

# **RAPPORT DE STAGE DE RECHERCHE**

## **APM\_52995\_EP**

**Étude de l'optimisation des ressources rares :  
Application au trafic maritime.**

Avril 2025 - Août 2025

BOREL MARTIAL DOMGUE DEFO

SOUS LA SUPERVISION DE M. CHARLES-ALBERT LEHALLE



# DÉCLARATION D'INTÉGRITÉ RELATIVE AU PLAGIAT

---

Je soussigné Borel Martial DOMGUE DEFO, certifie sur l'honneur:

1. Que les résultats décrits dans ce rapport sont l'aboutissement de mon travail.
2. Que je suis l'auteur de ce rapport.
3. Que je n'ai pas utilisé des sources ou résultats tiers sans clairement les citer et les référencer selon les règles bibliographiques préconisées.

Je déclare que ce travail ne peut être suspecté de plagiat

Date: 18/08/2025

Signature: **Borel Martial DOMGUE DEFO**

# REMERCIEMENTS

---

Je souhaite exprimer ma profonde gratitude au Professeur **Charles-Albert Lehalle**, mon Tuteur de stage pour sa contribution énorme à la modélisation des Mean Field Games Appliquée au Trafic maritime. ses travaux pionniers dans ce domaine ont constitué la base de mon stage de recherche. Ses analyses et Son expertise m'ont offert des orientations clés et ont guidé ma réflexion tout au long de mon stage.

Je tiens également à lui exprimer ma sincère reconnaissance, pour m'avoir guidé, soutenu chaque semaine pendant mon stage, pour m'avoir notamment aider à surmonter les défis techniques rencontrés au cours du stage. Son aide a été précieuse pour résoudre rapidement les problèmes de code et d'incompréhension sur la partie Théorique, me permettant ainsi de maintenir l'élan de ma recherche.

Enfin, Je pense à l'équipe administrative qui a su m'accueillir et m'installer dans un bureau très confortable, A tous ceux rencontrés au sein du **CMAP** pour leurs réponses à mes questions et leur sympathie.

# EXECUTIVE SUMMARY

---

Ce rapport présente une étude menée au sein du Centre de Mathématiques Appliquées (CMAP) sur l'optimisation des ressources rares: cas du trafic maritime.

L'étude s'est concentrée sur la modélisation du comportement collectif des acteurs maritimes via des jeux à champ moyen (Mean Field Games, MFG), en s'appuyant sur la base de données ShipFix accessible au CMAP. L'objectif était d'étudier et de mettre en œuvre des simulations numériques d'un modèle de type Mean Field Game (MFG) appliqué au trafic maritime.

Le travail comprenait : L'analyse des données de trafic maritime et d'événements perturbateurs (pandémie, conflits). L'implémentation et l'ajustement du modèle MFG pour simuler les comportements des navires.

Les résultats du modèle Théorique proposent une solution optimale aux agents afin que ces derniers maximisent leur Gain sur un bien. cette solution prend en compte la marge faite sur le bien et les différents coûts: coûts de transport et coût de congestion.

En outre, Les simulations numériques permettent de comprendre l'impact de ces facteurs sur le choix des agents. elles permettent aussi de vérifier le modèle et d'estimer les paramètres du modèle.

# TABLE DES MATIÈRES

---

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 - Introduction</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 - Objectifs du Stage  | 2         |
| 1.2 - Questions de Recherche  | 2         |
| 1.3 - Plan Du Rapport   | 3         |
| <b>2 - Revue de L'Etat de l'art</b>   | <b>4</b>  |
| 2.1 - Concepts fondamentaux et développements théoriques des « Mean Field Games » (MFD) | 4         |
| 2.2 - Appllication des « Mean Field Games » dans le Transport Maritime                  | 5         |
| 2.3 - Appllication des « Mean Field Games » dans Divers Domaines                        | 6         |
| <b>3 - Analyse de Données</b>   | <b>7</b>  |
| 3.1 - Plateforme Shipfix  | 7         |
| 3.2 - Aperçu du jeu de données Shipfix  | 7         |
| 3.3 - Analyse exploratoire des données.   | 8         |
| 3.4 - Calcule des distances entre pays « $g(T_{ij})$ »                                  | 12        |
| <b>4 - Modèles et méthodes</b>  | <b>14</b> |
| 4.1 - Modèle Mathématiques  | 14        |
| 4.2 - Méthode de Régression Linéaire  | 19        |
| 4.3 - Estimation des Paramètres du modèle   | 21        |
| <b>5 - Résultats Et Analyses</b>  | <b>22</b> |
| 5.1 - Régression Linéaire   | 22        |
| 5.2 - Paramètres du Modèle  | 25        |
| <b>6 - Conclusion</b>   | <b>28</b> |
| <b>7 - Notebooks</b>  | <b>29</b> |
| <b>Bibliographie</b>  | <b>30</b> |

# 1 - INTRODUCTION

---

Dans le cadre de mon stage de recherche de troisième année, j'ai eu l'opportunité d'intégrer le Centre de Mathématiques Appliquées (CMAP) de l'École polytechnique, qui est un laboratoire de recherche de premier plan, reconnu pour ses travaux en modélisation mathématique, analyse numérique et simulation dans des domaines variés tels que la physique, la finance, les sciences du vivant et les transports. C'est dans ce contexte stimulant que s'est inscrite ma mission, centrée sur l'optimisation des ressources rares.

Les transports maritimes constituent en effet des artères indispensables de l'économie mondiale, facilitant le transfert de marchandises et de richesses à travers les continents. Ces voies de navigation soutiennent le commerce international et sont essentielles au maintien économique des nations. Toutefois, elles présentent également une forte vulnérabilité face aux perturbations d'ordre macroéconomique. La pandémie de COVID-19, par exemple, a profondément affecté les chaînes d'approvisionnement mondiales, entraînant des retards importants dans les délais de livraison.

Les conflits géopolitiques, tels que le blocage récent du canal de Suez par un gigantesque porte-conteneurs, illustrent également la fragilité structurelle de ces itinéraires. Par ailleurs, les conditions météorologiques extrêmes, exacerbées par le changement climatique, augmentent les risques pesant sur la navigation maritime et la sécurité des trajets, compromettant la régularité et la fiabilité du commerce international.

Dans ce contexte, comprendre la dynamique des routes maritimes devient un enjeu majeur, non seulement pour garantir la stabilité économique mondiale, mais aussi pour répondre aux défis environnementaux contemporains. L'adoption de pratiques maritimes durables, alliée à une meilleure anticipation des risques, s'impose comme une nécessité. Cette étude s'inscrit dans cette démarche, en explorant les interdépendances complexes entre économie, géopolitique et environnement, avec l'ambition d'optimiser l'efficacité des itinéraires tout en prenant en compte les enjeux écologiques et économiques actuels.

## 1.1 - OBJECTIFS DU STAGE

---

L'objectif de ce stage est d'étudier et de mettre en œuvre des simulations numériques d'un modèle de type Mean Field Game (MFG) appliqué au trafic maritime. Le CMAP dispose d'un accès à la base de données ShipFix, qui permet des analyses empiriques afin de guider le choix des paramètres du modèle.

Le stage comporte plusieurs volets :

### 1. Données sur le trafic maritime

- Structurer les ensembles de données disponibles sur Shipfix;
- Réaliser des études de cas sur des événements majeurs (blocage du canal de Suez, guerre en Ukraine, pandémie, événements météorologiques extrêmes) pour évaluer l'amplitude des perturbations détectables statistiquement ;
- Recueillir des indices liés aux tensions maritimes, tels que le Baltic Dry Index (BDI), l'indice Economic Policy Uncertainty (EPU), et l'indice Geopolitical Risk Index (GPR).

### 2. Jeux à champ moyen (Mean Field Games)

- Se familiariser avec les modèles de jeux à champ moyen appliqués au trafic maritime ;
- Implémenter un simulateur basé sur des modèles existants ;
- Utiliser les données du trafic maritime pour ajuster les principaux paramètres des modèles.

### 3. Formation des prix

- Collecter des données de prix concernant des marchandises ou produits présents dans les jeux de données ;
- Mettre en correspondance les variations de prix avec les résultats issus des deux volets précédents.

## 1.2 - QUESTIONS DE RECHERCHE

---

- Comment le comportement agrégé des acteurs du transport maritime s'ajuste-t-il en réponse à des événements rares ou extrêmes ? ?
- Peut-on détecter statistiquement l'impact d'un choc sur les routes maritimes choisies ?
- Comment les modèles de jeux à champ moyen peuvent-ils être appliqués de manière efficace pour comprendre et prédire le comportement des navires dans le choix des routes optimales, en réponse aux indices de congestion, aux marges commerciales et aux coûts de transport ?
- Quelles conclusions peut-on tirer sur la dynamique collective du commerce maritime à partir de l'application des modèles de jeux à champ moyen aux données du trafic maritime ?
- Peut-on relier ces dynamiques à la formation des prix des biens transportés (commodities) ?

## 1.3 - PLAN DU RAPPORT

---

La structure de ce rapport est organisée comme suit :

- **Chapitre 2 : Revue de l'état de l'art** – Ce chapitre présente une synthèse des travaux existants sur la théorie des jeux à champ moyen (MFG) et ses applications dans le domaine des transports, ainsi que des études empiriques sur le transport maritime.
- **Chapitre 3 : Analyse des données** – Ce chapitre décrit les jeux de données utilisés, le processus de nettoyage des données, ainsi qu'une analyse exploratoire visant à identifier les tendances et relations significatives.
- **Chapitre 4 : Modèles et méthodes** – Ce chapitre expose le modèle MFG ainsi que les méthodes de régression utilisées pour analyser les flux commerciaux et les routes maritimes, en précisant les critères de sélection des modèles.
- **Chapitre 5 : Résultats et Analyses** – Ce chapitre présente les résultats issus des analyses de régression, l'évaluation de la valeur des marchandises selon les pays, ainsi que l'impact des événements extérieurs sur les flux commerciaux.
- **Chapitre 6 : Conclusion** – Ce chapitre résume les principaux résultats, revient sur les apports de l'étude et propose des réflexions finales sur les implications pour les recherches futures et les applications concrètes dans le domaine du transport maritime.
- **Chapitre 7: Notebooks** - ce chapitre présente les différents notebooks où se trouve l'implémentation du modèle.



## 2 - REVUE DE L'ETAT DE L'ART

---

### 2.1 - CONCEPTS FONDAMENTAUX ET DÉVELOPPEMENTS THÉORIQUES DES « MEAN FIELD GAMES » (MFG)

---

#### Jean-Michel Lasry and Pierre-Louis Lions (2007)

Dans l'article fondateur « **Mean Field Games** » de Jean-Michel Lasry et Pierre-Louis Lions, publié en 2007 dans le *Japanese Journal of Mathematics*, les auteurs introduisent et développent la théorie révolutionnaire des jeux à champ moyen (MFG). Ils établissent les équations fondamentales des MFG, en particulier l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) pour l'optimisation individuelle, ainsi que l'équation de Fokker-Planck (FP) qui décrit l'évolution de la distribution des états des agents. En fournissant un cadre mathématique rigoureux et en mettant en avant des applications potentielles, cet article jette les bases des recherches et applications ultérieures des jeux à champ moyen dans divers domaines, marquant ainsi la première contribution majeure à ce champ d'étude. [1]

#### Olivier Guéant, Jean-Michel Lasry, Pierre-Louis Lions et al. (2010)

Cet article présente les fondements de la théorie des jeux à champ moyen (**Mean Field Games**), développée pour modéliser les comportements d'un grand nombre d'agents rationnels interagissant anonymement. Les auteurs montrent comment ces outils permettent de représenter des phénomènes économiques, notamment en finance, comme la gestion d'ordres, les décisions d'investissement ou encore la dynamique des marchés. L'article illustre également plusieurs cas d'application et propose des pistes pour le calcul numérique des équilibres, ce qui en fait une ressource essentielle pour comprendre et appliquer la théorie des MFG dans des disciplines diverses. [2]

## 2.2 - APPLICATION DES « MEAN FIELD GAMES » DANS LE TRANSPORT MARITIME

### 2.2.1 • IMPACTS ÉCONOMIQUES DES ROUTES MARITIMES

#### **Hummels (2007)**

L'auteur analyse l'impact profonds de coûts de transport sur le commerce international, en mettant particulièrement en lumière le rôle transformateur de la conteneurisation. L'essor du transport maritime par conteneurs a permis de réduire de manière significative non seulement les coûts directs du transport maritime, mais aussi les coûts de manutention liés au chargement et au déchargement des marchandises. Cette innovation a joué un rôle crucial dans l'amélioration de l'efficacité du commerce maritime, en permettant des livraisons plus fiables et rapides au sein des chaînes d'approvisionnement mondiales. En abaissant les barrières logistiques, la conteneurisation a facilité l'émergence des pratiques de production en flux tendu, renforçant ainsi l'intégration économique et l'efficacité des marchés mondiaux. L'article souligne que la réduction des coûts d'expédition et de manutention grâce à la conteneurisation a largement contribué à l'essor du commerce international, en constituant un facteur clé de l'actuelle ère de mondialisation. [3]

### 2.2.2 • DONNÉES EMPIRIQUES SUR LES ROUTES MARITIMES

#### **Rodrigue and Notteboom (2010)**

L'article met en lumière comment les systèmes logistiques et les gateways en Amérique du Nord et en Europe ont évolué de manière différente sous l'influence de leurs contextes géographiques, économiques et politiques, illustrant le régionalisme dans la distribution du fret maritime. L'intégration des infrastructures terrestres et maritimes ainsi que les spécificités légales et commerciales façonnent ces structures de manière distincte, impactant le commerce international et la logistique globale. Cette comparaison permet de mieux comprendre les enjeux et stratégies logistiques propres à chaque région, notamment face à la croissance continue du commerce maritime mondial. [4]

### 2.2.3 • COMPÉTITION ET COOPÉRATION DANS LES ROUTES MARITIMES

#### **D.-P. Song, A. Lyons, D. Li, and H. Sharifi. . (2016)**

Dans cette article, les auteurs analysent la concurrence entre deux ports à travers le prisme de la chaîne de transport complète, incluant notamment le transport en haute mer, les opérations portuaires, le transport via feeders (courtiers) et le transport terrestre en arrière-pays (hinterland). Le modèle est illustré par une étude de cas portant sur la concurrence entre les ports de Southampton et Liverpool au Royaume-Uni, ce qui permet d'observer les dynamiques de tarification et de choix des ports d'escale dans un contexte réel. [5]

## 2.3 - APPLICATION DES « MEAN FIELD GAMES » DANS DIVERS DOMAINES

### 2.3.1 • MODÈLES COMPORTEMENTAUX ET DE CHOIX D'ITINÉRAIRE

#### Salhab et al. (2018)

cet article explore un modèle de choix d'itinéraire afin de comprendre comment les conducteurs sélectionnent leurs routes entre des paires origine-destination dans un réseau routier. Ce modèle est important pour les planificateurs car il permet de prédire les charges de trafic sur différents segments du réseau, aidant ainsi à optimiser la gestion du trafic.

L'étude aborde le paradoxe de Braess, selon lequel l'ajout d'une nouvelle route peut paradoxalement augmenter la congestion globale en raison des décisions rationnelles prises par les conducteurs.

Les probabilités de transition générées par ce modèle sont utilisées à la fois pour l'estimation du trafic et pour guider efficacement les conducteurs vers leurs destinations.

Cette approche combinant modélisation microscopique (comportement individuel) et macroscopique (comportement collectif) offre une compréhension complète des comportements dans le choix d'itinéraires. [6]

### 2.3.2 • L'IMPACT DE LA PANDÉMIE COVID-19 SUR L'APPROVISIONNEMENT MONDIAL EN FOURNITURES MÉDICALES

#### Jing Wu, Senay Agca et John R. Birge (2022)

Cet article traite des effets majeurs de la pandémie COVID-19 sur les chaînes d'approvisionnement mondiales de fournitures médicales, en particulier sur les choix de sourcing (approvisionnement) des entreprises, notamment américaines. [7]

### 2.3.3 • APPLICATIONS DES JEUX À CHAMP MOYEN EN INGÉNIERIE FINANCIÈRE ET EN THÉORIE ÉCONOMIQUE

#### René Carmona (2020)

L'article donne un panorama des applications des Jeux à Champ Moyen (Mean Field Games, MFG) pour modéliser les interactions stratégiques entre un très grand nombre d'agents dans la finance et l'économie. Le cadre mathématique permet d'étudier comment chaque acteur, en optimisant ses propres décisions, influence et est influencé par la dynamique agrégée du système, ce qui est particulièrement pertinent pour les marchés financiers, la macroéconomie et les nouvelles industries numériques. [8]

## 3 - ANALYSE DE DONNÉES

### 3.1 - PLATEFORME SHIPFIX

Shipfix est une plateforme accessible au CMAP qui transforme un volume massif de données brutes en informations exploitables, ce qui aide le secteur maritime à optimiser les flux, réduire les coûts et réagir plus vite aux opportunités et contraintes du marché.

elle permet plus précisément de visualiser et enregistrer les mouvements de navires et cargaisons chaque jour (données d'Import/Export), ce qui permet de repérer les tendances de marché, les congestions portuaires et les flux commerciaux.

### 3.2 - APERÇU DU JEU DE DONNÉES SHIPFIX

#### 3.2.1 • ACTIVITÉS DES PORTS

| Date       | Waiting/Other | Load | Discharge | Discharge ⇒ Reload | All activities | MA 90 Days |
|------------|---------------|------|-----------|--------------------|----------------|------------|
| 2023-08-11 | 186           | 43   | 35        | 8                  | 272            | 268.82     |
| 2020-06-20 | 188           | 28   | 33        | 7                  | 256            | 254.37     |

Fig. 1. – Ports activities

Ce dataset a permis de comprendre l'impact des événements majeurs (blocage du canal de Suez, guerre en Ukraine, pandémie, événements météorologiques extrêmes)

- **Date:** est la date à laquelle l'enregistrement a été effectué.
- **Waiting/Other:** le nombre de navires en attente d'activité.
- **Load:** nombre de navires en charge.
- **Discharge:** nombre de navires en décharge.
- **Discharge Reload:** nombre de navires déchargés prêts à une recharge.
- **All activities:** toutes les activités effectuées sur le port.

-MA 90 Days: moyenne de toutes les activités effectuées sur le port sur les 90 derniers jours.

### 3.2.2 • FLUX COMMERCIAL

|   | Date       | Other minor bulks | Agri    | Coal    | Minerals | Ferts   | Steels | Minor ores & conc | Iron ore | Forestry | Project | MA 90 Days  |
|---|------------|-------------------|---------|---------|----------|---------|--------|-------------------|----------|----------|---------|-------------|
| 0 | 2020-10-19 | 2649441           | 3004044 | 4179730 | 1558401  | 1276256 | 477271 | 436188            | 1036630  | 151818   | 115095  | 0.00        |
| 1 | 2020-10-20 | 2056152           | 3140192 | 4214460 | 1470873  | 1048918 | 773578 | 335831            | 677054   | 66760    | 107329  | 14388010.50 |

Fig. 2. – TradeFlows

Ce dataset permet de visualiser la matière première la plus transitée. En colonne on a la liste des matières premières transitées. les données indiquent la quantités de bien transportés (en Poids Kg).

### 3.2.3 • DONNÉES D'IMPORT/EXPORT

| Date       | Bangladesh | India  | Philippines | China  | Thailand | South Korea | Vietnam | Malaysia | Japan  | Taiwan | Other  |
|------------|------------|--------|-------------|--------|----------|-------------|---------|----------|--------|--------|--------|
| 2025-05-13 | 210000     | 813000 | 288000      | 424001 | 220000   | 0           | 0       | 0        | 47000  | 68000  | 100000 |
| 2025-05-14 | 30500      | 275000 | 30000       | 634001 | 82000    | 136000      | 200000  | 58000    | 310000 | 0      | 156000 |

Fig. 3. – Données d'exportations du « **Coal** » depuis l'Indonésie

En colonne on a les pays importateurs depuis l'Indonésie. les données indiquent la quantités de bien transportés (en Poids Kg).

| Date       | Mozambique | US     | Australia | India  | China | Russia | Indonesia | Singapore | SAFR   | Colombia | Other  |
|------------|------------|--------|-----------|--------|-------|--------|-----------|-----------|--------|----------|--------|
| 2025-05-20 | 0          | 185000 | 75000     | 324000 | 0     | 75000  | 369000    | 0         | 143000 | 0        | 143000 |
| 2025-05-21 | 75000      | 115000 | 503000    | 107000 | 0     | 0      | 420000    | 0         | 75000  | 0        | 136000 |

Fig. 4. – Données d'importations du « **Coal** » en Inde

En colonne on a les pays exportateurs vers l'Inde. les données indiquent la quantités de bien transportés (en Poids Kg).

## 3.3 - ANALYSE EXPLORATOIRE DES DONNÉES.

### 3.3.1 • MATIÈRE PREMIÈRE LA PLUS TRANSITÉE?

en visualisant le datFrame du flux commercial (fig.2 ) on trouve que le « **Coal** » est l'une des matière première la plus transitée après le « **Liquid and Gas** ».

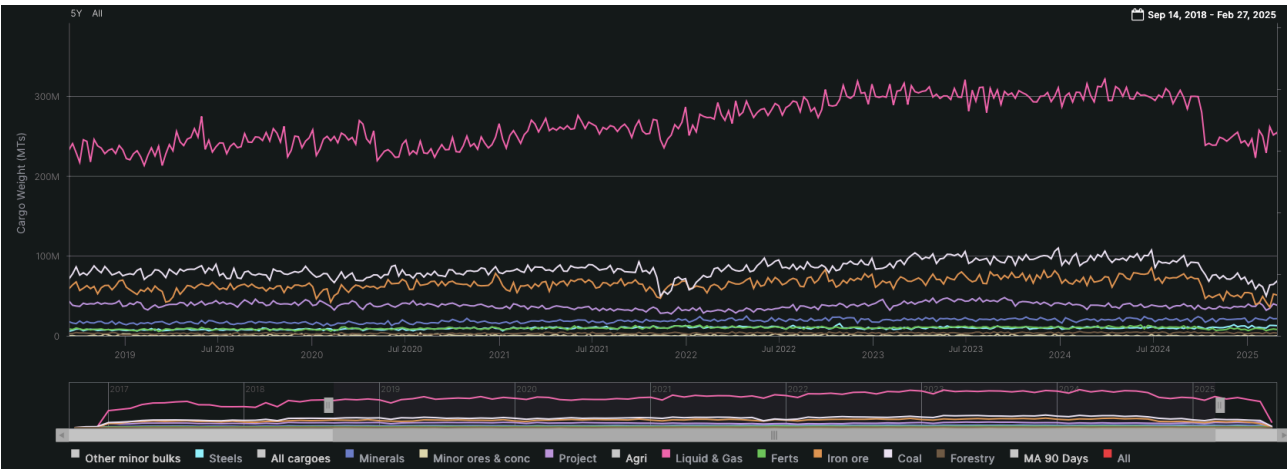


Fig. 5. – TradeFlows Visualisation

3.3.2 • PLUS GROS IMPORTATEURS DU COAL?

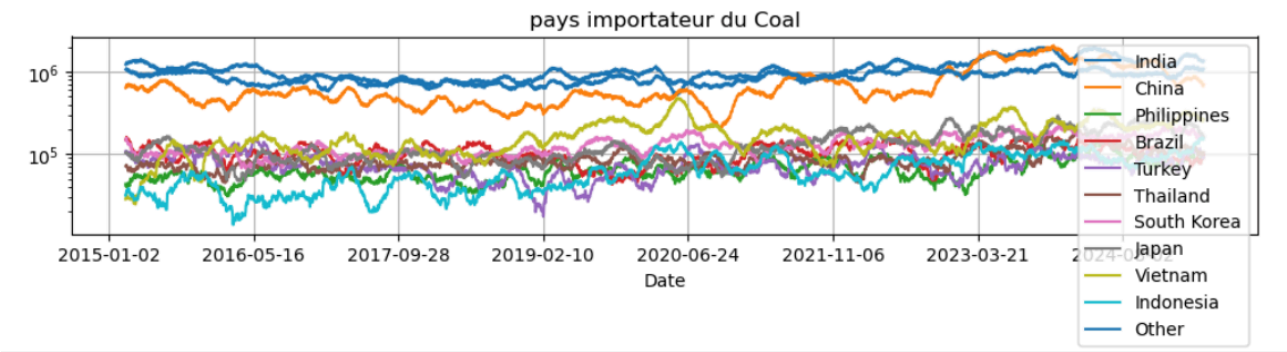


Fig. 6. – pays les plus importateurs du « Coal »

En faisant une moyenne on obtient:

|             |              |
|-------------|--------------|
| India       | 1.081445e+06 |
| Other       | 8.579883e+05 |
| China       | 7.097834e+05 |
| Vietnam     | 1.685493e+05 |
| Japan       | 1.316502e+05 |
| South Korea | 1.305631e+05 |
| Brazil      | 1.045033e+05 |
| Thailand    | 8.860279e+04 |
| Turkey      | 7.606166e+04 |
| Philippines | 6.599050e+04 |
| Indonesia   | 6.574727e+04 |

Fig. 7. – pays les plus importateurs du « Coal »

Ainsi les 5 pays les plus importateurs du « Coal » sont: Inde, Chine, Vietnam; Japon et Corée du sud.

3.3.3 • PLUS GROS EXPORTATEURS DU COAL?

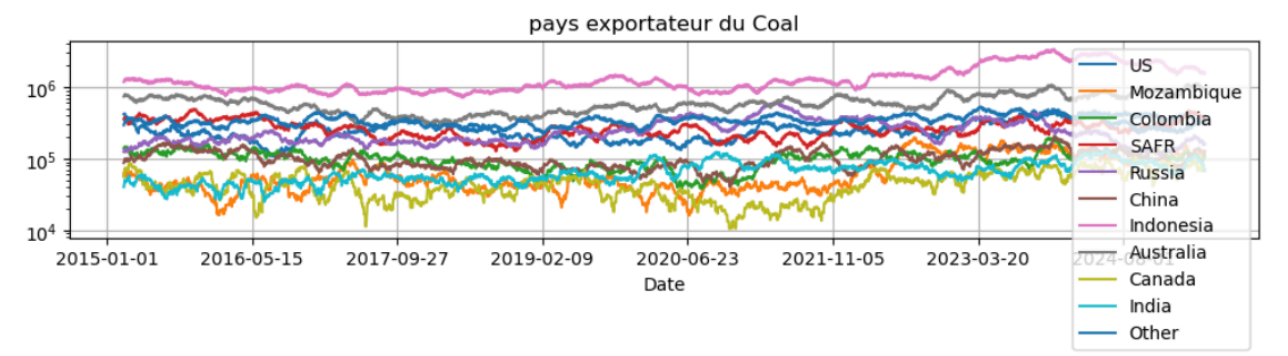


Fig. 8. – pays les plus exportateurs du « Coal »

En faisant une moyenne on obtient:

|                            |              |
|----------------------------|--------------|
| Indonesia                  | 1.367806e+06 |
| Australia                  | 6.080113e+05 |
| Other                      | 3.383031e+05 |
| SAFR                       | 2.677595e+05 |
| US                         | 2.676640e+05 |
| Russia                     | 2.445743e+05 |
| China                      | 1.021539e+05 |
| Colombia                   | 1.009883e+05 |
| Mozambique                 | 6.953061e+04 |
| India                      | 6.714100e+04 |
| Canada                     | 4.610642e+04 |
| Name: mean, dtype: float64 |              |

Fig. 9. – pays les plus exportateurs du « Coal »

Ainsi les 5 pays les plus importateurs du « Coal » sont: **Indonesie, l’Australie, l’Afrique du sud (SAFR); l’US et la Russie.**

En utilisant les datasets des figures 3 et 4, nous pouvons visualiser le flux commercial du « Coal » chaque jour :



Flux Sankey exportateurs → importateurs (2022-03-11)

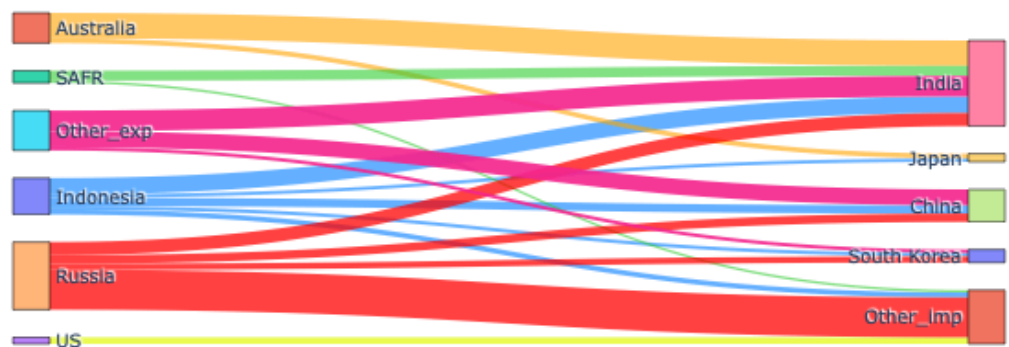


Fig. 10. – Diagramme du Flux Commercial du « Coal »

on regroupe toutes ces données dans un DataFrame qui nous servira pour la régression.

| country_from | Indonesia   |        |         |        |         |           | Australia ... |        |        |        |     |       | Russia |       |         |           |        |        | Other_exp |       |             |
|--------------|-------------|--------|---------|--------|---------|-----------|---------------|--------|--------|--------|-----|-------|--------|-------|---------|-----------|--------|--------|-----------|-------|-------------|
| country_to   | South Korea | Japan  | India   | China  | Vietnam | Other_imp | South Korea   | Japan  | India  | China  | ... | Japan | India  | China | Vietnam | Other_imp | India  | China  | Vietnam   | Japan | South Korea |
| Date         |             |        |         |        |         |           |               |        |        |        |     |       |        |       |         |           |        |        |           |       |             |
| 2015-01-05   | 422752      | 159706 | 851377  | 650568 | 0       | 290053    | 159706        | 0      | 293580 | 460332 | ... | 0     | 23486  | 0     | 0       | 135046    | 41101  | 463853 | 11743     | 0     | 0           |
| 2015-01-06   | 0           | 0      | 1003801 | 631632 | 35221   | 524795    | 0             | 79835  | 717217 | 563538 | ... | 23480 | 0      | 0     | 0       | 93923     | 98618  | 119752 | 11740     | 0     | 0           |
| 2015-01-07   | 110056      | 0      | 407337  | 258063 | 25300   | 158127    | 0             | 110056 | 612267 | 164452 | ... | 0     | 0      | 0     | 0       | 151800    | 86021  | 180896 | 0         | 0     | 0           |
| 2015-01-08   | 104207      | 0      | 657804  | 315224 | 39077   | 240974    | 140679        | 182362 | 566625 | 677344 | ... | 0     | 0      | 7164  | 0       | 13024     | 200598 | 80759  | 3907      | 0     | 208414      |
| 2015-01-09   | 84682       | 0      | 336234  | 143210 | 37359   | 682433    | 0             | 62266  | 249064 | 261517 | ... | 0     | 0      | 0     | 0       | 18056     | 47322  | 0      | 0         | 59775 | 0           |

Fig. 11. – Flux Commercial du « Coal » dans un DataFrame

3.3.4 • IMPACT DE LA GUERRE EN UKRAINE

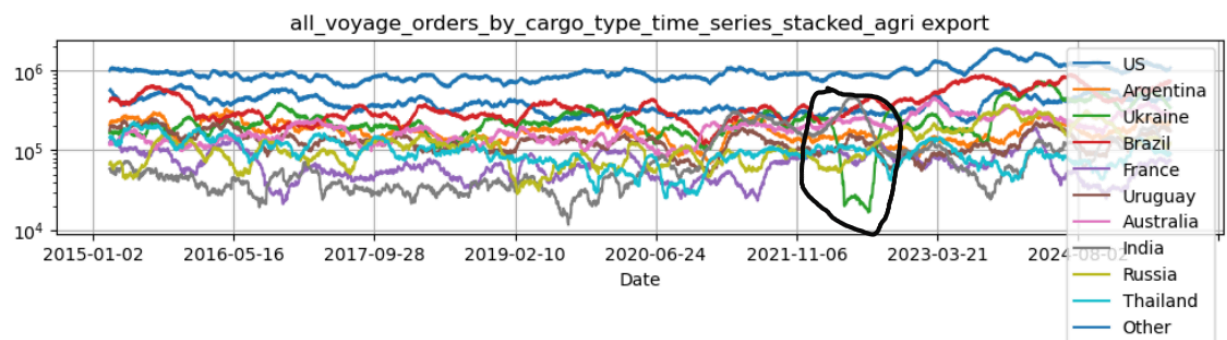


Fig. 12. – Exportations des produits agricoles



On observe bien la chute de la courbe verte en 2022 qui représente l'Ukraine. cela s'explique bien par la guerre qui a débuté en Ukraine en 2022.

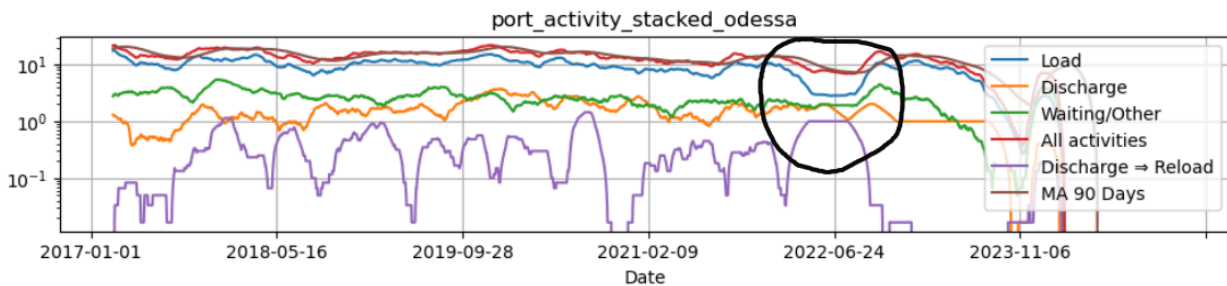


Fig. 13. – Activités du port Odessa en Russie

On observe bien une baisse des activités en 2022 au niveau de l'un des ports les plus actifs et stratégiques de l'Ukraine. cela est dû à la guerre qui a débuté en 2022.

### 3.4 - CALCULE DES DISTANCES ENTRE PAYS « $g(T_{ij})$ »

#### 3.4.1 • DATASET DES POSITIONS DES PORTS

|     | Port          | Latitude | Longitude | Pays      |
|-----|---------------|----------|-----------|-----------|
| 0   | Tanjung Priok | -6.1040  | 106.8865  | Indonesia |
| 1   | Tanjung Perak | -7.1970  | 112.7331  | Indonesia |
| 2   | Belawan       | 3.7769   | 98.6859   | Indonesia |
| 3   | Teluk Bayur   | -0.9735  | 100.3657  | Indonesia |
| 4   | Cirebon       | -6.7058  | 108.5703  | Indonesia |
| ... | ...           | ...      | ...       | ...       |
| 87  | Richards Bay  | -28.7830 | 32.0377   | SAFR      |

Fig. 14. – Diagramme du Flux Commercial du « Coal »

Ce dataset regroupe les différentes positions (Longitude, Latitude) des ports des pays sélectionnés. Ce qui permettra de calculer les distances entre les pays.

A partir de ce dataset, on fabrique un autre dataset de route qui relie 2 ports de pays différents. on obtient :

|    | route name  | olon     | olat   | dlon    | dlat    |
|----|---|----------|--------|---------|---------|
| 9  | Indonesia-India, Tanjung Priok - Jawaharlal Ne... | 106.8865 | -6.104 | 72.9416 | 18.9633 |
| 10 | Indonesia-India, Tanjung Priok - Mundra Port      | 106.8865 | -6.104 | 69.7079 | 22.7407 |

Fig. 15. – Diagramme du Flux Commercial du « Coal »

- **route name**: c'est le nom de la route entre 2 ports.
- **olon**: longitude du port d'origine.
- **olat**: latitude du port d'origine.
- **dlon**: longitude du port de destination.
- **dlat**: latitude du port de destination.

### 3.4.2 • BIBLIOTHÈQUE SEAROUTE

En utilisant la Bibliothèque Searoute [12] , on obtient un fichier out.geojson qui contient les distances calculées. ce fichier est visualisé sur l'application <https://geojson.io> .

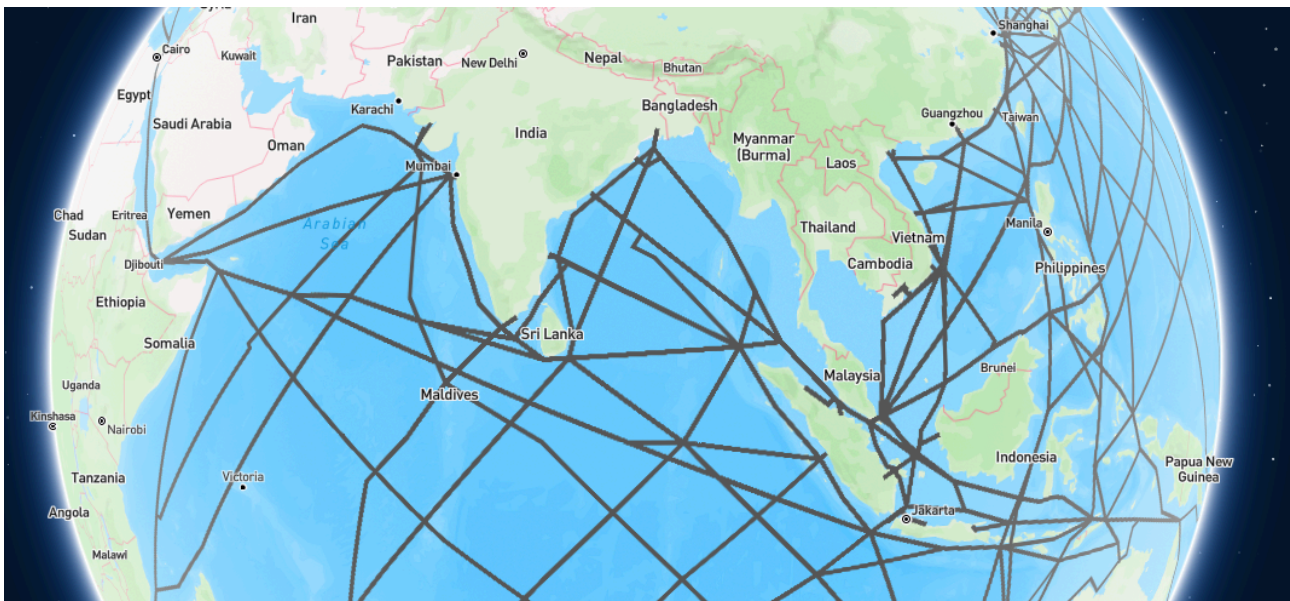


Fig. 16. – Visualisation de quelques routes maritimes.

le rendu de ce fichier en Dataframe est le suivant:

|   | route_main      | distKM       |
|---|-----------------|--------------|
| 0 | Australia China | 8156.224375  |
| 1 | Australia SAFR  | 10828.064062 |

Fig. 17. – Visualisation de quelques distances.

## 4 - MODÈLES ET MÉTHODES

### 4.1 - MODÈLE MATHÉMATIQUES

#### 4.1.1 • NOTATIONS

Pour le confort du lecteur, ci-dessous les notations principales utilisées dans le rapport ; comme indiqué, dans l'article de **Charles-Albert Lehalle et al. [18]**.

1.  $N \in \mathbb{N}_+$ , avec  $\mathbb{N}_+$  l'ensemble des entiers naturels strictement positifs, désigne le nombre de joueurs dans le jeu.
2.  $T$  : il désigne le nombre d'étapes du jeu (dynamique) ;  $\mathcal{T} := \{1, \dots, T\}$  désigne les instants de temps du jeu.  $T_{ij}$  désigne le temps mis pour quitter du port  $i$  au port  $j$ .
3.  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  : il désigne un graphe orienté, où  $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, V\}$  est l'ensemble des nœuds (intersections) et  $\mathcal{E} = \{1, 2, \dots, F\}$  est l'ensemble des arcs dirigés.
4. Étant donné un graphe orienté, pour chaque  $i \in \mathcal{V}$ ,  $\mathcal{V}(i) \subseteq \mathcal{V}$  désigne l'ensemble des intersections vers lesquelles il existe un lien dirigé à partir de l'intersection  $i$ .
5. Étant donné un graphe orienté,  $i_{n,t} \in \mathcal{V}$  désigne le nœud où se trouve le joueur  $n$  à l'instant  $t$ .
6.  $\Delta^J$ ,  $J \in \mathbb{N}_+$  : désigne le simplexe de probabilité de dimension  $J$ .
7. Étant donné un graphe orienté,  $Q_i^n(t) = \{Q_i^n(t)\}_{i \in \mathcal{V}} \in \Delta^{|\mathcal{V}(i)|-1}$  désigne la distribution de probabilité selon laquelle le joueur  $n$  à l'intersection  $i$  choisit la prochaine destination  $j \in \mathcal{V}(i)$ .
8.  $Q_{\{n,t\}} = \{Q_i^n(t)\}_{i \in \mathcal{V}}$  : il désigne l'ensemble des distributions de probabilité à l'instant  $t_n$ , qui est la politique du joueur  $n$  à l'instant  $t$  ;  $\mathcal{Q} = \{Q_i(t)\}_{i \in \mathcal{V}, t \in \mathcal{T}}$  est l'espace des politiques admissibles.
9.  $P^{n(0)} = P_0 \in \Delta^{|\mathcal{V}|-1}$  : il désigne la distribution de probabilité de la position initiale des joueurs.
10.  $p^n(t) = \{p_i^n(t)\}_{i \in \mathcal{V}}$  : il désigne la distribution de probabilité de la position du joueur  $n$  à l'instant  $t$  ; elle est calculée récursivement par :  $p_j^n(t+1) = \sum_i p_i^n(t) Q_{i,j}^n(t)$ ,  $\forall t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{V}$
11.  $M_{ij}^n$  désigne la marge faite sur le bien  $n$  en la transportant du port  $i$  vers le port  $j$ ,  $v_n^i$  désigne la valeur du bien  $n$  au port  $i$ .
12.  $\Phi_{i,j}^{n,Q}$  désigne le flux du bien  $n$  transporté du port  $i$  vers le port  $j$  suivant la matrice de transition  $Q$



$Q_{i,j}^n(t^+)$  la matrice de transition, qui correspond à la probabilité de déplacer une unité du bien  $n$  du port  $i$  vers le port  $j$ .

$P_i^n(t)$  la probabilité de présence du bien  $n$  au port  $i$  à l'instant  $t$  (juste avant la prise de décision)

#### 4.1.3 • COÛT DE TRANSPORT DU BIEN $n$ DEPUIS LE PORT $i$

Comme indiqué dans l'article de **Charles-Albert Lehalle et al. [18]**,

L'estimation attendue des coûts de transport perçus depuis le port  $i$  pour le bien  $n$  au moment de la décision s'écrit :

$$C_{i,\cdot}^{n,Q}(t^+) = c_n \sum_{j \neq i; j \in \mathcal{V}(i)} |\Phi_{i,j}^{n,Q}(t^+)|^\gamma g(T_{i,j}) \quad (2)$$

En considérant des coûts quadratiques, c'est-à-dire  $\gamma = 2$ , on obtient un modèle mathématique plus simple.

#### 4.1.4 • COÛT DE CONGESTION ATTENDU AUX DIFFÉRENTS PORTS DE DESTINATIONS $j$ POUR UN BIEN $n$ QUITTANT DU PORT $i$

Comme indiqué dans l'article de **Charles-Albert Lehalle et al. [18]**,

la décision d'envoyer des biens du port  $i$  vers le port  $j$  dépend de l'ensemble des biens qui arriveront simultanément au port  $j$ . En utilisant la notation  $T_{i,j}$  pour désigner le temps de transport entre  $i$  et  $j$ , cela signifie que les biens envoyés à l'instant  $t^+$  arriveront à  $\tau = t^+ + T_{i,j}$ .

De même, les biens envoyés depuis un autre port  $l$  vers la même destination  $j$  et arrivant au même moment  $\tau$  devront avoir été envoyés à  $\tau - T_{l,j}$ , soit à  $t^+ + T_{i,j} - T_{l,j}$ .

Cela nous amène à la notation suivante pour le coût lié à la décision  $Q$  prise au port  $i$  :

$$R_i^Q(t^+) = E_{t^+} \left\{ \sum_j r_j \left| \sum_n \sum_{l \neq i} \Phi_{l,j}^{n,Q}(t^+ + T_{i,j} - T_{l,j}) + \sum_n \Phi_{i,j}^{n,Q}(t^+) \right|^\rho \right\}$$

L'espérance conditionnelle signifie que la décision est prise à l'instant  $t$ , même si la réalisation de certains processus stochastiques ne sera connue que plus tard.

En considérant à nouveau  $\rho = 2$ , c'est-à-dire des coûts quadratiques, le modèle mathématique devient plus simple.

Lorsque le jeu est stationnaire; c'est à dire  $T_{i,j} = T_{l,j}$ , les coûts d'encombrement  $R_i^Q(t^+)$  s'écrivent :

$$R_i^Q(t^+) = \sum_j r_j \left| \sum_n \sum_{l \neq i} \Phi_{l,j}^{n,Q} + \sum_n \Phi_{i,j}^{n,Q} \right|^2 \quad (3)$$

#### 4.1.5 • MODÉLISATION DE LA MARGE FAITE SUR UN BIEN $n$ QUITTANT DU PORT $i$

La Marge est exprimée comme la différence entre la valeur  $v_j^n$  du bien  $n$  au port d'arrivée  $j$  et sa valeur  $v_i^n$  au port de départ  $i$  :

$$M_i^{n,Q} = \sum_j \Phi_{i,j}^{n,Q}(t^+) [v_j^n - v_i^n] = \sum_j \Phi_{i,j}^{n,Q}(t^+) M_{i,j}^n \quad (4)$$

$M_{i,j}^n$  désigne la marge commerciale, soit  $v_j^n - v_i^n$ .

#### 4.1.6 • CHAMPS MOYEN

le champ moyen est représenté par une matrice  $[\varphi]_{n,i} = \varphi_i^n$ . Sa composante  $n, i$  contient la quantité du bien  $n$  disponible au port  $i$ .

Le flux contrôlé  $\Phi_{i,j}^{n,Q}$  sera interprété comme une simple multiplication du champ moyen (ce qui est présent au port  $i$ ) par la matrice de transition (ce qui est envoyé de ce port vers  $j$ ) :

$$\Phi_{i,j}^{n,Q} = \varphi_i^n Q_{i,j}^n \quad (5)$$

où  $\varphi_i^n$  est la distribution invariante de la matrice de transition  $Q^n$

par définition du vecteur invariant (équation statique), on a :

$$\forall n : \left\{ \forall j : \varphi_j^n = \sum_i \varphi_i^n Q_{i,j}^n \right\} \quad (6)$$

#### 4.1.7 • GAIN TOTAL $G_i^{n,Q}$ SUR LE BIEN $n$ QUITTANT DU PORT $i$

le Gain obtenu sur un bien  $n$  quittant du port  $i$  est donnée par:

$$\begin{aligned} G_i^{n,Q} &= M_i^{n,Q} - R_i^Q - C_{i,.}^{n,Q} \\ &= \sum_j \Phi_{i,j}^{n,Q} M_{i,j}^n - \sum_j r_j \left( \sum_n \sum_{l \neq i} \Phi_{l,j}^{n,Q} + \sum_n \Phi_{i,j}^{n,Q} \right)^2 - c_n \sum_{j \neq i} \left( \Phi_{i,j}^{n,Q} \right)^2 g(T_{i,j}) \\ &= \sum_j \Phi_{i,j}^{n,Q} M_{i,j}^n - \sum_j r_j \left( \sum_{m \neq n} \sum_l \Phi_{l,j}^{m,Q} + \sum_{l \neq i} \Phi_{l,j}^{n,Q} + \Phi_{i,j}^{n,Q} \right)^2 - c_n \sum_{j \neq i} \left( \Phi_{i,j}^{n,Q} \right)^2 g(T_{i,j}) \end{aligned}$$

En introduisant l'équation (5) de la partie précédente, l'expression du Gain devient :

$$G_i^{n,Q} = \sum_j \varphi_i^n Q_{i,j}^n M_{i,j}^n - \sum_j r_j \left( \sum_{m \neq n} \sum_l \varphi_l^m Q_{l,j}^m + \sum_{l \neq i} \varphi_l^n Q_{l,j}^n + \varphi_i^n Q_{i,j}^n \right)^2 - c_n \sum_{j \neq i} \left( \varphi_i^n Q_{i,j}^n \right)^2 g(T_{i,j}) \quad (7)$$

**Proposition (Approximation du champ moyen au niveau des ports d'origine).**

Comme indiqué dans l'article de **Charles-Albert Lehalle et al. [18]**

Lorsque le nombre de ports est suffisamment grand, chaque agent se concentre sur l'optimisation au niveau d'un seul port d'origine et d'un seul bien, et perçoit les autres flux comme un effet indépendant :

$$\sum_{l \neq i} \varphi_l^n Q_{l,j}^n + \varphi_i^n Q_{i,j}^n \approx \sum_l \varphi_l^n Q_{l,j}^n + \varphi_i^n Q_{i,j}^n = \varphi_j^n + \varphi_i^n Q_{i,j}^n \quad (8)$$

En utilisant cette équation (8) et l'équation statique (6), l'expression du Gain total devient :

$$G_i^{n,Q} = \sum_j \varphi_i^n Q_{i,j}^n M_{i,j}^n - \sum_j r_j \left[ \left( \sum_{m \neq n} \varphi_j^m \right) + \varphi_j + \varphi_i^n Q_{i,j}^n \right]^2 - c_n \sum_{j \neq i} (\varphi_i^n Q_{i,j}^n)^2 g(T_{i,j}) \quad (9)$$

#### 4.1.8 • PROBLÈME D'OPTIMISATION

l'objectif étant de maximiser le Gain, ainsi le problème posé est le suivant:

$$\max_{Q_{i,.}^n} \{ G_i^{n,Q} \} = \max_{Q_{i,.}^n} \left\{ \sum_j \varphi_i^n Q_{i,j}^n M_{i,j}^n - \sum_j r_j \left[ \left( \sum_{m \neq n} \varphi_j^m \right) + \varphi_j + \varphi_i^n Q_{i,j}^n \right]^2 - c_n \sum_{j \neq i} (\varphi_i^n Q_{i,j}^n)^2 g(T_{i,j}) \right\}$$

$$Q_{i,.}^n = (Q_{i,j}^n)_j$$

la contrainte d'optimisation est donnée par :  $\sum_j Q_{i,j} = 1$

#### 4.1.9 • RÉOLUTION DU PROBLÈME PAR LA METHODE DU LAGRANGIEN

Le Lagrangien est donné par:

$$\begin{aligned} L(G_i^{n,Q}, \lambda_i^n) &= G_i^{n,Q} + \lambda_i^n \sum_j Q_{i,j} \\ &= \sum_j \varphi_i^n Q_{i,j}^n M_{i,j}^n - \sum_j r_j \left[ \left( \sum_{m \neq n} \varphi_j^m \right) + \varphi_j + \varphi_i^n Q_{i,j}^n \right]^2 - c_n \sum_{j \neq i} (\varphi_i^n Q_{i,j}^n)^2 g(T_{i,j}) + \lambda_i^n \sum_j Q_{i,j} \end{aligned}$$

en résolvant l'équation :  $\frac{d}{dQ_{i,j}} (L(G_i^{n,Q}, \lambda_i^n)) = 0$  et en posant :  $\dot{\varphi}_j = \sum_m \varphi_j^m$ ,

$$\text{on obtient: } Q_{i,j}^n = \frac{\omega_{i,j}^n}{2\varphi_{i,.}^n} (M_{i,j}^n - 2r_j \dot{\varphi}_j - \lambda_i^n) \quad (10)$$

$$\text{en utilisant la contrainte : } \sum_j Q_{i,j} = 1, \text{ on trouve } \lambda_i^n = \frac{1}{\sum_l \omega_{i,l}^n} \sum_l \omega_{i,l}^n (M_{i,j}^n - 2r_l \dot{\varphi}_l) \quad (11)$$

$$\text{avec } \omega_{i,j}^n = (r_j + c_n g(T_{i,j}) 1_{j \neq i})^{-1} \quad (12)$$

En résumé,

$$\begin{cases} Q_{i,j}^n = \frac{\omega_{i,j}^n}{2\varphi_{i,.}^n} (M_{i,j}^n - 2r_j \dot{\varphi}_j - \lambda_i^n) \\ \lambda_i^n = \frac{1}{\sum_l \omega_{i,l}^n} \sum_l \omega_{i,l}^n (M_{i,j}^n - 2r_l \dot{\varphi}_l) \\ \omega_{i,j}^n = (r_j + c_n g(T_{i,j}) 1_{j \neq i})^{-1} \end{cases}$$



En combinant les équations (10) et (11), on obtient la solution à notre problème d'optimisation:

$$Q_{i,j}^n \varphi_{i,.} = \omega_{i,j}^n \underbrace{\frac{1}{2} \left( M_{i,j}^n - \sum_l \frac{\omega_{i,l}^n}{\sum_r \omega_{i,r}^n} M_{i,l}^n \right)}_{\text{Marge relative}} - \omega_{i,j}^n \underbrace{\left( r_j \dot{\varphi}_j - \sum_l \frac{\omega_{i,l}^n}{\sum_r \omega_{i,r}^n} r_l \dot{\varphi}_l \right)}_{\text{Congestion relative}} \quad (13)$$

$$= \omega_{i,j}^n \bar{M}_{ij} + \sum_l \omega_{i,j}^n \left( \frac{\omega_{i,j}^n}{\sum_r \omega_{i,r}^n} - 1_{j=l} \right) r_l \dot{\varphi}_l$$

$$Q_{i,j}^n \varphi_{i,.} = A_{ij}^n + \sum_l B_{ij,l}^n \dot{\varphi}_l \quad (14)$$

**Remarque :**

- Plus la marge relative au barycentre des marges au différents ports de destination est élevée, plus on envoie de quantité de bien n vers le port  $j$ .
- Plus l'on s'attend à de la congestion au port de destination (toujours relative par rapport au barycentre de la congestion aux différents ports de destination), moins on y envoie de quantité de bien n.
- Les coûts globaux (en particulier les coûts de transport) pénalisent également la quantité envoyée.
- Le schéma de pondération donne moins de poids aux lieux où la congestion coûte plus cher (indépendamment de ce qui est envoyé, à cause du terme  $r_j$  au dénominateur et aux lieux qui subissent des coûts de transport élevés (à cause du terme  $c_{ng}(T_{i,j})$ ), sauf pour le port considéré  $i$ , puisque le coût de transport y est nul.

## 4.2 - MÉTHODE DE RÉGRESSION LINÉAIRE

### 4.2.1 • MODÈLE DE RÉGRESSION

Au regard de l'équation (14) :  $Q_{i,j}^n \varphi_{i,.} = A_{ij}^n + \sum_l B_{ij,l}^n \dot{\varphi}_l$ ,

l'équation du modèle de régression est donnée par:

$$y = A + \sum_l B_l x_l + \epsilon \quad (15)$$

où:

- $y$ : représente la quantité de bien n à envoyer du port  $i$  vers le port  $j$  au temps  $t$  ( $Q_{i,j}^n \varphi_{i,.}(t)$ ).
- $x_l$ : variable indépendante  $\dot{\varphi}_l$ , représentant la somme de tous les biens exportés vers le port  $l$  au temps  $t$  ( $\sum_m \dot{\varphi}_l^m(t')$ )
- $A$ : intercept (constante).
- $B_l$ : coefficients associés aux variables  $x_l$
- $\epsilon$ : terme d'erreur.



## 4.2.2 • DATAFRAME POUR LA RÉGRÉSSION LINÉAIRE

Pour appliquer la régression, Je mets en place un DataFrame pour chaque trajet (i vers j) en utilisant le DataFrame du flux commercial du « Coal » donné à la **figure (11)**.

Les attribues du DataFrame sont les suivantes:

- **y**, la quantité de bien envoyé du port *i* vers le port *j*. dans le soucis d'avoir un DataFrame moins vide je prends une moyenne sur 10 jours. et donc

$$y = \frac{1}{T} \sum_{\tau=1}^T Q_{i,j}^n(t + \tau) \varphi_{i,.}^n(t + \tau); \text{ avec } T=10 \text{ jours.}$$

- **x0**: la somme de tous les biens exportés vers l'Inde au temps *t'*

- **x1**: la somme de tous les biens exportés vers la chine au temps *t'*

- **x2**: la somme de tous les biens exportés vers le Vietnam au temps *t'*

- **x3**: la somme de tous les biens exportés vers le Japon au temps *t'*

- **x4**: la somme de tous les biens exportés vers la Corée du sud au temps *t'*

notons que la congestion moyenne anticipé au port *l* est donnée par:

$x_l(t + \delta T) := \frac{1}{T} \sum_{\tau} \dot{\varphi}_l(t + \delta T + \tau)$ , où  $\delta T$  est le temps moyen mis pour arriver à destination. pour notre cas nous prendrons  $\delta T = 1$  mois

|                     | y                 | x0                      | x1                      | x2                        | x3                      | x4                           |
|---------------------|-------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|------------------------------|
|                     | $Q_{ij}\varphi_i$ | $\dot{\varphi}_{India}$ | $\dot{\varphi}_{China}$ | $\dot{\varphi}_{Vietnam}$ | $\dot{\varphi}_{Japan}$ | $\dot{\varphi}_{SouthKorea}$ |
| Date                |                   |                         |                         |                           |                         |                              |
| 2015-01-10 00:00:00 | 17721.818         | 1271188.545             | 750474.182              | 36361.545                 | 108143.636              | 131225                       |
| 2015-01-11 00:00:00 | 3203.091          | 1107420.364             | 659522.182              | 25121.727                 | 97592.091               | 97046.727                    |
| 2015-01-12 00:00:00 | 3203.091          | 1253029.636             | 658036.818              | 25121.727                 | 124841.364              | 93778.545                    |
| 2015-01-13 00:00:00 | 3203.091          | 1392939.818             | 632004.909              | 25121.727                 | 138038.545              | 75391.273                    |
| 2015-01-14 00:00:00 | 6849.545          | 1514025.818             | 687576.182              | 25121.727                 | 138038.545              | 79477.364                    |

Fig. 19. – DataFrame Pour la régression du trajet « Indonesia to Japan »

## 4.3 - ESTIMATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE

on veut estimer les valeurs du bien  $n$  au port  $i$  et  $j$ ; le coût de transport  $c_n$  et le coût de congestion  $r_j$ .

pour ce fait, il suffit de résoudre l'équation:  $A_{ij}^n = \omega_{i,j}^n \bar{M}_{ij} \approx \frac{v_j^n - v_i^n}{r_j + c_n g(T_{ij}) 1_{j \neq i}}$ ,

qui est vrai pour tout  $i, j$  et  $n$ .

en utilisant le maximum de vraisemblance, cela revient à résoudre le problème de minimisation suivant:

$$\min_{c_n, \{v_i\}, \{r_j\}} \left\{ \sum_{i \neq j} \left\| A_{ij}^n (r_j + c_n g(T_{ij}) 1_{j \neq i}) - (v_j^n - v_i^n) \right\|^2 \right\} \quad (16)$$

ce problème a bien une solution car les données d'observations sont bien plus grandes que les inconnus. on a  $J \times (J-1) \times N \times \{\text{dates}\}$  données disponibles. et  $2J \times N + N$  inconnus.

on va prendre  $g(T_{ij}) = T_{ij}$  (distance entre les pays  $i$  et  $j$ ) qui est bien connu.

## 5 - RÉSULTATS ET ANALYSES

Dans ce chapitre, sont présentés les résultats obtenus à partir de l'analyse du flux commercial du bien: « Coal » en prenant les 05 pays qui exportent le plus et 05 pays qui importent le plus de cette matière première.

### 5.1 - RÉGRESSION LINÉAIRE

La sortie de la régression fournit des mesures statistiques détaillées pour le modèle de régression aux moindres carrés ordinaires (OLS). Les principaux résultats sont résumés dans le DataFrame ci-dessous :

|    | country_from | country_to  | good_n | intercept (A) | $B_0$  | $B_1$  | $B_2$   | $B_3$  | $B_4$       | Residus     | distKM    |
|----|--------------|-------------|--------|---------------|--------|--------|---------|--------|-------------|-------------|-----------|
|    |              |             |        |               | India  | China  | Vietnam | Japan  | south korea |             |           |
| 0  | Indonesia    | India       | Coal   | 49726.862     | 0.252  | 0.131  | 0.323   | -0.041 | -0.09       | 3782562.787 | 4537.691  |
| 1  | Indonesia    | China       | Coal   | 9024.889      | -0.018 | 0.519  | -0.107  | 0.351  | 0.519       | 6057343.383 | 4857.404  |
| 2  | Indonesia    | Vietnam     | Coal   | 30460.762     | -0.015 | 0.044  | 0.171   | -0.083 | 0.059       | 626337.521  | 2616.447  |
| 3  | Indonesia    | Japan       | Coal   | 6938.638      | 0.006  | 0.012  | 0.011   | 0.02   | 0.036       | 236080.549  | 5828.925  |
| 4  | Indonesia    | South Korea | Coal   | 10086.824     | 0.01   | 0.012  | -0.005  | 0.078  | 0.018       | 323277.505  | 5375.281  |
| 5  | Australia    | India       | Coal   | 183533.205    | 0.051  | 0.022  | -0.199  | 0.088  | -0.067      | 710222.119  | 9262.251  |
| 6  | Australia    | China       | Coal   | 4929.597      | 0.056  | 0.027  | 0.046   | -0.012 | -0.056      | 756000.629  | 8156.224  |
| 7  | Australia    | Vietnam     | Coal   | 12222.158     | -0.009 | 0.003  | 0.179   | 0.019  | 0.11        | 495133.43   | 7120.734  |
| 8  | Australia    | Japan       | Coal   | 2065.221      | 0.007  | 0.022  | -0.064  | 0.129  | 0.168       | 554177.194  | 8047.952  |
| 9  | Australia    | South Korea | Coal   | 1696.258      | 0.006  | 0.009  | -0.021  | 0.032  | 0.065       | 210652.973  | 8279.18   |
| 10 | SAFR         | India       | Coal   | 107697.629    | 0.068  | -0.002 | -0.04   | -0.101 | -0.132      | 504909.949  | 8630.01   |
| 11 | SAFR         | China       | Coal   | -454.048      | 0.001  | 0.004  | -0.016  | 0.014  | 0.026       | 82779.41    | 13862.203 |
| 12 | SAFR         | Vietnam     | Coal   | -2193.877     | 0.001  | -0.003 | 0.109   | -0.032 | 0.008       | 248499.795  | 11490.372 |
| 13 | SAFR         | Japan       | Coal   | NaN           | NaN    | NaN    | NaN     | NaN    | NaN         | NaN         | 14866.336 |
| 14 | SAFR         | South Korea | Coal   | NaN           | NaN    | NaN    | NaN     | NaN    | NaN         | NaN         | 14408.952 |
| 15 | US           | India       | Coal   | 22504.335     | 0.015  | 0.032  | 0.013   | -0.02  | 0.07        | 495061.271  | 17573.289 |
| 16 | US           | China       | Coal   | -9483.39      | 0.001  | 0.023  | -0.006  | 0.053  | 0.019       | 321110.318  | 18889.494 |
| 17 | US           | Vietnam     | Coal   | NaN           | NaN    | NaN    | NaN     | NaN    | NaN         | NaN         | 18196.788 |
| 18 | US           | Japan       | Coal   | 1257.029      | 0.001  | 0.005  | -0.005  | 0.012  | 0.011       | 80998.478   | 18823.104 |
| 19 | US           | South Korea | Coal   | NaN           | NaN    | NaN    | NaN     | NaN    | NaN         | NaN         | 18822.371 |
| 20 | Russia       | India       | Coal   | 20807.924     | 0.007  | -0.003 | 0.04    | 0.004  | -0.004      | 110368.398  | 13014.14  |
| 21 | Russia       | China       | Coal   | 27334.658     | -0.018 | 0.078  | -0.016  | -0.083 | 0.092       | 684157.81   | 15602.925 |
| 22 | Russia       | Vietnam     | Coal   | 11212.483     | 0.004  | -0.008 | 0.016   | -0.03  | 0.007       | 89448.548   | 14505.013 |
| 23 | Russia       | Japan       | Coal   | 22093.234     | -0.008 | -0.003 | 0       | -0.004 | 0.004       | 105435.529  | 16122.988 |
| 24 | Russia       | South Korea | Coal   | 39212.008     | -0.01  | 0.004  | 0.047   | -0.054 | -0.018      | 155047.385  | 15666.217 |

Fig. 20. – Résultat de la régression Régression Linéaire (OLS).

avec:

- **B0, B1, B2, B3**: Les constantes des variables  $x_0, x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$
- **intercept**: la constante A du modèle
- **distKM**: la distance  $T_{ij}$  entre les pays i et j

**Remarque:** les 04 lignes du DataFrame indiquant « NAN » comme valeur sont du au fait qu'il n'y a aucune transaction entre les pays.

### 5.1.1 • DISCUSSIONS

la colonne « intercept(A) » nous renseigne sur la marge faite sur le bien; car A est bien proportionnelle à la marge suivant la relation  $A_{ij}^n = \omega_{i,j}^n \bar{M}_{ij}$ . en observant les valeurs des 2 premières lignes: Indonésie-india ( $A=49726.86$ ) et Indonésie-china ( $A=9024.88$ ). on peut comprendre de ces valeurs que l'inde importe plus le charbon venant de l'Indonésie que la chine.

d'autre part les valeurs des coefficients  $B_l$  ont l'aire de ne pas être dans le bon signe. rappelons l'expression théorique de  $B_l$  est donnée par:  $B_l = \omega_{i,j}^n \left( \frac{\omega_{i,j}^n}{\sum_r \omega_{i,r}^n} - 1_{j=l} \right)$ ,

on voit bien que :  $B_l \geq 0$ ; si  $l \neq j$  et  $B_l \leq 0$  sinon.

ainsi sur la première ligne par exemple, le coefficient lié à l'inde  $B_0$  devrait être négatif et les autres positifs; ce dysfonctionnement s'explique par une probable existence de corrélation ou de colinéarité entre les variable  $x_l$  du modèle de régression linéaire.

### 5.1.2 • QUELQUES ANALYSES

#### 5.1.2.1 - Proportionnalités entre $Q_{i,j}^n \varphi_{i..}$ et $\dot{\varphi}_j$ ,

En visualisant la time series du dataframe contenant  $Q_{i,j}^n \varphi_{i..}$  et celui contenant  $\dot{\varphi}_j$  pour le trajet Indonésie-Chine, on observe bien une relation de proportionnalité avec décalage car le temps mis lors de l'envoi et de l'arrivée est pris en compte (1 mois).

cette proportionnalité est bien conforme à la relation de l'équation (14) où  $Q_{i,j}^n \varphi_{i..}$  et  $\dot{\varphi}_j$  sont bien proportionnels.

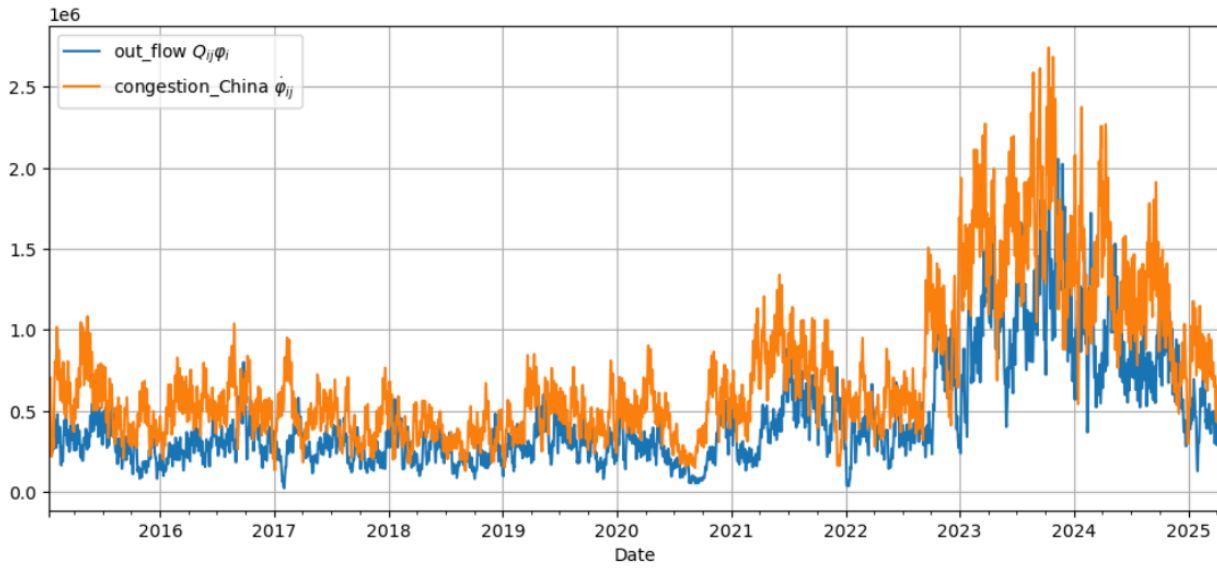


Fig. 21. – Relation de Proportionnalités entre  $Q_{i,j}^n \varphi_{i,}$  et  $\varphi_j$  pour le trajet Indonésie-Chine.

#### 5.1.2.2 - Proportionnalités entre quantité du bien n à envoyé $Q_{i,j}^n \varphi_{i,}$ et Marge faite sur le bien n,

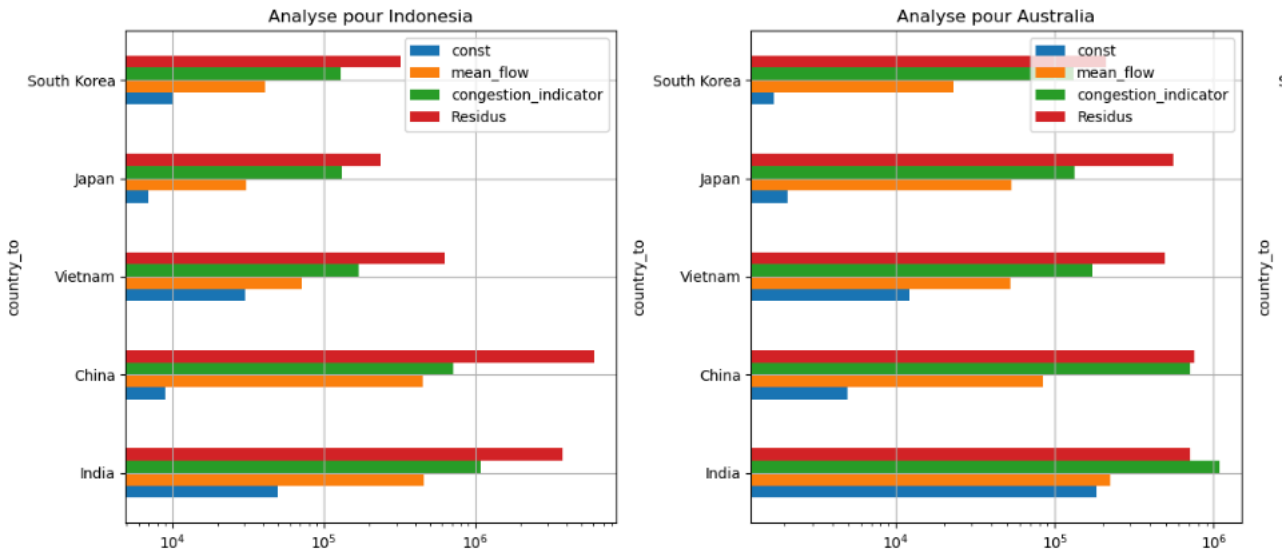


Fig. 22. – Relation de Proportionnalités entre quantité du bien n à envoyé  $Q_{i,j}^n \varphi_{i,}$  et Marge faite sur le bien n.

la barre en bleu (const) ici représente l'intercept  $A_{ij}^n$  qui est bien proportionnelle à la marge relative; celle en orange (mean\_flow) est la quantité moyenne envoyée; celle en rouge (résidus) représente les résidus de la régression donc nous renseigne sur l'erreur faite.

on peut bien observer qu'à part la chine; plus la barre orange est plus longue, plus celle en bleu l'est aussi. cela montre clairement la relation de proportionnalités entre la quantité du bien  $n$  à envoyé  $Q_{i,j}^n \varphi_{i,j}$  et Marge faite sur le bien  $n$ .

remarquons que le fait que la chine ne suive pas ce résultat est du au fait que la régression linéaire commet plus d'erreur ce qui s'explique par la plus haute valeur du résidus. de base on peut s'attendre à ce résultat car la chine au delà d'être gros pays importateurs est aussi un gros pays exportateur.

## 5.2 - PARAMÈTRES DU MODÈLE

La résolution numérique du problème de minimisation (16) , donne les résultats suivants:

✓ Valeur optimale de  $c$  : 2.1997022422624252e-07

✓ Vecteurs  $r_j$  optimisés :

India :  $r = 1.199235342998305e-05$

China :  $r = 3.9527080990734176e-05$

Vietnam :  $r = 0.00021065182036370949$

Japan :  $r = 9.400297985433538e-05$

South Korea :  $r = 1.261588929731812e-05$

✓ Vecteurs  $v_j$  optimisés :

India :  $v = 0.8935432512579887$

China :  $v = 0.8935424373350656$

Vietnam :  $v = 0.8935447611817288$

Japan :  $v = 0.8935427190815383$

South Korea :  $v = 0.893541919834763$

Indonesia :  $v = 0.8935413656018988$

Australia :  $v = 0.8935418953378109$

SAFR :  $v = 0.8935431455948573$

US :  $v = 0.8935427850907843$

Russia :  $v = 0.8935416813353725$

Fig. 23. – Paramètres du Modèle.

### 5.2.1 • DISCUSSION

en regroupant les Marges faites dans différents pays de destination, la Congestion au pays de destination et la distance parcouru depuis l'Indonésie dans un DataFrame, on obtient :

|   | country_from | country_to  | distKM   | Marges | Congestions |
|---|--------------|-------------|----------|--------|-------------|
| 0 | Indonesia    | India       | 4537.691 | 0.189  | 1.199       |
| 1 | Indonesia    | China       | 4857.404 | 0.107  | 3.953       |
| 2 | Indonesia    | Vietnam     | 2616.447 | 0.340  | 21.065      |
| 3 | Indonesia    | Japan       | 5828.925 | 0.135  | 9.400       |
| 4 | Indonesia    | South Korea | 5375.281 | 0.055  | 1.262       |

Fig. 24. – DataFrame regroupant les resultats obtenus.

si on s'en tient qu'aux marges faites on aura tendance à croire que les pays qui importent le plus le Charbon (« Coal ») depuis l'Indonésie en ordre du plus grand sont: le Vietnam, l'Inde, le Japon, la chine et enfin la Corée du sud. or le classement des plus gros importateurs de charbon depuis l'Indonésie (obtenu en faisant une comparaison de la valeur moyenne de la quantité de charbon exportée depuis l'Indonésie vers ces pays de 2015 à 2025 ) est donné par:

|             |           |
|-------------|-----------|
| India       | 456671.96 |
| China       | 450273.99 |
| Other       | 109347.29 |
| Thailand    | 72546.04  |
| Vietnam     | 71840.05  |
| Philippines | 58393.90  |
| South Korea | 41502.02  |
| Bangladesh  | 34771.04  |
| Japan       | 31584.85  |
| Taiwan      | 29034.23  |
| Malaysia    | 20626.14  |
| ..          | ..        |

Fig. 25. – pays les plus Importateurs du « Coal » depuis l'Indonésie.

on peut expliquer le fait que la chine et l'inde soient devant le Vietnam par le coût de congestion trop élevé au Vietnam ( $c_j = 21.06$  , cf fig.23) malgré son coût de transport plus petit ( $T_{ij} = 2616.44$  , cf fig.23).

de même le fait de voir la Corée du sud devant le Japon peut s'expliquer par le coût de congestion moins élevé en Corée du sud ( $c_j = 1.26$  , cf fig.23) qu'au japon ( $c_j = 9.4$  , cf fig.23) et au coût de transport aussi moins en Corée du sud ( $T_{ij} = 5375.28$  , cf fig.23) qu'au japon ( $T_{ij} = 5828.92$  , cf fig.23).

On a les même observations pour les autres pays exportateurs.



## 6 - CONCLUSION

---

Dans cette étude, il était question d'étudier et de mettre en œuvre des simulations numériques d'un modèle de type Mean Field Game (MFG) appliqué au trafic maritime.

L'étude a combiné analyse de données, modélisation mathématiques, modélisation par régression linéaire afin de traiter la complexité du transport maritime et des dynamiques commerciales.

Les principaux résultats sont :

- **Analyse et sélection des données** : le jeu de données Sphipfix s'est révélé être adapté grâce à sa couverture complète et à sa structure claire. ces données ont permis de faire une étude sur l'impact des événements extérieurs notamment la guerre en Ukraine, qui a fortement marqué sur les schémas commerciaux, modifiant volumes et routes. Ces perturbations soulignent la nécessité de modèles adaptatifs en transport maritime.
- **Modélisation Mathématiques**: le problème d'optimisation des ressources rare a été formalisé comme un problème de maximisation du Gain fait sur un bien, en prenant en compte la marge faite sur le bien et les coûts de congestion et de transports. l'approche par champ moyen a permis non seulement de simplifier les équations mais d'obtenir une solution plus optimale de répartition des flux.
- **Méthode de régression Linéaire**: cette méthode a permis d'estimer les paramètres du modèles. les résultats ont permis de mieux comprendre l'impact des différents facteurs(Marge,coût de congestion et transport) sur la distribution des biens dans chaque pays de destination.

Bien que l'étude ait fourni des résultats plutôt satisfaisants, quelques limites doivent être levées : les simulations ont été faites que sur un bien (« **Le Coal** »), le travail a été fait à l'échelle des pays et non par port et enfin certains pays tel que la chine sont en même temps gros exportateurs et gros importateurs. ces lacunes auraient pu améliorer le modèle.

En outre, les modèles reposent beaucoup sur des hypothèses simplificatrices (linéarité, exclusion de certaines variables, approximations, ...). Les recherches futures devraient tester des modèles plus complexes et valider ces hypothèses.

En définitive, Cette étude contribue à une avancée dans l'application de la théorie MFG à l'optimisation des ressources rares. En associant analyse rigoureuse des données, modélisation par régression et approche théorique, elle jette les bases d'une meilleure compréhension des dynamiques du transport maritime.

Les conclusions fournissent des pistes concrètes pour : les décideurs politiques, les compagnies maritimes.

## 7 - NOTEBOOKS

---

Le lien vers le dépôt GitHub [17] contient les notebooks suivants :

- **Exploration et Analyse des données (3)** : shipfix-explore-01.ipynb, shipfix-explore-02.ipynb, shipfix-explore-03.ipynb.
- **Études d'événements**, COVID-19 et guerre en Ukraine (3.3.4) : shipfix-explore-01.ipynb.
- **calcul des distances entre pays (3.4)** : distance.ipynb
- **Implémentation du mode (4.2)** : regression.ipynb
- **Estimation des paramètres du modèle (4.3)** : Minimization.ipynb
- **Analyse des résultats (5)** : Analyzes\_result.ipynb

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Lasry, J.-M., & Lions, P.-L. Mean field games. **Japanese Journal of Mathematics**, 2(1):229–260, 2007.
- [2] Olivier Guéant, Jean-Michel Lasry, Pierre-Louis Lions, Areski Cousin, Stéphane Crépey, David Hobson, Monique Jeanblanc, Jean-Paul Laurent, and Peter Tankov. **Mean Field Games and Applications**, pages 205–266. 06 2010.
- [3] David Hummels. Transportation costs and international trade in the second era of globalization. **Journal of Economic Perspectives**, 21(3):131–154, 2007.
- [4] Jean-Paul Rodrigue and Theo Notteboom. Comparative north american and european gateway logistics: The regionalism of freight distribution. **Journal of Transport Geography**, 18(4), 2010.
- [5] D.-P. Song, A. Lyons, D. Li, and H. Sharifi. Modeling port competition from a transport chain perspective. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, 87:75–96, 2016.
- [6] Rabih Salhab, Jerome Le Ny, and Roland P Malhamé. A mean field route choice game model. In 2018 **IEEE Conference on Decision and Control (CDC)**, pages 1005–1010. IEEE, 2018.
- [7] J. Wu, S. Agca, and J. R. Birge. The impact of the covid-19 pandemic on global sourcing of medical supplies. **European Society of Medicine**, 2022.
- [8] Carmona, R. **Applications of mean field games in financial engineering and economic theory**. arXiv preprint arXiv:2012.05237, 2020.
- [9] Chen, C., Jiang, N., Li, H., Wang, P., Wang, Z., Zhang, Z., Zhang, F., Ma, Y., Huang, X., Lu, X., et al. Advancing un comtrade for physical trade flow analysis: review of data quality issues and solutions. **Resources, Conservation and Recycling**, 186:106562, 2022.
- [10] Cho, K. **Environmental impacts of the US-Mexico avocado supply chain**. PhD thesis, 2020.
- [11] Cho, K., Goldstein, B., Gounaridis, D., & Newell, J. P. Hidden risks of deforestation in global supply chains: A study of natural rubber flows from Sri Lanka to the United States. **Journal of Cleaner Production**, 349:131275, 2022.
- [12] Eurostat. **searoute: A Java library for calculating sea routes**. <https://github.com/eurostat/searoute>, 2024. Accessed: 2024-08-18.
- [13] Flaaen, A., Haberkom, F., Lewis, L., Monken, A., Pierce, J., Rhodes, R., & Yi, M. Bill of lading data in international trade research with an application to the COVID-19 pandemic. **Review of International Economics**, 31(3):1146–1172, 2023.
- [14] Komaromi, A., Cerdeiro, D. A., Cerdeiro, M. D. A., & Liu, Y. **Supply chains and port congestion around the world**. International Monetary Fund, 2022.
- [15] Murphy, L. **Laundering cotton: How Xinjiang cotton is obscured in international supply chains**, 2021.
- [16] Pujats, K., Golias, M., & Konur, D. A review of game theory applications for seaport cooperation and competition. **Journal of Marine Science and Engineering**, 8(2):100, 2020.
- [17] Borel DOMGUE DEFO, Research Internship At Ecole Polytechnique. <https://github.com/boreldefo/Research-Internship-3A.git>, 2025. Accessed: 2025-08-20.
- [18] Charles-Albert Lehalle et al . **A mean-field Game Of Shipping: Modelling And The Use Of Real Data** ,Upcoming...