

Kombinatorika

Bor Bregant

Zgled. Na koliko načinov lahko za ravno mizo sedi sedem povablencev?

Osnovni izrek kombinatorike ali pravilo produkta: Če neki proces lahko razdelimo na k zaporednih faz in je prva od faz izvedljiva na n_1 načinov, druga na n_2 načinov, tretja na n_3 načinov, ... in k -ta na n_k načinov (kjer so izbori med sabo neodvisni), je celotni proces izvedljiv na $n = n_1 \cdot \dots \cdot n_k$ načinov.

Zgled. Na koliko načinov se lahko oblečemo, če imamo na razpolago dva para čevljev, pet srajc, troje hlač in štiri kravate?

Na koliko načinov lahko damo nase pokrivalo, če imamo na voljo 3 klobuke in dve čepici (nezdružljivost).

Pravilo vsote: Če izbiramo med n_1 možnostmi iz prve množice izborov ali n_2 možnostmi iz druge množice naborov in tako naprej (kjer so izbori med sabo neodvisni in nezdružljivi) do k -tega nabora, potem je vseh izborov $M = n_1 + \dots + n_k$.

Zgled. Do ŠKG lahko pridemo z avtobusi števil 3 ali 5, kjer v obeh primerih naprej prestopimo na 1, 8 ali 25, lahko pa gremo s kolesom ali z avtom. Na koliko različnih načinov lahko pridemo do šole?

Zgled. Koliko je vseh različnih metov, če petkrat zapored vržemo kovanec. Predstavi s **kombinatoričnim drevesom**.

Naloga 1. DN 232a, 248, 254

1 Permutacije

Razporeditve n različnih elementov na n mest, kjer je vrstni red pomemben imenujemo permutacije n elementov. Teh možnosti je $P_n = n! = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$.

Zgled. Izračunaj $4!$ in $\frac{n!}{(n-1)!}$.

Zgled. Koliko besed lahko sestavimo iz črk ABCDE, če:

Ni omejitev?

Besede se morajo začeti na D

Besede se ne začnejo niti na A niti na E

Besede se ne končajo na DA

Zgled. Šestčlanska družina gre v kino. Na koliko načinov se lahko usede v vrsto, če sedita starša skupaj in otroci skupaj. Kaj pa če starša sedita na obeh koncih, otroci pa med njima.

Zgled. Sedem otrok stoji v vrsti. Na koliko načinov jih lahko prestavimo, če trije najbolj živahni ne smejo biti vsi skupaj.

Zgled. Preštejmo vse permutacije črk besede ANANAS.

Permutacij n elementov, kjer se en ponavlja k_1 -krat, drugi k_2 -krat in tako naprej, je $P_n^{k_1, \dots, k_r} = \frac{n!}{k_1! \dots k_r!}$

Zgled. Koliko besed iz črk BOMBAZ se ne začne s črko A.

Naloga 1. DN 262, 263, 273, 267, 281, 292.

2 Variacije

n elementov razporejamo na r mest ($r < n$).

Zgled. Na koliko načinov lahko razporedimo 10 dijakov za mizo za 4 osebe.

Variacije brez ponavljanja:

$$V_n^r = N(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Zgled. Koliko trimestrnih števil lahko sestavimo s števki 1, 2, 5, 8, če se števke ne smejo ponavljati. Kaj pa če dodamo 0.

Zgled. Ponavljanje

Variacije s ponavljanjem