Отчёта по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Шувалов Николай Константинович

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Познакомиться с моделью заражения SIR.

2 Задание

1. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп.
2. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

- если $I(0) \leq I^*$
- если $I(0) > I^*$

3 Теоретическая справка

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая

популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t) > I^* тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ 0, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Figure 3.1: закон изменения S(t)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ -\beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) \leq \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Figure 3.2: закон изменения I(t)

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dT} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на началоэпидемии в момент времени t = 0 нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно.

4 Выполнение лабораторной работы

Условие задачи

Вариант 30

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (*N=11 700*) в момент начала эпидемии (*t=0*) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) *I(0)=270*, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни *R(0)=49*. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S*(0)=N-I(0)- R(0)*.

Figure 4.1: Условие

Написал код:

```
import numpy as np
import math
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
a = 0.01
b = 0.02
N = 11700
I0 = 270
R0 = 49
S0 = N-I0-R0
x0 = [S0, I0, R0]

def syst1(y, t):
```

```
    y1, y2, y3 = y
    return [0, -b*y2,b*y2]

def syst2(y,t):
    y1,y2,y3 = y
    return [-a*y1, a*y1-b*y2, b*y2]

t = np.arange(0, 200, 0.01)
y1 = odeint(syst1, x0, t)
ys = y1[:,0]
yi = y1[:,1]
yr = y1[:,2]

fig1 = plt.figure()
plt.plot(t,ys,label='S(t)')
plt.plot(t,yi,label='I(t)')
plt.plot(t,yr,label='R(t)')
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("Численность")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

y2 = odeint(syst2, x0, t)
ys = y2[:,0]
yi = y2[:,1]
yr = y2[:,2]

fig1 = plt.figure()
```

```
plt.plot(t,ys,label='S(t)')
plt.plot(t,yi,label='I(t)')
plt.plot(t,yr,label='R(t)')
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("Численность")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

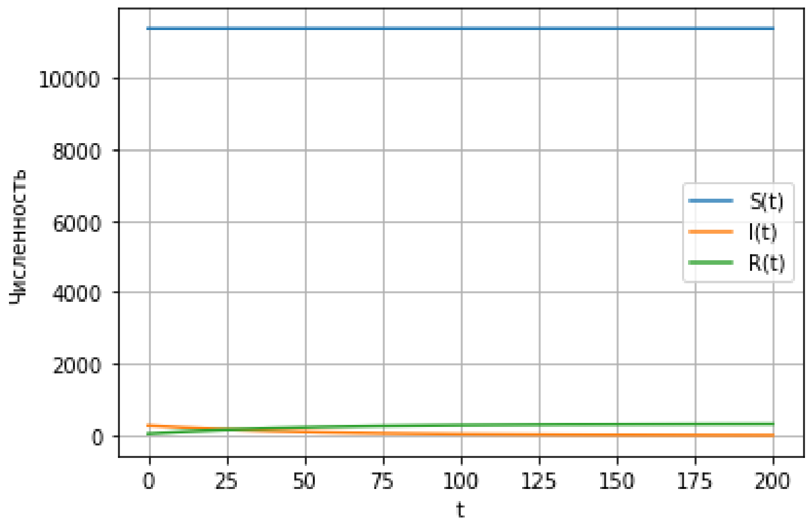

Figure 4.2: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) \leq I^*$

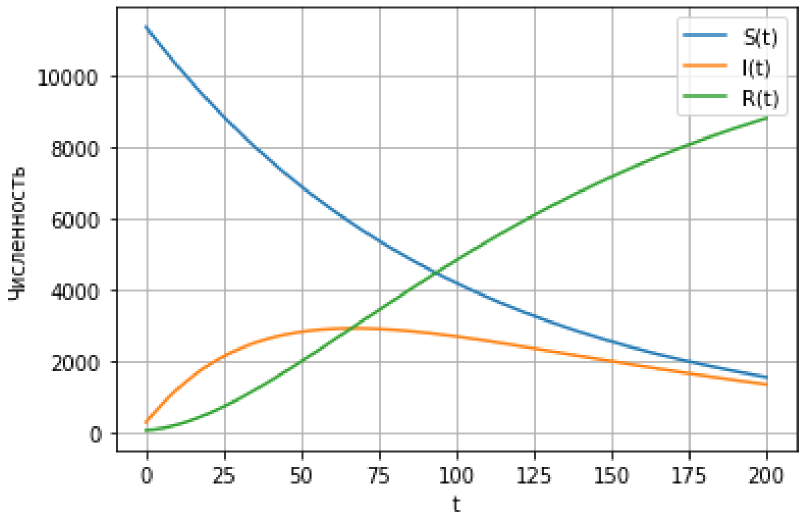

Figure 4.3: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$

5 Выводы

Познакомились с моделью заражения SIR.