Identificação de Sistemas e Estimação de Parâmetros
Exercício #3

1. Seja o polinômio

$$y = 1{,}5x^2 + 0{,}7x - 2.$$

   a) Para $-6 \leq x \leq 6$, gere $N \approx 100$ valores para y.
   b) Adicione 10% de ruído a y.
   c) Qual é a equação de regressão?
   d) Monte a matriz de regressores.
   e) Estime os parâmetros.
   f) Repita para $N \approx 1000$. Que diferença notou?
   g) Em vez de somar o ruído a y, adicione-o a x e estime parâmetros. O que observou?

2. Sejam os polinômios (ver Sec. 2.6 do livro)

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 - 1{,}5q^{-1} + 0{,}7q^{-2} \\ B(q) &= q^{-1} + 0{,}5q^{-2} \\ C(q) &= 1 + 0{,}8q^{-1}. \end{aligned}$$

   a) Seja $\nu(k)$ um processo gaussiano, branco, com variância $\sigma_\nu^2 \approx 0{,}1$. Escolha um sinal de entrada $u(k)$ tal que seja i) persistentemente excitante de "ordem elevada", ii) tenha média nula, e iii) tenha desvio padrão $\sigma_u \approx 1$. Nas simulações a seguir use condições iniciais nulas e simule $N = 1000$ valores.
   b) Usando $A(q)$ e $B(q)$ simule o modelo ARX correspondente.
   c) Usando $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ simule o modelo ARMAX correspondente.
   d) Considere $F(q) = A(q)$ e simule o modelo de *erro na saída* correspondente.

3. Utilizando os sinais $u(k)$ e $y(k)$ gerados nas simulações do exercício anterior, estime os parâmetros dos modelos utilizando o estimador de mínimos quadrados. Em cada caso i) discuta a possiblidade de estimar todos os parâmetros e ii) procure avaliar o desempenho do estimador em cada caso.

4. Mostre que $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\rm reg} = [\Psi^{\rm T}\Psi + \lambda I]^{-1}\Psi^{\rm T}\mathbf{y}$ é o mínimo de $J_{\rm reg} = \frac{1}{2}J_{\rm MQ} + \frac{1}{2}\lambda\boldsymbol{\theta}^{\rm T}\boldsymbol{\theta}$.