Лабораторная работа №2

Задание выполнила: Самсонова Карина, группа 20ПИ-1

Выполнение лабораторной работы происходило в команде.

Участники команды:

- Самсонова Карина, группа 20ПИ-1
- Корнев Егор, группа 20ПИ-1
- Лисунов Никита, группа 20ПИ-2

Отчет по заданию 1

Оглавление

1. Формат ввода/вывода

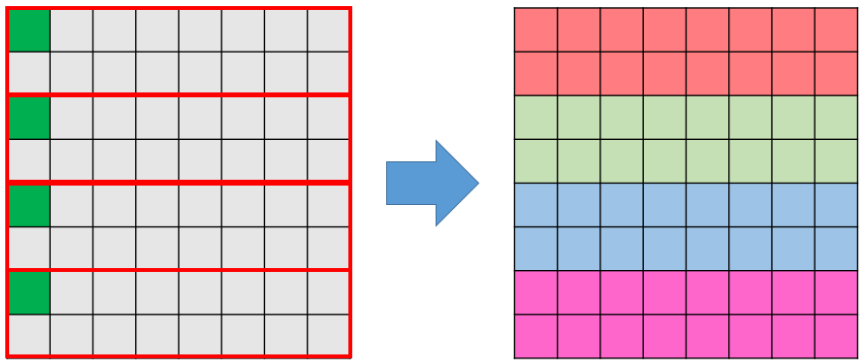
Матрица, исходный вектор и результат – массивы типа double. Для всех алгоритмов входные данные генерируются рандомно (с использованием rand из ‘math.h’, seed зависит от времени). Можно задать размерность матрицы с помощью макросов M (число строк) и N (число столбцов) и указать число процессов при запуске программы. Также есть функция fillToCheck, которая делает матрицу единичной, а исходный вектор заполняет последовательными числами (1, 2, 3…). С помощью этой функции легко проверять правильность подсчетов программы. После выполнения подсчетов, программа выводит в консоль время их выполнения, также можно напечатать исходную матрицу, вектор и результат умножения, выставив #define PRINT.

2. Умножение матрицы на вектор по строкам

2.1. Алгоритм:

1) Разделяем вектор *x* на равномерные части и отдаем потокам с помощью MPI_Scatter.

2) Разделяем матрицу *a* на блоки строк *a_local* и отдаем процессам с помощью MPI_Scatterv. Элементы, входящие в displs, выделены зеленым, sendcounts и recvcounts рассчитаны так, чтобы в блок вошли все ячейки матрицы в пределах красной рамки.



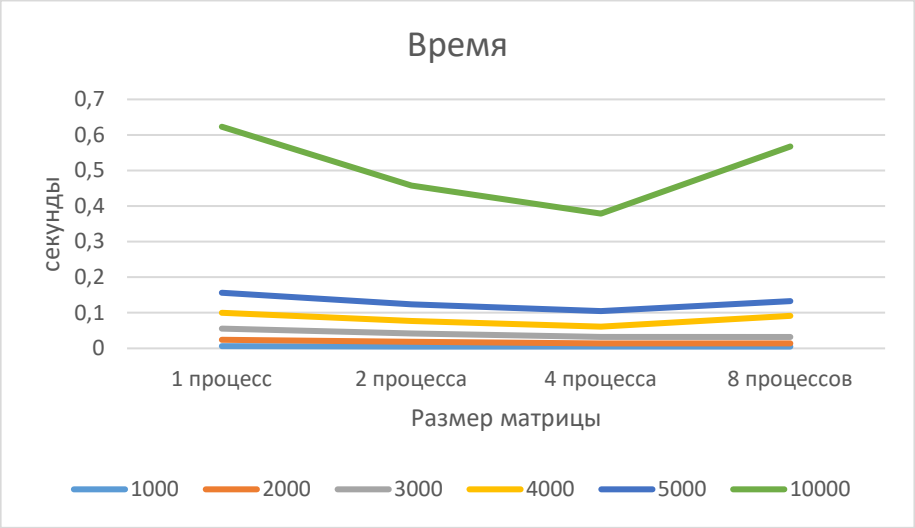
3) Собираем исходный вектор в массив *x_full* с помощью MPI_Allgather.

4) На каждом процессе идем по строкам внутри блока *a_local*, каждую строку умножаем на вектор *x_full* и результат прибавляем к *y_local*.

5) Собираем *y_local* в *y* с помощью MPI_Gather.

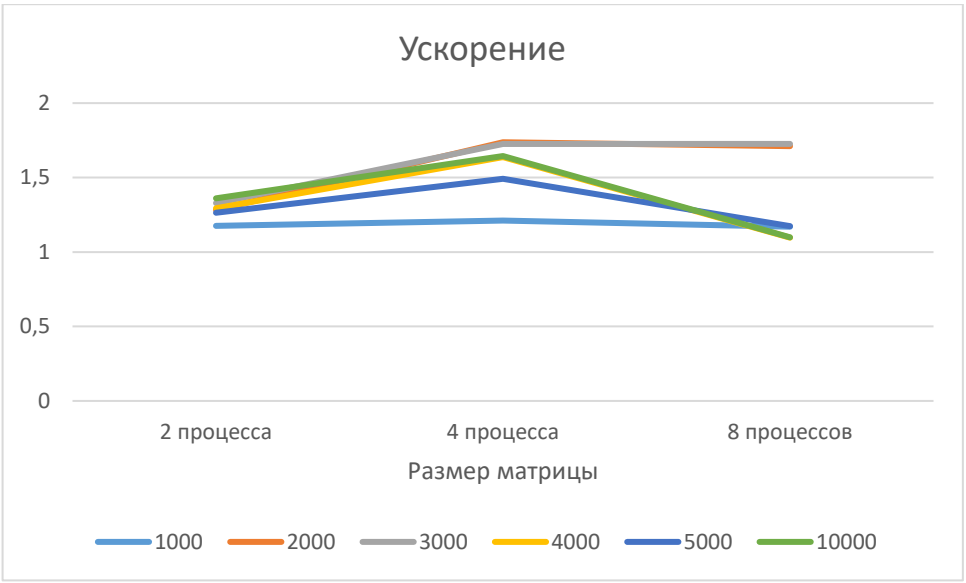
2.2. Исследование производительности

Время



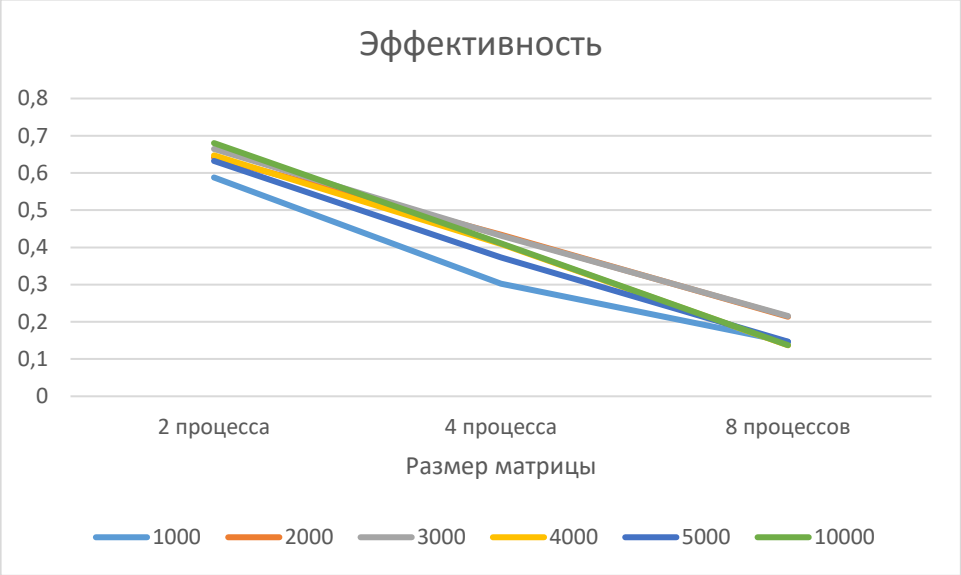
Размер матрицы	1 процесс	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	0,006242	0,005309	0,005153	0,005335
2000	0,02417	0,018841	0,013913	0,014133
3000	0,05554	0,041795	0,032183	0,032191
4000	0,100048	0,077285	0,061096	0,09124
5000	0,156391	0,123679	0,104835	0,13322
10000	0,623137	0,458041	0,378901	0,567118

Ускорение



Размер матрицы	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	1,175739311	1,211333204	1,170009372
2000	1,282840614	1,737224179	1,710181844
3000	1,328867089	1,725755834	1,725326955
4000	1,294533221	1,637554013	1,096536607
5000	1,264491142	1,491782325	1,173930341
10000	1,360439349	1,644590539	1,098778385

Эффективность



Размер матрицы	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	0,587869655	0,302833301	0,146251172
2000	0,641420307	0,434306045	0,21377273
3000	0,664433545	0,431438958	0,215665869
4000	0,647266611	0,409388503	0,137067076
5000	0,632245571	0,372945581	0,146741293
10000	0,680219675	0,411147635	0,137347298

Вывод: можно заметить, что время выполнения падает с ростом количества процессов, но к 8 процессам начинает увеличиваться, это нормально, учитывая то, что у меня 4-ядерный процессор. Только на маленьких данных ускорение не столь большое, но в целом оно достигает 1.74 на 4 процессах, M=N=2000. Пик эффективности наблюдается на 2 процессах, но на 4 она падает не так сильно.

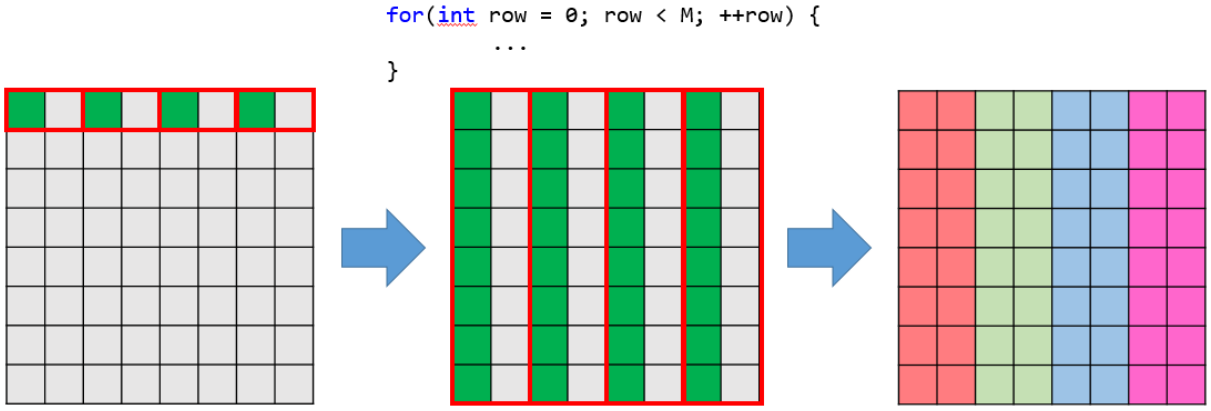
3. Умножение матрицы на вектор по столбцам

3.1. Алгоритм:

1) Разделяем вектор *x* на равномерные части *x_local* и отдаем потокам с помощью MPI_Scatter.

2) Разделяем матрицу *a* на блоки столбцов *a_local* и отдаем процессам с помощью MPI_Scatterv. Для этого мы проходимся по строкам исходной матрицы и разделяем элементы каждой строки так, что их ширина равна ширине итоговых столбцов. Элементы, входящие в *displs*, выделены зеленым,

sendcounts и recvcounts рассчитаны так, чтобы в блок вошли все ячейки матрицы в пределах красной рамки. По мере прохождения по строкам, получившиеся блоки выстраиваются в столбцы.

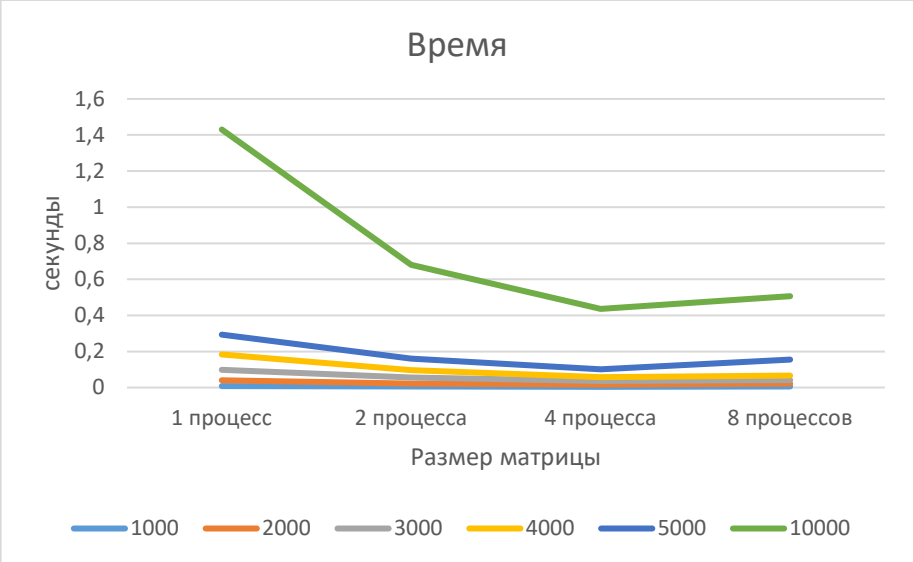


3) Далее проходим по всем столбцам в *a_local* и умножаем элементы в каждом столбце на соответствующий элемент в *x_local*, результат прибавляем к *y_local*.

4) Суммируем соответствующие элементы *y_local* в *y* с помощью MPI_Reduce.

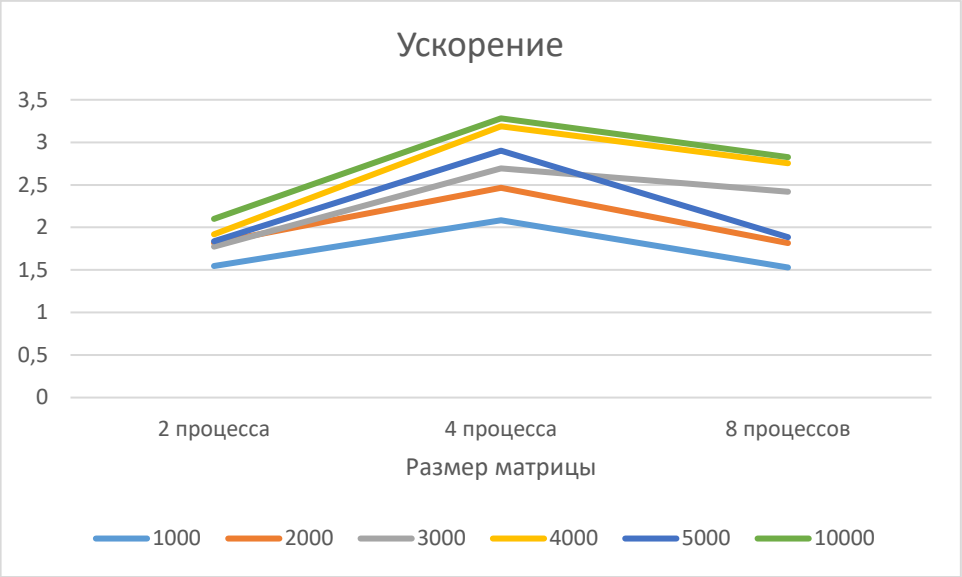
3.2. Исследование производительности

Время



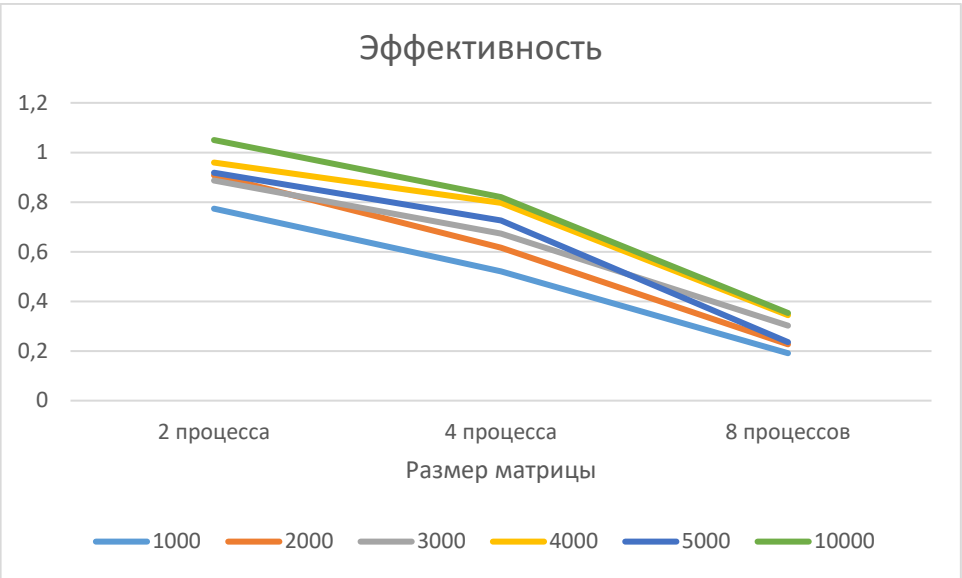
Размер матрицы	1 процесс	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	0,00796	0,005145	0,00382	0,005207
2000	0,040204	0,022138	0,016307	0,022141
3000	0,098176	0,055343	0,036451	0,040609
4000	0,18344	0,095601	0,057541	0,066602
5000	0,29328	0,159655	0,101067	0,155542
10000	1,430591	0,681157	0,435946	0,506429

Ускорение



Размер матрицы	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	1,547133139	2,083769634	1,52871135
2000	1,816062878	2,465444288	1,81581681
3000	1,773955152	2,693369181	2,417592159
4000	1,918808381	3,187987696	2,754271643
5000	1,836960947	2,901837395	1,88553574
10000	2,100236803	3,281578452	2,824859951

Эффективность



Размер матрицы	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	0,773566569	0,520942408	0,191088919
2000	0,908031439	0,616361072	0,226977101
3000	0,886977576	0,673342295	0,30219902

4000	0,95940419	0,796996924	0,344283955
5000	0,918480474	0,725459349	0,235691967
10000	1,050118401	0,820394613	0,353107494

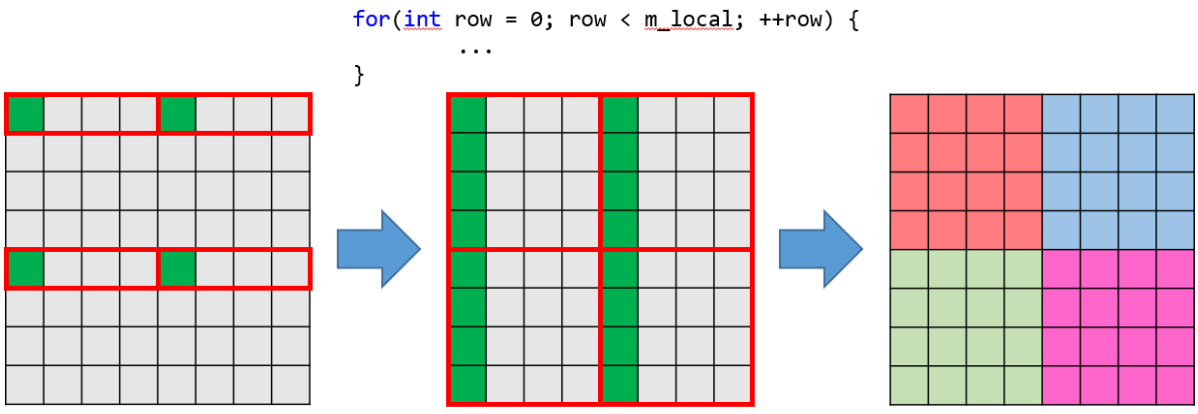
Вывод: время так же падает до 8 процессов, ускорение уже достигает максимума в 3.3, на 4 процессах при матрице 10000*10000. Эффективность на матрице того же размера, но на 2 процессах превышает 1. Мне лично кажется, что это очень хороший показатель.

4. Умножение матрицы на вектор по блокам

4.1. Алгоритм:

1) Находим размерность блока с помощью отдельной функции. Для этого берем переменную *s*, которая содержит корень из числа процессов и двигаемся от корня к 0 в поиске множителей *s* и *q=comm_sz/s*, которым кратны стороны исходной матрицы. Если таких множителей при определенных входных данных найти нельзя, программа выводит сообщение об ошибке и завершается.
2) Разделяем вектор *x* на равномерные части *x_local* и отдаем потокам с помощью MPI_Scatter.

3) Разделяем матрицу a на блоки *a_local* и отдаем процессам с помощью MPI_Scatterv. Этот алгоритм похож на тот, что используется при разбиении на столбцы, только здесь displs равномерно разбросаны не вдоль первой строки, а вдоль всей матрицы, и проходим мы не по всем строкам, а только в пределах высоты блока *m_local*.



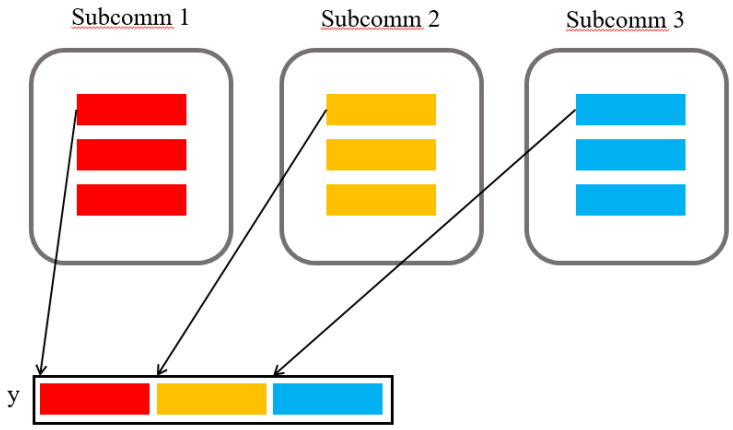
4) Собираем исходный вектор в массив *x_full* с помощью MPI_Allgather.

5) На каждом процессе идем по строкам внутри блока *a_local*, каждую строку умножаем на соответствующую часть вектора *x_full* и результат прибавляем к *y_local*.

6) Теперь нужно сложить между собой промежуточные результаты. Для этого нужно суммировать те *y_local*, которые относятся к одному ряду блоков (на картинке сверху красный и синий блоки относятся к ряду 0, а зеленый и фиолетовый – к ряду 1). Чтобы это сделать, нужно создать отдельные коммуникаторы с помощью MPI_Comm_split и за параметр для разделения взять ряд блока.

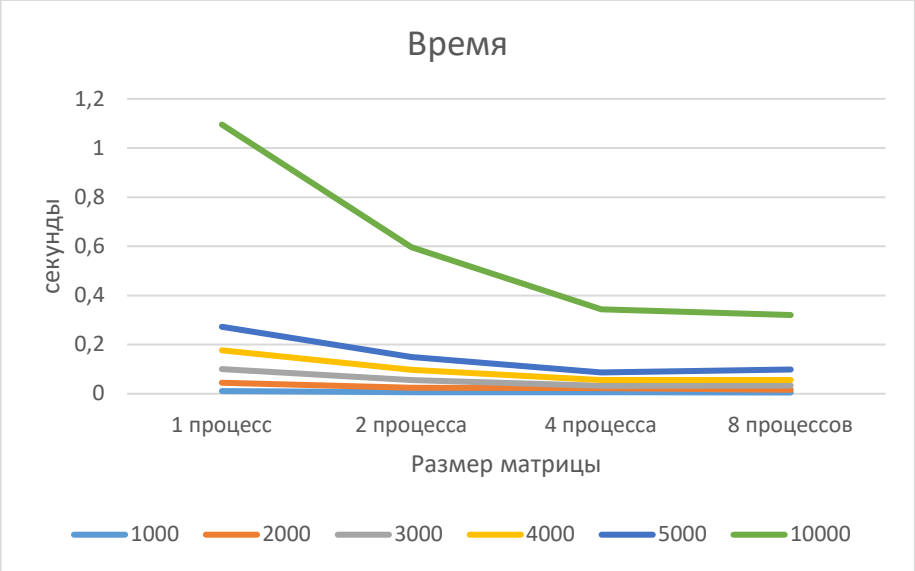
7) Суммируем соответствующие элементы *y_local* в *y_group* с помощью MPI_Allreduce в отдельных коммуникаторах.

8) Соединяем получившиеся векторы *y_group* с помощью MPI_Gatherv в общем коммуникаторе MPI_COMM_WORLD, результат сохраняется в массиве *y*.



4.2. Исследование производительности

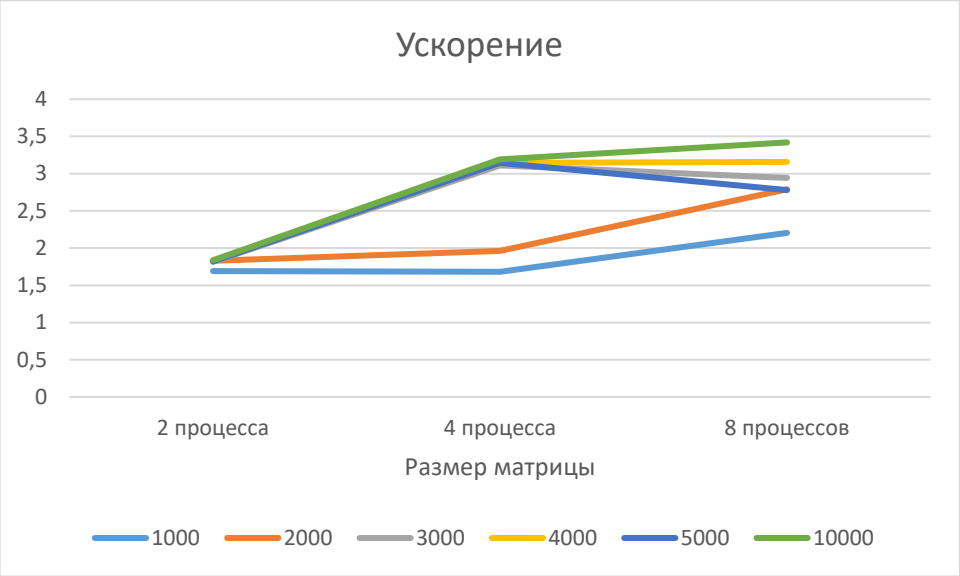
Время



Размер матрицы	1 процесс	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	0,010818	0,006394	0,006432	0,004907
2000	0,044696	0,024425	0,02279	0,016017

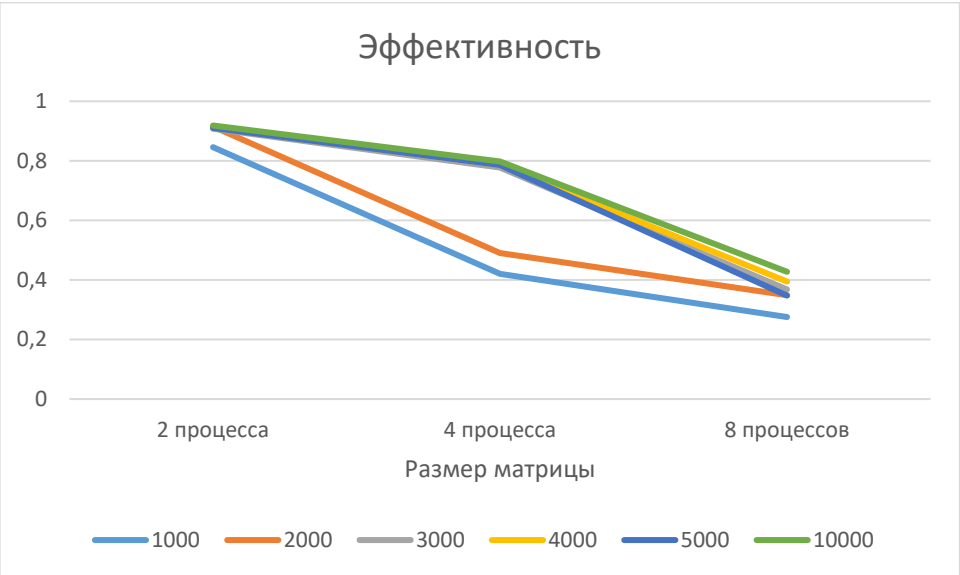
3000	0,100244	0,055203	0,032223	0,034038
4000	0,176689	0,096941	0,056201	0,055952
5000	0,272421	0,149593	0,086629	0,09798
10000	1,095557	0,596248	0,343263	0,320315

Ускорение



Размер матрицы	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	1,691898655	1,681902985	2,204605665
2000	1,829928352	1,961211057	2,790535057
3000	1,815915802	3,110945598	2,945061402
4000	1,822644701	3,143876443	3,157867458
5000	1,8210812	3,14468596	2,780373546
10000	1,837418323	3,191596531	3,420248818

Эффективность



Размер матрицы	2 процесса	4 процесса	8 процессов
1000	0,845949327	0,420475746	0,275575708
2000	0,914964176	0,490302764	0,348816882
3000	0,907957901	0,777736399	0,368132675
4000	0,911322351	0,785969111	0,394733432
5000	0,9105406	0,78617149	0,347546693
10000	0,918709161	0,797899133	0,427531102

Вывод: в половине случаев ускорение продолжило расти даже на 8 процессах и достигло своего пика в 3.4 при размерах матрицы 10000*10000. На больших данных этот алгоритм показал себя лучше всего, даже эффективность падала с меньшей скоростью.

Все рассмотренные алгоритмы показали ускорение при росте числа процессов. На малых данных все 3 алгоритма показали себя примерно одинаково, но на больших данных лучше всего себя показали именно построчный и блочный алгоритмы. Можно предположить, что это как раз связано с кэшем и с тем, что при умножении по столбцам, мы вынуждены переписывать *y_local* длины M, а не *M/comm_sz*.