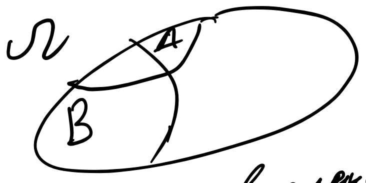
СЕМ – Упр

(9) а) $\binom{n}{k}$ избираме k числа, от тези k има точно една наредба която е в нарастващ ред → отг. е $\frac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{k}k!} = \frac{1}{k!}$

б) $\frac{\binom{n+k-1}{n-1}\cdot 1}{n^k}$ → 1 защото има точно една наредена последователност

n^k → по колко начина може да изберем k числа с повторения

Условни вероятности



P(A) → вселената е Ω

→ вселената става B

$$P(A|B) = \frac{|A \cap B|}{|B|} = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$\Omega = \{1, \dots, 24\}$

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$ $\quad P(A) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ $\quad P(B) = \frac{1}{6}$

$B = \{6, 12, 18, 24\}$

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{2/24}{4/24} = \frac{1}{2}$$

Деф. Две събития A и B са несъвместими ако

$$A\cap B=\emptyset$$

Деф.. Две събития са независими ако $P(A).P(B)=P(A\cap B)$

ако $P(B)>0$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A).P(B)}{P(B)}=P(A)$$

Зад 1 $\quad P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ $\qquad \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{4}$

$\cancel{P(A)=\frac{1}{2}}$

$\cancel{P(B)=\frac{2}{3}}$

$\cancel{P(A).P(B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}}$ $\quad \cancel{\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}}$

---

2 A - лекар ≥ 2 пъти $=60\%$

B - хирург $=17\%$

$P(B|A)$ $=15\%$

$P(B)=0,17$

$P(A)=0.6$

$P(B|A)=0.15$

$P(\bar{A})=0.4$

$P(\bar{B})=0.83$

$$\Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A})=\frac{P(\bar{B}\cap\bar{A})}{P(\bar{A})}=\frac{P(\overline{A\cup B})}{1-P(A)}$$

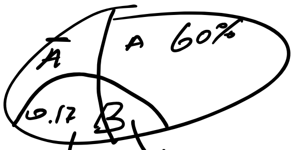
$$P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-(P(A)+P(B)-P(A\cap B))$$

заместваме

$P(A\cap B)$?

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{\underbrace{P(A)}_{=0.6}}=0.15\Rightarrow P(A\cap B)=0.6\times0.15=0,09$$

Вариант 2



$\to 15\%$ от $60\% = 9\% \to 17\% - 9\% = 8\%$

8%

$\bar{A} = 40\%$

$\bar{A} \cap B = 32\%$

$\to$ Отг. $\dfrac{32\%}{40\%} = \cancel{\dfrac{4}{5}}\ \dfrac{4}{5}$

---

(3) Нека A е множеството от числата делящи се на 3

B е —||— се на 2

$A_n = A \cap \{1, 2, \dots, n\}$

$B_n = B \cap \{1, 2, \dots, n\}$

$P(A_n) = \dfrac{|A_n|}{n}$

$P(A) = \lim\limits_{n \to \infty} P(A_n)$

$P(A) = \dfrac{1}{3}$

$P(B) = \dfrac{1}{2}$

а/ $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) =$

$= 1 - P(A \cup B) =$

$= 1 - \underbrace{P(A)}_{\frac{1}{3}} - \underbrace{P(B)}_{\frac{1}{2}} + \underbrace{P(A \cap B)}_{\frac{1}{6}} = \dfrac{1}{3}$

б/ $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = \dfrac{5}{6}$

Не се делят на 6

4) 1) суми от 2 до 12

$A \longrightarrow Б \longrightarrow В \longrightarrow Г$

$A = \{\text{сум} \leq 7\}$

$B = X\{= \text{някоя} \text{ е предадена истината}\}$

$Y = \{A \text{ не е излъгал}\}$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(Y|X) = \frac{P(X \cap Y)}{P(X)}$

$= \frac{P(X)}{5/11} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \binom{4}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^4$

защото не всяка

$P(X \cap Y)$ сума е равновероятна $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \binom{3}{2} \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$|\Omega| = 36$

$|B| = 18$

2) $|A \cap B| = 12$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^5} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^{2k+1}} = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{4^k} =$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{12/36}{18/36} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$

3 → 2

5 → 4 $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots$

7 → 6

9 → 4

11 → 2

$P(A) = \underbrace{\left(\frac{27}{36}\cdot\frac{1}{2}\right)}_{\text{загуба}} + \underbrace{\left(\frac{8}{12}\cdot\frac{1}{2}\right)}_{\text{победа по 3 зар}} \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{7}{12} \neq \frac{2}{3}$ → зависими са

$p = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}p$

$p = \frac{2}{3}$

връщаме се в изходна позиция