⑦ n-урни, във всяка m-бели и k-черни топки.

От I се тегли 1 → II. От II се тегли 1 → III и т.н.

Какъв е шанса от последната да се изтегли бяла?

H_1 - бяла от първата кутия

H_2 - черна

A - бяла от II

$$P(A) = \underbrace{P(A|H_1)}_{\frac{m+1}{k+m+1}} \cdot \underbrace{P(H_1)}_{\frac{m}{m+k}} + \underbrace{P(A|H_2)}_{\frac{m}{m+k+1}} \cdot \underbrace{P(H_2)}_{\frac{k}{m+k}} =$$

$$= \frac{m+1}{k+m+1} \cdot \frac{m}{m+k} + \frac{m}{m+k+1} \cdot \frac{k}{m+k} = \frac{m}{m+k}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{k}{m+k}$$

По индукция $n=1$ $P(A) = \frac{m}{m+k}$

При произволно n нека приемем, че $P(A) = \frac{m}{m+k}$

Тогава да изведем n+1

Доказано по индукция

⇓

H_1 - бяла от n-та кутия

H_2 - черна от n-та кутия

A - бяла от n+1

② H_i - знае i от изтеглените въпроси $i = 1,2,0$

A - вземе изпита

$$P(A) = P(A|H_0).P(H_0) + P(A|H_1).\underbrace{P(H_1)}_{\frac{\binom{25}{1}\binom{5}{1}}{\binom{30}{2}}} + \underbrace{P(A|H_2)}_{1}.\underbrace{P(H_2)}_{\frac{\binom{25}{2}}{\binom{30}{2}}}$$

$$\frac{24}{28}$$

$$\frac{24}{28} \cdot \frac{\binom{25}{1}\binom{5}{1}}{\binom{30}{2}} + \frac{\binom{25}{2}}{\binom{30}{2}}$$

---

③ Ф-ла на Бейс

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)}$$

Нека $H_1, H_2 \dots H_k$ са хипотези - разбиват пространството от елементарни събития Ω

$$A,\ P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A|H_i).P(H_i)$$

$$P(H_i|A) = \frac{P(A|H_i).P(H_i)}{\sum_{j=1}^{k} P(A|H_j).P(H_j)}$$

$\longrightarrow$ Зад 3.

③ X = прекратено принтиране

H_A - изпратено към A

H_B - изпратено към B

$H_Б$ - изпратено към Б

$$P(H_A|X) = \frac{\cancel{P(H_A)}\ \overset{0.01}{P(X|H_A)} \cdot \overbrace{P(H_A)}^{0.6}}{\underset{0.01}{P(X|H_A)} \cdot \underbrace{P(H_A)}_{0.6} + \underset{0.05}{P(X|X_Б)} \cdot \underbrace{P(H_Б)}_{0.3} + \underset{0.04}{P(X|H_B)} \cdot \underbrace{P(H_B)}_{0.2}} =$$

$$= \frac{0.01 \times 0.6}{0.01 \times 0.6 + 0.05 \times 0.3 + 0.04 \times 0.4}$$

④ A - след хвърлянето и е паднала бяла страна

H_i - хвърления жетон с i-бели страни $i = 0,1,2$

$$P(H_2|A) = \frac{\overset{1}{P(A|H_2)} \cdot \overset{1/3}{P(H_2)}}{\underbrace{P(A|H_2)}_{1} \cdot \underbrace{P(H_2)}_{1/3} + \underbrace{P(A|H_1)}_{\frac{1}{2}} \cdot \underbrace{P(H_1)}_{1/3} + \underbrace{P(A|H_0)}_{0} \cdot P(H_0)} =$$

$$= \frac{1/3}{1/3 + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

---

⑤ H_1 - знае отговора

H_2 - не знае -||-

A - отговорил е правилно

$$P(H_2|A) = \frac{\overset{1/4}{P(A|H_2)} \cdot \overset{0.1}{P(H_2)}}{\underset{1.0}{P(A|H_1)} \cdot \underset{0.9}{P(H_1)} + \underset{1/4}{P(A|H_2)} \cdot \underset{0.1}{P(H_2)}} = \frac{\frac{1}{4} \times 0.1}{0.9 + \frac{1}{4} \times 0.1}$$

⑥ B_1 — oцелил е първия

B_2 — оцелил е II

B_3 — — // — III

A = един куршум — несъвместими събития

$$A = (B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3}) \cup (\overline{B_1} \cap B_2 \cap \overline{B_3}) \cup (\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap B_3)$$

$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)}$$

$$P(B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3}) = \underset{0.2}{P(B_1)} . \underset{0.6}{P(\overline{B_2})} . \underset{0.4}{P(\overline{B_3})} = 0.2 \times 0.4 \times 0.6 = T_1$$

A, B - независими
→ $A, \overline{B}$
$\overline{A}, B$
$\overline{A}, \overline{B}$
са независими

$$P(\overline{B_1} \cap B_2 \cap \overline{B_3}) = 0.8 \times 0.4 \times 0.4 = T_2$$

$$P(\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap B_3) = 0.8 \times 0.6 \times 0.6 = T_3$$

(другите 2 са $\emptyset$ защото $B \cap \overline{B} = \emptyset$)

$$B_1 \cap A = B_1 \cap (B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3}) = B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} = 0.2 \times 0.4 \times 0.6$$

$$P(B_1 | A) = \frac{B_1 \cap A}{T_1 + T_2 + T_3} = \frac{0.2 \times 0.4 \times 0.6}{T_1 + T_2 + T_3}$$

---

⑦ H_i = i черни Аса преди 6 позиция $i = 0, 1, 2$

A - червено преди черно след 6 позиция

$$P(A) = \underset{\frac{1}{2}}{P(A | H_1)} . \underset{\frac{\binom{2}{1}\binom{48}{4}}{\binom{50}{5}}}{P(H_1)} + \underset{1}{P(A | H_2)} . \underset{\frac{\binom{2}{2}\binom{48}{3}}{\binom{50}{5}}}{P(H_2)} + P(A | H_0) . \underset{\frac{\binom{48}{5}}{\binom{50}{5}}}{P(H_0)}$$

$\frac{1}{3}$

[червено на 6 → първите 5 избираме от 50]

8) H_i - i резултата на момичета $\quad i=\overline{0,3}$

A - 2 успешни, 1 неуспешен

$$P(H_3|A) = \frac{P(A|H_3)\cdot P(H_3)}{\sum_{i=0}^{3} P(A|H_i)\cdot P(H_i)}$$

$$P(H_3) = \frac{\binom{40}{3}\binom{60}{0}}{\binom{100}{3}} \qquad P(H_2) = \frac{\binom{40}{2}\binom{60}{1}}{\binom{100}{3}} \qquad P(H_1) = \frac{\binom{40}{1}\binom{60}{2}}{\binom{100}{3}}$$

$$P(H_0) = \frac{\binom{40}{0}\binom{60}{3}}{\binom{100}{3}}$$

$$P(A|H_3) = \binom{3}{2}\times(0,5)^2\times(1-0.5)$$

2 от 3 момичета с успешни

успех

неуспех

$$P(A|H_0) = \binom{3}{2}\times(0.4)^2\times(1-0.4)$$

$$P(A|H_2) = (0.5)^2\cdot(1-0.4) + 0,5\times0,4\times(1-0,5)\times 2$$

значи да изберем кое момиче ще го вземе

$$P(A|H_1) = (0,4)^2\times(1-0,5) + 0,5\times0,4\times0,6\times 2$$

кое момче ще е с успешен

9 От wiki - Base formula - drug test

U - user
N - non-user
} хипотези

+ - положителен тест
- - ~~...~~ отрицателен тест
} ~~хипотези~~

$$P(U|+) = \frac{\overset{0.99}{P(+|U)} \cdot \overset{0.005}{P(U)}}{\underset{99\%}{P(+|U)} \cdot \underset{0.005}{P(U)} + \underset{1\%}{P(+|N)} \cdot \underset{0.995}{P(N)}} = 33\%$$