Inference :

Simple Linear Regression

예측모형을 알게되면 $\Sigma(y_i-\hat{y}_i)^2$

$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{SST-SSE}{SST} = 1-\frac{SSE}{SST}$

$\Sigma(y_i-\bar{y})^2$

회귀직선의 유의성 검정

- Model : $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i,\ \ i = 1, 2, \ldots, n,\ \ \epsilon_i \overset{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$
- 회귀직선의 유의성 검정 (F-test)
  - 가설 : $H_0 : \beta_1 = 0\ vs.\ H_1 : \beta_1 \neq 0$
  - 검정통계량 : $F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-2)} \sim_{H_0} F(1, n-2)$
  - 검정통계량의 관측값 : F_0
  - 유의수준 α에서의 기각역 : $F_0 \geq F_\alpha(1, n-2)$
  - 유의확률 $= P(F \geq F_0)$

\+ MSE 와 R^2 중요

ANOAA에서 평균제곱(MS) 봤는데
F: 카이제곱분포 $\frac{\chi_2}{\chi_1}$ 이므로

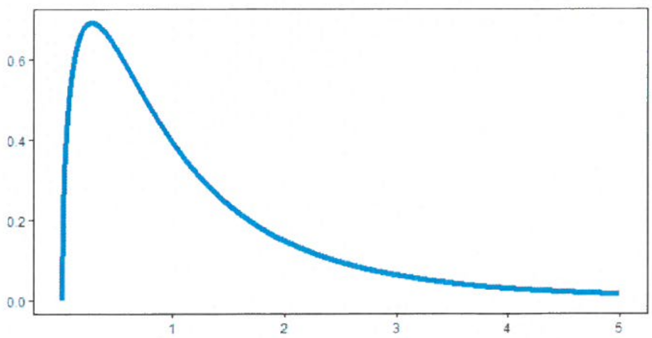
회귀직선의 유의성 검정

■ 회귀직선의 유의성 검정을 위한 분산분석표

요인	제곱합(SS)	자유도(df)	평균제곱(MS)	F_0	유의확률
회귀	SSR	1	$MSR = \frac{SSR}{1}$	$\frac{MSR}{MSE}$	$P(F \geq F_0)$
잔차	SSE	$n-2$	$MSE = \frac{SSE}{n-2}$		
계	SST	$n-1$			

Example

Figure: F분포의 확률밀도함수 그림 : $F(3, 8)$



Example

■ 광고료과 총판매액

- 회귀직선의 유의성 검정 : $H_0 : \beta_1 = 0 \; vs. \; H_1 : \beta_1 \neq 0$

요인	제곱합	자유도	평균제곱	f	유의확률
회귀	313.043	1	313.043	45.24	0.0001487
잔차	55.357	8	$6.92(=\hat{\sigma}^2)$		
계	368.4	9			

f값이 큰지, 유의확률이 작으면 H_0 기각

- $F_{0.05}(1,8) = 5.3177$

회귀계수에 대한 추론

■ 모회귀계수(기울기) β_1에 대한 추론

- β_1의 최소제곱추정량 : $\hat{\beta}_1 = \dfrac{S_{(xy)}}{S_{(xx)}}$
- $\mathrm{E}(\hat{\beta}_1) = \beta_1, \; \mathrm{Var}(\hat{\beta}) = \dfrac{\sigma^2}{S_{(xx)}}$

$$\hat{\beta}_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma^2}{S_{(xx)}}\right)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{\Sigma(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{S_{xx}} = \Sigma\,\frac{(x_i-\bar{x})y_i-(x_i-\bar{x})\bar{y}}{S_{xx}}$$

$$= \Sigma\,\frac{x_i-\bar{x}}{S_{xx}}\,y_i + \frac{\bar{y}}{S_{xx}}\,\underbrace{\Sigma(x_i-\bar{x})}_{=0}$$

* $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 서로독립이고,

a_1, a_2: 상수라 가정

$$a_1X_1 + a_2X_2 \sim N(a_1\mu_1 + a_2\mu_2,\ a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2)$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \underbrace{\varepsilon_i}_{N(0,\sigma^2)} \quad : \quad y_i(X=x_i) \sim N(\beta_0+\beta_1 x_i, \sigma^2)$$

$$\hat{\beta}_1 = \Sigma\,\frac{x_i-\bar{x}}{S_{xx}}\cdot y_i = \Sigma a_i y_i \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma^2}{S_{xx}}\right)$$

기댓값의 성질
- $E(a_1X_1+a_2X_2) = a_1E(X_1)+a_2E(X_2)$
- $Var(a_1X_1+a_2X_2) = a_1^2 Var(X_1) + a_2^2(Var X_2) + 2a_1a_2 Cov(X_1, X_2)$

$$E(\hat{\beta}_1) = \Sigma a_i E(y_i)$$

$$= \Sigma a_i(\beta_0+\beta_1x_i) = \beta_0\underbrace{\Sigma a_i}_{0} + \beta_1\underbrace{\Sigma a_i x_i}_{1} = \beta_1$$

$$\because\ \Sigma a_i = \Sigma\,\frac{x_i-\bar{x}}{S_{xx}} = \frac{1}{S_{xx}}\,\underbrace{\Sigma(x_i-\bar{x})}_{=0} = 0$$

$$\Sigma a_i x_i = \Sigma\,\frac{(x_i-\bar{x})}{S_{xx}}\cdot x_i = \frac{1}{S_{xx}}\,\Sigma(x_i-\bar{x})(x_i-\bar{x}+\bar{x})$$

$$= \frac{1}{S_{xx}}\,\Sigma(x_i-\bar{x})^2$$

$$= \frac{S_{xx}}{S_{xx}} = 1$$

표본데이터 근처에 있으면 S_{xx}가 작아지고..

→ 실험설계 : x의 값 분포에 따라

$$Var(\Sigma a_i y_i) = \Sigma a_i^2\,Var(y_i) = \sigma^2\,\Sigma a_i^2$$

$$\because\ \Sigma a_i^2 = \Sigma\,\frac{(x_i-\bar{x})^2}{S_{xx}^2} = \frac{1}{S_{xx}^2}\,\underbrace{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}_{S_{xx}} = \frac{1}{S_{xx}}$$

$$\Rightarrow Var(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\hat{\beta}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{S_{xx}}} = \frac{\sigma}{\sqrt{S_{xx}}} = s.e(\hat{\beta}_1)$$

standard error : 표준오차

• 확률변수 $X_1, X_2, \cdots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ iid

$\Rightarrow \boxed{\bar{X} = \frac{1}{n}\sum X_i \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)} \Rightarrow \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

$\Rightarrow \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

$S=\sqrt{S^2}$: 표본표준편차

$$\Rightarrow \frac{\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{(n-1)S^2/\sigma^2}{n-1}}} \Rightarrow t(n-1)$$

iid

• $Z_1, \cdots, Z_n \sim N(0,1)$ indep

$\Rightarrow V = Z_1^2 + \cdots + Z_n^2 \sim \chi^2(n)$ 카이제곱분포

$X_1, \cdots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ 안다는 가정하에

$\Rightarrow Z_1 = \frac{X_1-\mu}{\sigma}, \cdots, Z_n = \frac{X_n-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

$\Rightarrow \sum Z_i^2 \sim \chi^2(n)$ 자유도

분산에 대한 분포표현 ⇒ 카이제곱

$x_1, \cdots, x_n : \bar{x}, \quad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2$

평균은 모르므로 $\bar{x}$라 씀

$\Rightarrow \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 = \sim \chi^2(n-1)$

$\Rightarrow Z \sim N(0,1), \quad V \sim \chi^2(k)$

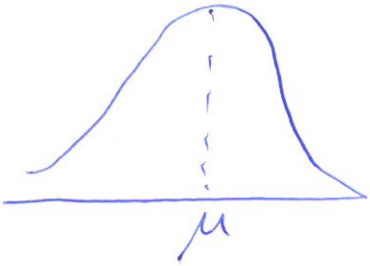
$\Rightarrow \frac{Z}{\sqrt{V/k}} \sim t(k)$

$\hat{\theta}$: 점추정 → (신뢰구간 / 가설검정) → 분포 알아야함

추정량

$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

⇒ 신뢰구간: $\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\underbrace{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}_{\text{표준오차}}$



95% → $\alpha = 0.05$

σ를 모를때,

$$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

$$\Rightarrow \bar{X} \pm t_{\alpha/2}(n-1)\sqrt{\frac{S^2}{n}}$$

회귀계수에 대한 추론

σ를 모르므로
MSE 대신 쓴다. MSE ~ χ^2

■ 모회귀계수(기울기) β_1 에 대한 추론

- $\widehat{\mathrm{Var}}(\hat\beta_1) = \dfrac{MSE}{S_{(xx)}}$, $\hat\sigma_{\hat\beta_1} = \sqrt{\dfrac{MSE}{S_{(xx)}}}$
- studentized $\hat\beta_1$ 의 분포 :

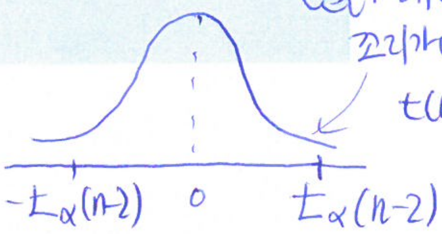
$$\boxed{\frac{\hat\beta_1 - \beta_1}{\hat\sigma/\sqrt{S_{(xx)}}} \sim t(n-2),}\ \hat\sigma = \sqrt{MSE}$$

- $\hat\beta_1$ 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간

$$\hat\beta_1 \pm t_{\alpha/2}(n-2)\frac{\hat\sigma}{\sqrt{S_{(xx)}}}$$

* $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$
표준화(standardization)
⇒ $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$
σ 알 때
studentization
⇒ $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\hat\sigma/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$
σ 모를 때

회귀계수에 대한 추론



t분포: 정규분포와 같은데
꼬리가 더 두꺼움
t(n-2)

■ 모회귀계수(기울기) β_1 에 대한 추론

- 가설검정 : $H_0 : \beta_1 = \beta_1^0$
- 검정통계량 : $T = \dfrac{\hat\beta_1 - \beta_1^0}{\hat\sigma/\sqrt{S_{(xx)}}} \sim_{H_0} t(n-2)$, 관측값 : t

대립가설	유의확률	유의수준 α 기각역
$H_1 : \beta_1 > \beta_1^0$	$P(T \geq t)$	$t \geq t_\alpha(n-2)$
$H_1 : \beta_1 < \beta_1^0$	$P(T \leq t)$	$t \geq t_\alpha(n-2)$
$H_1 : \beta_1 \neq \beta_1^0$	$P(\lvert T\rvert \geq \lvert t\rvert)$	$\lvert t\rvert \geq t_{\alpha/2}(n-2)$

회귀계수에 대한 추론

- 모회귀계수(절편) β_0에 대한 추론
  - β_0의 최소제곱추정량 : $\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$
  - $\mathrm{E}(\hat{\beta}_0) = \beta_0, \quad \mathrm{Var}(\hat{\beta}_0) = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{(xx)}} \right)$

$$\hat{\beta}_0 \sim N\left(\beta_0, \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{(xx)}} \right)\right)$$

회귀계수에 대한 추론

- 모회귀계수(절편) β_0에 대한 추론
  - studentized $\hat{\beta}_0$의 분포 :

$$\frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} \sim t(n-2), \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0} = \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{(xx)}}}$$

  - $\hat{\beta}_0$의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간

$$\hat{\beta}_0 \pm t_{\alpha/2}(n-2) \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{(xx)}}}$$

회귀계수에 대한 추론

■ 모회귀계수(절편) β_0에 대한 추론

- 가설검정 : $H_0 : \beta_0 = \beta_0^0$
- 검정통계량 : $T = \dfrac{\hat{\beta}_0 - \beta_0^0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} \sim_{H_0} t(n-2)$, 관측값 : t

대립가설	유의확률	유의수준 α 기각역
$H_1 : \beta_0 > \beta_0^0$	$P(T \geq t)$	$t \geq t_\alpha(n-2)$
$H_1 : \beta_0 < \beta_0^0$	$P(T \leq t)$	$t \geq t_\alpha(n-2)$
$H_1 : \beta_0 \neq \beta_0^0$	$P(\lvert T\rvert \geq \lvert t\rvert)$	$\lvert t\rvert \geq t_{\alpha/2}(n-2)$

Example

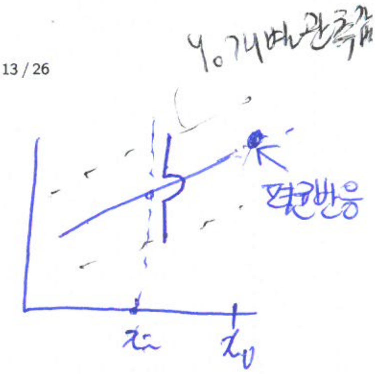
■ 광고료와 판매총액

- $\hat{\beta}_0$와 $\hat{\beta}_1$의 95% 신뢰구간 $(t_{0.05/2}(8) = 2.306)$

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_0 \pm t_{\alpha/2}\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0} &= -2.270 \pm 2.306 \times \sqrt{6.92} \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{8^2}{46}} \\ &= -2.270 \pm 2.306 \times 3.21 = (-9.672, 5.132) \\ \hat{\beta}_1 \pm t_{\alpha/2}\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{S_{(xx)}}} &= 2.609 \pm 2.306 \times \frac{\sqrt{6.92}}{\sqrt{46}} \\ &= 2.61 \pm 2.306 \times 0.388 = (1.714, 3.504)\end{aligned}$$

Example

- 광고료와 판매총액
  - $H_0 : \beta_0 = 0 \ vs. \ H_1 : \beta_0 \neq 0$ 에 대한 가설검정 ($\alpha = 0.05$)
    - 검정통계량 관측값 : $t = \dfrac{\hat{\beta}_0 - 0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} = \dfrac{-2.270}{3.21} = -0.707$
    - 기각역 : $|t| \geq t_{0.05/2}(8) = 2.306$
    - 결과 : 기각 못함, 유의확률 $= 0.5$
  - $H_1 : \beta_1 = 0 \ vs. \ H_1 : \beta_1 \neq 0$ 에 대한 가설검정 ($\alpha = 0.05$)
    - 검정통계량 관측값 : $t = \dfrac{\hat{\beta}_1 - 0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} = \dfrac{2.61}{0.388} = 6.72$
    - 기각역 : $|t| \geq t_{0.05/2}(8) = 2.306$
    - 결과 : 기각!, 유의확률 $= < 0.001$



$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$

평균반응예측

$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i = E(y_i | X = x_i)$ 평균에대한추정

- $x = x_0$ 가 주어졌을 때 평균반응의 예측
  - 평균반응 (mean response) : $\mu_0 = E(Y|x_0) = \beta_0 + \beta_1 x_0$
  - 평균반응 추정량 : $\hat{\mu}_0 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0$
  - $\mathrm{E}(\hat{\mu}_0) = \mu_0, \ \ \mathrm{Var}(\hat{\mu}_0) = \sigma^2 \left(\dfrac{1}{n} + \dfrac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{(xx)}} \right)$

$$\hat{\mu}_0 \sim N\left(\mu_0, \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{(xx)}} \right) \sigma^2 \right)$$

x_0에따라 표준오차가 달라짐

평균에 가까우면, 신뢰구간이 짧아지고 멀어지는 특징.

$\mathrm{Var}(\hat{y}_0) = \sigma\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}\right)$

↳ ε_0 에의해 표준오차↑ → 신뢰구간 길이가 길어짐

평균반응예측

- $x = x_0$ 가 주어졌을 때 평균반응의 예측
  - sutentized $\hat{\mu}_0$ 의 분포

$$\frac{\hat{\mu}_0 - \mu_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_0}} \sim t(n-2), \quad \hat{\sigma}_{\hat{\mu}_0} = \hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{(xx)}}}$$

  - $\hat{\mu}_0$ 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간

$$\hat{\mu}_0 \pm t_{\alpha/2}(n-2)\hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{(xx)}}}$$

  - 신뢰대 (confidence band)

Example

- 광고료와 판매총액
  - $\hat{\mu}_0$ 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간

$$\hat{\mu}_0 \pm t_{\alpha/2}(n-2)\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_0}$$

  - $x_0 = 4$ 인 경우

$$\hat{\mu}_0 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 = -2.270 + (2.609)(4) = 8.17$$

$$\widehat{\text{Var}}(\hat{\mu}_0) = \hat{\sigma}\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{(xx)}}\right) = (6.92)\left(\frac{1}{10} + \frac{(4-8)^2}{46}\right) = 3.10$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_0} = \sqrt{3.10} = 1.76$$

$$\Rightarrow \hat{\mu}_0 \pm t_{\alpha/2}(n-2)\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_0} = 8.17 \pm (2.306)(1.76) = (4.11, 12.23)$$

Example

■ 광고료와 판매총액

$$x = 6: \quad 13.38 \pm (2.306)(1.14) = 13.38 \pm 2.63 = (10.75, 16.01)$$

$$x = 8: \quad 18.60 \pm (2.306)(0.83) = 18.60 \pm 1.94 = (16.69, 20.51)$$

$$x = 9: \quad 21.21 \pm (2.306)(0.92) = 21.21 \pm 2.12 = (19.09, 23.33)$$

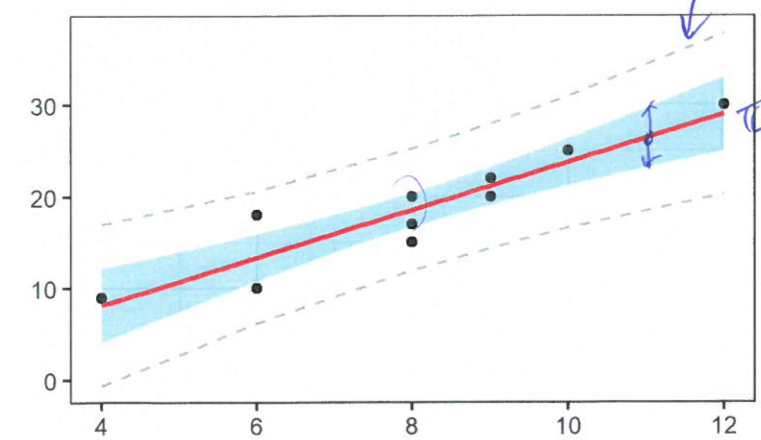
$$x = 10: \quad 23.82 \pm (2.306)(1.14) = 23.82 \pm 2.63 = (21.19, 26.45)$$

$$x = 12: \quad 29.04 \pm (2.306)(1.76) = 29.04 \pm 4.59 = (24.45, 33, 63)$$

Example

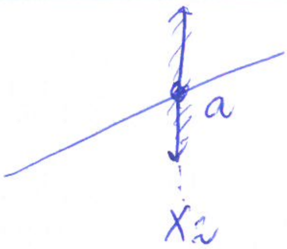
Figure: Confidence Band (신뢰대)

y_0 개별관측값



평균반응 μ_0

개별적인 y값 예측



- $x = x_0$가 주어졌을 때 $y = y_0$ 예측
  - $y_0 = \beta_0 + \beta_1 x_0 + \varepsilon_0$
  - 예측값 : $\hat{y}_0 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0$
  - $\mathrm{E}(\hat{y}_0) = \mu_0, \ \ \mathrm{Var}(\hat{y}_0) = \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{(xx)}}\right)$

$$\hat{y}_0 \sim N\left(\mu_0, \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{(xx)}}\right)\sigma^2\right)$$

개별적인 y값 예측

- $x = x_0$가 주어졌을 때 $y = y_0$ 예측
  - studentized $\hat{y}_0$ 의 분포 :

$$\frac{\hat{y}_0 - y_0}{\hat{\sigma}_{\hat{y}_0}} \sim t(n-2), \quad \hat{\sigma}_{\hat{y}_0} = \hat{\sigma}\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{(xx)}}}$$

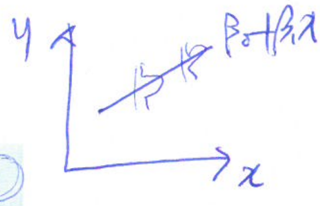
  - $\hat{y}_0$의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간

$$\hat{y}_0 \pm t_{\alpha/2}(n-2)\hat{\sigma}_{\hat{y}_0}$$

$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, iid

$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$

$E(y_i|x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + 0$



모형의 타당성

■ 기본 가정

오차항에 대한 기댓값 0 → 선형성

- Linearity (선형성) : $E(Y|X = x) = \mu_{y \cdot x} = \beta_0 + \beta_1 x$
- Homoscedastic (등분산성) : $Var(Y|X = x) = \sigma^2$
- Normality (정규성) : $Y|X = x \sim N(E(Y|X = x), \sigma^2)$
- Independency (독립성) : ϵ's are mutually independent

잔차의 검토

- 잔차(residual) : $e_i = y_i - \hat{y}_i$
- 잔차를 통한 모형의 가정 검토
- 잔차의 산점도 : (x_i, e_i) 또는 $(\hat{y}_i, e_i)$

$$\because \left(\underline{\sum_i x_i e_i = 0}, \sum_i e_i = 0 \right), \left(\sum_i \underline{\hat{y}_i e_i = 0}, \sum_i e_i = 0 \right)$$

항상 독립이라는 항

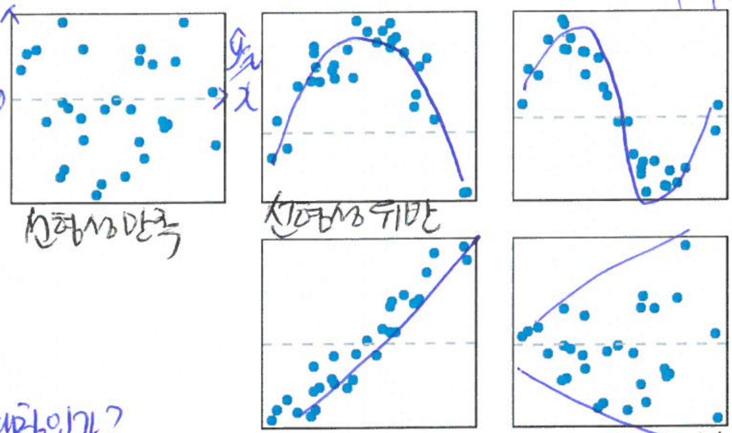
잔차의 성질 4
독립이라고
잔차의 합=0

잔차의 산점도

→ 다항회귀고려

$y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2^2$

$y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2^2+\beta_3x_3^3$



선형성 만족

선형성 위반

등분산성 위반

⇒ 변수변환 $\log y_i$ ⇒ WLSE 가중최소제곱법

아로그변환

1) 선형성 파악

$e_i \sim N(0,\sigma^2)$, iid

e_i : 0을 기준으로 대칭인가?

2) 등분산성

: 잔차산점도가 이 밴드내에서 움직이는것

3) 정규성 ⇒ 실습

: Q-Q plot 통해 e 치우침이 벗어나가는게 있는지

꼬리분포

정규분포 그림..

Corr(X, Y)

$X_1 \to Y_1$

$X_2 \to Y_2$

⋮

$X_n \to Y_n$

4) 독립성

: $e_1, e_2, \ldots, e_n$: 독립. 순차적으로 영향을 주는가? 역방향은 가정 X

순차적 만족

Auto correlation

자기 상관

독립이면 Corr(X, Y) = 0

오차의 자기 상관

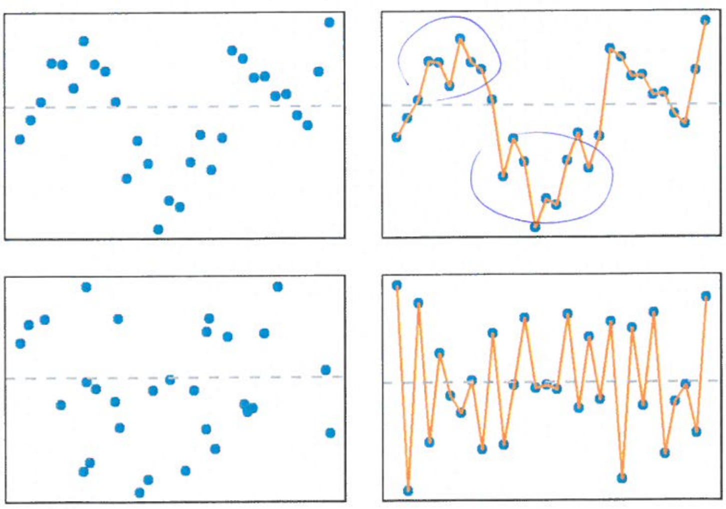
Corr(e_t, e_{t-1})

(e_2, e_1)

(e_3, e_2)

⋮

(e_n, e_{n-1})



양의자기상관

: +에서 몇번.. −에서 몇번

음의자기상관

: + → − → + → −

ρ_ε : 오차의 1차 자기상관
$= \mathrm{corr}(e_t, e_{t-1})$

오차의 자기 상관

■ Durbin-Watson Test

- hypothesis $H_0 : \rho_\varepsilon = 0$

  H_1 : $\rho_\varepsilon > 0$, $\rho_\varepsilon < 0$ 〉단측검정 / $\rho_\varepsilon \neq 0$ – 양측검정

  H_0 : 오차항들은 독립이다 vs. H_1 : 오차항들은 독립이 아니다.

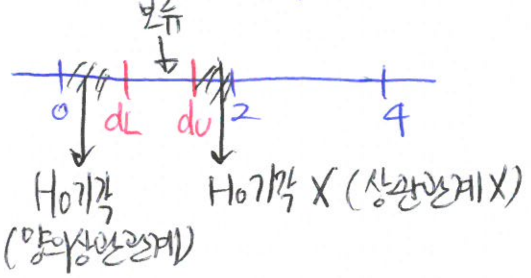
- 검정통계량 $0 \le d \le 4$ 음의상관 / 양의상관

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} \approx 2(1-\rho_\varepsilon)$$

- 검정 $(d_L = d_L(n,p,\alpha), d_U = d_U(n,p,\alpha))$
  - ▹ d or $4-d < d_L \;\Rightarrow\; H_0$ 기각
  - ▹ d or $4-d > d_U \;\Rightarrow\; H_0$ 기각못함
  - ▹ $d_L < d$ or $4-d < d_L \;\Rightarrow\;$ 결정 보류

$\rho_\varepsilon \uparrow 1 \rightarrow d \downarrow 0$
1에 가까워질수록
$\rho_\varepsilon \downarrow -1 \rightarrow d \uparrow 4$
$\rho_\varepsilon \uparrow 0 \rightarrow d \downarrow 2$

If $H_0 : \rho_\varepsilon = 0$, $H_1 : \rho_\varepsilon > 0$

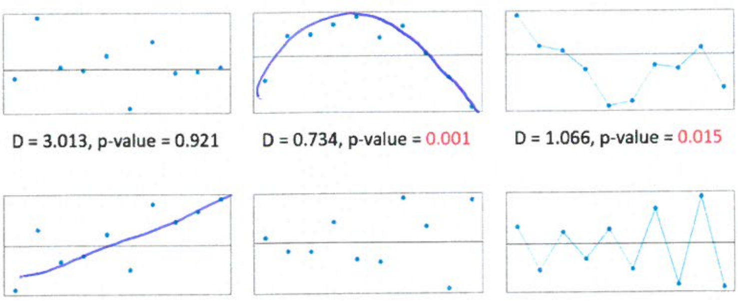


$H_0 : \rho_\varepsilon = 0$, $H_1 : \rho_\varepsilon < 0$
$\rightarrow$ $4-d$

오차의 자기 상관

■ Durbin-Watson Test

$+x^2$



D = 3.013, p-value = 0.921 | D = 0.734, p-value = 0.001 | D = 1.066, p-value = 0.015

D = 3.013, p-value = 0.921 | D = 2.661 p-value = 0.767 | D = 3.507, p-value <0.005

선형성, 등분산성
∨
독립성과 관련 X
↳ 시계열분석