

Федеральное агентство по образованию  
Санкт-Петербургский государственный  
электротехнический университет "ЛЭТИ"

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К КУРСОВОЙ РАБОТЕ  
по дисциплине "Информатика"

ВАРИАНТ N22

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
1.1	Цель курсовой работы . . . . .	3
1.2	Тема курсовой работы: . . . . .	3
1.3	Содержание курсовой работы курсовой работы: . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Исследование кубического сплайна.</b>	<b>5</b>
2.1	Нахождение коэффициентов кубического сплайна . . . . .	5
2.2	Нахождение значения функции в точке $X=2,1$ . . . . .	11
2.3	Оценка погрешности интерполяции в точке $x=3.1$ . . . . .	12

Инов. № подл.	Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата										
						Вариант N22									



в) Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. На предприятии постоянно возникают задачи определения оптимального плана производства продукции при наличии конкретных ресурсов (сырья, полуфабрикатов, оборудования, финансов, рабочей силы и др.) или проблемы оптимизации распределения неоднородных ресурсов на производстве.

Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется  $m$  видов сырья (песок, щебень, цемент) в объёмах  $a_i$ . Требуется произвести продукцию  $n$  видов. Дана трёхтехнологическая норма  $c_{ij}$  потребления отдельного  $i$ -го вида. Известна прибыль  $i$ , получаемая от выпуска единицы продукции  $j$ -го вида. Требуется определить, какую продукцию в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Таблица 1 – Задание согласно варианту:

Используемые ресурсы ресурсы $a_i$	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов $a_i$
	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	
Песок	3	7	6	7	16
Щебень	4	5	5	1	12
Цемент	4	4	9	8	35
Прибыль, $P_j$	35	45	36	28	

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата						
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N22					Лист
										4

## 2 ИССЛЕДОВАНИЕ КУБИЧЕСКОГО СПЛАЙНА.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1.25, 2, 2.625, 4.25]$$

$$V_y = [3, 2.925, 3.75, 3.72, 4.444]$$

Построить на графике функции  $f(x)$ , полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке  $x = 3.1$ . Вычислить значение функции в точке  $x = 2.1$ .

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций `splin(x,y,"natural")`, `splin(x,y,"clamped")`, `splin(x,y,"not_a_knot")`, `splin(x,y, "fast")`, `splin(x,y,"monotone")`, `interp(xx,x,y,d)`

### 2.1 Нахождение коэффициентов кубического сплайна

Найдем уравнение сплайна проходящего через пять точек  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$ ,  $(x_4, y_4)$ ,  $(x_5, y_5)$ . Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки (сплайна) принимала минимальное значение, производная четвертого порядка должна быть равна нулю, значит мы можем представить сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке  $[x_i, x_{i+1}]$

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, x \in [x_i, x_{i+1}]$$

Найдём коэффициенты  $A_{ij}$  исходя из того, что изгиб функции слева и справа совпадает. На каждом из отрезков  $[x_i, x_{i+1}]$  график  $F_i(x)$  проходит через точки  $y_i, y_{i+1}$ . Записывая равенства через коэффициенты  $A_{ij}$

$$y_i = A_{i0} + A_{i1}x_i + A_{i2}x_i^2 + A_{i3}x_i^3$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<h2>2.1 Нахождение коэффициентов кубического сплайна</h2>					
<p>Найдем уравнение сплайна проходящего через пять точек <math>(x_1, y_1)</math>, <math>(x_2, y_2)</math>, <math>(x_3, y_3)</math>, <math>(x_4, y_4)</math>, <math>(x_5, y_5)</math>. Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки(сплайна) принимала минимальное значение, производная четвертого порядка должна быть равна нулю, значит мы можем представить сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке <math>[x_i, x_{i+1}]</math></p> $F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, x \in [x_i, x_{i+1}]$ <p>Найдём коэффициенты <math>A_{ij}</math> исходя из того, что изгиб функции слева и справа совпадает. На каждом из отрезков <math>[x_i, x_{i+1}]</math> график <math>F_i(x)</math> проходит через точки <math>y_i, y_{i+1}</math>. Записывая равенства через коэффициенты <math>A_{ij}</math></p> $y_i = A_{i0} + A_{i1}x_i + A_{i2}x_i^2 + A_{i3}x_i^3$										
					Вариант N22				Лист	
									5	
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

получаем восемь уравнений:

$$y_1 = A_{10} + A_{11}x_1 + A_{12}x_1^2 + A_{13}x_1^3$$

$$y_2 = A_{10} + A_{11}x_2 + A_{12}x_2^2 + A_{13}x_2^3$$

$$y_2 = A_{20} + A_{21}x_2 + A_{22}x_2^2 + A_{23}x_2^3$$

$$y_3 = A_{20} + A_{21}x_3 + A_{22}x_3^2 + A_{23}x_3^3$$

$$y_3 = A_{30} + A_{31}x_3 + A_{32}x_3^2 + A_{33}x_3^3$$

$$y_4 = A_{30} + A_{31}x_4 + A_{32}x_4^2 + A_{33}x_4^3$$

$$y_4 = A_{40} + A_{41}x_4 + A_{42}x_4^2 + A_{43}x_4^3$$

$$y_5 = A_{40} + A_{41}x_5 + A_{42}x_5^2 + A_{43}x_5^3$$

Произведение первого порядка во внутренних точках  $x_i$  должны совпадать. Это означает, что в точках склейки нет излома сплайна.

$$A_{11} + 2A_{12}x_2 + 3A_{13}x_2^2 = A_{21} + 2A_{22}x_2 + 3A_{23}x_2^2$$

$$A_{21} + 2A_{22}x_3 + 3A_{23}x_3^2 = A_{31} + 2A_{32}x_3 + 3A_{33}x_3^2$$

$$A_{31} + 2A_{32}x_4 + 3A_{33}x_4^2 = A_{41} + 2A_{42}x_4 + 3A_{43}x_4^2$$

В точках склейки изгиб сплайна справа должен быть одинаков с изгибом сплайна слева. А это означает, что производные второго порядка в этих точках должны совпадать  $F_i''(x_i) = F_{i+1}''(x_i); // F_i''(x_i) = 2A_{i2} + 6A_{i3}x_i ; F_{i+1}''(x_i) = 2A_{(i+1)2} + 6A_{(i+1)3}x_i$

$$2A_{12} + 6A_{13}x_2 = 2A_{22} + 6A_{23}x_2$$

$$2A_{22} + 6A_{23}x_2 = 2A_{32} + 6A_{33}x_3$$

$$2A_{32} + 6A_{33}x_2 = 2A_{42} + 6A_{43}x_4$$

Ещё два примера получаем из граничных условий в крайних точках  $x_1, x_5$ :

$$C_{11}F'(x_1) + C_{12}F''(x_1) = C_{13}$$

$$C_{51}F'(x_1) + C_{52}F''(x_1) = C_{53}$$

В нашем случае концы сплайна свободны

$$F''(x_1) = 0$$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	<div>Вариант N22</div>					Лист
										6
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						



```

18
19 A10=MM(1,1)
20 A11=MM(2,1)
21 A12=MM(3,1)
22 A13=MM(4,1)
23 A20=MM(5,1)
24 A21=MM(6,1)
25 A22=MM(7,1)
26 A23=MM(8,1)
27 A30=MM(9,1)
28 A31=MM(10,1)
29 A32=MM(11,1)
30 A33=MM(12,1)
31 A40=MM(13,1)
32 A41=MM(14,1)
33 A42=MM(15,1)
34 A43=MM(16,1)
35
36 L=0.05
37 x1=X1:L:X2
38 x2=X2:L:X3
39 x3=X3:L:X4
40 x4=X4:L:X5
41
42 F1=A13.*x1.^3+A12.*x1.^2+A11.*x1+A10
43 F2=A23.*x2.^3+A22.*x2.^2+A21.*x2+A20
44 F3=A33.*x3.^3+A32.*x3.^2+A31.*x3+A30
45 F4=A43.*x4.^3+A42.*x4.^2+A41.*x4+A40
46 disp(F1,"F1")
47 disp(F2,"F2")
48 disp(F3,"F3")
49 disp(F4,"F4")
50 plot(x1,F1,'r')
51 plot(x2,F2,'g')
52 plot(x3,F3,'r')
53 plot(x4,F4,'g')
54
55 plot(X1,Y1,'.')
56 plot(X2,Y2,'.')
57 plot(X3,Y3,'.')
58 plot(X4,Y4,'.')
59 plot(X5,Y5,'.')
60

```

Рисунок 2 – 2 часть скрипта для вычисления сплайна

Инв. № подл.	Подп. и дата				Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата				Инв. № подл.	
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N22							Лист
												8

```
56 plot(X2,Y2, '.*')
57 plot(X3,Y3, '.*')
58 plot(X4,Y4, '.*')
59 plot(X5,Y5, '.*')
60
```

Рисунок 2 – 2 часть скрипта для вычисления сплайна





3.  
 -0.5557391  
 0.  
 0.317273  
 6.1328975  
 -8.0746929  
 6.0151631  
 -1.2867705  
 -13.852381  
 21.903225  
 -8.9737958  
 1.2113893  
 10.158758  
 -5.5380764  
 1.4800333  
 -0.116081

Рисунок 4 – Значения для коэффициентов  $A_{ij}$

Окончательные уравнения сплайна

$$F_1 = 0,317x^3 + 0x^2 - 0,556x + 3$$

$$F_2 = -1,287x^3 + 6,015x^2 - 8,075x + 6,133$$

$$F_3 = 1,211x^3 - 8,974x^2 + 21,903x - 13,852$$

$$F_4 = -0,116x^3 + 1,48x^2 - 5,538x + 10,159$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Окончательные уравнения сплайна				
					$F_1 = 0,317x^3 + 0x^2 - 0,556x + 3$				
					$F_2 = -1,287x^3 + 6,015x^2 - 8,075x + 6,133$				
					$F_3 = 1,211x^3 - 8,974x^2 + 21,903x - 13,852$				
$F_4 = -0,116x^3 + 1,48x^2 - 5,538x + 10,159$									

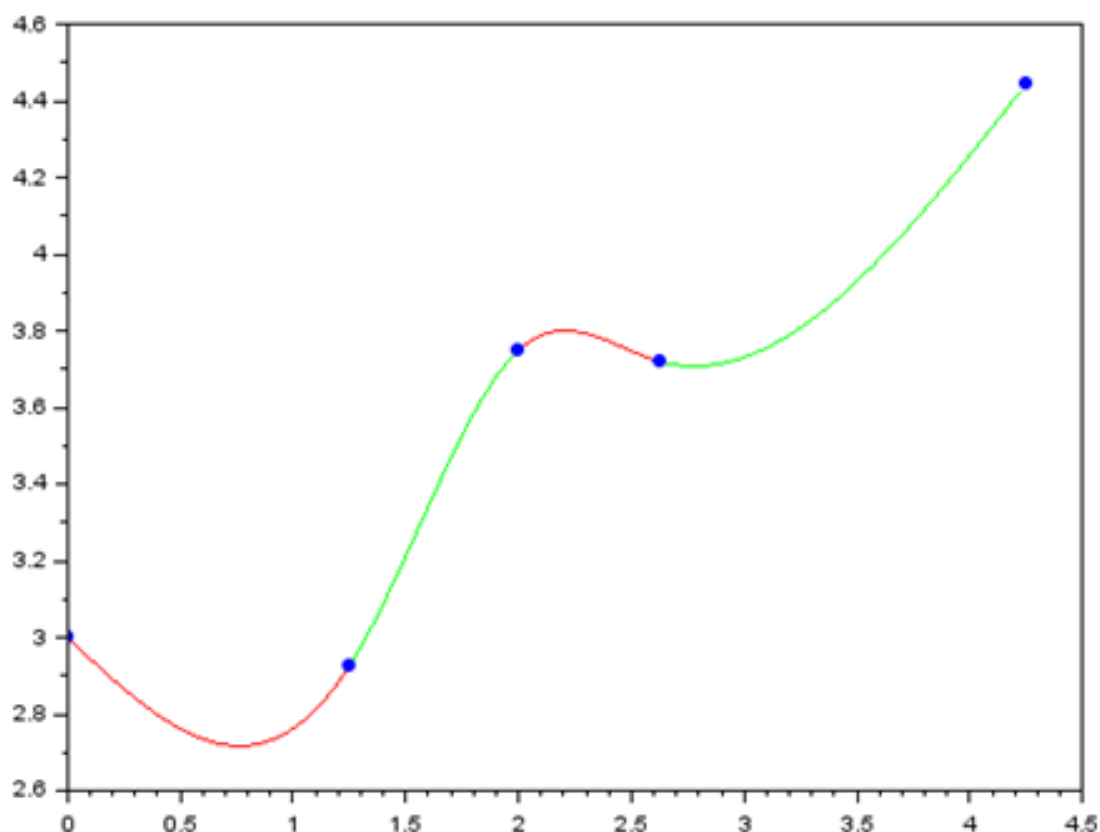


Рисунок 5 – Построение кубического сплайна

## 2.2 Нахождение значения функции в точке $X=2,1$

Найдём значение функции в точке  $x=2,1$  Подставим  $x=2,1$  в полином данного промежутка

$$F_3 = 1,211x^3 - 8,974x^2 + 21,903x - 13,852$$

$$y_{(x=2,1)} = 3,784$$

Инв. № подл.	Подп. и дата			
Инв. № дубл.	Подп. и дата			
	Инв. № дубл.			
	Взам. инв. №			
Подп. и дата	Подп. и дата			
	Подп. и дата			
Инв. № подл.	Подп. и дата			
	Инв. № дубл.			
	Взам. инв. №			
2.2 Нахождение значения функции в точке X=2,1				
Найдём значение функции в точке x=2,1 Подставим x=2,1 в полином дан-ного промежутка				
$F_3 = 1,211x^3 - 8,974x^2 + 21,903x - 13,852$				
$y_{(x=2,1)} = 3,784$				
Вариант N22				
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

## 2.3 Оценка погрешности интерполяции в точке $x=3.1$

**Оценка погрешности интерполяции Эрмитовыми кубическими сплайнами** Оценка погрешности интерполяции Эрмитовыми кубическими сплайнами проводится после получения четвёртой производной функции. Далее вычисляем  $h$  – из координаты  $x$  точки в которой вычисляется погрешность вычитаем координату ближайшей к ней точки  $x_i$ . После чего подставляем значения в формулу  $P = \frac{1}{384}|f'''(x)|$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата						
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N22					Лист
										12