Verjetnost

Bor Bregant

Poskus $\rightarrow$ **dogodek** $\rightarrow$ nemogoč, gotov, $\boxed{\text{slučajen}}$

Elementarni in sestavljeni dogodek (npr. pade liho število pik na kocki)

Množice in dogodki (lastnosti komutativnost):

Unija - Vsota dogodkov (enaka oznaka $\cup$)

Presek ($\{x; x \in A \wedge x \in B\}$) - Produkt dogodkov (enaka oznaka $\cap$). Primer A: manj kot 3 pike, B: liho število pik $\rightarrow A \cap B$: pade 1. Komut., $A \cap G = A$, $A \cap N = N$.

Množici disjunktni $\rightarrow$ - Nezdružljiva dogodka npr. A dve piki, B pet pik $\rightarrow A \cap B = N$.

Komplementarna množica A^c - Nasprotni dogodek A' in se zgodi, ko se A ne zgodi. $A \cap A' = N$, $G' = N$.

Razlika dogodkov $A - B$: A zgodi, B se ne zgodi, ni komutativna

Podmnožica - Način dogodka: $A \subset B$: Vsakič, ko se zgodi A, se zgodi tudi B.

Zgled. *A naj bo izvlečem rdečo karto, B naj bo izvlečem srčevega kralja. Kakšna zveza velja?*

Met kocke ima 6 elementarnih dogodkov. Iz tega sestavimo **vzorčni prostor**. Sestavljajo ga dogodki, ki so med seboj nezdružljivi in je njihova vsota gotov dogodek. Še en vzorčni prostor bi lahko bil A pade sodo pik, B pade liho pik.

Vzorčni prostor dveh kock lahko predstavimo kot mrežo vseh možnosti. Pomaga pri npr. koliko verjetnost, da pade 5 pik.

Vzorčni prostor lahko tudi z drevesom npr. iz vrečke jemljemo kroglice bele in črne. Dobimo 4 končne veje BB, BC, CB, CC.

Empirična definicija verjetnost: Verjetnost dogodka A je enaka relativni frekvenci dogodka A pri dovolj velikem številu ponovitev poskusa. $f_A = \frac{n_A}{n}$.

Klasična definicija verjetnosti: Če so vsi elementarne dogodki nekega poskusa enakovredni in je A dogodek iz vzorčnega prostora tega poskusa, je verjetnost enaka $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{st. elementarni dogodkov, ki so ugodni za } A}{\text{st. vseh elementarnih dogodkov}}$.

Zgled. *Kocka iz $E_1 \ldots E_6$ in naj je A: padejo tri pike. $P(A) = \frac{1}{6}$. B pade sodo pik.*

i $P(A) \geq 0$

ii $P(G) = 1$

iii $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, če sta A in B nezdružljiva, torej $A \cap B = N$.

Zgled. *V posodi je 20 oštevilčenih listkov od 1 do 20. Izvlečemo en listek. Kolikšna je verjetnost za:*
A: izvlečeno število je sodo
B: Izvlečeno število je deljivo s 3 ali s 5.
C: Izvlečeno število ni večkratnik 3.

Zgled. *Imamo 3 kovance za 10, 20 in 50 centov. Vržemo jih v zrak in pade cifra ali mož. Nariši vzorčni prostor.*
A: Nobeden ne pokaže cifre
B: Cifro pokaže eden od treh kovancev
C: Cifro pokažeta dva od treh
D: Cifro pokažeta vsaj dva

Zgled. *Imamo pošteno kocko, ki pa ima stranice: 1, 1, 2, 1, 3, 4. Kolikšna je verjetnost, da pade ena pika, da pade 6 pik, da padejo 3 pike*

Zgled. *Na dirki tekmujejo konji A, B. C. A ima pol možnosti glede na B, konj B pa ima trikrat večjo možnost zmage kot C. Koliko so verjetnosti za zmago posameznega konja.*

....

Pogojna verjetnost

Dogodka A in B sta **neodvisna**, če verjetnost enega ne vpliva na verjetnost drugega. Ekvivalentno $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Dogodek B je odvisen od dogodka A, če je verjetnost B odvisna od tega, ali se je A zgodil ali ne. Pišemo $P(B|A)$.

Če sta dogodka neodvisna, je $P(B|A) = P(B)$.

Zgled. *V vreči imamo 7 belih in 3 rdeče kroglice. Kolikšna je verjetnost, da izvlečemo 3 kroglice iste barve, če kroglice vračamo ali pa ne. Če ne vračamo izračunajmo, če vlečemo kroglice zapored ali naenkrat (verjetnost bo tu enaka).*

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ in slika Vennovega diagrama!!!

Zgled. *Izmed listkov s števili od 1 do 11 izberemo naključno dve števili. Kolikšna je verjetnost, da sta izbrani števili lihi, če je vsota sodo število.*

Zgled. *Mečemo dve kocki. Kolikšna je verjetnost, da je na eni kocki padla 6, če kocki pokažeta vsoto 8.*

Zgled. *Izračunaj $P(A \cap B)$, $P(A|B)$ in $P(A' \cap B)$, če je $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ in $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$. $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$ iz diagrama*

Naloga 1. DN 476, 483, 512, 521.