ с.

При выполнении расчетов учесть, что величины $\Delta\rho_0$ и $\Delta\rho_1$ коррелированы между собой, так как измерения плотности были выполнены в одной лаборатории одним методом.

Контрольная работа № 4. «Оценка погрешности косвенного измерения с учетом корреляционных зависимостей между параметрами»

Задача 11.1. Плотность образца прямоугольной формы ρ , кг/м³ определяется по формуле (1):

$$\rho = M/(a^2 \cdot b), \quad (1)$$

где M – масса образца, кг; a , b – сторона квадратного основания и высота образца, мм.

1) Записать разложение функции $f(M, a, b)$ в ряд Тейлора; 2) получить строгое выражение для оценки СКО величины ρ в предположении возможности линеаризации исходной функции; 3) указать коэффициенты корреляции между параметрами, которые необходимо оценить.

Задача 11.2 Оценить случайную (S) составляющую погрешности измерения плотности материала ρ , кг/м³ и границу неисключенной систематической погрешности θ если плотность образца прямоугольной формы ρ определяется по формуле (1):

$$\rho = M/(a^2 \cdot b),$$

где M – масса образца, кг; a , b – сторона квадратного основания и высота образца, мм.

Масса образца M получена в ходе прямых многократных измерений, результаты которых приведены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
M , кг	15,12	15,13	15,13	15,11	15,12	15,11	15,12

Погрешность взвешивания $\Delta M = \pm 20$ г.

Значения a и b : $a=340$ мм; $b=240$ мм. Инструментальная погрешность определения линейных размеров a , b и c : $\Delta l = \Delta_{\text{СИ}} = 1$ мм.

Замечание: рекомендуется оценивать относительную погрешность ρ .

При выполнении расчетов учесть, что величины Δa и Δb коррелированы между собой, так как измерения выполняются одним СИ.