

Лабораторная 5

Nikolay Shuvalov¹

2021, 27 February

¹RUDN University, Moscow, Russian Federation

Познакомиться с моделью хищник-жертва.

1. Построить график зависимостей от u и графики функций $x(t)$, $y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает

3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

Выполнение лабораторной работы

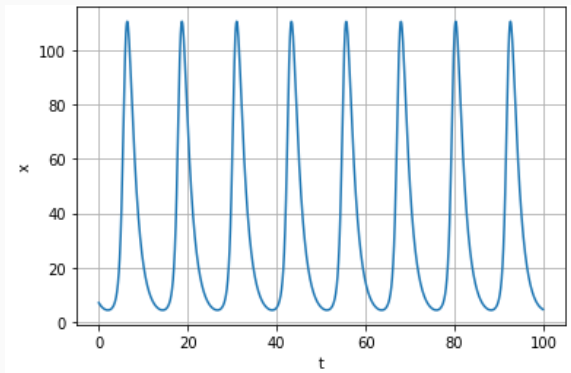


Figure 1: Зависимость изменения численности хищников от времени

Выполнение лабораторной работы

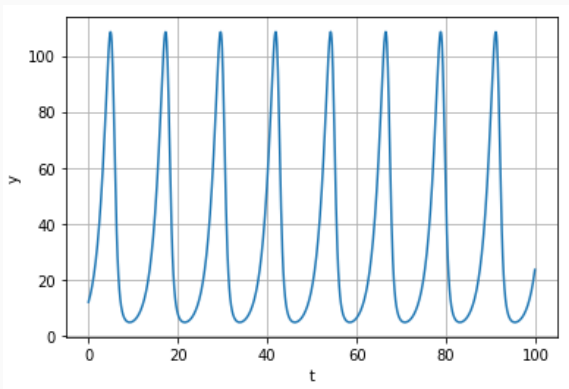


Figure 2: Зависимость изменения численности жертв от времени

Выполнение лабораторной работы

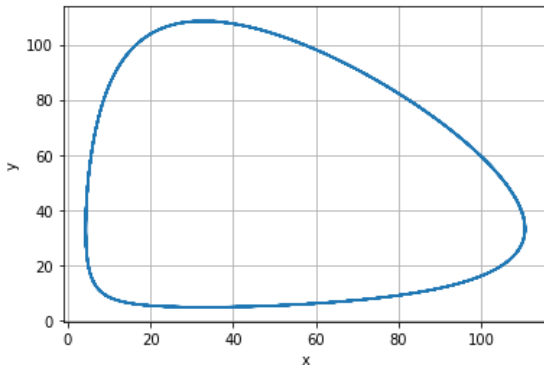


Figure 3: Зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв

Стационарное состояние $x_0 = 32.777, y_0 = 33.157$

Познакомились с моделью хищник-жертва.