

Национальный Исследовательский Университет
«Московский Энергетический Институт»

Кафедра теоретических основ теплотехники
Лаборатория тепломассообмена

Лабораторная работа №3

Определение тепловых свойств материалов методом регулярного режима

Студент: _____

Группа: _____

Преподаватель: _____

К работе допущен: _____

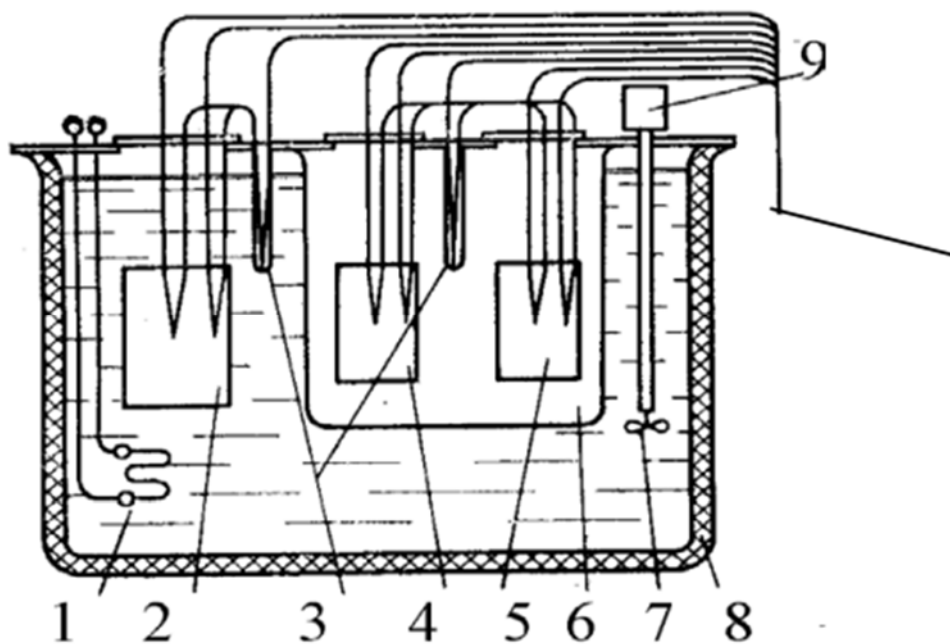
Работу выполнил: _____

Работу сдал: _____

Цель работы:

1. углубление знаний о процессе нестационарной теплопроводности в твердых телах; изучение влияния начального теплового состояния и условий теплообмена тела с окружающей средой на вид распределения температуры в теле.
2. ознакомление с нестационарными методами экспериментального определения теплофизических свойств материалов.
3. освоение метода регулярного теплового режима, его экспериментальной реализации при определении коэффициентов температуропроводности, теплопроводности, и удельной теплоемкости материалов (теплоизолятор) и теплоотдачи в условиях нагрева (охлаждения) тела. Анализ полученных результатов и их сравнение с литературными данными.

Описание экспериментальной установки:



- 1 – нагреватель
- 2 – калориметр №1
- 3 – спай термопар
- 4 – калориметр №2
- 5 – калориметр №3
- 6 – воздушная камера
- 7 – мешалка
- 8 – корпус термостата с жидкостью
- 9 – электродвигатель мешалки и насоса

Основы метода регулярного теплового режима:

Нестационарное температурное поле любого тела определяется воздействием окружающей среды, физическими свойствами тела, геометрической формой и размерами, а также его начальным тепловым состоянием.

Влияние среды и свойств тела можно характеризовать числом Био, $Bi = \frac{\alpha \times R}{\lambda}$, которое определяет отношение внутреннего и внешнего тепловых сопротивлений

При анализе начальных условий выделяют две стадии процесса охлаждения (нагрева). В первой, начальной, стадии неупорядоченного (иррегулярного) режима температурное поле в значительной степени определяется особенностями начального распределения температуры. Во второй стадии, которая наступает при числе Фурье $Fo = \frac{\alpha \times \tau}{R^2}$, начальное распределение уже не влияет на характер изменения температурного поля и распределение температуры во времени для всех точек тела изменяется по экспоненциальному закону. Эта стадия называется регулярным (упорядоченным) тепловым режимом и при постоянных физических свойствах, в условиях $\alpha = \text{const}$, $t_{ж} = \text{const}$ описывается простым уравнением:

$$t - t_{ж} = \theta = A * U * e^{-m \cdot \tau} \quad (1)$$

где, α - средний по поверхности коэффициент теплоотдачи, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$; $t_{ж}$ - температура среды; °С, t - температура любой точки тела (переменная), °С, $t - t_{ж} = \theta$ - разность температур какой либо точки тела и среды, °С; A - постоянный множитель, определяемый из начальных условий; U - функция, определяющая зависимость θ от координат (x, y, z) ; m - темп регулярного охлаждения или нагрева тела, 1/сек.; τ - время, с. Темп охлаждения m характеризует относительную скорость изменения избыточной температуры тела θ , т.е.

$$m = - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$$

Из уравнения [1] вытекают важные для практики следствия.

1. Прологарифмировав его, получаем:

$$\ln|\theta| = -m\tau + G(x, y, z) \quad (2)$$

где $G(x, y, z)$ - функция координат точки, следовательно,

$$- \frac{\partial \ln|\theta|}{\partial \tau} = m \quad (3)$$

Таким образом, по истечении определенного времени после начала охлаждения (нагрева) тела наступает регулярный тепловой режим, отличительной особенностью которого является то, что логарифм разности между температурой t в любой точке тела и температурой окружающей среды $t_{ж}$ изменяется с течением времени τ по линейному закону. При этом скорость изменения избыточной температуры остается одинаковой для всех точек тела.

Связь темпа охлаждения m с характеристиками тела и условиями теплообмена на поверхности, при конечном значении коэффициента теплоотдачи ($\alpha = \text{const}$), определяется зависимостью вида (первая теорема Кондратьева):

$$m = \psi \frac{\alpha F}{C} \quad (4)$$

где ψ - коэффициент неравномерности температурного поля; F - поверхность тела, м²; C - полная теплоемкость тела, Дж/К.

При $\alpha \rightarrow \infty$ темп регулярного охлаждения (нагрева) $m_{\infty} = m\alpha \rightarrow \infty$ и температуропроводность материала тела прямо пропорциональны (вторая теорема Кондратьева):

$$\alpha = K m_{\infty} \quad (5)$$

где коэффициент пропорциональности K , м² - геометрическая величина, зависящая от размеров и формы тела.

Рассмотренные свойства регулярного теплового режима широко используют для экспериментального определения коэффициента температуропроводности - a , теплопроводности - λ , удельной теплоемкости материалов - c .

N	Время опыта,сек	Калориметр 1, °C		Калориметр 2, °C		Калориметр 3, °C		Воздушная камера, °C	Водяная камера, °C	Окружающая среда, °C
	25+50*i,i=0..34	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	24
1	25	25.1	22.1	22.7	22.2	22.6	22.7	40.8	44.3	
2	75	28.8	22.1	23.1	22.1	23.2	23.2	40.5	44.0	
3	125	31.2	22.2	23.5	22.1	23.6	23.7	40.3	44.0	
4	175	33.0	23.1	23.8	22.2	23.9	24.0	40.1	43.9	
5	225	34.4	24.1	24.2	22.3	24.4	24.7	40.1	44.0	
6	275	35.3	25.4	24.6	22.6	24.9	25.0	40.0	44.0	
7	325	36.4	26.9	25.1	22.9	25.4	25.5	40.0	44.0	
8	375	37.1	28.1	25.5	23.2	25.8	26.0	40.1	44.0	
9	425	37.4	28.8	25.7	23.4	26.0	26.2	40.1	44.2	
10	475	37.8	29.4	25.8	23.6	26.3	26.4	40.1	44.3	
11	525	38.1	30.0	26.2	23.8	26.6	26.6	40.2	44.2	
12	575	38.5	30.8	26.2	24.0	26.7	27.0	40.1	44.3	
13	625	38.9	31.4	26.3	24.0	26.9	27.1	40.2	44.0	
14	675	39.0	32.0	26.6	24.3	27.1	27.2	40.1	44.2	
15	725	39.0	33.0	26.8	24.4	27.3	27.3	40.1	44.1	
16	775	39.5	33.2	26.8	24.5	27.5	27.7	40.1	44.0	
17	825	39.6	33.6	27.0	24.7	27.7	27.8	40.1	44.0	
18	875	39.7	33.8	27.2	25.0	27.7	27.9	40.1	44.0	
19	925	40.1	34.7	27.5	25.0	28.1	28.2	40.1	44.2	
20	975	40.3	35.0	27.5	25.3	28.3	28.4	40.2	44.2	
21	1025	40.5	35.5	27.7	25.4	28.3	28.6	40.1	44.2	
22	1075	40.5	35.9	27.9	25.5	28.6	28.8	40.2	44.2	
23	1125	40.8	36.4	28.0	25.7	28.8	28.9	40.3	44.2	
24	1175	41.0	36.9	28.3	26.0	28.9	29.0	40.2	44.2	
25	1225	41.7	37.2	28.4	26.1	29.1	29.3	40.3	44.3	
26	1275	41.1	37.6	28.5	26.2	29.4	29.5	40.5	44.3	
27	1325	41.3	38.0	28.6	26.5	29.6	29.7	40.5	44.2	
28	1375	41.6	38.2	28.8	26.6	29.7	29.8	40.3	44.2	
29	1425	41.6	38.4	29.0	26.7	29.9	30.0	40.5	44.2	
30	1475	41.9	38.7	29.1	27.0	30.2	30.1	40.5	44.2	
31	1525	41.9	39.1	29.4	27.1	30.2	30.3	40.5	44.2	
32	1575	41.9	39.4	29.4	27.2	30.3	30.6	40.5	44.2	
33	1625	42.3	39.7	29.4	27.5	30.5	30.8	40.6	44.3	
34	1675	42.3	39.9	29.6	27.6	30.7	30.9	40.6	44.4	
35	1725	42.4	40.0	29.6	27.6	30.9	31.0	40.6	44.3	

Обработка результатов измерений лабораторной работы №36

“Определение тепловых свойств материалов методом регулярного режима”

Примечание: Калориметр 1 -водяная камера, калориметры 2 и 3 -воздушная камера

Данные эксперимента:

τ -время опыта

t1 - t8 показания термодатчиков в калориметрах и камерах: 1-2-калориметр 1; 3-4 -калориметр 2; 5-6 калориметр 3; 7-воздушная камера; 8 - водяная камера.

```
In[1]:=  $\tau = \text{Quantity}[\text{Table}[25 + 50 * i, \{i, 0, 34\}], \text{"Seconds"}]$   
[размерна... [таблица значений]
```

```
Out[1]= { 25 s , 75 s , 125 s , 175 s , 225 s , 275 s , 325 s , 375 s , 425 s ,  
475 s , 525 s , 575 s , 625 s , 675 s , 725 s , 775 s , 825 s , 875 s ,  
925 s , 975 s , 1025 s , 1075 s , 1125 s , 1175 s , 1225 s , 1275 s , 1325 s ,  
1375 s , 1425 s , 1475 s , 1525 s , 1575 s , 1625 s , 1675 s , 1725 s }
```

```

In[2]:= t1 = Quantity[{25.1, 28.8, 31.2, 33.0, 34.4, 35.3, 36.4, 37.1, 37.4, 37.8, 38.1, 38.5,
    размерная величина
    38.9, 39.0, 39.0, 39.5, 39.6, 39.7, 40.1, 40.3, 40.5, 40.5, 40.8, 41.0, 41.7,
    41.1, 41.3, 41.6, 41.6, 41.9, 41.9, 41.9, 42.3, 42.3, 42.4}, "DegreesCelsius"];
t2 = Quantity[{22.1, 22.1, 22.2, 23.1, 24.1, 25.4, 26.9, 28.1, 28.8, 29.4, 30.0, 30.8,
    размерная величина
    31.4, 32.0, 33.0, 33.2, 33.6, 33.8, 34.7, 35.0, 35.5, 35.9, 36.4, 36.9, 37.2,
    37.6, 38.0, 38.2, 38.4, 38.7, 39.1, 39.4, 39.7, 39.9, 40.0}, "DegreesCelsius"];
t3 = Quantity[{22.7, 23.1, 23.5, 23.8, 24.2, 24.6, 25.1, 25.5, 25.7, 25.8, 26.2, 26.2,
    размерная величина
    26.3, 26.6, 26.8, 26.8, 27.0, 27.2, 27.5, 27.5, 27.7, 27.9, 28.0, 28.3, 28.4,
    28.5, 28.6, 28.8, 29.0, 29.1, 29.4, 29.4, 29.4, 29.6, 29.6}, "DegreesCelsius"];
t4 = Quantity[{22.2, 22.1, 22.1, 22.2, 22.3, 22.6, 22.9, 23.2, 23.4, 23.6, 23.8, 24.0,
    размерная величина
    24.0, 24.3, 24.4, 24.5, 24.7, 25.0, 25.0, 25.3, 25.4, 25.5, 25.7, 26.0, 26.1,
    26.2, 26.5, 26.6, 26.7, 27.0, 27.1, 27.2, 27.5, 27.6, 27.6}, "DegreesCelsius"];
t5 = Quantity[{22.6, 23.2, 23.6, 23.9, 24.4, 24.9, 25.4, 25.8, 26.0, 26.3, 26.6, 26.7,
    размерная величина
    26.9, 27.1, 27.3, 27.5, 27.7, 27.7, 28.1, 28.3, 28.3, 28.6, 28.8, 28.9, 29.1,
    29.4, 29.6, 29.7, 29.9, 30.2, 30.2, 30.3, 30.5, 30.7, 30.9}, "DegreesCelsius"];
t6 = Quantity[{22.7, 23.2, 23.7, 24.0, 24.7, 25.0, 25.5, 26.0, 26.2, 26.4, 26.6, 27.0,
    размерная величина
    27.1, 27.2, 27.3, 27.7, 27.8, 27.9, 28.2, 28.4, 28.6, 28.8, 28.9, 29.0, 29.3,
    29.5, 29.7, 29.8, 30.0, 30.1, 30.3, 30.6, 30.8, 30.9, 31.0}, "DegreesCelsius"];
t7 = Quantity[{40.8, 40.5, 40.3, 40.1, 40.1, 40.0, 40.0, 40.1, 40.1, 40.1, 40.2, 40.1,
    размерная величина
    40.2, 40.1, 40.1, 40.1, 40.1, 40.1, 40.1, 40.2, 40.1, 40.2, 40.3, 40.2, 40.3,
    40.5, 40.5, 40.3, 40.5, 40.5, 40.5, 40.5, 40.6, 40.6, 40.6}, "DegreesCelsius"];
t8 = Quantity[{44.3, 44.0, 44.0, 43.9, 44.0, 44.0, 44.0, 44.0, 44.2, 44.3, 44.2, 44.3,
    размерная величина
    44.0, 44.2, 44.1, 44.0, 44.0, 44.0, 44.2, 44.2, 44.2, 44.2, 44.2, 44.2, 44.3,
    44.3, 44.2, 44.2, 44.2, 44.2, 44.2, 44.2, 44.3, 44.4, 44.3}, "DegreesCelsius"];

```

θ -разность температур какой-либо точки тела и среды. Учитывая что К1-водяная камера, а К2 КЗ- воздушная, найдем $\ln(\theta_{1-6})$, где $\theta_{1,2}$ для калориметра в водяной камере а остальные для калориметров воздушных камерах

```

In[10]:= ln01 = Log[QuantityMagnitude[t8 - t1]]
    на... модуль размерной величины

```

```

Out[10]= {2.9549103, 2.7212954, 2.5494452, 2.3887628, 2.2617631, 2.163323, 2.0281482, 1.9315214,
    1.9169226, 1.8718022, 1.8082888, 1.7578579, 1.6292405, 1.6486586, 1.6292405,
    1.5040774, 1.4816045, 1.458615, 1.410987, 1.3609766, 1.3083328, 1.3083328,
    1.2237754, 1.1631508, 0.95551145, 1.1631508, 1.0647107, 0.95551145, 0.95551145,
    0.83290912, 0.83290912, 0.83290912, 0.69314718, 0.74193734, 0.64185389}

```

In[11]:= **ln02 = Log[QuantityMagnitude[t8 - t2]]**
 [на... [модуль размерной величины]

Out[11]=
 {3.1000923, 3.0864866, 3.08191, 3.034953, 2.9907197, 2.9231616, 2.8390785,
 2.7663191, 2.7343675, 2.7013612, 2.653242, 2.6026897, 2.5336968, 2.501436,
 2.4069451, 2.3795461, 2.3418058, 2.3223877, 2.2512918, 2.2192035, 2.163323,
 2.1162555, 2.0541237, 1.9878743, 1.9600948, 1.9021075, 1.8245493, 1.7917595,
 1.7578579, 1.7047481, 1.6292405, 1.5686159, 1.5260563, 1.5040774, 1.458615}

In[12]:= **ln03 = Log[QuantityMagnitude[t7 - t3]]**
 [на... [модуль размерной величины]

Out[12]=
 {2.8959119, 2.8564702, 2.8213789, 2.7911651, 2.7663191, 2.7343675, 2.7013612,
 2.6810215, 2.6672282, 2.6602595, 2.6390573, 2.6318888, 2.6318888, 2.6026897,
 2.587764, 2.587764, 2.5726122, 2.5572273, 2.5336968, 2.541602, 2.5176965,
 2.5095993, 2.5095993, 2.4765384, 2.4765384, 2.4849066, 2.4765384, 2.442347,
 2.442347, 2.4336134, 2.4069451, 2.4069451, 2.4159138, 2.3978953, 2.3978953}

In[13]:= **ln04 = Log[QuantityMagnitude[t7 - t4]]**
 [на... [модуль размерной величины]

Out[13]=
 {2.9231616, 2.9123507, 2.9014216, 2.8848007, 2.8791985, 2.8564702, 2.8390785,
 2.8273136, 2.8154087, 2.8033604, 2.7972813, 2.7788193, 2.7850112, 2.7600099,
 2.7536607, 2.7472709, 2.7343675, 2.7146947, 2.7146947, 2.7013612, 2.6878475,
 2.6878475, 2.6810215, 2.653242, 2.653242, 2.6602595, 2.6390573, 2.6173958,
 2.6246686, 2.6026897, 2.5952547, 2.587764, 2.5726122, 2.5649494, 2.5649494}

In[14]:= **ln05 = Log[QuantityMagnitude[t7 - t5]]**
 [на... [модуль размерной величины]

Out[14]=
 {2.9014216, 2.8507065, 2.8154087, 2.7850112, 2.7536607, 2.7146947, 2.6810215,
 2.6602595, 2.6461748, 2.6246686, 2.6100698, 2.5952547, 2.587764, 2.5649494,
 2.5494452, 2.5336968, 2.5176965, 2.5176965, 2.4849066, 2.4765384, 2.4680995,
 2.4510051, 2.442347, 2.4248027, 2.4159138, 2.4069451, 2.3887628, 2.360854,
 2.360854, 2.3321439, 2.3321439, 2.3223877, 2.3125354, 2.2925348, 2.2721259}

In[15]:= **ln06 = Log[QuantityMagnitude[t7 - t6]]**
 [на... [модуль размерной величины]

Out[15]=
 {2.8959119, 2.8507065, 2.8094027, 2.7788193, 2.7343675, 2.7080502, 2.6741486,
 2.6461748, 2.6318888, 2.6173958, 2.6100698, 2.5726122, 2.5726122, 2.5572273,
 2.5494452, 2.5176965, 2.5095993, 2.501436, 2.4765384, 2.4680995, 2.442347,
 2.4336134, 2.4336134, 2.4159138, 2.3978953, 2.3978953, 2.3795461, 2.3513753,
 2.3513753, 2.3418058, 2.3223877, 2.2925348, 2.2823824, 2.2721259, 2.2617631}

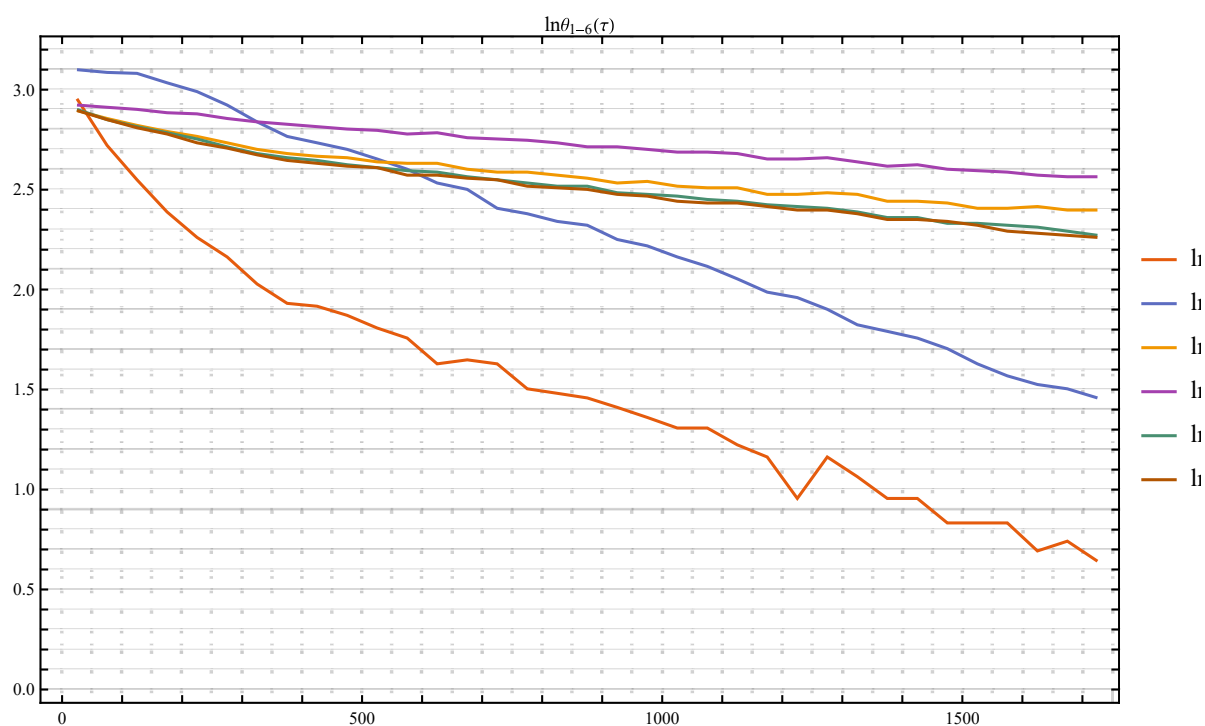
Изобразим зависимости $\ln \theta_{1-6}(\tau)$

```

In[16]:= bufferIn[ i_] := Table[{QuantityMagnitude[ $\tau$ [[j]]],
    |таблиц... |модуль размерной величины
    Evaluate[ToExpression["ln" <> ToString[i]][[j]]], {j, 1, Length[ $\tau$ ]}];
    |вычислить |создать выражение |преобразовать в строку |длина
ListLinePlot[Map[bufferIn, Range[1, 6]],
    |линейный гра... |преобразовать |диапазон
    GridLines -> {Range[0, 1750, 50], Range[0, 4, 0.1]},
    |линии координат |диапазон |диапазон
    PlotLabel -> "ln $\theta_{1-6}(\tau)$ ", PlotTheme -> "Scientific",
    |пометка графика |тематический стиль графика
    PlotLegends -> {"ln $\theta_1$ ", "ln $\theta_2$ ", "ln $\theta_3$ ", "ln $\theta_4$ ", "ln $\theta_5$ ", "ln $\theta_6$ "}, ImageSize -> Large]
    |легенды графика |размер изобра... |крупный

```

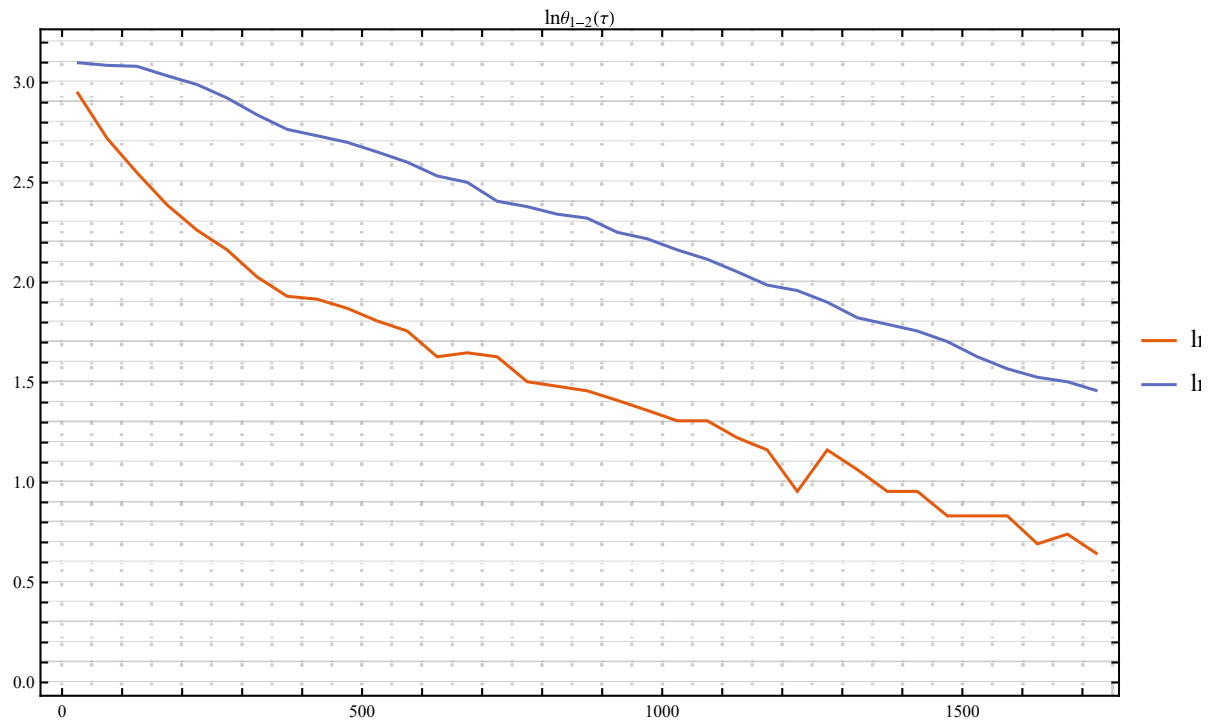
Out[17]=



Изобразим отдельно графики для каждого калориметра для поиска участков линейной зависимости:

```
In[18]:= ListLinePlot[Map[buffers, Range[1, 2]],
  GridLines -> {Range[0, 1750, 50], Range[0, 4, 0.1]}, PlotLabel -> "lnθ1-2(τ)",
  PlotTheme -> "Scientific", PlotLegends -> {"lnθ1", "lnθ2"}, ImageSize -> Large]
```

Out[18]=

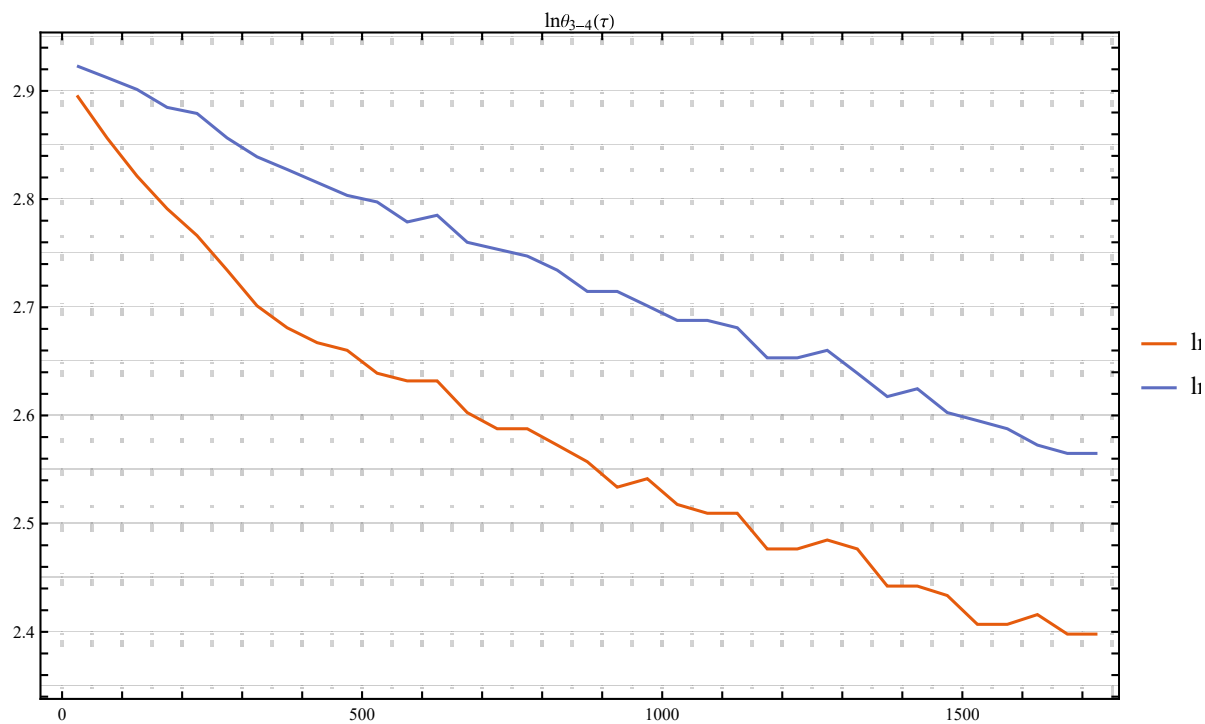


Линейный участок :325-1750 s (τ_7 - τ_{35}) для первого калориметра

```

In[19]:= ListLinePlot[Map[bufferIn $\theta$ , Range[3, 4]],
  |линейный гра... |преобразовать |диапазон
  GridLines -> {Range[0, 1750, 50], Range[0, 3, 0.05]}, PlotLabel -> "ln $\theta_{3-4}(\tau)$ ",
  |линии коорди... |диапазон |диапазон |пометка графика
  PlotTheme -> "Scientific", PlotLegends -> {"ln $\theta_3$ ", "ln $\theta_4$ "}, ImageSize -> Large]
  |тематический стиль графика |легенды графика |размер изоб... |крупный
Out[19]=

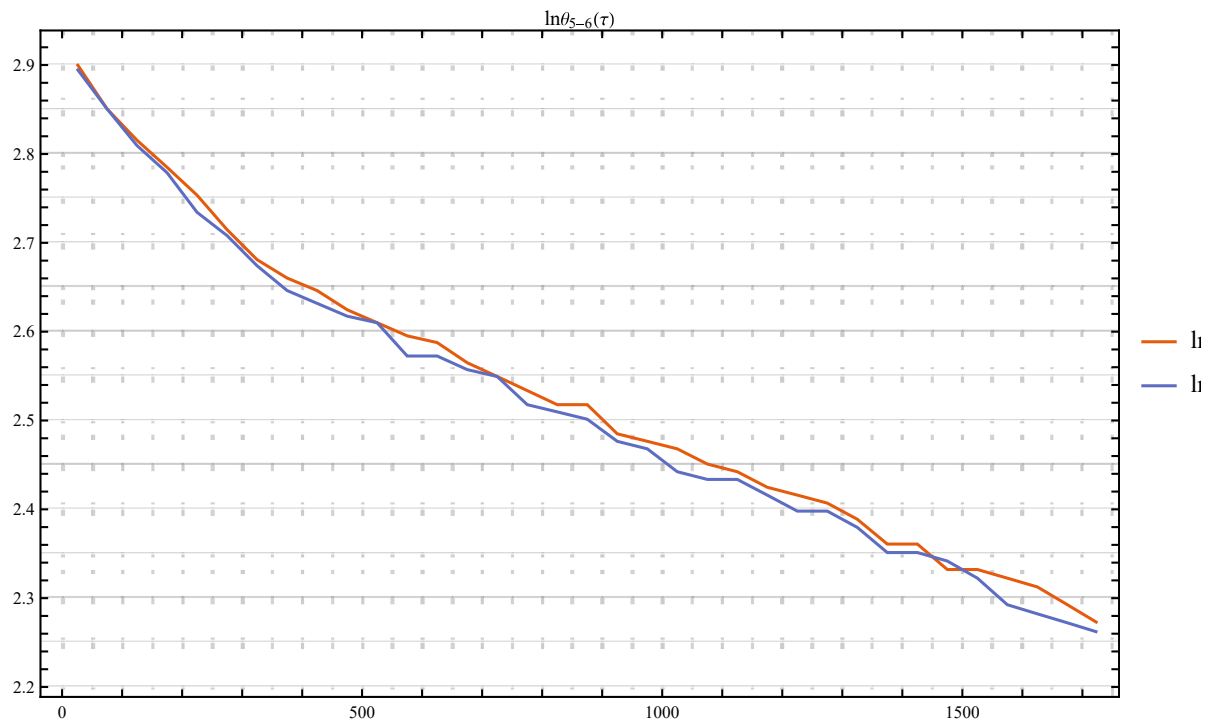
```



Линейный участок : 625-1750 s (τ_{13} - τ_{35}) для второго калориметра

```
In[20]:= ListLinePlot[Map[bufferIn6, Range[5, 6]],
  |линейный гра... |преобразовать |диапазон
  GridLines -> {Range[0, 1750, 50], Range[0, 4, 0.05]}, PlotLabel -> "ln $\theta_{5-6}(\tau)$ ",
  |линии коорди... |диапазон |диапазон |пометка графика
  PlotTheme -> "Scientific", PlotLegends -> {"ln6", "ln5"}, ImageSize -> Large]
  |тематический стиль графика |легенды графика |размер изоб... |крупный
```

Out[20]=



Линейный участок: 525-1250 s (τ_{11} - τ_{25}) для третьего калориметра

Введем данные о калориметрах:

M_{cuprum} -масса медного (эталонного)калориметра (kg)

c_{cuprum} - удельная теплоемкость меди $\left(\frac{J}{kg \cdot K}\right)$

M_{ob} - масса медной оболочки калориметра №2 (kg)

D_i - диаметр i -го калориметра (m)

Z_i -высота i -го калориметра(m)

D_{2inner} -внутренний диаметр калориметра №2 (m)

Z_{2inner} -внутренний диаметр калориметра №2(m)

```
In[21]:= Mcuprum = Quantity[0.23, "Kilograms"];
           |размерная величина

           ccuprum = Quantity[390,  $\frac{\text{"Joules"}}{\text{"Kilograms" * "Kelvins"}}$ ];
           |размерная величина

           Mob = Quantity[0.073, "Kilograms"];
           |размерная величина

           D1 = Quantity[0.04, "Meters"];
           |размерная величина

           Z1 = Quantity[0.06, "Meters"];
           |размерная величина

           D2 = Quantity[0.0294, "Meters"];
           |размерная величина

           Z2 = Quantity[0.054, "Meters"];
           |размерная величина

           D2inner = Quantity[0.0286, "Meters"];
           |размерная величина

           Z2inner = Quantity[0.0532, "Meters"];
           |размерная величина

           D3 = Quantity[0.0294, "Meters"];
           |размерная величина

           Z3 = Quantity[0.054, "Meters"];
           |размерная величина
```

Найдем темп нагрева калориметров

$m1$ -относится к первому калориметру, $m11$ - по значениям с первой термопары, $m12$ по значениям со второй термопары и т.д.

```
In[32]:= m11 =  $\frac{\ln \theta 1[[7]] - \ln \theta 1[[35]]}{\text{QuantityMagnitude}[\tau[[35]] - \tau[[7]]]}$ 

Out[32]= 0.00099021026

In[33]:= m12 =  $\frac{\ln \theta 2[[7]] - \ln \theta 2[[35]]}{\text{QuantityMagnitude}[\tau[[35]] - \tau[[7]]]}$ 

Out[33]= 0.00098604531
```

$$\text{In[34]:= } m21 = \frac{\ln \tau_{[13]} - \ln \tau_{[35]}}{\text{QuantityMagnitude}[\tau_{[35]} - \tau_{[13]}]}$$

Out[34]=
0.00021272142

$$\text{In[35]:= } m22 = \frac{\ln \tau_{[13]} - \ln \tau_{[35]}}{\text{QuantityMagnitude}[\tau_{[35]} - \tau_{[13]}]}$$

Out[35]=
0.00020005626

$$\text{In[36]:= } m31 = \frac{\ln \tau_{[11]} - \ln \tau_{[35]}}{\text{QuantityMagnitude}[\tau_{[35]} - \tau_{[11]}]}$$

Out[36]=
0.00028161992

$$\text{In[37]:= } m32 = \frac{\ln \tau_{[11]} - \ln \tau_{[35]}}{\text{QuantityMagnitude}[\tau_{[35]} - \tau_{[11]}]}$$

Out[37]=
0.00029025558

Найдем коэффициенты формы калориметров 1 и 2

$$\text{In[38]:= } K1 = \left(\frac{5.783}{(D1/2)^2} + \frac{9.87}{Z1^2} \right)^{-1}$$

Out[38]=
0.000058142352 m²

$$\text{In[39]:= } K2 = \left(\frac{5.783}{(D2_{inner}/2)^2} + \frac{9.87}{Z2_{inner}^2} \right)^{-1}$$

Out[39]=
0.000031478764 m²

Найдем коэффициент температуропроводности исследуемого материала для калориметра №1, используя темп нагрева $m_{\infty} = m1$ и число Фурье (при $\tau = \tau_{35}$)

$$\text{In[40]:= } a1 = \text{Quantity} \left[\text{QuantityMagnitude}[K1 * m11], \frac{\text{"Meters"}^2}{\text{"Seconds"}} \right]$$

Out[40]=
 $5.7573153 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\text{In[41]:= } Fo = a1 * \frac{\tau_{[35]}}{(D1/2)^2}$$

Out[41]=
0.24828422

Определим значения коэффициента неравномерности температурного распределения ψ_2 для калориметра № 2

Для этого найдем M и воспользуемся таблицей зависимости $\psi(M)$:

```
In[42]:= M2 = QuantityMagnitude[m21 *  $\frac{K2}{a1}$ ]
```

[модуль размерной величины]

Out[42]=

0.11630781

```
In[43]:= M21 = 0.110;  $\psi$ 21 = 0.918; M22 = 0.123;  $\psi$ 22 = 0.905;
```

Проинтерполируем и найдем наше значение ψ_2 :

```
In[44]:= M $\psi$  = Interpolation[{{0.110, 0.918}, {0.123, 0.905}}, InterpolationOrder -> 1]
```

[интерполировать]

[порядок интерполяции]

Out[44]=

InterpolatingFunction[ Domain: {{0.11, 0.123}}
Output: scalar]

```
In[45]:=  $\psi$ 2 = M $\psi$ [M2]
```

Out[45]=

0.91169219

Полная теплоемкость калориметра №2 равна сумме теплоемкостей исследуемого материала и оболочки калориметра с учетом коэффициента неравномерности температурного поля, т.е. $C_2 = C_{2,и} + \psi_2 C_{2,об}$, при этом площади внешних поверхностей калориметров № 2 и № 3 и коэффициенты теплоотдачи с наружных поверхностей равны.

Найдем теплоемкость исследуемого материала:

```
In[46]:= C2i = (ccuprum * Mcuprum *  $\frac{m31}{m21}$  - ccuprum * Mob) *  $\psi$ 2
```

Out[46]=

82.310305 J/K

Найдем теплоемкость оболочки калориметра:

```
In[47]:= C2ob = ccuprum * Mob *  $\psi$ 2
```

Out[47]=

25.955877 J/K

Найдем полную теплоемкость калориметра № 2: (можно так же просто сложить теплоемкость исследуемого материала и оболочки калориметра № 2)

```
In[48]:= C2 = ccuprum * Mcuprum *  $\frac{m31}{m21}$  *  $\psi2$ 
Out[48]= 108.26618 J / K
```

Рассчитаем коэффициент теплопроводности

$\lambda = a * c_{2,и} * \rho_{2,и} = | C_{2,и} = c_{2,и} * M_{2,и} | = a * \frac{C_{2,u}}{V_{2,u}}$, где a -коэффициент температуропроводности исследуемого материала, определенный в эксперименте с калориметром №1 ($a=a1$) (m^2 / s);
 $\rho_{2,и}$ - плотность исследуемого материала (kg / m^3); $V_{2,и}$ -объем исследуемого материала, определяемый по внутренним размерам калориметра № 2 (m^3);

Сначала найдем объем исследуемого материала:

```
In[49]:= V2i =  $\pi * \left( \frac{D2inner}{2} \right)^2 * Z2inner$ 
Out[49]= 0.000034176972 m^3
```

Теперь найдем коэффициент теплопроводности λ (с учетом оболочки):

```
In[60]:=  $\lambda_{withBoundryLayerIncluded} = \text{UnitConvert} \left[ a1 * \frac{C2i}{V2i}, \frac{\text{"Watts"}}{\text{"Meters"} * \text{"Kelvins"}} \right]$ 
Out[60]= 0.13865663 W / (m K)
```

Теперь найдем коэффициент теплопроводности λ (без учета оболочки):

```
In[59]:= V2 =  $\pi * \left( \frac{D2}{2} \right)^2 * Z2;$ 
 $\lambda_{withBoundryLayerNotIncluded} = \text{UnitConvert} \left[ a1 * \frac{C2}{V2}, \frac{\text{"Watts"}}{\text{"Meters"} * \text{"Kelvins"}} \right]$ 
Out[59]= 0.17003351 W / (m K)
```

Проверим выполнение условия о стремлении числа Био к бесконечности ($Bi \rightarrow \infty$) для калориметра № 1. Для этого решим для точки $r=0$ уравнение (1) относительно μ_1

Уравнение (1): $\theta = \frac{t_{\text{ж}} - t_{r=0}}{t_{\text{ж}} - t_0} = \frac{2 J_1(\mu_1)}{\mu_1 * (J_0^2(\mu_1) + J_1^2(\mu_1))} * e^{-\mu_1^2 * Fo}$, где J_0, J_1 – функции

Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно.

$t_{\text{ж}}$ – температура водяной камеры в τ_0 , $t_{r=0}$ – температура t_2 в τ_0 ,

t_0 – температура t_1 в τ_0

```
In[61]:=  $\theta = \frac{44.3 - 25.1}{44.3 - 22.1}$ 
Out[61]= 0.86486486
```

Решим уравнение (1) численно относительно μ_1 :

```
In[85]:= FindRoot[ $\theta == \frac{2 * \text{BesselJ}[1, \mu_1]}{\mu_1 * ((\text{BesselJ}[0, \mu_1])^2 + (\text{BesselJ}[1, \mu_1])^2)} * \text{Exp}[-\mu_1^2 * Fo]$ , { $\mu_1$ , 3}];  $\mu_1$ 
|найти корень |показательная функция
Out[85]= 3.24246
```

Имеем $\mu_1 = 3.24246$. При $\mu_1 > 2.405$ $Bi \rightarrow \infty$. Условие выполнено.

Определим температуру отнесения для a и λ по формуле (2)

Формула (2): $t_{\text{отн}} = \frac{t_{k,2} + t_{\text{ж}}}{2}$, где $t_{\text{ж}}$ – температура среды в термостате (°C); $t_{k,2}$ – температура калориметра № 2 в начале эксперимента (°C)

```
In[87]:= tRelative = UnitConvert[ $\frac{t8[[1]] + t2[[1]]}{2}$ , "DegreesCelsius"]
|преобразовать единицы измерения
Out[87]= 33.2 °C
```

Построим распределение температуры по сечению калориметра № 1 на стадии регулярного режима. Выбираем $\tau[7], \tau[15], \tau[25]$ как три момента времени при наступлении регулярного режима.

```
In[100]:= t1 $\tau$  = {t8[[7]], t1[[7]], t2[[7]], t1[[7]], t2[[7]]};
t2 $\tau$  = {t8[[15]], t1[[15]], t2[[15]], t1[[15]], t8[[15]]};
t3 $\tau$  = {t8[[25]], t1[[25]], t2[[25]], t1[[25]], t8[[25]]};
r = {-0.02, -0.02 * 0.707, 0, 0.02 * 0.707, 0.02};
```

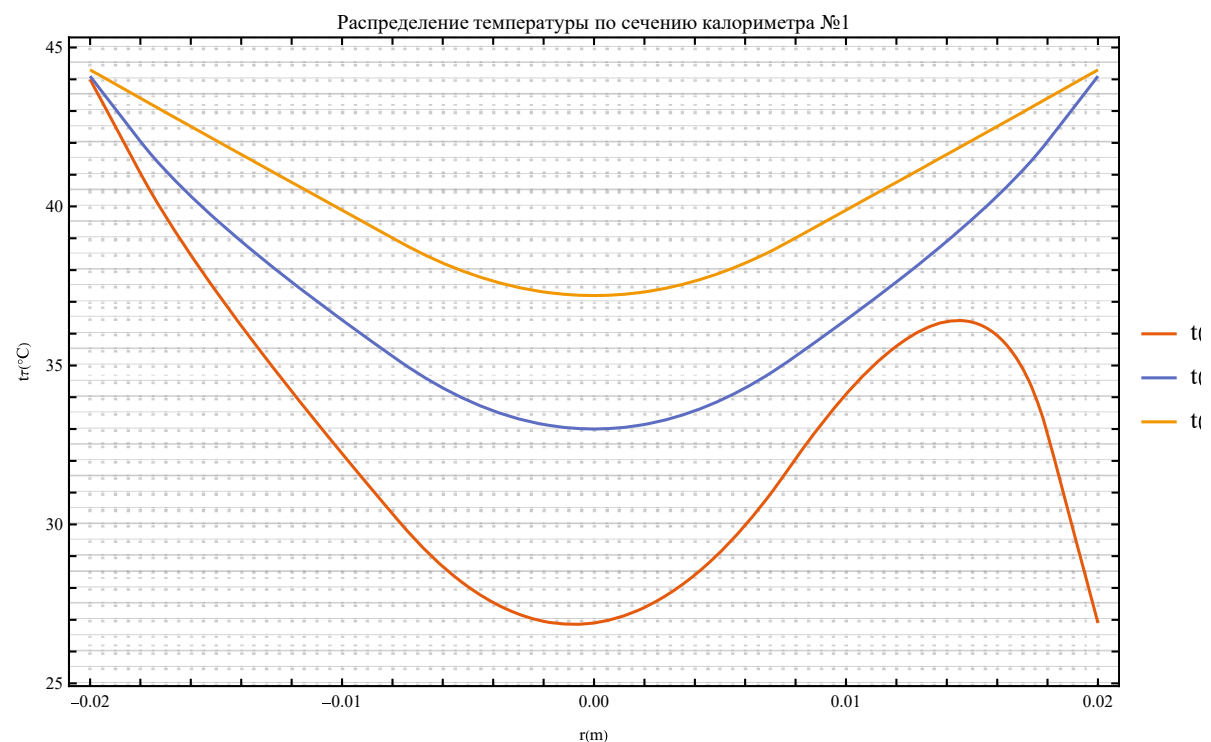

In[134]:=

```

ListLinePlot[{Table[{r[[i]], t1[[i]]}, {i, 1, Length[t1]}],
  |линейный граф... |таблица значений |длина
  Table[{r[[i]], t2[[i]]}, {i, 1, Length[t2]}],
  |таблица значений |длина
  Table[{r[[i]], t3[[i]]}, {i, 1, Length[t3]}]}, InterpolationOrder → Automatic,
  |таблица значений |длина |порядок интерполяции |автоматический
  PlotLabel → "Распределение температуры по сечению калориметра №1",
  |пометка графика
  PlotTheme → "Scientific", PlotLegends → {"t (τ=τ7)", "t (τ=τ15)", "t (τ=τ25)"},
  |тематический стиль графика |легенды графика
  ImageSize → Large, GridLines → {Range[-0.02, 0.02, 0.0005], Range[25, 45, 0.5]},
  |размер изоб... |круп... |линии коорди... |диапазон |диапазон
  Frame → True, FrameLabel → {"r(m)", "t(°C)"}]
  |рамка |ист... |пометка для обрамления

```

Out[134]=



Определим погрешности измерения тепловых свойств материала(λ и a)

In[162]:=

```

Δt = Quantity[0.1, "DegreesCelsius"];
  |размерная величина
Δt1 = Quantity[QuantityMagnitude[t8[[7]] - t1[[7]]], "DegreesCelsius"]
  |размерна... |модуль размерной величины

```

Out[162]=

7.6 °C

In[163]:=

```

Δt2 = Quantity[QuantityMagnitude[t8[[35]] - t1[[35]]], "DegreesCelsius"]
  |размерна... |модуль размерной величины

```

Out[163]=

1.9 °C

In[140]:=

$$\Delta\theta_1 = \frac{\Delta\Delta t}{\Delta t_1}$$

Out[140]=

0.013157895

In[141]:=

$$\Delta\theta_2 = \frac{\Delta\Delta t}{\Delta t_2}$$

Out[141]=

0.052631579

In[142]:=

$$\Delta\theta = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2$$

Out[142]=

0.065789474

In[144]:=

$$\Delta\Delta\tau = 1;$$

$$\Delta m_1 =$$

$$\sqrt{\left(\frac{\Delta\theta}{\text{QuantityMagnitude}[\tau[35] - \tau[7]]}\right)^2 + \left(\frac{\text{Exp}[\ln\theta_1[7]] - \text{Exp}[\ln\theta_1[35]]}{(\text{QuantityMagnitude}[\tau[35] - \tau[7]])^2} * \Delta\Delta\tau\right)^2}$$

Out[144]=

0.000047082382

Определим погрешность вычисления коэффициента температуропроводности:

In[145]:=

$$\delta a = \frac{\Delta m_1}{m_{11}}$$

Out[145]=

0.047547863

Табличное значение коэффициента теплопроводности

In[148]:=

$$\lambda_{\text{Standard}} = \text{Quantity}\left[0.18, \frac{\text{"Watts"}}{\text{"Meters"} * \text{"Kelvins"}}\right]$$

[размерная величина]

Out[148]=

0.18 W / (m K)

Разница если не учитывать оболочку:

In[156]:=

$$\Delta\lambda_{\text{withBoundryLayerNotIncluded}} = \text{Abs}[\lambda_{\text{Standard}} - \lambda_{\text{withBoundryLayerNotIncluded}}]$$

[абсолютное значение]

Out[156]=

0.0099664853 W / (m K)

Найдем погрешность коэффициента теплопроводности в случае если оболочка не учитывается:

```
In[157]:=

$$\delta\lambda_{\text{withBoundaryLayerNotIncluded}} = \frac{\Delta\lambda_{\text{withBoundaryLayerNotIncluded}}}{\lambda_{\text{withBoundaryLayerNotIncluded}}}$$

Out[157]=
0.058614828
```

Найдем погрешность коэффициента теплопроводности в случае если оболочка учитывается:

```
In[158]:=

$$\Delta\lambda_{\text{withBoundaryLayerIncluded}} = \text{Abs}[\lambda_{\text{Standard}} - \lambda_{\text{withBoundaryLayerIncluded}}]$$

Out[158]=
0.041343369 W/(m K)
In[159]:=

$$\delta\lambda_{\text{withBoundaryLayerIncluded}} = \frac{\Delta\lambda_{\text{withBoundaryLayerIncluded}}}{\lambda_{\text{withBoundaryLayerIncluded}}}$$

Out[159]=
0.29817087
```

Вывод:

- 1) Углублены знания о процессе нестационарной теплопроводности в твердых телах. Изучено влияние начального теплового состояния и условий теплообмена тела с окружающей средой на вид распределения температуры в теле.
- 2) Произведено ознакомление с нестационарными методами экспериментального определения теплофизических свойств материалов.
- 3) Освоен метод регулярного теплового режима, его экспериментальная реализация при определении коэффициентов теплопроводности и температуропроводности в условиях нагревания/охлаждения тела.
- 4) Произведен анализ полученных результатов и их сравнение со справочными данными.