

Нормальное распределение. Контрольная работа № 2. 2024

Задача 1. Найти вероятность того, что случайная величина x с центром распределения $\bar{x} = 5,0$ и $\sigma = 1,0$ находится в пределах $3,0 < x < 6,5$.

Считать распределение x - нормальным.

Задача 2. Погрешность измерения напряжения ΔU распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, среднее квадратическое отклонение σ равно 40 мВ. Найдите вероятность того, что результат измерения U отличается от истинного значения напряжения U_i не более чем на 70 мВ. ($\Delta U = U - U_i$). Пояснить решение на графике.

Задача 3. В результате поверки амперметра установлено, что 80% погрешностей результатов измерений, произведенных с его помощью, не превосходят ± 10 мА. Считая, что погрешности распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, определить среднее квадратическое отклонение данного распределения. Пояснить решение на графике.

Задача 4. В результате поверки амперметра установлено, что 60% погрешностей результатов измерений, произведенных с его помощью, не превосходят ± 20 мА. Считая, что погрешности распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, найдите вероятность того, что погрешность результата измерения превысит ± 35 мА.

Задача 5. В результате поверки амперметра установлено, что 50% погрешностей результатов измерений, произведенных с его помощью, не превосходят ± 20 мА. Считая, что погрешности распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, найдите симметричный доверительный интервал для погрешности, вероятность попадания в который равна 0,8.

Задача 6. Результат измерения тока содержит случайную погрешность, распределенную по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием; среднее квадратическое отклонение σ равно 10 мА. Какова вероятность того, что погрешность измерения превысит по абсолютной величине 15 мА?

Задача 7. Результат измерения мощности содержит случайную погрешность, распределенную по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием; среднее квадратическое отклонение σ равно 100 мВт. Систематическая погрешность измерения мощности (поправка) Δ_c , по оценкам, равна минус 50 мВт (-50 мВт). Найдите вероятность того, что результат измерения (неисправленный) превысит истинное значение мощности. Пояснить решение на графике.

Задача 8. Случайная погрешность измерения напряжения ΔU распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, среднее квадратическое отклонение σ равно 50 мВ. Систематическая погрешность (поправка) ΔU_c равна +20 мВ. Найдите вероятность того, что результат измерения U (неисправленный) отличается от истинного значения напряжения U и не более чем на 50 мВ. Пояснить решение на графике.

Задача 9. Измеряем ток I , А. Ток постоянный, колебания тока в цепи имеют нормальное распределение с математическим ожиданием, равным \bar{I} , и дисперсией D_I . Построить распределение случайной величины I , указать интервал $\{\bar{I} - \Delta < I < \bar{I} + \Delta\}$, соответствующий уровню доверия $P=0.9$. Пояснить решение на графике.

$$\bar{I}=100 \text{ мА}, D_I=0.25 \text{ мА}^2.$$

Задача 10. Измеряем температуру T , К в заданном стационарном режиме. Измеряемая величина распределена нормально, известны оценки среднего значения \bar{T} и дисперсии D_T . При каждом измерении, равном или меньшем $(\bar{T} - \Delta T)$, срабатывает датчик сигнала. Определить, какая доля от общего числа измерений N ($N \gg 1$) будет «озвучена». Пояснить решение на графике. $\bar{T} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$, $D_T = 9 \text{ }^\circ\text{C}^2$, $\Delta T = 5 \text{ }^\circ\text{C}$.

Задача 11. Проводятся измерения температуры. Погрешность измерения температуры распределена нормально с нулевым математическим ожиданием и дисперсией D_T , равной $0.04 \text{ }^\circ\text{C}^2$. Определить вероятность того, что погрешность измеренного значения температуры окажется больше заданной величины Δ^* : $\Delta^*=0.3 \text{ }^\circ\text{C}$. Пояснить решение на графике.

Задача 12. Дано распределение величины T , °C. Известно математическое ожидание \bar{T} и дисперсия D_T . Известно, что распределение можно считать нормальным. Все скачки T в диапазоне $[\bar{T}+\Delta; \bar{T}+2,5\Delta]$ регистрируются отдельным прибором. Оценить, какая доля из N измерений ($N \gg 1$) будет записана. Пояснить решение на графике.

$$\bar{T}=100\text{ }^{\circ}\text{C}, D_T=4\text{ }^{\circ}\text{C}^2, \Delta=1\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Задача 13. Среднее квадратическое отклонение σ случайной погрешности измерения величины X $\sigma = 0,5$. Определить вероятность того, что случайная погрешность отдельного измерения выйдет за пределы доверительного интервала с границами $\pm 0,9$. Ответ выразить в процентах. Пояснить решение на графике.

Задача 14. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону с параметрами $\bar{x}=0$ мм и $\sigma=4$ мм. Записать функцию распределения плотности вероятности $f(x)$ и найти вероятность того, что при измерении допущена ошибка в интервале от 4 до 8 мм. Пояснить решение на графике.

Задача 15. Случайные ошибки измерения тока подчинены нормальному закону. Известно, что 40% ошибок оказались выше 10 мА. Выяснить, какая доля измерений будет иметь погрешность меньше 5 мА. Пояснить решение на графике.

Задача 16. Случайная величина x распределена по нормальному закону с $\bar{x}=5$ и $\sigma=0,5$. Определить вероятность того, что ее значение отклоняется от \bar{x} по абсолютной величине не более чем на 0,9. Пояснить решение на графике.

Задача 17. Случайная величина x задана дифференциальной функцией

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-1)^2}{0,5}}.$$

Найти вероятность того, что случайная величина X попадет в интервал (1,5 ; 2,5). Пояснить решение на графике.

Задача 18. Случайные ошибки при измерении длины стержня имеют нормальный закон распределения с математическим ожиданием 0 и СКО, равным 0,3 см. Найти вероятность того, что при измерении стержня длиной 1 м результат измерения окажется в интервале от 99,5 до 101 см. Пояснить решение на графике.

Задача 19. Известно, что содержание некоторого элемента имеет нормальное распределение и составляет в среднем 10 единиц, а в 10% случаев превосходит 12 единиц. Найти вероятность, с которой содержание элемента превосходит 11 единиц. Пояснить решение на графике.

Задача 20. Известно, что содержание некоторого элемента имеет нормальное распределение и составляет в среднем 20 единиц, а в 30% случаев превосходит 22 единицы. Найти вероятность, с которой содержание элемента не превосходит 25 единиц. Пояснить решение на графике.

Задача 21. В нормальном законе распределения случайной величины X среднее значение равно 10, $\sigma = 3$. Чему равно число Y , если вероятность того, что случайная величина X принимает значения меньше Y , равна $2/3$? Пояснить решение на графике.