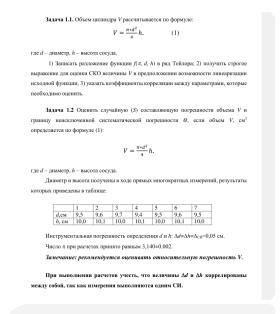
ChatGPT - Решение задач по погрешности



Реши эти задачи пожалуйста

Для решения задач 1.1 и 1.2 необходимо выполнить несколько шагов. Я подробно опишу их ниже:

Задача 1.1

Объем цилиндра вычисляется по формуле:

$$V=rac{\pi d^2}{4}h,$$

где d — диаметр, h — высота.

Шаг 1: Разложение функции $V(\pi,d,h)$ в ряд Тейлора

Функция $V(\pi,d,h)$ зависит от трех переменных: π , d, и h. Линеаризация предполагает разложение функции в окрестности средних значений π_0,d_0,h_0 :

$$Vpprox V_0+rac{\partial V}{\partial\pi}\Delta\pi+rac{\partial V}{\partial d}\Delta d+rac{\partial V}{\partial h}\Delta h,$$

где $V_0=V(\pi_0,d_0,h_0)$, а $\Delta\pi,\Delta d,\Delta h$ — отклонения от средних значений.

Найдем частные производные:

1.
$$\frac{\partial V}{\partial \pi} = \frac{d^2}{4}h$$
,

2.
$$\frac{\partial V}{\partial d} = \frac{\pi d}{2} h$$
,

3.
$$\frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi d^2}{4}$$
.

Шаг 2: Выражение для оценки стандартного отклонения σ_V

Используя формулу для оценки СКО:

$$\sigma_V^2 = \left(rac{\partial V}{\partial \pi}\sigma_\pi
ight)^2 + \left(rac{\partial V}{\partial d}\sigma_d
ight)^2 + \left(rac{\partial V}{\partial h}\sigma_h
ight)^2 + 2r_{d,h}rac{\partial V}{\partial d}rac{\partial V}{\partial h}\sigma_d\sigma_h,$$

где $r_{d,h}$ — коэффициент корреляции между d и h.

Подставляем производные и стандартные отклонения ($\sigma_{\pi}, \sigma_d, \sigma_h$).

Шаг 3: Коэффициенты корреляции

Так как измерения d и h выполнены одной системой, можно считать, что Δd и Δh коррелированы. Значение коэффициента корреляции $r_{d,h}$ обычно задается или оценивается.

Задача 1.2

Оценим случайную составляющую погрешности S и границу систематической погрешности Θ .

Шаг 1: Вычислим средние значения

Для диаметра d и высоты h:

$$ar{d} = rac{\sum d_i}{n}, \quad ar{h} = rac{\sum h_i}{n}.$$

Подставляем значения из таблицы.

Шаг 2: Вычислим стандартные отклонения σ_d, σ_h

Используем формулу для выборочного СКО:

$$\sigma_d = \sqrt{rac{\sum (d_i - ar{d})^2}{n-1}}, \quad \sigma_h = \sqrt{rac{\sum (h_i - ar{h})^2}{n-1}}.$$

Шаг 3: Погрешность объема

Используем формулу для относительной погрешности:

$$arepsilon_V = \sqrt{\left(2rac{\sigma_d}{ar{d}}
ight)^2 + \left(rac{\sigma_h}{ar{h}}
ight)^2 + 2r_{d,h} \cdot 2rac{\sigma_d}{ar{d}} \cdot rac{\sigma_h}{ar{h}}}.$$

Систематическую погрешность Θ определяем как:

$$\Theta = V \cdot \sqrt{\left(2rac{\Delta d}{d}
ight)^2 + \left(rac{\Delta h}{h}
ight)^2}.$$

Если хочешь, могу провести численные расчеты для этих формул. Скажи, нужно ли это?

Давай

Результаты расчетов:

- 1. Средний объем $V\!: 717.93\,\mathrm{CM}^3$
- 2. Относительная случайная погрешность $arepsilon_V$: 2.58%
- 3. Систематическая погрешность Θ : 1.16%

Эти значения позволяют оценить точность измерений и качество данных. Если требуется, могу сделать дополнительные вычисления или уточнения!