

디지털신호처리



강 의 노트

다양한 신호 및 시스템의 이해

6주차 1차시

학습내용

- ❖ 신호의 분류
- ❖ 시스템의 분류

학습목표

- ❖ 기본적인 신호에 대해 표현할 수 있다.
- ❖ 다양한 시스템의 종류를 이해하고 설명할 수 있다.

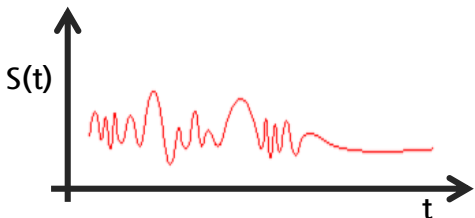


신호의 분류

1. 연속 신호와 이산 신호, 디지털 신호

1) 연속 신호

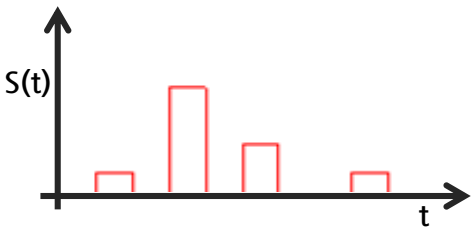
- 모든 연속적인 시간 t 에 대하여 정의



[연속 신호 또는 아날로그 신호]
(Continuous or Analog Signal)

2) 이산 신호

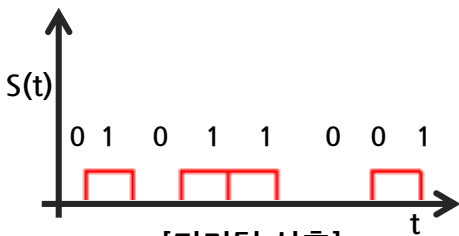
- 특정한 시각에서만 값을 갖는 신호



[이산 신호]
(Discrete Time Signal)

3) 디지털 신호

- 이산적인 특징을 가지고 있으면서 0과 1의 값만으로 이루어진 신호



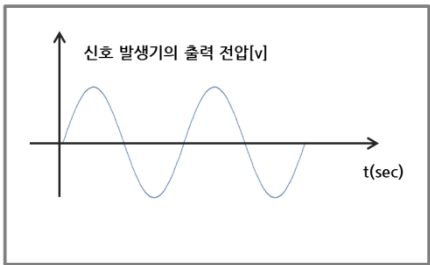
[디지털 신호]
(Digital Signal)



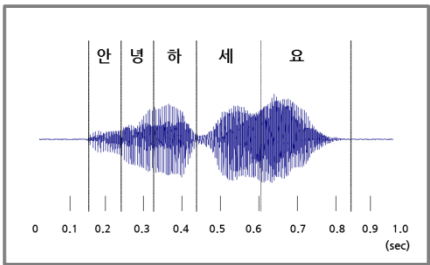
신호의 분류

1. 연속 신호와 이산 신호, 디지털 신호

4) 연속 신호의 예

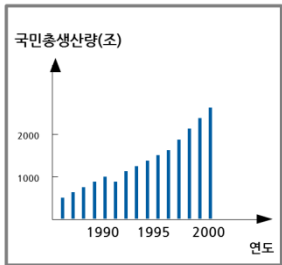


[신호발생기에서 출력되는 정현파 신호]

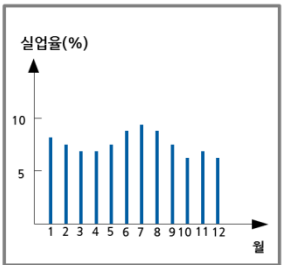


[사람의 음성 신호]

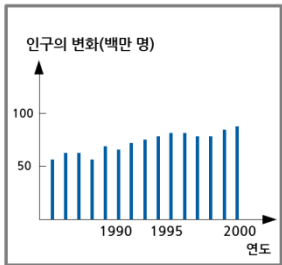
5) 이산 신호의 예



[연도별 국민총생산량(GDP)]

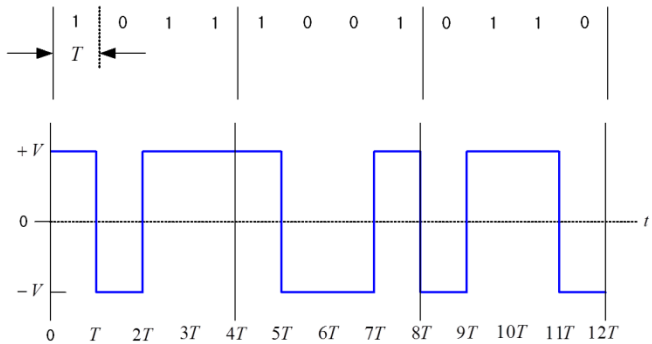


[월별 실업율]



[연도별 인구의 변화]

6) 디지털 신호의 예(2진 데이터)



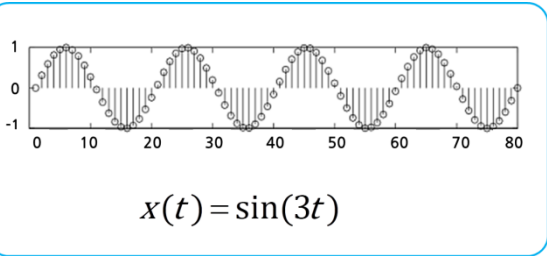


신호의 분류

2. 결정적 신호와 랜덤 신호

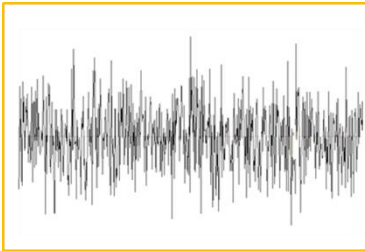
1) 결정적 신호(Deterministic Signal)

- [예] 정현파 신호



2) 랜덤 신호(Random Signal)

- 불규칙 신호(Undeterministic Signal)라고도 함
- [예] 백색 잡음 신호

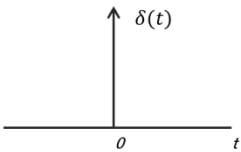


2. 단위 임펄스 신호와 단위 계단 신호

1) 신호의 차이

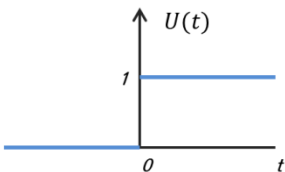
- 단위 임펄스 신호

$$\delta(t) = 0, t \neq 0 \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) d\tau = 1$$



- 단위 계단 신호

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



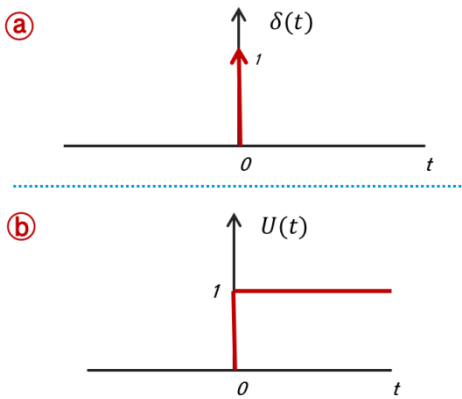


신호의 분류

2) 단위 임펄스 신호와 단위 계단 신호와의 관계

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad \textcircled{a}$$

$$\frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$$

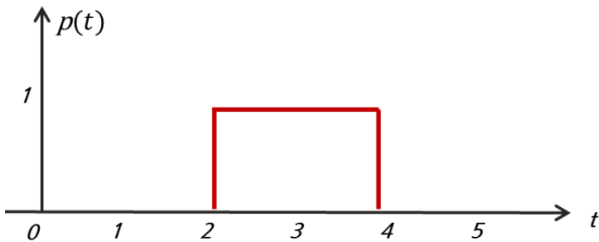


예제 16-01

수식으로 표현된 $p(t)$ 신호를 그려보세요.

$$p(t) = u(t - 2) - u(t - 4)$$

[예제풀이]



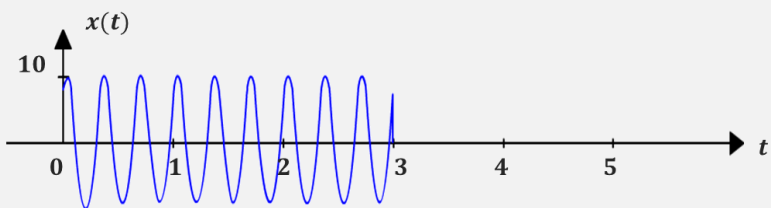


신호의 분류

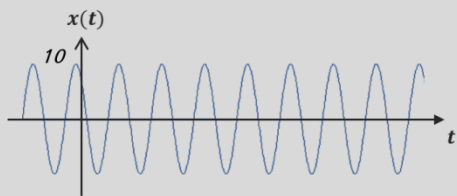
2) 단위 임펄스 신호와 단위 계단 신호와의 관계

예제 16-02

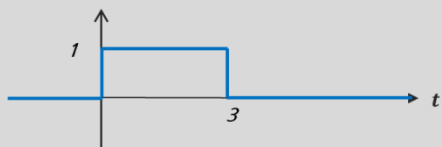
다음과 같은 연속신호를 수식으로 표현해 보자.
(단, 정현파로 표현된 부분은 $10\cos(\omega t)$ 이다.)



[예제풀이]



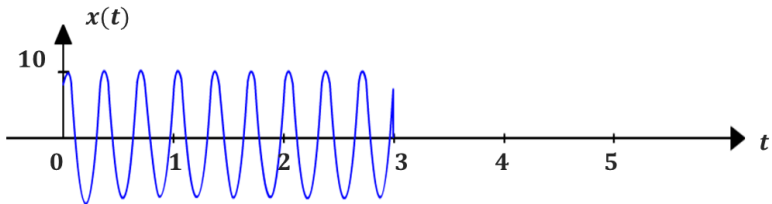
$$y(t) = 10\cos(\omega t)$$



$$p(t) = u(t) - u(t - 3)$$

$$x(t) = y(t) * p(t) = 10\cos(\omega t)(u(t) - u(t - 3))$$

▪ [예제1]을 참고하면, $x(t)$ 는?



$$x(t) = 10\cos(\omega t) \cdot (u(t) - u(t - 3))$$

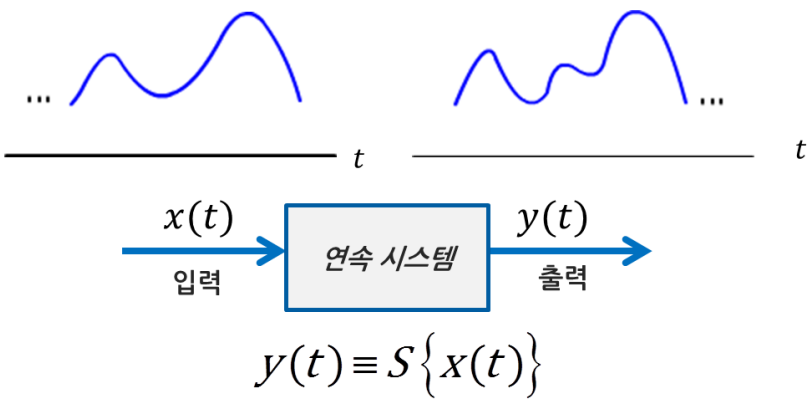


시스템의 분류

1. 연속 시스템과 이산 시스템

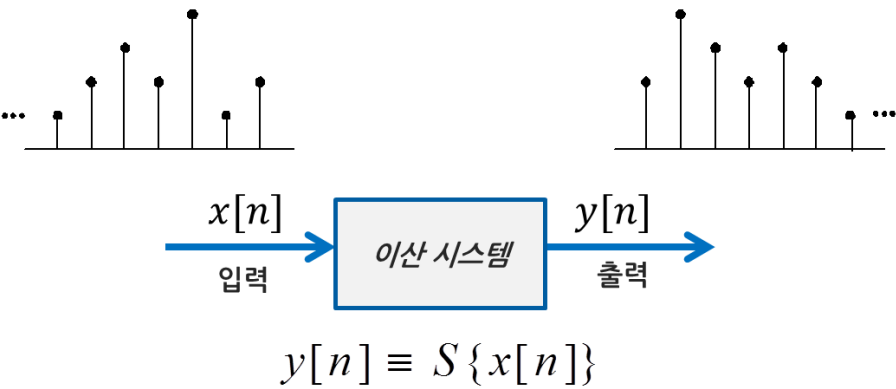
1) 연속 시스템

- 연속 신호를 받아들여 출력 신호도 연속 신호를 내보내는 모든 시스템



2) 이산 시스템

- 이산 신호를 가지고 정해진 연산을 수행하도록 하는 어떤 장치나 알고리즘



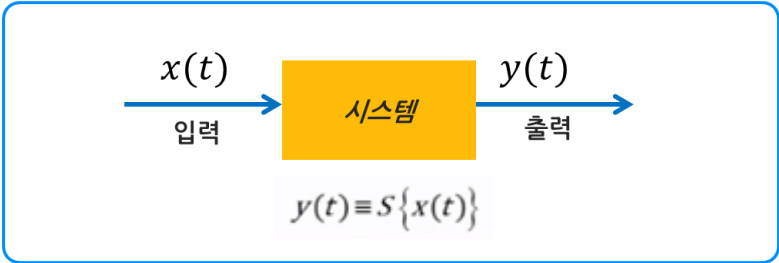


시스템의 분류

2. 선형 시스템과 비선형 시스템

1) 정의

- 선형 시스템(Linear System): 중첩의 원리를 만족하는 시스템
- 비선형 시스템(Non-linear System): 중첩의 원리가 성립되지 않는 시스템



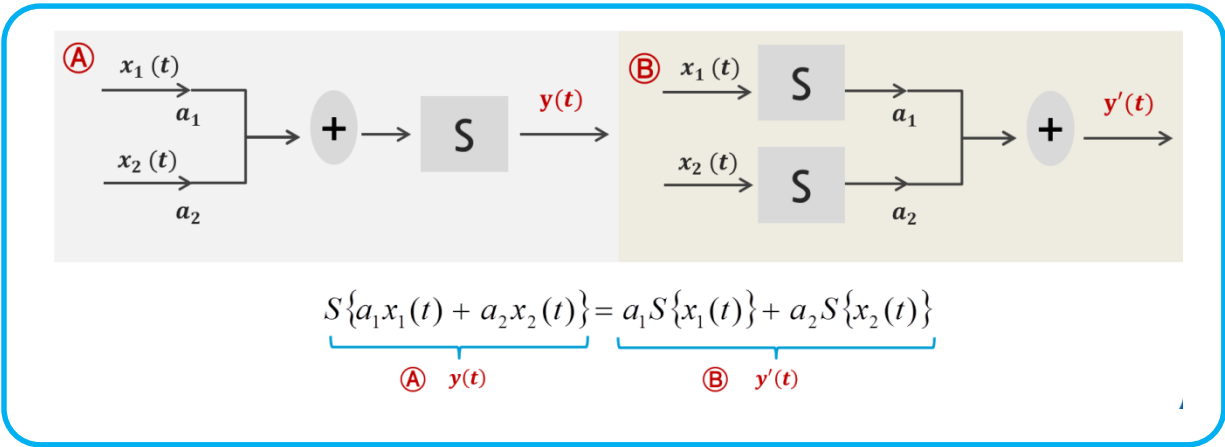
2) 중첩의 원리

- 임의의 입력 신호 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 에 임의의 상수 a_1 , a_2 가 곱해지고 합해진 입력 신호에 의한 시스템의 출력 신호 $y(t)$
- 두 신호를 각각 입력 신호로 하여 출력된 신호에 각 상수배한 출력 신호의 합이 $y'(t)$
- $y(t) = y'(t)$ 이면, 중첩의 원리를 만족하는 시스템

$$\underbrace{S\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\}}_{y(t)} = \underbrace{a_1S\{x_1(t)\} + a_2S\{x_2(t)\}}_{y'(t)}$$

3) 선형 시스템과 비선형 시스템의 판별

- 만일, $y(t) = y'(t)$ 이면 시스템(S)은 선형 시스템이라고 판단할 수 있음





시스템의 분류

3) 선형 시스템과 비선형 시스템의 판별

예제 16-03

다음 입출력 관계를 가지는 시스템이 선형 시스템인지 비선형 시스템인지 판별해 보자.

$x(t) \longrightarrow$

시스템

 $\longrightarrow y(t)$

$$y(t) \equiv S\{x(t)\} = 4x(t) + 1$$

[예제풀이]

- 선형-비선형의 판별을 위해 중첩의 원리가 성립하는지 확인하여야 함
 - ① 입력: $a_1x_1(t)$, 출력: $y_1(t) = 4\{a_1x_1(t)\} + 1 = 4a_1x_1(t) + 1$
 - ② 입력: $a_2x_2(t)$, 출력: $y_2(t) = 4\{a_2x_2(t)\} + 1 = 4a_2x_2(t) + 1$
 - ③ 입력: $a_1x_1(t) + a_2x_2(t)$,
출력: $y_3(t) = 4\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\} + 1 = 4a_1x_1(t) + 4a_2x_2(t) + 1$
- $\therefore y_3(t) \neq (y_1(t) + y_2(t))$
중첩의 원리가 성립하지 않으므로 선형 시스템이 아님



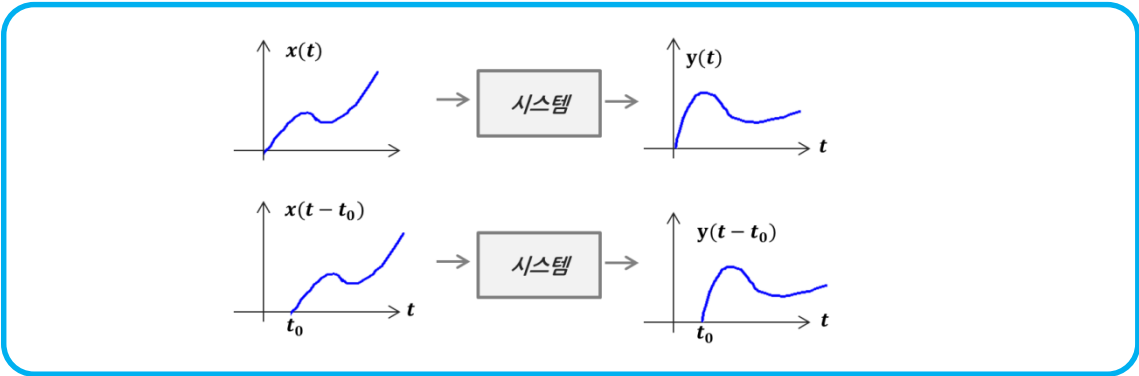
시스템의 분류

3. 시변 시스템과 시불변 시스템

1) 정의

- 시변 시스템(Time-Varying System): 시스템의 특성이 시간에 따라 변하는 시스템
- 시불변 시스템(Time-Invariant System): 시스템의 특성이 시간에 따라 변하지 않는 시스템

2) 시불변 시스템의 입출력 관계

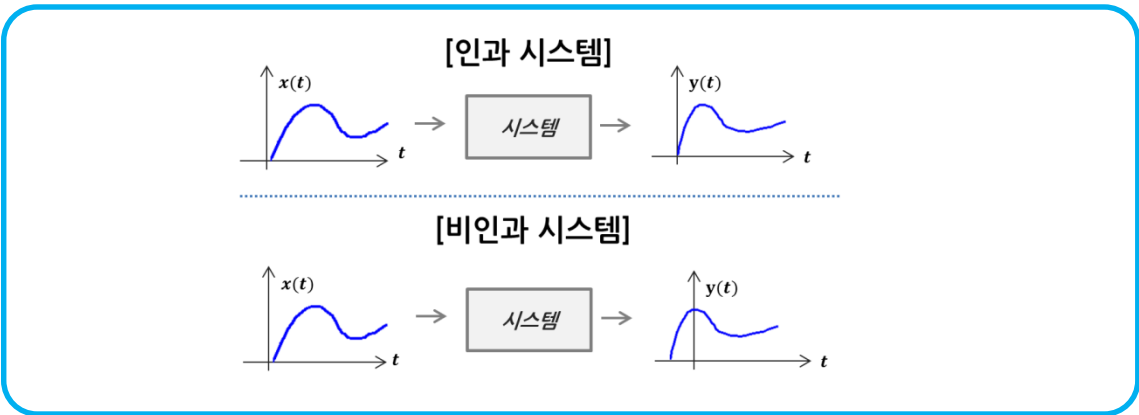


4. 인과 시스템과 비인과 시스템

1) 정의

- 인과 시스템(Casual System): 어느 시각 t 에서 시스템의 출력이 t 이전의 입력 값에 의하여 결정되는 시스템
- 비인과 시스템(Non-Casual System) : 어느 시각 t 에서 시스템의 출력이 t 이전의 입력 값에 의해서만 결정되지 않고, 미래의 입력신호에 의해서도 결정되는 시스템

2) 인과 시스템과 비인과 시스템의 관계





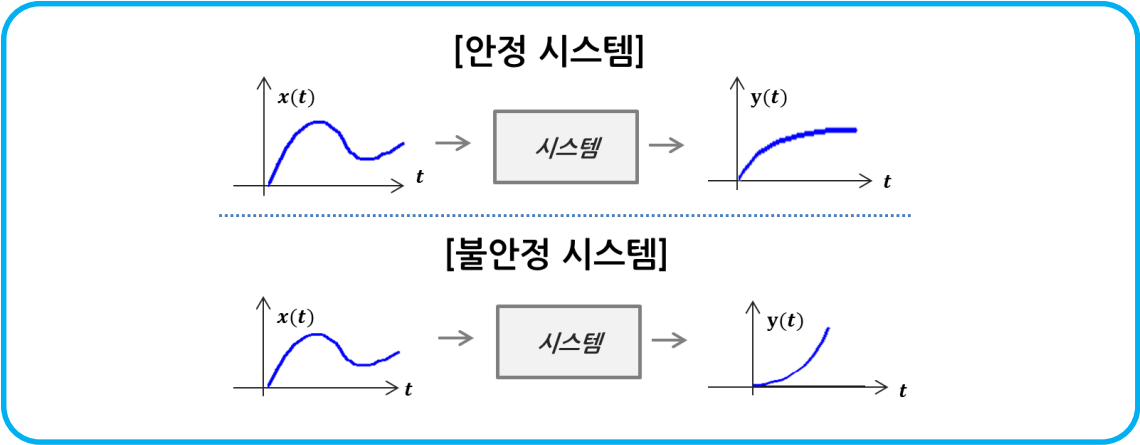
시스템의 분류

5. 안정(Stable) 시스템과 불안정(Unstable) 시스템의 관계

정의

- 유한한 M_x 와 M_y 에 대해 다음과 같은 성질을 만족하는 시스템을 **안정(Stable)시스템**이라고 함
- BIBO**(Bounded Input Bounded Output) 안정 시스템이라고도 함

$|x(t)| \leq M_x < \infty \quad , \quad |y(t)| \leq M_y < \infty$



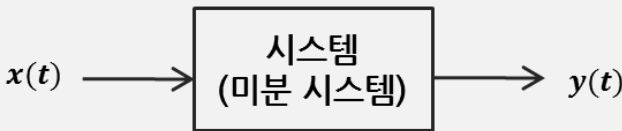


시스템의 분류

[한걸음 더] 선형 시스템 판별 예제 풀이

한걸음 더

다음과 같은 입출력 관계를 가지는 시스템이 선형 시스템인지 비선형 시스템인지 판별하여 보자.



$$y(t) \equiv S\{x(t)\} = \frac{d}{dt} x(t)$$

제공된 실습자료를 다운로드 받은 후 전문가의 동영상 강의를 참고하여 직접 실습과제를 해결해보세요.

[과제해설]

- ① 입력: $a_1x_1(t)$, 출력: $y_1(t) = \frac{d}{dt}\{a_1x_1(t)\} = a_1 \frac{d}{dt} x_1(t)$
- ② 입력: $a_2x_2(t)$, 출력: $y_2(t) = \frac{d}{dt}\{a_2x_2(t)\} = a_2 \frac{d}{dt} x_2(t)$
- ③ 입력: $a_1x_1(t) + a_2x_2(t)$,
출력: $y_3(t) = \frac{d}{dt}\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\} = a_1 \frac{d}{dt} x_1(t) + a_2 \frac{d}{dt} x_2(t)$

$$\therefore y_3(t) = (y_1(t) + y_2(t))$$

중첩의 원리가 성립하기 때문에 이 시스템은 선형 시스템임

핵심정리

신호의 분류

- 연속 신호: 모든 연속적인 시간 t 에 대하여 정의
- 이산 신호: 특정한 시각에서만 값을 갖는 신호
- 디지털 신호: 이산적인 특징을 가지며 0과 1의 값만으로 이루어진 신호
- 결정 신호: 정현파 신호를 예로 들 수 있음
- 불규칙 신호: 랜덤 신호라고도 하며, 백색 잡음 신호를 예로 들 수 있음
- 임펄스 신호와 단위 계단 신호: 단위 계단 신호를 미분하면 임펄스 신호가 됨

시스템의 분류

- 연속 시스템: 연속 신호를 받아들여 출력 신호도 연속 신호를 내보내는 모든 시스템
- 이산 시스템: 이산 신호를 가지고 정해진 연산을 수행하도록 하는 어떤 장치나 알고리즘
- 선형시스템(Linear System): 중첩의 원리를 만족하는 시스템
- 중첩의 원리

$$\underbrace{S\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\}}_{y(t)} = \underbrace{a_1S\{x_1(t)\} + a_2S\{x_2(t)\}}_{y'(t)}$$

- 시변 시스템: 시스템의 특성이 시간에 따라 변화
- 시불변 시스템: 시간에 따라 변하지 않음
- 인과 시스템과 비인과 시스템: 어느 시각 t 에서 시스템의 출력이 t 이전의 입력 값에 의하여 결정된다면 인과적(Causal)

핵심정리

시스템의 분류

- 안정 시스템과 불안정 시스템: 유한한 M_x 와 M_y 에 대해 모든 t 에 대하여 다음과 같은 성질을 만족하면 안정 시스템 또는 BIBO(Bounded Input Bounded Output) 안정 시스템

$$|x(t)| \leq M_x < \infty \quad , \quad |y(t)| \leq M_y < \infty$$