Stetigkeit

Funktion f(x) ist stetig an Stelle x_0 wenn:

- Grenzwert $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ existiert und $= f(x_0)$

Stetig = jede Stelle des Definitionsbereichs ist stetig
(Graph lässt sich in einem Zug ohne Absetzen zeichnen)

Funktionen mit stetigem Definitionsbereich:

- Polynome
- rationale Funktionen
- sin(x), cos(x), tan(x)
- Exponential- und Logarithmusfunktion
- Potenzfunktionen, Wurzelfunktionen

z.B. $f(x) = \begin{cases} x^2+2a, & x<-1 \\ -x^2+5, & -1 \le x \le 1 \\ x^3-3bx, & x>1 \end{cases}$ Parameter a,b bestimmen

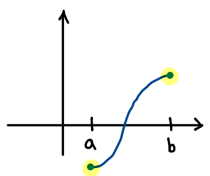
$$f_1(-1) = f_2(-1)$$
$$-1^2 + 2a = -(-1)^2 + 5$$
$$1 + 2a = -1 + 5 \qquad | -1, :2$$
$$a = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$f_2(1) = f_3(1)$$
$$-(1)^2 + 5 = 1^3 - 3 \cdot 1 \cdot b$$
$$-1 + 5 = 1 - 3b \qquad | -1, :-3$$
$$-1 = b$$

Nullstelle bestimmen mit Stetigkeit

Falls eine Funktion $f(x)$ auf einem Intervall $[a,b]$ stetig ist, und $f(a)$ und $f(b)$ verschiedene Vorzeichen haben, dann hat f in $[a,b]$ mindestens eine Nullstelle.

Verbindet man zwei Punkte auf verschiedenen Seiten der x-Achse miteinander, so überschreitet man irgendwan die x-Achse



Parameter a,b bestimmen

z.B. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x<-1 \\ ax+b, & -1 \le x \le 1 \\ \frac{x^2+x+2}{x+1}, & x>1 \end{cases}$

$$f_1(-1) = f_2(-1)$$
$$-\frac{1}{1} = a \cdot 1 + b$$
$$-1 = -1a + b \qquad | -b, \cdot -1$$
$$1 + b = a \quad = \quad 1 + 0.5 = 1.5$$

$$f_2(1) = f_3(1)$$
$$a \cdot 1 + b = \frac{1^2+1+2}{1+1}$$
$$1 + b + b = 2 \qquad | -1$$
$$2b = 1 \qquad | :2$$
$$b = 0.5$$

Parameter a,k mit Grenzwert bestimmen

z.B. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a \cdot n^9 \cdot (n^k - 2)}{5\,(n^k)^3} = 17$

$$= \frac{a \cdot n^{9+k} - 2an^9}{5n^{3k}} = 17$$

3. Fall Zählergrad = Nennergrad damit Grenzwert 17 existieren kann

$$9 + k = 3k$$
$$k - 3k = -9$$
$$-2k = -9$$
$$k = 4.5$$

$$\frac{a}{5} = 17 \qquad | \cdot 5$$
$$a = 5 \cdot 17 = 85$$

Differenzierbar

z.B. $f(x) = \begin{cases} 2, & x<1 \\ ax^2+bx+c, & 1 \le x \le 2 \\ 2x+d, & x>2 \end{cases}$

$$f_1'(x) = 0, \quad f_2'(x) = 2ax + b, \quad f_3'(x) = 2$$

$$f_1(1) = f_2(1) \qquad\qquad f_1'(1) = f_2'(1)$$
$$2 = a + b + c \qquad\qquad 0 = 2a + b$$

$$f_2(2) = f_3(2) \qquad\qquad f_2'(2) = f_3'(2)$$
$$4a + 2b + c = 4 + d \qquad\qquad 4a + b = 2$$

a und b:

$$2a + b = 0$$
$$a = -\frac{b}{2}$$
$$a = -\frac{2-4a}{2} \qquad | \cdot 2$$
$$2a = -2 + 4a \qquad | -4a$$
$$-2a = -2 \qquad | :-2$$
$$a = 1$$

$$4a + b = 2$$
$$b = 2 - 4a$$
$$b = 2 - 4 \cdot 1$$
$$b = -2$$

c und d:

$$2 = 1 + (-2) + c \qquad | +1$$
$$3 = c$$

$$4 + (-4) + 3 - 4 = d$$
$$-1 = d$$