

1. Provar que em triângulo esférico as três medianas têm um ponto em comum.
2. Voando do ponto  $(0^\circ, 0^\circ)$  ao ponto  $(60^\circ, 60^\circ)$  pelo caminho mais curto um avião caiu no ponto médio do percurso. Achar latitude e longitude do acidente.
3. Determinar (latitude, longitude) do ponto equidistante dos pontos  $(0^\circ, 0^\circ)$ ,  $(0^\circ, 60^\circ)$ ,  $(60^\circ, 60^\circ)$  na superfície da Terra.
4. As cidades  $A(0^\circ, 0^\circ)$ ,  $B(60^\circ, 60^\circ)$ ,  $C(x^\circ, y^\circ)$  equidistam e  $C$  fica no hemisfério Sul. Determinar  $x, y$ .
5. Determinar o volume do tetraedro  $A_1B_2KL$  onde  $K = \frac{B_1+C_1}{2}$ ,  $L = \frac{A_2+C_2}{2}$ ,  $A_1A_2$ ,  $B_1B_2$ ,  $C_1C_2$  são diagonais de octaedro regular de aresta 1.
6. Duas arestas opostas de tetraedro  $T$  têm comprimentos  $x$  e  $y$  e localizam-se nas retas reversas  $r$  e  $s$  respectivamente. Provar que o volume de  $T$  não depende da posição destas arestas.
7. Plano  $\alpha$  intercepta aresta lateral  $AB$  de prisma  $\mathcal{P}$  e não intercepta as bases de  $\mathcal{P}$ . Provar:  $\text{volume}(\mathcal{P}) = \text{área}(\alpha \cap \mathcal{P}) \cdot |AB|$  se  $\alpha \perp AB$ .
8. Encontrar o volume de paralelepípedo sabendo comprimentos  $a, b, c$  de arestas e os ângulos  $\alpha, \beta, \gamma$  num vértice.
9. O plano  $\alpha$  paralelo às arestas  $AB$  e  $CD$  de tetraedro regular  $ABCD$  de aresta  $a$  passa pelo baricentro da face  $ABC$ . Determinar volumes de sólidos em quais  $\alpha$  divide o tetraedro.
10. Determinar o lugar geométrico dos pontos  $X$  dentro de um triedro  $T$  tais que a soma de distâncias de  $X$  às faces de  $T$  é 1. {dica: volume}
11. Provar que o volume de tetraedro é igual a  $\frac{lab \cdot \sin \theta}{6}$  onde  $a, b$  são comprimentos de arestas opostas,  $\theta$  é o ângulo entre essas arestas e  $l$  é distância entre essas arestas.
12. Quatro satélites de uma rede de telecomunicação estão em vértices de tetraedro regular em alcance visual um de outro na altitude mínima possível. Determinar a área do território coberto pela rede (de onde um satélite é visível). O raio da Terra é 6362km.
13. Calcular o volume da cruz formada por dois cilindros de raio  $r$  cujos eixos de comprimento  $a$  ( $a > r$ ) são as diagonais de um quadrado. (Dica: princípio de Cavalieri)
14. Uma panela cilíndrica com altura  $h$  e raio  $r > h$  cheia d'água foi inclinada até  $45^\circ$ . Determinar o volume de água que decorreu da panela.