

Verjetnost

Bor Bregant

Poskus \rightarrow **dogodek** \rightarrow nemogoč, gotov, slučajen

Elementarni in sestavljeni dogodek (npr. pade liho število pik na kocki)

Množice in dogodki (lastnosti komutativnost):

Unija - Vsota dogodkov (enaka oznaka \cup)

Presek ($\{x; x \in A \wedge x \in B\}$) - Produkt dogodkov (enaka oznaka \cap). Primer A : manj kot 3 pike, B : liho število pik $\rightarrow A \cap B$: pade 1. Komut., $A \cap G = A$, $A \cap N = N$.

Množici disjunktni \rightarrow - Nezdružljiva dogodka npr. A dve piki, B pet pik $\rightarrow A \cap B = N$.

Komplementarna množica A^c - Nasprotni dogodek A' in se zgodi, ko se A ne zgodi. $A \cap A' = N$, $G' = N$.

Razlika dogodkov $A - B$: A zgodi, B se ne zgodi, ni komutativna

Podmnožica - Način dogodka: $A \subset B$: Vsakič, ko se zgodi A , se zgodi tudi B .

Zgled. A naj bo izvlačem rdečo karto, B naj bo izvlačem srčevega kralja. Kakšna zveza velja?

Met kocke ima 6 elementarnih dogodkov. Iz tega sestavimo **vzorčni prostor**. Sestavljajo ga dogodki, ki so med seboj nezdružljivi in je njihova vsota gotov dogodek. Še en vzorčni prostor bi lahko bil A pade sodo pik, B pade liho pik.

Vzorčni prostor dveh kock lahko predstavimo kot mrežo vseh možnosti. Pomaga pri npr. koliko verjetnost, da pade 5 pik.

Vzorčni prostor lahko tudi z drevesom npr. iz vrečke jemljemo kroglice bele in črne. Dobimo 4 končne veje BB, BC, CB, CC .

Empirična definicija verjetnost: Verjetnost dogodka A je enaka relativni frekvenci dogodka A pri dovolj velikem številu ponovitev poskusa. $f_A = \frac{n_A}{n}$.

Klasična definicija verjetnosti: Če so vsi elementarne dogodki nekega poskusa enakovredni in je A dogodek iz vzorčnega prostora tega poskusa, je verjetnost enaka $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{st. elementarni dogodki, ki so ugodni za } A}{\text{st. vseh elementarnih dogodkov}}$.

Zgled. Kocka iz $E_1 \dots E_6$ in naj je A : padejo tri pike. $P(A) = \frac{1}{6}$. B pade sodo pik.

i $P(A) \geq 0$

ii $P(G) = 1$

iii $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, če sta A in B nezdružljiva, torej $A \cap B = N$.

Zgled. V posodi je 20 oštevilčenih listkov od 1 do 20. Izvlečemo en listek. Kolikšna je verjetnost za:

A : izvlečeno število je sodo

B : Izvlečeno število je deljivo s 3 ali s 5.

C : Izvlečeno število ni večkratnik 3.

Zgled. Imamo 3 kovance za 10, 20 in 50 centov. Vržemo jih v zrak in pade cifra ali mož. Nariši vzorčni prostor.

A : Nobeden ne pokaže cifre

B : Cifro pokaže eden od treh kovancev

C : Cifro pokažeta dva od treh

D : Cifro pokažeta vsaj dva

Zgled. Imamo pošteno kocko, ki pa ima stranice: 1, 1, 2, 1, 3, 4. Kolikšna je verjetnost, da pade ena pika, da pade 6 pik, da padejo 3 pike

Zgled. Na dirki tekmujejo konji A, B, C. A ima pol možnosti glede na B, konj B pa ima trikrat večjo možnost zmage kot C. Koliko so verjetnosti za zmago posameznega konja.

....

Pogojna verjetnost

Dogodka A in B sta **neodvisna**, če verjetnost enega ne vpliva na verjetnost drugega. Ekvivalentno $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Dogodek B je odvisen od dogodka A, če je verjetnost B odvisna od tega, ali se je A zgodil ali ne. Pišemo $P(B|A)$.

Če sta dogodka neodvisna, je $P(B|A) = P(B)$.

Zgled. V vreči imamo 7 belih in 3 rdeče kroglice. Kolikšna je verjetnost, da izvlečemo 3 kroglice iste barve, če kroglice vračamo ali pa ne. Če ne vračamo izračunajmo, če vlečemo kroglice zapored ali naenkrat (verjetnost bo tu enaka).

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ in slika Vennovega diagrama!!!

Zgled. Izmed listkov s števili od 1 do 11 izberemo naključno dve števili. Kolikšna je verjetnost, da sta izbrani števili lihi, če je vsota sodo število.

Zgled. Mečemo dve kocki. Kolikšna je verjetnost, da je na eni kocki padla 6, če kocki pokažeta vsoto 8.

Zgled. Izračunaj $P(A \cap B)$, $P(A|B)$ in $P(A' \cap B)$, če je $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ in $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$. $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$ iz diagrama

Naloga 1. DN 476, 483, 512, 521.

Kaj manjka? (nevem)

Popolna verjetnost

Zgled. Imamo dve vreči s kroglicami. Prva ima 3 bele, 4 črne, druga pa 7 belih, 3 črne. Pred tem vržemo kocko. Če vržemo šestico (dogodek H_2 hipoteza) izvlečemo iz druge vreče, sicer iz prve. Kolikšna je verjetnost, da izvlečemo belo kroglico. Narišimo še z drevesom.

Zgled. Na mizi imamo 10 češenj, od tega dve črvi. Na drugi mizi je 6 češenj, od tega ena črvi. Aljaž preloži eno naključno češnjo iz prve mize na drugo. Barbara nato vzame eno češnjo iz druge mize. Kolikšna je verjetnost, da je vzela črvi?

Zgled. V restavraciji je 40% žensk in 60% moških. Od tega jih 5% žensk in 20% moških naroči pikantno. Kolikšna je verjetnost, da je naključna oseba izbrala pikantno.

Zgled. V neki populaciji zboli 2% ljudi. Zdravniki odkrivajo bolezen s testom, ki, če je človek bolan, je v 90% test pozitiven. Če pa je zdrav, je v 5% test pozitiven. Kolikšna je verjetnost, da je izbran prebivalec zdrav in ima pozitiven test. Kaj pa, da je test pri naključno izbranem negativen. **Kaj pa verjetnost, da je človek bolan, če je test pozitiven.**

Zgled. Na festivalu imamo 3 vhode. 531... poglej a je mau cudna... ena z lepim vremenom je tud kul

Naloga 2. DN