(8) $|R| = 80$ $\quad |R \cup B \cup G| = 100$ (всички кубчета)

$|B| = 85$

$|G| = 75$

$|R \cap B \cap G| \to \min$

Принцип за включване и изключване

$$|R \cup B \cup G| = |R| + |B| + |G| - |R \cap B| - |R \cap G| - |B \cap G| + |R \cap B \cap G|$$
$$100 \qquad 80 \quad 85 \quad 75$$

$$LHS = |R \cap B| + |R \cap G| + |B \cap G| - 140 = |R \cap B \cap G|$$

$R \cap B$ : $|R \cup B| = |R| + |B| - |R \cap B|$

$100 \geq |R \cup B| = 80 + 85 - |R \cap B|$

$|R \cap B| \geq 65$ и т.н. накратко

$|R \cap G| \geq 55$

$|B \cap G| \geq 60$

---

$LHS \geq 180 - 140 = 40$ , но $LHS = RHS$

$|R \cap B \cap G| \geq 40$

---

$|R \cap B \cap G| = 40$ когато няма едноцветни кубче

$100 = |R \cup B|$

$= |R \cup G|$

$= |B \cup G|$

$100 = |R \cup B| = 80 + 85 - |R \cap B|$

$|R \cup B| = 65$ - минимума

# Вероятности

събитие

$A = \{$четно число в/у зар$\}$

$P(A) = \frac{3}{6}$ вероятността да се случи $A = \frac{|A|}{|\Omega|}$

$\Omega$ - всички елементарни събития

изброимо

достоверното събитие (100% ще се случи)

Събитията са подмножества на $\Omega$

$P(A) := \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{благоприятни събития}}{\text{общия брой събития}}$

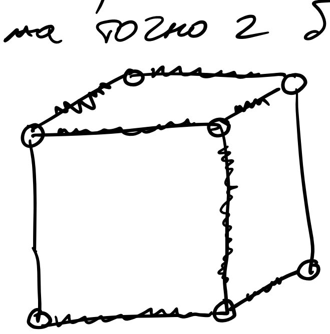
$P: 2^{\Omega} \to [0, 1]$

$P(A) = 0 \Leftrightarrow A = \emptyset$

$P(A) = 1 \Leftrightarrow A = \Omega$

---

(1) Имаме куб с оцветени страни и го разделяме на 1000 равни малки кубчета. Каква е вероятността да има точно 2 боядисани страни



12 ръба $\times$ 8 кубчета = 96

$\Rightarrow \boxed{P(A) = \frac{96}{1000}}$

10.9

(2) Имаме кола. Каква е вероятността да не съдържа еднакви

а/ цифри в номера си?

$$\frac{10.9.8.7}{10^4}$$

---

б/ Има точно две еднакви цифри?

От 4 места избираме 2 $\to \binom{4}{2} = 6$

$\underbrace{6}_{\text{на кои места се поставят 2те повтарящи се}} . \underbrace{10}_{\text{цифрата която да се повтаря}} . \underbrace{9 . 8}_{\text{запълваме другите 2 позиции с неповтарящи се цифри}}$

---

в/ Има точно 3 еднакви цифри

$\binom{4}{3} .10.9 = 4.10.9$

Има поне 3 еднакви цифри

$4.10.9 + \underbrace{10}_{\text{4 повтарящи се}}$

---

г/ Избираме 2 цифри

$\binom{10}{2} . \frac{4!}{2!\,2!}$

---

д/ k - сумата

$k \in \{0, 1, \dots, 18\}$

$k = 0 = 0+0 \to 1$

$k = 1 = 1+0 = 0+1 \to 2$

$k = 2 = 1+1 = 2+0 = 0+2 \to 3$

$k = 8 = 0+8 = 1+7 = 2+6 = 3+5 = \dots = 8+0 \to 9$

$k = 9 \to 10$

$k=10 = 1+9 = \dots = 9+1 \to 9$

$k=11 = 2+9 = \dots = 9+2 \to 8$

$\vdots$

$k=18 = 9+9 \to 1$

$\to 1, 2, 3, \dots, 10, 9, 8, \dots 1$

Ако $0 \le k \le 9 \to (k+1)^2$

$k \ge 10 \to (18-(k-1))^2$

$$\boxed{\frac{2\sum_{i=1}^{9} i^2 + 10^2}{10^4}}$$

---

3) a) $\frac{\binom{2}{1}\binom{8}{4}}{\binom{10}{5}}$ → нечетливи; $\binom{2}{1}$ → четливи; $\binom{10}{5}$ → 5 от 10 избираме

б) $\frac{\binom{2}{2}\binom{8}{3}}{\binom{10}{5}}$

в) а) + б)

$$* \sum_{i=0}^{2} \frac{\binom{2}{i}\binom{8}{5-i}}{\binom{10}{5}} = 1$$

↳ хипергеометрично разпределение

(4) $\binom{49}{6}$ $\qquad \dfrac{\binom{6}{4}\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}$ ← за $\boxed{4}$

(5)

(2к)! места

$\underbrace{\qquad\qquad}_{k}\ \underbrace{\qquad\qquad}_{k}$

I група II група

$\rightarrow \dfrac{2(2k-2)!\,k^2}{(2k)!}$

$= \dfrac{k}{2k-1}$

(първия отбор го слагаме където и да е
за другия има к места в другата група където може да го сложим

всички места където може да сложим двата най-силни отбора.

---

(6) Всеки пътник избира вагон -> $3^7$ в знаменател

$\dfrac{\binom{7}{4}\cdot 2^3}{3^7}$

избираме 4
от 7-ма да
са в първия
вагон

⑦ $\underline{1}$ _ _ . . . . $\underline{r+1}$

$n-(r+1)$ _ _ _ _ _ $\underline{n}$

За първия възможностите са $2\cdot[n-(r+1)]$

$$\frac{\cancel{2}[n-(r+1)]}{\cancel{2}\cdot\binom{n}{2}}$$

---

⑧ n човека се нареждат по $(n-1)!$ начина

от ляво/дясно

→ подреждаме останалите хора

$$\frac{2\,(n-2)!}{(n-1)!} = \frac{2}{n-1}$$