0,75

<u>Задача 1:</u> средно 3-ма души на час.

Нека X е броят на хората, които идват за t часа:

$P(X=x) = \frac{(3t)^x}{x!} e^{-3t}$ или X е поасоново разпределено с параметър 3t.

Нека T е броят часове, които изминават от 12:00 до идването на следващият човек.

$P(X=0) = P(T \geq t) = \frac{(3t)^0}{0!} e^{-3t} = e^{-3t}$ ✓

Търсим: $P(T \geq 1/2 \mid T \geq 1/4) = ?$

$$P(T \geq 1/2 \mid T \geq 1/4) = \frac{P(T \geq 1/2)}{P(T \geq 1/4)} = \frac{e^{-3/2}}{e^{-3/4}} = e^{-3/4}$$

✓

1

Задача 2: X е броят опити до изкарването на сумата 7 включително.

=> Наблюденията ни стават: 7, 5, 7, 19, 5, 1, 2, 3, 19, 7

$$\overline{X} = \frac{7+5+7+19+5+1+2+3+19+7}{10} = \frac{75}{10} = 7{,}5$$ да :)

X е с геометрично разпределение:

$$P(X=x) = (1-p)^{x-1} p$$

Знаеме: $EX = \frac{1}{p}$ и $VX = \sigma^2 = ?/p^2 = \frac{1-p}{p^2}$

$$EX = M_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} = \overline{X}$$

$$\frac{1}{p} = \overline{X} \quad \text{или} \quad p = 1/\overline{X} = 1/7{,}5 = 0{,}133\ldots$$

$$VX = \sigma^2 = M_2 - M_1^2 = \sum \frac{x_i^2}{n} - \overline{x}^2$$

$$= ?$$

$$M_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{n} = \frac{1}{10}\left(3\cdot 7^2 + 2\cdot 5^2 + 2\cdot 19^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2\right)$$

$$= \frac{1}{10} 933 = 93{,}3$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = M_2 - M_1^2 = 93{,}3 - 56{,}25 = 37{,}05$$

$\frac{1-p}{p^2}$?

Ge(p) има само 1 параметър, така че е добре да се използва $\uparrow p^2$ " $\hat{p}^2$

1,25

Иван Владимиров Иванов (61095)

Задача 3: Намираме средното аритметично $\overline{X}$ и дисперсията s^2 на извадката, като работим в единици хилядни от инча.

Намираме честотите на отделните наблюдения:

Freq	1	2	3	4	5	6	7	8
	4	3	7	4	2	3	1	1

$$\overline{X} = \frac{4\cdot 1 + 3\cdot 2 + 7\cdot 3 + 4\cdot 4 + 2\cdot 5 + 3\cdot 6 + 1\cdot 7 + 1\cdot 8}{25} =$$

$$= \frac{90}{25} = 3{,}6$$

$$S^2 = \frac{1}{24}\Big(4(2{,}6)^2 + 3(1{,}6)^2 + 7(0{,}6)^2 + 4(0{,}4)^2 + 2(1{,}4)^2 + 3(2{,}4)^2 + 1(3{,}4)^2 + 1(4{,}4)^2\Big)$$

$$= \frac{90}{24} = 3{,}75$$

$$S = \sqrt{3{,}75} \approx \cancel{1{,}92354} \; 1{,}9365$$

Намираме 90%-ен доверителен интервал за μ:

Знаеме, че: $\dfrac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$

$$P\left(-t_{\alpha/2} < \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} < t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\bar{X} - t_{\alpha/2} S/\sqrt{n} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2} S/\sqrt{n}\right) = 1-\alpha$$

Тъй като $\alpha = 0{,}1$:

$$P\left(\bar{X} - t_{0,05} S/\sqrt{n} < \mu < \bar{X} + t_{0,05} S/\sqrt{n}\right) = 0{,}9$$

$t_{0,05,\, n=24 \text{ степени на свобода}} = 1{,}711$

$L_1 = \bar{X} - 1{,}711 \cdot S/\sqrt{n} = 3{,}6 - 1{,}711 \cdot 1{,}937/5 \approx 2{,}937$

$L_2 = \bar{X} + 1{,}711 \cdot S/\sqrt{n} = 3{,}6 + 1{,}711 \cdot 1{,}937/5 \approx 4{,}263$

$\Rightarrow [2{,}937,\ 4{,}263]$ е 90%-ен доверителен интервал за μ. (в хиляди от инча)

Намираме 90%-ен доверителен интервал за σ^2:

Знаем: $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$

$$P\left(\chi^2_{1-\alpha/2} < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}\right) = 1-\alpha$$

Тъй като $\alpha = 0{,}1$:

$$P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0,05}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0,95}}\right) = 0{,}9$$

$\chi^2_{0,05,\, n=24} = 36{,}4$

$\chi^2_{0,95,\, n=24} = 13{,}8$

$$L_1 = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0,05}} = \frac{24 \cdot 3{,}75}{36{,}4} \approx 2{,}473$$

$$L_2 = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0,95}} = \frac{24 \cdot 3{,}75}{13{,}8} \approx 6{,}522$$

или $[2{,}473,\ 6{,}522]$ е 90%-ен доверителен интервал за σ^2 (в хилядни от инча).

1,5