

Кривизна

Описание функции `computeCurvatureFromInterface`

Функция `computeCurvatureFromInterface` вычисляет кривизну вдоль интерфейса, заданного двумя одномерными массивами координат точек $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)$ и $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)$, где N — число точек.

Входные данные

- \mathbf{x} , \mathbf{y} — одномерные массивы одинаковой длины N , содержащие координаты точек интерфейса.

Алгоритм вычисления

1. Приведение к столбцам:

```
x = x(:);  
y = y(:);
```

Гарантируем, что \mathbf{x} и \mathbf{y} — столбцовые векторы.

2. Проверка размера массива:

Если $N < 3$, возникает ошибка, так как недостаточно точек для вычисления производных:

```
if N < 3  
    error('Недостаточно точек для вычисления кривизны');  
end
```

3. Вычисление первой производной:

Приближённые значения производных координат по индексу массива рассчитываются функцией `gradient`:

$$\dot{x}_i \approx \text{gradient}(x)_i, \quad \dot{y}_i \approx \text{gradient}(y)_i.$$

В коде:

```
dx = gradient(x);
dy = gradient(y);
```

4. Вычисление второй производной:

Аналогично считаются вторые производные:

$$\ddot{x}_i \approx \text{gradient}(\dot{x})_i, \quad \ddot{y}_i \approx \text{gradient}(\dot{y})_i,$$

```
ddx = gradient(dx);
ddy = gradient(dy);
```

5. Расчет кривизны:

Кривизна в точке i вычисляется по формуле:

$$\kappa_i = \frac{\dot{x}_i \ddot{y}_i - \dot{y}_i \ddot{x}_i}{(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2)^{3/2}}.$$

В коде:

```
H = (dx .* ddy - dy .* ddx) ./ (dx.^2 + dy.^2).^(3/2);
```

6. Обработка некорректных значений:

Все значения NaN или Inf заменяются на 0:

```
H(~isfinite(H)) = 0;
```

7. Коррекция граничных точек:

Для предотвращения артефактов на краях, кривизна в первых двух и последних двух точках приравнивается к значениям ближайших внутренних точек:

```
H(1) = H(3);
H(2) = H(3);
H(end-1) = H(end-2);
H(end) = H(end-2);
```

8. Инверсия знака кривизны:

Для соответствия соглашениям по направлению нормали и кривизны итоговый вектор инвертируется:

```
H = -H;
```

Выходные данные

- H — одномерный массив длины N , содержащий значения кривизны вдоль интерфейса.