Лабораторная работа №4
"Измерение температуры нестационарных условиях" Обработка результатов.

Входные данные(U,mV)

In[52]:=
```
U = {{273.44, 117.19, 78.125}, {273.44, 117.19, 78.125}, {312.5, 156.25, 117.19},
   {546.88, 312.5, 351.56}, {664.06, 468.75, 468.76}, {781.25, 546.88, 585.94},
 {859.38, 664.06, 703.13}, {937.5, 781.25, 781.25}, {1015.6, 859.38, 898.44},
   {1484.4, 1406.2, 1406.3}, {1718.7, 1679.7, 1640.6}, {1875., 1757.8, 1875.},
 {1914.1, 1835.9, 1914.1}};
U = Quantity[U, "Millivolts"];
MatrixForm[U]
```

Out[54]//MatrixForm=

273.44 mV	117.19 mV	78.125 mV
273.44 mV	117.19 mV	78.125 mV
312.5 mV	156.25 mV	117.19 mV
546.88 mV	312.5 mV	351.56 mV
664.06 mV	468.75 mV	468.76 mV
781.25 mV	546.88 mV	585.94 mV
859.38 mV	664.06 mV	703.13 mV
937.5 mV	781.25 mV	781.25 mV
1015.6 mV	859.38 mV	898.44 mV
1484.4 mV	1406.2 mV	1406.3 mV
1718.7 mV	1679.7 mV	1640.6 mV
1875. mV	1757.8 mV	1875. mV
1914.1 mV	1835.9 mV	1914.1 mV

Среднее значение U по строкам($Umean_i = \Sigma U[[i]]/3$)

In[55]:=
```
Umean = Mean[Transpose[U]]; MatrixForm[Umean]
```

Out[55]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 156.25167\,\text{mV} \\ 156.25167\,\text{mV} \\ 195.31333\,\text{mV} \\ 403.64667\,\text{mV} \\ 533.85667\,\text{mV} \\ 638.02333\,\text{mV} \\ 742.19\,\text{mV} \\ 833.33333\,\text{mV} \\ 924.47333\,\text{mV} \\ 1432.3\,\text{mV} \\ 1679.6667\,\text{mV} \\ 1835.9333\,\text{mV} \\ 1888.0333\,\text{mV} \end{pmatrix}$$

СКО U по строкам $\left(\sigma U_i = \frac{\Sigma(U - \text{Umean})^2}{n-1}\right)$

In[56]:=
```
σU = StandardDeviation[Transpose[U]]; MatrixForm[σU]
```

Out[56]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 103.35061\,\text{mV} \\ 103.35061\,\text{mV} \\ 103.34872\,\text{mV} \\ 125.57174\,\text{mV} \\ 112.75939\,\text{mV} \\ 125.56604\,\text{mV} \\ 103.3525\,\text{mV} \\ 90.21098\,\text{mV} \\ 81.298665\,\text{mV} \\ 45.119951\,\text{mV} \\ 39.050011\,\text{mV} \\ 67.665452\,\text{mV} \\ 45.148791\,\text{mV} \end{pmatrix}$$

In[57]:=
```
tOuter = Quantity[27, "DegreesCelsius"]; α = Quantity[37, "Microvolts"/"Kelvins"]; K = 2000;
```

Определение температуры исходя из эффекта Зеебека

In[58]:=
```
t = RandomReal[{0, 1}, {12, 3}];
t = tOuter + (U - Table[U[[1, j]], {i, 1, Length[U]}, {j, 1, Length[U[[1]]]}]) / (K * α);
MatrixForm[t]
```

Out[58]//MatrixForm=

27. °C	27. °C	27. °C
27. °C	27. °C	27. °C
27.527838 °C	27.527838 °C	27.527905 °C
30.695135 °C	29.639324 °C	30.695068 °C
32.278649 °C	31.750811 °C	32.278851 °C
33.862297 °C	32.806622 °C	33.862365 °C
34.918108 °C	34.390135 °C	35.446014 °C
35.973784 °C	35.973784 °C	36.501689 °C
37.029189 °C	37.029595 °C	38.085338 °C
43.364324 °C	44.419054 °C	44.948311 °C
46.530541 °C	48.115 °C	48.114527 °C
48.642703 °C	49.170405 °C	51.282095 °C
49.171081 °C	50.225811 °C	51.810473 °C

Определение средних значений температуры по строкам

In[59]:=
```
tMean = Mean[Transpose[t]]; MatrixForm[tMean]
```

Out[59]//MatrixForm=

27. °C
27. °C
27.52786 °C
30.343176 °C
32.10277 °C
33.510428 °C
34.918086 °C
36.149752 °C
37.381374 °C
44.243896 °C
47.586689 °C
49.698401 °C
50.402455 °C

Определение СКО температуры

In[60]:=
```
σt = Quantity[QuantityMagnitude[σU/(K*α)], "DegreesCelsius"]; MatrixForm[σt]
```

$$\sigma t = \text{Quantity}\left[\text{QuantityMagnitude}\left[\frac{\sigma U}{K * \alpha}\right], \text{"DegreesCelsius"}\right]; \text{MatrixForm}[\sigma t]$$

Out[60]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1.3966298\ ^\circ C \\ 1.3966298\ ^\circ C \\ 1.3966043\ ^\circ C \\ 1.6969154\ ^\circ C \\ 1.5237756\ ^\circ C \\ 1.6968383\ ^\circ C \\ 1.3966553\ ^\circ C \\ 1.2190673\ ^\circ C \\ 1.0986306\ ^\circ C \\ 0.60972907\ ^\circ C \\ 0.52770285\ ^\circ C \\ 0.91439799\ ^\circ C \\ 0.6101188\ ^\circ C \end{pmatrix}$$

Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.9

In[61]:=
```
p1 = 0.9; K09 = 2.9; n = 3; p2 = 0.95; K095 = 4.3;
```

In[62]:=

$$\Delta 09 = K09 * \frac{\text{QuantityMagnitude}[\sigma t]}{\sqrt{n}}; \text{MatrixForm}[\text{Quantity}[\Delta 09, \text{"DegreesCelsius"}]]$$

Out[62]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 2.3383993\ ^\circ C \\ 2.3383993\ ^\circ C \\ 2.3383566\ ^\circ C \\ 2.8411722\ ^\circ C \\ 2.5512815\ ^\circ C \\ 2.8410432\ ^\circ C \\ 2.3384421\ ^\circ C \\ 2.0411036\ ^\circ C \\ 1.8394546\ ^\circ C \\ 1.020879\ ^\circ C \\ 0.8835412\ ^\circ C \\ 1.530991\ ^\circ C \\ 1.0215315\ ^\circ C \end{pmatrix}$$

Определение погрешности измерения температуры с доверительным интервалом 0.95

In[63]:=
```
Δ095 = K095 * QuantityMagnitude[σt]/Sqrt[n]; MatrixForm[Quantity[Δ095, "DegreesCelsius"]]
```

Out[63]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 3.4672818\ ^\circ C \\ 3.4672818\ ^\circ C \\ 3.4672184\ ^\circ C \\ 4.2127726\ ^\circ C \\ 3.7829347\ ^\circ C \\ 4.2125813\ ^\circ C \\ 3.4673452\ ^\circ C \\ 3.026464\ ^\circ C \\ 2.7274671\ ^\circ C \\ 1.5137171\ ^\circ C \\ 1.3100783\ ^\circ C \\ 2.2700901\ ^\circ C \\ 1.5146847\ ^\circ C \end{pmatrix}$$

Найдем верхний и нижний пределы погрешности для построения доверительного интервала температуры.
В OriginPro погрешность будет обозначаться около каждой экспериментальной точки.

In[64]:=
```
UpperBound09 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ09, "DegreesCelsius"];
MatrixForm[UpperBound09]
```

Out[64]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 29.338399\ ^\circ C \\ 29.338399\ ^\circ C \\ 29.866217\ ^\circ C \\ 33.184348\ ^\circ C \\ 34.654052\ ^\circ C \\ 36.351471\ ^\circ C \\ 37.256528\ ^\circ C \\ 38.190856\ ^\circ C \\ 39.220828\ ^\circ C \\ 45.264775\ ^\circ C \\ 48.47023\ ^\circ C \\ 51.229392\ ^\circ C \\ 51.423986\ ^\circ C \end{pmatrix}$$

In[65]:=
```
LowerBound09 = UpperBound1 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ09, "DegreesCelsius"];
MatrixForm[LowerBound09]
```

Out[65]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 24.661601\ ^\circ C \\ 24.661601\ ^\circ C \\ 25.189504\ ^\circ C \\ 27.502003\ ^\circ C \\ 29.551489\ ^\circ C \\ 30.669385\ ^\circ C \\ 32.579644\ ^\circ C \\ 34.108649\ ^\circ C \\ 35.541919\ ^\circ C \\ 43.223017\ ^\circ C \\ 46.703148\ ^\circ C \\ 48.16741\ ^\circ C \\ 49.380923\ ^\circ C \end{pmatrix}$$

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности

0.9

In[66]:=
```
tUpperBound09 = Last[UpperBound09]
```
Out[66]=

51.423986 °C

In[67]:=
```
tLowerBound09 = Last[LowerBound09]
```
Out[67]=

49.380923 °C

In[68]:=
```
tMeanLast = Last[tMean]
```
Out[68]=

50.402455 °C

Моменты времени в которые проводились измерения

In[69]:=
```
τ = Quantity[{1.1, 8.7, 18.6, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 35, 47, 110, 180}, "Milliseconds"];
MatrixForm[τ]
```
Out[69]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1.1\,\text{ms} \\ 8.7\,\text{ms} \\ 18.6\,\text{ms} \\ 21\,\text{ms} \\ 22\,\text{ms} \\ 23\,\text{ms} \\ 24\,\text{ms} \\ 25\,\text{ms} \\ 26\,\text{ms} \\ 35\,\text{ms} \\ 47\,\text{ms} \\ 110\,\text{ms} \\ 180\,\text{ms} \end{pmatrix}$$

Найдем верхний и нижний коридоры погрешности

In[70]:=
```
UpperBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] + Δ095, "DegreesCelsius"];
MatrixForm[UpperBound095]
```

Out[70]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 30.467282\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 30.467282\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 30.995079\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 34.555948\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 35.885705\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 37.723009\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 38.385431\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 39.176216\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 40.108841\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 45.757614\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 48.896768\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 51.968491\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 51.91714\,^{\circ}\mathrm{C} \end{pmatrix}$$

In[71]:=
```
LowerBound095 = Quantity[QuantityMagnitude[tMean] - Δ095, "DegreesCelsius"];
MatrixForm[LowerBound095]
```

Out[71]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 23.532718\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 23.532718\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 24.060642\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 26.130403\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 28.319836\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 29.297847\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 31.45074\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 33.123288\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 34.653907\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 42.730179\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 46.276611\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 47.428311\,^{\circ}\mathrm{C} \\ 48.88777\,^{\circ}\mathrm{C} \end{pmatrix}$$

Найдем последние элементы верхнего и нижнего коридоров погрешности для нанесения на график при доверительной вероятности 0.95

In[72]:=
```
tUpperBound095 = Last[UpperBound095]
```

Out[72]=
```
51.91714 °C
```

In[73]:=
```
tLowerBound095 = Last[LowerBound095]
```

Out[73]=
```
48.88777 °C
```

Графики построим в CAS OriginPro(см. другие листы). Ниже определим скорость движения термопары в жидкости и обработаем погрешности.Конец интервала инерционности термопары(τ_1)=101.15 ms), начало(τ_0)=1.1 ms

In[74]:=
```
Δτ = Quantity[101.15, "Milliseconds"] - First[τ]
```

Out[74]=
```
100.05 ms
```

In[75]:=
```
L = Quantity[15, "Millimeters"]; v = Quantity[QuantityMagnitude[L/Δτ], "Meters"/"Seconds"]
```

Out[75]=
```
0.14992504 m/s
```

Определим всевозможные погрешности

In[76]:=
```
δU = 0.03; ΔUmean = δU * Umean * 10^-3; MatrixForm[ΔUmean]
```

Out[76]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.00468755\ \text{mV} \\ 0.00468755\ \text{mV} \\ 0.0058594\ \text{mV} \\ 0.0121094\ \text{mV} \\ 0.0160157\ \text{mV} \\ 0.0191407\ \text{mV} \\ 0.0222657\ \text{mV} \\ 0.025\ \text{mV} \\ 0.0277342\ \text{mV} \\ 0.042969\ \text{mV} \\ 0.05039\ \text{mV} \\ 0.055078\ \text{mV} \\ 0.056641\ \text{mV} \end{pmatrix}$$

In[77]:=
```
δα = 0.02; Δα = δα * α
```
Out[77]=
```
0.74 μV/K
```

In[78]:=
```
δK = 0.5 * 10^-2; ΔK = δK * K
```
Out[78]=
```
10.
```

In[79]:=
```
Uv = Min[Umean]
```
Out[79]=
```
156.25167 mV
```

In[80]:=
```
ΔUv = δU * Uv
```
Out[80]=
```
4.68755 mV
```

In[95]:=
```
Δinevitable = 0.5;
MatrixForm[Transpose[{tMean , Umean}]]
```
Out[96]//MatrixForm=

27. °C	156.25167 mV
27. °C	156.25167 mV
27.52786 °C	195.31333 mV
30.343176 °C	403.64667 mV
32.10277 °C	533.85667 mV
33.510428 °C	638.02333 mV
34.918086 °C	742.19 mV
36.149752 °C	833.33333 mV
37.381374 °C	924.47333 mV
44.243896 °C	1432.3 mV
47.586689 °C	1679.6667 mV
49.698401 °C	1835.9333 mV
50.402455 °C	1888.0333 mV

Переменные оканчивающиеся на -TEMP созданы для обхода ограничений,накладываемых на переменные с указанными единицами измерения

In[83]:=
```
ΔUmeanTEMP = QuantityMagnitude[ΔUmean]; αTEMP = QuantityMagnitude[α];
ΔαTEMP = QuantityMagnitude[Δα];
ΔUvTEMP = QuantityMagnitude[ΔUv];
ΔKTEMP = QuantityMagnitude[ΔK];
UmeanTEMP = QuantityMagnitude[Umean];
UvTEMP = QuantityMagnitude[Uv];
```

In[86]:=
$$\Delta t = \sqrt{\left(\left(\Delta UmeanTEMP * 10^{-3}\right)^2 * \left(\frac{1}{K * \alpha TEMP * 10^{-6}}\right)^2 + \left(\Delta UvTEMP * 10^{-3}\right)^2 * \left(\frac{1}{K * \alpha TEMP * 10^{-6}}\right)^2 + \Delta KTEMP^2 * \left(\frac{UmeanTEMP * 10^{-3} - UvTEMP * 10^{-3}}{K^2 * \alpha TEMP * 10^{-6}}\right)^2 + \left(\Delta \alpha TEMP * 10^{-6}\right)^2 * \left(\frac{UmeanTEMP * 10^{-3} - UvTEMP * 10^{-3}}{K * \left(\alpha TEMP * 10^{-6}\right)^2}\right) + \Delta inevitable\right)};$$

```
Δt = Quantity[Δt, "DegreesCelsius"];
MatrixForm[Δt]
```

Out[86]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.70993847\ ^\circ C \\ 0.70993847\ ^\circ C \\ 0.70994338\ ^\circ C \\ 0.71013528\ ^\circ C \\ 0.71039686\ ^\circ C \\ 0.71068448\ ^\circ C \\ 0.71104165\ ^\circ C \\ 0.71141115\ ^\circ C \\ 0.71183372\ ^\circ C \\ 0.71515524\ ^\circ C \\ 0.71736231\ ^\circ C \\ 0.71895337\ ^\circ C \\ 0.7195175\ ^\circ C \end{pmatrix}$$

In[87]:=

Относительная погрешность измерения температуры: (ниже в формате δt--t)

In[89]:=
$$\delta t = \frac{QuantityMagnitude[\Delta t]}{QuantityMagnitude[tMean]}; MatrixForm[\delta t]$$

Out[89]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.026294017 \\ 0.026294017 \\ 0.025789995 \\ 0.023403459 \\ 0.022128834 \\ 0.02120786 \\ 0.020363134 \\ 0.019679558 \\ 0.019042471 \\ 0.01616393 \\ 0.015074852 \\ 0.014466328 \\ 0.014275445 \end{pmatrix}$$

In[90]:=
```
Transpose[{δt * 100, tMean}] // MatrixForm
```

Out[90]//MatrixForm=

2.6294017	27. °C
2.6294017	27. °C
2.5789995	27.52786 °C
2.3403459	30.343176 °C
2.2128834	32.10277 °C
2.120786	33.510428 °C
2.0363134	34.918086 °C
1.9679558	36.149752 °C
1.9042471	37.381374 °C
1.616393	44.243896 °C
1.5074852	47.586689 °C
1.4466328	49.698401 °C
1.4275445	50.402455 °C

Вывод: В ходе данной работы был изучен метод измерения температуры в нестационарных условиях с помощью термопары.Рассчитаны всевозможные погрешности. С их учетом запишем таблицу τ-t-Δt:

In[97]:=
```
Transpose[{τ, tMean, Δt}] // MatrixForm
```

Out[97]//MatrixForm=

1.1 ms	27. °C	0.70993847 °C
8.7 ms	27. °C	0.70993847 °C
18.6 ms	27.52786 °C	0.70994338 °C
21 ms	30.343176 °C	0.71013528 °C
22 ms	32.10277 °C	0.71039686 °C
23 ms	33.510428 °C	0.71068448 °C
24 ms	34.918086 °C	0.71104165 °C
25 ms	36.149752 °C	0.71141115 °C
26 ms	37.381374 °C	0.71183372 °C
35 ms	44.243896 °C	0.71515524 °C
47 ms	47.586689 °C	0.71736231 °C
110 ms	49.698401 °C	0.71895337 °C
180 ms	50.402455 °C	0.7195175 °C