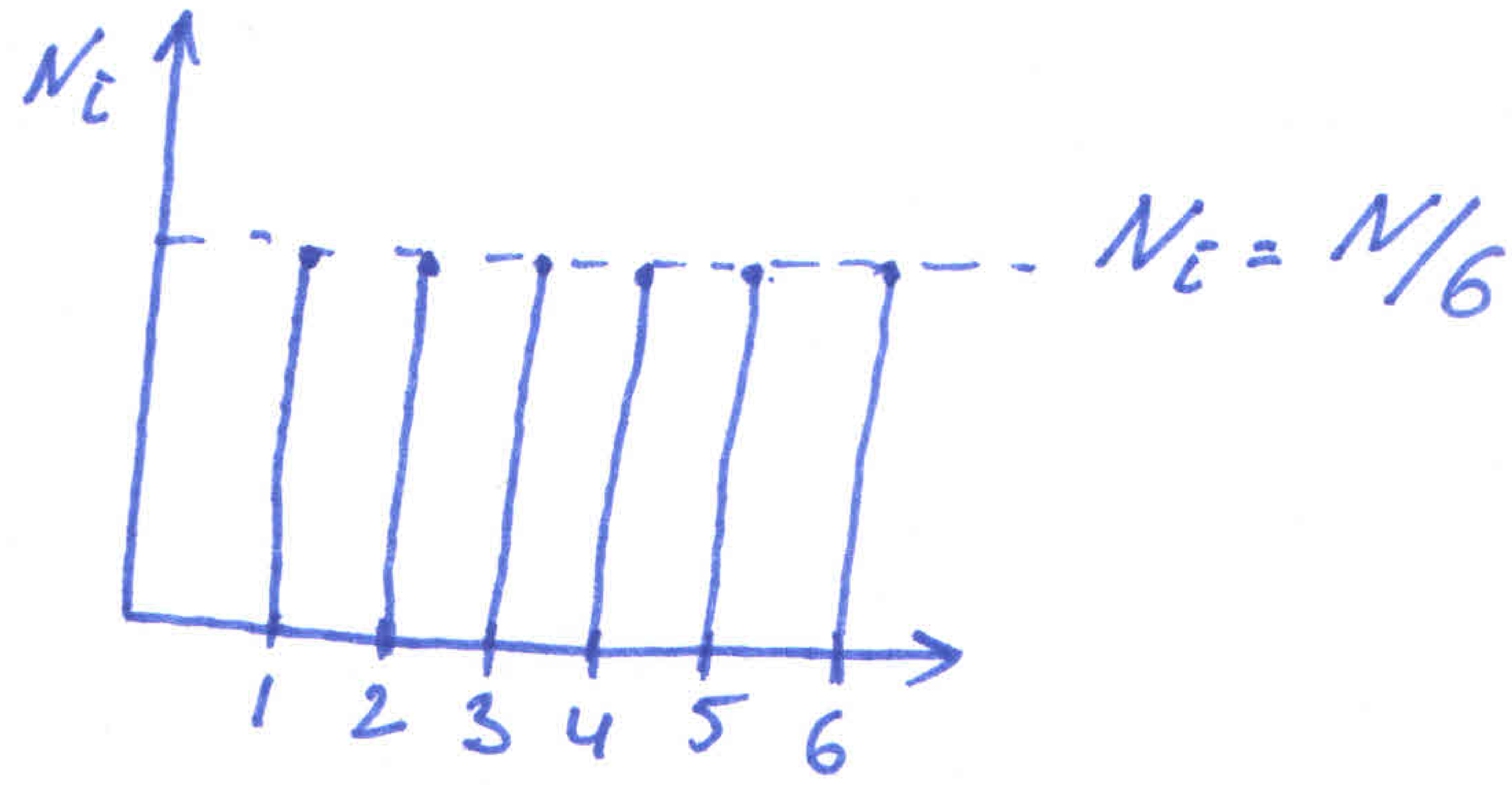
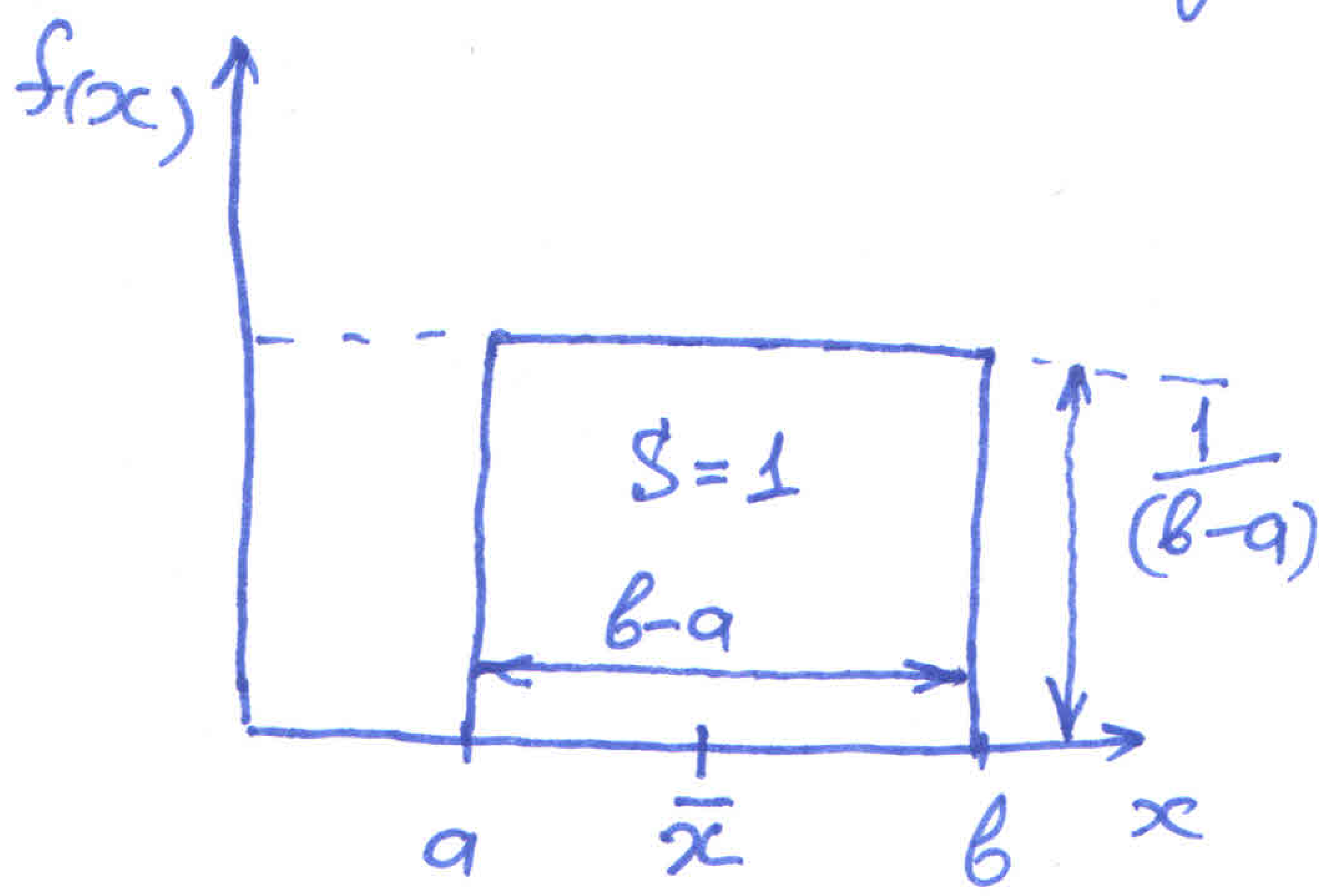
Равномерное распределение

Примеры: Броски игрального кубика ($N \gg 1$)



Непрерывные распределения: равномерное распределение краски по поверхности, семян по площади газона, красителя по мармеладу и т.д.



$f(x)$ – плотность распределения вероятности

$$f(x) = \begin{cases} x<a, & \varnothing \\ a \le x \le b, & const \\ b<x, & \varnothing \end{cases}$$

Условие нормировки

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ (площадь S под кривой $f(x)$ равна 1)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{a} f(x)dx + \int_{a}^{b} f(x)dx + \int_{b}^{+\infty} f(x)dx = \int_{a}^{b} const\, dx = 1$$

$$const = \frac{1}{b-a}$$

Среднее значение $\bar{x}$

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx = \int_{a}^{b} \frac{x}{(b-a)}dx$$

$$\bar{x} = \frac{b+a}{2}$$

Продолжение лист 2

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\bar{x})^2 f(x)\,dx = \int_a^b (x-\bar{x})^2 \cdot \frac{1}{(b-a)}\,dx$$

$$D(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$D(x)$ – дисперсия (от лат. dispersio – „рассеяние")

Среднее квадратическое отклонение σ_x (среднеквадратическое отклонение, среднеквадратичное отклонение)

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)} = \frac{(b-a)}{2\sqrt{3}}$$

<u>Выводы</u>: равномерное распределение лежит в <u>строго</u> заданных границах $[a, b]$;

задать распределение и определить все его характеристики можно, если известны <u>два</u> параметра: a и b.

Построим равномерное распределение случайной величины x в <u>новых</u> параметрах:

$$\bar{x} = \frac{b+a}{2} \quad и \quad d = \frac{b-a}{2},$$ где d – параметр равномерного распред.

$$\bar{x} + d = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} = b$$

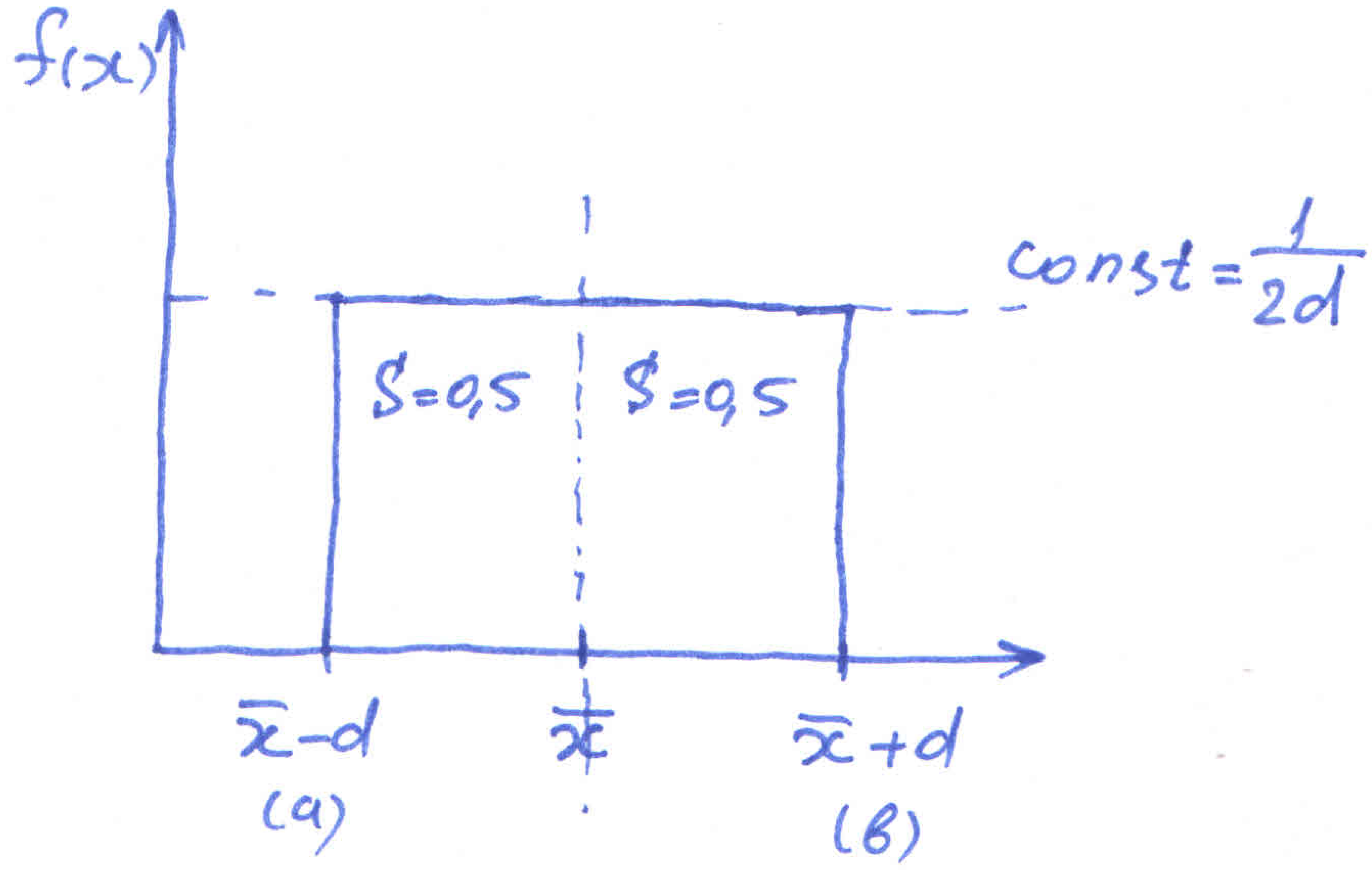
$$\bar{x} - d = \frac{b+a}{2} - \frac{b-a}{2} = a$$

$$D(x) = \frac{(b-a)^2}{12} = \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{d^2}{3}$$

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)} = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

Продолжение Лист 3

Равномерное распределение,
параметры ($\bar{x}$, d)

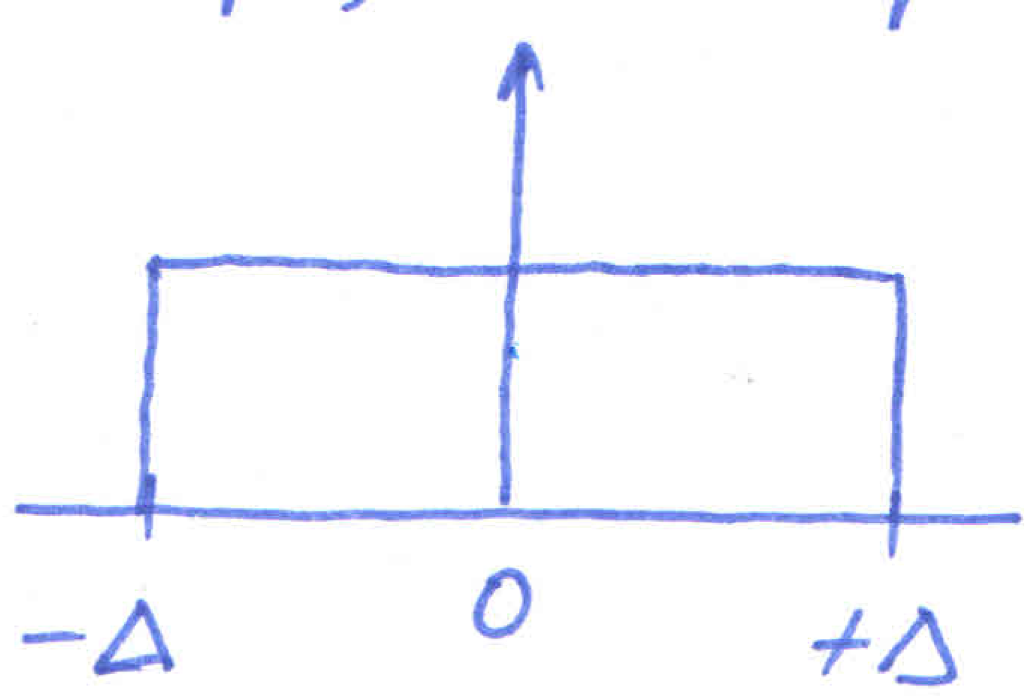


$$f(x)=\begin{cases} x<(\bar{x}-d), & \varnothing \\ (\bar{x}-d)\le x\le \bar{x}+d, & \frac{1}{2d} \\ (\bar{x}+d)<x, & \varnothing \end{cases}$$

Применение равномерного распределения – задание приборной погрешности СИ (средства измерения)

Большинство СИ имеет приборную погрешность, заданную производителем как „<u>предел</u> допустимой погрешности“.

Распределение приборной погрешности СИ имеет вид:



Среднее значение = ∅

<u>Предел</u> допустимой погрешности равен ±Δ

В интервале ±Δ погрешность СИ распределена <u>равномерно</u>.

Если прибор ИСПРАВЕН, погрешность измерения не превысит Δ, действительное (истинное) значение измеряемой величины будет лежать в интервале

$\{X_{изм}-\Delta;\ X_{изм}+\Delta\}$ $X_{изм}$ – измеренное значение