Methoden der Numerik

Christina X., Julian Lüken

24. März 2019

Mathematisches Institut Göttingen

Aufgabe 1 - Wärmegleichung

Wärmegleichung

Die Wärmegleichung lautet

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \nabla^2 u$$

Mit $u : \Omega \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ mit folgenden Randbedingungen:

- $u(x, t) = R$ für $x \in \partial\Omega$
- $u(x, 0) = f(x)$, wobei f beliebig aber fest.

Diskretisierung, Variante 1

Nimm endlich viele, äquidistante Stellen aus Ω, sodass Folgen entstehen mit $x_i = ih + x_0$ und $y_j = jh + y_0$. Wähle zusätzlich für die Zeit $t_k = k\Delta t + t_0$ Wir schreiben $U^k_{i,j}$ für die i,j-te Stelle zum Zeitpunkt k. O.B.d.A. nehmen wir an, dass wir einen quadratischen Bereich diskretisieren, d.h. für jedes $k \in \mathbb{N}$ entsteht eine $m \times m$ Matrix. Zum Zeitpunkt $k = 0$ haben wir dann:

$$\begin{pmatrix} u^0_{0,0} & u^0_{0,1} & \cdots \\ u^0_{1,0} & \cdots & \\ \cdots & & u^0_{m,m} \end{pmatrix}$$