# Zahlensysteme

| Name | Basis | Index | Bereich | Beispiel |
|---|---|---|---|---|
| Dezimal | 10er | d | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 | $0D123 = 1\cdot10^2+2\cdot10^1+3\cdot10^0 = 123$ |
| Binär | 2er | b | 0,1 | $0B1110 = 1\cdot2^3+1\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0 = 14$ |
| Hex | 16er | h | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F | $0X5b = 5\cdot16^1 + b\cdot16^0 = 91$ |

| Register | Bezeichnung |
|---|---|
| 1 Bit | 0 oder 1 |
| 4 Bit | Nibble |
| 8 Bit | Byte |
| 16 Bit | Word |
| 32 Bit | Doubleword |
| 64 Bit | Quadword |
| 128 Bit | Octaword |

| Basis 10 | Basis 2 | Basis 16 |
|---|---|---|
| 0 | 0000 | 0 |
| 1 | 0001 | 1 |
| 2 | 0010 | 2 |
| 3 | 0011 | 3 |
| 4 | 0100 | 4 |
| 5 | 0101 | 5 |
| 6 | 0110 | 6 |
| 7 | 0111 | 7 |
| 8 | 1000 | 8 |
| 9 | 1001 | 9 |
| 10 | 1010 | A |
| 11 | 1011 | B |
| 12 | 1100 | C |
| 13 | 1101 | D |
| 14 | 1110 | E |
| 15 | 1111 | F |

## Addition

0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1=0 und Carry 1

```
    A  7 h                 1  0  1  1  1 b
 +  B  9 h            +    1  1  0  1  0 b
 1  1       Carry          1  1  1  1          Carry
 ----------------     ----------------------------
 1  6  0 h  Sum       1  0  0  0  0  1 b   Sum
```

↳ $7_d + 9_d = 16_d$, $16_d - 16_d = 0_d$ (Carry 1 weil >15)

↳ $A_h + B_h + 1_h = 10_d + 11_d + 1_d = 22_d$, $22_d - 16_d = 6_d$ (Carry 1 weil >15)

## Bit Anzahl Möglichkeiten

$2^{\text{Anzahl Bits}}$, 2 Bits → $2^2 = 4$ Möglichkeiten (00), (01), (10), (11)

4 Möglichkeiten → $\log_2(4) = 2$ Bits

## Multiplikation

```
1  0  1 b  ×  1  1  1  0 b
           -----------------
 addieren          1  1  1  0
          +     0  0  0  0
          +  1  1  1  0
             1  1              Carry
        ----------------------
       1  0  0  1  1  0  0     Sum
```

## Substraktion

0-0=0, 1-0=1, 1-1=0, 0-1=1 und Borrow 1 (oder bei Minus-Bereich bei hex)

```
    B  7 h                 1  1  0  0 b
 -  9  9 h            -    0  1  1  1 b
    1       Borrow         1  1  1        Borrow
 ----------------     -----------------------
    1  E    Sum            0  1  0  1 b   Sum
```

↳ $7_d - 9_d = -2_d = -2_d + 16_d = 14_d = E_h$ (Borrow 1 weil Minus-Bereich)

↳ $B_h - 9_h - 1_h = 11_d - 9_d - 1_d = 1_d = 1_h$

## Division

```
          0 0 0 1 1 1    → Resultat
1 1 0 : 1 0 1 0 1 0      1 < 110 → 0
      - 0
        1 0              10 < 110 → 0
      - 0
        1 0 1            101 < 110 → 0
        - 0
        1 0 1 0          1101 > 110 → 1
      - 1 1 0
          1 0 0 1        1001 > 110 → 1
        - 1 1 0
          0 1 1 0        110 = 110 → 1
          - 1 1 0
                0
```

## Zahlensystem Umwandelung

Dezimal zu Binär: $26.6875_d = 26_d + 0.6875_d$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $26_d : 2$ | = | 13 | Rest | 0 |
| $13_d : 2$ | = | 6 | Rest | 1 |
| $6_d : 2$ | = | 3 | Rest | 0 |
| $3_d : 2$ | = | 1 | Rest | 1 |
| $1_d : 2$ | = | 0 | Rest | 1 |

$26_d = 11010_b$ ↑

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $0.6875_d \cdot 2$ | = | 0.3750 | + | 1 |
| $0.3750_d \cdot 2$ | = | 0.7500 | + | 0 |
| $0.7500_d \cdot 2$ | = | 0.5000 | + | 1 |
| $0.5000_d \cdot 2$ | = | 0.0000 | + | 1 |

↓ $0.6875_d = 1011_b$

⇒ $26.6875_d = 11010.1011_b$

Dezimal zu Hex: $100_d$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $100_d : 16$ | = | 6 | Rest | 4 |
| $6_d : 16$ | = | 0 | Rest | 6 |

$100_d = 64_h$ ↑

## BCD

$1100111.1_b = 2^6+2^5+2^2+2^1+2^0+2^{-1}$

$= 103.5_d$

BCD = 0001 0000 0011 . 0101

## Minus Dezimal zu Binär

z.B. $-57'823_{10}$

1. Positive Zahl in Binär bestimmen
   $1110'0001'1101'1111_2$
2. Weil MSB 1 (negative Zahl) muss 0 vorne hinzugefügt werden.
   $0000'1110'0001'1101'1111_2$
3. 2er-Komplement
   $1111'0001'1110'0010'0001_2$

## Signed/Unsigned

Unsigned: positive Zahl oder 0

Signed: MSB = 1 → negative Zahl oder 0

MSB = 0 → positive Zahl oder 0

## Modulo

Welche Bits bekommt man bei %4 (modulo 4)?

Unteren 2 Bits (Richtung LSB) weil das Ergebnis kann nur 0,1,2,3 sein. $\log_2(4) = 2$ Bits

## 2er - Komplement (Vorzeichenwechsel) nur möglich wenn Zahl signed

| | +2 → -2 | -2 → +2 |
|---|---|---|
| | 0000 0010 | 1111 1110 |
| invertieren<br>1er Komplement : | 1111 1101 | 0000 0001 |
| 1 addieren : | 0000 0001 | 0000 0001 |
| | 1111 1110 | 0000 0010 |

-2 : 1111 1110

$= -2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1$

$= -128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$

$= -2$

2 : 0000 0010 $= 2^1 = 2$

## Hex zu Binär und umgekehrt

4 Bit zu einer Hex-Zahl zusammengefassen

11 1100 = ?

00 11 | 11 00 = 3C