

MATEMÁTICA FINANCEIRA

Juros Simples



Livro Eletrônico



SUMÁRIO

Apresentação.....	3
Juros Simples	4
1. Juros	4
1.1. Capitalização	5
2. Juros Simples.....	6
2.1. Cindibilidade do Prazo.....	11
2.2. Taxas de Juros Proporcionais.....	11
2.3. Juro Exato e Juro Comercial.....	22
2.4. Taxa Média, Prazo Médio e Capital Médio	25
Resumo.....	28
Mapas Mentais	30
Questões Comentadas em Aula	32
Questões de Concurso	37
Gabarito.....	69

APRESENTAÇÃO

Olá, amigo(a)! Tudo bem? Seja bem-vindo(a) à nossa aula de Juros Simples do nosso curso de Matemática Financeira. Está animado(a)?

Um ponto que eu gostaria de falar nesta aula é que não se aprende Matemática por repetição pura e simples. Matemática requer raciocínio. Você aprenderá muito mais, se você fizer questões diversificadas.

Quanto mais diversidade você encontrar nos seus estudos, mais você aprenderá. E, por esse motivo, este material foi feito com uma boa variedade de questões, abordando as várias frentes da matéria.

Com isso, tenho certeza de que você sairá muito mais bem preparado(a) e ainda economizará valioso tempo na sua trajetória.

Aproveite para me seguir no Instagram: @math.gran.

E, agora, vamos juntos explorar este tema?

JUROS SIMPLES

1. JUROS

O que você prefere: ter uma televisão hoje ou só daqui a um ano? Você preferiria ter um carro hoje ou só daqui a cinco anos? Fazer uma viagem hoje ou só daqui a dez anos? Ou, ainda, o que é melhor: receber R\$1.000 hoje ou só daqui a dez anos?

Naturalmente, você prefere consumir bens no presente a consumi-los no futuro. E, na concepção do economista Ludwig von Mises, esse é um dos pilares da ação humana: trata-se do conceito da **preferência temporal**.

No entanto, você seria capaz de abrir mão de consumir bens hoje, caso tivesse a possibilidade de consumir mais no futuro.

Por exemplo, o que você prefere: receber R\$1.000 hoje ou R\$2.000 daqui a um ano? É bem provável que muitas pessoas renunciariam a R\$1.000 hoje para receber R\$2.000 no futuro.

Porém, e se fosse uma pergunta diferente? O que você prefere: receber R\$1.000 hoje ou R\$1.500 daqui a um ano? Agora, o estímulo para a espera já diminuiu bastante, não é verdade?

E se fosse a dúvida de receber R\$1.000 hoje ou R\$1.200 daqui a um ano? Haveria, sim, ainda, várias pessoas que prefeririam receber o dinheiro no futuro, mas outras já prefeririam gastar o dinheiro hoje. Isso acontece porque pessoas diferentes possuem preferências temporais diferentes.

Temos aqui dois conceitos importantes:

- o valor de R\$1.000 tomado emprestado é o **principal**, também conhecido como **capital inicial**;
- o saldo de R\$200 corresponde aos **juros**.

Os juros são, portanto, **o preço do dinheiro no tempo**. É o quanto se cobra para abrir mão do dinheiro hoje.

O primeiro conceito que você precisa aprender sobre juros é que, **se não houver decurso de tempo, não há incidência de juros**.

Os juros decorrem do fato de que a preferência temporal de indivíduos diferentes é **diferente**.

Por exemplo, suponha que você passou em um concurso público e agora está trabalhando. Suponha, ainda, que o seu salário é maior do que as suas despesas mensais e que você economize R\$2.000 por mês. Em um ano, você seria capaz de economizar R\$24.000.

A questão é: o que você faria com esse dinheiro? Se não houvesse amanhã, você certamente daria um jeito de torrá-lo, não é verdade? Você poderia fazer uma viagem, comprar um carro mais caro, ir a restaurantes mais caros.

Porém, existe um futuro. E, muitas vezes, você se preocupa com ele. Faz todo o sentido para você guardar dinheiro, por exemplo, para a sua aposentadoria. Em outras palavras, você prefere poupar hoje para ter a possibilidade de consumir no futuro.

Por outro lado, há um empreendedor que deseja, por exemplo, abrir um restaurante. Além das suas economias, ele precisará de R\$24.000 para terminar de abrir o seu estabelecimento.

Esse empreendedor precisa de dinheiro hoje. E ele está disposto a renunciar o dinheiro no futuro por isso. Note que ele também tem boas razões para isso: pode ser que ele invista no seu negócio e seja bem-sucedido.

O que pode acontecer? Esse empreendedor pode convencer você a emprestar R\$24.000 para que ele construa um restaurante. Em troca, ele pagará R\$27.000 no final do ano. Esse saldo de R\$3.000 são os juros da operação.

Para você, a situação pode parecer um excelente negócio. Você pretendia guardar dinheiro para a aposentadoria, não queria mesmo gastar agora. E ter R\$27.000 guardados é melhor que ter R\$24.000, não é?

Por outro lado, para o empreendedor, pode ser também um excelente negócio. Com o dinheiro que pegou emprestado, ele pode começar o seu restaurante e ter lucros bem maiores do que o que ele pagará a título de juros.

É um negócio em que ambos saem ganhando, justamente porque são **pessoas diferentes que têm preferências temporais diferentes**.

A preferência temporal é influenciada por muitos fatores que fogem ao escopo desta aula. Falaremos um pouco mais desse assunto quando estivermos discutindo a **Taxa Mínima de Atratividade**.

A maioria das pessoas têm uma visão um pouco negativa de juros. Porém, os juros não são nem bons nem ruins. Eles são um fenômeno natural. Se você conhecer e souber utilizá-los a seu favor, eles serão bons para você. Se você não souber utilizá-los a seu favor, pode ser que eles se virem contra você.

1.1. CAPITALIZAÇÃO

Um período de capitalização é o momento, no qual os juros são acrescidos ao saldo inicial da dívida.

Tomemos como exemplo a **Caderneta de Poupança**, que é uma aplicação de **capitalização mensal**. Suponha que os juros da caderneta de poupança sejam de 0,5% ao mês, com capitalização mensal. Quais as implicações disso?

A capitalização mensal significa que os juros somente são computados a cada 30 dias.



ESSA
CONFUNDE

Se, no dia 30 de novembro, você investir R\$1.000 na poupança a 0,5% ao mês, quanto você teria no dia 15 de dezembro?

A resposta certa é que você teria os mesmos R\$1.000.

Como assim? Se houve decurso de tempo, não deveria acontecer o fenômeno dos juros?

Agora, lembre-se: os juros somente são contados quando ocorre uma **capitalização**. Enquanto não houver a capitalização, os juros não serão acrescidos ao principal.

Em contrapartida, outra aplicação menos conhecida é o **Tesouro Selic**, que tem capitalização diária. O Tesouro Selic é um título da dívida do governo brasileiro que qualquer pessoa pode adquirir.

Se você investir R\$1.000 no dia 30 de novembro em Tesouro Selic, no dia seguinte, você já receberá juros, porque a capitalização ocorre sempre no final do dia.

Na capitalização (**independentemente de ser juros simples ou compostos**), os juros a serem recebidos são calculados por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Nessa expressão, os juros incorridos na operação são calculados por:

- **C**: o capital inicial;
- **i**: taxa de juros;

A taxa de juros é medida como um percentual em relação ao tempo. Por exemplo, 2% ao mês; 15% ao ano.

- **t**: é o tempo decorrido para que aconteça uma capitalização.

Tanto os juros simples como os juros compostos utilizam a mesma forma para uma capitalização de juros. A principal diferença entre esses dois regimes é o capital que é capitalizado. Veremos que, nos juros simples, somente o capital inicial é capitalizado. Por outro lado, nos juros compostos, os juros também são capitalizados.

Na expressão da capitalização, o tempo t é usualmente igual a 1, porque só se passou um período. Porém, pode acontecer $t \neq 1$ quando a taxa de juros estiver em uma unidade de tempo diferente.



A expressão $j = C \cdot i \cdot t$ vale para qualquer regime de aplicação (simples ou composto), porém só pode ser aplicada para um período de capitalização.

Esse conceito é fundamental nos capítulos de Rendas, Amortizações e Investimentos.

2. JUROS SIMPLES

Os juros simples se caracterizam pelo fato de que **só ocorre a capitalização sobre o capital inicial investido**. Esse enunciado pode aparecer em questões teóricas de concursos também da seguinte forma:

Não há capitalização sobre os juros.

Para exemplificar a dinâmica dos juros simples, considere que você tenha investido um capital inicial de R\$1.000 a uma taxa de juros simples de 10% ao mês, com capitalização mensal.

No mês 0, o capital inicial é de R\$1.000. Do mês 0 para o mês 1, o capital renderá juros de 10% sobre R\$1.000, que é igual a R\$100. Portanto, no mês 1, o montante acumulado será de R\$1.100.

Do mês 1 para o mês 2, o capital renderá juros novamente de 10% sobre os mesmos R\$1.000, isto é, somente sobre o capital inicial. Dessa forma, não há incidência dos juros sobre os R\$100, que foram os juros auferidos no primeiro mês.

Desse modo, no mês 2, o montante acumulado será de R\$1.200.

Continuando o raciocínio, no mês 3, o montante crescerá mais R\$100 (10% do capital inicial), atingindo R\$1.300. Depois, R\$1.400. E assim sucessivamente.

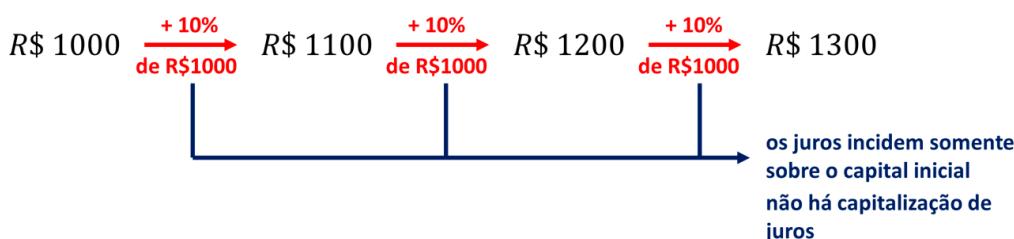


Figura 1: O Efeito dos Juros Simples no Tempo

A interpretação da Figura 1

é de suma importância. Ela mostra que, a cada período de capitalização, os juros incidentes na operação são calculados como um percentual do capital inicial – no caso, de R\$1.000 – ainda que o montante acumulado tenha crescido com o tempo.

Outra conclusão importante é a de que **os juros simples crescem por meio de uma progressão aritmética**. Assim, a cada período de capitalização, os juros são somados a um termo constante.

Como consequência, numa operação de juros simples, para qualquer prazo, os juros são calculados por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Diagrama explicativo da fórmula:

- capital inicial** (apontado por um setor verde para o termo C)
- taxa de juros** (apontado por um setor azul para o termo i)
- prazo da aplicação** (apontado por um setor vermelho para o termo t)
- devem estar na mesma unidade de tempo** (explicando a multiplicação dos três termos)

Nessa expressão:

- **J**: são os juros envolvidos na operação;
- **C**: é o capital investido ou tomado como empréstimo;
- **i**: é a taxa de juros envolvida na operação;
- **t**: é o prazo da operação.

A diferença entre essa expressão e a expressão obtida para a capitalização é que **essa expressão vale para todo o período de uma aplicação de juros simples.**

Uma regra importante que o(a) aluno(a) deve ter em mente é que **a taxa de juros e o prazo da operação devem estar na mesma unidade de tempo.** Quando isso não acontecer, usaremos o conceito de Taxa de Juros Proporcional, que será estudado mais adiante neste material.

Além disso, outra variável interessante é o montante final acumulado. O montante final corresponde à soma do capital inicial com os juros e é dado por:

$$M = C + J = C(1 + it)$$

Cálculo dos Juros

- $J = Cit$

Cálculo do Montante Final

- $M = C(1 + it)$
- $M = C + J$

DIRETO DO CONCURSO

001. (FGV/CAERN/2010/AGENTE ADMINISTRATIVO) Leandro aplicou a quantia de R\$ 200,00. Ao final do período, seu montante era de R\$ 288,00. Se a aplicação de Leandro se deu em regime de juros simples, durante 8 meses, a taxa mensal de juros foi:

- a)** 5,0%
- b)** 5,5%
- c)** 6,5%
- d)** 7,0%
- e)** 6,0%



Questão bastante direta. Temos o capital inicial, o montante e o prazo da aplicação. Basta usar a expressão dos juros simples.

$$M = C(1 + it)$$

$$288 = 200(1 + i \cdot 8)$$

$$1 + 8i = \frac{288}{200} = 1,44 \therefore 8i = 1,44 - 1 = 0,44$$

$$i = \frac{0,44}{8} = 0,055 = 5,5\%$$

Letra b.

002. (CESPE/ANTAQ/2014) Se uma empresa investir R\$ 100 mil a determinada taxa simples de juros mensais e, após 16 meses de aplicação, resgatar o montante de R\$ 148.200, conclui-se que a taxa de juros é inferior a 3%.



Nesse caso, tem-se o montante, então podemos aplicar a expressão do montante:

$$M = C(1 + it)$$

Foram dados:

$$M = 148200$$

$$C = 100000$$

$$i = ?$$

$$t = 16 \text{ meses}$$

Portanto, pode-se calcular a taxa de juros:

$$M = C(1 + it)$$

$$148200 = 100000(1 + i \cdot 16)$$

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, temos:

$$148200 = 100000 + 100000 \cdot i \cdot 16$$

$$148200 - 100000 = 100000 \cdot i \cdot 16$$

$$48200 = 100000 \cdot i \cdot 16$$

$$16i = \frac{48200}{100000} = 0,482$$

$$\therefore i = \frac{0,482}{16} = 0,030125 > 0,03$$

Assim, a taxa de juros é superior a 3% ao mês.

Errado.

003. (CESPE/FUB/2011/CARGOS DE NÍVEL MÉDIO) Considere que um capital de R\$ 40.000,00 seja aplicado em um fundo de investimentos e, ao final de 12 meses, o montante líquido atinja o dobro do capital inicial. Nesse caso, a taxa mensal de juros líquida, no regime de capitalização simples, é superior a 9%.



Na situação apresentada, temos que o montante líquido atingiu o dobro do capital inicial, isto é, R\$80.000,00. Dessa forma, pode-se escrever que:

$$M = C + J \therefore J = M - C = 80000 - 40000 = 40000$$

$$J = Cit \therefore 40000 = 40000 \cdot i \cdot 12$$

$$i = \frac{40000}{40000 \cdot 12} = \frac{1}{12} = 0,08333 \cong 8,33\% < 9\%$$

Errado.

004. (CESPE/FUB/2011/CONTADOR) No regime de juros simples, não ocorre capitalização.



A capitalização é o fenômeno em que os juros são incorporados ao capital. A meu ver, no regime de juros simples, não ocorre capitalização de juros. Porém, o principal é capitalizado.

A despeito disso, o CESPE considerou correta essa afirmação.

Certo.

005. (FGV/SEFAZ-RJ/2011/AUDITOR-FISCAL DA RECEITA ESTADUAL) O número de anos para que um capital quadruplique de valor, a uma taxa de 5% ao mês, juros simples, é de:

- a) 7,50
- b) 3,80
- c) 4,50
- d) 5,00
- e) 6,00



Queremos que o montante acumulado seja quatro vezes o valor do capital investido. Dessa maneira, temos:

$$M = 4C$$

Usando a expressão dos juros simples:

$$M = 4C = C(1 + it) = C(1 + 0,05t)$$

$$\frac{4C}{C} = 1 + 0,05t \therefore 1 + 0,05t = 4 \therefore 0,05t = 4 - 1 = 3$$

$$t = \frac{3}{0,05} = \frac{300}{5} = 60 \text{ meses}$$

É importante perceber que o tempo foi calculado em meses, porque a taxa foi fornecida em meses. Lembrando que 1 ano tem 12 meses, assim, precisamos dividir por 12.

$$t = \frac{60}{12} = 5 \text{ anos}$$

Letra d.

2.1. CINDIBILIDADE DO PRAZO

Aprenderemos agora um aspecto muito importante das operações de juros simples, que torna inviável o seu uso na grande maioria das aplicações cotidianas.

Pense, por exemplo, que você deseja aplicar R\$500,00 a uma taxa de juros simples de 4% ao ano por 4 anos. O banco A te oferece a possibilidade de manter esse dinheiro investido por todo esse período. Já o banco B te oferece a possibilidade de aplicar por 2 anos e, findo o prazo, você poderia reaplicar na mesma operação.

É interessante notar que os montantes finais serão diferentes nos dois casos. Na opção do banco A, o montante final pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{R\$ 500} & \xrightarrow[\text{4 anos}]{\text{+ 4% a.a.}} & \text{R\$ 580} \\
 & & \\
 & & M = C \cdot (1 + it) \\
 & & M = 500 \cdot (1 + 0,04 \cdot 4) \\
 & & M = 500 \cdot (1 + 0,16) \\
 & & M = 500 \cdot 1,16 = 580
 \end{array}$$

Por outro lado, no caso do banco B, teríamos a seguinte situação:

$$\begin{array}{ccccc}
 \text{R\$ 500} & \xrightarrow[\text{2 anos}]{\text{+ 4% a.a.}} & \text{R\$ 540} & \xrightarrow[\text{2 anos}]{\text{+ 4% a.a.}} & \text{R\$ 583,20}
 \end{array}$$

Dessa maneira, é diferente aplicar um capital de R\$500,00 por uma taxa de juros simples contínua por 4 anos de aplicar o mesmo capital à mesma taxa de juros simples, porém quebrada em dois períodos de 2 anos.

Por isso, diz-se que, no caso de juros simples, **não é possível cindir o prazo da aplicação**.

Esse fato inviabiliza o uso de juros simples na maior parte das aplicações práticas do dia a dia. Se um banco te oferecesse uma aplicação a juros simples, você jamais manteria o dinheiro por 4 anos lá. Seria mais vantajoso sacar o dinheiro depois de 2 anos e reaplicar novamente.

Mas a mesma lógica vale duas vezes. Seria mais vantajoso sacar o dinheiro depois de 1 ano e reaplicar. E vale a mesma lógica mais uma vez: você pode sacar o dinheiro depois de 6 meses e reaplicar. E assim por diante.

Seria impossível fazer investimentos nessas condições. É por isso que a grande maioria dos empréstimos e financiamentos são feitos à base de juros compostos.

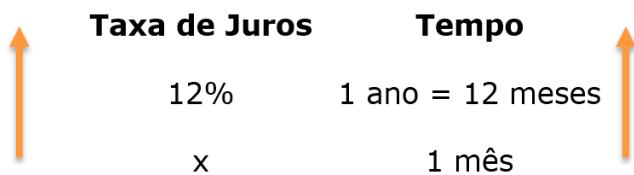
Agora, examinemos o conceito de Taxas de Juros Proporcionais.

2.2. TAXAS DE JUROS PROPORCIONAIS

Duas taxas de juros são proporcionais quando produzem, **no regime de juros simples**, o mesmo montante final quando aplicadas pelo mesmo capital e o mesmo tempo.

Para encontrar duas taxas proporcionais, devemos notar que a taxa de juros é **proporcional** ao tempo a que se refere. Isso acontece porque, quanto maior o prazo da aplicação, maiores os juros que incidirão sobre ela.

Por exemplo, a taxa de juros de 12% ao ano é proporcional a que taxa de juros mensal? Basta montar a regra de três.



As setas no mesmo sentido refletem que taxa e tempo são diretamente proporcionais. Então, calculemos a taxa de juros mensal proporcional:

$$\frac{x}{12\%} = \frac{1}{12} \therefore x = \frac{12\%}{12} = 1\% \text{ a. m.}$$

Logo, a taxa de juros mensal de 1% ao mês é **proporcional** à taxa de juros anual de 12% ao ano.

Uma dica para agilizar essa conta é a seguinte: podemos lembrar que 1 ano tem 12 meses. Portanto, basta dividir por 12.

Vejamos outros exemplos. Qual a taxa de juros trimestral proporcional a 16% ao ano?

Solução: um ano tem 4 trimestres, portanto basta dividir por 4.

$$i_{TRIM} = \frac{16\%}{4} = 4\%$$

Pode acontecer também uma situação em que temos de passar da unidade de tempo menor para a maior. Nesse caso, precisamos multiplicar – e não dividir. Por exemplo, qual é a taxa de juros mensal equivalente à taxa de 0,1% ao dia?

Solução: um mês tem 30 dias, portanto temos que:

$$i_M = 30 \cdot 0,1\% = 3\% \text{ a. m.}$$

E, agora, vamos ver como esse assunto aparece em provas.

DIRETO DO CONCURSO

006. (FEPESE/ISS/FLORIANÓPOLIS/SC/2014) A taxa de juros simples mensais de 4,25% é equivalente à taxa de:

- a) 12,5% trimestral.
- b) 16% quadrimestral.
- c) 25,5% semestral.
- d) 36,0% anual.
- e) 52% anual.



O enunciado cometeu uma pequena imprecisão. Quando falamos em “taxa equivalente”, devemos utilizar o conceito de juros compostos.

Porém, como a questão foi bem expressa ao falar em juros simples, devemos entender que, na verdade, ela queria falar sobre o conceito de “taxas proporcionais”.

Infelizmente, é relativamente comum que examinadores de Matemática vacilem no Português. De qualquer forma, calcularemos as taxas trimestral, quadrimestral, semestral e anual que são proporcionais à taxa de 4,25% mensal.

Para isso, precisamos lembrar que um trimestre tem 3 meses, um quadrimestre tem 4, um semestre tem 6 e um ano tem 12. Basta, portanto, multiplicar a taxa mensal.

$$i_{TRIM} = 3 \cdot i_m = 3 \cdot 4,25 = 12,75\%$$

$$i_{QUAD} = 4 \cdot i_m = 4 \cdot 4,25 = 17\%$$

$$i_{SEM} = 6 \cdot i_m = 6 \cdot 4,25 = 25,5\%$$

$$i_{AN} = 12 \cdot i_m = 12 \cdot 4,25 = 51\%$$

Desse modo, a taxa de 4,25% mensal é equivalente à taxa semestral de 25,5%. Todas as demais estão erradas.

Letra c.

007. (CESPE/MPU/2015/ANALISTA ATUARIAL) Considerando que um investidor tenha aplicado R\$ 50.000,00 à taxa de juros simples de 15% ao mês, julgue os itens que se seguem.

Se, em um mês de 30 dias, o capital ficar aplicado por 23 dias, então o montante a ser auferido será superior a R\$ 55.500,00.



A fórmula do montante acumulado é:

$$M = C(1 + it)$$

Foram dados:

$$M = ?$$

$$C = 50000$$

$$i = 15\%a.m. = \frac{15}{100} = 0,15$$

$$t = 23 \text{ dias}$$

Como o tempo foi dado em dias e a taxa de juros foi dada em meses, é necessário converter por meio de uma regra de três. Podemos, por exemplo, converter o tempo em meses dividindo por 30.

$$t = \frac{23}{30} \text{ meses}$$

Agora, basta voltar à expressão do juro simples:

$$M = C(1 + it) = 50000 \left(1 + 0,15 \cdot \frac{23}{30}\right)$$

$$M = 50000(1 + 0,005 \cdot 23)$$

$$M = 50000(1 + 0,115) = 50000(1,115)$$

$$M = 57500 > 55000$$

Assim, a afirmativa está correta, já que o montante a ser auferido é ligeiramente superior a R\$55.000.

Certo.

008. (FEPESE/SEFAZ/SC/2010/ANALISTA FINANCEIRO) Um Capital de \$ 5.000,00, aplicado a juros simples de 60% ao ano, rendeu \$ 1.250,00.

Assinale a alternativa que indica quanto tempo (em meses) esse capital ficou aplicado.

- a) 3 meses
- b) 5 meses
- c) 7 meses
- d) 9 meses
- e) 12 meses



O primeiro passo será converter a taxa de juros anual em mensal:

$$\frac{i_m}{1} = \frac{i_a}{12} = \frac{60}{12} \% = 5\% \therefore i_m = 5\% = 0,05$$

Agora, como a questão forneceu os juros recebidos pela aplicação, podemos utilizar a expressão:

$$J = Cit$$

$$1250 = 5000 \cdot 0,05 \cdot t$$

$$\therefore t = \frac{1250}{5000 \cdot 0,05} = \frac{1}{4 \cdot 0,05} = \frac{1}{0,20} = \frac{5}{1} = 5$$

Letra b.

009. (FCC/TRT-13ª/PB/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE/2014) A aplicação a juros de um capital de R\$ 3.000,00 resultou em um montante de R\$ 3.300,00 ao final do período de 2 meses e meio. A taxa de juros simples anual desse investimento, em %, foi de:

- a) 4
- b) 48
- c) 10
- d) 60
- e) 38



Nesse caso, tem-se o montante, então podemos aplicar a expressão do montante:

$$M = C(1 + it)$$

Foram dados:

$$M = 3300$$

$$C = 3000$$

$$i = ?$$

$$t = 2,5 \text{ meses}$$

Portanto, pode-se calcular a taxa de juros:

$$3300 = 3000 + 3000 \cdot i \cdot 2,5$$

$$3300 - 3000 = 3000 \cdot i \cdot 2,5$$

$$300 = 3000 \cdot i \cdot 2,5$$

$$\therefore i = \frac{300}{3000 \cdot 2,5} = \frac{1}{10 \cdot 2,5} = \frac{1}{25} = 0,04 = 4\% \text{ a. m.}$$

Como a questão pediu a taxa de juros anual, devemos multiplicar por 12, já que um ano possui doze meses:

$$i = 4\% \text{ a. m.} = 4 \cdot 12 = 48\% \text{ a. a.}$$

Letra b.

010. (CESPE/BRB/2011/ESCRITURÁRIO) No regime de juros simples, as taxas de 3% ao mês e 36% ao ano, aplicadas sobre o capital de R\$ 100,00 e pelo prazo de dois anos, são proporcionais, pois ambas produzem o montante de R\$ 172,00.



A taxa mensal proporcional a 36% ao ano é dada por:

$$i_M = \frac{36\%}{12} = 3\%$$

A relevância do conceito de taxas de juros proporcionais é exatamente a descrita no enunciado. Guarde esse conceito.

Certo.

011. (FCC/TRF-2ª REGIÃO/2012/TÉCNICO JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE) Um capital de R\$ 25.000,00, aplicado a juros simples e à taxa anual de 12%, ao final de um período de 15 meses produzirá o montante de

- a) R\$ 37.000,00.
- b) R\$ 37.250,00.
- c) R\$ 32.500,00.
- d) R\$ 28.750,00.
- e) R\$ 25.250,00.



Como a taxa foi fornecida em ano e o tempo foi fornecido em meses, precisamos converter usando a taxa proporcional:

$$\frac{i_a}{12} = \frac{i_M}{1} \therefore i_m = \frac{12}{12}\% = 1\%$$

Agora, podemos calcular o montante final:

$$M = C(1 + it) = 25000 \cdot (1 + 0,01 \cdot 15) = 25000 \cdot 1,15 = 28750$$

Letra d.

012. (FGV/SEFAZ/RJ/2011/AUDITOR-FISCAL DA RECEITA ESTADUAL) Um indivíduo deixa de pagar um título no valor de R\$ 2.000,00, atrasando o pagamento em três meses. A taxa de juros, juros simples, é de 35% ao ano. Ao pagar o título, seu valor é:

- a) R\$ 2.250,00.
- b) R\$ 2.325,00.
- c) R\$ 2.175,00.
- d) R\$ 2.155,00.
- e) R\$ 4.100,00.



O primeiro passo é converter a taxa de juros anual em mensal. Para isso, precisamos dividir por 12:

$$i_m = \frac{35}{12}\%$$

Como 35 e 12 são primos entre si, não dá para simplificar essa fração. Porém, vamos aplicar a expressão dos juros simples da mesma forma:

$$M = C(1 + i_m t) = 2000 \left(1 + \frac{0,35}{12} \cdot 3\right) = 2000 \cdot \left(1 + \frac{0,35}{4}\right)$$

$$M = 2000 \cdot (1 + 0,0875) = 2000 \cdot 1,0875 = 2175$$

Letra c.

013. (FGV/SEFAZ-MT/2014/AUDITOR-FISCAL) O número de meses necessários para que um investimento feito na poupança triplique de valor (assumindo que esta remunere à taxa de 6% ao ano, no regime de juros simples) é de:

- a) 34
- b) 200
- c) 333
- d) 400
- e) 500



A questão pede que o montante final seja o triplo do capital, isto é, $M = 3C$. Além disso, devemos prestar atenção, pois o tempo foi pedido em meses, mas a taxa foi fornecida em anos, portanto, precisamos converter:

$$i_M = \frac{6\%}{12} = 0,5\% = 0,005$$

Como a operação é de juros simples, podemos escrever:

$$M = C(1 + it)$$

$$3C = C(1 + 0,005 \cdot t)$$

$$3 = 1 + 0,005t$$

$$2 = 0,005t \therefore t = \frac{2}{0,005} = 400$$

Letra d.

014. (FCC/MANAUSPREV/2015/ANALISTA PREVIDENCIÁRIO/ECONOMIA) José fez uma aplicação financeira de R\$ 1.000,00 para o período de 6 meses em um título de renda fixa com uma taxa de juros simples de 3% ao trimestre. Infelizmente, José teve um problema financeiro e precisou resgatar sua aplicação no 4º mês. Considerando essas informações, o valor resgatado por José foi de, em reais,

- a) 1.040,00.
- b) 1.140,00.
- c) 1.400,00.
- d) 1.440,00.
- e) 1.004,00.



Como a taxa de juros foi fornecida em trimestre e o tempo em meses, precisamos converter a taxa de juros em mensal. Uma vez que a questão envolve juros simples, devemos usar o conceito de taxas proporcionais:

$$\frac{i_{TRIM}}{3} = \frac{i_M}{1} \therefore i_M = \frac{i_{TRIM}}{3} = \frac{0,03}{3} = 0,01$$

Agora, basta aplicar a expressão dos juros simples:

$$M = C(1 + it) = 1000 \cdot (1 + 0,01 \cdot 4) = 1000 \cdot (1 + 0,04)$$

$$M = 1000 \cdot 1,04 = 1040$$

Letra a.

Outro conceito de juros simples importante a que devemos prestar atenção é o de que **os juros são o preço do dinheiro no tempo**. Portanto, se não houve incidência do tempo, não há que se falar em incidência de juros.

Essa situação é bastante explorada nas questões que falam sobre compras que serão pagas uma parte à vista e uma parte parcelada. Nessa situação, não há incidência de juros sobre a parte que foi paga à vista.

Vejamos exemplos de questões de prova.

DIRETO DO CONCURSO

015. (CESPE/ICMS/ES/2013) Um cliente, que tinha R\$500,00 em sua conta corrente especial, emitiu um cheque de R\$2.300,00 que foi imediatamente compensado. O cliente só tomou conhecimento do saldo devedor 11 dias após a compensação do cheque. Nessa situação, sabendo que, para períodos inferiores a 30 dias, o banco cobra juros simples, diários, à taxa mensal de 4,8%, para cobrir o débito no banco relativo a esses 11 dias, o cliente deverá depositar, imediatamente, o montante de:

- a) R\$2.750,40
- b) R\$1.800,00
- c) R\$1.831,68
- d) R\$1.886,40
- e) R\$2.300,00



Como o cliente tinha R\$500,00 na sua conta antes de emitir o cheque, o seu saldo devedor inicial foi de:

$$C = 2300 - 500 = 1800$$

Esse saldo devedor equivale ao capital inicial da dívida. Ele será capitalizado por 11 dias. Como a taxa de juros está em meses, devemos nos lembrar de dividir por 30:

$$M = C(1 + it) = 1800 \left(1 + \frac{0,048 \cdot 11}{30}\right)$$

Agora, basta resolver a expressão encontrada:

$$\begin{aligned} M &= 1800 \left(1 + \frac{0,048 \cdot 11}{30}\right) = 1800 \left(1 + \frac{0,016 \cdot 11}{10}\right) = 1800(1 + 0,0176) \\ M &= 1800 \cdot 1,176 = 1831,68 \end{aligned}$$

Letra c.

016. (FGV/IBGE/2016/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE) Em certa loja, uma bolsa custa R\$120,00 para pagamento à vista. A loja oferece a alternativa de pagar por essa bolsa R\$50,00 no ato da compra e R\$80,00 um mês depois. A taxa de juros ao mês que está implícita nessa alternativa é de, aproximadamente:

- a) 8,3%
- b) 10,3%
- c) 14,3%
- d) 15,3%
- e) 17,3%



A oferta da loja consiste em uma entrada de R\$50. O restante (R\$70) será financiado. Como a entrada foi paga no ato da compra, não houve decurso do tempo, portanto não se verifica o efeito dos juros.



Dessa maneira, devemos calcular a taxa de juros levando em consideração o valor de R\$70 como sendo o capital inicial da dívida, já que esse era o valor que deveria ser pago no momento da compra para quitá-la, e R\$80 como o montante final. Aplicando a expressão dos juros simples, temos:

$$M = C + J \therefore J = M - C = 80 - 70 = 10$$

$$J = Cit \therefore 10 = 70 \cdot i \cdot 1$$

$$i = \frac{10}{70} = \frac{1}{7} = 0,143 \cong 14,3\%$$

Letra c.

017. (FCC/TST/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE/2012) Uma pessoa desejava comprar uma televisão e a loja lhe ofereceu as seguintes condições:

- a) Preço à vista = R\$ 1.500,00;
- b) Preço a prazo = entrada de R\$ 550,00 e R\$ 1.035,50 em 90 dias.

A taxa de juros simples mensal cobrada pela loja, na venda a prazo, foi de:

- a)** 1,87% a.m., aproximadamente
b) 1,90% a.m.
c) 2,91% a.m.
d) 3,00% a.m.
e) 4,50% a.m.



De forma análoga ao problema anterior, devemos ter em mente que não há incidência de juros na parte que foi paga no ato da compra.

O preço à vista era de R\$1.500. Desses, segundo a proposta b, R\$550 seriam pagos no ato da compra como entrada e o restante (R\$950) seria financiado em 90 dias rendendo juros.



O efeito dos juros foi transformar uma dívida inicial de R\$950 em R\$1035,50 no prazo de 90 dias. Portanto, basta usar as expressões conhecidas para o cálculo de juros simples:

$$M = C + J \therefore J = M - C = 1035,50 - 950 = 85,50$$

Uma vez que a taxa de juros foi pedida em meses, já podemos converter o tempo de 90 dias para 3 meses:

$$J = Cit \therefore 85,50 = 950 \cdot i \cdot 3$$

$$i = \frac{85,5}{950 \cdot 3}$$

A taxa de juros pode ser simplificada facilmente, se o(a) aluno(a) notar que $95 \cdot 9 = 855$:

$$\therefore i = \frac{85,5}{950 \cdot 3} = \frac{855}{95 \cdot 3 \cdot 100} = \frac{9}{3 \cdot 100} = \frac{3}{100} = 3\% \text{ a.m.}$$

Letra d.

018. (FCC/TRT-6ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE/2012) Um eletrodoméstico está sendo vendido nas seguintes condições:

- Preço à vista = R\$ 2.580,00;
- Condições a prazo = entrada de R\$ 680,00 e R\$ 1.995,00 em 60 dias.

A taxa de juros simples mensal cobrada na venda a prazo é:

- a) Aproximadamente 1,84% a.m.
- b) 2,30% a.m.
- c) 2,50% a.m.
- d) Aproximadamente 3,68% a.m
- e) 5,00% a.m.



Note que não é todo o preço à vista que foi sujeito à incidência de juros, pois uma parte foi dada como entrada. A parte sobre a qual incidiram juros foi de: R\$2.580 – R\$680 = R\$1.900 Sendo assim, os R\$1.900 financiados tornaram-se R\$1.995 pela ação dos juros simples no prazo de 60 dias, que equivalem a 2 meses. Dessa forma, utilizando-se a expressão :

$$1995 = 1900(1 + i \cdot 2)$$

$$1995 - 1900 = 1900 \cdot 2 \cdot i$$

$$95 = 1900 \cdot 2 \cdot i$$

$$\therefore i = \frac{95}{1900 \cdot 2} = \frac{1}{20 \cdot 2} = \frac{1}{40} = 2,5\% \text{ a.m.}$$

Letra c.

019. (FCC/TRT-4ª REGIÃO/RS/2011/TÉCNICO JUDICIÁRIO/ÁREA ADMINISTRATIVA) Na compra de um par de sapatos, Lucimara pode optar por duas formas de pagamento:

- à vista, por R\$ 225,00;
- R\$ 125,00 no ato da compra mais uma parcela de R\$ 125,00, um mês após a compra.

Se Lucimara optar por fazer o pagamento parcelado, a taxa mensal de juros simples cobrada nesse financiamento é de

- a) 10%.
 b) 20%.
 c) 25%.
 d) 27%.
 e) 30%.



Em questões muito frequentes, precisamos ficar de olho. A regra é sempre a mesma. Os juros só incidem sobre a parte financiada. Como foi pago R\$125 à vista, só foi financiado o valor de R\$100.



A parte financiada foi de R\$100, que, com o efeito dos juros, se tornou R\$125 – que foram pagos um mês após a compra.

Sendo assim, podemos calcular a taxa de juros pela expressão dos juros simples:

$$M = C(1 + it)$$

$$125 = 100(1 + i \cdot 1)$$

$$\frac{125}{100} = 1 + i \therefore 1 + i = 1,25$$

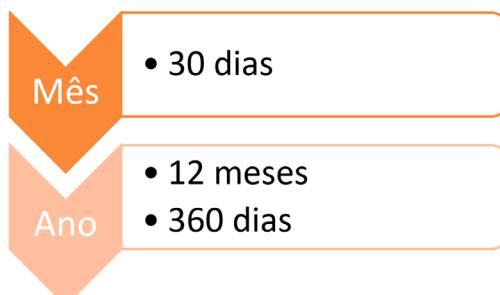
$$\therefore i = 1,25 - 1 = 0,25 = 25\%$$

Letra c.

2.3. JURO EXATO E JURO COMERCIAL

Para as conversões entre diferentes unidades de tempo, em geral, utilizamos a convenção comercial.

Nessa convenção, tem-se:



Porém, outra convenção muito importante que você precisa saber, que é mais usada no mercado financeiro, é a convenção de número de dias úteis. Quando você faz um empréstimo no banco, o cálculo dos juros é feito levando em conta a convenção dos dias úteis.



No entanto, outra convenção mais frequente em provas é o cálculo de **juros exatos**. Para isso, distingue-se o ano civil de 365 dias do ano comercial de 360 dias. O cálculo de juros exatos leva em conta todos os dias do ano, inclusive se o mês tem 30 ou 31 dias (28, no caso de fevereiro).

Podemos fazer um esquema global das três convenções com a Figura 2.

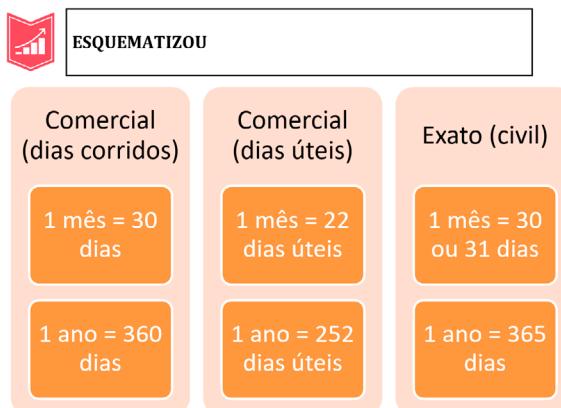


Figura 2: Convenções Comercial e Exata para Cálculo de Juros

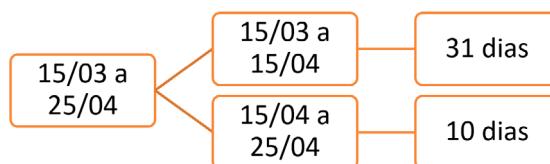
DIRETO DO CONCURSO

020. (FGV/TCM-RJ/2003) Marcos fez uma aplicação de R\$10.000,00 a uma taxa de juros simples exatos de 18,25% ao ano, do dia 15 de março ao dia 25 de abril do mesmo ano. Ao final desse prazo, o saldo de Marcos, desprezando os centavos, era de:

- R\$10.200,00
- R\$10.202,00
- R\$10.205,00
- R\$10.207,00



A principal dificuldade desse tipo de questão é calcular o prazo em dias. Podemos dividir a data em duas partes:



É importante deixar claro que o número de dias entre a data dd/mm e a data dd/(mm+1) depende do número de dias do mês inicial (mm). Assim, o número de dias entre 15 de março e 15 de abril é igual a 31, porque março tem 31 dias.

Feito isso, já calculamos o prazo da aplicação em dias exatos:

$$t = 31 + 10 = 41 \text{ dias}$$

Agora, precisamos converter a taxa anual em diária. Basta utilizar a informação de que 1 ano exato possui 365 dias:

$$i = \frac{18,25\%}{365} = 0,05\%$$

Basta, então, aplicar a expressão dos juros simples para achar o montante final:

$$M = C(1 + it) = 10000 \cdot \left(1 + \frac{0,05}{100} \cdot 41\right)$$

$$M = 10000 + \frac{10000 \cdot 0,05}{100} \cdot 41 = 10000 + 205 = 10205$$

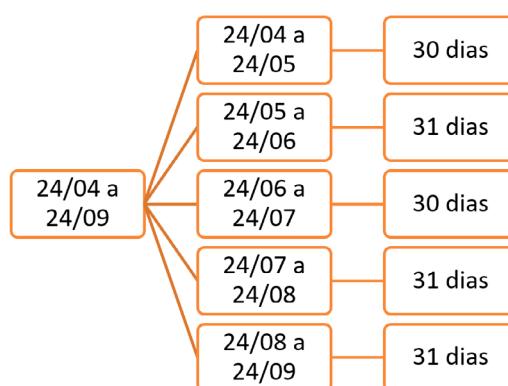
Letra c.

021. (FEPESE/ISS/FLORIANÓPOLIS/2014/AFTM) Um capital de R\$2.000,00 foi aplicado no dia 24 de abril a juros simples de 0,3% ao dia. Seu resgate ocorreu no dia 24 de setembro do mesmo ano. Considerando o ano civil (365 dias), assinale a alternativa que indica o valor do resgate.

- a) R\$2.450,00
- b) R\$2.459,00
- c) R\$2.900,00
- d) R\$2.918,00
- e) R\$3.000,00



Agora, vamos separar o prazo da aplicação de 24 de abril a 24 de setembro em partes. Devemos nos lembrar de que o número de dias entre cada uma das duas datas depende do número de dias do mês inicial.



Portanto, temos o prazo em dias exatos:

$$t = 30 + 31 + 30 + 31 + 31 = 153$$

Montando a expressão dos juros simples:

$$M = C(1 + it)$$

$$M = 2000(1 + 0,003.153) = 2000(1 + 0,459)$$

$$M = 2000 \cdot 1,459 = 2918$$

Letra d.

2.4. TAXA MÉDIA, PRAZO MÉDIO E CAPITAL MÉDIO

Em alguns problemas, pede-se que o(a) aluno(a) calcule a taxa, o prazo ou o capital médio de um conjunto de aplicações.

Essas contas são relativamente fáceis e o(a) aluno(a) não precisa se preocupar com fórmulas. As fórmulas que mostraremos nesta seção são simplesmente médias ponderadas.

Considere um conjunto de aplicações, cada uma delas com capitais ($C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$), taxas ($i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$) e prazos ($t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$).

- **Taxa Média:** é a taxa que, se aplicada a todos os capitais pelo prazo especificado em cada operação, produziria o mesmo juro total.

A taxa média pode ser obtida como uma **média ponderada das taxas**, cujos pesos serão os produtos capital vezes prazo. Assim, para o caso de três aplicações, tem-se:

$$i_{média} = \frac{C_1 i_1 t_1 + C_2 i_2 t_2 + C_3 i_3 t_3}{C_1 t_1 + C_2 t_2 + C_3 t_3}$$

- **Prazo Médio:** é o prazo que, se aplicado a todos os capitais pela mesma taxa de juros especificada em cada operação, produziria o mesmo juro total.

O prazo médio pode ser obtido como uma **média ponderada dos prazos** de cada aplicação, cujos pesos serão os produtos capital vezes taxa. Assim, para o caso de três aplicações, tem-se:

$$t_{média} = \frac{C_1 i_1 t_1 + C_2 i_2 t_2 + C_3 i_3 t_3}{C_1 i_1 + C_2 i_2 + C_3 i_3}$$

- **Capital Médio:** é o capital que deveria ser aplicado às taxas de juros e pelo prazo de cada operação, de modo a produzir o mesmo juro total.

Analogamente, o capital médio pode ser obtido como uma **média ponderada dos capitais** de cada aplicação, cujos pesos serão os produtos taxa vezes tempo. Desse modo, para o caso de três aplicações, tem-se:

$$C_{\text{médio}} = \frac{C_1 i_1 t_1 + C_2 i_2 t_2 + C_3 i_3 t_3}{i_1 t_1 + i_2 t_2 + i_3 t_3}$$

Sendo assim, você não precisará decorar essas fórmulas. Basta lembrar-se de que a taxa média, o capital médio e o prazo médio são médias ponderadas.

DIRETO DO CONCURSO

022. (ESAF/ISS/FORTALEZA/2003) Os capitais de 200, 300 e 100 unidades monetárias são aplicados a juros simples durante o mesmo prazo às taxas mensais de 4%, 2,5% e 5,5%, respectivamente. Calcule a taxa média de aplicação destes capitais.

- a) 2,5%
- b) 3%
- c) 3,5%
- d) 4%
- e) 4,5%



Lembrando-nos de que a taxa média de aplicação é uma média ponderada, temos que:

$$i_{\text{média}} = \frac{C_1 i_1 t_1 + C_2 i_2 t_2 + C_3 i_3 t_3}{C_1 t_1 + C_2 t_2 + C_3 t_3}$$

$$i_{\text{média}} = \frac{200 \cdot 4\%.t + 300 \cdot 2,5\%.t + 100 \cdot 5,5\%.t}{200t + 300t + 100t}$$

$$i_{\text{média}} = \frac{800\%.t + 750\%.t + 550\%.t}{600t}$$

Podemos cortar o prazo desconhecido da aplicação (t):

$$i_{\text{média}} = \frac{800\% + 750\% + 550\%}{600t} = \frac{2100\%}{600} = \frac{21\%}{6} = 3,5\%$$

Letra c.

023. (UEPA/SEFAZ-PA/2013/AUDITOR-FISCAL DE RECEITAS ESTADUAIS) Um empresário solicitou três empréstimos a juros simples aos respectivos bancos A, B e C. No banco A, solicitou R\$50.000,00 à taxa de 42% a.a. por 5 meses. No banco B, foi solicitado o triplo do banco A à taxa de 24% a.a. por 240 dias, e, no banco C, o valor solicitado foi a metade do valor solicitado no banco B à taxa de 36% a.a. por 10 meses. A taxa mensal média aproximada desses empréstimos foi de:

- a) 2,51%
- b) 2,83%

- c) 3%
 d) 24,36%
 e) 34%



Mais uma vez, foi cobrado o conceito de taxa média para três capitais. Porém, note que o enunciado forneceu taxas anuais e pediu a taxa mensal média. Portanto, a primeira atitude que devemos tomar é fazer a proporcionalidade de taxas:

$$i_A = \frac{42\%}{12} = 3,5\%$$

$$i_B = \frac{24}{12}\% = 2\%$$

$$i_C = \frac{36}{12}\% = 3\%$$

$$t_B = \frac{240}{30} = 8 \text{ meses}$$

Agora, sim, tomemos a média ponderada das taxas:

$$i_{média} = \frac{C_1 i_1 t_1 + C_2 i_2 t_2 + C_3 i_3 t_3}{C_1 t_1 + C_2 t_2 + C_3 t_3}$$

$$i_{média} = \frac{50000.3,5\%.5 + 150000.2\%.8 + 75000.3\%.10}{50000.5 + 150000.8 + 75000.10}$$

Simplificando por 10000:

$$i_{média} = \frac{5.5.3,5\% + 15.8.2\% + 7,5.10.3\%}{5.5 + 15.8 + 7,5.10}$$

$$i_{média} = \frac{25.3,5\% + 120.2\% + 75.3\%}{25 + 120 + 75}$$

$$i_{média} = \frac{87,5\% + 240\% + 225\%}{220} = \frac{552,5}{220}\% = 2,51\%$$

Letra a.

Chegamos ao fim da nossa teoria. E, agora, nós vamos trabalhar mais algumas questões. Mas, antes, me siga no Instagram (@math.gran).

RESUMO

Alguns Conceitos Preliminares

O valor investido ou tomado emprestado no instante inicial é o capital inicial, C. Também é chamado de valor principal.

Os juros (J) são agregados ao capital inicial por meio de uma capitalização.

O juro é o preço do dinheiro no tempo. Se não houver decurso de tempo, não há incidência de juros.

A taxa de juros (i) é a porcentagem do capital inicial que será acrescida.

Os juros são consequência da **preferência temporal** do ser humano. O que você prefere: ter R\$ 1.000,00 hoje ou daqui a dez anos? Provavelmente hoje, não é?

Capitalização

O período de capitalização é o momento no qual os juros são computados: mensal, bimestral, anual... Para a capitalização, usamos a fórmula:

$$j = Cit$$

Sempre devemos nos lembrar de deixar as unidades de tempo (t) e taxa iguais: (a.m. com mês, a.a. com ano).

Juros Simples

Os juros simples são, sempre, calculados sobre o capital inicial (C), independentemente do tempo decorrido. Não há capitalização sobre os juros.

O montante é o total de capital ao final de um período e é dado por:

$$M = C + J = C(1 + it)$$

Juros Proporcionais

Duas taxas de juros são proporcionais quando produzem, no regime de juros simples, o mesmo montante final quando aplicadas pelo mesmo capital e o mesmo tempo.

Para obter duas taxas proporcionais, devemos recorrer a uma regra de três. 1% a.m. é proporcional a 12% a.a.

$$i_{mensal} = \frac{i_{anual}}{12} = \frac{12\%}{12} = 1\% \text{ a. m.}$$

Juro Exato e Juro Comercial

	Mês	Ano
Comercial Dias Corridos	30 dias	360 dias
Comercial Dias Úteis	22 dias úteis	252 dias úteis
Exato	30 ou 31 dias	365 dias

Taxa Média, Prazo Médio e Capital Médio

Taxa Média	$i_{média} = \frac{C_1 i_1 t_1 + C_2 i_2 t_2 + C_3 i_3 t_3}{C_1 t_1 + C_2 t_2 + C_3 t_3}$
Prazo Médio	$t_{média} = \frac{C_1 i_1 t_1 + C_2 i_2 t_2 + C_3 i_3 t_3}{C_1 i_1 + C_2 i_2 + C_3 i_3}$
Capital Médio	$C_{média} = \frac{C_1 i_1 t_1 + C_2 i_2 t_2 + C_3 i_3 t_3}{i_1 t_1 + i_2 t_2 + i_3 t_3}$

MAPAS MENTAIS



Juros Simples

Conceitos Importantes:

Capital Inicial (C)

Valor investido ou emprestado no instante inicial.



Também é chamado de valor principal!

Juros

São agregados ao Capital Inicial através de uma Capitalização.

O juro é o preço do dinheiro no **tempo**.

Taxa de Juros (i)

Porcentagem do capital inicial que será acrescida.

Se não há decurso de tempo, não há incidência de Juros!!!

Os Juros (J) são agregados ao Capital Inicial através de uma Capitalização;

A Taxa de Juros (i) é a porcentagem do capital inicial que será acrescida;

O juro é o preço do dinheiro no tempo. Se não houver decurso de tempo, não há incidência de Juros;

O valor investido ou tomado emprestado no instante inicial é o **Capital Inicial, C**. Também é chamado de valor principal;

Os juros são consequência da **preferência temporal** do ser humano. O que você prefere: ter R\$ 1.000,00 hoje ou daqui a dez anos? Provavelmente hoje, não é?

Juros Simples

O período de capitalização é o momento no qual os juros são computados: mensal, bimestral, anual;

Para a Capitalização, usamos a fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

capital inicial
taxa de juros
prazo da aplicação

Devemos sempre lembrar de deixar as unidades de tempo (t) e taxa iguais: (a.m. com mês, a.a. com ano).



O montante é o total de capital ao final de um período e é dado por:

$$M = C + J = C(1 + it)$$

Os juros incidem somente sobre o capital inicial, não há capitalização de juros

Juros Proporcionais

Duas taxas de juros são **proporcionais** quando produzem, no **regime de juros simples**, o mesmo montante final quando aplicadas pelo mesmo capital e o mesmo tempo.

Para obter duas taxas proporcionais, devemos recorrer a uma regra de três:

Exemplo: Qual a taxa de juros mensal que é proporcional a 12% a.a?

$$\begin{array}{ccc} \text{Taxa de Juros} & & \text{Tempo} \\ 12\% & & 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses} \\ & x & 1 \text{ mês} \\ \frac{x}{12\%} = \frac{1}{12} & \therefore x = \frac{12\%}{12} = 1\% \text{ a.m.} \end{array}$$

Conclusão: 1% a.m. é proporcional a 12% a.a.

Juro Exato E Juro Comercial

	Mês	Ano
Comercial Dias Corridos	30 dias	360 dias
Comercial Dias Úteis	22 dias úteis	252 dias úteis
Exato	30 ou 31 dias	365 dias

Juros Simples

Taxa Média, Prazo Médio, & Capital Médio

Taxa Média	$i_{média}$	$\frac{C \cdot i \cdot t + C \cdot i \cdot t + C \cdot i \cdot t}{C \cdot t + C \cdot t + C \cdot t}$
Prazo Médio	$t_{média}$	$\frac{C \cdot i \cdot t + C \cdot i \cdot t + C \cdot i \cdot t}{C \cdot i + C \cdot i + C \cdot i}$
Capital Médio	$C_{média}$	$\frac{C \cdot i \cdot t + C \cdot i \cdot t + C \cdot i \cdot t}{i \cdot t + i \cdot t + i \cdot t}$

QUESTÕES COMENTADAS EM AULA

001. (FGV/CAERN/2010/AGENTE ADMINISTRATIVO) Leandro aplicou a quantia de R\$ 200,00. Ao final do período, seu montante era de R\$ 288,00. Se a aplicação de Leandro se deu em regime de juros simples, durante 8 meses, a taxa mensal de juros foi:

- a) 5,0%
- b) 5,5%
- c) 6,5%
- d) 7,0%
- e) 6,0%

002. (CESPE/ANTAQ/2014) Se uma empresa investir R\$ 100 mil a determinada taxa simples de juros mensais e, após 16 meses de aplicação, resgatar o montante de R\$ 148.200, conclui-se que a taxa de juros é inferior a 3%.

003. (CESPE/FUB/2011/CARGOS DE NÍVEL MÉDIO) Considere que um capital de R\$ 40.000,00 seja aplicado em um fundo de investimentos e, ao final de 12 meses, o montante líquido atinja o dobro do capital inicial. Nesse caso, a taxa mensal de juros líquida, no regime de capitalização simples, é superior a 9%.

004. (CESPE/FUB/2011/CONTADOR) No regime de juros simples, não ocorre capitalização.

005. (FGV/SEFAZ-RJ/2011/AUDITOR-FISCAL DA RECEITA ESTADUAL) O número de anos para que um capital quadruplique de valor, a uma taxa de 5% ao mês, juros simples, é de:

- a) 7,50
- b) 3,80
- c) 4,50
- d) 5,00
- e) 6,00

006. (FEPESE/ISS/FLORIANÓPOLIS/SC/2014) A taxa de juros simples mensais de 4,25% é equivalente à taxa de:

- a) 12,5% trimestral.
- b) 16% quadrimestral.
- c) 25,5% semestral.
- d) 36,0% anual.
- e) 52% anual.

007. (CESPE/MPU/2015/ANALISTA ATUARIAL) Considerando que um investidor tenha aplicado R\$ 50.000,00 à taxa de juros simples de 15% ao mês, julgue os itens que se seguem. Se, em um mês de 30 dias, o capital ficar aplicado por 23 dias, então o montante a ser auferido será superior a R\$ 55.500,00.

008. (FEPESE/SEFAZ-SC/2010/ANALISTA FINANCEIRO) Um Capital de \$ 5.000,00, aplicado a juros simples de 60% ao ano, rendeu \$ 1.250,00.

Assinale a alternativa que indica quanto tempo (em meses) esse capital ficou aplicado.

- a) 3 meses
- b) 5 meses
- c) 7 meses
- d) 9 meses
- e) 12 meses

009. (FCC/TRT-13^a/PB/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE/2014) A aplicação a juros de um capital de R\$ 3.000,00 resultou em um montante de R\$ 3.300,00 ao final do período de 2 meses e meio. A taxa de juros simples anual desse investimento, em %, foi de:

- a) 4
- b) 48
- c) 10
- d) 60
- e) 38

010. (CESPE/BRB/2011/ESCRITURÁRIO) No regime de juros simples, as taxas de 3% ao mês e 36% ao ano, aplicadas sobre o capital de R\$ 100,00 e pelo prazo de dois anos, são proporcionais, pois ambas produzem o montante de R\$ 172,00.

011. (FCC/TRF-2^a REGIÃO/2012/TÉCNICO JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE) Um capital de R\$ 25.000,00, aplicado a juros simples e à taxa anual de 12%, ao final de um período de 15 meses produzirá o montante de

- a) R\$ 37.000,00.
- b) R\$ 37.250,00.
- c) R\$ 32.500,00.
- d) R\$ 28.750,00.
- e) R\$ 25.250,00.

012. (FGV/SEFAZ/RJ/2011/AUDITOR-FISCAL DA RECEITA ESTADUAL) Um indivíduo deixa de pagar um título no valor de R\$ 2.000,00, atrasando o pagamento em três meses. A taxa de juros, juros simples, é de 35% ao ano. Ao pagar o título, seu valor é:

- a) R\$ 2.250,00.
- b) R\$ 2.325,00.
- c) R\$ 2.175,00.
- d) R\$ 2.155,00.
- e) R\$ 4.100,00.

013. (FGV/SEFAZ-MT/2014/AUDITOR-FISCAL) O número de meses necessários para que um investimento feito na poupança triplique de valor (assumindo que esta remunere à taxa de 6% ao ano, no regime de juros simples) é de:

- a) 34
- b) 200
- c) 333
- d) 400
- e) 500

014. (FCC/MANAUSPREV/2015/ANALISTA PREVIDENCIÁRIO/ECONOMIA) José fez uma aplicação financeira de R\$ 1.000,00 para o período de 6 meses em um título de renda fixa com uma taxa de juros simples de 3% ao trimestre. Infelizmente, José teve um problema financeiro e precisou resgatar sua aplicação no 4º mês. Considerando essas informações, o valor resgatado por José foi de, em reais,

- a) 1.040,00.
- b) 1.140,00.
- c) 1.400,00.
- d) 1.440,00.
- e) 1.004,00.

015. (CESPE/ICMS-ES/2013) Um cliente, que tinha R\$500,00 em sua conta corrente especial, emitiu um cheque de R\$2.300,00 que foi imediatamente compensado. O cliente só tomou conhecimento do saldo devedor 11 dias após a compensação do cheque. Nessa situação, sabendo que, para períodos inferiores a 30 dias, o banco cobra juros simples, diários, à taxa mensal de 4,8%, para cobrir o débito no banco relativo a esses 11 dias, o cliente deverá depositar, imediatamente, o montante de:

- a) R\$2.750,40
- b) R\$1.800,00
- c) R\$1.831,68
- d) R\$1.886,40
- e) R\$2.300,00

016. (FGV/IBGE/2016/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE) Em certa loja, uma bolsa custa R\$120,00 para pagamento à vista. A loja oferece a alternativa de pagar por essa bolsa

R\$50,00 no ato da compra e R\$80,00 um mês depois. A taxa de juros ao mês que está implícita nessa alternativa é de, aproximadamente:

- a) 8,3%
- b) 10,3%
- c) 14,3%
- d) 15,3%
- e) 17,3%

017. (FCC/TST/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE/2012) Uma pessoa desejava comprar uma televisão e a loja lhe ofereceu as seguintes condições:

- a) Preço à vista = R\$ 1.500,00;
- b) Preço a prazo = entrada de R\$ 550,00 e R\$ 1.035,50 em 90 dias.

A taxa de juros simples mensal cobrada pela loja, na venda a prazo, foi de:

- a) 1,87% a.m., aproximadamente
- b) 1,90% a.m.
- c) 2,91% a.m.
- d) 3,00% a.m.
- e) 4,50% a.m.

018. (FCC/TRT-6^a REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE/2012) Um eletrodoméstico está sendo vendido nas seguintes condições:

- Preço à vista = R\$ 2.580,00;
- Condições a prazo = entrada de R\$ 680,00 e R\$ 1.995,00 em 60 dias.

A taxa de juros simples mensal cobrada na venda a prazo é:

- a) Aproximadamente 1,84% a.m.
- b) 2,30% a.m.
- c) 2,50% a.m.
- d) Aproximadamente 3,68% a.m
- e) 5,00% a.m.

019. (FCC/TRT-4^a REGIÃO/RS/2011/TÉCNICO JUDICIÁRIO/ÁREA ADMINISTRATIVA) Na compra de um par de sapatos, Lucimara pode optar por duas formas de pagamento:

- à vista, por R\$ 225,00;
- R\$ 125,00 no ato da compra mais uma parcela de R\$ 125,00, um mês após a compra.

Se Lucimara optar por fazer o pagamento parcelado, a taxa mensal de juros simples cobrada nesse financiamento é de

- a) 10%.
- b) 20%.
- c) 25%.
- d) 27%.
- e) 30%.

020. (FGV/TCM-RJ/2003) Marcos fez uma aplicação de R\$10.000,00 a uma taxa de juros simples exatos de 18,25% ao ano, do dia 15 de março ao dia 25 de abril do mesmo ano. Ao final desse prazo, o saldo de Marcos, desprezando os centavos, era de:

- a) R\$10.200,00
- b) R\$10.202,00
- c) R\$10.205,00
- d) R\$10.207,00

021. (FEPESE/ISS/FLORIANÓPOLIS/2014/AFTM) Um capital de R\$2.000,00 foi aplicado no dia 24 de abril a juros simples de 0,3% ao dia. Seu resgate ocorreu no dia 24 de setembro do mesmo ano. Considerando o ano civil (365 dias), assinale a alternativa que indica o valor do resgate.

- a) R\$2.450,00
- b) R\$2.459,00
- c) R\$2.900,00
- d) R\$2.918,00
- e) R\$3.000,00

022. (ESAF/ISS/FORTALEZA/2003) Os capitais de 200, 300 e 100 unidades monetárias são aplicados a juros simples durante o mesmo prazo às taxas mensais de 4%, 2,5% e 5,5%, respectivamente. Calcule a taxa média de aplicação destes capitais.

- a) 2,5%
- b) 3%
- c) 3,5%
- d) 4%
- e) 4,5%

023. (UEPA/SEFAZ-PA/2013/AUDITOR-FISCAL DE RECEITAS ESTADUAIS) Um empresário solicitou três empréstimos a juros simples aos respectivos bancos A, B e C. No banco A, solicitou R\$50.000,00 à taxa de 42% a.a. por 5 meses. No banco B, foi solicitado o triplo do banco A à taxa de 24% a.a. por 240 dias, e, no banco C, o valor solicitado foi a metade do valor solicitado no banco B à taxa de 36% a.a. por 10 meses. A taxa mensal média aproximada desses empréstimos foi de:

- a) 2,51%
- b) 2,83%
- c) 3%
- d) 24,36%
- e) 34%

QUESTÕES DE CONCURSO

024. (FGV/PREFEITURA DE ANGRA DOS REIS/RJ/2019/BERÇARISTA) Júlia pagou uma conta de R\$ 150,00, após o vencimento, com 7% de juros.

O valor total pago por Júlia foi de

- a) R\$ 157,00.
- b) R\$ 158,50.
- c) R\$ 160,50.
- d) R\$ 162,00.
- e) R\$ 167,00.



Os juros a partir do valor inicial da conta paga por Júlia independem do tempo de atraso decorrido. Por esse motivo, basta somar, ao valor inicial da conta, 7% deste. De maneira que:

$$C = R\$ 150,00$$

$$i = 7\% = 0,07$$

$$J = 150 \cdot 0,07 = R\$ 10,50$$

Sendo a fórmula do montante para juros simples dada por:

$$M = C + J$$

O valor pago por Júlia foi de:

$$M = 150 + 10,50 = R\$ 160,50$$

Letra c.

025. (FCC/FUNAPE/2017/ANALISTA EM GESTÃO PREVIDENCIÁRIA) João emprestou a quantia de R\$ 23.500,00 a seu filho Roberto. Trataram que Roberto pagaria juros simples de 4% ao ano. Roberto pagou esse empréstimo para seu pai após 3 anos. O valor total dos juros pagos por Roberto foi

- a) R\$ 3.410,00.
- b) R\$ 2.820,00.
- c) R\$ 2.640,00.
- d) R\$ 3.120,00.
- e) R\$ 1.880,00.



A fórmula de juros simples é dada por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Em que:

$$C = R\$ 23.500,00$$

$$i = 4\% = 0,04 \text{ a.a}$$

$$t = 3 \text{ anos}$$

Substituindo valores:

$$J = 23500 \cdot 0,04 \cdot 3 = R\$ 2.820,00$$

Letra b.

026. (CESPE/STM/2018/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE) No regime de juros simples, a taxa de 21% ao mês é equivalente à taxa de 252% ao ano.



No regime de juros simples, as taxas de juros são proporcionais ao período de tempo a que elas se referem. Como 1 ano tem 12 meses, podemos escrever:

$$\frac{i_{anual}}{12} = \frac{i_{mês}}{1} \therefore i_{anual} = 12 \cdot i_{mês}$$

Resolvendo a equação para a taxa anual, temos:

$$i_{anual} = 12 \cdot i_{mês} = 12 \cdot 21\% = 252\% \text{ a.a}$$

Outra forma de resolver esse problema é montando uma regra de três:



$$\frac{x}{21\%} = \frac{12}{1} \therefore x = 12 \cdot 21\% = 252\% \text{ a.a.}$$

Certo.

027. (FCC/SEDU-ES/2018/PROFESSOR DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO) A taxa de juro simples bimestral proporcional à 4,8% ao ano é igual a

- a) 3,6%.
- b) 1,2%.
- c) 0,4%.
- d) 0,8%.
- e) 2,4%.



Para aplicações a **juros simples**, as taxas equivalentes são diretamente proporcionais entre si. Então, podemos escrever:

Taxa	Meses
x	2
4,8%	12

Em que x corresponde à taxa bimestral (2 meses).

É importante frisar que as unidades de medida devem ser iguais, por isso o uso de 2 meses (1 bimestre) e 12 meses (1 ano).

Seguindo o sentido das setas, chega-se à seguinte equação:

$$\frac{x}{4,8} = \frac{2}{12}$$

$$12x = 2 \cdot 4,8$$

$$12x = 9,6$$

$$x = 0,8\% \text{ a. b}$$

Letra d.

028. (FGV/MPE-RJ/2019/ANALISTA DO MINISTÉRIO PÚBLICO/ADMINISTRATIVA) Carlos pagou uma conta atrasada com 5% de juros, no total de R\$ 378,00. Se tivesse pago a conta em dia, sem os juros, o valor que Carlos pagaria é:

- a) R\$ 356,40;
- b) R\$ 359,10;
- c) R\$ 360,00;
- d) R\$ 360,40;
- e) R\$ 362,00.



O enunciado informou uma taxa de juros válida para todo o período da dívida. Nessa situação, devemos considerar a taxa citada e o tempo igual a 1 unidade.

$$M = C + J$$

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Além disso, o montante, dado pelo valor pago, é:

$$M = R\$ 378,00$$

E a taxa é:

$$i = 5\% = 0,05$$

Substituindo valores:

$$M = C + J = C + C \cdot i = C + 0,05C = 1,05C$$

$$378 = 1,05C \therefore C = R\$ 360,00$$

Letra c.

029. (CESPE/SEFAZ-RS/2018/AUDITOR-FISCAL) Carla tomou R\$ 4.000 emprestados em um banco que retém, no ato da negociação, 5% a título de taxa de administração e cobra 1% de juros simples ao mês sobre a quantia efetivamente entregue a Carla.

Nesse caso, ao final do quinto mês, o valor a ser recebido pelo banco, correspondente às taxas sobre o empréstimo concedido a Carla, será igual a

- a) R\$ 190.
- b) R\$ 200.
- c) R\$ 250.
- d) R\$ 390.
- e) R\$ 400.



Carla tomou R\$ 4.000,00 emprestados de um banco que cobra 5% (0,05) desse valor como taxa de administração, no ato da negociação. Isso significa que Carla recebeu efetivamente:

$$C = 4000 - 0,05 \cdot 4000 = 4000 - 200 = R\$ 3.800,00$$

Os juros correm em cima desse valor. Pode-se defini-lo por meio da fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Em que:

$$C = R\$ 3.800,00$$

$$i = 1\% = 0,01 \text{ a.m}$$

$$t = 5 \text{ meses}$$

Substituindo os valores calculados anteriormente, dados pelo enunciado, temos:

$$J = 3800 \cdot 0,01 \cdot 5$$

$$J = R\$ 190,00$$

Dessa forma, a meu ver, a questão tinha como gabarito a letra "a". Porém, por algum motivo, o CESPE resolveu anular essa questão. Segundo a banca, "a redação do enunciado prejudicou a interpretação do problema apresentado pela questão."

Anulada.

030. (FGV/AL-RO/2018/ANALISTA LEGISLATIVA/ECONOMIA) Suponha que um investidor tenha o objetivo de quadruplicar o seu capital em um investimento que remunere a taxa de juros de 1% ao mês, sob o regime de juros simples.

Assinale a opção que indica o tempo necessário para atingir esse objetivo.

- a) 139 meses.
- b) 11 anos e 7 meses.
- c) 300 anos.
- d) 25 anos.
- e) 2 anos e meio.



Sabendo que o investidor deseja quadruplicar seu capital, dado por x , seu valor de montante deve ser:

$$M = 4x$$

O regime será juros simples, cujas fórmulas são dadas por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J = C(1 + i \cdot t)$$

Utilizando a fórmula para o montante, temos apenas o tempo como variável, pois $C = x$ e $i = 1\% = 0,01$ a.m. Portanto:

$$4x = x(1 + 0,01 \cdot t)$$

Os valores de x se cancelam e ficamos com:

$$4 = 1 + 0,01 \cdot t$$

$$4 - 1 = 0,01 \cdot t$$

$$3 = 0,01 \cdot t$$

$$\therefore t = \frac{3}{0,01} = 300 \text{ meses}$$

Um ano possui 12 meses, então, 300 meses possuem:

Meses	Anos
12	1
300	y

$$\frac{12}{300} = \frac{1}{y}$$

$$\therefore y = \frac{300}{12} = 25 \text{ anos}$$

Letra d.

031. (FCC/TRE-SP/2017/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTABILIDADE) Demitido da empresa em que trabalhava, o senhor Felizardo investiu a indenização recebida no Banco Regional da Fazenda. O valor a ser resgatado, após oito meses de aplicação, é de R\$ 210.000. Considerando-se que a taxa de juros simples é de 5% ao mês, o valor da aplicação, em reais, foi de

- a) 140.000.
- b) 170.000.
- c) 60.000.
- d) 96.000.
- e) 150.000.



Considerando as fórmulas de juros simples, dadas por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J = C(1 + i \cdot t)$$

Em que:

$$M = R\$ 210.000,00$$

$$i = 5\% \text{ a.m}$$

$$t = 8 \text{ meses}$$

Nossa única variável é o capital investido, então, substituindo valores para a fórmula do montante:

$$210000 = C(1 + 0,05 \cdot 8)$$

$$210000 = C(1 + 0,40)$$

$$210000 = 1,40 \cdot C$$

$$\therefore C = \frac{210000}{1,40} = R\$ 150.000,00$$

Letra e.

032. (CESPE/SE-DF/2017/PROFESSOR DE ADMINISTRAÇÃO) Em cada um do item a seguir, é apresentada uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de juros, divisão proporcional e regra de três.

A quantia de R\$ 1.000,00 foi aplicada à taxa de juros simples de 3% ao mês. Nessa situação, em menos de 3 anos o montante auferido será o dobro da quantia inicial aplicada.



Por meio das fórmulas de juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J = C(1 + i \cdot t)$$

Tem-se que o valor do capital investido, montante e taxa de juros são dados por:

$$C = \text{R\$ } 1.000,00$$

Segundo o enunciado, o montante final corresponde ao dobro do capital investido. Então, podemos dizer que ele é igual a R\$2.000,00:

$$M = 2 \cdot 1000 = \text{R\$ } 2.000,00$$

Já a taxa de juros foi fornecida pelo enunciado como 3% ao mês:

$$i = 3\% \text{ a. m} = 0,03 \text{ a. m}$$

Substituindo os valores na fórmula para montante a juros simples, tem-se:

$$2000 = 1000(1 + 0,03t)$$

Isolando o tempo, temos que serão necessários:

$$\therefore (1 + 0,03 \cdot t) = \frac{2000}{1000} = 2$$

Agora, vamos calcular o tempo envolvido:

$$(1 + 0,03 \cdot t) = 2$$

$$0,03 \cdot t = 2 - 1 = 1$$

$$\therefore t = \frac{1}{0,03} = 33,33 \text{ meses}$$

Note que, já que a taxa de juro foi fornecida em meses, o tempo foi também calculado em meses. Como um ano possui 12 meses, podemos calcular o número de meses em 3 anos.

Ano	Meses
1	12
3	x

Por meio dos sentidos das setas, tem-se a seguinte equação:

$$x = 12 \cdot 3 = 36 \text{ meses}$$

Como o tempo necessário para dobrar o capital investido é de 33,33 meses:

$$t = 33,33 \text{ meses}$$

$$33,33 \text{ meses} < 36 \text{ meses}$$

Certo.

033. (CESPE/EBSERH/2018/TÉCNICO EM CONTABILIDADE) No que se refere a matemática financeira e finanças, julgue o item seguinte.

Se R\$ 10.000 forem aplicados pelo prazo de 45 dias à taxa de juros simples de 12% ao ano, o montante ao final do período será inferior a R\$ 10.140.



Para aplicações a juros simples, é válida a proporção direta entre taxas. Desse modo, para saber a taxa mensal, com base na taxa anual, basta fazer:

Taxa	Meses
12%	12
x	1

Pelos sentidos das setas, chega-se às proporções:

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{1}$$

$$x = 1\% \text{ a. m}$$

45 dias equivalem a 1 mês e meio (1,5 mês).

Sejam as fórmulas de juros simples dadas por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J = C(1 + i \cdot t)$$

Temos que o valor do capital é R\$ 10.000,00:

$$M = 10000(1 + 0,01 \cdot 1,5)$$

$$M = R\$ 10.150,00$$

$$R\$ 10.150,00 > R\$ 10.140,00$$

Errado.

034. (FGV/BANESTES/2018/ANALISTA DE COMUNICAÇÃO) Marcela pagou uma conta vencida com 5% de juros. O valor pago por Marcela foi de R\$ 420,00. Se Marcela tivesse pagado a conta até o vencimento, ela teria economizado:

- a) R\$ 21,00;

- b) R\$ 20,00;
- c) R\$ 19,00;
- d) R\$ 18,00;
- e) R\$ 17,00.



Sabe-se que o montante pago por Marcela foi de:

$$M = R\$ 420,00$$

Além disso, a taxa de juros foi de:

$$i = 5\% = 0,05$$

Essa taxa de juros vale sobre todo o período em que o dinheiro ficou aplicado. Pelas fórmulas de juros simples, temos:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J = C(1 + i \cdot t)$$

Em que $t = 1$ é o período de tempo em questão.

Substituindo os valores dados pelo enunciado, temos:

$$420 = C(1 + 0,05)$$

$$420 = C \cdot 1,05$$

$$\therefore C = \frac{420}{1,05} = 400$$

$$C = R\$ 400,00$$

Marcela poderia ter pagado a conta por R\$400,00 no prazo, mas pagou R\$420,00 devido ao seu atraso. A diferença entre o montante final e a dívida inicial corresponde justamente ao cupom de juros, que é o valor que ela poderia ter economizado.

$$J = M - C$$

$$J = 420 - 400$$

$$J = R\$ 20,00$$

Letra b.

035. (CESPE/SEFAZ-RS/2018/AUDITOR-FISCAL) João, Pedro e Tiago, três investidores amadores, animados com a popularização das criptomoedas, investiram 12, 14 e 24 mil reais, respectivamente, em moeda virtual. Após uma semana do investimento, eles perceberam que o prejuízo acumulado, que era de 8 mil reais, deveria ser dividido entre os três, em proporção direta aos valores investidos. Nessa situação, em caso de desistência do investimento após a constatação do prejuízo, João, Pedro e Tiago receberão, respectivamente, as quantias, em reais, de

- a) 9.340, 11.340 e 21.340.
 b) 10.080, 11.760 e 20.160.
 c) 11.920, 13.240 e 22.840.
 d) 2.660, 2.660 e 2.660.
 e) 1.920, 2.240 e 3.840.



Sabendo-se que o prejuízo de R\$ 8.000,00 reais seria dividido diretamente proporcional ao investimento inicial de cada amigo e sendo os valores a serem pagos por João, Pedro e Tiago dados por J, P e T, respectivamente, tem-se a seguinte proporção:

$$\frac{J}{12000} = \frac{P}{14000} = \frac{T}{24000}$$

Por meio das propriedades de razão e proporção, temos:

$$\frac{J}{12000} = \frac{P}{14000} = \frac{T}{24000} = \frac{J + P + T}{12000 + 14000 + 24000} = \frac{8000}{50000} = 0,16$$

Pois a soma das dívidas de cada um deles é R\$ 8.000,00 (valor total).

Para encontrar os valores pagos por cada um deles, basta utilizar as igualdades:

$$\frac{J}{12000} = 0,16 \therefore J = 0,16 \cdot 12000 = 1920$$

$$\frac{P}{14000} = 0,16 \therefore P = 0,16 \cdot 14000 = 2240$$

$$\frac{T}{24000} = 0,16 \therefore T = 0,16 \cdot 24000 = 3840$$

O exercício nos pede os valores que cada um dos colegas receberia em caso de desistência. Isto é, o valor investido menos o valor pago referente ao prejuízo. Por esse motivo, seus montantes serão de:

$$M_J = 12000 - 1920 = R\$ 10.080,00$$

$$M_P = 14000 - 2240 = R\$ 11.760,00$$

$$M_T = 24000 - 3840 = R\$ 20.160,00$$

Outra forma interessante de resolver esse tipo de questão é obtendo o quanto o dinheiro investido pelos participantes corresponde em relação ao total que foi investido. O total investido corresponde à soma do que cada um investiu:

$$Total = 12000 + 14000 + 24000 = 50000$$

O percentual de participação de cada um dos investidores pode ser obtido como a razão entre o que eles investiram individualmente e o total investido:

$$\%João = \frac{\text{dinheiro investido}}{\text{total}} = \frac{12000}{50000} = 0,24 = 24\%$$

$$\%Pedro = \frac{14000}{50000} = 0,28 = 28\%$$

$$\%Tiago = \frac{24000}{50000} = 0,24 = 48\%$$

Sabemos que o prejuízo dos três somado foi igual a R\$8 mil e que esse prejuízo deve ser dividido entre eles proporcionalmente à sua participação. Dessa forma, João deve absorver 24% do prejuízo, Pedro deve absorver 28%, e Tiago, 48%. Façamos as contas:

$$J = 0,24 \cdot 50000 = R\$ 1.920,00$$

$$P = 0,28 \cdot 50000 = R\$ 2.240,00$$

$$T = 0,48 \cdot 50000 = R\$ 3.840,00$$

Letra b.

036. (FCC/SEGEPE-MA/2018/CONTADOR) Uma empresa obteve um empréstimo no valor de R\$ 100.000,00 para ser liquidado em um único pagamento no final de 4 meses. A taxa de juros simples contratada foi 3% ao mês e a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do empréstimo, uma tarifa cujo valor corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo. A taxa de custo efetivo incidente no empréstimo foi, em %, no período do prazo do empréstimo,

- a) 12,55.
- b) 13,00.
- c) 13,12.
- d) 12,00.
- e) 13,68.



As fórmulas de juros simples são dadas por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J$$

A respeito dessa expressão, os valores fornecidos no enunciado foram:

$$C = R\$ 100.000,00$$

$$i = 3\% = 0,03 \text{ a.m}$$

$$t = 4 \text{ meses}$$

Assim, podemos calcular o cupom de juros e o respectivo montante:

$$J_1 = 100000 \cdot 0,03 \cdot 4 \therefore J_1 = R\$ 12.000,00$$

$$M = C + J = 100000 + 12000 = R\$ 112.000,00$$

Porém, além dos juros pagos com o empréstimo, é cobrado 1% (0,01) do valor do montante. Esse valor é dado por:

$$J_2 = 0,01 \cdot 112000 = R\$ 1.120,00$$

Logo, os juros totais são dados por:

$$J = J_1 + J_2 = 12000 + 1120 = R\$ 13.120,00$$

Como queremos determinar a taxa de juros efetiva para o período total da aplicação, devemos considerar o intervalo de tempo como 1 unidade e calcular os juros efetivos pela expressão:

$$J = C \cdot i_{ef}$$

Podemos, então, isolar a taxa de juros efetivos:

$$\therefore i_{ef} = \frac{J}{C}$$

Agora, vamos substituir os valores calculados:

$$i = \frac{13120}{100000} = 0,1312 = 13,12\%$$

Letra c.

037. (FCC/SEGEPE-MA/2018/ANALISTA PREVIDENCIÁRIO/ATUARIAL E CONTÁBIL) Uma determinada pessoa deseja comprar uma televisão e a loja ofereceu as seguintes condições:

- a) Preço à vista = R\$ 3.200,00.
- b) Condições a prazo = entrada de R\$ 1.000,00 e R\$ 2.497,00 em 90 dias.

A taxa de juros simples mensal cobrada na venda a prazo é, em % ao mês,

- a) 1,135.
- b) 3,78.
- c) 3,09.
- d) 4,50.
- e) 13,50.



Para calcular o valor total da televisão a prazo, deve-se somar a entrada mais a parcela após 90 dias:

$$M = 1000 + 2497 = R\$ 3497,00$$

A diferença desse valor para a televisão à vista é dada por:

$$J = 3497 - 3200 = R\$ 297,00$$

Como houve uma entrada, o valor financiado foi de:

$$C = 3200 - 1000 = R\$ 2.200,00$$

É importante lembrar que os juros se devem somente pelo decurso do tempo. Portanto, eles não incidem sobre a parte da televisão que foi paga à vista.

Agora, vamos olhar para a fórmula de juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Nessa expressão, já sabemos os juros pagos e o capital financiado. O tempo foi fornecido no enunciado em dias, porém desejamos a taxa em meses:

$$t = 90 \text{ dias} = 3 \text{ meses}$$

Substituindo valores:

$$297 = 2200 \cdot i \cdot 3$$

Em seguida, vamos isolar a taxa de juros:

$$\therefore i = \frac{297}{2200 \cdot 3} = \frac{99}{2200} = \frac{99}{22} \cdot \frac{1}{100} = \frac{99}{22} \% = \frac{9}{2} \% = 4,5\%$$

Nas contas anteriores, efetuamos primeiramente a simplificação $297/3 = 99$. A seguir, separamos $1/100$, que corresponde ao por cento. Também usamos o fato de que 99 e 22 podem ser simplificados por 11.

Letra d.

038. (FCC/SEFAZ-BA/2019/AUDITOR-FISCAL) Uma loja de produtos eletrodomésticos anuncia duas condições para a compra de determinado produto:

- Compra com pagamento à vista no valor de R\$ 1.900,00;
- Compra a prazo, sendo uma entrada no valor de R\$ 500,00 e o pagamento de uma parcela adicional no valor de R\$ 1.484,00 após 2 meses da data da compra.

Se a empresa utiliza o regime de capitalização simples, a taxa de juros simples, em percentual ao mês, que cobra na venda a prazo é

- a) 1,06%.
- b) 3,00%.
- c) 2,21%.
- d) 0,53%.
- e) 6,00%.



Para descobrir a taxa ao mês, é necessário utilizar as fórmulas de juros simples, dadas por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J$$

Os juros são calculados por meio da diferença do valor pago à vista e o valor total a prazo. Este último é dado pelo valor da entrada, mais o valor pago após 2 meses:

$$M = 500 + 1484 = R\$ 1.984,00$$

Portanto, os juros são dados pelo valor:

$$J = 1984 - 1900 = R\$ 84,00$$

O valor financiado foi de:

$$C = 1900 - 500 = R\$ 1.400,00$$

Desse modo, a única variável passa a ser a taxa de juros, pois $t = 2$ meses. Substituindo valores:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$84 = 1400 \cdot i \cdot 2$$

$$\therefore i = \frac{84}{1400 \cdot 2} = \frac{42}{14} \cdot \frac{1}{100} = 3\%$$

Letra b.

O instituto de previdência privada IPP paga, no início de cada mês, a cada um de seus segurados, um auxílio – que pode ser auxílio-doença ou auxílio-maternidade – no valor de R\$ 500,00. Também no início de cada mês, o IPP concede 800 novos auxílios-doença e uma quantidade constante x de auxílios-maternidade. Para o pagamento desses auxílios, o IPP recorre a uma instituição financeira, tomando empréstimos à taxa de juros simples de 2,5% ao mês.

Com referência aos meses de janeiro, fevereiro e março do último ano, o IPP pagou R\$ 90.000,00 de juros à instituição financeira por conta dos empréstimos para pagamento desses novos auxílios.

Com base nessa situação hipotética, julgue os itens subsequentes.

039. (CESPE/INSS/ANALISTA DO SEGURO SOCIAL/2008) A taxa de juros simples anual proporcional à taxa de juros cobrada pela referida instituição financeira é igual a 25%.



No caso de juros simples, a conversão entre taxa mensal e anual é feita pela multiplicação:

$$i = 2,5 \cdot 12 = 30\% \text{ ao ano}$$

Errado.

040. (CESPE/INSS/ANALISTA DO SEGURO SOCIAL/2008) Com referência aos 3 meses considerados, a soma dos novos auxílios-doença pagos pelo IPP foi inferior a R\$ 2.000.000,00.



Em janeiro, foram concedidos 800 benefícios de R\$500. Em fevereiro, foram concedidos 800 benefícios além dos que já existiam anteriormente, da mesma forma em março. Portanto, foram pagos em benefícios:

Janeiro: $800 \cdot R\$500 = R\400.000

Fevereiro: $1600 \cdot R\$500 = R\800.000

Março: $2400 \cdot R\$500 = R\$1.200.000$

A soma dos três meses é:

$$S = 400000 + 800000 + 1200000 = R\$2.400.000$$

Desse modo, essa soma é superior a 2 milhões.

Errado.

041. (CESPE/INSS/ANALISTA DO SEGURO SOCIAL/2008) Com referência aos 3 meses considerados, o IPP destinou mais de R\$ 1.200.000,00 para pagar os novos auxílios-maternidade.



Com base no item anterior, podemos calcular os juros pagos por conta dos financiamentos dos auxílios-doença.

Janeiro:

$$J = Cit = 400000 \cdot 0,025 \cdot 3 = 30000$$

Fevereiro:

$$J = Cit = 800000 \cdot 0,025 \cdot 2 = 40000$$

Março:

$$J = Cit = 1200000 \cdot 0,025 \cdot 1 = 30000$$

Portanto, a soma dos juros pagos por conta dos auxílios-doença já foi de R\$100.000. Sendo assim, os juros pagos ao auxílio-maternidade deveriam ser negativos, no valor de R\$10.000. Em termos matemáticos, esse problema tem solução. Porém, é impossível o IPP pagar uma quantidade negativa de benefícios. Por isso, a questão foi anulada.

Anulada.

042. (CESPE/INSS/ANALISTA DO SEGURO SOCIAL/2008/ADAPTADA) Na questão anterior, considerando que o INSS pagou R\$150.000,00 de juros no mês de abril referentes aos meses de Janeiro, Fevereiro e Março com a mesma taxa de juros de 2,5% ao mês. Considerando também que o custo do benefício do auxílio-doença é de R\$400, calcule qual é o valor de x.



Os juros pagos pelos auxílios-maternidade já foram calculados por R\$100.000.

Janeiro: $x \cdot 400 = 400x$

Fevereiro: $2x \cdot 400 = 800x$

Março: $3x \cdot 400 = 1200x$

Os juros pagos referentes aos meses podem ser calculados pela fórmula dos juros simples.

Janeiro:

$$J = Cit = 400x \cdot 0,025 \cdot 3 = 30x$$

Fevereiro:

$$J = Cit = 800x \cdot 0,025 \cdot 2 = 40x$$

Março:

$$J = Cit = 1200 \cdot x \cdot 0,025 \cdot 1 = 30x$$

Dessa forma, a soma dos juros pagos pelo IPP referentes ao auxílio-doença é calculada por:

$$J = 30x + 40x + 30x = 100x = 50000$$

$$x = \frac{50000}{100} = 500$$

Assim, são concedidos 500 novos benefícios por mês.

Obs.: O(A) aluno(a) mais avançado(a) em regra de três composta poderia perceber pela fórmula dos juros simples:

$$J = Cit \quad \therefore C = \frac{J}{it}$$

$$\therefore 400x = \frac{J}{it} \quad \therefore x = \frac{J}{400it}$$

Obs.: Essa fórmula mostra que o número de benefícios a ser concedido é proporcional ao montante de juros pago e inversamente proporcional ao valor do benefício:

$$\frac{x}{800} = \frac{50000}{100000} \cdot \frac{500}{400} \quad \therefore \frac{x}{800} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{800 \cdot 5}{8} = 500$$

500.

043. (CESPE/PREFEITURA DE SÃO CRISTÓVÃO-SE/2019/PROFESSOR DE EDUCAÇÃO BÁSICA) Há cinco anos, João, Paulo e Miguel se associaram para montar uma lanchonete. João entrou com R\$ 80.000; Paulo, com R\$ 120.000; e Miguel, com R\$ 200.000. A lanchonete foi vendida, hoje, por R\$ 3.200.000 e essa quantia foi dividida entre os três de forma diretamente proporcional aos valores que cada um investiu.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

A taxa mensal de juros simples que, aplicada ao valor inicial da lanchonete, pelo período de 5 anos, forneceria juros iguais ao lucro obtido com a venda da lanchonete é superior a 11%.



Os capitais investidos por cada um dos associados, somados, são dados por:

$$C = C_J + C_P + C_M = 80000 + 120000 + 200000 = R\$ 400.000,00$$

Sabe-se, também, que o montante final, dado pelo valor da lanchonete vendida após os 5 anos, é:

$$M = R\$ 3.200.000,00$$

A fórmula do montante gerado por juros simples é dada por:

$$M = C + J = C + C \cdot i \cdot t$$

Pois a fórmula de juros simples é:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

De acordo com o enunciado:

$$t = 5 \text{ anos} = 5 \cdot 12 \text{ meses} = 60 \text{ meses}$$

A única variável é a taxa de juros. Pode-se calculá-la da seguinte maneira:

$$M = C + J = C + C \cdot i \cdot t$$

$$3200000 = 400000 + 400000 \cdot i \cdot 60$$

$$i = 0,11667 = 11,667\%$$

$$i > 11\%$$

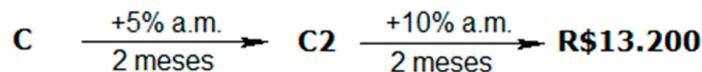
Certo.

044. (FGV/SEFAZ-RJ/2009/FISCAL DE RENDAS) Um montante inicial foi aplicado a uma taxa de juros simples de 5% ao mês durante 2 meses e depois reaplicado a uma taxa de juros simples de 10% ao mês durante 2 meses, resultando em R\$ 13.200,00. O valor do montante inicial era de:

- a) R\$18.500,00
- b) R\$13.000,00
- c) R\$12.330,00
- d) R\$11.000,00
- e) R\$10.000,00



Nesse caso, temos duas aplicações, que podem ser visualizadas no esquema a seguir.



Quando o enunciado se refere a *montante inicial*, na verdade, ele quer saber quem é o *capital inicial* investido na primeira aplicação, que é C .

Dessa maneira, o capital C_2 pode ser entendido como o capital inicial da segunda aplicação. Nessa aplicação, o montante pode ser calculado por:

$$M = C(1 + it)$$

$$13200 = C_2(1 + 0,10 \cdot 2) = C_2(1 + 0,20) = 1,20C_2$$

$$C_2 = \frac{13200}{1,20} = \frac{132000}{12} = 11000$$

Do ponto de vista da primeira aplicação, C_2 é o montante final. Nessa aplicação, o capital inicial é C , que, na verdade, é a incógnita solicitada pelo problema.

$$M = C(1 + it)$$

$$11000 = C(1 + 0,05 \cdot 2) = C(1 + 0,10) = 1,10C$$

$$C = \frac{11000}{1,10} = 10000$$

Agora, podemos completar o esquema da questão com os capitais calculados.

$$\text{R\$10.000} \xrightarrow[2 \text{ meses}]{+5\% \text{ a.m.}} \text{R\$11.000} \xrightarrow[2 \text{ meses}]{+10\% \text{ a.m.}} \text{R\$13.200}$$

Letra e.

045. (CESPE/BRB/2011/ESCRITURÁRIO) Se um investidor aplicar a quantia de R\$ 500,00 em uma instituição financeira, pelo prazo de 2 anos, à taxa de juros simples de 4% ao ano, e, ao final desse prazo, ele reinvestir todo o montante recebido na mesma aplicação, por mais 2 anos e nas mesmas condições iniciais, então, ao final desses 4 anos, esse investidor receberá o montante de R\$ 580,00.



Questão interessante sobre a dinâmica dos juros simples. Nesse caso, temos duas aplicações. Na primeira, o montante final pode ser calculado por:

$$M_1 = C(1 + it) = 500 \cdot (1 + 0,04 \cdot 2) = 500 \cdot 1,08 = 540$$

Esses R\$540,00 serão reaplicados nas mesmas condições – taxa de juros de 4% ao ano – por mais dois anos, gerando um montante final de:

$$M = 540 \cdot (1 + 0,04 \cdot 2) = 540 \cdot 1,08 = 583,20$$

$$\text{R\$500,00} \xrightarrow[2 \text{ anos}]{+4\% \text{ a.a.}} \text{R\$540,00} \xrightarrow[2 \text{ anos}]{+4\% \text{ a.a.}} \text{R\$583,20}$$

Note que o montante final foi de R\$583,20, que é diferente do enunciado. Portanto, a afirmativa está errada.

Errado.

046. (FCC/ALE-SE/2018/ANALISTA LEGISLATIVO/ECONOMIA) Um determinado produto custa R\$ 200,00 à vista, mas José deseja comprá-lo com pagamento a prazo. A menor taxa de juros simples mensal é obtida se optar por pagar

- a) R\$ 50,00 à vista e R\$ 160,00 em uma única parcela após um mês.
- b) uma parcela única de R\$ 210,00 após um mês.
- c) uma parcela única de R\$ 220,00 após dois meses.
- d) uma parcela única de R\$ 228,00 após três meses.
- e) R\$ 100,00 à vista e R\$ 110,00 em uma única parcela após um mês.



Por eliminação, vemos que:

Para a letra "a":

Com uma entrada de R\$ 50,00 e uma parcela de R\$160,00 após um mês, o montante se torna:

$$M = 50 + 160 = \text{R\$ } 210,00$$

Por consequência, os juros sobre o valor à vista são:

$$J = 210 - 200 = \text{R\$ } 10,00$$

O valor financiado é dado pelo valor à vista menos a entrada de R\$ 50,00, então:

$$C = 200 - 50 = R\$ 150,00$$

Como o tempo dado é igual a 1 mês, a única variável remanescente é a taxa de juros. Podemos escrever:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$12 = 150 \cdot i \cdot 1$$

$$\therefore i = \frac{12}{150} = 0,08 = 8\% \text{ a. m}$$

Esse valor deve ser guardado para ser comparado com as próximas alternativas.

Para a letra "b":

Houve apenas uma parcela de R\$ 210,00, sem entrada.

Os juros são dados pela diferença do valor pago a prazo pelo valor pago à vista, logo:

$$J = 210 - 200 = R\$ 10,00$$

Para descobrir a taxa em um mês, deve-se utilizar:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Em que C representa o valor financiado de R\$ 200,00:

$$10 = 200 \cdot i \cdot 1$$

$$\therefore i = \frac{10}{200} = 0,05 = 5\%$$

Para a letra "c":

Haverá uma única parcela de R\$ 220,00 após dois meses, para R\$ 200,00 financiado. Além disso, os juros são dados pela diferença do valor a prazo pelo valor à vista.

$$J = 220 - 200 = R\$ 20,00$$

Nossa única variável será a taxa de juros, portanto:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$20 = 200 \cdot i \cdot 2$$

$$\therefore i = \frac{20}{200 \cdot 2} = \frac{10}{200} = 0,05 = 5\% \text{ a. m}$$

Para a letra "d":

Haverá uma única parcela de R\$ 228,00 após três meses.

Isso significa que:

$$t = 3 \text{ meses}$$

$$J = 228 - 200 = R\$ 28,00$$

$$C = R\$ 200,00 \text{ (valor do produto à vista)}$$

Nossa única variável será a taxa de juros, assim:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$28 = 200 \cdot i \cdot 3$$

$$\therefore i = \frac{28}{200 \cdot 3} = \frac{14}{100 \cdot 3} = \frac{14}{3} \cdot \frac{1}{100} = 4,667\%$$

Para a letra “e”:

Haverá uma entrada de R\$ 100,00 e mais uma parcela de R\$ 110,00.

O valor financiado é dado pelo valor à vista menos a entrada:

$$C = 200 - 100 = R\$ 100,00$$

Além disso:

$$t = 1 \text{ mês}$$

$$J = (110 + 100) - 200 = R\$ 10,00$$

Os juros pagos correspondem à diferença entre o total pago a prazo e o preço à vista.

Pela fórmula de juros simples, temos:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$10 = 100 \cdot i \cdot 1$$

$$\therefore i = \frac{10}{100} = 0,1 = 10\% \text{ a.m}$$

Entre as alternativas, a que possui menor juros mensal é a letra “d”: 4,667% a.m.

Letra d.

047. (VUNESP/MPE-SP/OFICIAL DE PROMOTORIA/2016) Gabriel aplicou R\$ 3.000,00 a juro simples, por um período de 10 meses, que resultou em um rendimento de R\$ 219,00. Após esse período, Gabriel fez uma segunda aplicação a juro simples, com a mesma taxa mensal da anterior, que após 1 ano e 5 meses resultou em um rendimento de R\$ 496,40. O valor aplicado por Gabriel nessa segunda aplicação foi:

- a) R\$4.500,00
- b) R\$5.000,00
- c) R\$4.000,00
- d) R\$6.000,00
- e) R\$5.500,00



O(A) aluno(a) deve tomar cuidado, pois há duas operações envolvidas com a mesma taxa de juros simples.

Na primeira operação, podemos calcular a taxa por meio da expressão do juro:

$$J = Cit$$

$$219 = 3000 \cdot i \cdot 10$$

$$i = \frac{219}{30000} = \frac{73}{10000}$$

Na segunda aplicação, queremos saber qual o capital investido por Gabriel. Mais uma vez, pela fórmula do juro simples:

$$J = Cit$$

$$496,4 = C \cdot \frac{73}{10000} \cdot 17$$

Portanto, o capital inicial de Gabriel será:

$$\therefore C = \frac{496,4 \cdot 10000}{73 \cdot 17} = \frac{4964 \cdot 1000}{73 \cdot 17}$$

Efetuando as divisões:

$$\frac{4964}{73} = 68 \text{ e } \frac{68}{17} = 4$$

$$C = \frac{4964}{73 \cdot 17} \cdot 1000 = \frac{68}{17} \cdot 1000 = 4000$$

Assim, o capital aplicado por Gabriel na segunda operação foi de R\$4.000.

Letra c.

048. (VUNESP/CRO-SP/ASSISTENTE ADMINISTRATIVA/2015) Gabriel vendeu um carro para seu irmão por R\$ 12.600,00. Como seu irmão não tinha todo o dinheiro disponível, ficou combinado que ele pagaria uma primeira parcela no ato da compra e que, quando pudesse, pagaria o saldo devedor com juros simples de 2% ao mês. Após 5 meses, Gabriel recebeu de seu irmão o restante da dívida, com os juros devidos, e o valor recebido nessa ocasião acabou por ser o mesmo valor recebido na primeira parcela, ou seja,

- a) R\$6.450,00
- b) R\$6.500,00
- c) R\$6.600,00
- d) R\$6.615,00
- e) R\$6.930,00



Observe que o irmão pagou uma entrada E e, a seguir, depois de cinco meses, pagou uma parcela com o mesmo valor E. Somente há incidência de juros simples sobre o que foi pago depois de cinco meses, não sobre a entrada. Portanto, para a expressão dos juros simples, tem-se:

$$M = E$$

$$C = 12600 - E$$

Apesar de Gabriel ter recebido $E + E = 2E$, a parte que foi paga à vista não sofreu incidência de juros simples. Por isso, escrevemos $M = E$.

Os outros dados da questão foram:

$$i = 2\%a.m = \frac{2}{100} = 0,02$$

$$t = 5 \text{ meses}$$

$$E = (12600 - E)(1 + 0,02.5)$$

$$E = (12600 - E)(1 + 0,1)$$

$$E = (12600 - E)(1,1)$$

$$E = 13860 - 1,1E$$

$$E + 1,1E = 13860$$

$$2,1E = 13860$$

$$E = \frac{13860}{2,1} = \frac{138600}{21} = 6600$$

Observe que foi pedido o valor da parcela, que é exatamente $E = R\$6.600,00$

Obs.: Essa questão tratou um pequeno sistema de amortização francês com juros simples. Caso você já tenha visto o assunto de Amortização alguma vez, não é possível utilizar as fórmulas que você conhece, porque os juros não são compostos.

Letra c.

049. (CEPERJ/PREFEITURA DE CANTAGALO-RJ/OFICIAL ADMINISTRATIVO/2011) Uma loja cobra juros de 20% ao mês. Para um artigo que pode ser comprado por R\$110,00 à vista, a loja oferece a opção de pagamento em duas parcelas iguais, uma no ato da compra e outra um mês depois. O valor de cada parcela é:

- a) R\$60,00
- b) R\$62,00
- c) R\$64,00
- d) R\$66,00



Em concursos, nada se cria, tudo se copia. Uma questão idêntica à questão da VUNESP que acabamos de ver, mas é de outra banca. Por isso, é tão importante fazer questões durante o seu treinamento.

Observe que o cliente pagou uma entrada E e, a seguir, depois de um mês, pagou uma parcela com o mesmo valor E . Somente há incidência de juros simples sobre o que foi pago depois de um mês, não sobre a entrada. Portanto, para a expressão dos juros simples, tem-se:

$$M = E$$

$$C = 110 - E$$

Apesar de a loja ter recebido $E + E = 2E$, a parte que foi paga à vista não sofreu incidência de juros simples. Por isso, escrevemos $M = E$.

Os outros dados da questão foram:

$$i = 20\% \text{ a.m} = \frac{20}{100} = 0,2$$

$$t = 1 \text{ mês}$$

$$E = (110 - E)(1 + 0,2 \cdot 1)$$

$$E = (110 - E)(1 + 0,2)$$

$$E = (110 - E) \cdot 1,2$$

$$E = 132 - 1,2E$$

$$E + 1,2E = 132$$

$$2,2E = 132$$

$$E = \frac{132}{2,2} = \frac{1320}{22} = \frac{660}{11} = 60$$

Portanto, o valor pago a título de parcela foi de R\$60.

Letra a.

050. (CESPE/SEFAZ-RS/2018/AUDITOR DO ESTADO) Tendo aplicado determinado capital durante N meses à taxa de juros de 48% ao ano, no regime de juros simples, determinado investidor obteve o montante de R\$ 19.731,60. Considerando que a rentabilidade era favorável, o investidor estendeu a aplicação do capital inicial por mais um semestre, o que o levou a obter, ao final de todo o período, o montante de R\$ 23.814,00.

Nessa situação, o capital inicial investido e a quantidade de meses que ele permaneceu aplicado são, respectivamente, iguais a

- a) R\$ 14.508,52 e 9 meses.
- b) R\$ 16.537,50 e 11 meses.
- c) R\$ 17.010,00 e 10 meses.
- d) R\$ 18.040,90 e 8 meses.
- e) R\$ 13.332,16 e 12 meses.



O investidor aplicou uma quantia x em capital, em n meses e obteve um montante de R\$ 19.731,60 com uma taxa de 48% a.a.

Para utilizar a fórmula de juros simples, deve-se transformar a taxa de juros simples anual para mensal, conforme esquema a seguir:

Taxa	Meses
48%	12
x	1

Por meio dos sentidos das setas, chega-se à seguinte equação:

$$\frac{48}{x} = \frac{12}{1}$$

Portanto, a taxa de juros mensal é dada por:

$$x = 4\% \text{ a. m}$$

Pelas fórmulas de juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J = C(1 + i \cdot t)$$

Substituindo os valores, temos:

$$19731,60 = x(1 + 0,04 \cdot n) = x + 0,04 \cdot xn \quad (I)$$

Em uma segunda aplicação, o investidor obteve R\$ 23.814,00 num período de $n + 6$ (período anterior mais 6 meses), por meio do mesmo capital inicial. Substituindo valores:

$$23814 = x \cdot [1 + 0,04(n + 6)] = x + 0,04xn + 0,24x \quad (II)$$

As fórmulas (I) e (II) formam um sistema linear cujas variáveis são x e n , correspondentes ao capital investido e ao tempo, respectivamente.

Subtraindo (I) de (II), cortaríamos a soma **$x + 0,04xn$** , chegando a:

$$4082,40 = 0,24x$$

Então:

$$\therefore x = \frac{4082,40}{0,24} = \frac{408240}{24} = R\$ 17.010,00$$

Substituindo o valor de x na equação (I):

$$19731,60 = 17010(1 + 0,04n) = 17010 + 0,04 \cdot 17010 \cdot n \quad (I)$$

$$n = 4 \text{ meses (primeira aplicação)}$$

A aplicação completa aconteceu em:

$$4 + 6 = 10 \text{ meses}$$

Letra c.

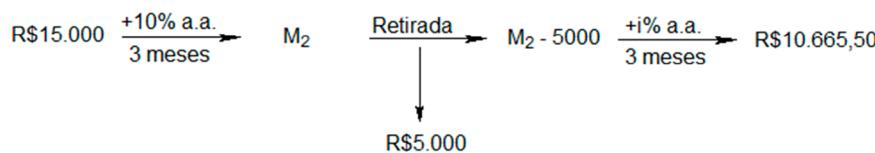
051. (FCC/TRF-3ª REGIÃO/2016/ANALISTA JUDICIÁRIO/CONTADORIA) Em um contrato é estabelecido que uma pessoa deverá pagar o valor de R\$ 5.000,00 daqui a 3 meses e o valor de R\$ 10.665,50 daqui a 6 meses. Esta pessoa decide então aplicar em um banco, na data de hoje, um capital no valor de R\$ 15.000,00, durante 3 meses, sob o regime de capitalização simples a uma taxa de 10% ao ano. No final de 3 meses, ela resgatará todo o montante correspondente, pagará o primeiro valor de R\$ 5.000,00 e aplicará o restante sob o regime de capitalização simples, também durante 3 meses, em outro banco. Se o valor do montante desta última aplicação

no final do período é exatamente igual ao segundo valor de R\$ 10.665,50, então a taxa anual fornecida por este outro banco é, em %, de:

- a) 10,8.
- b) 9,6.
- c) 11,2.
- d) 12,0.
- e) 11,7.



Questão cheia de detalhes. Façamos um esquema.



Nesse esquema, mostramos os passos descritos no enunciado.

Primeiramente, foi investido o capital de R\$15.000, que sofrerá o primeiro resgate após 3 meses. O montante acumulado antes do resgate será:

$$M_1 = 15000(1 + it) = 15000 \left(1 + 0,10 \cdot \frac{3}{12}\right)$$

$$M_1 = 15000 \cdot (1 + 0,025) = 15000 \cdot 1,025 = 15375$$

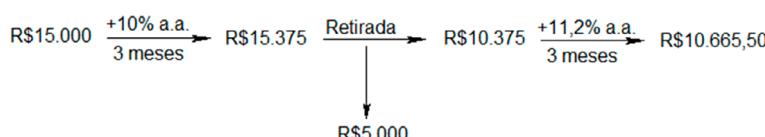
Após isso, o montante sofrerá um resgate de R\$5.000. Sobrará, portanto, o capital de R\$10.375 para ser investido no banco B:

$$C_2 = 15375 - 5000 = 10375$$

Esse capital será investido no banco B por 3 meses a uma taxa de juros desconhecida. Mas sabemos que o montante final será de R\$10.665,50. Como queremos a taxa anual, precisamos dividir o tempo por 12, já que 1 ano possui 12 meses:

$$\begin{aligned}
 M_2 &= 10375 \cdot (1 + i_B t_B) = 10375 \left(1 + i \cdot \frac{3}{12}\right) = 10665,50 \\
 10375 \left(1 + i \cdot \frac{3}{12}\right) &= 10375 + 10375 \cdot \frac{i}{4} = 10665,50 \\
 10375 \cdot \frac{i}{4} &= 10665,50 - 10375 = 290,5 \\
 \therefore i &= \frac{290,5 \cdot 4}{10375} = \frac{1162}{10375} = 0,112 = 11,2\%
 \end{aligned}$$

Agora, podemos complementar o esquema inicial da questão:



Letra c.

052. (FCC/SEFAZ-PI/2015/QUESTÃO DESAFIO) Se Ricardo aplicar 75% de seu capital, durante 6 meses, poderá resgatar no final de 6 meses o montante correspondente a R\$ 16.302,00. Se ele aplicar o restante do capital, durante 8 meses, poderá resgatar no final de 8 meses o montante correspondente a R\$ 5.512,00. Ricardo, então, decide aplicar todo o capital, durante 10 meses, resgatando todo o montante no final de 10 meses.

Considerando que as aplicações são realizadas sob o regime de capitalização simples e com a mesma taxa de juros, o montante que ele resgatará no final de 10 meses será de:

- a) R\$21.500,00
- b) R\$22.037,50
- c) R\$22.198,75
- d) R\$22.360,00
- e) R\$23.650,00



Mais uma traquinagem por parte da FCC. A questão fala em três aplicações. Tomemos as informações da primeira:

$$\begin{aligned} M_1 &= C_1(1 + i_1 t_1) \\ 16302 &= 0,75C(1 + i \cdot 6) \\ 16302 &= \frac{3}{4}C(1 + 6i) = \frac{3}{4}C + \frac{3}{4} \cdot 6Ci \\ 16302 &= \frac{3}{4}C + \frac{9}{2}Ci \quad (I) \end{aligned}$$

Agora, a respeito da segunda aplicação, podemos escrever:

$$\begin{aligned} M_2 &= C_2(1 + i_2 t_2) \\ 5512 &= 0,25C(1 + i \cdot 8) \\ 5512 &= \frac{1}{4}C(1 + 8i) = \frac{1}{4}C + 2Ci \\ 5512 &= \frac{1}{4}C + 2Ci \quad (II) \end{aligned}$$

Temos, portanto, um sistema com duas equações e duas incógnitas que pode ser resolvido pelo método da adição:

$$\begin{aligned} (I) \quad \frac{3}{4}C + \frac{9}{2}Ci &= 16302 \\ (II) \quad \frac{1}{4}C + 2Ci &= 5512 \end{aligned}$$

Podemos, por exemplo, multiplicar a equação (II) por 3 e subtrair a equação (I) dela. Dessa forma, chegamos a:

$$\begin{array}{rcl}
 3(II) & \frac{3}{4}C & + \quad 6Ci = 16536 \\
 -(I) & -\frac{3}{4}C & - \quad \frac{9}{2}Ci = -16302 \\
 \hline
 & \left(6 - \frac{9}{2}\right)Ci & = 234
 \end{array}$$

Agora, podemos extrair o produto Ci :

$$\left(\frac{12 - 9}{2}\right)Ci = 234 \therefore \frac{3}{2}Ci = 234 \therefore Ci = \frac{234 \cdot 2}{3} = 156$$

Podemos encontrar o capital substituindo esse valor, por exemplo, na equação (II):

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4}C + 2Ci &= 5512 \\
 \therefore \frac{1}{4}C + 2 \cdot 156 &= 5512 \\
 \frac{1}{4}C + 312 &= 5512 \\
 \frac{1}{4}C &= 5512 - 312 = 5200 \\
 \therefore C &= 4 \cdot 5200 = 20800
 \end{aligned}$$

O enunciado solicitou o resultado da aplicação desse capital por 10 meses sob a mesma taxa de juros envolvida nas aplicações anteriores. Não é necessário calcular a taxa de juros se nos lembarmos de que a fórmula dos juros recebidos é:

$$M = C(1 + it) = C + Cit = C + Ci \cdot 10 = 20800 + 156 \cdot 10$$

$$M = 20800 + 1560 = 22360$$

Letra d.

053. (FCC/SEFAZ/RJ/2014/AUDITOR-FISCAL DA RECEITA ESTADUAL/DESAFIO) A aplicação de um capital sob o regime de capitalização simples, durante 10 meses, apresentou, no final deste prazo, um montante igual a R\$ 15.660,00. A aplicação de um outro capital de valor igual ao dobro do valor do capital anterior sob o regime de capitalização simples, durante 15 meses, apresentou, no final deste prazo, um montante igual a R\$ 32.480,00. Considerando que as duas aplicações foram feitas com a mesma taxa de juros, então a soma dos respectivos juros é igual a.

- a) R\$ 6.660,00
- b) R\$ 3.480,00
- c) R\$ 4.640,00
- d) R\$ 5.600,00
- e) R\$ 6.040,00



Temos duas aplicações diferentes e, por isso, precisamos separá-las.

Para a primeira aplicação, temos um capital C investido a uma taxa i desconhecida produzindo um montante de R\$15.660 após 10 meses de aplicação. Temos que esse montante é dado por:

$$15660 = C(1 + it) = C(1 + i \cdot 10) = C + 10Ci$$

Podemos, ainda, observar que, nessa aplicação, os juros recebidos são dados por:

$$J_1 = 15660 - C = C + 10Ci - C = 10Ci$$

Agora, para a segunda aplicação, temos um capital $2C$ investido à mesma taxa i desconhecida produzindo o montante de R\$32.480 após 15 meses.

$$32480 = 2C(1 + it) = 2C(1 + i \cdot 15) = 2C + 30Ci$$

Podemos, ainda, observar que, nessa aplicação, os juros recebidos são dados por:

$$J_2 = 32480 - 2C = 2C + 30Ci - C = 30Ci$$

Temos, por fim, um sistema de duas equações e duas incógnitas.

$$15660 = C + 10Ci$$

$$32480 = 2C + 30Ci$$

Perceba que, como a questão pediu apenas os juros recebidos, você somente precisa do termo Ci . Portanto, podemos multiplicar a primeira equação por dois:

$$2 \cdot 15660 = 2C + 2 \cdot 10Ci$$

$$32480 = 2C + 30Ci$$

Chegamos ao par de equações:

$$31320 = 2C + 20Ci \quad (I)$$

$$32480 = 2C + 30Ci \quad (II)$$

Basta pegar a diferença entre as equações, isto é, $(II) - (I)$:

$$32480 - 31320 = 30Ci - 20Ci$$

$$1160 = 10Ci \therefore Ci = \frac{1160}{10} = 116$$

Dessa forma, conseguimos calcular o produto Ci . Agora, podemos calcular os juros. Os juros totais recebidos nas duas aplicações são:

$$J = J_1 + J_2 = 10Ci + 30Ci = 40Ci = 40 \cdot 116 = 4640$$

Letra c.

054. (FCC/SEFAZ-SP/AGENTE FISCAL DE RENDAS/2013) Em 17/01/2012, uma pessoa tomou R\$ 20.000,00 emprestados do Banco A, por um ano, a juro simples, à taxa de 4% ao mês. Após certo tempo, soube que o Banco B emprestava, a juros simples, à taxa de 3% ao mês. Tomou, então, R\$ 20.000,00 emprestados do Banco B até 17/01/2013 e no mesmo dia liquidou sua dívida com o Banco A. Em 17/01/2013, os juros pagos aos Bancos A e B totalizaram R\$ 8.200,00. O número de meses correspondente ao prazo de segundo empréstimo é:

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8



Os juros pagos a cada banco são calculados pelas expressões:

$$J_A = C_A i_A t_A$$

$$J_B = C_B i_B t_B$$

Nas expressões, temos que C_A , i_A e t_A são, respectivamente, o capital tomado emprestado do banco A, a taxa de juros simples paga ao banco A e o tempo de duração do empréstimo com A. Analogamente, C_B , i_B e t_B referem-se, respectivamente, ao capital tomado emprestado do banco B, à taxa de juros simples paga ao banco B e ao tempo de duração do empréstimo com B.

Pelo enunciado, sabemos que:

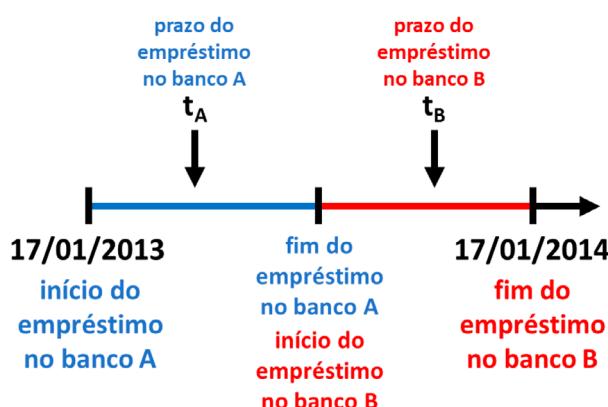
$$C_A = 20000, C_B = 20000$$

$$i_A = 4\% \text{ a. m.} = \frac{4}{100} = 0,04$$

$$i_B = 3\% \text{ a. m.} = \frac{3}{100} = 0,03$$

$$t_A + t_B = 12 \text{ meses}$$

A última relação é a mais importante. Observe que a questão informou o seguinte:



Por isso, o prazo total dos dois empréstimos ($t_A + t_B$) é correspondente ao total de 12 meses, que é o tempo entre 17/01/2013 e 17/01/2014.

Dessa forma, podemos calcular os juros totais recebidos por:

$$J = J_A + J_B = 20000 \cdot 0,04 \cdot t_A + 20000 \cdot 0,03 t_B = 8200$$

$$800t_A + 600t_B = 8200$$

Além disso:

$$t_A + t_B = 12$$

Portanto, temos o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$800t_A + 600t_B = 8200 \quad (I)$$

$$t_A + t_B = 12 \quad (II)$$

Esse sistema pode ser resolvido de duas formas:

I – método da substituição: isolamos uma das incógnitas em uma das equações e substituímos na outra:

$$\text{Em (II): } t_B = 12 - t_A$$

Aplicando II em I:

$$800t_A + 600(12 - t_A) = 8200$$

$$800t_A + 600 \cdot 12 - 600t_A = 8200$$

$$200t_A + 7200 = 8200$$

$$200t_A = 8200 - 7200 = 1000$$

$$t_A = \frac{1000}{200} = 5 \text{ meses}$$

A questão pediu o prazo do segundo empréstimo, t_B :

$$t_B = 12 - t_A = 12 - 5 = 7 \text{ meses}$$

II – método da adição: multiplica-se uma das equações e subtrai uma da outra, de modo a eliminar uma das incógnitas:

$$(I) \quad 800t_A + 600t_B = 8200$$

$$(II) \quad 800t_A + 800t_B = 9600$$

Fazendo (II) – (I):

$$(I) \quad 800t_A + 800t_B = 9600$$

$$(II) \quad -600t_A - 600t_B = -8200$$

$$\hline 200t_B & = 1400 \\$$

$$t_B = \frac{1400}{200} = 7 \text{ meses}$$

Obs.: Essa questão exigia, ainda, o conceito de sistemas de equações com duas equações e duas incógnitas. Esse assunto nem sempre aparece nos editais de Matemática Financeira. Porém, os concursos de alto nível entendem que tal assunto faz parte de Matemática Básica.

Letra d.

055. (FCC/ISS-SP/2012) Em 05 de janeiro de certo ano, uma pessoa tomou R\$ 10.000,00 emprestados por 10 meses, a juros simples, com taxa de 6% ao mês. Após certo tempo, encontrou um outro credor que cobrava taxa de 4% ao mês. Tomou, então, R\$ 13.000,00 emprestados do segundo credor pelo resto do prazo e, no mesmo dia, liquidou a dívida com o primeiro. Em 05 de novembro desse ano, ao liquidar a segunda dívida, havia pago um total de R\$ 5.560,00 de juros aos dois credores. O prazo do segundo empréstimo foi:

- a) 4 meses.
- b) 4 meses e meio.
- c) 5 meses.
- d) 5 meses e meio.
- e) 6 meses.



A FCC não perdoa. Se você está estudando para a Área Fiscal, essa é uma banca que você deve estudar.

Temos um esquema muito semelhante ao da questão anterior que caiu no ICMS/SP. Temos que os juros cobrados pelos empréstimos separadamente são:

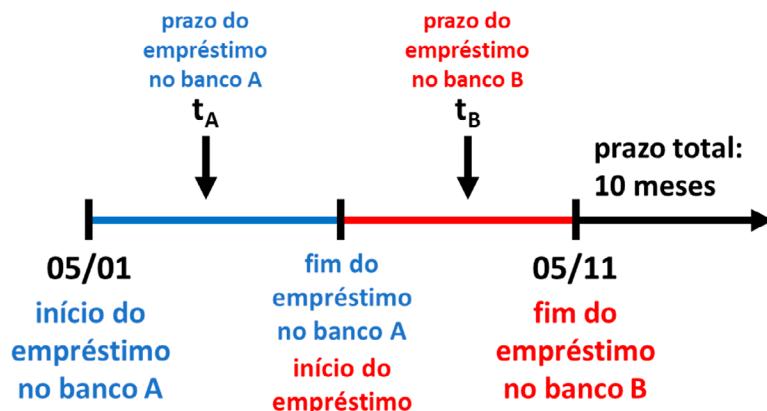
$$J_A = C_A i_A t_A = 10000 \cdot 0,06 \cdot t_A = 600t_A$$

$$J_B = C_B i_B t_B = 13000 \cdot 0,04 \cdot t_B = 520t_B$$

Foi-nos fornecido pelo enunciado que a soma dos juros pagos é igual a R\$5.560,00. Portanto, temos que:

$$J_A + J_B = 600t_A + 520t_B = 5560$$

Além disso, sabemos que o fim do empréstimo A coincidiu com o início do empréstimo B e que o empréstimo B acabou em 5 de novembro (10 meses após o início do empréstimo A).



Portanto, a soma dos dois períodos é de 10 meses.

Assim, temos o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$600t_A + 520t_B = 5560 \quad (I)$$

$$t_A + t_B = 10 \quad (II)$$

Como queremos o prazo do segundo empréstimo, t_B , podemos eliminar a outra incógnita multiplicando a segunda equação por 600:

$$600t_A + 520t_B = 5560 \quad (I)$$

$$600t_A + 600t_B = 6000 \quad (II)$$

Agora, basta subtrair (II) – (I):

$$(II) - (I): 600t_B - 520t_B = 6000 - 5560$$

$$80t_B = 440 \therefore t_B = \frac{440}{80} = \frac{44}{8} = \frac{11}{2} = 5,5$$

Letra d.

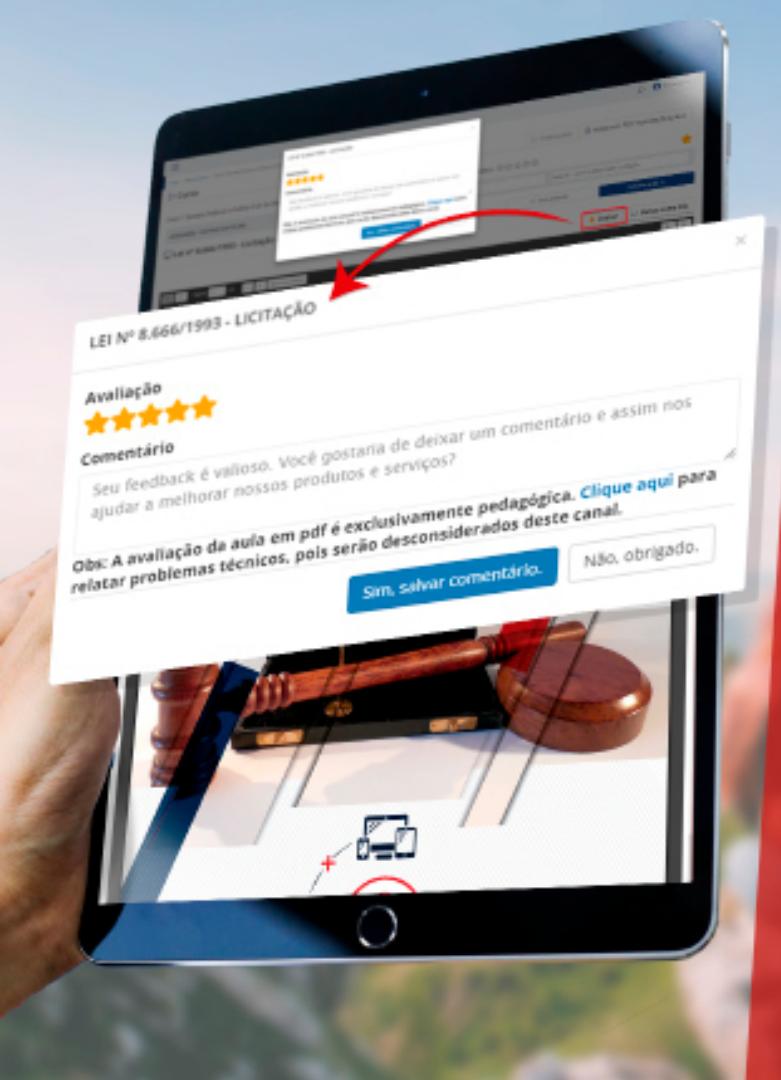
GABARITO

- | | | |
|-------|-------------|-------------|
| 1. b | 20. c | 39. E |
| 2. E | 21. d | 40. E |
| 3. E | 22. c | 41. Anulada |
| 4. C | 23. a | 42. 500 |
| 5. d | 24. c | 43. C |
| 6. c | 25. b | 44. e |
| 7. C | 26. C | 45. E |
| 8. b | 27. d | 46. d |
| 9. b | 28. c | 47. c |
| 10. C | 29. Anulada | 48. c |
| 11. d | 30. d | 49. a |
| 12. c | 31. e | 50. c |
| 13. d | 32. C | 51. c |
| 14. a | 33. E | 52. d |
| 15. c | 34. b | 53. c |
| 16. c | 35. b | 54. d |
| 17. d | 36. c | 55. d |
| 18. c | 37. d | |
| 19. c | 38. b | |

Thiago Cardoso



Engenheiro eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos da Matemática para concursos públicos.



NÃO SE ESQUEÇA DE AVALIAR ESTA AULA!

SUA OPINIÃO É MUITO IMPORTANTE
PARA MELHORARMOS AINDA MAIS
NOSSOS MATERIAIS.

ESPERAMOS QUE TENHA GOSTADO
DESTA AULA!

PARA AVALIAR, BASTA CLICAR EM LER
A AULA E, DEPOIS, EM AVALIAR AULA.

AVALIAR