

# Naravna in cela števila

Bor Bregant

## 1 Naravna števila

Števila s katerimi štejemo  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ .

Peanovi aksiomi:

- $1 \in \mathbb{N}$
- Vsako naravno število ima svojega naslednika
- Različni naravni števili imata različna naslednika
- Če neka trditev velja z vsakim naravnim številom tudi za njegovega naslednika, velja za vsa naravna števila.

Osnovni operaciji  $+$  in  $\cdot$  (notranji). Seštevanec, vsota, faktor, produkt. Komutativnost  $a + b = b + a$ , asociativnost  $(a + b) + c = a + (b + c)$ , distributivnost  $(a + b)c = ac + bc$ .

**Zgled.** Izračunaj  $75 \cdot 3 - 12 + 16 \cdot (-5)$  in  $2 + 7 \cdot 3(2 + 4(3 + 2 \cdot 2(5 - 7 \cdot 8)))$  ter  $172 \cdot 29$ .

**Zgled.** Odpravi oklepaje  $7(3x + 1)$  in  $(3a + 4)(5b + 2)$

**Zgled.** Izpostavi skupni faktor  $10a + 30$  in  $ac + bc + a + b$ .

**Naloga 1.** 5a, 8ce, 9be

## 2 Cela števila

Dodamo nasprotna števila  $n \rightarrow -n$ .  $\mathbb{Z}$  konstruiramo kot unija pozitivnih celih števil, števila 0 in negativnih celih števil.

Dodamo  $-$ , ki je definirano kot kot prištevanje nasprotne vrednosti.

Nekaj aksiomov in pravil, urejenost. Vrstni red pri računanju.

Aksiom:  $a + 0 = a$ ,  $-(-a) = a$ ,  $1 \cdot a = a \forall a \in \mathbb{Z}$

Izrek:  $-(a) + (-b) = -(a + b)$ ,  $0 \cdot a = 0$ .

Urejenost (primerjamo števila): Velja natanko ena od možnosti  $a < b$ ,  $a > b$ ,  $a = b$ .  $a > b$  če in samo če  $a - b > 0$  (slika  $a$  leži na desni strani številske premice od števila  $b$ )

**Zgled.** Trikratniku števila 62 odštejemo petkratnik vsote števil 93, 82 in 8. Katero število dobimo?

**Zgled.** Zapiši množico vseh celih števil, ki so od 0 oddaljena kvečjemu za 6, ter iskano množico predstavi na številski premici.

### 3 Potence z naravnimi eksponenti

$$a^n = a \cdot \dots \cdot a$$

Osnova, eksponent, potenca

Pravila z dokazi:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$a^1 = a, 1^n = 1$$

**Zgled.** Izračunaj  $x^2 \cdot x^9 + 2x \cdot x^{10}$ ,  $(a^n)^2 \cdot (a^3)^n$ ,  $(u^2 v^3)^2$ ,  $(a^2 b)^3 (3ab^3)^2 a^2$  in  $(-1)^{2023} \cdot (-1)^{2024}$ .

**Naloga 1.** 82cg, 72ab, 80d, 90a

### 4 Večkratniki in izrazi

Večkratnik ali  $k$ -kratnik števila  $a$  je vsota  $k$  enakih sumandov  $a$ :  $k \cdot a = a + \dots + a$ .

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ kvadrat vsote}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$ab + ac = a(b + c)$$

**Zgled.** Izračunaj  $(2a + 3b)^2, \dots$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

**Zgled.** Izračunaj  $a^7 - 1$

**Naloga 1.** Linea nova

Vietovo pravilo