

Условие совместности массы на межфазной границе

Описание функции `computeMassJumpResidual`

Данная функция вычисляет невязку массового прыжка плотности на границе раздела двух фаз в двумерном поле. Входными данными являются поля скоростей, параметры среды, фазовое поле, а также размеры сеточных ячеек по осям x и y .

Обозначения

- M, N — размеры сетки по вертикали и горизонтали соответственно,
- $\rho(i, j)$ — плотность в ячейке (i, j) ,
- $u_x(i, j), u_y(i, j)$ — компоненты скорости в ячейке (i, j) ,
- $\text{phase}(i, j)$ — фазовое поле: 0 — жидкость, 1 — пар,
- dx, dy — размеры ячеек по координатам x и y .

Вычисление плотности

Плотность вычисляется как:

$$\rho(i, j) = \begin{cases} \rho_{\text{liquid}}, & \text{если } \text{phase}(i, j) = 0, \\ \rho_{\text{vapor}}, & \text{если } \text{phase}(i, j) = 1. \end{cases}$$

Определение соседей и нормалей

Для вычисления массового прыжка рассматриваются четыре направления соседних ячеек: вверх, влево, вниз, вправо, соответствующие сдвигам:

$$\text{shifts} = \{(-1, 0), (0, -1), (1, 0), (0, 1)\}.$$

К каждому направлению сдвига соответствует вектор нормали:

$$\text{normals} = \{(0, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 0)\}.$$

Обратите внимание, что нормаль указывает с одной стороны на фазу с индексом 1 (пар), а с другой — на фазу с индексом 0 (жидкость).

Вычисление массового потока и невязки

Для каждой ячейки (i, j) и каждого направления соседа $(i + \Delta i, j + \Delta j)$:

1. Проверяется, что сосед существует (не выходит за границы массива).
2. Проверяется, что фазы в текущей и соседней ячейках различаются, то есть ячейка лежит на границе фаз.
3. Определяются, где газ, а где жидкость:

$$\text{is_gas1} = (\text{phase}(i, j) = 1), \quad \text{is_gas2} = (\text{phase}(i + \Delta i, j + \Delta j) = 1).$$

4. Вычисляются компоненты нормальной скорости в обеих ячейках, используя нормаль $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$:

$$u_{n,1} = u_x(i, j)n_x + u_y(i, j)n_y, \quad u_{n,2} = u_x(i + \Delta i, j + \Delta j)n_x + u_y(i + \Delta i, j + \Delta j)n_y.$$

5. Вычисляются массовые потоки через границу:

$$J_1 = \rho(i, j) \cdot u_{n,1}, \quad J_2 = \rho(i + \Delta i, j + \Delta j) \cdot u_{n,2}.$$

6. Невязка массового прыжка определяется как разность потоков от пара к жидкости:

$$\text{jump} = \begin{cases} J_1 - J_2, & \text{если } \text{is_gas1} = 1, \text{is_gas2} = 0, \\ J_2 - J_1, & \text{если } \text{is_gas1} = 0, \text{is_gas2} = 1, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

7. Невязка аккумулируется в ячейке (i, j) :

$$R(i, j) = R(i, j) + \text{jump}.$$

Комментарии по нормали

В данном алгоритме нормаль выбирается априорно, ориентируясь на расположение соседних ячеек относительно текущей:

направление вверх $\Rightarrow \mathbf{n} = (0, -1)$,

направление влево $\Rightarrow \mathbf{n} = (-1, 0)$,

направление вниз $\Rightarrow \mathbf{n} = (0, 1)$,

направление вправо $\Rightarrow \mathbf{n} = (1, 0)$.

Таким образом, нормаль всегда направлена из фазы с индексом 1 (пара) в фазу с индексом 0 (жидкости), что соответствует положительному направлению вычисления массового прыжка.

Итог: функция вычисляет локальную невязку массового потока через границу фаз, формируя значение $R(i, j)$ как сумму разностей массовых потоков через все четыре смежных направления для каждой ячейки.