RACIOCÍNIO NEBULOSO (FUZZY)

INTRODUÇÃO

Na lógica binária (clássica) as proposições são unicamente "Verdadeiras" ou "Falsas".

Na lógica difusa as proposições podem ter valores intermediários entre "Verdadeiro" e "Falso". A veracidade destas é uma função que pode assumir qualquer valor entre 0 (absolutamente falso) e 1 (absolutamente verdadeiro).

As sentenças passam a ter um grau de pertinência.

clássica	difusa
Quantificadores: Para todo, Existe	Quantificadores: Muitos, Poucos...
Não existe resposta diferente de verdadeiro ou falso	As respostas são relativas
Predicados exigem definição exata	Predicados NÃO exigem definição ex ata

CONJUNTOS FUZZY

Contrastam com os conjuntos usados na teoria tradicional de conjuntos, conhecidos como conjuntos nítidos (crisp).

No mundo real os problemas muitas vezes não conseguem ser representados pela lógica clássica.

Pessoa jovem:

- Pessoa com 20 é jovem
- Pessoa com 90 não é jovem
- Pessoa com 40 anos?

CONJUNTOS FUZZY

Cada elemento do conjunto difuso tem um grau de pertinência no intervalo [0, 1], dessa forma permitindo uma transição gradual da falsidade para a verdade.

Não existe uma base formal para determinar o grau de pertinência. Este é escolhido experimentalmente / empiricamente.

GRAU DE PERTINÊNCIA X PROBABILIDADE

O grau de pertinência fuzzy difere da noção estatística de probabilidade

"José comeu X ovos no café da manhã."

- X ϵ U = {1, 2, . . . , 8}

Noção estatística: distribuição de probabilidades:

- U = [1 2 3 4 5 6 7 8]
- e = [0.1 0.8 0.1 0 0 0 0 0] = 1

Noção de crença: Conjunto fuzzy que expressa o grau de possibilidade:

- U = [1 2 3 4 5 6 7 8]
- c = [1 1 1 1 0.8 0.6 0.4 0.2] <> 1

Vemos, por exemplo, que a possibilidade para X = 3 é igual a 1, enquanto a probabilidade é apenas 0.1.

Um evento possível não implica que ele é provável. Por outro lado, se um evento é provável, ele deve ser possível.

UNIVERSO DOS CONJUNTOS FUZZY

O universo contém os elementos que podem ser considerados no conjunto

Por exemplo o universo de um conjunto que mede sabor poderia ser o conjunto de noções psicológicas {doce, amargo, etc.}

Um conjunto fuzzy A é uma coleção de pares:

- $A = \{(x, \mu(x))\}$
- Onde $\mu(x)$ é o grau de pertinência do elemento x.

UNIVERSO DOS CONJUNTOS FUZZY

Exemplo: um conjunto fuzzy representando o conceito “céu ensolarado” poderia associar:

- Pertinência 1,0 a uma cobertura de nuvens de 0%
- Pertinência 0,8 a uma cobertura de nuvens de 20%
- Pertinência 0,4 a uma cobertura de 30%
- Pertinência 0,0 a uma cobertura de 75% ou mais

- Conjunto : { (0 , 1.0), (20 , 0.8), (30 , 0.4), (75 , 0.0) }

VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS

Variável que tem como valores palavras ou sentenças.

O conjunto de valores que ela pode assumir é chamado “conjunto de termos”

Cada valor no conjunto de termos é uma "variável fuzzy“ definida sobre a "variável base".

A “variável base” define o universo para todas as variáveis fuzzy no conjunto de termos.

OPERAÇÕES DIFUSAS

Intersecção: $u(A \cap B) = \min(u(A), u(B))$

União: $u(A \cup B) = \max(u(A), u(B))$

Complemento (negação): $u(A') = 1 - u(A)$

OPERAÇÕES DIFUSAS

Exemplo (comprando uma casa)

Uma família com quatro integrantes deseja comprar uma casa.

Uma indicação de conforto se refere ao número de dormitórios.

Eles também desejam comprar uma casa grande.

Seja u = (1, 2, . . . , 10) o conjunto de casas descritas pelo número de quartos de dormir (ou seja, a casa *i* tem possui *i* dormitórios).

OPERAÇÕES DIFUSAS

Conjunto fuzzy *c* que caracteriza conforto:

- *c* = [0.2 0.5 0.8 1 0.7 0.3 0 0 0 0]

Seja *i* o conjunto fuzzy caracterizando a noção de grande:

- *i* = [0 0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1 1 1]

A interseção entre confortável e grande é dado por:

- [0 0 0.2 0.4 0.6 0.3 0 0 0 0]

A união de confortável e grande nos dá:

- [0.2 0.5 0.8 1 0.7 0.8 1 1 1 1]

O complemento de grande produz:

- [1 1 0.8 0.6 0.4 0.2 0 0 0 0]

MODIFICADOR LINGUÍSTICO

Um modificador linguístico é um termo que modifica o significado de um conjunto fuzzy, ou seja, é uma operação sobre este conjunto que retrata a imprecisão presente na lógica fuzzy.

Exemplos:

- “pouco”, “mais ou menos”, “possivelmente”, “com certeza”

Os modificadores são muitas vezes aproximados pelas operações:

- muito ($a \rightarrow a^2$)
- mais ou menos ($a \rightarrow \sqrt{a}$)

MODIFICADOR LINGUÍSTICO

Exemplo: Dado o conjunto: jovem = [10, 20, 30, 40, 50] com graus de pertinência [1 , 0.6 , 0.1 , 0 , 0], respectivamente: “muito jovem” produz:

- muito jovem = jovem^2 = [1 0.36 0.01 0 0]

LÓGICA NEBULOSA

O QUE É

Forma de lógica aplicada a variáveis nebulosas

Conectivos lógicos:

$A \vee B = \max(A, B)$

$A \wedge B = \min(A, B)$

Negação: $\sim A = 1 - A$

REGRAS NEBULOSAS

SE a ENTÃO b ⇒ **SE a *op* x ENTÃO b = y**

onde *op* é algum operador matemático

INFERÊNCIA NEBULOSA

Inferência de Mandini: permite a um sistema ter valores de entrada de um conjunto nítido e aplicar um conjunto de regras nebulosas a estes valores, a fim de derivar um único valor nítido de saída ou uma recomendaç.ão para uma ação

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Sistema de freio para um carro, desenvolvido para atuar quando as estradas ficam escorregadias e as rodas travam.

Regras:

SE a pressão no pedal de freio for média
ENTÃO aplicar o freio

SE a pressão no pedal de freio for alta
E a velocidade do carro for alta
E a velocidade das rodas for alta
ENTÃO aplicar o freio

SE a pressão no pedal de freio for alta
E a velocidade do carro for alta
E a velocidade das rodas for baixa
ENTÃO liberar o freio

SE a pressão no pedal do freio for baixa
ENTÃO liberar o freio

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

1º passo: tornar nebulosos os valores de entrada nítidos:

Pressão no pedal medida por:

zero: sem pressão

100: frio totalmente aplicado

Valores linguísticos para pressão no freio:

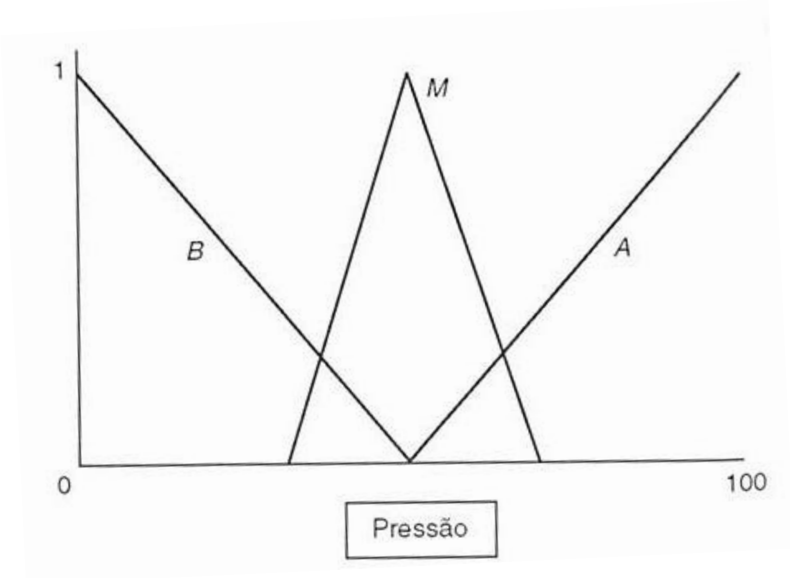
alto (A): { (50,0), (100,1) }

médio (M): { (30,0), (50,1), (70,0) }

baixo (B): { (0,1), (50,0) }

Quando pressão for 60:

- Pb(60) = 0
- Pm(60) = 0,5
- Pa(60) = 0,2



EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Velocidade	Velo. da roda em 55	Velo. do carro em 80
• D = { (0,1), (60,0) } • M = { (20,0), (50,1), (80,0) } • R = { (40,0), (100, 1) }	• Pd(55) = 0,083 • Pm(55) = 0,833 • Pr(55) = 0,25	• Pd(80) = 0 • Pm(80) = 0 • Pr(80) = 0,667

* Velocidade com universo de discurso com valores entre 0 e 100.

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

2^0 passo: aplicar os valores nebulosos aos antecedentes das regras:

Primeira regra:

SE a pressão no freio for média

Pm(60) = 0,5

ENTÃO aplicar o freio

0,5 para aplicar o freio

Segunda regra:

SE a pressão no pedal for alta => Pa(60) = 0,2

E a velocidade do carro for alta => Pr(80) = 0,667

E a velocidade das rodas for alta => Pr(55) = 0,25

ENTÃO aplicar o freio => 0,2 (o mínimo)

Terceira regra: 0,083 para liberar o freio

Quarta regra: zero para liberar o freio

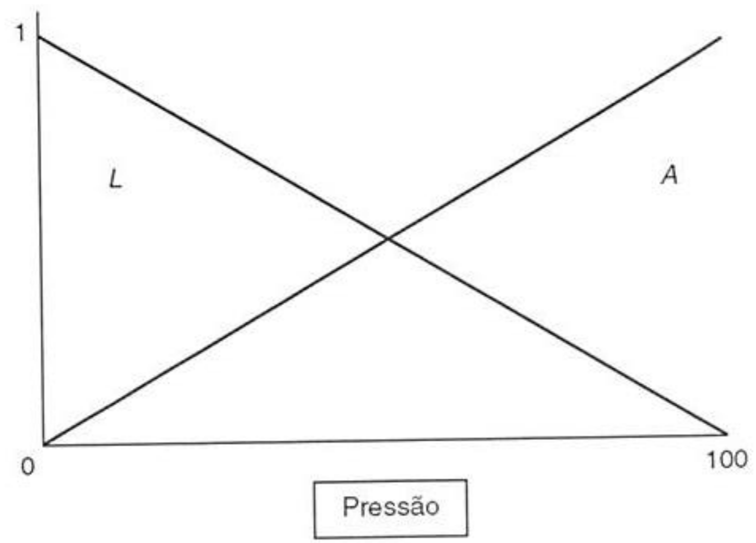
EXEMPLO DE APLICAÇÃO

3⁰ passo: combinar os valores

Liberar o freio: zero e 0,083

Apertar o freio: 0,5 e 0,2

Funções de pertinência para apertar o freio (A) e liberar o freio (L)



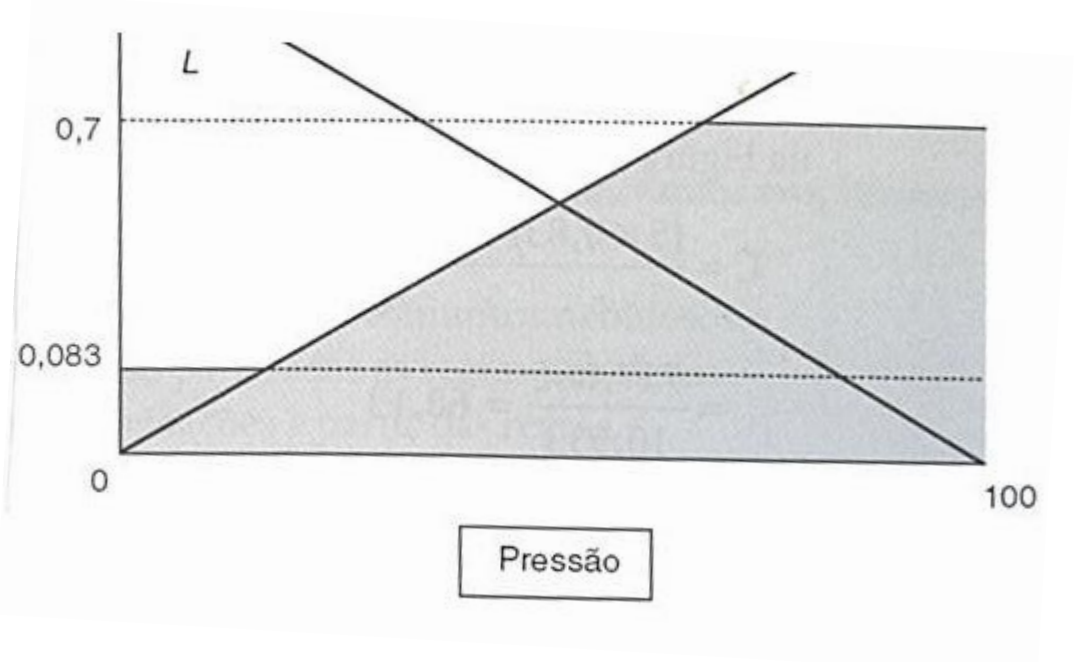
EXEMPLO DE APLICAÇÃO

4^0 passo: cortar as funções de pertinência

para combinar os valores pode-se somar os valores ou tomar o mínimo ou o máximo, dependendo da natureza do problema. Será feita a soma:

Liberar o freio: zero e 0,083 = 0,093

Apertar o freio: 0,5 e 0,2 = 0,7



EXEMPLO DE APLICAÇÃO

5^0 passo: desnebulização (defuzzification)

Transforma a saída nebulosa em saída nítida.

Utiliza o centro de gravidade (controide) da forma sombreada, onde $P_a(x)$ é a função de pertinência:

$$\boldsymbol{c = \frac{\sum P_a(x)x}{\sum P_a(x)}}$$

O centro de gravidade deveria ser calculado como um integral contínua, mas, se usarmos uma soma discreta com uma seleção razoável de valores, será possível obter uma resposta aproximada o suficiente.

$$\boldsymbol{c = \frac{(5\ x\ 0{,}83)+(10\ x\ 0{,}1)+(\ 15\ x\ 0{,}15)+\ \ldots+(100\ x\ 1)}{0{,}083+0{,}1+0{,}15+\cdots+1} = \frac{717{,}666}{10{,}533}} = 68{,}13$$

68,13 é a pressão que deve ser aplicada pelo freio às rodas.

REFERÊNCIAS

Livro do Ben Coppin

http://www.cos.ufrj.br/~mario/logica/logicaFuzzy.pdf