

**Lista 7 — Exercício 1**

Qual a forma do termo de armazenamento de energia da equação da condução de calor em regime transiente?

$$Arm = \rho c \Delta V \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow \frac{Arm}{\ell} = \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t} (T_p^n - T_p^{n-1}).$$

**Lista 7 — Exercício 2**

Há duas opções para resolver a equação da condução de calor em regime transiente, os Métodos Explícito e Implícito. Apresente cada um e destaque as diferenças entre eles.

Explícito: Para quatro conduções, a equação é:  $\frac{k\Delta y}{\Delta x}(T_w^{n-1} - T_p^{n-1}) + \frac{k\Delta y}{\Delta x}(T_e^{n-1} - T_p^{n-1}) + \frac{k\Delta x}{\Delta y}(T_s^{n-1} - T_p^{n-1}) + \frac{k\Delta x}{\Delta y}(T_n^{n-1} - T_p^{n-1}) + S\Delta x\Delta y = \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t}(T_p^n - T_p^{n-1})$ .

Nós determinamos  $T_p^n$  (variáveis, isoladas na forma  $T^n = A \cdot T^{n-1} + B$ ) em função dos parâmetros  $T_p^{n-1}$ . Isolando, fica:

$$T_p^n = \left[ \frac{k\Delta y}{\Delta x}(T_w^{n-1} - T_p^{n-1}) + \frac{k\Delta y}{\Delta x}(T_e^{n-1} - T_p^{n-1}) + \frac{k\Delta x}{\Delta y}(T_s^{n-1} - T_p^{n-1}) + \frac{k\Delta x}{\Delta y}(T_n^{n-1} - T_p^{n-1}) + S\Delta x\Delta y \right] \cdot \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x \Delta y} + T_p^{n-1}.$$

Implícito: Para quatro conduções, a equação é:  $\frac{k\Delta y}{\Delta x}(T_w^n - T_p^n) + \frac{k\Delta y}{\Delta x}(T_e^n - T_p^n) + \frac{k\Delta x}{\Delta y}(T_s^n - T_p^n) + \frac{k\Delta x}{\Delta y}(T_n^n - T_p^n) + S\Delta x\Delta y = \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t}(T_p^n - T_p^{n-1})$ .

Nós determinamos  $T_p^n$  (variáveis, formando uma equação linear  $A \cdot T = B$ ) em função dos parâmetros  $T_p^{n-1}$ .

A diferença é que no método explícito é feito o cálculo das temperaturas de cada ponto em cada instante a partir de todo o Domínio de Solução no instante anterior; além disso o  $\Delta t$  deve obedecer o critério de estabilidade da questão abaixo. Já no método implícito é feito o cálculo das temperaturas de todo o Domínio de Solução de uma só vez. É um sistema  $A(t)T(t) = B(t)$  a cada intervalo de tempo.

**Lista 7 — Exercício 3**

*Discuta o Critério de Estabilidade.*

No método explícito, exibimos  $T_p^n$  como uma combinação linear de temperaturas, mais o termo de geração de calor. Espera-se que todos os coeficientes sejam não negativos. Por isso precisamos garantir que o de  $T_p^{n-1}$  também o seja.

Na equação de exemplo acima, o critério é: 
$$\left[ -\frac{k\Delta y}{\Delta x} - \frac{k\Delta y}{\Delta x} - \frac{k\Delta x}{\Delta y} - \frac{k\Delta x}{\Delta y} \right] \cdot \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x \Delta y} + 1 \geq 0.$$

**Lista 7 — Exercício 4.a.1**

*Desenvolva as equações de discretização, para as malhas de uma placa de concreto conforme apresentada na figura. Determine os perfis de temperatura da placa (pontos 5 a 11) ao longo do tempo até que a placa atinja o equilíbrio (regime permanente) usando o método explícito.*

Simplificamos  $T_p^{n-1} = T_p$  (parâmetros). Vamos determinar  $T_p^n$  (variáveis) em função deles.

$$\text{Malha 5: } T_5^n = \left[ \frac{\alpha \Delta y}{\Delta x} (T_6 - T_5) + \frac{\alpha \cdot 0.5 \Delta x}{\Delta y} (T_9 - T_5) + \frac{\alpha \cdot 0.5 \Delta x}{\Delta y} (T_1 - T_5) \right] \cdot \frac{\Delta t}{0.5 \Delta x \Delta y} + T_5.$$

$$\text{Malha 6: } T_6^n = \left[ \frac{\alpha \Delta y}{\Delta x} (T_5 - T_6) + \frac{\alpha \Delta y}{\Delta x} (T_7 - T_6) + \frac{\alpha \Delta x}{\Delta y} (T_{10} - T_6) + \frac{\alpha \Delta x}{\Delta y} (T_2 - T_6) \right] \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta y} + T_6.$$

$$\text{Malha 7: } T_7^n = \left[ \frac{\alpha \Delta y}{\Delta x} (T_6 - T_7) + \frac{\alpha \cdot 0.5 \Delta y}{\Delta x} (T_8 - T_7) + \frac{h}{\alpha k} \cdot 0.5 \Delta y (T_\infty - T_7) + \frac{\alpha \cdot 0.5 \Delta x}{\Delta y} (T_{11} - T_7) + \frac{h}{\alpha k} \cdot 0.5 \Delta x (T_\infty - T_7) + \frac{\alpha \Delta x}{\Delta y} (T_3 - T_7) \right] \cdot \frac{\Delta t}{0.75 \Delta x \Delta y} + T_7.$$

$$\text{Malha 8: } T_8^n = \left[ \frac{\alpha \cdot 0.5 \Delta y}{\Delta x} (T_7 - T_8) + \frac{h}{\alpha k} \cdot 0.5 \Delta x (T_\infty - T_8) + \frac{\alpha \cdot 0.5 \Delta x}{\Delta y} (T_4 - T_8) \right] \cdot \frac{\Delta t}{0.25 \Delta x \Delta y} + T_8.$$

$$\text{Malha 9: } T_9^n = \left[ \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_{10} - T_9) + \frac{q''}{\alpha k} \cdot 0.25\Delta x\Delta y + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta x}{\Delta y}(T_5 - T_9) \right] \cdot \frac{\Delta t}{0.25\Delta x\Delta y} + T_9.$$

$$\text{Malha 10: } T_{10}^n = \left[ \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_9 - T_{10}) + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_{11} - T_{10}) + \frac{q''}{\alpha k} \cdot 0.5\Delta x\Delta y + \frac{\alpha\Delta x}{\Delta y}(T_6 - T_{10}) \right] \cdot \frac{\Delta t}{0.5\Delta x\Delta y} + T_{10}.$$

$$\text{Malha 11: } T_{11}^n = \left[ \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_{10} - T_{11}) + \frac{h}{\alpha k} \cdot 0.5\Delta y(T_\infty - T_{11}) + \frac{q''}{\alpha k} \cdot 0.25\Delta x\Delta y + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta x}{\Delta y}(T_7 - T_{11}) \right] \cdot \frac{\Delta t}{0.25\Delta x\Delta y} + T_{11}.$$

O critério de estabilidade inicial para a malha 5 é  $\Delta t \leq 57692,32$ .

Busquei na internet a densidade do concreto  $\rho = 2,4 \text{ kg/m}^3$  e o calor específico do granito  $c = 0,79 \text{ J/(gK)}$  e assim fiz  $k = \frac{\rho c}{\alpha} = 1,264 \times 10^9 \text{ W/(mK)}$ .

Com  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ , entrei em loop, calculando a norma do vetor  $T^n - T^{n-1}$  até que fosse inferior a 0,001.

$T^n := A \cdot T^{n-1} + B$ ;  $J(n) = \|T^n - T^{n-1}\| \leq 0,001$ . O loop executou 22551 vezes e o vetor encontrado foi:

$T_5 = 357,9608$ ;  $T_6 = 357,7171$ ;  $T_7 = 122,5382$ ;  $T_8 = 293,4656$ ;  $T_9 = 358,5942$ ;  $T_{10} = 358,5184$ ;  $T_{11} = 293,1317 \text{ K}$ .

## Lista 7 — Exercício 4.a.2

*Determine os perfis de temperatura da placa (pontos 5 a 11) ao longo do tempo até que a placa atinja o equilíbrio (regime permanente) usando o método implícito.*

Simplificamos  $T_p^n = T_p$  (variáveis), as quais vamos determinar em função de  $T_p^{n-1}$  (parâmetros).

$$\text{Malha 5: } \frac{\alpha\Delta y}{\Delta x}(T_6 - T_5) + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta x}{\Delta y}(T_9 - T_5) + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta x}{\Delta y}(T_1 - T_5) = \frac{0.5\Delta x\Delta y}{\Delta t}(T_5 - T_5^{n-1}).$$

$$\text{Malha 6: } \frac{\alpha\Delta y}{\Delta x}(T_5 - T_6) + \frac{\alpha\Delta y}{\Delta x}(T_7 - T_6) + \frac{\alpha\Delta x}{\Delta y}(T_{10} - T_6) + \frac{\alpha\Delta x}{\Delta y}(T_2 - T_6) = \frac{\Delta x\Delta y}{\Delta t}(T_6 - T_6^{n-1}).$$

$$\text{Malha 7: } \frac{\alpha\Delta y}{\Delta x}(T_6 - T_7) + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_8 - T_7) + \frac{h}{\alpha k} \cdot 0.5\Delta y(T_\infty - T_7) + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta x}{\Delta y}(T_{11} - T_7) + \frac{h}{\alpha k} \cdot 0.5\Delta x(T_\infty - T_7) + \frac{\alpha\Delta x}{\Delta y}(T_3 - T_7) = \frac{0.75\Delta x\Delta y}{\Delta t}(T_7 - T_7^{n-1}).$$

$$\text{Malha 8: } \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_7 - T_8) + \frac{h}{\alpha k} \cdot 0.5\Delta x(T_\infty - T_8) + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta x}{\Delta y}(T_4 - T_8) = \frac{0.25\Delta x\Delta y}{\Delta t}(T_8 - T_8^{n-1}).$$

$$\text{Malha 9: } \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_{10} - T_9) + \frac{q''}{\alpha k} \cdot 0.25\Delta x\Delta y + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta x}{\Delta y}(T_5 - T_9) = \frac{0.25\Delta x\Delta y}{\Delta t}(T_9 - T_9^{n-1}).$$

$$\text{Malha 10: } \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_9 - T_{10}) + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_{11} - T_{10}) + \frac{q''}{\alpha k} \cdot 0.5\Delta x\Delta y + \frac{\alpha\Delta x}{\Delta y}(T_6 - T_{10}) = \frac{0.5\Delta x\Delta y}{\Delta t}(T_{10} - T_{10}^{n-1}).$$

$$\text{Malha 11: } \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta y}{\Delta x}(T_{10} - T_{11}) + \frac{h}{\alpha k} \cdot 0.5\Delta y(T_\infty - T_{11}) + \frac{q''}{\alpha k} \cdot 0.25\Delta x\Delta y + \frac{\alpha \cdot 0.5\Delta x}{\Delta y}(T_7 - T_{11}) = \frac{0.25\Delta x\Delta y}{\Delta t}(T_{11} - T_{11}^{n-1}).$$

Novamente, com  $\Delta t = 0,01$  s, entrei em loop, calculando a norma do vetor  $T^n - T^{n-1}$  até que fosse inferior a 0,001.

$T^n := A^{-1} \cdot B$  ;  $J(n) = \|T^n - T^{n-1}\| \leq 0,001$ . O loop executou 22554 vezes e o vetor encontrado foi:

$$T_5 = 357,9608 ; T_6 = 357,7170 ; T_7 = 122,5390 ; T_8 = 293,4658 ; T_9 = 358,5943 ; T_{10} = 358,5184 ; T_{11} = 293,1317 \text{ K.}$$

## Lista 7 — Exercício 4.b

*Compare os resultados obtidos.*

A diferença entre  $\Delta t = 225,51$  e  $225,54$  s é de 0,01330%. Repare que o quinto algarismo é duvidoso.

Explícito:  $T_5 = 357,9608 ; T_6 = 357,7171 ; T_7 = 122,5382 ; T_8 = 293,4656 ; T_9 = 358,5942 ; T_{10} = 358,5184 ; T_{11} = 293,1317 \text{ K.}$

Implícito:  $T_5 = 357,9608 ; T_6 = 357,7170 ; T_7 = 122,5390 ; T_8 = 293,4658 ; T_9 = 358,5943 ; T_{10} = 358,5184 ; T_{11} = 293,1317 \text{ K.}$

A maior diferença foi em  $T_7$  de 0,0006310%. As temperaturas são quase idênticas.

**Lista 7 — Exercício 4.c**

*Determine o tempo necessário para a placa entrar em equilíbrio.*

$$\Delta t(\text{equilíbrio}) = \frac{225,51 + 225,54}{2} = 225,53 \text{ s.}$$

**Lista 7 — Exercício 4.d**

*Determine o calor dissipado pela fronteira norte e pelo canal.*

$$Q_1 = \frac{k \cdot 0.5 \Delta x}{\Delta y} (T_1 - T_5)$$

$$Q_2 = \frac{k \Delta x}{\Delta y} (T_2 - T_6)$$

$$Q_3 = \frac{k \Delta x}{\Delta y} (T_3 - T_7)$$

$$Q_4 = \frac{k \cdot 0.5 \Delta x}{\Delta y} (T_4 - T_8)$$

$$Q_5 = q'' \cdot 2 \Delta x \Delta y$$

$$Q_6 = h \cdot 0.5 \Delta y (T_\infty - T_7)$$

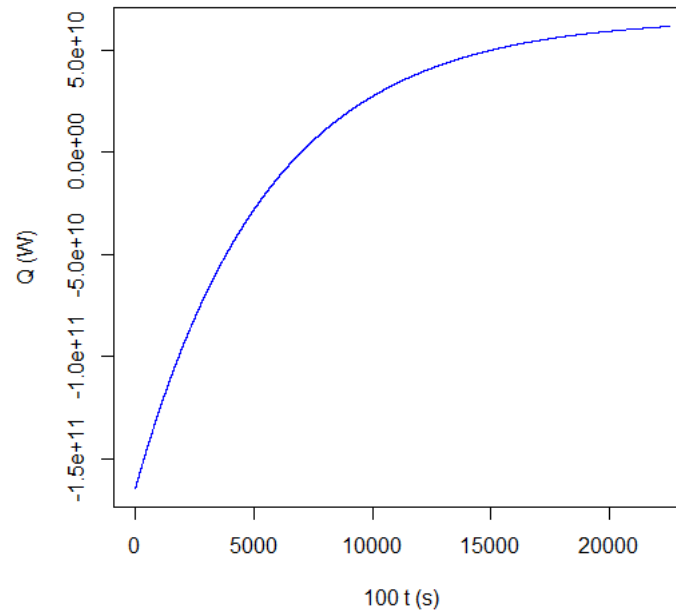
$$Q_7 = h \cdot 0.5 \Delta x (T_\infty - T_7)$$

$$Q_8 = h \cdot 0.5 \Delta x (T_\infty - T_8)$$

$$Q_9 = h \cdot 0.5 \Delta y (T_\infty - T_{11})$$

$$\sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^{22551} Q_i(n) = \frac{2,194501 + 2,194254}{2} \times 10^{14} = 2,1944 \times 10^{14} \text{ W.}$$

Para cada instante, a soma parcial encontrada foi:



Anexos os códigos-fonte em R.

```
# explícito
a <- matrix(0, 7, 7)
b <- matrix(0, 7)
qq <- matrix(0, 22555)
xx <- matrix(0, 22555)
t <- 85 + 273
ti <- 20 + 273
tinf <- 20 + 273
c <- c(t,t,t,t,t,t,t)
alfa <- 1.5e-6
rho <- 2.4
cc <- 790 # 0.79 J/g /deg C
k <- rho * cc / alfa
q <- 5
h <- 15
x <- 0.5
y <- 0.75
```

```

t <- 0.01 # ???
c <- t(c)
c <- t(c)
soma <- 0
for (N in 1:1000000) {
  xx[N] <- N
  qq[N] <- qq[N] + k * 0.5 * x / y * (ti - c[1])
  qq[N] <- qq[N] + k * x / y * (ti - c[2])
  qq[N] <- qq[N] + k * x / y * (ti - c[3])
  qq[N] <- qq[N] + k * 0.5 * x / y * (ti - c[4])
  qq[N] <- qq[N] + q * 2 * x * y
  qq[N] <- qq[N] + h * 0.5 * y * (tinf - c[3])
  qq[N] <- qq[N] + h * 0.5 * x * (tinf - c[3])
  qq[N] <- qq[N] + h * 0.5 * x * (tinf - c[4])
  qq[N] <- qq[N] + h * 0.5 * y * (tinf - c[7])
  soma <- soma + qq[N]

  a[1,1] <- (- alfa * y / x - alfa * x / y) * t/0.5/x/y + 1 # T5
  # t <= 57692.32
  a[1,2] <- alfa * y / x * t/0.5/x/y # T6
  a[1,3] <- 0 # T7
  a[1,4] <- 0 # T8
  a[1,5] <- alfa * 0.5 * x / y * t/0.5/x/y # T9
  a[1,6] <- 0 # T10
  a[1,7] <- 0 # T11
  b[1] <- alfa * 0.5 * x / y * ti * t/0.5/x/y

  a[2,1] <- alfa * y / x * t/x/y # T5
  a[2,2] <- (- 2 * alfa * y / x - 2 * alfa * x / y) * t/x/y + 1 # T6
  a[2,3] <- alfa * y / x * t/x/y # T7
  a[2,4] <- 0 # T8
  a[2,5] <- 0 # T9
  a[2,6] <- alfa * x / y * t/x/y # T10
  a[2,7] <- 0 # T11
  b[2] <- alfa * x / y * ti * t/x/y

  a[3,1] <- 0 # T5
  a[3,2] <- alfa * y / x * t/0.75/x/y # T6
  a[3,3] <- (- 1.5 * alfa * y / x - h/alfa/k * 0.5 * y - alfa * 1.5 * x / y - h/alfa/k * 0.5 * x) * t/0.75/x/y + 1 # T7
  a[3,4] <- alfa * 0.5 * y / x * t/0.75/x/y # T8
  a[3,5] <- 0 # T9
  a[3,6] <- 0 # T10
  a[3,7] <- alfa * 0.5 * x / y * t/0.75/x/y # T11

```

```

b[3] <- (h/alfa/k * 0.5 * y + h/alfa/k * 0.5 * x * tinf + alfa * x / y * ti) * t/0.75/x/y

a[4,1] <- 0 # T5
a[4,2] <- 0 # T6
a[4,3] <- alfa * 0.5 * y / x * t/0.25/x/y # T7
a[4,4] <- (- alfa * 0.5 * y / x - h/alfa/k * 0.5 * x - alfa * 0.5 * x / y) * t/0.25/x/y + 1 # T8
a[4,5] <- 0 # T9
a[4,6] <- 0 # T10
a[4,7] <- 0 # T11
b[4] <- (h/alfa/k * 0.5 * x * tinf + alfa * 0.5 * x / y * ti) * t/0.25/x/y

a[5,1] <- alfa * 0.5 * x / y * t/0.25/x/y # T5
a[5,2] <- 0 # T6
a[5,3] <- 0 # T7
a[5,4] <- 0 # T8
a[5,5] <- (- alfa * 0.5 * y / x - alfa * 0.5 * x / y) * t/0.25/x/y + 1 # T9
a[5,6] <- alfa * 0.5 * y / x * t/0.25/x/y # T10
a[5,7] <- 0 # T11
b[5] <- q/alfa/k * 0.25 * x * y * t/0.25/x/y

a[6,1] <- 0 # T5
a[6,2] <- alfa * x / y * t/0.5/x/y # T6
a[6,3] <- 0 # T7
a[6,4] <- 0 # T8
a[6,5] <- alfa * 0.5 * y / x * t/0.5/x/y # T9
a[6,6] <- (- alfa * y / x - alfa * x / y) * t/0.5/x/y + 1 # T10
a[6,7] <- alfa * 0.5 * y / x * t/0.5/x/y # T11
b[6] <- q/alfa/k * 0.5 * x * y * t/0.5/x/y

a[7,1] <- 0 # T5
a[7,2] <- 0 # T6
a[7,3] <- alfa * 0.5 * x / y * t/0.25/x/y # T7
a[7,4] <- 0 # T8
a[7,5] <- 0 # T9
a[7,6] <- alfa * 0.5 * y / x * t/0.25/x/y # T10
a[7,7] <- (- alfa * 0.5 * y / x - h/alfa/k * 0.5 * y - alfa * 0.5 * x / y) * t/0.25/x/y + 1 # T11
b[7] <- (h/alfa/k * 0.5 * y * tinf + q/alfa/k * 0.25 * x * y) * t/0.25/x/y

c1 <- a %*% c + b

if (norm(c - c1) < 1e-3)
  break
c <- c1

```



```

}
t(c - 273)
N
print(paste("T_5 = ", c[1]
, "; T_6 =", c[2]
, "; T_7 =", c[3]
, "; T_8 =", c[4]
, "; T_9 =", c[5]
, "; T_{10} =", c[6]
, "; T_{11} =", c[7]))
qq1 <- qq

#implícito
a <- matrix(0, 7, 7)
b <- matrix(0, 7)
qq <- matrix(0, 22555)
xx <- matrix(0, 22555)
t <- 85 + 273
ti <- 20 + 273
tinf <- 20 + 273
c <- c(t,t,t,t,t,t,t)
alfa <- 1.5e-6
rho <- 2.4
cc <- 790 # 0.79 J/g /deg C
k <- rho * cc / alfa
q <- 5
h <- 15
x <- 0.5
y <- 0.75
t <- 0.01 # ???
c <- t(c)
c <- t(c)
soma2 <- 0
for (N in 1:10000000) {
xx[N] <- N
qq[N] <- qq[N] + k * 0.5 * x / y * (ti - c[1])
qq[N] <- qq[N] + k * x / y * (ti - c[2])
qq[N] <- qq[N] + k * x / y * (ti - c[3])
qq[N] <- qq[N] + k * 0.5 * x / y * (ti - c[4])
qq[N] <- qq[N] + q * 2 * x * y
qq[N] <- qq[N] + h * 0.5 * y * (tinf - c[3])
qq[N] <- qq[N] + h * 0.5 * x * (tinf - c[3])
qq[N] <- qq[N] + h * 0.5 * x * (tinf - c[4])

```

```

qq[N] <- qq[N] + h * 0.5 * y * (tinf - c[7])
soma2 <- soma2 + qq[N]

a[1,1] <- - alfa * y / x - alfa * x / y - 0.5 * x * y / t # T5
a[1,2] <- alfa * y / x # T6
a[1,3] <- 0 # T7
a[1,4] <- 0 # T8
a[1,5] <- alfa * 0.5 * x / y # T9
a[1,6] <- 0 # T10
a[1,7] <- 0 # T11
b[1] <- - alfa * 0.5 * x / y * ti - 0.5 * x * y / t * c[1]

a[2,1] <- alfa * y / x # T5
a[2,2] <- - 2 * alfa * y / x - 2 * alfa * x / y - x * y / t # T6
a[2,3] <- alfa * y / x # T7
a[2,4] <- 0 # T8
a[2,5] <- 0 # T9
a[2,6] <- alfa * x / y # T10
a[2,7] <- 0 # T11
b[2] <- - alfa * x / y * ti - x * y / t * c[2]

a[3,1] <- 0 # T5
a[3,2] <- alfa * y / x # T6
a[3,3] <- - 1.5 * alfa * y / x - h/alfa/k * 0.5 * y - alfa * 1.5 * x / y - h/alfa/k * 0.5 * x - 0.75 * x * y / t # T7
a[3,4] <- alfa * 0.5 * y / x # T8
a[3,5] <- 0 # T9
a[3,6] <- 0 # T10
a[3,7] <- alfa * 0.5 * x / y # T11
b[3] <- - h/alfa/k * 0.5 * y - h/alfa/k * 0.5 * x * tinf - alfa * x / y * ti - 0.75 * x * y / t * c[3]

a[4,1] <- 0 # T5
a[4,2] <- 0 # T6
a[4,3] <- alfa * 0.5 * y / x # T7
a[4,4] <- - alfa * 0.5 * y / x - h/alfa/k * 0.5 * x - alfa * 0.5 * x / y - 0.25 * x * y / t # T8
a[4,5] <- 0 # T9
a[4,6] <- 0 # T10
a[4,7] <- 0 # T11
b[4] <- - h/alfa/k * 0.5 * x * tinf - alfa * 0.5 * x / y * ti - 0.25 * x * y / t * c[4]

a[5,1] <- alfa * 0.5 * x / y # T5
a[5,2] <- 0 # T6
a[5,3] <- 0 # T7
a[5,4] <- 0 # T8

```

```

a[5,5] <- - alfa * 0.5 * y / x - alfa * 0.5 * x / y - 0.25 * x * y / t # T9
a[5,6] <- alfa * 0.5 * y / x # T10
a[5,7] <- 0 # T11
b[5] <- - q/alfa/k * 0.25 * x * y - 0.25 * x * y / t * c[5]

a[6,1] <- 0 # T5
a[6,2] <- alfa * x / y # T6
a[6,3] <- 0 # T7
a[6,4] <- 0 # T8
a[6,5] <- alfa * 0.5 * y / x # T9
a[6,6] <- - alfa * y / x - alfa * x / y - 0.5 * x * y / t # T10
a[6,7] <- alfa * 0.5 * y / x # T11
b[6] <- - q/alfa/k * 0.5 * x * y - 0.5 * x * y / t * c[6]

a[7,1] <- 0 # T5
a[7,2] <- 0 # T6
a[7,3] <- alfa * 0.5 * x / y # T7
a[7,4] <- 0 # T8
a[7,5] <- 0 # T9
a[7,6] <- alfa * 0.5 * y / x # T10
a[7,7] <- - alfa * 0.5 * y / x - h/alfa/k * 0.5 * y - alfa * 0.5 * x / y - 0.25 * x * y / t # T11
b[7] <- - h/alfa/k * 0.5 * y * tinf - q/alfa/k * 0.25 * x * y - 0.25 * x * y / t * c[7]

c2 <- solve(a) %*% b

if (norm(c - c2) < 1e-3)
  break
c <- c2
}
t(c - 273)
print(paste("T_5 = ", c[1]
, "; T_6 =", c[2]
, "; T_7 =", c[3]
, "; T_8 =", c[4]
, "; T_9 =", c[5]
, "; T_{10} =", c[6]
, "; T_{11} =", c[7]))
N
t(c1)
t(c2)
soma
qq2 <- qq
Mx1 <- 0

```

```
Mx2 <- 22555
My1 <- min(qq[1:N])
My2 <- max(qq[1:N])
dev.off()
plot(xx[1:N], qq[1:N], type = 'l', col='blue', xlim=c(Mx1, Mx2), ylim = c(My1, My2), xlab='100 t (s)', ylab='Q (W)')

max(abs(c1 - c2))/c1[3] * 100
max(abs(c1 - c2))/c2[3] * 100

# explícito
soma
soma2
Mx1 <- 0
Mx2 <- 22555
My1 <- min(qq[1:N])
My2 <- max(qq[1:N])
par(new=T)
plot(xx[1:N], qq[1:N], type = 'l', col='red', xlim=c(Mx1, Mx2), ylim = c(My1, My2), xlab='100 t (s)', ylab='Q (W)')
```

Versão de 16/dezembro/2021\* por Vinicius Claudino Ferraz.  
Matrícula = 2019435823.

---

\*Fora da caridade não há salvação.