# Deljivost

Bor Bregant

## 1 Relacija deljivosti

$$a|b \iff b = k \cdot a$$

## 2 Kriteriji deljivosti

Izpeljava deljivost, da izpostavljamo $10^i$, razcepino na prafaktorje $10^i$. S to izpeljavo pokrijemo 2, 4, 5, 8

Deljivost s 3:

$$\begin{aligned}
\overline{a_4a_3a_2a_1a_0} &= \\
&= a_4 \cdot 10000 + \ldots + a_0 \\
&= a_4(9999+1) + a_3(999+1) + a_2(99+1) + a_1(9+1) + a_0 \\
&= 9999a_4 + a_4 + \ldots + 9a_1 + a_1 + a_0 \\
&= 9999a_4 + 999a_3 + 99a_2 + 9a_1 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 \\
&= 9(1111a_4 + 111a_3 + 11a_2 + a_1) + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0
\end{aligned}$$

Če bo vsota števk deljiva s 3 (ali z 9), bo celotno število deljivo s 3 (ali z 9).

**Zgled.** *Ali je* $32154032$ *deljivo s* $2, 3, 4, 5, 6$.

**Zgled.** *Določi števko* $a$*, da bo število* $35167a2$ *deljivo s* $6$. $a \in \{0, 3, 6, 9\}$

**Zgled.** *Določi števki* $a$ *in* $b$*, da bo število* $1573a4b$ *deljivo s* $6$.

**Zgled.** *Določi števki* $a$ *in* $b$*, da bo število* $504a347b$ *deljivo s* $36$. *Pazimo, da sta v* $36$ *razcepu tuja torej* $9$, $4$

**Zgled.** *Določi števko* $a$*, da bo število* $32a5a4a$ *deljivo s* $36$.

**Zgled.** *Določi števko* $a$*, da bo število* $32a5a4a$ *deljivo s* $3$.

**Zgled.** *Dokaži* $6|n^3 - 3n^2 + 2n$ *za vsak* $n \in \mathbb{N}$. *Razstavimo na 3 zaporedna naravna števila*

**Zgled.** *Pokaži, da je razlika dveh dvomestnih števil, ki imata zamenjani števki* $9|\left(\overline{ab} - \overline{ba}\right)$. $10a + b - 10b - a$

**Zgled.** *Poišči dvomestno število, ki je petkratnih vsote svojih števk.*

**Zgled.** *Poišči dvomestno število, ki je dvakratnik produkta svojih števk.* *Sprehodimo se po* $a = 1, \ldots$

**Naloga 1.** DN

## 2.1 Praštevila in sestavljena števila

Praštevila so števila, ki imajo natanko dva delitelja: Število 1 in samega sebe. Število 1 ni niti praštevilo, niti sestavljeno število. Število 2 je edino sodo praštevilo.
Praštevil je neskončno mnogo z dokazom pogledamo $P = p_1 \cdot \ldots \cdot p_n + 1$
Eratostenovo sito.

Na koliko načinov lahko 24 zapišemo kot produkt?

# 3 Osnovni izrek o deljenju

Če število $a \in \mathbb{N}$ delimo s številom $b \in \mathbb{N}$, potem obstajata dve taki števili $k \in \mathbb{N}$ in $r \in \mathbb{N}_0$, da velja:

$$a = k \cdot b + r;\ 0 \leq r < b$$

$a$ imenujemo deljenec, $b$ delitelj, $k$ količnik (kvocient), $r$ ostanek.

Če je $r = 0$, potem $b$ deli $a$.

**Zgled.** 52 *deli s* 15 *in zapiši osnovni izrek o deljenju*

**Zgled.** *Pri deljenju nekega števila* $n$ *s številom* 13 *dobimo kvocient* 7 *in ostanek* 8*. Katero število smo delili?*

**Zgled.** *Zapiši vsa naravna števila, ki dajo pri deljenju s* 5 *ostanek* 1*.* $1, 6, 11, \ldots \rightarrow n = k \cdot 5 + 1$

**Zgled.** *Če neko število* $n$ *delimo z* 8 *ostanek 7. Kakšen bo stanek, če delimo* $n$ *s* 4*?*

**Zgled.** *Ostanek števila pri deljenju s* 24 *je* 19*. Kakšen bo ostanek pri deljenju s* 6*?*