

Лабораторная 6

Nikolay Shuvalov¹

2021, 27 February

¹RUDN University, Moscow, Russian Federation

Познакомиться с моделью заражения SIR.

1. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп.
2. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:
 - если $I(0) \leq I^*$
 - если $I(0) > I^*$

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$ тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Figure 1: закон изменения $S(t)$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Figure 2: закон изменения $I(t)$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dT} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно.

Выполнение лабораторной работы

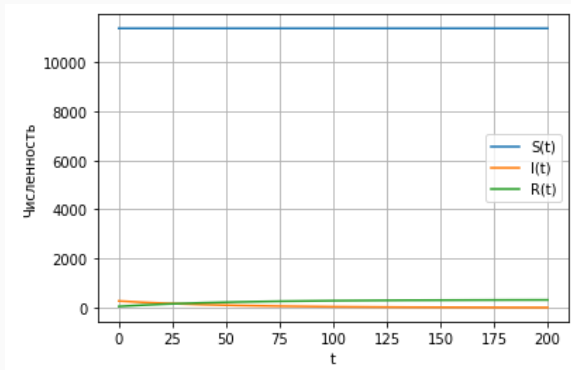


Figure 3: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) \leq I^*$

Выполнение лабораторной работы

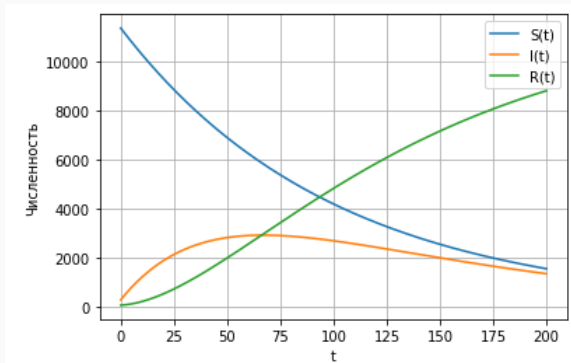


Figure 4: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$

Познакомились с моделью заражения SIR.