

Funkcije

Bor Bregant

Funkcija ali preslikava f iz množice A v množico B je predpis, ki vsakemu elementu iz A priredi natanko en element iz množice B .

Zgled. Zapiši definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja, konveksnost, konkavnost, sodost in lihost za $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ in $g(x) = \ln(x^2 - 2x - 3)$. Se nekaj primerov o osnovnih pojmi

1 Računanje s funkcijami

i Vsota $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

ii Razlika $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

iii Produkt $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

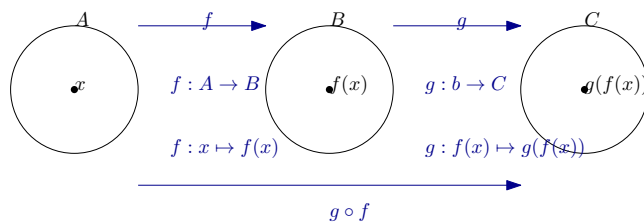
iv Kvocient $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ za $g(x) \neq 0, \forall x \in D_g$

v Produkt s številom $(k \cdot f)(x) = k \cdot f(x)$

Zgled. Zapiši vsoto, razliko, produkt in kvocient funkcij na intervalu $[-3, 4]$.

Naloga 1. DN 569c, 576, 578ad

Kompozitum funkcij



$$\begin{aligned}
g \circ f &: A \rightarrow C \\
g \circ f &: x \mapsto g(f(x)) \\
(g \circ f)(x) &= g(f(x))
\end{aligned}$$

Zgled. Izračunaj $f \circ g$ in $g \circ f$ za $f(x) = \ln(x^2 + 2)$ in $g(x) = 3x - 1$ in pokaži, da ta operacija ni komutativna.

Zgled. Poišči inverzno funkcijo za $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ in pokaži, da velja $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$.

Zgled. Dani sta funkciji $f(x) = 2x - 3$ in $g(x) = -x + 2$. Za katera realna števila x je $f(2x) = g(x)$ in za katera $f(-2) = g(x^2)$.

Zgled. Dani sta funkciji $f(x) = 3x + 2$ in $g(x) = 2x + n$. Za katera števila n velja $f(g(x)) = g(f(x))$?

Zgled. Določi k , da bo $f(g(x)) = g(f(x))$, kjer $f(x) = kx + 3$ in $g(x) = kx - 1$.

Naloga 2. DN 574, 573ace, 587, 592ac

Limita in zveznost

Funkcije, ki lahko narišemo z eno potezo so **zvezne**, sicer pa **nezvezne**.

Funkcija f je zvezna v točki a , če in samo če:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$