

Векторизованная дискретизация уравнения неразрывности

Рассмотрим стационарное уравнение неразрывности (закон сохранения массы) в двумерной форме с переменной плотностью:

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} = 0$$

1. Расчёт плотности

Плотность среды определяется в каждом узле сетки на основе фазовой функции ϕ :

$$\rho = \rho_{\text{liquid}}(1 - \phi) + \rho_{\text{vapor}}\phi$$

2. Массовые потоки

Рассчитываются компоненты массового потока (импульса) в каждом направлении:

$$\rho u_x = \text{rhou}_x, \quad \rho u_y = \text{rhou}_y$$

В коде:

```
rhou_x = rho .* u_x;  
rhou_y = rho .* u_y;
```

3. Дискретизация дивергенции потока массы

Для аппроксимации дивергенции используется функция `getScalarDerivativeFull`, которая дискретно аппроксимирует частные производные по x и y :

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} \approx \text{drhou_dx}, \quad \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} \approx \text{drhou_dy}$$

В коде:

```
drhou_dx = getScalarDerivativeFull(rhou_x, dx, dy, 'x');  
drhou_dy = getScalarDerivativeFull(rhou_y, dx, dy, 'y');
```

4. Суммарная невязка уравнения непрерывности

Полная дискретная форма уравнения:

$$R = \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y}$$

В коде:

```
R = drhou_dx + drhou_dy;
```

Таким образом, функция `computeContinuityResidual` реализует векторизованную дискретизацию стационарного уравнения непрерывности с переменной плотностью на прямоугольной сетке.