Universidade Federal do Piauí

Sistemas Inteligentes

Teorema de Bayes

Profa: Deborah Magalhães

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

Teorema de Bayes

$$\boxed{P(A|B)} = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

- P(A|B): probabilidade de ocorrer A dado que B é verdadeiro

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{\boxed{P(B|A)} \times P(A)}{P(B)}$$

- P(A|B): probabilidade de ocorrer A dado que B é verdadeiro
- P(B|A): probabilidade de ocorrer B dado que A é verdadeiro

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times \boxed{P(A)}}{P(B)}$$

- P(A|B): probabilidade de ocorrer A dado que B é verdadeiro
- P(B|A): probabilidade de ocorrer B dado que A é verdadeiro
- P(A): probabilidade de ocorrer A

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{\boxed{P(B)}}$$

- P(A|B): probabilidade de ocorrer A dado que B é verdadeiro
- P(B|A): probabilidade de ocorrer B dado que A é verdadeiro
- P(A): probabilidade de ocorrer A
- P(B): probabilidade de ocorrer B

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

- P(A|B): probabilidade de ocorrer A dado que B é verdadeiro (probabilidade posterior)
- P(B|A): probabilidade de ocorrer B dado que A é verdadeiro (verossimilhança)
- P(A): probabilidade de ocorrer A (probabilidade anterior)
- P(B): probabilidade de ocorrer B (evidência)

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

- Probabilidade condicional não é simétrica:

$$P(A|B) \neq P(B|A)$$

Exemplo 1: uma pessoa idosa cai, qual é a probabilidade dela morrer da queda? A taxa de mortalidade dos idosos é 10% e a taxa de idosos que caem é 5%. De todos os idosos, 7% daqueles que morrem tiveram uma queda.

Solução do exemplo 1

$$P(morte|queda) = \frac{P(queda|morte) \times P(morte)}{P(queda)}$$

$$P(morte|queda) = \frac{0.07 \times 0.1}{0.05} = 0.14$$

Exemplo 2: uma pessoa é testada com um detector de mentiras e obtém um resultado positivo sugerindo que ela está mentindo. Qual é a probabilidade de que a pessoa esteja realmente mentindo? 98% das pessoas testadas estão dizendo a verdade. Além disso, quando alguém está mentindo, o teste pode detectá-lo corretamente 72% das vezes. Já quando o resultado é negativo, o teste acerta 97% das vezes.

Solução do exemplo 2

$$P(mentindo\,|positivo) = \frac{P(positivo\,|mentido) \times P(metindo)}{P(positivo)}$$

Solução do exemplo 2

$$P(mentindo\,|positivo) = \frac{P(positivo\,|mentido) \times P(metindo)}{P(positivo)}$$

$$P(mentindo\,|positivo) = \frac{0.72 \times 0.02}{\boxed{P(positivo)}}$$

Solução do exemplo 2

$$P(mentindo\,|positivo) = \frac{P(positivo\,|mentido) \times P(metindo)}{P(positivo)}$$

$$P(mentindo\,|positivo) = \frac{0.72 \times 0.02}{P(positivo)}$$

$$P(B) = P(B|A) \times P(A) + P(B|\text{not } A) \times P(\text{not } A)$$

$$P(positivo) = P(positivo|mentindo) \times P(mentindo) + P(positivo|nao\_mentindo) \times P(nao\_mentindo)$$

Solução do exemplo 2

$$P(positivo) = P(positivo|mentindo) \times P(mentindo) + \boxed{P(positivo|nao\_mentindo)} \times P(nao\_mentindo)$$

$$P(positivo|nao\_mentindo) = 1 - P(nao\_positivo|nao\_mentindo)$$
$$P(positivo|nao\_mentindo) = 1 - 0.97$$
$$P(positivo|nao\_mentindo) = 0.03$$

$$P(positivo) = 0.72 \times 0.02 + 0.03 \times 0.98$$
$$P(positivo) = 0.0438$$

Solução do exemplo 2

$$P(mentindo\,|positivo) = \frac{P(positivo\,|mentido) \times P(metindo)}{P(positivo)}$$

$$P(mentindo\,|positivo) = \frac{0.72 \times 0.02}{0.0438}$$
$$P(mentindo\,|positivo) = 0.3287$$

Exemplo 3: uma testagem de covid-19 está sendo realizada em uma escola. 20% dos estudantes estão acometidos pela doença e 80% estão saudáveis, mas você não sabe quais estão doentes e quais estão saudáveis. Se um estudante está com covid, o teste detecta corretamente a doença 70% das vezes. Se um estudante não está com covid, o teste acusa negativo 75% das vezes. Nesse contexto, qual a probabilidade de um estudante que testou positivo para covid, realmente está com a doença?

Solução do exemplo 3

$$P(doente\,|positivo) = \frac{P(positivo\,|doente) \times P(doente)}{P(positivo)}$$

$$P(doente\,|positivo) = \frac{0.70 \times 0.2}{\boxed{P(positivo)}}$$

$$P(B) = P(B|A) \times P(A) + P(B|\text{not } A) \times P(\text{not } A)$$

$$P(positivo) = P(positivo|doente) \times P(doente) + P(positivo|nao\_doente) \times P(nao\_doente)$$

Solução do exemplo 3

$$P(positivo) = P(positivo|doente) \times P(doente) + \boxed{P(positivo|nao\_doente)} \times P(nao\_doente)$$

$$P(positivo|nao\_doente) = 1 - P(nao\_positivo|nao\_doente)$$
$$P(positivo|nao\_doente) = 1 - 0.75$$
$$P(positivo|nao\_doente) = 0.25$$

$$P(positivo) = 0.70 \times 0.20 + 0.25 \times 0.80$$
$$P(positivo) = 0.34$$

Solução do exemplo 3

$$P(doente \,|positivo) = \frac{P(positivo \,|doente) \times P(doente)}{P(positivo)}$$

$$P(doente \,|positivo) = \frac{0.70 \times 0.20}{0.34}$$

$$P(doente \,|positivo) = 0.4117$$

Atividade(0.5): É razoável assumir que spams correspondem a aproximadamente 80% do total de tráfegos de email na internet. Desenvolva um função em python que calcule a probabilidade de um email ser spam, dado que ele possui uma palavra "w" que pertence a um dos diferentes grupos abaixo. A probabilidade da palavra "w" ocorrer em spam, depende do grupo a qual ela pertence:

- Neutra (0.5): artigos (o, a, as), preposições (de, para), conectores (e, ou). Se essas palavras não estão no email, as chances de não ser spam é 25%;
- Fortes (0.95): grátis, oferta, promoção, emagreça, crédito, dieta, financiamento. Se essas palavras não estão no email, as chances de não ser spam é 75%;
- Fracas (0.2): relatório, disciplina, atividade, prática, entrega, nota. Se essas palavras não estão no email, as chances de não ser spam é 5%.

Muito Obrigada!

Se você tiver qualquer dúvida ou sugestão:

- deborah.vm@ufpi.edu.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ