Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Глаголев Я.О.

Группа: ТФ-13-22

Задача № 1

Задача 1.

В три стальные трубы (d_2xδ=150x5 мм), расположенные на открытом воздухе с температурой -15°С поступает горячая вода при температуре 150°С и давлении 5 МПа, которая движется со скоростью 20 км/ч. Первая труба покрыта слоем минеральной ваты толщиной 25 мм имеющая коэффициент теплопроводности 0,035 Вт/м·К. Определить длину трубы если на выходе из нее температура воды уменьшилась на 55°С. Определить температуры воды на выходе из трубы покрытую слоем бетона толщиной 25 мм имеющая коэффициент теплопроводности 1,28 Вт/м·К и из трубы без изоляции если они имеют ту же длину, что и первая труба. Расчет провести с учетом потерь тепла в окружающую среду совместно конвекцией и излучением. Для всех трех труб принять излучательную способность поверхности материала ε=0,8, коэффициент теплоотдачи 12,8 Вт/м²·К. Коэффициент теплоотдачи от воды к внутренней стороне трубы равен 12,8 Вт/м²·К. Построить графики $t_ж(x)$, $q_L(x)$, $q_C(x)$ для обеих способов расчета. Сравнить тепловой поток потерь трубопроводов Q для обеих способов расчета.

Указания:

1. **Решить задачу используя формулу Шухова ($\Delta t_x = \Delta t_0 e^{-kmF_x}$) и по алгоритму решения задачи 3 гл. 2 учебника [1].**
2. **Свойства воды выбирать при средней температуре воды.**
3. **Проанализировать результаты с точки зрения эффективности работы изоляции труб.**

Данные из условия:
d2=150(mm);δ=5(mm) - геометрия труб ; tAir=-15 (°C)-температура воздуха;tLiquid1=150(°C)-температура горячей воды на входе (как $t_{ж1}$) ; p=5(MPa)- давление горячей воды;w=20(km/h) - скорость течения горячей воды; λMinWool=0.035(W/m*K);δMinWool=25(mm); tLiquid2=150-55=95(°C)-температура горячей воды на выходе(как $t_{ж2}$) ; λConcrete=1.28(W/m K);δConcrete=25(mm);ϵ=0.8-излучательная способность поверхности материала труб; α= $12.8\,(W/m^2\,K)$-коэффициент теплоотдачи

In[144]:=

```
d2 = 150 * 10^-3;
δ = 5 * 10^-3;
tAir = -15;
tLiquid1 = 150;
p = 5 * 10^6;
w = 20 / 3.6;
λMinWool = 0.035;
δMinWool = 25 * 10^-3;
tLiquid2 = 95;
λConcrete = 1.28;
δConcrete = 25 * 10^-3;
ϵ = 0.8;
α = 12.8;
```

Сталь берем нержавеющую, ее коэффициент теплопроводности λSteel (W/m K) берем как const в виду слабой зависимости от температуры:

In[147]:=

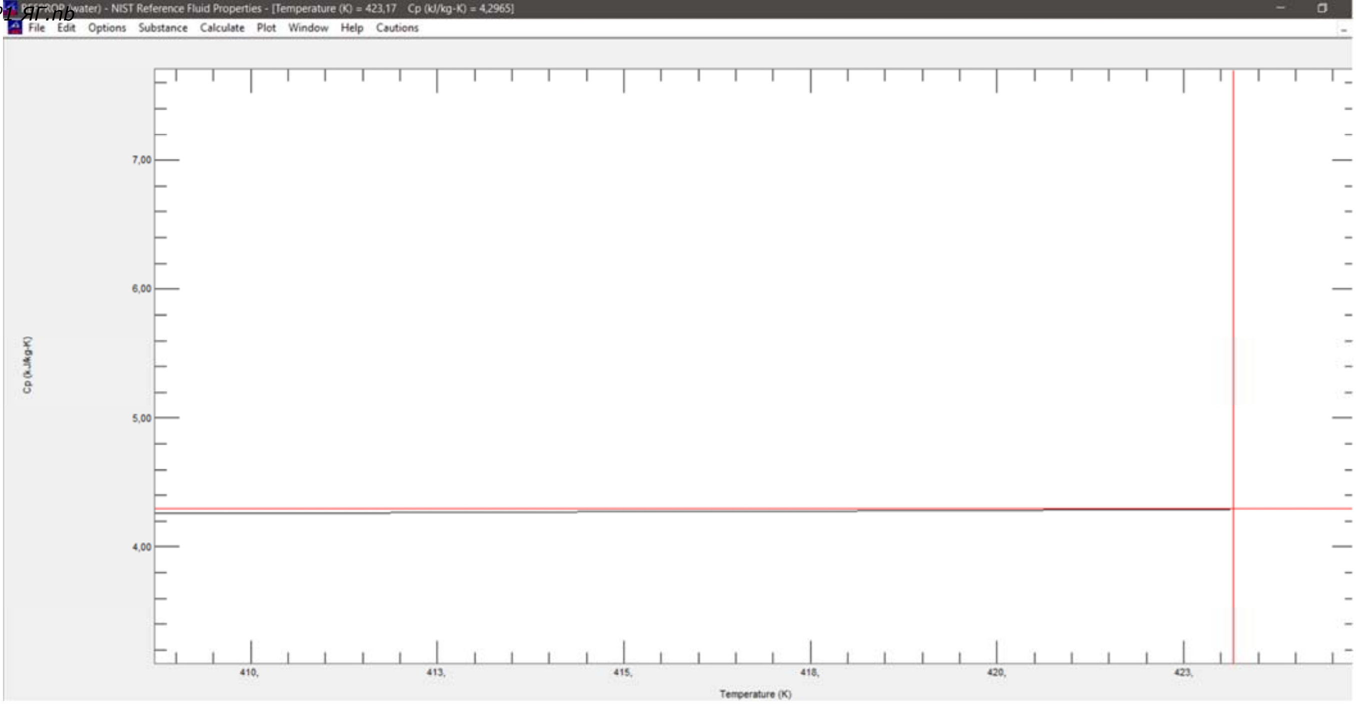
```
λSteel = 14.4 ;
```

Изобарную (p=5MPa)теплоемкость и плотность воды при tLiquid1 и tLiquid2 найдем через REFPROP:

cp:

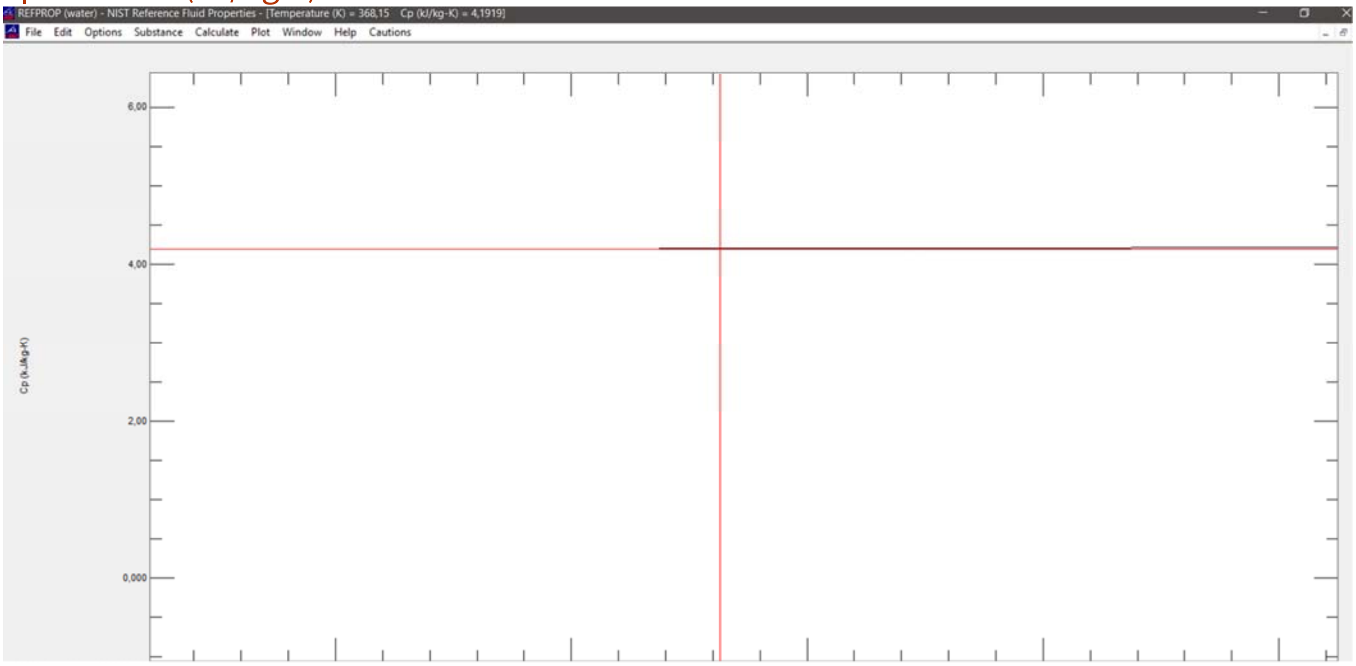
tLiquid1=150 (°C) =423.15(K)

cp1=4.3049 (kJ/kg K)


REFPROP (water) - NIST Reference Fluid Properties - [Temperature (K) = 423,17 Cp (kJ/kg-K) = 4,2965]
File Edit Options Substance Calculate Plot Window Help Cautions
Cp (kJ/kg-K)
7,00
6,00
5,00
4,00
410,
413,
415,
418,
420,
423,
Temperature (K)

tLiquid2=95 (°C) =368.15(K)

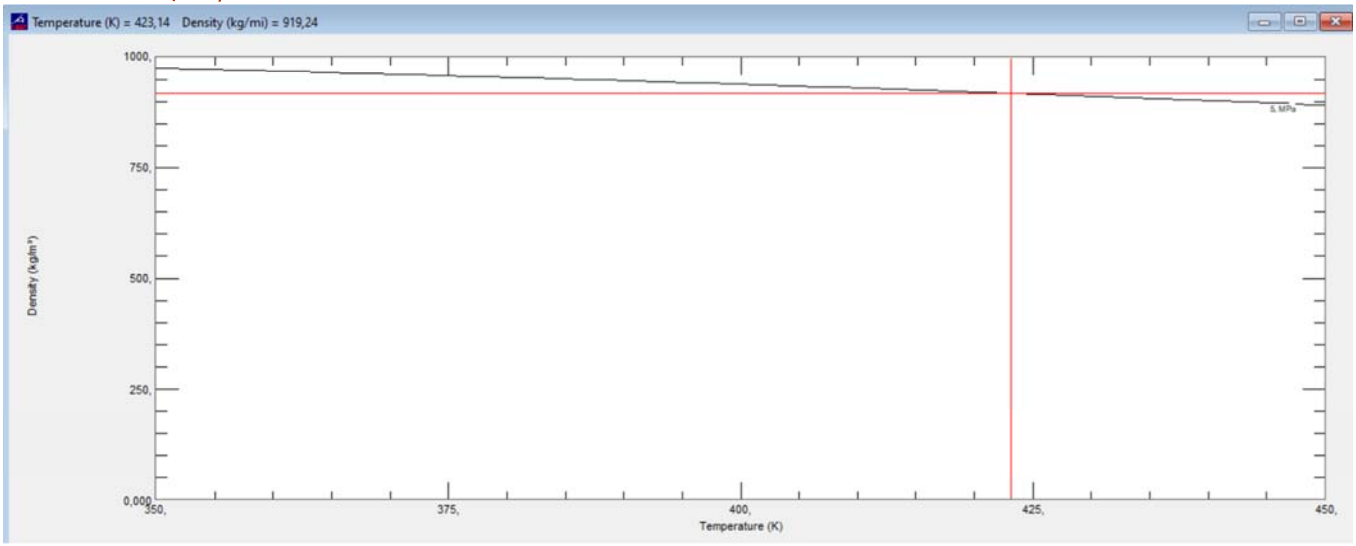
cp2=4.2019 (kJ/kg K)



плотность:

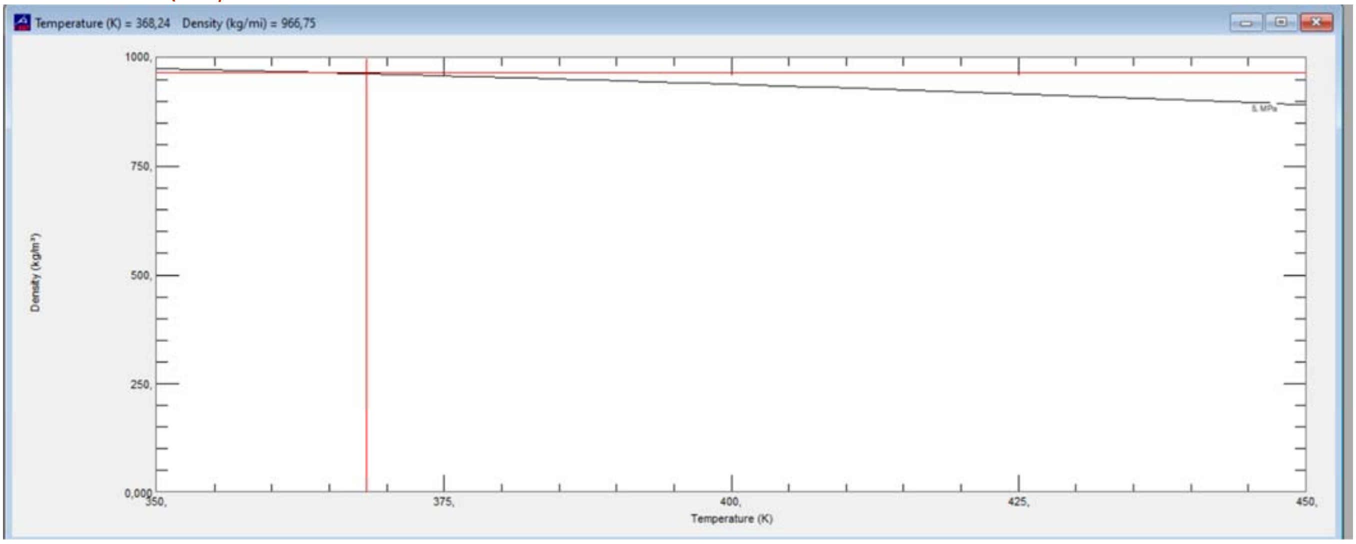
tLiquid1=150 (°C)

$\rho 1 = 919.24\ (kg/m^3)$



tLiquid2=95 (°C)

$\rho 2 = 966.75\ (kg/m^3)$



In[148]:=

```
cp1 = 4.3049; cp2 = 4.2019 ; ρ1 = 919.24; ρ2 = 966.75 ;
```

Средняя удельная изобарная теплоемкость cpAverage(J/kg K)

In[149]:=

$$cpAverage = \frac{cp1 + cp2}{2} * 1000$$

Out[149]=

4253.4

Средняя плотность воды ρAverage (kg / m^3)

In[150]:=

$$\rho Average = \frac{\rho 1 + \rho 2}{2}$$

Out[150]=

942.995

Массовый расход воды G(kg/s)

In[151]:=

$$G = \pi * \left(\frac{d2 - 2 * \delta}{2}\right)^2 * w * \rho Average$$

Out[151]=

80.646001

Найдем диаметры *d1, d3 (m)*

In[152]:=

```
d1 = d2 - 2 δ // N
```
численное п

Out[152]=

0.14

In[153]:=

```
d3 = d2 + 2 δ // N
```
численное п

Out[153]=

0.16

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы с ватной изоляцией *KlinearMinWool (W/m K)*

In[154]:=

$$KlinearMinWool = \frac{1}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda MinWool} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{\alpha * d3}}$$

Out[154]=

0.50743612

Применяя формулу Шухова найдем расстояние(длину трубы) на котором будет выполняться условие разности температур на входе и выходе в трубу с изоляцией из минеральной ваты:

In[155]:=

$$L = First\left[NSolveValues\left[tLiquid2 == tAir + (tLiquid1 - tAir) * Exp\left[\frac{-KlinearMinWool}{G * cpAverage} * \pi * x\right], x\right]\right]$$

первый значения для численного приближения решения уравнений показательная функция

Out[155]=

87 245.152

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы с бетонной изоляцией *KlinearConcrete (W/m K)*

In[156]:=

$$\text{KlinearConcrete} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha*d1} + \frac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \text{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda\text{Concrete}} * \text{Log}\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{\alpha*d3}}$$

Out[156]=

0.93116553

По формуле Шухова найдем температуру на выходе из трубы с бетонной изоляцией*:*

In[157]:=

$$t[x\_, k\_] := \text{tAir} + (\text{tLiquid1} - \text{tAir}) * \text{Exp}\left[\frac{-k}{G * \text{cpAverage}} * \pi * x\right]$$

показательная функция

In[158]:=

```
t[L, KlinearConcrete]
```

Out[158]=

63.406028

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы без изоляции *KlinearRaw (W/m K)*

In[159]:=

$$\text{KlinearRaw} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha*d1} + \frac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \text{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{\alpha*d3}}$$

Out[159]=

0.95355014

По формуле Шухова найдем температуру на выходе из трубы без изоляции*:*

In[160]:=

```
t[L, KlinearRaw]
```

Out[160]=

62.016098

Функция теплового потока и плотности теплового потока *:*

In[161]:=

$$Q[x\_, k\_] := k * \pi * (t[x, k] - \text{tAir}) * x;$$

$$\text{qLinear}[x\_, k\_] := k * \pi * (t[x, k] - \text{tAir});$$

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для голой трубы*:*

In[163]:=

```
Q[L, KlinearRaw]
```

Out[163]=

2.0128723×10^7

In[164]:=

```
qLinear[L, KlinearRaw]
```

Out[164]=

230.71452

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для трубы с бетонной изоляцией*:*

In[165]:=

```
Q[L, KlinearConcrete]
```

Out[165]=

2.0010942×10^7

In[166]:=

```
qLinear[L, KlinearConcrete]
```

Out[166]=

229.36451

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для трубы с ватной изоляцией:

In[167]:=

```
Q[L, KlinearMinWool]
```

Out[167]=

1.5299077×10^{7}

In[168]:=

```
qLinear[L, KlinearMinWool]
```

Out[168]=

175.35733

Произведем расчеты по другому:

In[169]:=

$$\text{qLinearAdditional}[k\_] := k*\pi*\left(\frac{\text{tLiquid1}+\text{tLiquid2}}{2}-\text{tAir}\right)$$

Запишем баланс энергий:
*Q=qLinear*L=G*cpAverage*(tLiquid1-tLiquid2)=π*
$*\left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * cpAverage * \rho Average * (tLiquid1 - tLiquid2)$,отсюда можно найти *L(m):*

In[170]:=

$$\text{Ladditional} = \text{First}\Big[\text{NSolveValues}\Big[\text{qLinearAdditional}[\text{KlinearMinWool}]*x == \pi*\left(\frac{d1}{2}\right)^2*w*\text{cpAverage}*\rho\text{Average}*(\text{tLiquid1}-\text{tLiquid2}),\ x\Big]\Big]$$

первый | значения для численного приближения решения уравнений

Out[170]=

86 069.209

Выразим *tLiquid2* из линейной плотности теплового потока как переменную *:*

In[171]:=

$$\text{Solve}\Big[k*\pi*\left(\frac{\text{tLiquid2asVariable}+\text{tLiquid1}}{2}-\text{tAir}\right)*x == \pi*\left(\frac{d1}{2}\right)^2*w*\text{cpAverage}*\rho\text{Average}*(\text{tLiquid1}-\text{tLiquid2asVariable}),\ \text{tLiquid2asVariable}\Big]$$

решить уравнения

Out[171]=

$$\left\{\left\{\text{tLiquid2asVariable}\to\frac{5.1452955\times10^{7}-282.74334\,k\,x}{343\,019.7+1.5707963\,k\,x}\right\}\right\}$$

In[172]:=

$$\text{tLiquid2asVariable}[k\_,x\_] := \frac{5.14529551881195\grave{}*10\text{^}7-282.7433388230814\grave{}*k*x}{343019.70125413\grave{}+1.5707963267948966\grave{}*k*x}$$

Теперь найдем температуры на выходе из трубы с бетонной изоляцией и трубы без изоляции.
Бетонная изоляция:

In[173]:=

```
tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, Ladditional]
```

Out[173]=

61.403125

Голая труба:

In[174]:=

```
tLiquid2asVariable[KlinearRaw, Ladditional]
```

Out[174]=

59.855107

Изобразим функциональные зависимости температуры жидкости в точке *χ*, где

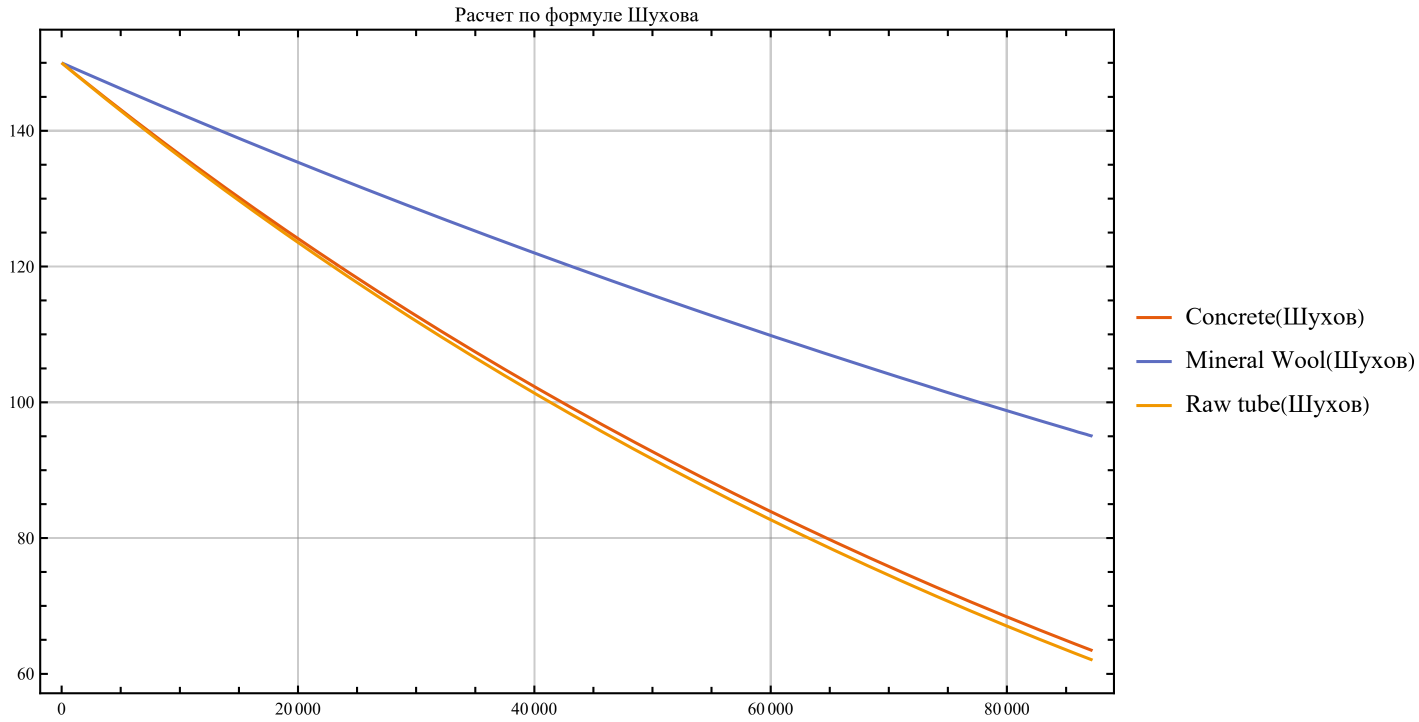
χ-обобщенное расстояние(от точки входа воды)

In[175]:=

```
Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool], t[χ, KlinearRaw]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Расчет по формуле Шухова", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete(Шухов)", "Mineral Wool(Шухов)", "Raw tube(Шухов)"},
 ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции | пометка графика | тематический стиль графика | легенды графика | размер изоб··· | круп··· | линии коорд··· | автоматический

Out[175]=

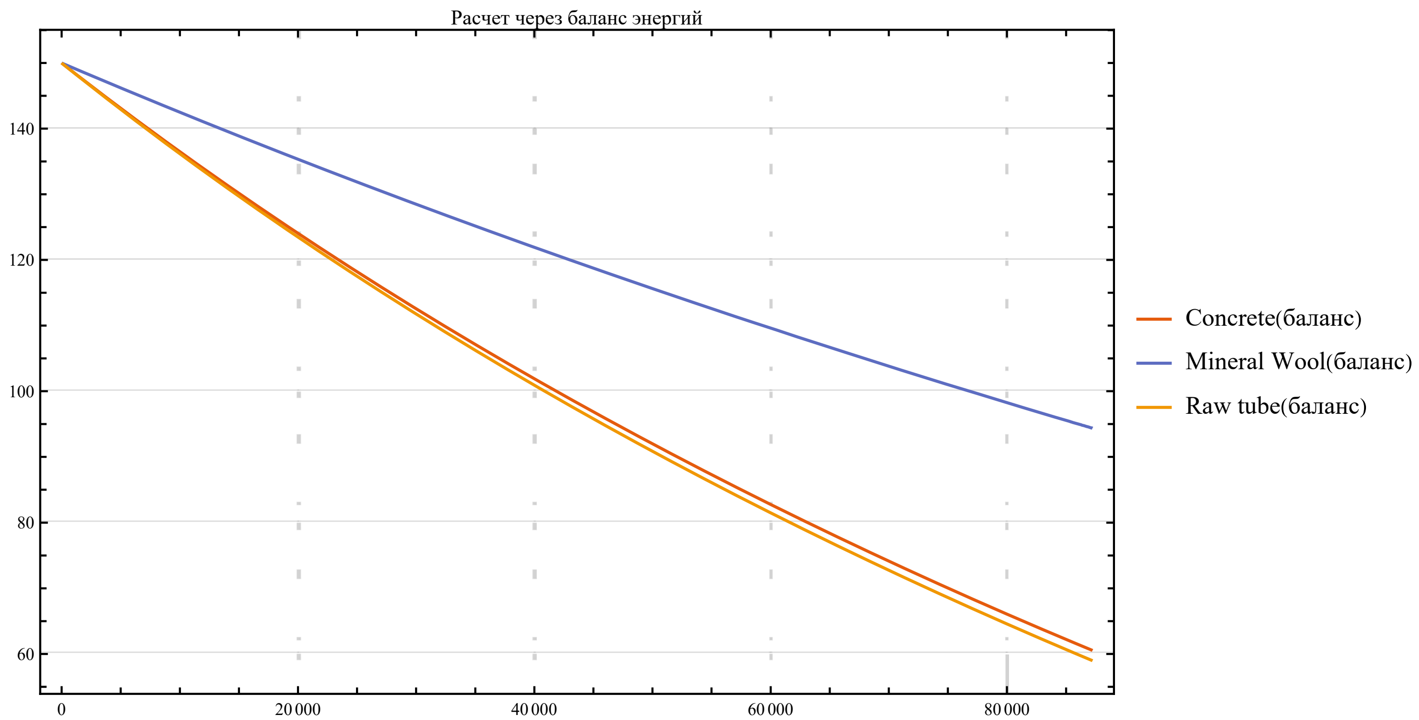


In[176]:=

```
Plot[{tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, χ], tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, χ],
  tLiquid2asVariable[KlinearRaw, χ]}, {χ, 0, L}, PlotLabel → "Расчет через баланс энергий",
 PlotTheme → "Scientific", PlotLegends → {"Concrete(баланс)", "Mineral Wool(баланс)", "Raw tube(баланс)"},
 ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции | пометка графика | тематический стиль графика | легенды графика | размер изоб··· | круп··· | линии коорд··· | автоматический

Out[176]=



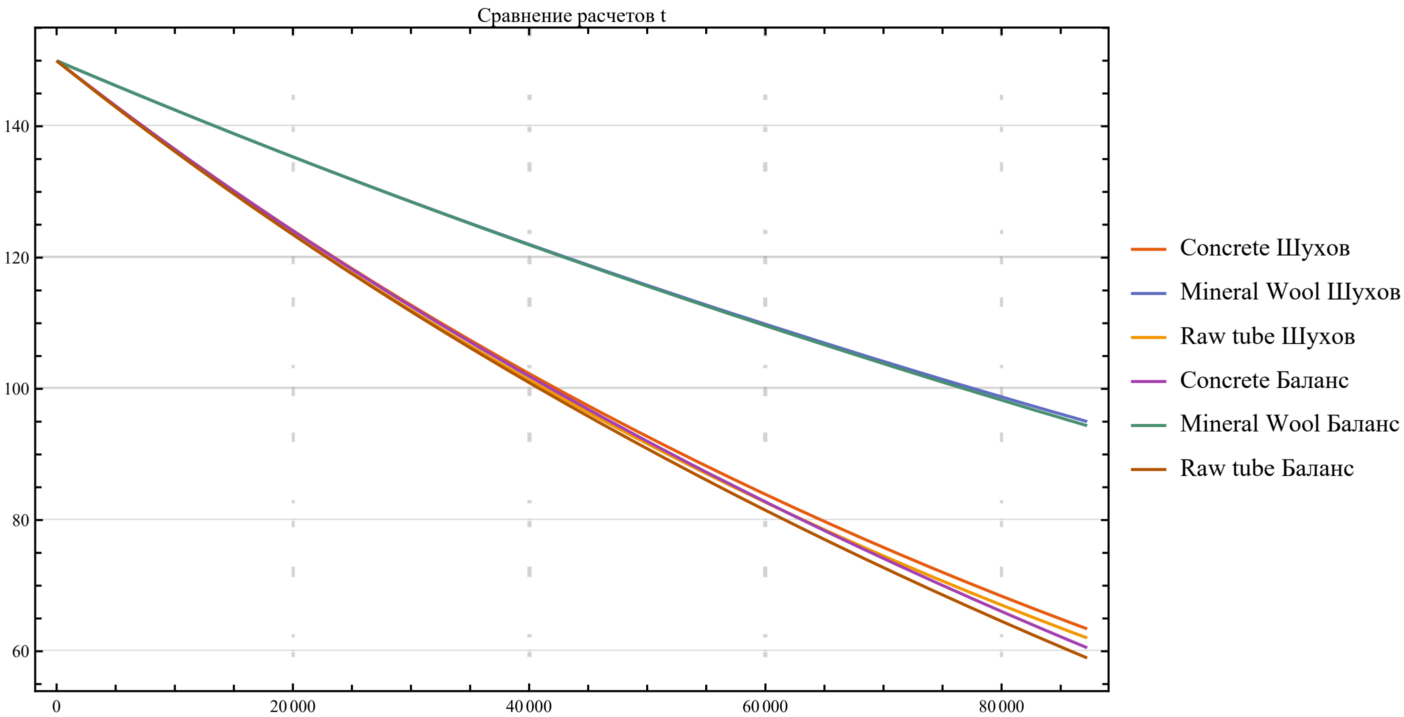
Сопоставим функции температур в одной системе координат:

In[177]:=

```
Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool],
 t[χ, KlinearRaw], tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, χ],
 tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, χ], tLiquid2asVariable[KlinearRaw, χ]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов t", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
  "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции; пометка графика; тематический стиль графика; легенды графика; размер изоб⋯; круп⋯; линии коорд⋯; автоматический

Out[177]=



Точно так же изобразим функции линейных плотностей тепловых потоков.
Для начала введем функцию линейной плотности теплового потока при расчете методом баланса энергий:

In[178]:=

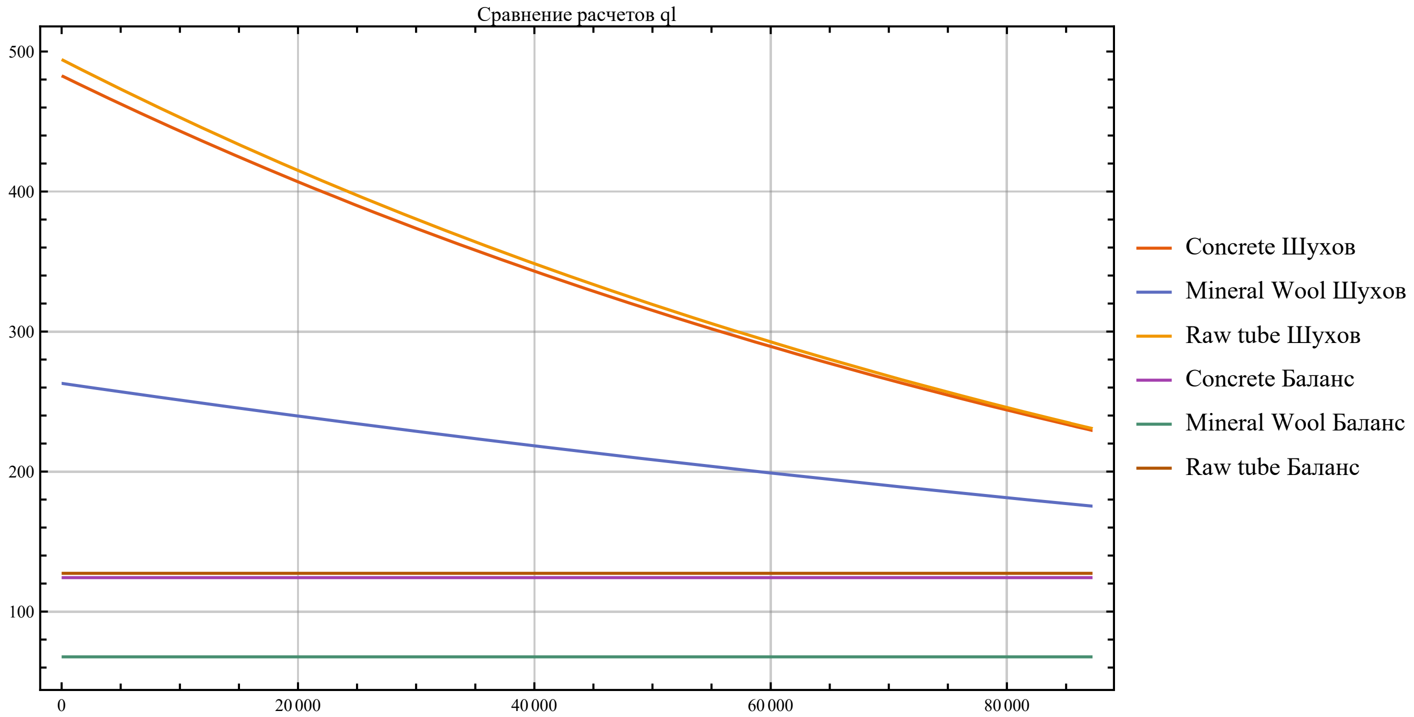
$$qLinearAdditionalFunction[k\_] := k * \pi * \left(\frac{tLiquid1 - tLiquid2}{2} - tAir\right)$$

Покажем графики линейных плотностей тепловых потоков в одной координатной плоскости *ql(W/m):*

In[179]:=

```
Plot[{qLinear[χ, KlinearConcrete], qLinear[χ, KlinearMinWool],
 график функции
  qLinear[χ, KlinearRaw], qLinearAdditionalFunction[KlinearConcrete],
  qLinearAdditionalFunction[KlinearMinWool], qLinearAdditionalFunction[KlinearRaw]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов ql", PlotTheme → "Scientific",
           пометка графика                  тематический стиль графика
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
 легенды графика
   "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
                                              размер изоб⋯ круп⋯  линии коорд⋯ автоматический
```

Out[179]=



Теперь построим поверхностные плотности тепловых потоков *qc* (W/m^2):

In[180]:=

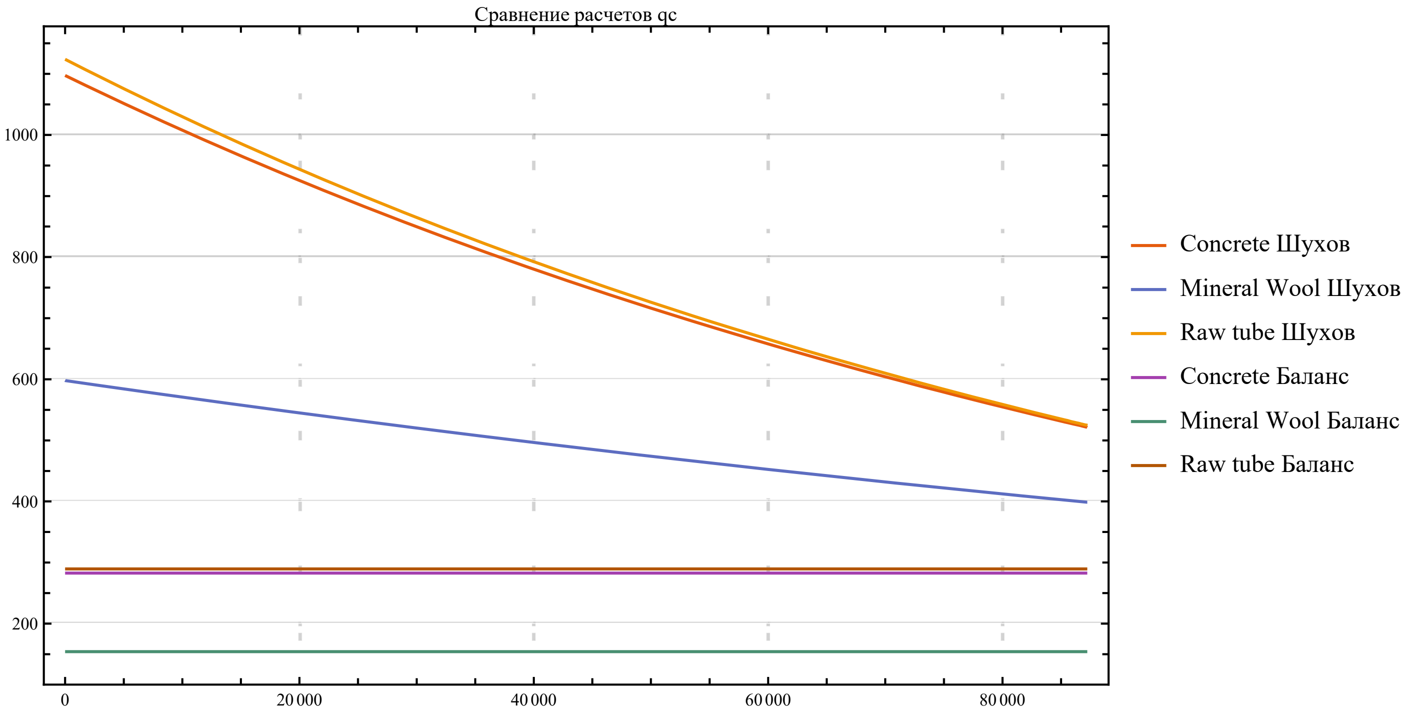
$$\text{qcShuhov}[x\_, k\_] := \frac{\text{qLinear}[x, k]}{\pi * \text{d1}}; \ \text{qcBalance}[k\_] := \frac{\text{qLinearAdditionalFunction}[k]}{\pi * \text{d1}};$$

In[181]:=

```
Plot[{qcShuhov[χ, KlinearConcrete], qcShuhov[χ, KlinearMinWool], qcShuhov[χ, KlinearRaw],
  qcBalance[KlinearConcrete], qcBalance[KlinearMinWool], qcBalance[KlinearRaw]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов qc", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
   "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции
пометка графика
тематический стиль графика
легенды графика
размер изоб⋯ круп⋯ линии коорд⋯ автоматический

Out[181]=



Найдем среднее значение линейной плотности теплового потока *(W/m)*:

In[182]:=

$$\text{qLinearAverageWithoutInsulation} = \frac{\text{qLinear}[0, \text{KlinearRaw}] + \text{qLinear}[L, \text{KlinearRaw}]}{2}$$

Out[182]=

362.49971

In[183]:=

$$\text{qLinearAverageConcreteInsulation} = \frac{\text{qLinear}[0, \text{KlinearConcrete}] + \text{qLinear}[L, \text{KlinearConcrete}]}{2}$$

Out[183]=

356.02304

In[184]:=

$$\text{qLinearAverageMinWoolInsulation} = \frac{\text{qLinear}[0, \text{KlinearMinWool}] + \text{qLinear}[L, \text{KlinearMinWool}]}{2}$$

Out[184]=

219.19667

Среднее значение температуры на поверхности труб:

In[185]:=

```
{twWithoutIns, twConcreteIns, twMinWoolIns} =
 Flatten[NSolveValues[{qLinearAverageWithoutInsulation == π * (twWithoutInsBUFFER - tAir)/(1/(α*d2)),
     qLinearAverageConcreteInsulation == π * (twConcreteInsBUFFER - tAir)/(1/(α*d3)),
     qLinearAverageMinWoolInsulation == π * (twMinWoolInsBUFFER - tAir)/(1/(α*d3))},
    {twWithoutInsBUFFER, twConcreteInsBUFFER, twMinWoolInsBUFFER}]]
```

уплостить | значения для численного приближения решения уравнений

Out[185]=

{45.097522, 40.334791, 19.068587}

In[186]:=

Учтем излучение

σ- константа Стефана – Больцмана($W / m^2 K^4$)

In[187]:=

```
σ = 5.671 * 10^-8;
```

Переведем температуры на поверхности труб и температуру воздуха в абсолютные единицы(Кельвины)

In[188]:=

```
TwWithoutIns = twWithoutIns + 273.15;
TwConcreteIns = twConcreteIns + 273.15;
TwMinWoolIns = twMinWoolIns + 273.15;
Tair = tAir + 273.15;
```

Найдем результирующую плотность потока излучения Eres(W / m^2):

In[189]:=

$$\text{EresMinWool} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwMinWoolIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$$

Out[189]=

129.32891

In[190]:=

$$\text{EresConcrete} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwConcreteIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$$

Out[190]=

236.65977

In[191]:=

$$\text{EresWithoutIns} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwWithoutIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$$

Out[191]=

263.89931

Найдем эквивалентный коэффициент теплоотдачи излучением αEqv ($W / m^2 K$):

In[192]:=

$$\alpha\text{EqvMinWool} = \frac{\text{EresMinWool}}{\text{TwMinWoolIns} - \text{Tair}}$$

Out[192]=

3.7961337

In[193]:=

$$\alpha\text{EqvConcrete} = \frac{\text{EresConcrete}}{\text{TwConcreteIns} - \text{Tair}}$$

Out[193]=

4.2768712

In[194]:=

$$\alpha EqvWithoutIns = \frac{EresWithoutIns}{TwWithoutIns - Tair}$$

Out[194]=

4.3911845

In[195]:=

$$MradMinWool = \frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * \mathrm{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda MinWool} * \mathrm{Log}\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvMinWool) * d3}$$

натуральный логарифм натуральный логарифм

Out[195]=

1.8590039

In[196]:=

$$MradConcrete = \frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * \mathrm{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda Concrete} * \mathrm{Log}\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvConcrete) * d3}$$

натуральный логарифм натуральный логарифм

Out[196]=

0.95163376

In[197]:=

$$MradWithoutIns = \frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * \mathrm{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvWithoutIns) * d3}$$

натуральный логарифм

Out[197]=

0.92398973

In[198]:=

$$P = \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * \rho Average * cpAverage$$

Out[198]=

109 186.56

In[199]:=

$$tLiquid2RadiationVariable[M\_, x\_] := \frac{2 * P * M * tLiquid1 + 2 * tAir * x - tLiquid1 * x}{x + 2 * P * M}$$

Линейная плотность потока излучения для трубы с ватной изоляцией:

In[200]:=

$$qLinearRadiationMinWool[x\_] := \pi * \frac{\left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, x]}{2} - tAir\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * \mathrm{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda Concrete} * \mathrm{Log}\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvMinWool) * d3}}$$

Из баланса энергий найдем длину трубы:

In[201]:=

$$LwithRadiation = \mathrm{First}\left[\mathrm{NSolveValues}\left[\frac{\left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2}{2} - tAir\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * \mathrm{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda Concrete} * \mathrm{Log}\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvMinWool) * d3}} * Len == \pi * \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * \rho Average * cpAverage * (tLiquid1 - tLiquid2), Len\right]\right]$$

первый значения для численного приближенного решения уравнений

Out[201]=

132 026.28

Линейная плотность потока излучения трубы с ватной изоляцией:*(W/m)*

In[202]:=

qLinearRadiationMinWool[LwithRadiation]

Out[202]=

406.50287

Для трубы без изоляции : (W / m)

In[203]:=

$$\text{qLinearRadiationWithoutIns}[x\_] := \pi * \frac{\left(\frac{\text{tLiquid1}+\text{tLiquid2RadiationVariable}[\text{MradWithoutIns},x]}{2} - \text{tAir}\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \text{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{(\alpha+\alpha\text{EqvWithoutIns}) * d3}}$$

In[204]:=

```
qLinearRadiationWithoutIns[LwithRadiation]
```

Out[204]=

339.11393

In[205]:=

```
tLiquid2RadiationVariableWithoutIns = tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, LwithRadiation]
```

Out[205]=

19.47703

Для трубы с изоляцией из бетона:

In[206]:=

$$\text{qLinearRadiationConcrete}[x\_] := \pi * \frac{\left(\frac{\text{tLiquid1}+\text{tLiquid2RadiationVariable}[\text{MradConcrete},x]}{2} - \text{tAir}\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \text{Log}\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda\text{Concrete}} * \text{Log}\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha+\alpha\text{EqvConcrete}) * d3}}$$

In[207]:=

```
qLinearRadiationConcrete[LwithRadiation]
```

Out[207]=

333.09007

In[208]:=

```
tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, LwithRadiation]
```

Out[208]=

21.795579

Рассчитаем потери теплоты:

In[209]:=

```
QradConcrete[x_] := qLinearRadiationConcrete[x] * x;
QradMinWool[x_] := qLinearRadiationMinWool[x] * x;
QradWithoutIns[x_] := qLinearRadiationWithoutIns[x] * x;
```

Потери теплоты в трубе с бетонной изоляцией:(W)

In[212]:=

```
QradConcrete[LwithRadiation]
```

Out[212]=

4.3976642×10^{7}

Потери теплоты в трубе с ватной изоляцией:(W)

In[213]:=

```
QradMinWool[LwithRadiation]
```

Out[213]=

5.3669061×10^{7}

In[214]:=

```
QradWithoutIns[LwithRadiation]
```

Out[214]=

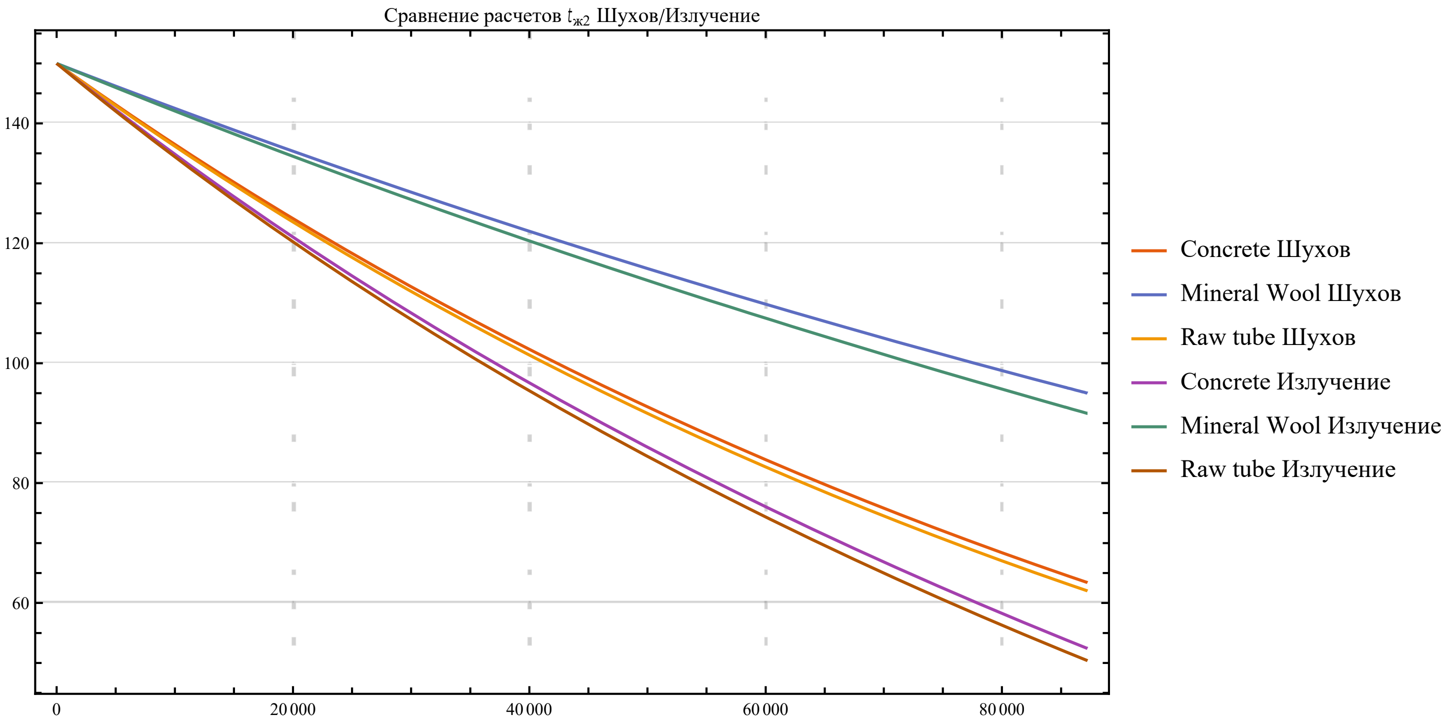
4.477195×10^{7}

Сравним расчеты температуры(Шухов/Излучение):

In[215]:=

```
Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool], t[χ, KlinearRaw],
график функции
  tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, χ], tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, χ],
  tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, χ]}, {χ, 0, L},
 PlotLabel → "Сравнение расчетов tж2 Шухов/Излучение", PlotTheme → "Scientific",
 пометка графика                                      тематический стиль графика
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Излучение",
 легенды графика
   "Mineral Wool Излучение", "Raw tube Излучение"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
                                                    размер изоб··· круп···  линии коорд··· автоматический
```

Out[215]=

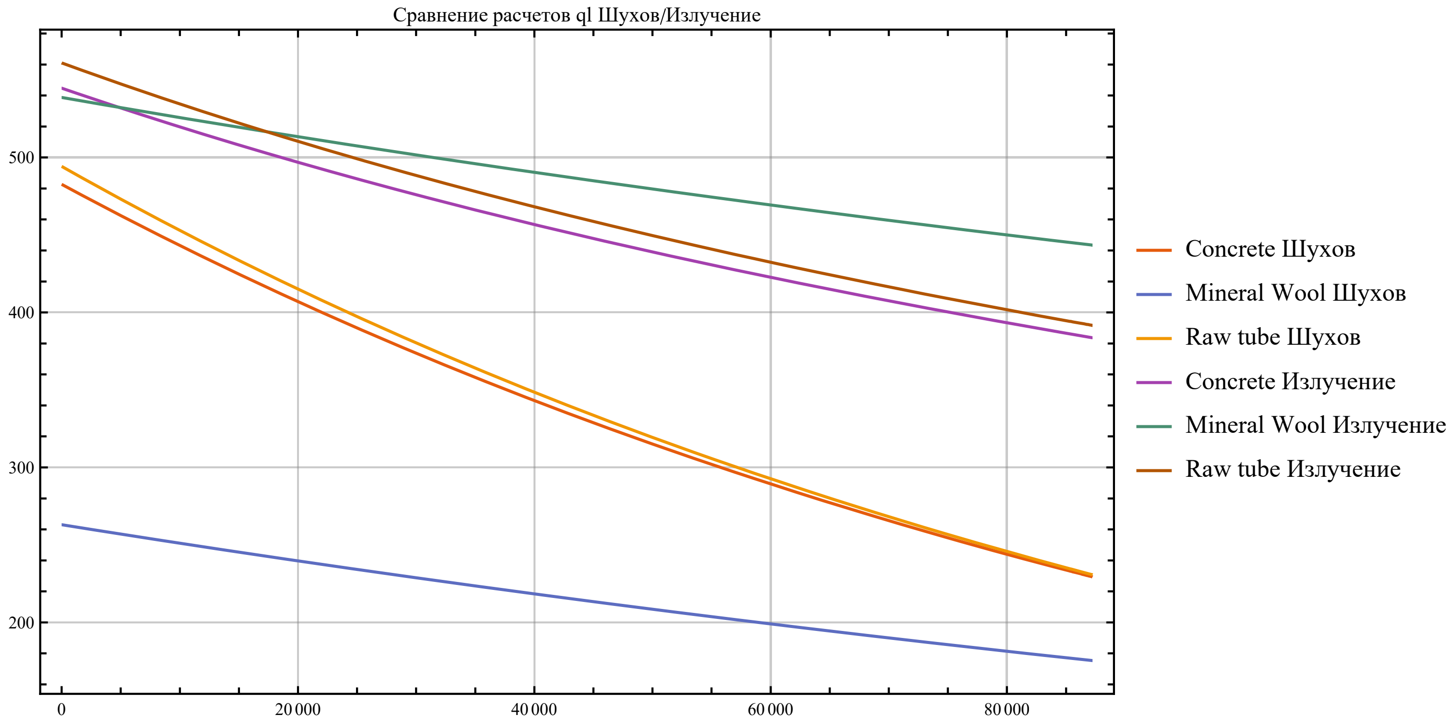


Сравним расчеты линейной плотности потоков тепла/излучения(Шухов/Излучение):

In[216]:=

```
Plot[{qLinear[χ, KlinearConcrete], qLinear[χ, KlinearMinWool], qLinear[χ, KlinearRaw],
  qLinearRadiationConcrete[χ], qLinearRadiationMinWool[χ], qLinearRadiationWithoutIns[χ]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов ql Шухов/Излучение", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Излучение",
   "Mineral Wool Излучение", "Raw tube Излучение"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

Out[216]=



Соберем все результаты выше воедино.

Способ основанный на формуле Шухова.
Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[217]:=

```
t[L, KlinearConcrete]
```

Out[217]=

63.406028

In[218]:=

```
t[L, KlinearMinWool]
```

Out[218]=

95.

In[219]:=

```
t[L, KlinearRaw]
```

Out[219]=

62.016098

Тепловой поток(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[220]:=

```
Q[L, KlinearConcrete]
```

Out[220]=

2.0010942×10^7

In[221]:=

```
Q[L, KlinearMinWool]
```

Out[221]=

1.5299077×10^7

In[222]:=
```
Q[L, KlinearRaw]
```
Out[222]=
2.0128723×10^7

Способ основанный на методе баланса энергии.
Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции).

In[223]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, Ladditional]
```
Out[223]=
61.403125

In[224]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, Ladditional]
```
Out[224]=
95.

In[225]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearRaw, Ladditional]
```
Out[225]=
59.855107

Тепловой поток(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[226]:=
```
Qadditional[k_, x_] := qLinear[x, k] * x;
```
In[227]:=
```
Qadditional[KlinearConcrete, Ladditional]
```
Out[227]=
1.9940196×10^7

In[228]:=
```
Qadditional[KlinearMinWool, Ladditional]
```
Out[228]=
1.5175577×10^7

In[229]:=
```
Qadditional[KlinearRaw, Ladditional]
```
Out[229]=
2.0062398×10^7

Способ с учетом излучения.Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[230]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, LwithRadiation]
```
Out[230]=
21.795579

In[231]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, LwithRadiation]
```
Out[231]=
69.014744

In[232]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, LwithRadiation]
```
Out[232]=
19.47703

Поток излучения(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[233]:=
```
QradConcrete[LwithRadiation]
```
Out[233]=
4.3976642×10^7

In[234]:=

```
QradMinWool[LwithRadiation]
```

Out[234]=

5.3669061×10^{7}

In[235]:=

```
QradWithoutIns[LwithRadiation]
```

Out[235]=

4.477195×10^{7}

Найдем критический диаметр при бетонной и ватной изоляциях

In[236]:=

```
d2 // N
```

численное приближение

Out[236]=

0.15

In[237]:=

$$dCriticalConcrete = d2 + \frac{2\,\lambda Concrete}{\alpha}$$

Out[237]=

0.35

In[238]:=

$$dCriticalMinWool = d2 + \frac{2\,\lambda MinWool}{\alpha}$$

Out[238]=

0.15546875

Вывод: Тепло от теплоносителя лучше всего сохраняет труба с ватной изоляцией. На втором месте бетон. На почетном третьем- труба без изоляции

Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Глаголев Я.О.

Группа: ТФ-13-22

Задача № 2

Задача 2.

Масло марки трансформаторное, протекая через бак с расходом 1 т/ч, нагревается в нём от температуры 25°С до температуры 70°С. Греющим теплоносителем является водяной пар, имеющий начальную степень сухости 0,8, который конденсируется в горизонтальных змеевиках до степени сухости 0,05 при давлении P = 2250 мм.рт.ст, смонтированных внутри бака. Для снижения тепловых потерь бак покрыт слоем тепловой изоляции. Требуется определить величину поверхности змеевиков F_1, м^2, и расход греющего пара G_1, кг/с.Для расчёта заданы следующие величины: коэффициент теплоотдачи от пара к внутренней стенке поверхности змеевиков 4 кВт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от наружной стенки поверхности змеевиков к маслу 130 Вт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от масла к стенкам бака 50 Вт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от изоляции бака к воздуху 14 Вт/(м^2 К); температура окружающего воздуха 15°С; толщина стенки бака 4 мм; толщина изоляции бака 60 мм; поверхность бака 6 м^2. Бак изготовлен из стали марки нержавеющая, для тепловой изоляции использован(а) шлак доменный. **Тепловые потери определить как при постоянной теплопроводности изоляции, используя температуру окружающего воздуха, так и с учетом её зависимости от температуры. Сравнить результаты.** Термическим сопротивлением стенки змеевиков пренебречь, изменением внешней поверхности бака из-за его изоляции пренебречь, применить формулы для теплопередачи через плоскую стенку.

Введем исходные данные(про вещества):

Масло МК, теплоноситель- водяной пар, сталь нержавеющая

Расход масла G2(kg/s); Температура масла начальная tm1 и конечная tm2 (°C); начальная и конечная степени сухости водяного пара X1 и X2 соответственно; давление в змеевиках P (MPa); коэффициент теплоотдачи от пара к внутренней стенке поверхности змеевиков $\alpha1(W/m^2 K)$;коэффициент теплоотдачи от наружной стенки поверхности змеевиков к маслу $\alpha2(W/m^2 K)$;коэффициент теплоотдачи от масла к стенкам бака $\alpha3(W/m^2 K)$;коэффициент теплоотдачи от изоляции бака к воздуху $\alpha4(W/m^2 K)$;температура окружающего воздуха *tAir*(°C); толщина стенки бака δ(m); толщина изоляции стенки бака δIsolation(m);площадь поверхности бака Fsurf (m^2).

Изоляция- шлак доменный:

Коэффициент теплопроводности изоляции как функция от температуры: λIsolation(t)=0.15 + 0.000262*t$(W/m K)$

Коэффициент теплопроводности стали как функция от температуры *λSteel=14.4 + 0.016t* $(W/m K)$

```
In[13]:= G2 = 1 / 3.6;
tm1 = 25;
tm2 = 70;
X1 = 0.8;
X2 = 0.05;
P = 0.3;
α1 = 4000;
α2 = 130;
α3 = 50;
α4 = 14;
tAir = 15;
δ = 0.004;
δIsolation = 0.06;
Fsurf = 6;
λIsolation[t_] := 0.15 + 0.000262 * t; λSteel[t_] := 14.4 + 0.016 * t;
```

In[14]:=

Найдем удельную теплоемкость $cpm\left(\frac{J}{kg*K}\right)$ масла из значения его средней температуры tmAverage (°C). Воспользуемся таблицей задачника по тепломассообмену Цветкова и Керимова

In[15]:= $tmAverage = \frac{tm1 + tm2}{2}$ // N
численно

Out[15]=

47.5

In[16]:= cpm = 1825;

Найдем температуру tVapor(°C)и удельную теплоту парообразования водяного пара $r\left(\frac{kJ}{kg}\right)$ при P=0.333 MPa. Воспользуемся NIST REFPROP 10.0

	Temperature (K)	Pressure (MPa)	Liquid Density (kg/mі)	Vapor Density (kg/mі)	Liquid Enthalpy (kJ/kg)	Vapor Enthalpy (kJ/kg)	Liquid Entropy (kJ/kg-K)	Vapor Entropy (kJ/kg-K)
1	410.27	0.33300	928.69	1.8206	576.80	2729.7	1.7093	6.9568
2								

Отсюда tVapor в градусах Цельсия:

In[17]:= tVapor = 410.27 - 273.15

Out[17]=

137.12

r=hVapor- hLiquid, где *h*-удельная энтальпия

In[18]:= r = 2729.7 - 576.8

Out[18]=

2152.9

Найдем тепловой поток создаваемый маслом *Qm(W):*

In[19]:= Qm = G2 * cpm * (tm2 - tm1)

Out[19]=

22 812.5

Запишем плотность теплового потока через стенки бака всеми возможными вариантами и найдем температуры стенок и саму плотность теплового потока $q(W/m^2)$

$q=\frac{tw2-tw3}{\frac{\delta Isolation}{\lambda Isolation\left(\frac{tw2+tw3}{2}\right)}}=\frac{tw1-tw2}{\frac{\delta}{\lambda Steel\left(\frac{tw1+tw2}{2}\right)}}=\alpha3(tmAverage - tw1)=\alpha4(tw3- tAir)$, где tw1-температура 1-ой стенки(°C) , tw2- второй(°C), tw3- третьей(°C).

In[20]:= {tw1, tw2, tw3, q} = Last[NSolveValues[
пос··· значения для численного приближения решения уравнений

$$\left\{qBUFFER == \frac{tw2BUFFER - tw3BUFFER}{\frac{\delta Isolation}{\lambda Isolation\left[\frac{tw2BUFFER+tw3BUFFER}{2}\right]}},\ qBUFFER == \frac{tw1BUFFER - tw2BUFFER}{\frac{\delta}{\lambda Steel\left[\frac{tw1BUFFER+tw2BUFFER}{2}\right]}},\ qBUFFER == \alpha3 * (tmAverage - tw1BUFFER),\ qBUFFER == \alpha4 * (tw3BUFFER - tAir)\right\}$$

, {tw1BUFFER, tw2BUFFER, tw3BUFFER, qBUFFER}, Reals]]
множество действительных чисел

Out[20]=

{46.116672, 46.098395, 19.940459, 69.166419}

Найдем тепловые потери через стенки бака: *Qlost(W):*

In[21]:= `Qlost = q * Fsurf`

Out[21]= 414.99851

Найдем тепло которое получается от теплоносителя: *Qreceived(W)*

In[22]:= `Qreceived = Qlost + Qm`

Out[22]= 23 227.499

В изобраном процессе(а в теплообменниках он таким и является) удельная теплота получаемая от водяного пара в трубе равна разности энтальпий qVapor=h1-h2,где h1 соответствует энтальпии при степени сухости X1, а h2 степени сухости X2.
Через REFPROP находим значение энтальпии влажного пара при P=0.333MPa liquid enthalpy (kJ/kg)

	Temperature (K)	Pressure (MPa)	Liquid Density (kg/mi)	Vapor Density (kg/mi)	Liquid Enthalpy (kJ/kg)	Vapor Enthalpy (kJ/kg)	Liquid Entropy (kJ/kg-K)	Vapor Entropy (kJ/kg-K)
1	410,27	0,33300	928,69	1,8206	576,80	2729,7	1,7093	6,9568
2								

In[23]:= `hOnePrime = 576.8;`

Энтальпия h1 (kJ/kg) при степени сухости X1

In[24]:= `h1 = hOnePrime + X1 * r`

Out[24]= 2299.12

Энтальпия h2 (kJ/kg) при степени сухости X2

In[25]:= `h2 = hOnePrime + X2 * r`

Out[25]= 684.445

Удельная теплота получаемая от водяного пара в трубе qVapor(J/kg)

In[26]:= $qVapor = (h1 - h2) * 10^3$

Out[26]= 1.614675×10^6

Найдем расход теплоносителя(водяного пара) G1 (kg/s)

In[27]:= $G1 = \frac{Qreceived}{qVapor}$

Out[27]= 0.014385247

Найдем плотность теплового потока через змеевик qSnake(W / m^2)

In[28]:= $qSnake = \frac{(tVapor - tmAverage)}{\frac{1}{\alpha 1} + \frac{1}{\alpha 2}}$

Out[28]= 11 283.874

Найдем площадь поверхности змеевика Fsnake (m^2)

In[29]:= $Fsnake = \frac{Qreceived}{qSnake}$

Out[29]= 2.0584684

Теперь мы проведем те же самые расчеты,но положим λIsolation-const ($W/m^2 K$), а не как функцию от температуры

In[30]:= λIsolationConst = λIsolation[0]

Out[30]= 0.15

Так же решим систему из четырех уравнений для поиска температур стенок и плотности теплового потока:

In[31]:= {tw1Secondary, tw2Secondary, tw3Secondary, qSecondary} =

$$\text{Last}\Big[\text{NSolveValues}\Big[\Big\{qSecondaryBUFFFER == \frac{tw2SecondaryBUFFFER - tw3SecondaryBUFFFER}{\frac{\delta Isolation}{\lambda IsolationConst}},$$

пос··· значения для численного приближения решения уравнений

$$qSecondaryBUFFFER == \frac{tw1SecondaryBUFFFER - tw2SecondaryBUFFFER}{\frac{\delta}{\lambda Steel\left[\frac{tw1SecondaryBUFFFER+tw2SecondaryBUFFFER}{2}\right]}}, qSecondaryBUFFFER ==$$

$$\alpha 3 * (tmAverage - tw1SecondaryBUFFFER), qSecondaryBUFFFER == \alpha 4 * (tw3SecondaryBUFFFER - tAir),$$

tw1SecondaryBUFFFER > 0, tw2SecondaryBUFFFER > 0, tw3SecondaryBUFFFER > 0, qSecondaryBUFFFER > 0},

{tw1SecondaryBUFFFER, tw2SecondaryBUFFFER, tw3SecondaryBUFFFER, qSecondaryBUFFFER}, Reals]]

множество действительных чи

Out[31]= {46.178036, 46.160572, 19.721299, 66.098182}

Найдем тепловые потери через стенки бака: *QlostSecondary(W):*

In[32]:= QlostSecondary = qSecondary * Fsurf

Out[32]= 396.58909

Найдем тепло которое получается от теплоносителя: *QreceivedSecondary(W)*

In[33]:= QreceivedSecondary = QlostSecondary + Qm

Out[33]= 23 209.089

Расход теплоносителя *G1Secondary(kg/s):*

In[34]:= $G1Secondary = \frac{QreceivedSecondary}{qVapor}$

Out[34]= 0.014373846

Плотность теплового потока через змеевик *qSnakeSecondary* (W/m^2)

In[35]:= $qSnakeSecondary = \frac{(tVapor - tmAverage)}{\frac{1}{\alpha 1} + \frac{1}{\alpha 2}}$

Out[35]= 11 283.874

Найдем площадь поверхности змеевика FsnakeSecondary (m^2)

In[36]:= $\text{FsnakeSecondary} = \dfrac{\text{QreceivedSecondary}}{\text{qSnakeSecondary}}$

Out[36]=

2.0568369

Найдем отличия двух способов решения: λIsolation- const и λIsolation=f(t):
Сравним теплопотери через стенки бака,расходы теплоносителя и площади поверхности змеевика и найдем абсолютные/относительные погрешности

In[37]:= ΔQlost = Abs[Qlost - QlostSecondary]
абсолютное значение

Out[37]=

18.40942

In[38]:= $\delta\text{Qlost} = \dfrac{\Delta\text{Qlost}}{\text{Qlost}}$

Out[38]=

0.044360207

In[39]:= ΔG1 = Abs[G1 - G1Secondary]
абсолютное значение

Out[39]=

0.000011401316

In[40]:= $\Delta\text{G1} = \dfrac{\Delta\text{G1}}{\text{G1}}$

Out[40]=

0.00079257007

In[41]:= ΔFsnake = Abs[Fsnake - FsnakeSecondary]
абсолютное значение

Out[41]=

0.0016314805

In[42]:= $\delta\text{F} = \dfrac{\Delta\text{Fsnake}}{\text{Fsnake}}$

Out[42]=

0.00079257007

Вывод *:* Отличия существуют, погрешность присутствует, но если нужно сделать расчеты быстро то это пренебрежимо,поэтому функциональной зависимостью *λIsolation(t)* можно пренебречь и брать коэффициент теплопроводности *λIsolation* как *const*

Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Глаголев Я.О.

Группа: ТФ-13-22

Задача № 3

Задача 3.

Цилиндрическую заготовку радиусом r=40 см и длиной L=0,6 м, с начальной температурой t_0=650°C поместили в охладительный бассейн с температурой жидкости $t_ж$=20°C, в котором она начала охлаждаться при постоянном коэффициенте теплоотдачи α=80 Вт/(м^2 К). Свойства материала заготовки: марка - Дюралюминий, плотность - 2787 кг/м^3, удельная теплоёмкость - 833 Дж/(кг К), теплопроводность - 164 Вт/(м К).

Рассчитать температурное поле в цилиндре как функцию радиуса r (мм) и линейной координаты x (мм) в момент времени τ_1=5 мин от начала охлаждения, результаты вычислений свести в таблицы, построить графики $t(x, 0, \tau_1)$, $t(x, r_0, \tau_1)$, $t(0, r, \tau_1)$, $t(L/2, r, \tau_1)$.

Рассчитать температуру в центре цилиндра и на глубине 0,2d от поверхности как функцию времени; для стадии регулярного режима охлаждения вычислить, имитируя эксперимент, темп охлаждения цилиндра и температуропроводность материала заготовки.

Вычислить количество теплоты, отданной цилиндром за время охлаждения от его начала, до момента τ_1.

Введем исходные данные:

In[146]:=

```
d0 = UnitConvert[Quantity[400, "Millimeters"], "Meters"];

r0 = d0 / 2;
L = Quantity[0.6, "Meters"];
t0 = Quantity[650, "DegreesCelsius"];
tLiquid = Quantity[20, "DegreesCelsius"];
α = Quantity[80, "Watts" / ("Meters"^2 * "Kelvins")];
ρ = Quantity[2787, "Kilograms" / "Meters"^3];
cp = Quantity[833, "Joules" / ("Kilograms" * "Kelvins")];
λ = Quantity[164, "Watts" / ("Meters" * "Kelvins")];
τ1 = UnitConvert[Quantity[5, "Minutes"], "Seconds"];
```

Найдем коэффициент температуропроводности a:

In[152]:=

```
a = UnitConvert[N[λ / (cp * ρ)], "Meters"^2 / "Seconds"]
```

Out[152]=

0.00007064182 m^2/s

Числа Био по радиальному(BiRadial) и вертикальному(BiVertical) направлениям:

In[153]:=

$$\text{BiRadial} = N\left[\frac{\alpha * r0}{\lambda}\right]$$

численное п

Out[153]=

0.097560976

In[154]:=

$$\text{BiVertical} = N\left[\frac{\left(\alpha * \frac{L}{2}\right)}{\lambda}\right]$$

численное при

Out[154]=

0.14634146

Числа Фурье по радиальному(FoRadial) и вертикальному(FoVertical) направлениям:

In[155]:=

$$\text{FoRadial} = \frac{a * \tau 1}{(r0)^2}$$

Out[155]=

0.52981365

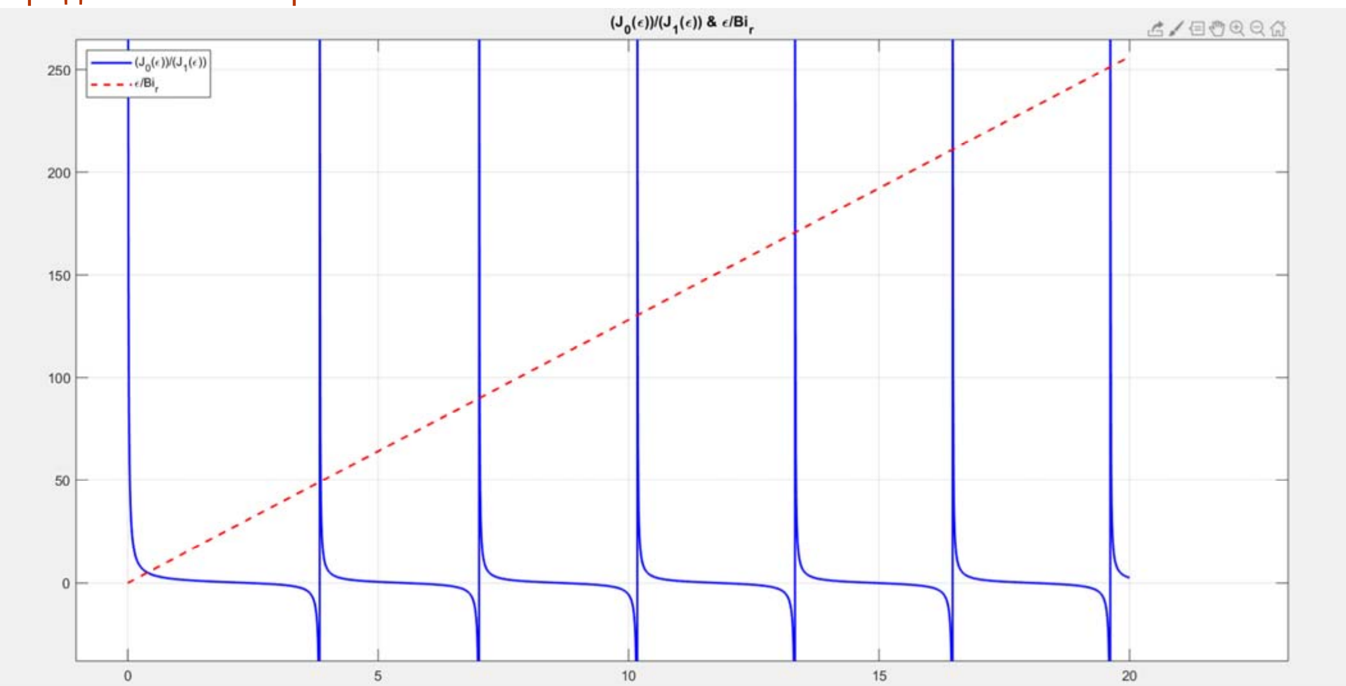
In[156]:=

$$\text{FoVertical} = \frac{a * \tau 1}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

Out[156]=

0.23547273

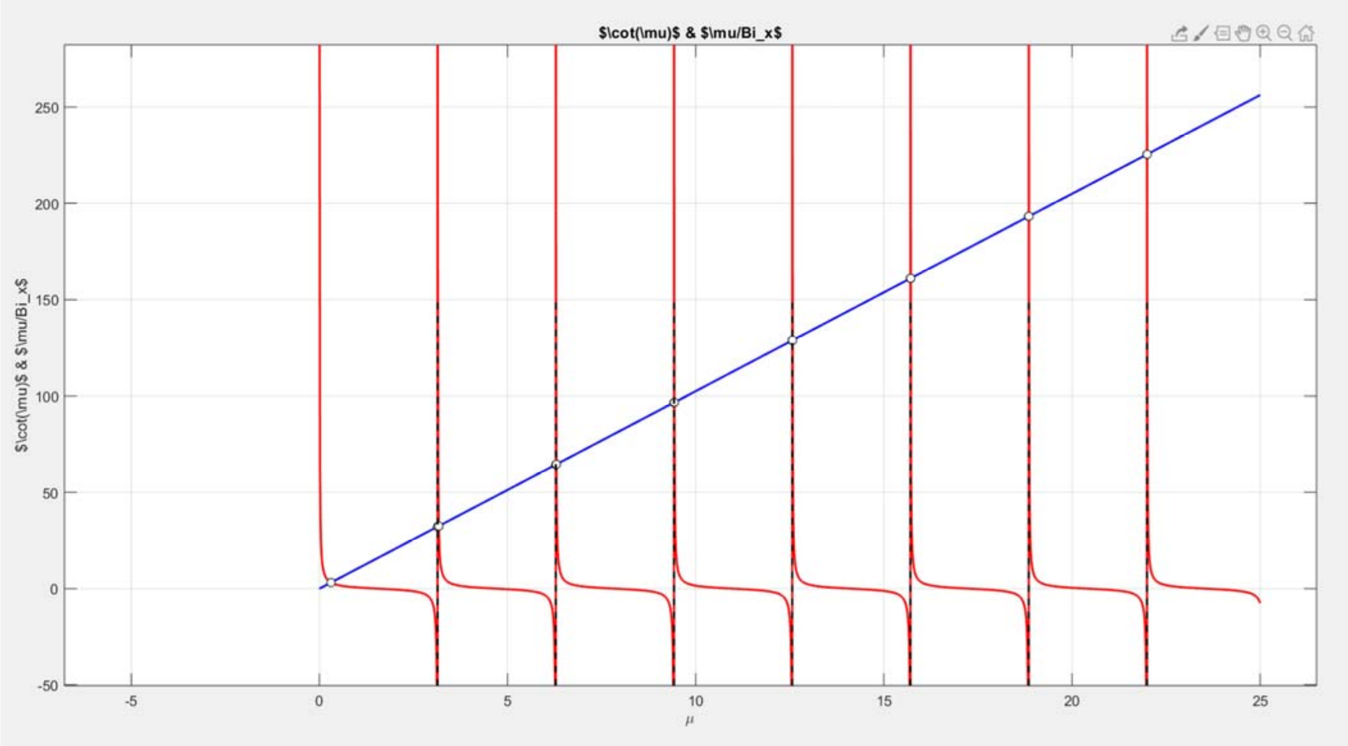
Приступим к поиску корней характеристического уравнения(MATLAB) в радиальном направлении:



In[157]:=

```
ϵ = {0.4364 , 3.8571 , 7.0295 , 10.1831 , 13.3310 , 16.4766 , 19.6208};
```

В вертикальном направлении:



In[158]:=

```
μ = {0.3735  , 3.1875 ,  6.3064  , 9.4403,  12.5780,  15.7173  , 18.8573};
```

Найдем функцию распределения температуры в радиальном направлении:

In[159]:=

```
ΘRadial[r_, τ_] := Total[ (2 * BesselJ[1, ϵ]) / (ϵ * (BesselJ[0, ϵ] + BesselJ[1, ϵ]^2)) *
    BesselJ[0, ϵ * r / QuantityMagnitude[r0]] * Exp[-ϵ^2 * QuantityMagnitude[a] * τ / QuantityMagnitude[r0]^2]];
```

суммировать | функция Бесселя J | показате… | модуль размерной величины

In[160]:=

```
ΘRadial[0, 0]
```

Out[160]=

```
0.99930486
```

In[161]:=

```
tRadial[r_, τ_] = tLiquid + (t0 - tLiquid) * ΘRadial[r, τ];
```

Найдем температуру на оси цилиндра в момент времени $\tau = 0$

In[162]:=

```
tRadial[0, 0]
```

Out[162]=

```
922.71206 K
```

In[163]:=

```
UnitConvert[tRadial[0, 0], "DegreesCelsius"]
```

преобразовать единицы измерений

Out[163]=

```
649.56206 °C
```

Найдем функцию распределения температуры в вертикальном направлении:

In[164]:=

```
ΘVertical[x_, τ_] :=
  Total[ (2 * Sin[μ]) / (μ + Sin[μ] * Cos[μ]) * Cos[μ * x / QuantityMagnitude[L / 2]] * Exp[-μ^2 * (QuantityMagnitude[a] * τ) / QuantityMagnitude[(L/2)^2]]]
```

суммировать | косинус | показательная функция

In[165]:=
```
ΘVertical[0, 0]
```
Out[165]=
```
1.0003264
```
In[166]:=
```
tVertical[x_, τ_] := tLiquid + (t0 - tLiquid) * ΘVertical[x, τ];
```

Найдем температуру в центре цилиндра в момент времени $\tau = 0$

In[167]:=
```
tVertical[0, 0]
```
Out[167]=
```
923.35564 K
```
In[168]:=
```
UnitConvert[tVertical[0, 0], "DegreesCelsius"]
```
преобразовать единицы измерений

Out[168]=
```
650.20564 °C
```

Найдем функцию распределения температурного поля в цилиндре t(x,r,τ)

In[169]:=
```
Θ3D[x_, r_, τ_] := ΘVertical[x, τ] * ΘRadial[r, τ];
```
In[170]:=
```
t[x_, r_, τ_] := tLiquid + (t0 - tLiquid) * Θ3D[x, r, τ];
```

Начнем расчет температурного поля
Сначала для r=0:

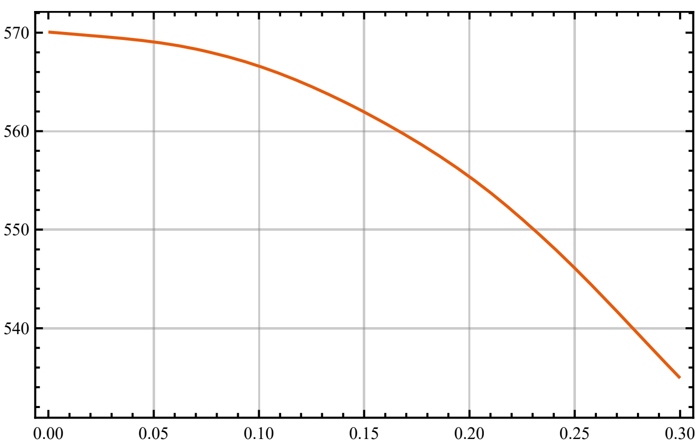
In[171]:=
```
Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L / 2, 3 * L / 8, L / 4, L / 8, 0}}] // MatrixForm
```
таблиц··· числ··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины матричная форма

Out[171]//MatrixForm=

0.3 m	534.926 °C
0.225 m	551.06423 °C
0.15 m	561.94858 °C
0.075 m	568.09219 °C
0.	570.05995 °C

In[172]:=
```
ListLinePlot[
 Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L / 2, 3 * L / 8, L / 4, L / 8, 0}}],
 InterpolationOrder → 2, PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```
линейный график данных таблиц··· числ··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины порядок интерполяции тематический стиль графика линии коорд··· автоматический

Out[172]=



In[173]:=

Теперь для r=r0

In[174]:=

```
Table[{ N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r0], QuantityMagnitude[τ1]],
 таблиц··· числ··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L / 2, 3 * L / 8, L / 4, L / 8, 0}}] // MatrixForm
                                                          матричная форма
```

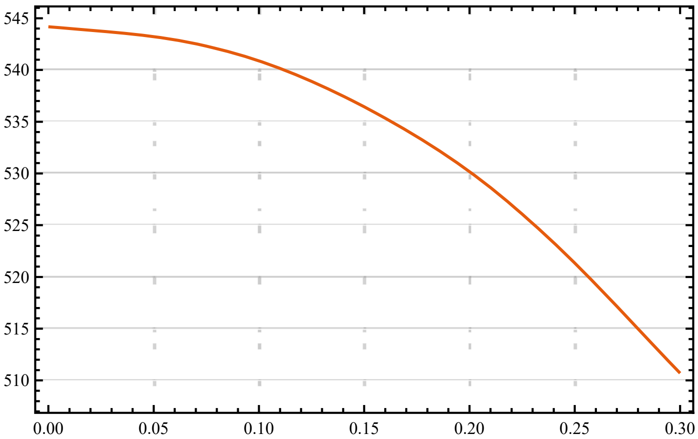
Out[174]//MatrixForm=

0.3 m	510.69609 °C
0.225 m	526.07494 °C
0.15 m	536.44712 °C
0.075 m	542.30165 °C
0.	544.17681 °C

In[175]:=

```
ListLinePlot[
линейный график данных
 Table[{ N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r0], QuantityMagnitude[τ1]],
 таблиц··· числ··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L / 2, 3 * L / 8, L / 4, L / 8, 0}}],
 InterpolationOrder → 2, PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
 порядок интерполяции   тематический стиль графика   линии коорд··· автоматический
```

Out[175]=



Теперь для x=0

In[176]:=

```
Table[{ N[r], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]],
 таблиц··· числ··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины

    "DegreesCelsius"]}, {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}] // MatrixForm
                            расположить в обратном порядке             матричная форма
```

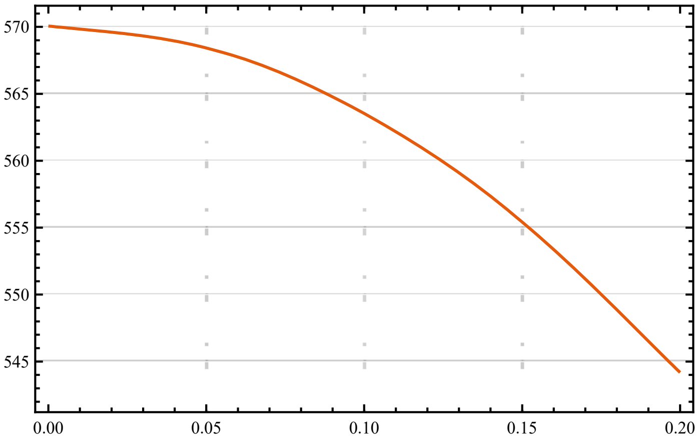
Out[176]//MatrixForm=

0.2 m	544.17681 °C
0.15 m	555.42327 °C
0.1 m	563.52991 °C
0.05 m	568.42368 °C
0.	570.05995 °C

In[177]:=

```
ListLinePlot[Table[{ N[r],
линейный гра··· таблиц··· численное приближение
  UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]], "DegreesCelsius"]},
  преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
  {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}], InterpolationOrder → 2,
   расположить в обратном порядке                 порядок интерполяции
 PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
 тематический стиль графика  линии коорд··· автоматический
```

Out[177]=



Теперь для x=L/2

In[178]:=

```
Table[{ N[r], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[L/2], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]],
таблиц··· числ··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}] // MatrixForm
                            расположить в обратном порядке            матричная форма
```

Out[178]//MatrixForm=

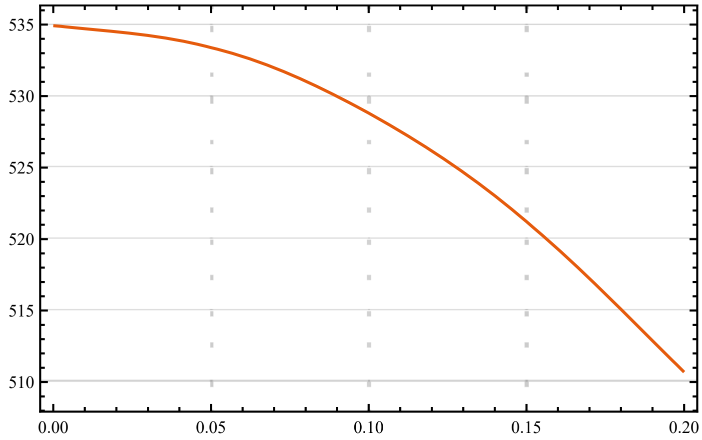
0.2 m	510.69609 °C
0.15 m	521.2242 °C
0.1 m	528.81306 °C
0.05 m	533.39424 °C
0.	534.926 °C

In[179]:=

```
ListLinePlot[Table[{N[r],
  UnitConvert[t[QuantityMagnitude[L/2], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]], "DegreesCelsius"]},
  {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3*r0/4, r0}]}], InterpolationOrder → 2,
 PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```

линейный гра··· | таблиц··· | численное приближение | преобразовать ··· | модуль размерной величины | модуль размерной величины | модуль размерной величины | расположить в обратном порядке | порядок интерполяции | тематический стиль графика | линии коорд··· | автоматический

Out[179]=



Покажем распределение температуры в центре цилиндра и на расстоянии *0.2* d_0 от поверхности как функцию времени

Сначала для центра:

In[180]:=

```
Table[{N[k*τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[k*τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {k, Range[3]}] // MatrixForm
```

таблиц··· | численное·· | преобразовать ··· | модуль размерной величины | модуль размерной величины | модуль размерной величины | диапазон | матричная форма

Out[180]//MatrixForm=

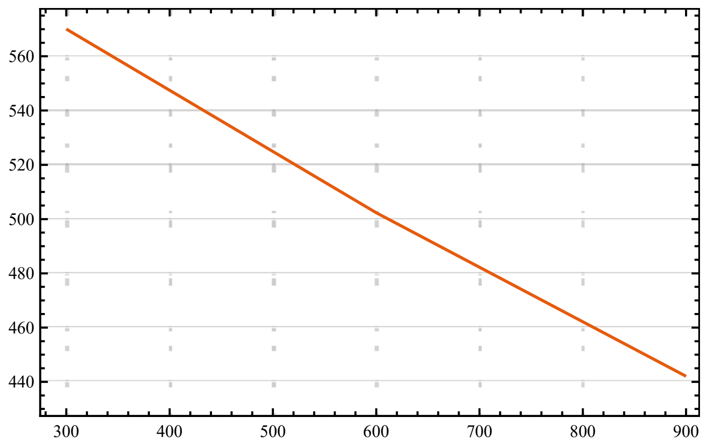
$$\begin{pmatrix} 300.\ s & 570.05995\ ^\circ C \\ 600.\ s & 502.33947\ ^\circ C \\ 900.\ s & 442.04968\ ^\circ C \end{pmatrix}$$

In[181]:=

```
ListLinePlot[
 Table[{N[k*τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[k*τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {k, Range[3]}], PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```

линейный график данных | таблиц··· | численное·· | преобразовать ··· | модуль размерной величины | модуль размерной величины | модуль размерной величины | диапазон | тематический стиль графика | линии коорд··· | автоматический

Out[181]=



Теперь на расстоянии 0.2 d_0 (0.4 r_0)от поверхности , следовательно r = 0.6 r_0)

In[182]:=

```
Table[
таблица значений
  {N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
   численное·· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины   модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {k, Range[3]}] // MatrixForm
                            диапазон    матричная форма
```

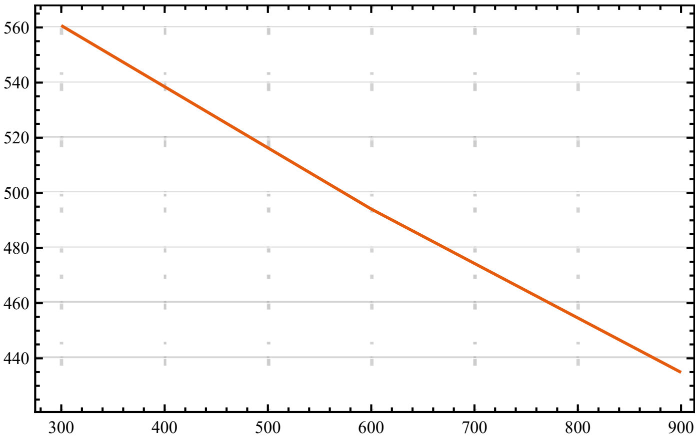
Out[182]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 300.\ \mathrm{s} & 560.66933\ {}^\circ\mathrm{C} \\ 600.\ \mathrm{s} & 494.10751\ {}^\circ\mathrm{C} \\ 900.\ \mathrm{s} & 434.84667\ {}^\circ\mathrm{C} \end{pmatrix}$$

In[183]:=

```
ListLinePlot[Table[
линейный гра··· таблица значений
  {N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
   численное·· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины   модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {k, Range[3]}], PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
                            диапазон    тематический стиль графика  линии коорд··· автоматический
```

Out[183]=



Для определения темпа охлаждения и коэффициента температуропроводности заготовки построит несколько зависимостей *ln(θ)* используя данные полученные выше*(* в центре и на *0.6*r_0*).*

θ = t-tLiquid

In[184]:=

```
lnForCenter =
 Table[{N[k * τ1], Log[QuantityMagnitude[UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0],
 таблиц··· численное·· на··· модуль размерной ве··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины
        QuantityMagnitude[k * τ1]], "DegreesCelsius"] - tLiquid]]}, {k, Range[3]}]
        модуль размерной величины                                          диапазон
```

Out[184]=

{{300. s, 6.3100273}, {600. s, 6.1786482}, {900. s, 6.045123}}

In[185]:=

```
lnForPoint6r0 =
 Table[{N[k * τ1], Log[QuantityMagnitude[UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0],
 таблиц··· численное·· на··· модуль размерной ве··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины
        QuantityMagnitude[k * τ1]], "DegreesCelsius"] - tLiquid]]}, {k, Range[3]}]
        модуль размерной величины                                          диапазон
```

Out[185]=

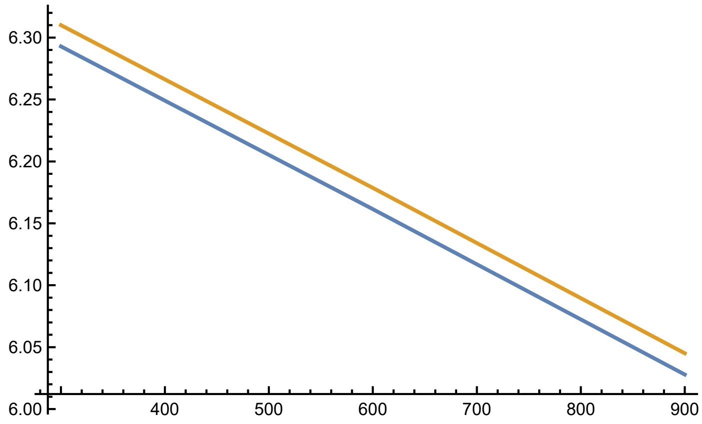
{{300. s, 6.2928079}, {600. s, 6.1614341}, {900. s, 6.027909}}

In[186]:=

```
ListLinePlot[{lnForPoint6r0, lnForCenter}]
```

линейный график данных

Out[186]=



Нетрудно заметить,что стадии. регулярного режима гарантированно соответствует интервал [400,900] s.
Найдем число Фурье в краевых точках интервала регулярного режима и удостоверимся что оно больше 0.3

In[187]:=

$$\text{FoRadialAt400} = \frac{a * \text{Quantity}[400, \text{"Seconds"}]}{r0^2}$$

Out[187]=

0.7064182

In[188]:=

$$\text{FoRadialAt900} = \frac{a * \text{Quantity}[900, \text{"Seconds"}]}{r0^2}$$

Out[188]=

1.5894409

In[189]:=

$$\text{FoVerticalAt400} = \frac{a * \text{Quantity}[400, \text{"Seconds"}]}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

Out[189]=

0.31396364

In[190]:=

$$\text{FoVerticalAt900} = \frac{a * \text{Quantity}[900, \text{"Seconds"}]}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

Out[190]=

0.7064182

Приступим к поиску темпа охлаждения m для наших двух точек

In[191]:=

$$\text{mAtCenter} = \frac{\text{Log}\left[\frac{\theta 3D[0,0,400]}{\theta 3D[0,0,900]}\right]}{\text{Quantity}[900 - 400, \text{"Seconds"}]}$$

Out[191]=

0.00044349034 per second

In[192]:=

$$\text{mAtPoint6r0} = \frac{\text{Log}\left[\frac{\theta 3D[0,\text{QuantityMagnitude}[0.6*r0],400]}{\theta 3D[0,\text{QuantityMagnitude}[0.6*r0],900]}\right]}{\text{Quantity}[900 - 400, \text{"Seconds"}]}$$

Out[192]=

0.00044348954 per second

Берем среднее

In[193]:=

$$m = \frac{mAtCenter + mAtPoint6r0}{2}$$

Out[193]=

0.00044348994 per second

Fo > 0.3 поэтому ряд Фурье сходится быстро и первый член достаточно описывает все решение.

Найдем коэффициент формы K:

In[194]:=

$$K = \frac{1}{\left(\frac{First[\epsilon]}{r0}\right)^2 + \left(\frac{First[\mu]}{\frac{L}{2}}\right)^2}$$

Out[194]=

$0.15844975\ m^2$

Найдем коэффициент температуропроводности по второй теореме Кондратьева(допущение что наше $m = m_\infty$) и сравним с теоретическим:

In[195]:=

```
aExperimental = K * m
```

Out[195]=

$0.000070270871\ m^2/s$

In[196]:=

```
a
```

Out[196]=

$0.00007064182\ m^2/s$

In[197]:=

$$\delta a = \frac{Abs[a - aExperimental]}{a}$$

Out[197]=

0.0052511195

Найдем количество теплоты, отданное цилиндром за время τ_1:

Для начала найдем сколько теплоты он отдаст до того момента как Θ==1 т.е. t=tLiquid

In[198]:=

$$Q = N\left[\pi * (r0)^2 * L * \rho * cp * (t0 - tLiquid)\right]$$

численное приближение

Out[198]=

1.1027667×10^8 J

In[199]:=

$$\Theta RadialAverage = Total\left[\frac{4 * BiRadial^2}{\epsilon^2 * (\epsilon^2 + BiRadial^2)} * Exp\left[-\epsilon^2 * FoRadial\right]\right]$$

суммировать   показательная функция

Out[199]=

0.90380029

In[200]:=

$$\Theta VerticalAverage = Total\left[\frac{2 * Sin[\mu]^2}{\mu^2 + \mu * Sin[\mu] * Cos[\mu]} * Exp\left[-\mu^2 * FoVertical\right]\right]$$

суммировать   показательная функция

Out[200]=

0.9672924

In[201]:=

```
ΘAverage = ΘVerticalAverage * ΘRadialAverage
```

Out[201]=

0.87423915

In[202]:=

```
Qτ1 = Q (1 - ΘAverage)
```

Out[202]=

1.3868487×10^{7} J

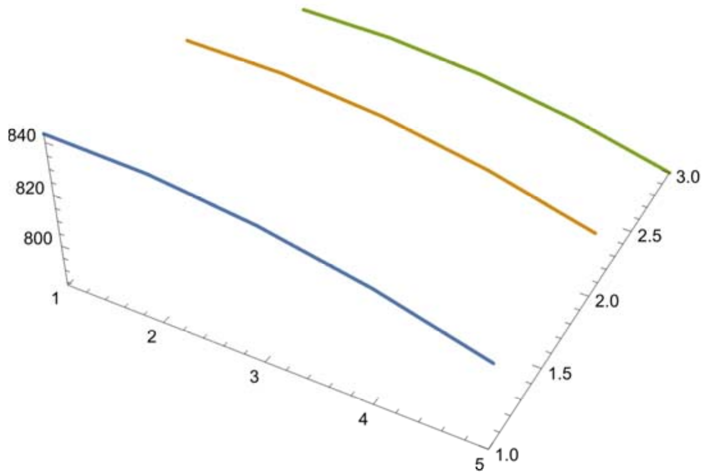
Подытожим полным температурным полем в момент времени τ_1

In[203]:=

```
Show[ListLinePlot3D[Table[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]],
     {x, 0, L/2, L/4}, {r, 0, r0, r0/4}]], Boxed → False]
```

покaз··· линейный график··· таблица··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины показат·· ложь

Out[203]=



In[204]:=

```
data = Flatten[Table[{x, r, t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]]},
     {x, 0, L/2, L/4}, {r, 0, r0, r0/4}], 1];

ListPlot3D[data, Boxed → True, Mesh → None, PlotStyle → Directive[Opacity[0.7], Yellow],
 AxesLabel → {"x (m)", "r (m)", "t (°C)"}, LabelStyle → Directive[Medium, Black], InterpolationOrder → 4]
```

уплотнить таблица значений модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины

3-мерная диаграмм·· показат·· ист··· сетка ни о··· стиль графика директива прозрачность жёлтый

обозначения на осях стиль отметки директива средний чёрный порядок интерполяции

Out[205]=