Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Азимова Зарина

Группа: ТФ-11-22

Задача № 1

Задача 1.

В три стальные трубы (d_2xδ=100x3 мм), расположенные на открытом воздухе с температурой 5°С поступает горячая вода при температуре 100°С и давлении 5 МПа, которая движется со скоростью 0,2 м/с. Первая труба покрыта слоем минеральной ваты толщиной 50 мм имеющая коэффициент теплопроводности 0,05 Вт/м·К. Определить длину трубы если на выходе из нее температура воды уменьшилась на 20°С. Определить температуры воды на выходе из трубы покрытую слоем бетона толщиной 50 мм имеющая коэффициент теплопроводности 1,28 Вт/м·К и из трубы без изоляции если они имеют ту же длину, что и первая труба. Расчет провести с учетом потерь тепла в окружающую среду совместно конвекцией и излучением. Для всех трех труб принять излучательную способность поверхности материала ε=0,8, коэффициент теплоотдачи 12,8 Вт/м^2·К. Коэффициент теплоотдачи от воды к внутренней стороне трубы равен 12,8 Вт/м^2·К. Построить графики $t_ж(x)$, $q_L(x)$, $q_C(x)$ для обеих способов расчета. Сравнить тепловой поток потерь трубопроводов Q для обеих способов расчета.

Указания:

1. **Решить задачу используя формулу Шухова ($\Delta t_x = \Delta t_0 e^{-kmF_x}$) и по алгоритму решения задачи 3 гл. 2 учебника [1].**
2. **Свойства воды выбирать при средней температуре воды.**
3. **Проанализировать результаты с точки зрения эффективности работы изоляции труб.**

Литература к задаче 1

1. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен: Учебное пособие для вузов. – М.: Изд-во МЭИ, 2008.

Данные из условия:
d2=100(mm);δ=3(mm) - геометрия труб ; tAir=5 (°C)-температура воздуха;tLiquid1=100(°C)-температура горячей воды на входе (как $t_{ж1}$) ; p=5(MPa)- давление горячей воды;w=0.2(m/s) - скорость течения горячей воды; λMinWool=0.05(W/m*K);δMinWool=50(mm); tLiquid2=100-20=80(°C)-температура горячей воды на выходе(как $t_{ж2}$) ; λConcrete=1.28(W/m K);δConcrete=50(mm);ϵ=0.8-излучательная способность поверхности материала труб; $\alpha = 12.8\,(W/m^2 K)$-коэффициент теплоотдачи

In[100]:=

```
d2 = 100 * 10^-3;
δ = 3 * 10^-3;
tAir = 5;
tLiquid1 = 100;
p = 5 * 10^6;
w = 0.2;
λMinWool = 0.05;
δMinWool = 50 * 10^-3;
tLiquid2 = 80;
λConcrete = 1.28;
δConcrete = 50 * 10^-3;
ϵ = 0.8;
α = 12.8;
```

Сталь берем нержавеющую, ее коэффициент теплопроводности λSteel (W/m K) берем как const в виду слабой зависимости от температуры:

In[103]:=

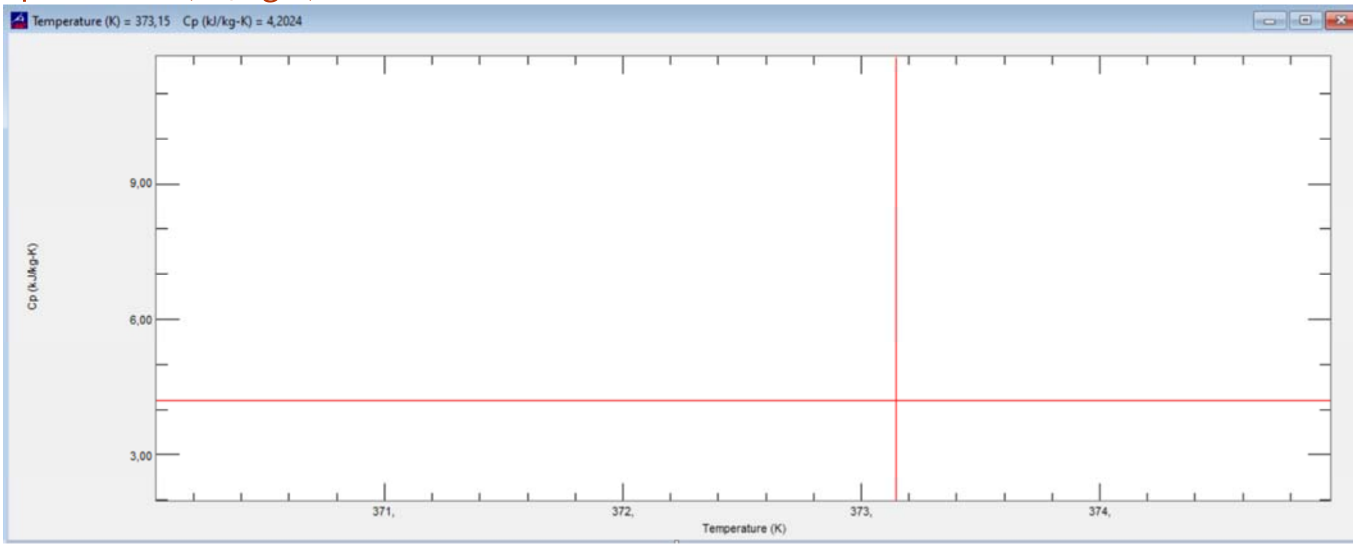
```
λSteel = 14.4;
```

Изобарную (p=5MPa)теплоемкость и плотность воды при tLiquid1 и tLiquid2 найдем через REFPROP при substance-water

cp:

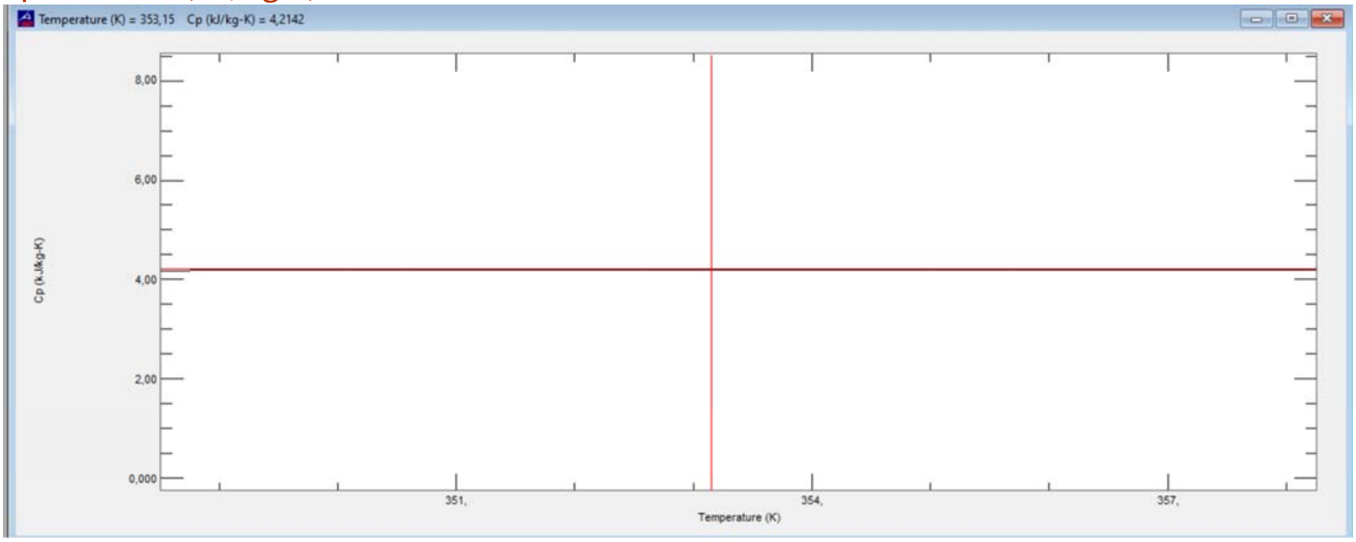
tLiquid1=100 (°C) =373.15(K)

cp1=4.2024 (kJ/kg K)



tLiquid2=80 (°C) =353.15(K)

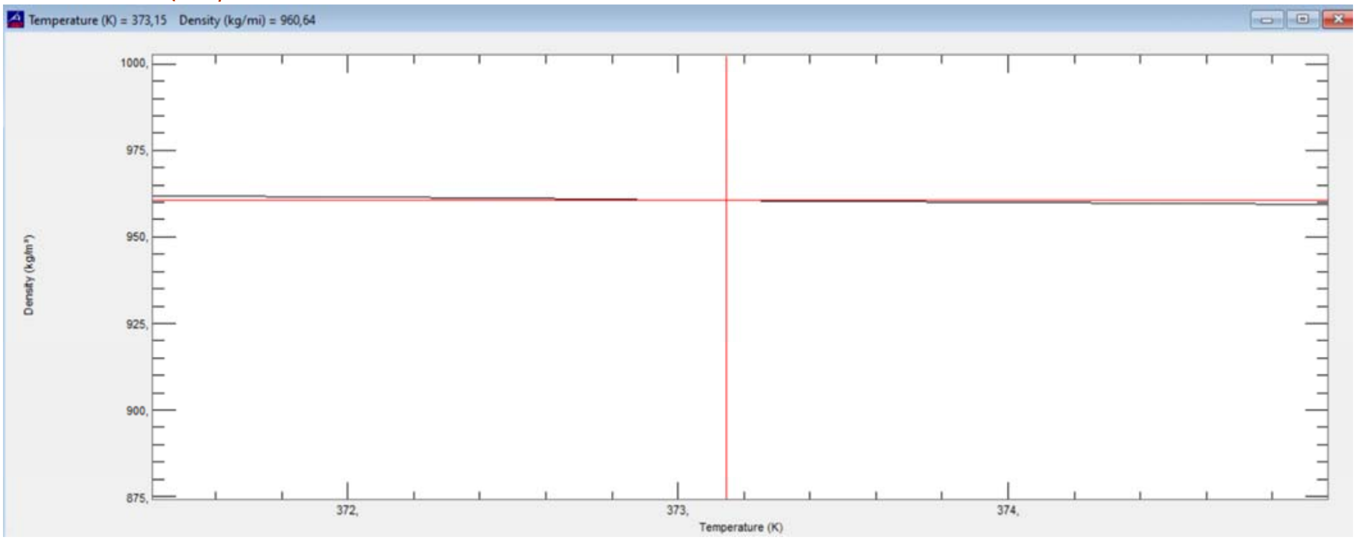
cp2=4.2142 (kJ/kg K)



плотность:

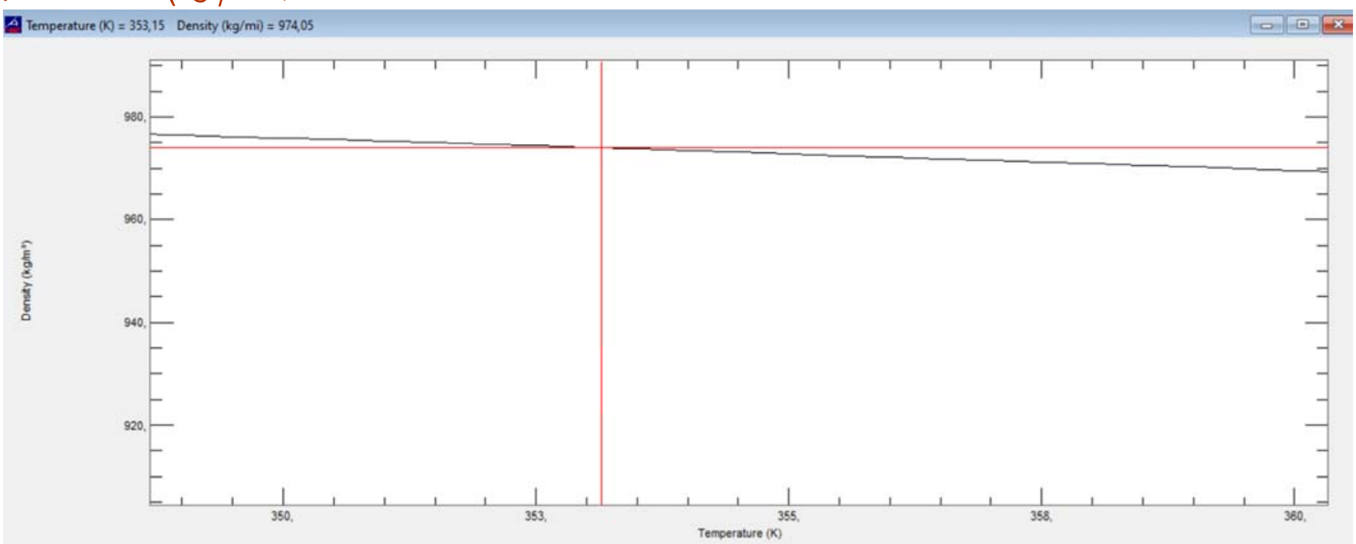
tLiquid1=100 (°C)

$\rho 1$=960.64 $(kg\,/\,m^3)$



tLiquid2=80 (°C)

$\rho 2$=974.05 $(kg\,/\,m^3)$



In[104]:=

```
cp1 = 4.2024; cp2 = 4.2142 ; ρ1 = 960.64; ρ2 = 974.05 ;
```

Средняя удельная изобарная теплоемкость cpAverage(J/kg K)

In[105]:=

$$cpAverage = \frac{cp1 + cp2}{2} * 1000$$

Out[105]=

4208.3

Средняя плотность воды ρAverage (kg / m^3)

In[106]:=

$$\rho Average = \frac{\rho 1 + \rho 2}{2}$$

Out[106]=

967.345

Массовый расход воды G(kg/s)

In[107]:=

$$G = \pi * \left(\frac{d2 - 2 * \delta}{2}\right)^2 * w * \rho Average$$

Out[107]=

1.3426319

Найдем диаметры *d1, d3 (m)*

In[108]:=

d1 = d2 - 2 δ // N

численное п

Out[108]=

0.094

In[109]:=

d3 = d2 + 2 δ // N

численное п

Out[109]=

0.106

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы с ватной изоляцией *KlinearMinWool (W/m K)*

In[110]:=

$$KlinearMinWool = \frac{1}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda MinWool} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{\alpha * d3}}$$

Out[110]=

0.46447188

Применяя формулу Шухова найдем расстояние(длину трубы) на котором будет выполняться условие разности температур на входе и выходе в трубу с изоляцией из минеральной ваты:

In[111]:=

$$L = First\left[NSolveValues\left[tLiquid2 == tAir + (tLiquid1 - tAir) * Exp\left[\frac{-KlinearMinWool}{G * cpAverage} * \pi * x\right], x\right]\right]$$

первый, значения для численного приближения решения уравнений, показательная функция

Out[111]=

915.33743

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы с бетонной изоляцией *KlinearConcrete (W/m K)*

In[112]:=

$$\text{KlinearConcrete} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha*\text{d1}} + \frac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \text{Log}\left[\frac{\text{d2}}{\text{d1}}\right] + \frac{1}{2\,\lambda\text{Concrete}} * \text{Log}\left[\frac{\text{d3}}{\text{d2}}\right] + \frac{1}{\alpha*\text{d3}}}$$

Out[112]=

0.62772469

По формуле Шухова найдем температуру на выходе из трубы с бетонной изоляцией*:*

In[113]:=

$$\text{t[x\_, k\_] := tAir + (tLiquid1 - tAir) * Exp}\left[\frac{-\text{k}}{\text{G} * \text{cpAverage}} * \pi * \text{x}\right]$$

показательная функция

In[114]:=

```
t[L, KlinearConcrete]
```

Out[114]=

74.020397

Найдем линейный коэффициент теплопередачи для трубы без изоляции *KlinearRaw (W/m K)*

In[115]:=

$$\text{KlinearRaw} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha*\text{d1}} + \frac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \text{Log}\left[\frac{\text{d2}}{\text{d1}}\right] + \frac{1}{\alpha*\text{d3}}}$$

Out[115]=

0.63682351

По формуле Шухова найдем температуру на выходе из трубы без изоляции*:*

In[116]:=

```
t[L, KlinearRaw]
```

Out[116]=

73.701519

Функция теплового потока и плотности теплового потока *:*

In[117]:=

```
Q[x_, k_] := k * π * (t[x, k] - tAir) * x;
qLinear[x_, k_] := k * π * (t[x, k] - tAir);
```

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для голой трубы*:*

In[119]:=

```
Q[L, KlinearRaw]
```

Out[119]=

125 810.39

In[120]:=

```
qLinear[L, KlinearRaw]
```

Out[120]=

137.44701

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для трубы с бетонной изоляцией*:*

In[121]:=

```
Q[L, KlinearConcrete]
```

Out[121]=

124 588.44

In[122]:=

```
qLinear[L, KlinearConcrete]
```

Out[122]=

136.11204

Тепловой поток *Q(W)* и его линейная плотность *qLinear(W/m)* для трубы с ватной изоляцией:

In[123]:=

```
Q[L, KlinearMinWool]
```

Out[123]=

```
100 173.26
```

In[124]:=

```
qLinear[L, KlinearMinWool]
```

Out[124]=

```
109.43861
```

Произведем расчеты по другому:

In[125]:=

$$qLinearAdditional[k\_] := k * \pi * \left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2}{2} - tAir\right)$$

Запишем баланс энергий:
*Q=qLinear*L=G*cpAverage*(tLiquid1-tLiquid2)=π* $* \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * cpAverage * \rho Average * (tLiquid1 - tLiquid2)$,отсюда можно найти *L(m)*:

In[126]:=

$$Ladditional = First\left[NSolveValues\left[qLinearAdditional[KlinearMinWool] * x == \pi * \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * cpAverage * \rho Average * (tLiquid1 - tLiquid2), x\right]\right]$$

первый значения для численного приближения решения уравнений

Out[126]=

```
911.09872
```

Выразим *tLiquid2* из линейной плотности теплового потока как переменную *:*

In[127]:=

$$Solve\left[k * \pi * \left(\frac{tLiquid2asVariable + tLiquid1}{2} - tAir\right) * x == \pi * \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * cpAverage * \rho Average * (tLiquid1 - tLiquid2asVariable), tLiquid2asVariable\right]$$

решить уравнения

Out[127]=

$$\left\{\left\{tLiquid2asVariable \to \frac{565\,019.8 - 141.37167\,k\,x}{5650.198 + 1.5707963\,k\,x}\right\}\right\}$$

In[128]:=

$$tLiquid2asVariable[k\_, x\_] := \frac{565019.8006215384` - 141.3716694115407` * k * x}{5650.198006215384` + 1.5707963267948966` * k * x}$$

Теперь найдем температуры на выходе из трубы с бетонной изоляцией и трубы без изоляции.
Бетонная изоляция:

In[129]:=

```
tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, Ladditional]
```

Out[129]=

```
73.934751
```

Голая труба:

In[130]:=

```
tLiquid2asVariable[KlinearRaw, Ladditional]
```

Out[130]=

```
73.609414
```

Изобразим функциональные зависимости температуры жидкости в точке *χ*, где

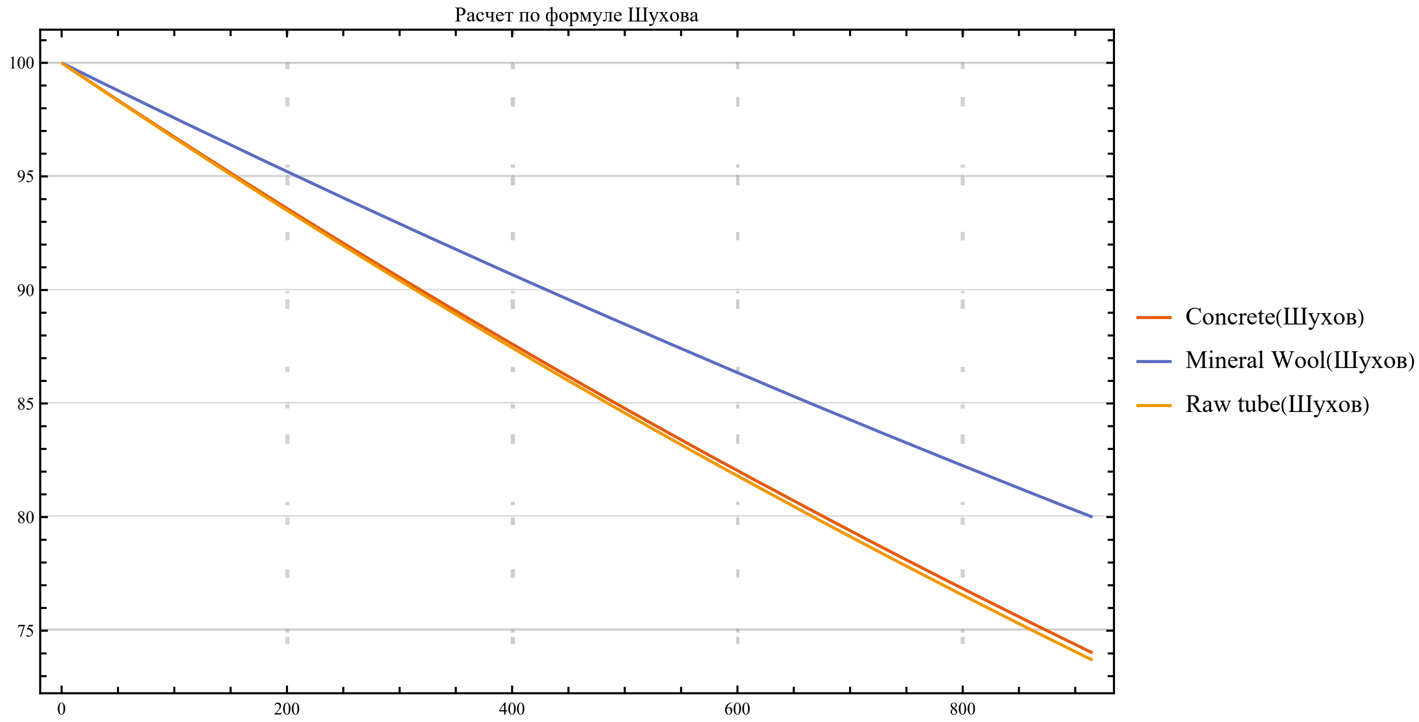
χ-обобщенное расстояние(от точки входа воды)

In[131]:=

```
Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool], t[χ, KlinearRaw]},
  {χ, 0, L}, PlotLabel → "Расчет по формуле Шухова", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete(Шухов)", "Mineral Wool(Шухов)", "Raw tube(Шухов)"},
 ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции; пометка графика; тематический стиль графика; легенды графика; размер изоб⋯; круп⋯; линии коорд⋯; автоматический

Out[131]=

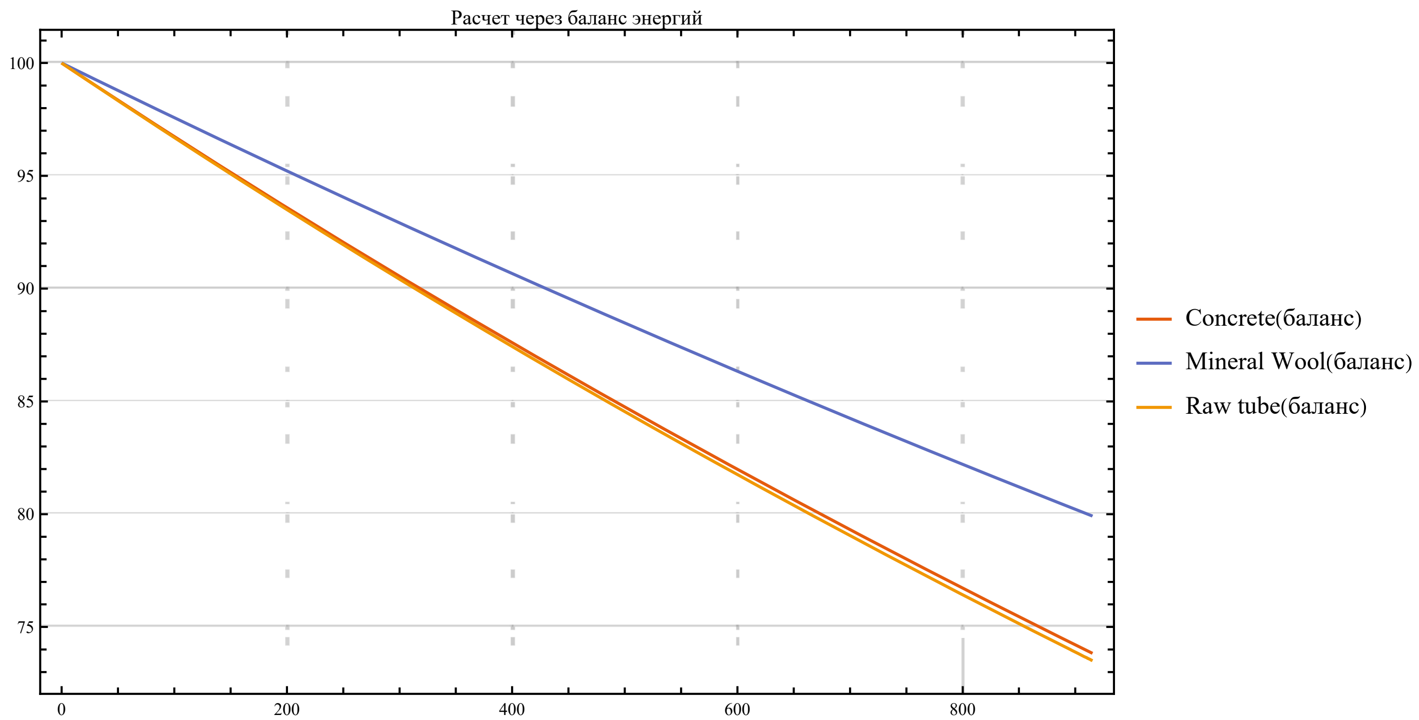


In[132]:=

```
Plot[{tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, χ], tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, χ],
   tLiquid2asVariable[KlinearRaw, χ]}, {χ, 0, L}, PlotLabel → "Расчет через баланс энергий",
 PlotTheme → "Scientific", PlotLegends → {"Concrete(баланс)", "Mineral Wool(баланс)", "Raw tube(баланс)"},
 ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции; пометка графика; тематический стиль графика; легенды графика; размер изоб⋯; круп⋯; линии коорд⋯; автоматический

Out[132]=

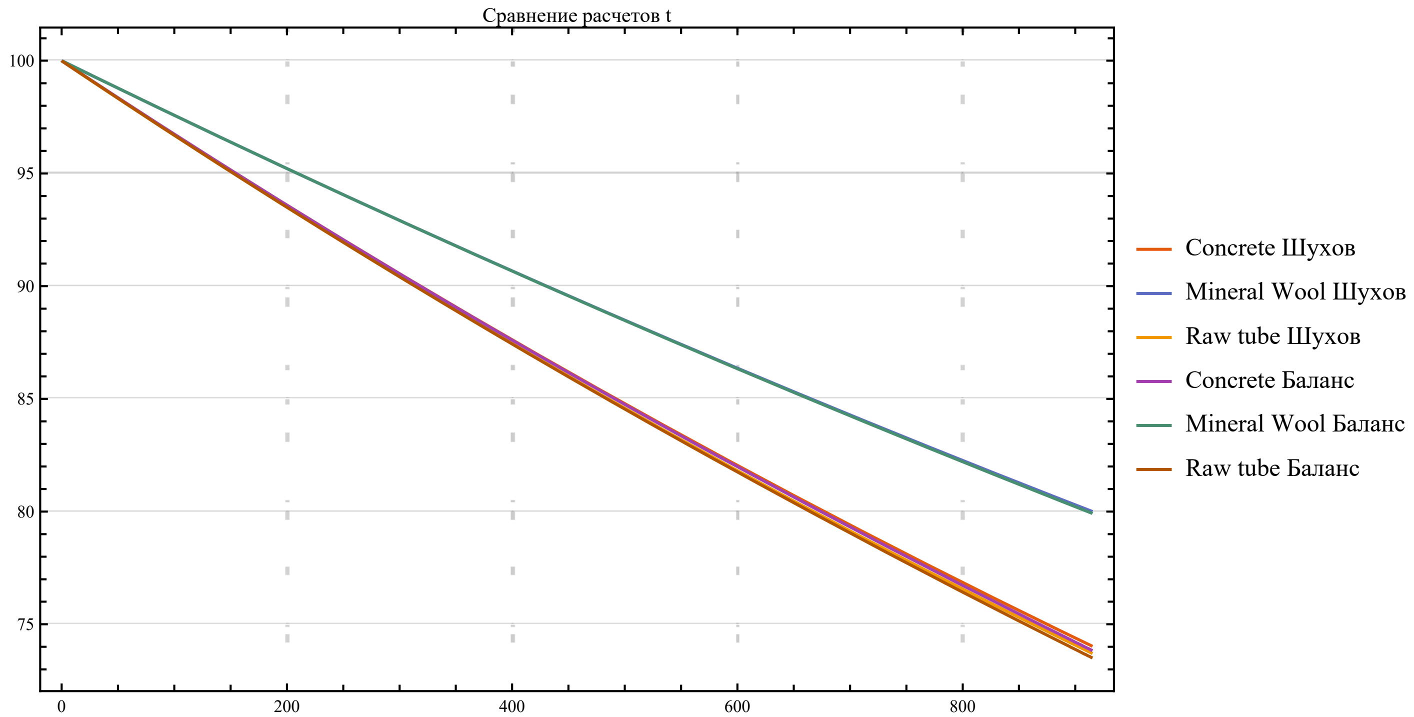


Сопоставим функции температур в одной системе координат:

In[133]:=

```
Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool],
 график функции
  t[χ, KlinearRaw], tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, χ],
  tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, χ], tLiquid2asVariable[KlinearRaw, χ]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов t", PlotTheme → "Scientific",
              пометка графика                    тематический стиль графика
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
 легенды графика
   "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
                                              размер изоб⋯ круп⋯   линии коорд⋯ автоматический
```

Out[133]=



Точно так же изобразим функции линейных плотностей тепловых потоков.
Для начала введем функцию линейной плотности теплового потока при расчете методом баланса энергий:

In[134]:=

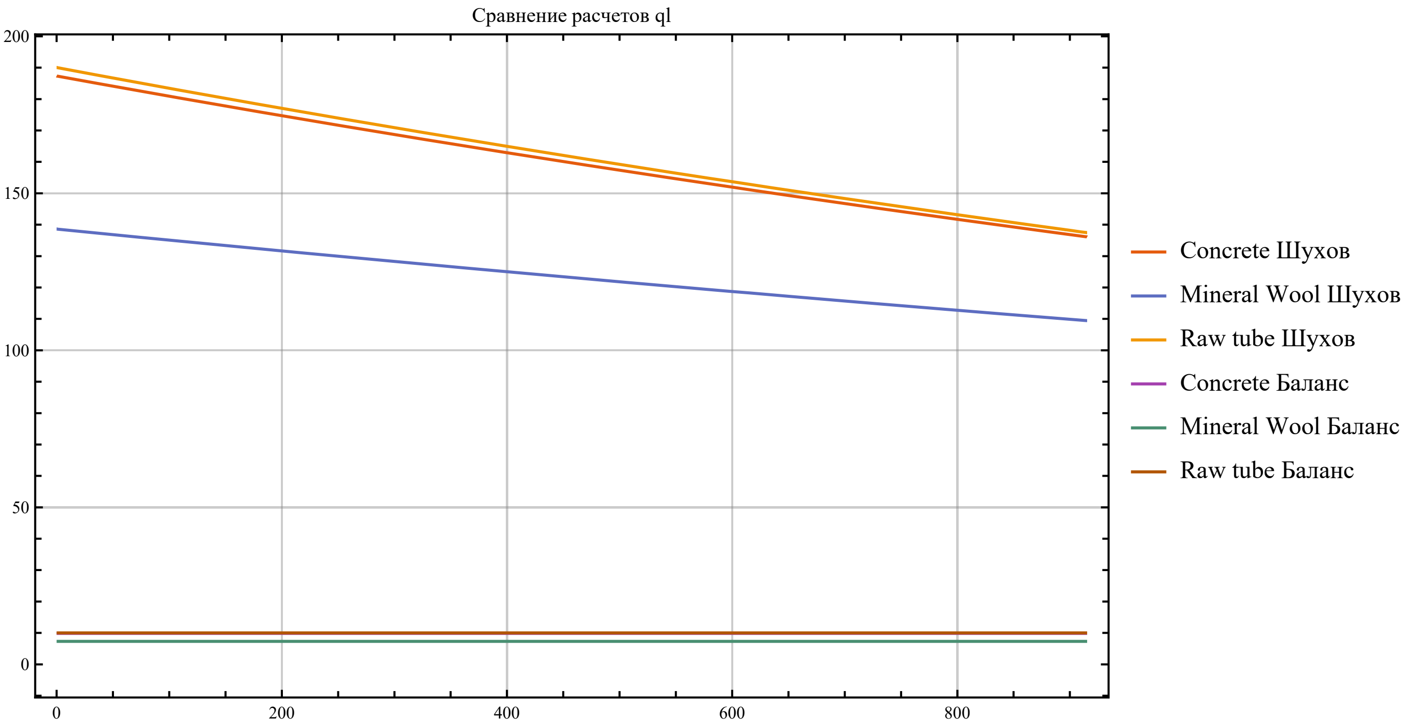
$$\text{qLinearAdditionalFunction[k\_] := k} * \pi * \left(\frac{\text{tLiquid1} - \text{tLiquid2}}{2} - \text{tAir}\right)$$

Покажем графики линейных плотностей тепловых потоков в одной координатной плоскости *ql(W/m)*:

In[135]:=

```
Plot[{qLinear[χ, KlinearConcrete], qLinear[χ, KlinearMinWool],
⌊график функции
  qLinear[χ, KlinearRaw], qLinearAdditionalFunction[KlinearConcrete],
  qLinearAdditionalFunction[KlinearMinWool], qLinearAdditionalFunction[KlinearRaw]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов ql", PlotTheme → "Scientific",
            ⌊пометка графика                    ⌊тематический стиль графика
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
 ⌊легенды графика
   "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
                                              ⌊размер изоб··· ⌊круп···  ⌊линии коорд··· ⌊автоматический
```

Out[135]=



Теперь построим поверхностные плотности тепловых потоков *qc* $(W\,/\,m^2)$:

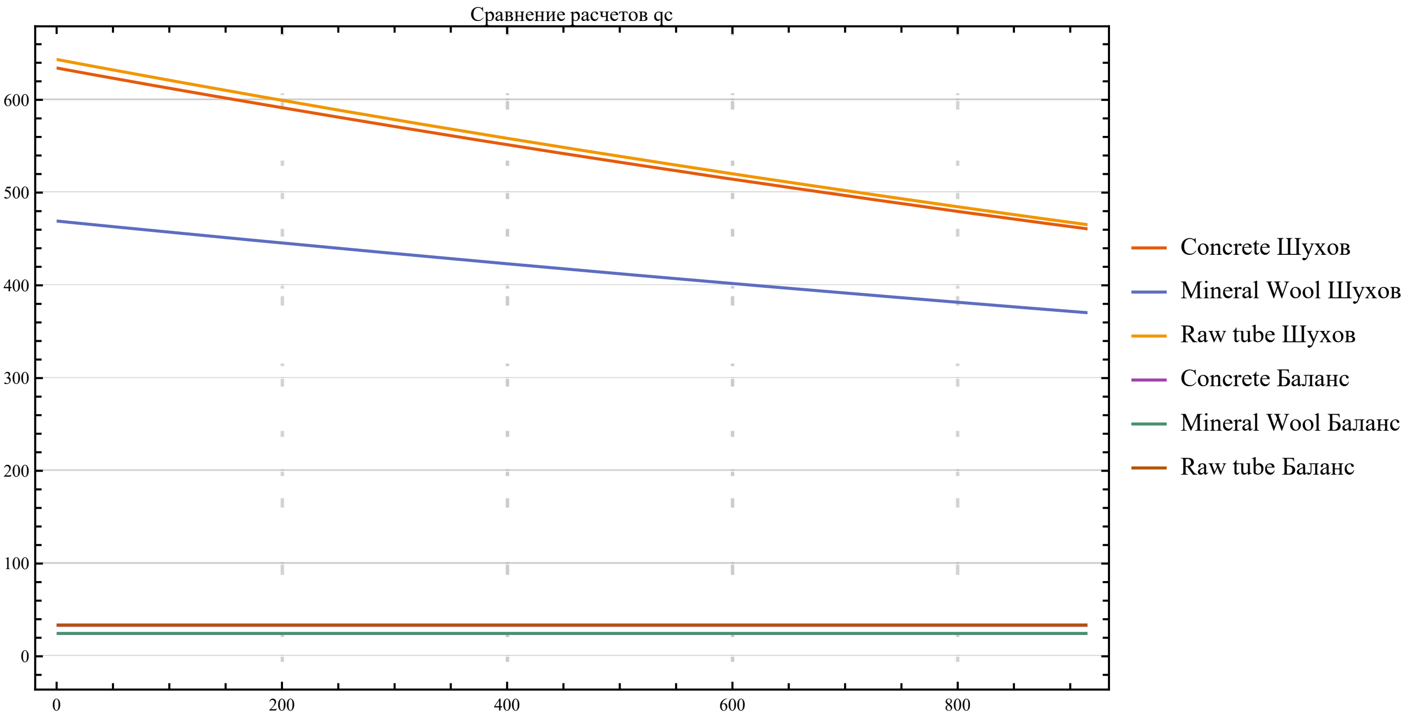
In[136]:=

$$\mathtt{qcShuhov[x\_,\ k\_]} := \frac{\mathtt{qLinear[x,\ k]}}{\pi * \mathtt{d1}};\ \mathtt{qcBalance[k\_]} := \frac{\mathtt{qLinearAdditionalFunction[k]}}{\pi * \mathtt{d1}};$$

In[137]:=

```
Plot[{qcShuhov[χ, KlinearConcrete], qcShuhov[χ, KlinearMinWool], qcShuhov[χ, KlinearRaw],
график функции
  qcBalance[KlinearConcrete], qcBalance[KlinearMinWool], qcBalance[KlinearRaw]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов qc", PlotTheme → "Scientific",
            пометка графика                        тематический стиль графика
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Баланс",
 легенды графика
   "Mineral Wool Баланс", "Raw tube Баланс"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
                                               размер изоб⋯ круп⋯ линии коорд⋯ автоматический
```

Out[137]=



Найдем среднее значение линейной плотности теплового потока*(W/m):*

In[138]:=

$$\text{qLinearAverageWithoutInsulation} = \frac{\text{qLinear}[0, \text{KlinearRaw}] + \text{qLinear}[L, \text{KlinearRaw}]}{2}$$

Out[138]=

163.75391

In[139]:=

$$\text{qLinearAverageConcreteInsulation} = \frac{\text{qLinear}[0, \text{KlinearConcrete}] + \text{qLinear}[L, \text{KlinearConcrete}]}{2}$$

Out[139]=

161.72864

In[140]:=

$$\text{qLinearAverageMinWoolInsulation} = \frac{\text{qLinear}[0, \text{KlinearMinWool}] + \text{qLinear}[L, \text{KlinearMinWool}]}{2}$$

Out[140]=

124.03042

Среднее значение температуры на поверхности труб:

In[141]:=

```
{twWithoutIns, twConcreteIns, twMinWoolIns} =
  Flatten[NSolveValues[{qLinearAverageWithoutInsulation == π * (twWithoutInsBUFFER - tAir)/(1/(α*d2)),
      qLinearAverageConcreteInsulation == π * (twConcreteInsBUFFER - tAir)/(1/(α*d3)),
      qLinearAverageMinWoolInsulation == π * (twMinWoolInsBUFFER - tAir)/(1/(α*d3))},
    {twWithoutInsBUFFER, twConcreteInsBUFFER, twMinWoolInsBUFFER}]]
```

уплостить | значения для численного приближения решения уравнений

Out[141]=

{45.722256, 42.942089, 34.097958}

In[142]:=

Учтем излучение

σ- константа Стефана – Больцмана($W/m^2 K^4$)

In[143]:=

```
σ = 5.671 * 10^-8;
```

Переведем температуры на поверхности труб и температуру воздуха в абсолютные единицы(Кельвины)

In[144]:=

```
TwWithoutIns = twWithoutIns + 273.15;
TwConcreteIns = twConcreteIns + 273.15;
TwMinWoolIns = twMinWoolIns + 273.15;
Tair = tAir + 273.15;
```

Найдем результирующую плотность потока излучения Eres(W/m^2):

In[145]:=

$$\text{EresMinWool} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwMinWoolIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$$

Out[145]=

132.74173

In[146]:=

$$\text{EresConcrete} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwConcreteIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$$

Out[146]=

181.34184

In[147]:=

$$\text{EresWithoutIns} = \epsilon * \sigma * \left(\text{TwWithoutIns}^4 - \text{Tair}^4\right)$$

Out[147]=

197.48717

Найдем эквивалентный коэффициент теплоотдачи излучением αEqv ($W/m^2 K$):

In[148]:=

$$\alpha\text{EqvMinWool} = \frac{\text{EresMinWool}}{\text{TwMinWoolIns} - \text{Tair}}$$

Out[148]=

4.5618914

In[149]:=

$$\alpha\text{EqvConcrete} = \frac{\text{EresConcrete}}{\text{TwConcreteIns} - \text{Tair}}$$

Out[149]=

4.7794375

In[150]:=

$$\alpha EqvWithoutIns = \frac{EresWithoutIns}{TwWithoutIns - Tair}$$

Out[150]=

4.8496127

In[151]:=

$$MradMinWool = \frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda MinWool} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvMinWool) * d3}$$

натуральный логарифм натуральный логарифм

Out[151]=

1.9593264

In[152]:=

$$MradConcrete = \frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda Concrete} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvConcrete) * d3}$$

натуральный логарифм натуральный логарифм

Out[152]=

1.3926743

In[153]:=

$$MradWithoutIns = \frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvWithoutIns) * d3}$$

натуральный логарифм

Out[153]=

1.3677793

In[154]:=

$$P = \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * \rho Average * cpAverage$$

Out[154]=

1798.5139

In[155]:=

$$tLiquid2RadiationVariable[M\_, x\_] := \frac{2 * P * M * tLiquid1 + 2 * tAir * x - tLiquid1 * x}{x + 2 * P * M}$$

Линейная плотность потока излучения для трубы с ватной изоляцией:

In[156]:=

$$qLinearRadiationMinWool[x\_] := \pi * \frac{\left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, x]}{2} - tAir\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda Concrete} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvMinWool) * d3}}$$

Из баланса энергий найдем длину трубы:

In[157]:=

$$LwithRadiation = First\left[NSolveValues\left[\frac{\left(\frac{tLiquid1 + tLiquid2}{2} - tAir\right)}{\frac{1}{\alpha * d1} + \frac{1}{2\,\lambda Steel} * Log\left[\frac{d2}{d1}\right] + \frac{1}{2\,\lambda Concrete} * Log\left[\frac{d3}{d2}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha EqvMinWool) * d3}} * Len == \pi * \left(\frac{d1}{2}\right)^2 * w * \rho Average * cpAverage * (tLiquid1 - tLiquid2), Len\right]\right]$$

первый значения для численного приближенного решения уравнений

Out[157]=

1860.4421

Линейная плотность потока излучения трубы с ватной изоляцией:*(W/m)*

In[158]:=

qLinearRadiationMinWool[LwithRadiation]

Out[158]=

168.73026

Для трубы без изоляции : (W / m)

In[159]:=

$$\text{qLinearRadiationWithoutIns[x\_]} := \pi * \frac{\left(\frac{\text{tLiquid1+tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns,x]}}{2} - \text{tAir}\right)}{\frac{1}{\alpha * \text{d1}} + \frac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \text{Log}\left[\frac{\text{d2}}{\text{d1}}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha\text{EqvWithoutIns}) * \text{d3}}}$$

In[160]:=

```
qLinearRadiationWithoutIns[LwithRadiation]
```

Out[160]=

158.32995

In[161]:=

```
tLiquid2RadiationVariableWithoutIns = tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, LwithRadiation]
```

Out[161]=

47.866656

Для трубы с изоляцией из бетона:

In[162]:=

$$\text{qLinearRadiationConcrete[x\_]} := \pi * \frac{\left(\frac{\text{tLiquid1+tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete,x]}}{2} - \text{tAir}\right)}{\frac{1}{\alpha * \text{d1}} + \frac{1}{2\,\lambda\text{Steel}} * \text{Log}\left[\frac{\text{d2}}{\text{d1}}\right] + \frac{1}{2\,\lambda\text{Concrete}} * \text{Log}\left[\frac{\text{d3}}{\text{d2}}\right] + \frac{1}{(\alpha + \alpha\text{EqvConcrete}) * \text{d3}}}$$

In[163]:=

```
qLinearRadiationConcrete[LwithRadiation]
```

Out[163]=

156.26616

In[164]:=

```
tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, LwithRadiation]
```

Out[164]=

48.546203

Рассчитаем потери теплоты:

In[165]:=

```
QradConcrete[x_] := qLinearRadiationConcrete[x] * x;
QradMinWool[x_] := qLinearRadiationMinWool[x] * x;
QradWithoutIns[x_] := qLinearRadiationWithoutIns[x] * x;
```

Потери теплоты в трубе с бетонной изоляцией:(W)

In[168]:=

```
QradConcrete[LwithRadiation]
```

Out[168]=

290 724.14

Потери теплоты в трубе с ватной изоляцией:(W)

In[169]:=

```
QradMinWool[LwithRadiation]
```

Out[169]=

313 912.89

In[170]:=

```
QradWithoutIns[LwithRadiation]
```

Out[170]=

294 563.72

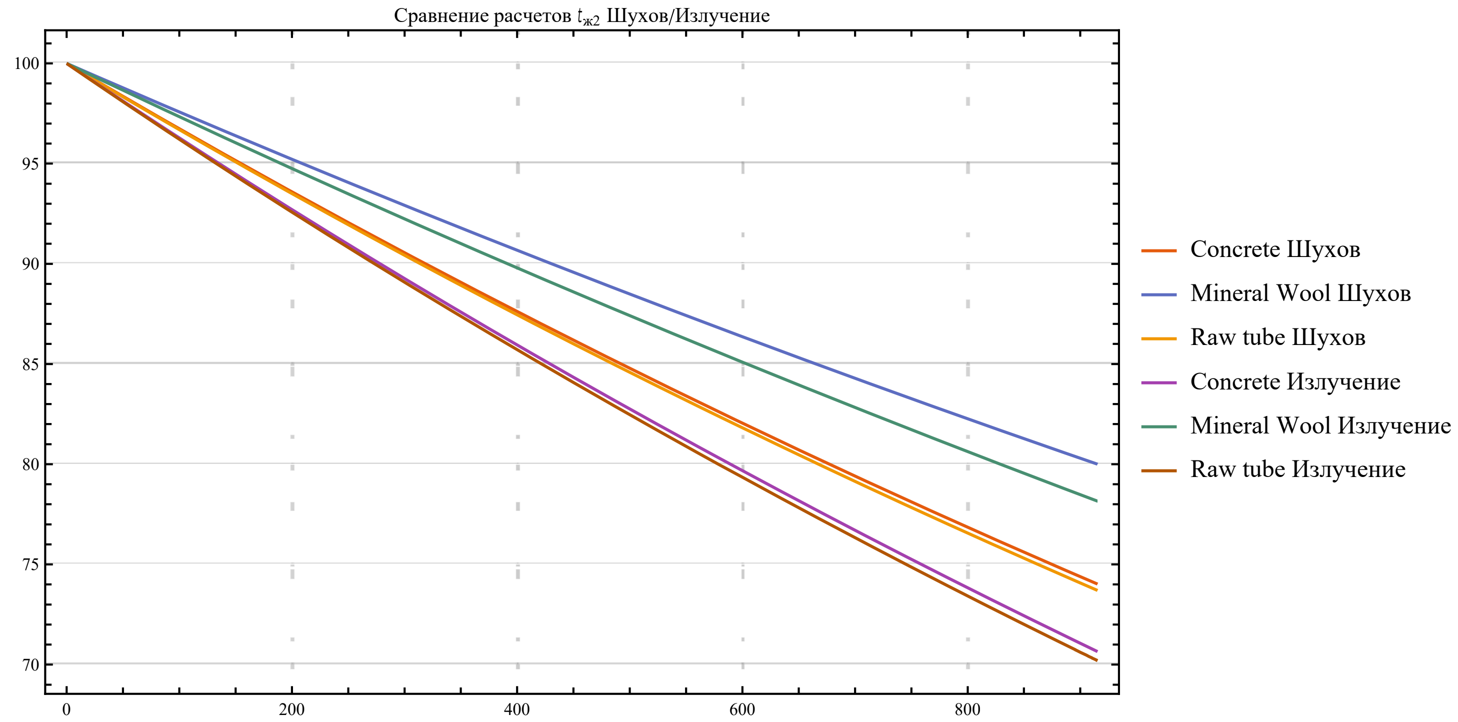
Сравним расчеты температуры(Шухов/Излучение):

In[171]:=

```
Plot[{t[χ, KlinearConcrete], t[χ, KlinearMinWool], t[χ, KlinearRaw],
  tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, χ], tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, χ],
  tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, χ]}, {χ, 0, L},
 PlotLabel → "Сравнение расчетов tж2 Шухов/Излучение", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Излучение",
   "Mineral Wool Излучение", "Raw tube Излучение"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции; пометка графика; тематический стиль графика; легенды графика; размер изоб···; круп···; линии коорд···; автоматический

Out[171]=



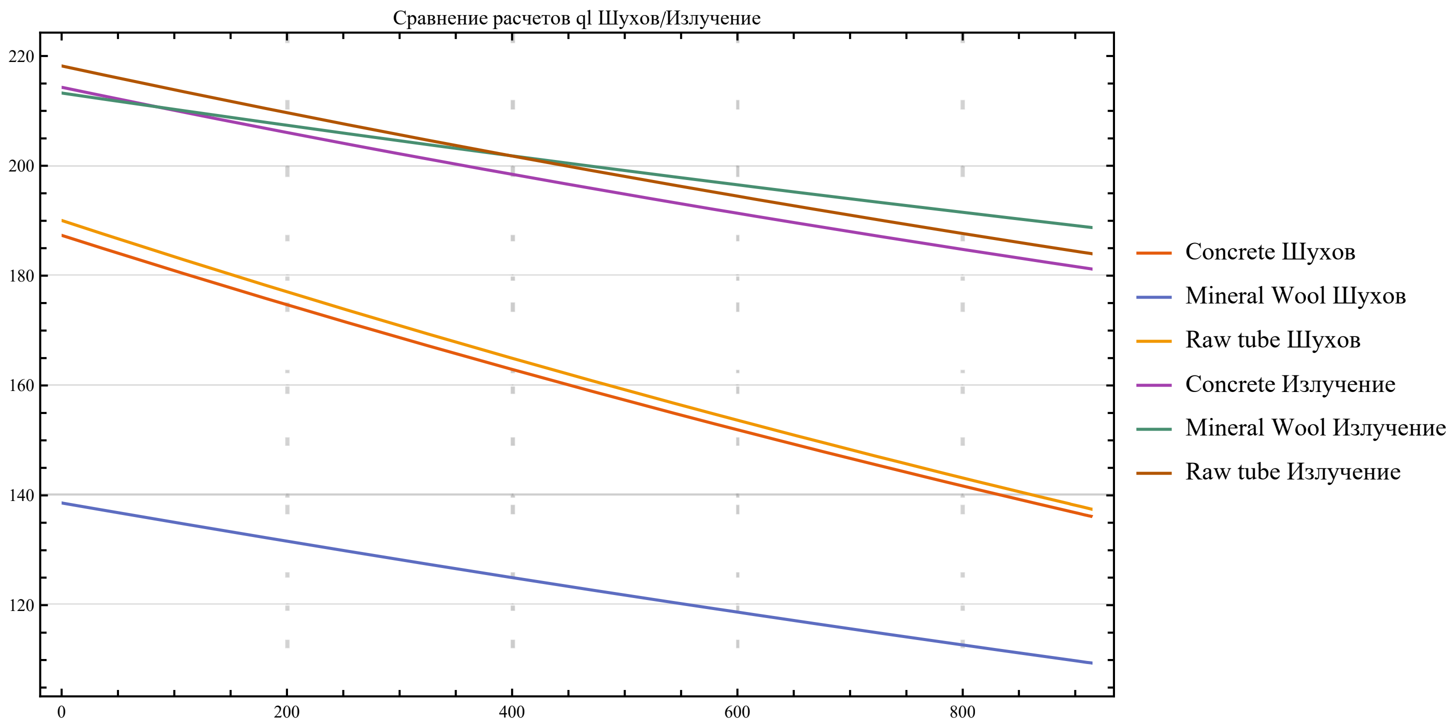
Сравним расчеты линейной плотности потоков тепла/излучения(Шухов/Излучение):

In[172]:=

```
Plot[{qLinear[χ, KlinearConcrete], qLinear[χ, KlinearMinWool], qLinear[χ, KlinearRaw],
  qLinearRadiationConcrete[χ], qLinearRadiationMinWool[χ], qLinearRadiationWithoutIns[χ]},
 {χ, 0, L}, PlotLabel → "Сравнение расчетов ql Шухов/Излучение", PlotTheme → "Scientific",
 PlotLegends → {"Concrete Шухов", "Mineral Wool Шухов", "Raw tube Шухов", "Concrete Излучение",
   "Mineral Wool Излучение", "Raw tube Излучение"}, ImageSize → Large, GridLines → Automatic]
```

график функции | пометка графика | тематический стиль графика | легенды графика | размер изоб··· | круп··· | линии коорд··· | автоматический

Out[172]=



Соберем все результаты выше воедино.

Способ основанный на формуле Шухова.
Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[173]:=

```
t[L, KlinearConcrete]
```

Out[173]=

74.020397

In[174]:=

```
t[L, KlinearMinWool]
```

Out[174]=

80.

In[175]:=

```
t[L, KlinearRaw]
```

Out[175]=

73.701519

Тепловой поток(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[176]:=

```
Q[L, KlinearConcrete]
```

Out[176]=

124 588.44

In[177]:=

```
Q[L, KlinearMinWool]
```

Out[177]=

100 173.26

In[178]:=
```
Q[L, KlinearRaw]
```
Out[178]=
```
125 810.39
```

Способ основанный на методе баланса энергии.
Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции).

In[179]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearConcrete, Ladditional]
```
Out[179]=
```
73.934751
```
In[180]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearMinWool, Ladditional]
```
Out[180]=
```
80.
```
In[181]:=
```
tLiquid2asVariable[KlinearRaw, Ladditional]
```
Out[181]=
```
73.609414
```

Тепловой поток(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[182]:=
```
Qadditional[k_, x_] := qLinear[x, k] * x;
```
In[183]:=
```
Qadditional[KlinearConcrete, Ladditional]
```
Out[183]=
```
124 195.1
```
In[184]:=
```
Qadditional[KlinearMinWool, Ladditional]
```
Out[184]=
```
99 818.584
```
In[185]:=
```
Qadditional[KlinearRaw, Ladditional]
```
Out[185]=
```
125 415.89
```

Способ с учетом излучения.Температуры жидкости на выходе(°C):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[186]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradConcrete, LwithRadiation]
```
Out[186]=
```
48.546203
```
In[187]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradMinWool, LwithRadiation]
```
Out[187]=
```
60.319227
```
In[188]:=
```
tLiquid2RadiationVariable[MradWithoutIns, LwithRadiation]
```
Out[188]=
```
47.866656
```

Поток излучения(W):(порядок:бетон,вата,без изоляции)

In[189]:=
```
QradConcrete[LwithRadiation]
```
Out[189]=
```
290 724.14
```

In[190]:=

```
QradMinWool[LwithRadiation]
```

Out[190]=

313 912.89

In[191]:=

```
QradWithoutIns[LwithRadiation]
```

Out[191]=

294 563.72

Найдем критический диаметр при бетонной и ватной изоляциях

In[192]:=

```
d2 // N
```

численное приближение

Out[192]=

0.1

In[193]:=

$$dCriticalConcrete = d2 + \frac{2\,\lambda Concrete}{\alpha}$$

Out[193]=

0.3

In[194]:=

$$dCriticalMinWool = d2 + \frac{2\,\lambda MinWool}{\alpha}$$

Out[194]=

0.1078125

Вывод: Тепло от теплоносителя лучше всего сохраняет труба с ватной изоляцией. На втором месте бетон. На почетном третьем- труба без изоляции

Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Зарина Азимова

Группа: ТФ-11-22

Задача № 2

Задача 2.

Масло марки мк, протекая через бак с расходом 0,16 кг/с, нагревается в нём от температуры 40°С до температуры 60°С. Греющим теплоносителем является водяной пар, имеющий начальную степень сухости 0,8, который конденсируется в горизонтальных змеевиках до степени сухости 0,2 при давлении P = 2,7 бар, смонтированных внутри бака. Для снижения тепловых потерь бак покрыт слоем тепловой изоляции. Требуется определить величину поверхности змеевиков F_1, м^2, и расход греющего пара G_1, кг/с.Для расчёта заданы следующие величины: коэффициент теплоотдачи от пара к внутренней стенке поверхности змеевиков 5200 Вт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от наружной стенки поверхности змеевиков к маслу 117 Вт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от масла к стенкам бака 54 Вт/(м^2 К); коэффициент теплоотдачи от изоляции бака к воздуху 9 Вт/(м^2 К); температура окружающего воздуха 27°С; толщина стенки бака 5 мм; толщина изоляции бака 15 мм; поверхность бака 5 м^2. Бак изготовлен из стали марки 15, для тепловой изоляции использован(а) диатомит молотый. **Тепловые потери определить как при постоянной теплопроводности изоляции, используя температуру окружающего воздуха, так и с учетом её зависимости от температуры. Сравнить результаты.**
Термическим сопротивлением стенки змеевиков пренебречь, изменением внешней поверхности бака из-за его изоляции пренебречь, применить формулы для теплопередачи через плоскую стенку.

Введем исходные данные(про вещества):
Масло МК, теплоноситель- водяной пар, сталь 15

Расход масла G2(kg/s); Температура масла начальная tm1 и конечная tm2 (°C); начальная и конечная степени сухости водяного пара X1 и X2 соответственно; давление в змеевиках P (MPa); коэффициент теплоотдачи от пара к внутренней стенке поверхности змеевиков α1($W/m^2\,K$);коэффициент теплоотдачи от наружной стенки поверхности змеевиков к маслу α2($W/m^2\,K$);коэффициент теплоотдачи от масла к стенкам бака α3($W/m^2\,K$);коэффициент теплоотдачи от изоляции бака к воздуху α4($W/m^2\,K$);температура окружающего воздуха tAir(°C); толщина стенки бака δ(m); толщина изоляции стенки бака δIsolation(m);площадь поверхности бака Fsurf (m^2).

Изоляция- диатомит молотый:

Диатомит молотый | 450 | 0, 091+0, 00028 · T ,где T[°C]

Коэффициент теплопроводности изоляции как функция от температуры: λIsolation(t)=0.091 + 0.00028t ($W/m\,K$)

Коэффициент теплопроводности стали как функция от температуры λSteel=58.7 - 0.0423t ($W/m\,K$)

In[203]:=

```
G2 = 0.16;
tm1 = 40;
tm2 = 60;
X1 = 0.8;
X2 = 0.2;
P = 0.27;
α1 = 5200;
α2 = 117;
α3 = 54;
α4 = 9;
tAir = 27;
δ = 0.005;
δIsolation = 0.015;
Fsurf = 5;
λIsolation[t_] := 0.091 + 0.00028 * t
Clear[λSteel];
очистить
λSteel[t_] := 58.7 - 0.0423 * t;
```

In[205]:=

Найдем удельную теплоемкость $cpm\left(\frac{J}{kg*K}\right)$ масла МК из значения его средней температуры tmAverage (°C). Воспользуемся таблицей П.9 задачника по тепломассообмену Цветкова и Керимова

In[206]:=

$$tmAverage = \frac{tm1 + tm2}{2} \; // \; N$$

численно

Out[206]=

50.

In[207]:=

```
cpm = 1851;
```

Найдем температуру tVapor(°C)и удельную теплоту парообразования водяного пара $r\left(\frac{kJ}{kg}\right)$ при P=0.27 MPa. Воспользуемся NIST REFPROP 10.0

3: water: Saturation points (at equilibrium)

	Temperature (K)	Pressure (MPa)	Liquid Density (kg/mi)	Vapor Density (kg/mi)	Liquid Enthalpy (kJ/kg)	Vapor Enthalpy (kJ/kg)	Liquid Entropy (kJ/kg-K)	Vapor Entropy (kJ/kg-K)
1	403,12	0,27000	934,86	1,4955	546,24	2720,0	1,6343	7,0268
2								

Отсюда tVapor в градусах Цельсия:

In[208]:=

```
tVapor = 403.12 - 273.15
```

Out[208]=

129.97

r=hVapor- hLiquid, где *h*-удельная энтальпия

In[209]:=

```
r = 2720.0 - 546.24
```

Out[209]=

2173.76

Найдем тепловой поток создаваемый маслом *Qm(W):*

In[210]:=

```
Qm = G2 * cpm * (tm2 - tm1)
```

Out[210]=

```
5923.2
```

Запишем плотность теплового потока через стенки бака всеми возможными вариантами и найдем температуры стенок и саму плотность теплового потока $q(W/m^2)$

$q=\frac{tw2-tw3}{\frac{\delta Isolation}{\lambda Isolation\left(\frac{tw2+tw3}{2}\right)}}=\frac{tw1-tw2}{\frac{\delta}{\lambda Steel\left(\frac{tw1+tw2}{2}\right)}}=\alpha 3(tmAverage - tw1)=\alpha 4(tw3- tAir)$, где tw1-температура 1-ой стенки(°C) , tw2- второй(°C), tw3- третьей(°C).

In[211]:=

```
{tw1, tw2, tw3, q} = Last[NSolveValues[
 {qBUFFER == (tw2BUFFER - tw3BUFFER) / (δIsolation / λIsolation[(tw2BUFFER+tw3BUFFER)/2]), qBUFFER == (tw1BUFFER - tw2BUFFER) / (δ / λSteel[(tw1BUFFER+tw2BUFFER)/2]), qBUFFER == α3 * (tmAverage - tw1BUFFER),
  qBUFFER == α4 * (tw3BUFFER - tAir)}, {tw1BUFFER, tw2BUFFER, tw3BUFFER, qBUFFER}, Reals]]
```

пос··· значения для численного приближения решения уравнений

множество действительных чисел

Out[211]=

```
{48.454246, 48.446879, 36.274523, 83.470709}
```

Найдем тепловые потери через стенки бака*: Qlost(W):*

In[212]:=

```
Qlost = q * Fsurf
```

Out[212]=

```
417.35355
```

Найдем тепло которое получается от теплоносителя*: Qreceived(W)*

In[213]:=

```
Qreceived = Qlost + Qm
```

Out[213]=

```
6340.5535
```

В изобраном процессе(а в теплообменниках он таким и является) удельная теплота получаемая от водяного пара в трубе равна разности энтальпий qVapor=h1-h2,где h1 соответствует энтальпии при степени сухости X1, а h2 степени сухости X2.
Через REFPROP находим значение энтальпии влажного пара при P=0.27 MPa liquid enthalpy (kJ/kg)

3: water: Saturation points (at equilibrium)

	Temperature (K)	Pressure (MPa)	Liquid Density (kg/m³)	Vapor Density (kg/m³)	Liquid Enthalpy (kJ/kg)	Vapor Enthalpy (kJ/kg)	Liquid Entropy (kJ/kg-K)	Vapor Entropy (kJ/kg-K)
1	403,12	0,27000	934,86	1,4955	546,24	2720,0	1,6343	7,0268
2								

In[214]:=

```
hOnePrime = 546.24;
```

Энтальпия h1 (kJ/kg) при степени сухости X1

In[215]:=

```
h1 = hOnePrime + X1 * r
```

Out[215]=

```
2285.248
```

Энтальпия h2 (kJ/kg) при степени сухости X2

In[216]:=

```
h2 = hOnePrime + X2 * r
```

Out[216]=

980.992

Удельная теплота получаемая от водяного пара в трубе qVapor(J/kg)

In[217]:=

$$qVapor = (h1 - h2) * 10^3$$

Out[217]=

1.304256×10^6

Найдем расход теплоносителя(водяного пара) G1 (kg/s)

In[218]:=

$$G1 = \frac{Qreceived}{qVapor}$$

Out[218]=

0.0048614333

Найдем плотность теплового потока через змеевик qSnake(W / m^2)

In[219]:=

$$qSnake = \frac{(tVapor - tmAverage)}{\frac{1}{\alpha 1} + \frac{1}{\alpha 2}}$$

Out[219]=

9150.6015

Найдем площадь поверхности змеевика Fsnake (m^2)

In[220]:=

$$Fsnake = \frac{Qreceived}{qSnake}$$

Out[220]=

0.69291112

Теперь мы проведем те же самые расчеты,но положим λIsolation-const ($W / m^2 K$), а не как функцию от температуры

In[221]:=

```
λIsolationConst = λIsolation[0]
```

Out[221]=

0.091

Так же решим систему из четырех уравнений для поиска температур стенок и плотности теплового потока:

In[222]:=

$$\{tw1Secondary, tw2Secondary, tw3Secondary, qSecondary\} = Last\Big[NSolveValues\Big[\Big\{qSecondaryBUFFFER == \frac{tw2SecondaryBUFFFER - tw3SecondaryBUFFFER}{\frac{\delta Isolation}{\lambda IsolationConst}},$$
$$qSecondaryBUFFFER == \frac{tw1SecondaryBUFFFER - tw2SecondaryBUFFFER}{\frac{\delta}{\lambda Steel\left[\frac{tw1SecondaryBUFFFER + tw2SecondaryBUFFFER}{2}\right]}}, qSecondaryBUFFFER ==$$
$$\alpha 3 * (tmAverage - tw1SecondaryBUFFFER), qSecondaryBUFFFER == \alpha 4 * (tw3SecondaryBUFFFER - tAir),$$
$$tw1SecondaryBUFFFER > 0, tw2SecondaryBUFFFER > 0, tw3SecondaryBUFFFER > 0, qSecondaryBUFFFER > 0\Big\},$$
$$\{tw1SecondaryBUFFFER, tw2SecondaryBUFFFER, tw3SecondaryBUFFFER, qSecondaryBUFFFER\}, Reals\Big]\Big]$$

пос··· значения для численного приближения решения уравнений

множество действительных чи

Out[222]=

{48.553993, 48.5471, 35.676045, 78.084403}

Найдем тепловые потери через стенки бака: *QlostSecondary(W):*

In[223]:=

$$QlostSecondary = qSecondary * Fsurf$$

Out[223]=

390.42202

Найдем тепло которое получается от теплоносителя: *QreceivedSecondary(W)*

In[224]:=

$$QreceivedSecondary = QlostSecondary + Qm$$

Out[224]=

6313.622

Расход теплоносителя *G1Secondary(kg/s):*

In[225]:=

$$G1Secondary = \frac{QreceivedSecondary}{qVapor}$$

Out[225]=

0.0048407843

Плотность теплового потока через змеевик *qSnakeSecondary* (W / m^2)

In[226]:=

$$qSnakeSecondary = \frac{(tVapor - tmAverage)}{\frac{1}{\alpha 1} + \frac{1}{\alpha 2}}$$

Out[226]=

9150.6015

Найдем площадь поверхности змеевика FsnakeSecondary (m^2)

In[227]:=

$$FsnakeSecondary = \frac{QreceivedSecondary}{qSnakeSecondary}$$

Out[227]=

0.68996798

Найдем отличия двух способов решения: λIsolation- const и λIsolation=f(t):
Сравним теплопотери через стенки бака,расходы теплоносителя и площади поверхности змеевика и найдем абсолютные/относительные погрешности

In[228]:=

```
ΔQlost = Abs[Qlost - QlostSecondary]
```

абсолютное значение

Out[228]=

26.93153

In[229]:=

$$\delta Qlost = \frac{\Delta Qlost}{Qlost}$$

Out[229]=

0.064529295

In[230]:=

```
ΔG1 = Abs[G1 - G1Secondary]
```

абсолютное значение

Out[230]=

0.00002064896

In[231]:=

$$\Delta G1 = \frac{\Delta G1}{G1}$$

Out[231]=

0.0042475046

In[232]:=

```
ΔFsnake = Abs[Fsnake - FsnakeSecondary]
```

абсолютное значение

Out[232]=

0.0029431432

In[233]:=

$$\delta F = \frac{\Delta Fsnake}{Fsnake}$$

Out[233]=

0.0042475046

Вывод *:* Отличия существуют, погрешность присутствует*(*в пределах *6%),* но если нужно сделать расчеты быстро то это пренебрежимо*,*поэтому функциональной зависимостью *λIsolation(t)* можно пренебречь и брать коэффициент теплопроводности *λIsolation* как *const*

Выполнение расчетного задания по дисциплине Тепломассообмен в среде Mathematica 14

Студент: Зарина Азимова

Группа: ТФ-11-22

Задача № 3

Задача 3.

Цилиндрическую заготовку диаметром d=100 мм и длиной L=0,12 м, с начальной температурой t_0=800°С поместили в охладительный бассейн с температурой жидкости $t_ж$=25°С, в котором она начала охлаждаться при постоянном коэффициенте теплоотдачи α=70 Вт/(м^2 К). Свойства материала заготовки: марка - Сталь 10Cr, плотность - 7785 кг/м^3, удельная теплоёмкость - 460 Дж/(кг К), теплопроводность - 31 Вт/(м К).

Рассчитать температурное поле в цилиндре как функцию радиуса r (мм) и линейной координаты x (мм) в момент времени τ_1=1,2 мин от начала охлаждения, результаты вычислений свести в таблицы, построить графики $t(x, 0, \tau_1)$, $t(x, r_0, \tau_1)$, $t(0, r, \tau_1)$, $t(L/2, r, \tau_1)$.

Рассчитать температуру в центре цилиндра и на глубине 0,2d от поверхности как функцию времени; для стадии регулярного режима охлаждения вычислить, имитируя эксперимент, темп охлаждения цилиндра и температуропроводность материала заготовки.

Вычислить количество теплоты, отданной цилиндром за время охлаждения от его начала, до момента τ_1.

Введем исходные данные:

In[400]:=

```
d0 = UnitConvert[Quantity[100, "Millimeters"], "Meters"];
      преобразоват·· размерная величина

r0 = d0 / 2;
L = Quantity[0.12, "Meters"];
    размерная величина
t0 = Quantity[800, "DegreesCelsius"];
     размерная величина
tLiquid = Quantity[25, "DegreesCelsius"];
          размерная величина
α = Quantity[70, "Watts"/("Meters"^2 * "Kelvins")];
    размерная величина
ρ = Quantity[7785, "Kilograms"/"Meters"^3];
    размерная величина
cp = Quantity[460, "Joules"/("Kilograms" * "Kelvins")];
     размерная величина
λ = Quantity[31, "Watts"/("Meters" * "Kelvins")];
    размерная величина
τ1 = UnitConvert[Quantity[1.2, "Minutes"], "Seconds"];
     преобразоват·· размерная величина
```

Найдем коэффициент температуропроводности a:

In[406]:=

$$a = \text{UnitConvert}\left[N\left[\frac{\lambda}{cp * \rho}\right], \frac{\text{"Meters"}^2}{\text{"Seconds"}}\right]$$

преобразоват·· численное приближение

Out[406]=

$8.656558 \times 10^{-6}\ m^2/s$

Числа Био по радиальному(BiRadial) и вертикальному(BiVertical) направлениям:

In[407]:=

$$\text{BiRadial} = N\left[\frac{\alpha * r0}{\lambda}\right]$$

численное п

Out[407]=

0.11290323

In[408]:=

$$\text{BiVertical} = N\left[\frac{\left(\alpha * \frac{L}{2}\right)}{\lambda}\right]$$

численное при

Out[408]=

0.13548387

Числа Фурье по радиальному(FoRadial) и вертикальному(FoVertical) направлениям:

In[409]:=

$$\text{FoRadial} = \frac{a * \tau 1}{(r0)^2}$$

Out[409]=

0.24930887

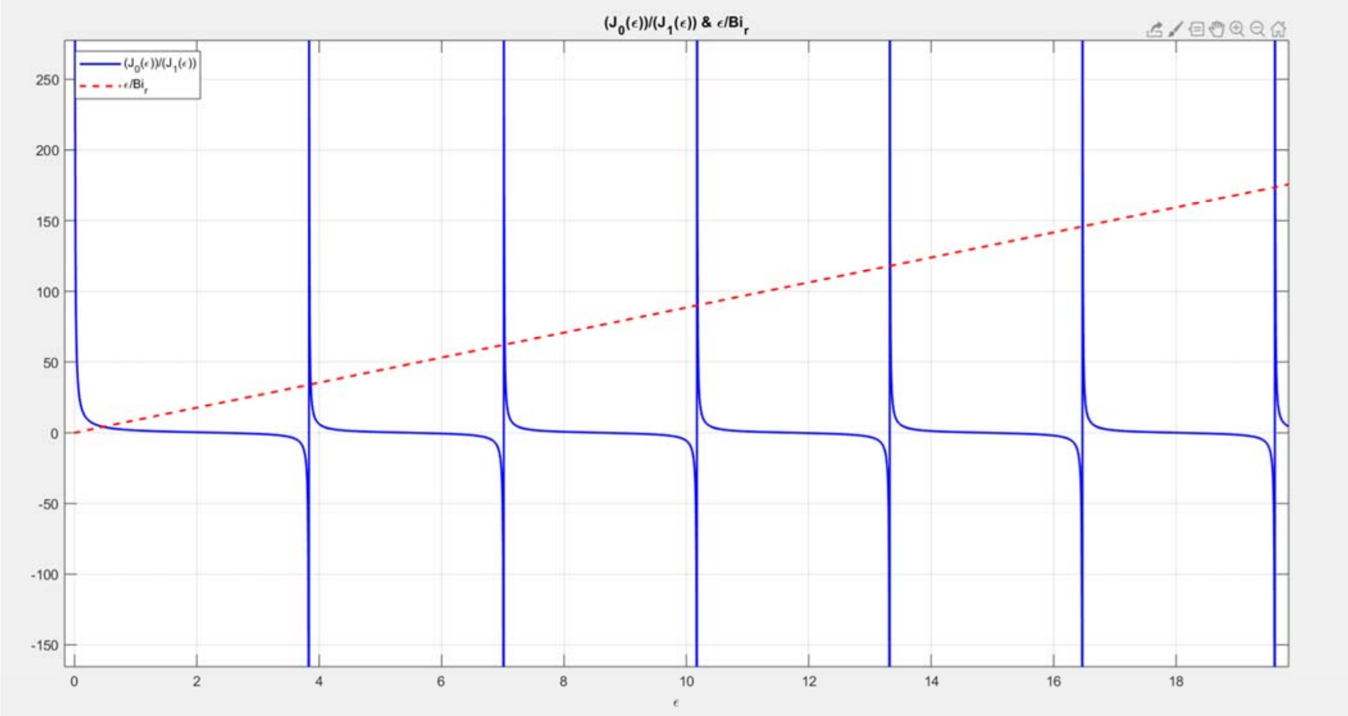
In[410]:=

$$\text{FoVertical} = \frac{a * \tau 1}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

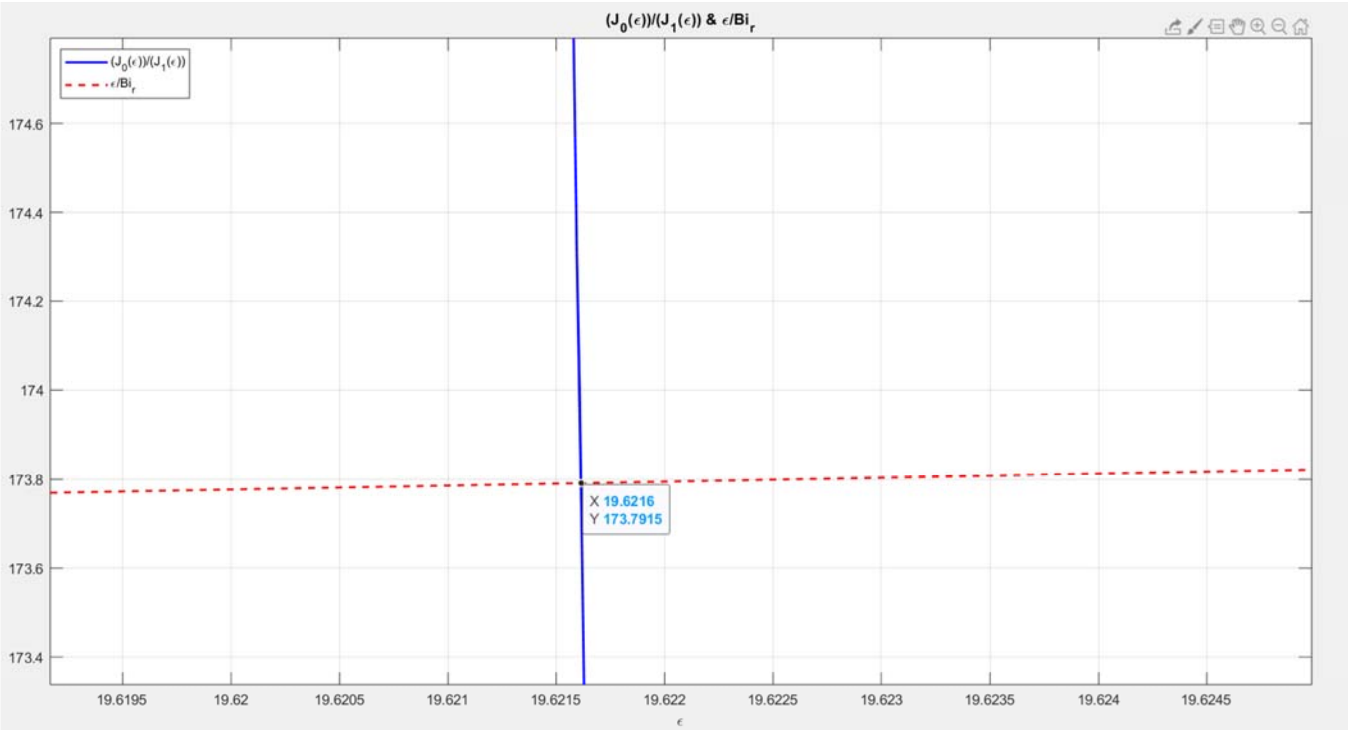
Out[410]=

0.17313116

Приступим к поиску корней характеристического уравнения(MATLAB) в радиальном направлении.В точках разрыва присваиваем NaN чтобы не цепляло лишних корней, либо без NaN но выкидываем лишние корни после численного расчета.В картинках ниже производилах фильтрация корней. Скрипты прилагаются:



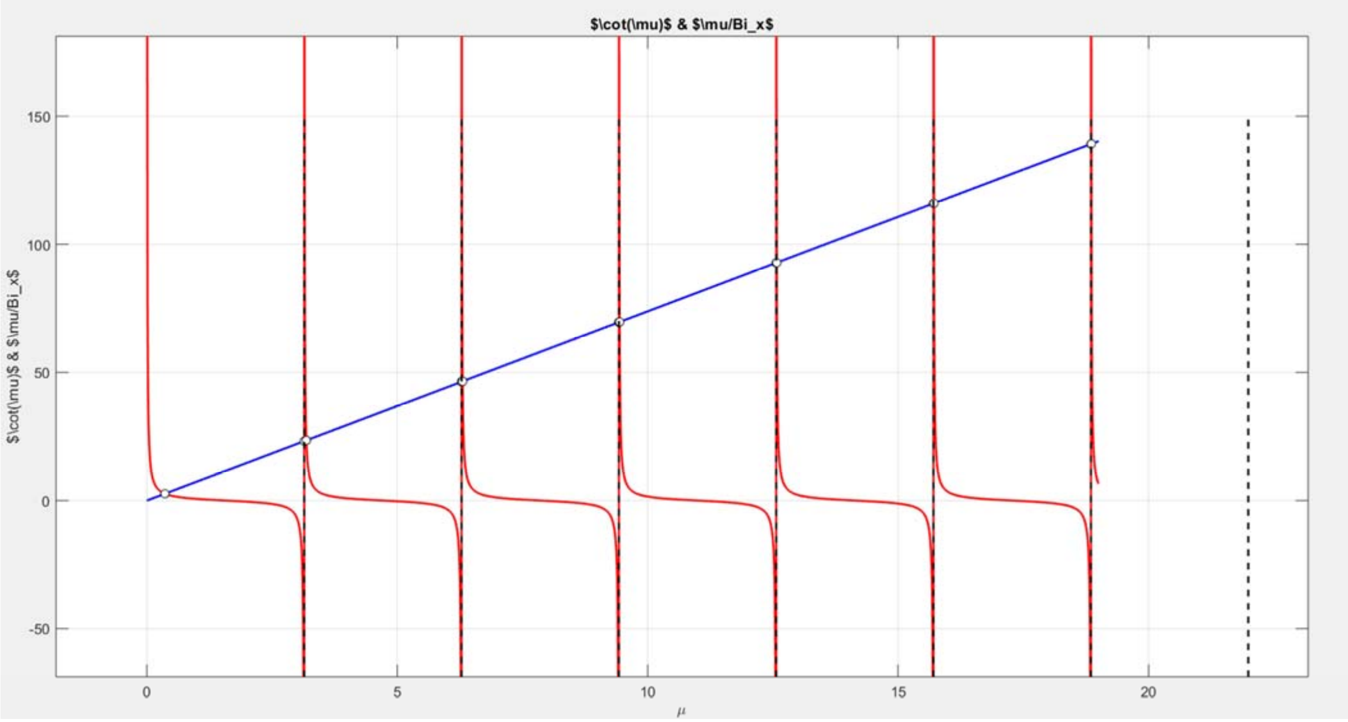
Седьмой корень отдельно:



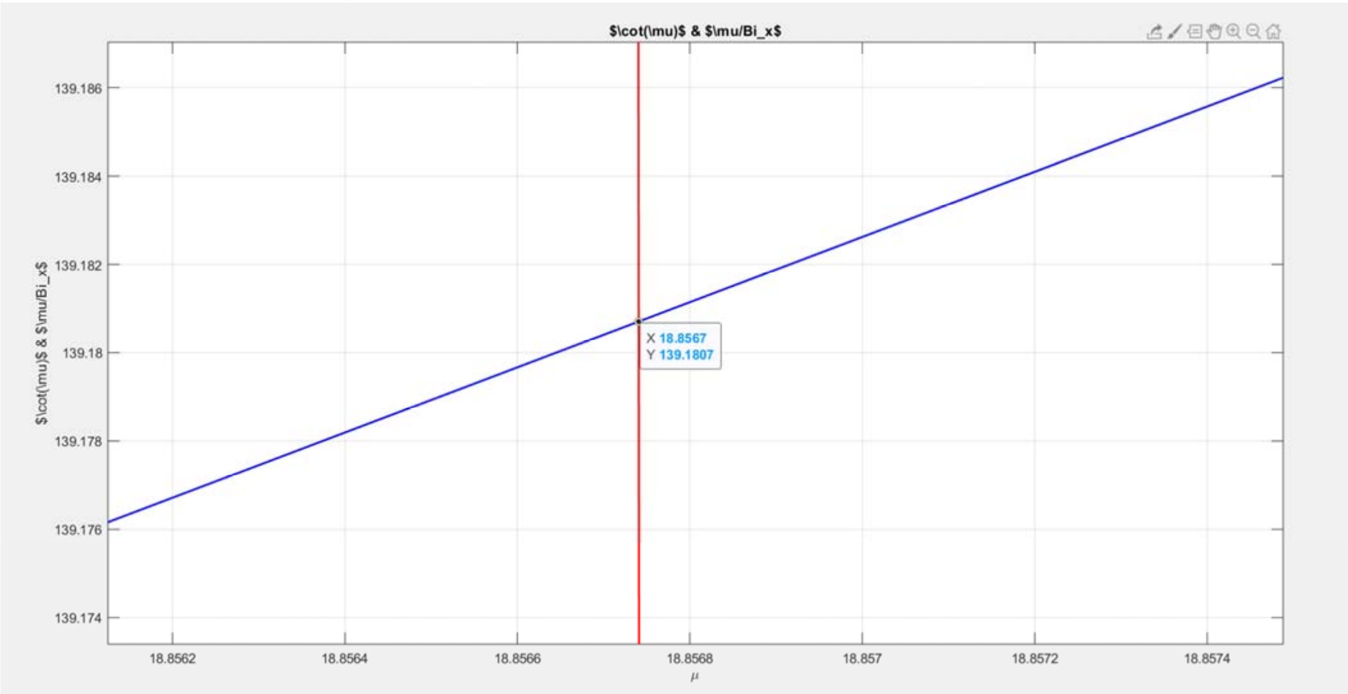
In[411]:=

```
ϵ = {0.4686 , 3.8611,  7.0317 , 10.1846,  13.3322 , 16.4775 ,  19.6216};
```

В вертикальном
направлении:



Отдельно седьмой корень:



In[412]:=

```
μ = {0.3600  , 3.1841 , 6.3047  , 9.4391 , 12.5771,  15.7166  , 18.8567};
```

Найдем функцию распределения температуры в радиальном направлении:

In[413]:=

$$\Theta\text{Radial}[r\_, \tau\_] := \text{Total}\left[\frac{2 * \text{BesselJ}[1, \epsilon]}{\epsilon * (\text{BesselJ}[0, \epsilon] + \text{BesselJ}[1, \epsilon]^2)} * \text{BesselJ}\left[0, \epsilon * \frac{r}{\text{QuantityMagnitude}[r0]}\right] * \text{Exp}\left[-\epsilon^2 * \text{QuantityMagnitude}[a] * \frac{\tau}{\text{QuantityMagnitude}[r0]^2}\right]\right];$$

суммировать · функция Бесселя J · показате··· · модуль размерной величины

In[414]:=

```
ΘRadial[0, 0]
```

Out[414]=

```
0.9995784
```

In[415]:=

```
tRadial[r_, τ_] = tLiquid + (t0 - tLiquid) * ΘRadial[r, τ];
```

Найдем температуру на оси цилиндра в момент времени $\tau = 0$. (оно тут иногда показывает почему то 298.021K но в расчетах далее это нормальные 1072K, можете сами прокомпилировать << tLiquid+(t0-tLiquid)*ΘRadial[0,0] >>). Видимо просто баг какой-то.

In[416]:=
```
tRadial[0, 0]
```
Out[416]=
```
1072.8233 K
```

Нормальное *tRadial[0,0]*

In[417]:=
```
tRadial[0, 0] = tLiquid + (t0 - tLiquid) * ΘRadial[0, 0]
```
Out[417]=
```
1072.8233 K
```
In[418]:=
```
UnitConvert[tRadial[0, 0], "DegreesCelsius"]
```
преобразовать единицы измерений

Out[418]=
```
799.67326 °C
```

Найдем функцию распределения температуры в вертикальном направлении:

In[419]:=

$$\Theta\text{Vertical}[x\_, \tau\_] := \text{Total}\left[\frac{2 * \text{Sin}[\mu]}{\mu + \text{Sin}[\mu] * \text{Cos}[\mu]} * \text{Cos}\left[\mu * \frac{x}{\text{QuantityMagnitude}[L/2]}\right] * \text{Exp}\left[-\mu^2 * \frac{\text{QuantityMagnitude}[a] * \tau}{\text{QuantityMagnitude}\left[\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]}\right]\right]$$

суммировать косинус показательная функция

In[420]:=
```
ΘVertical[0, 0]
```
Out[420]=
```
1.0003347
```
In[421]:=
```
tVertical[x_, τ_] := tLiquid + (t0 - tLiquid) * ΘVertical[x, τ];
```

Найдем температуру в центре цилиндра в момент времени $\tau = 0$

In[422]:=
```
tVertical[0, 0]
```
Out[422]=
```
1073.4094 K
```
In[423]:=
```
UnitConvert[tVertical[0, 0], "DegreesCelsius"]
```
преобразовать единицы измерений

Out[423]=
```
800.25942 °C
```

Найдем функцию распределения температурного поля в цилиндре t(x,r,τ)

In[424]:=
```
Θ3D[x_, r_, τ_] := ΘVertical[x, τ] * ΘRadial[r, τ];
```
In[425]:=
```
t[x_, r_, τ_] := tLiquid + (t0 - tLiquid) * Θ3D[x, r, τ];
```

Начнем расчет температурного поля

Сначала для r=0:

In[426]:=

```
Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L/2, 3*L/8, L/4, L/8, 0}}] // MatrixForm
```

таблиц… числ… преобразовать … модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины матричная форма

Out[426]//MatrixForm=

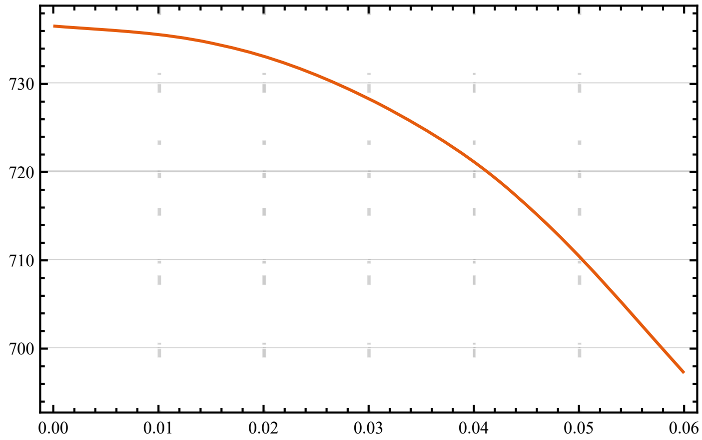
0.06 m	697.2482 °C
0.045 m	716.28882 °C
0.03 m	728.32498 °C
0.015 m	734.637 °C
0.	736.5561 °C

In[427]:=

```
ListLinePlot[
 Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L/2, 3*L/8, L/4, L/8, 0}}],
 InterpolationOrder → 2, PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```

линейный график данных таблиц… числ… преобразовать … модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины порядок интерполяции тематический стиль графика линии коорд… автоматический

Out[427]=



In[428]:=

Теперь для r=r0

In[429]:=

```
Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r0], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L/2, 3*L/8, L/4, L/8, 0}}] // MatrixForm
```

таблиц… числ… преобразовать … модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины матричная форма

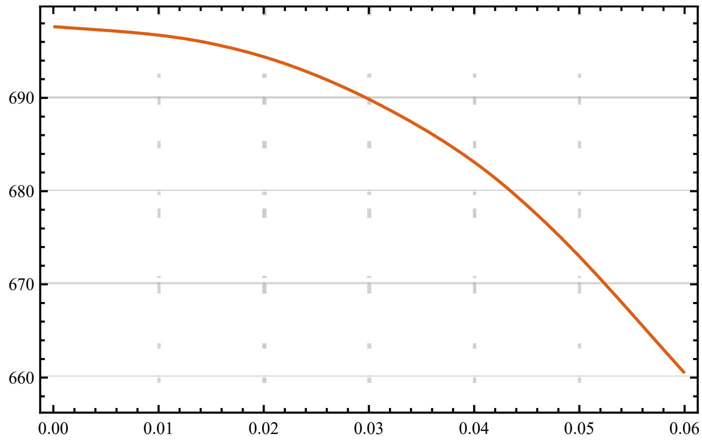
Out[429]//MatrixForm=

0.06 m	660.48526 °C
0.045 m	678.48461 °C
0.03 m	689.86255 °C
0.015 m	695.82939 °C
0.	697.64354 °C

In[430]:=

```
ListLinePlot[
линейный график данных
 Table[{N[x], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r0], QuantityMagnitude[τ1]],
 таблиц··· числ··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
    "DegreesCelsius"]}, {x, {L / 2, 3 * L / 8, L / 4, L / 8, 0}}],
 InterpolationOrder → 2, PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
 порядок интерполяции   тематический стиль графика   линии коорд··· автоматический
```

Out[430]=



Теперь для x=0

In[431]:=

```
Table[{N[r], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]],
таблиц··· числ··· преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины

    "DegreesCelsius"]}, {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}] // MatrixForm
                            расположить в обратном порядке              матричная форма
```

Out[431]//MatrixForm=

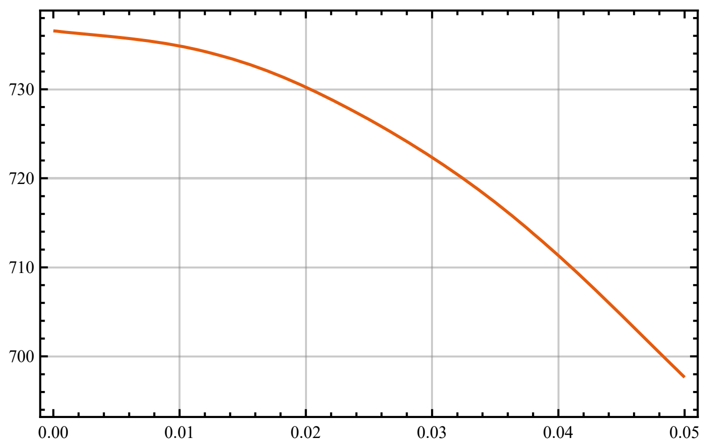
0.05 m	697.64354 °C
0.0375 m	714.4138 °C
0.025 m	726.61867 °C
0.0125 m	734.05531 °C
0.	736.5561 °C

In[432]:=

```
ListLinePlot[Table[{N[r],
линейный гра··· таблиц··· численное приближение
   UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]], "DegreesCelsius"]},
   преобразовать ··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины
  {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}], InterpolationOrder → 2,
      расположить в обратном порядке              порядок интерполяции

 PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
 тематический стиль графика  линии коорд··· автоматический
```

Out[432]=



Теперь для x=L/2

In[433]:=

```
Table[{N[r], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[L/2], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}] // MatrixForm
```

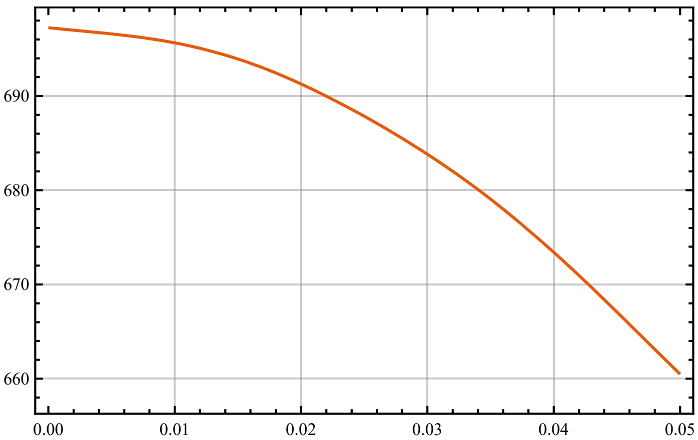
Out[433]//MatrixForm=

0.05 m	660.48526 °C
0.0375 m	676.32909 °C
0.025 m	687.85974 °C
0.0125 m	694.88556 °C
0.	697.2482 °C

In[434]:=

```
ListLinePlot[Table[{N[r],
   UnitConvert[t[QuantityMagnitude[L/2], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]], "DegreesCelsius"]},
  {r, Reverse[{0, r0/4, r0/2, 3 * r0 / 4, r0}]}], InterpolationOrder → 2,
 PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```

Out[434]=



Покажем распределение температуры в центре цилиндра и на расстоянии *0.2* d_0 от поверхности как функцию времени

Сначала для центра*:*

In[435]:=

```
Table[{N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {k, Range[3]}] // MatrixForm
```

Out[435]//MatrixForm=

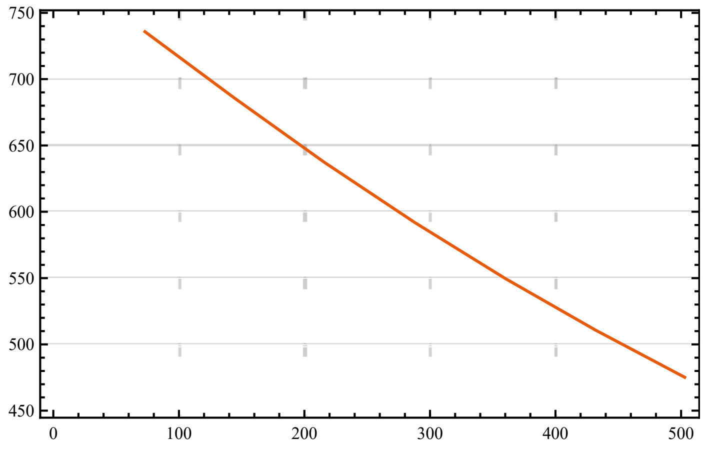
72. s	736.5561 °C
144. s	685.92331 °C
216. s	637.23057 °C

In[436]:=

```
ListLinePlot[
 Table[{N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
    "DegreesCelsius"]}, {k, Range[7]}], PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```

линейный график данных; таблиц⋯; численное⋯; преобразовать ⋯; модуль размерной величины; модуль размерной величины; модуль размерной величины; диапазон; тематический стиль графика; линии коорд⋯; автоматический

Out[436]=



Теперь на расстоянии 0.2 d_0 (0.4 r_0)от поверхности , следовательно $r = 0.6\,r_0$)

In[437]:=

```
Table[
 {N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
   "DegreesCelsius"]}, {k, Range[7]}] // MatrixForm
```

таблица значений; численное⋯; преобразовать ⋯; модуль размерной величины; модуль размерной величины; модуль размерной величины; диапазон; матричная форма

Out[437]//MatrixForm=

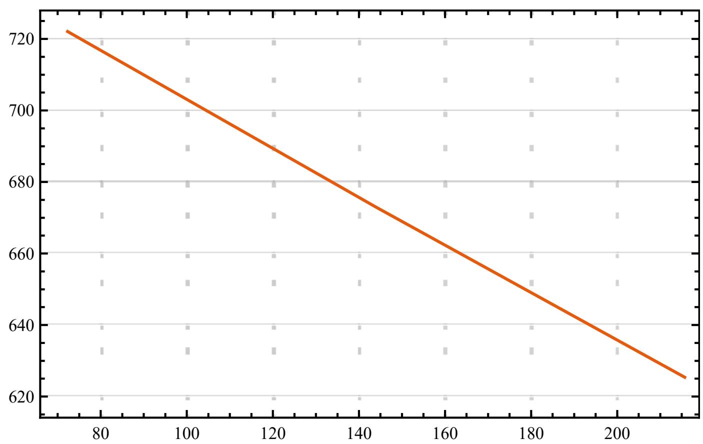
72. s	722.29758 °C
144. s	672.91971 °C
216. s	625.19071 °C
288. s	580.67423 °C
360. s	539.40989 °C
432. s	501.20172 °C
504. s	465.83015 °C

In[438]:=

```
ListLinePlot[Table[
 {N[k * τ1], UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0], QuantityMagnitude[k * τ1]],
   "DegreesCelsius"]}, {k, Range[3]}], PlotTheme → "Scientific", GridLines → Automatic]
```

линейный гра⋯; таблица значений; численное⋯; преобразовать ⋯; модуль размерной величины; модуль размерной величины; модуль размерной величины; диапазон; тематический стиль графика; линии коорд⋯; автоматический

Out[438]=



Для определения темпа охлаждения и коэффициента температуропроводности заготовки построит несколько зависимостей *ln(θ)* используя данные полученные выше(в центре и на

$0.6r_0$).

θ = t-tLiquid

In[439]:=

```
lnForCenter =
 Table[{N[k * τ1], Log[QuantityMagnitude[UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0],
 [таблиц··· [численное·· [на··· [модуль размерной ве··· [преобразовать ··· [модуль размерной величины [модуль размерной величины
        QuantityMagnitude[k * τ1]], "DegreesCelsius"] - tLiquid]]}, {k, Range[7]}]
        [модуль размерной величины                                      [диапазон
```

Out[439]=

```
{{72. s, 6.5674543}, {144. s, 6.4936378}, {216. s, 6.417109},
 {288. s, 6.3400434}, {360. s, 6.2628816}, {432. s, 6.1857028}, {504. s, 6.1085209}}
```

In[440]:=

```
lnForPoint6r0 =
 Table[{N[k * τ1], Log[QuantityMagnitude[UnitConvert[t[QuantityMagnitude[0], QuantityMagnitude[0.6 * r0],
 [таблиц··· [численное·· [на··· [модуль размерной ве··· [преобразовать ··· [модуль размерной величины [модуль размерной величины
        QuantityMagnitude[k * τ1]], "DegreesCelsius"] - tLiquid]]}, {k, Range[7]}]
        [модуль размерной величины                                      [диапазон
```

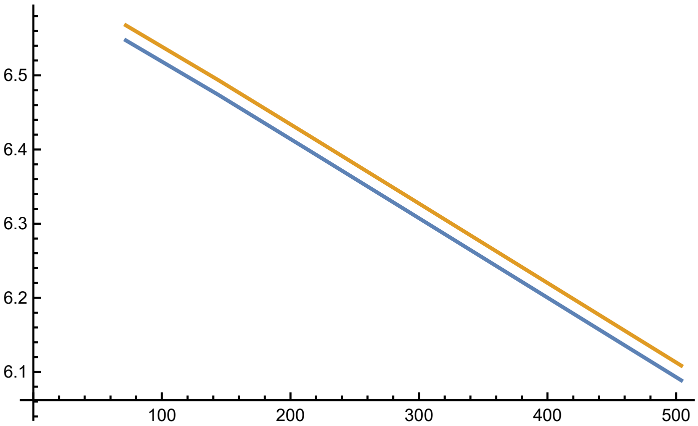
Out[440]=

```
{{72. s, 6.5472123}, {144. s, 6.4737668}, {216. s, 6.3972475},
 {288. s, 6.3201822}, {360. s, 6.2430204}, {432. s, 6.1658415}, {504. s, 6.0886597}}
```

In[441]:=

```
ListLinePlot[{lnForPoint6r0, lnForCenter}]
[линейный график данных
```

Out[441]=



Нетрудно заметить,что стадии. регулярного режима гарантированно соответствует интервал [200,500] s.

Найдем число Фурье в краевых точках интервала регулярного режима и удостоверимся что оно больше 0.3. Даже если оно не больше 0.3 то мы все равно можем посчитать все,хоть и с погрешностью.

In[442]:=

$$\text{FoRadialAt200} = \frac{\text{a} * \text{Quantity}[200, \text{"Seconds"}]}{\text{r0}^2}$$

Out[442]=

0.69252464

In[443]:=

$$\text{FoRadialAt500} = \frac{\text{a} * \text{Quantity}[500, \text{"Seconds"}]}{\text{r0}^2}$$

Out[443]=

1.7313116

In[444]:=

$$\text{FoVerticalAt200} = \frac{\text{a} * \text{Quantity}[200, \text{"Seconds"}]}{\left(\frac{\text{L}}{2}\right)^2}$$

Out[444]=

0.48091989

In[445]:=

$$\text{FoVerticalAt500} = \frac{a * \text{Quantity}[500, \text{"Seconds"}]}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

Out[445]=

1.2022997

Приступим к поиску темпа охлаждения m для наших двух точек

In[446]:=

$$\text{mAtCenter} = \frac{\text{Log}\left[\frac{\theta 3D[0,0,200]}{\theta 3D[0,0,500]}\right]}{\text{Quantity}[500 - 200, \text{"Seconds"}]}$$

Out[446]=

0.0010712841 per second

In[447]:=

$$\text{mAtPoint6r0} = \frac{\text{Log}\left[\frac{\theta 3D[0,\text{QuantityMagnitude}[0.6*r0],200]}{\theta 3D[0,\text{QuantityMagnitude}[0.6*r0],500]}\right]}{\text{Quantity}[500 - 200, \text{"Seconds"}]}$$

Out[447]=

0.0010712822 per second

Берем среднее

In[448]:=

$$m = \frac{\text{mAtCenter} + \text{mAtPoint6r0}}{2}$$

Out[448]=

0.0010712831 per second

Fo > 0.3 поэтому ряд Фурье сходится быстро и первый член достаточно описывает все решение.

Найдем коэффициент формы К:

In[449]:=

$$K = \frac{1}{\left(\frac{\text{First}[\epsilon]}{r0}\right)^2 + \left(\frac{\text{First}[\mu]}{\frac{L}{2}}\right)^2}$$

Out[449]=

0.0080753016 m^2

Найдем коэффициент температуропроводности по второй теореме Кондратьева(допущение что наше $m = m_\infty$) и сравним с теоретическим:

In[450]:=

aExperimental = K * m

Out[450]=

$8.6509344 \times 10^{-6}\ m^2/s$

In[451]:=

a

Out[451]=

$8.656558 \times 10^{-6}\ m^2/s$

In[452]:=

$$\delta a = \frac{\text{Abs}[a - \text{aExperimental}]}{a}$$

Out[452]=

0.00064964349

Найдем количество теплоты, отданное цилиндром за время τ_1:

Для начала найдем сколько теплоты он отдаст до того момента как Θ==1 т.е. t=tLiquid

In[453]:=

```
Q = N[π * (r0)^2 * L * ρ * cp * (t0 - tLiquid)]
```

численное приближение

Out[453]=

2.6157081 × 10^6 J

In[454]:=

$$\Theta RadialAverage = Total\left[\frac{4 * BiRadial^2}{\epsilon^2 * (\epsilon^2 + BiRadial^2)} * Exp\left[-\epsilon^2 * FoRadial\right]\right]$$

суммировать, показательная функция

Out[454]=

0.94620288

In[455]:=

$$\Theta VerticalAverage = Total\left[\frac{2 * Sin[\mu]^2}{\mu^2 + \mu * Sin[\mu] * Cos[\mu]} * Exp\left[-\mu^2 * FoVertical\right]\right]$$

суммировать, показательная функция

Out[455]=

0.97749884

In[456]:=

```
ΘAverage = ΘVerticalAverage * ΘRadialAverage
```

Out[456]=

0.92491221

In[457]:=

```
Qτ1 = Q (1 - ΘAverage)
```

Out[457]=

196 407.74 J

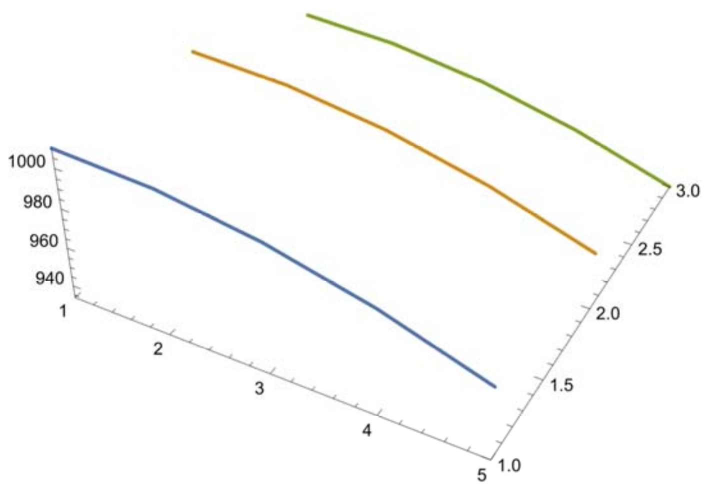
Подытожим полным температурным полем в момент времени τ_1

In[458]:=

```
Show[ListLinePlot3D[Table[t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]],
   {x, 0, L/2, L/4}, {r, 0, r0, r0/4}]], Boxed → False]
```

пок··· линейный график··· таблица··· модуль размерной величины модуль размерной величины модуль размерной величины показат·· ложь

Out[458]=



In[459]:=

```
data = Flatten[Table[{x, r, t[QuantityMagnitude[x], QuantityMagnitude[r], QuantityMagnitude[τ1]]},
       уплостить  таблица значений    модуль размерной величины  модуль размерной величины  модуль размерной величины
    {x, 0, L / 2, L / 4}, {r, 0, r0, r0 / 4}], 1];

ListPlot3D[data, Boxed → True, Mesh → None, PlotStyle → Directive[Opacity[0.7], Yellow],
3-мерная диаграмм··  показат··  ист···  сетка  ни о···  стиль графика  директива  прозрачность  жёлтый
 AxesLabel → {"x (m)", "r (m)", "t (°C)"}, LabelStyle → Directive[Medium, Black], InterpolationOrder → 4]
 обозначения на осях                         стиль отметки  директива  средний  чёрный  порядок интерполяции
```

Out[460]=