



Introdução ao Processamento Digital de Imagem MC920 / MO443

Prof. Hélio Pedrini

Instituto de Computação

UNICAMP

<http://www.ic.unicamp.br/~helio>

2º Semestre de 2022

1 Modelos de Cores

- Modelo de Munsell
- Modelo RGB
- Modelo XYZ
- Modelo CMY
- Modelo YIQ
- Modelo YUV
- Modelo YCbCr
- Modelo HSV
- Modelo HSL
- Modelo HSI
- Modelos $L^*u^*v^*$
- Modelos $L^*a^*b^*$

- Cor é uma propriedade importante na análise de imagens realizada pelos seres humanos com ou sem o auxílio de computador.
- A identificação de objetos e a interpretação de uma cena podem, em geral, ser simplificadas com o uso de cor.
- Com base em experimentos realizados com o sistema visual humano, o olho humano pode discernir milhares de tons e intensidades de cores, comparado com apenas algumas dezenas de níveis de cinza.

- Embora o processo psicofisiológico de percepção de cores pelo cérebro humano não seja completamente compreendido, os aspectos físicos da cor, estudados há muitos anos por diversos pesquisadores, podem ser expressos por meio de uma base formal fundamentada por resultados teóricos e experimentais.
- A compreensão da natureza da luz é essencial no estudo das cores: a cor é uma manifestação perceptual da luz que, por sua vez, é um sinal eletromagnético.
- Um raio luminoso é constituído de partículas, chamadas *fótons*, cuja frequência e velocidade determinam o comprimento de onda dos fótons.

- Na formação das cores, dois processos principais podem ser destacados, o processo *aditivo* e o *subtrativo*.
- No processo aditivo de formação de cor, as energias dos fótons correspondentes a dois ou mais raios luminosos que estão sendo combinados são somadas.
- O processo subtrativo de formação de cor ocorre quando a luz que os olhos recebem é proveniente de material transparente (filtro), corantes ou pigmentos, em que parte da energia luminosa incidente é absorvida e parte é transmitida.

Fundamentos de Cor

- Do ponto de vista perceptual, os diferentes comprimentos de onda estão associados a diferentes cores.
- Em 1666, Isaac Newton (1642-1727) descobriu que um feixe de luz branca ao atravessar um prisma de vidro poderia ser decomposto em um espectro contínuo de cores, variando do violeta ao vermelho.
- Esse intervalo, denominado de *faixa visível* do espectro, corresponde a uma pequena região do espectro eletromagnético cujo comprimento de onda é capaz de sensibilizar o olho humano.
- A figura a seguir mostra o espectro total de radiações eletromagnéticas, incluindo as ondas de rádio, microondas, os raios infravermelhos, os raios X e os raios gama, com destaque para a faixa visível do espectro.

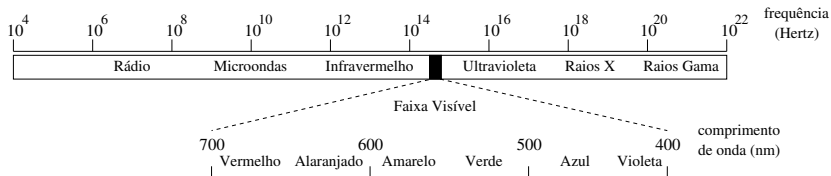


Figura: Espectro eletromagnético com destaque para sua faixa visível.

- A cor é percebida pelo olho quando a luz é refletida por um objeto.
- Isaac Newton acreditava que o olho humano possuía inúmeras células fotossensíveis às diversas faixas do espectro visível.
- Em 1801, o físico Thomas Young (1773-1829) propôs o modelo tricromático para a percepção de cores do olho humano.
 - ▶ Segundo o modelo de Young, os cones (células fotossensíveis que compõem a retina juntamente com os bastonetes) são subdivididos em três categorias, cujos valores máximos de sensibilidade situam-se próximos do vermelho, verde e azul.
- Dessa forma, todas as sensações de cor percebidas pelo olho humano são, na verdade, combinações das intensidades dos estímulos recebidos pelos três tipos de cones.
- Vários experimentos de percepção de cor realizados pelo físico alemão Hermann von Helmholtz (1821-1894) contribuíram para apoiar a teoria de Young, que assim ficou conhecida como teoria de Young-Helmholtz.

- Em 1931, a Comissão Internacional de Iluminação (CIE, do francês *Commission Internationale de l'Éclairage*) adotou um sistema de representação do espaço de cores, cuja base é constituída por três cores nas faixas vermelha, verde e azul do espectro visível.
- A cada uma dessas três cores, conhecidas como *cores primárias*, a CIE atribuiu os valores de comprimentos de onda 435.8 nm para azul, 546.1 nm para verde e 700 nm para vermelho.
- As características normalmente usadas para distinguir uma cor de outra são o *brilho*, o *matiz* e a *saturação*:
 - ▶ o brilho ou luminância representa a noção de intensidade luminosa da radiação.
 - ▶ o matiz é uma propriedade associada ao comprimento de onda predominante na combinação de ondas de luz.
 - ▶ a saturação expressa a pureza do matiz ou, de modo similar, o grau de mistura do matiz original com a luz branca (as cores puras são completamente saturadas).

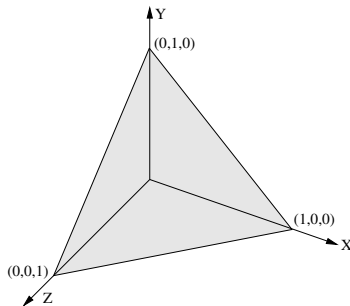
- O matiz e a saturação, quando tomados juntos, são chamados de *crominância* e, portanto, uma cor pode ser caracterizada pelo seu brilho e crominância.
- No modelo de cores desenvolvido pela CIE, cores são especificadas pela combinação das cores primárias X , Y e Z .
- As quantidades das cores primárias presentes em uma cor são chamadas de *coeficientes tricromáticos*, dados por

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$

- A soma dos três coeficientes tricromáticos reduz o espaço de cores tridimensional a um plano bidimensional que satisfaz a restrição

$$x + y + z = 1$$

- Esse plano, conhecido como *plano de cromaticidade* ou *plano de Maxwell*, ilustrado a seguir, forma uma relação entre coordenadas de cromaticidade (x, y) e coordenadas tricromáticas (X, Y, Z) .



- Como $z = 1 - x - y$, o componente z é redundante, tal que o par (x, y) especifica a cromaticidade da cor.
- Os valores dos coeficientes tricromáticos de cada cor podem ser obtidos a partir de curvas ou tabelas que foram calculadas com base em resultados experimentais.

Fundamentos de Cor

- A CIE criou uma representação bidimensional do espaço de cor chamada *diagrama de cromaticidade*, ilustrado na figura a seguir, o qual mostra a composição de cores como uma função das cores primárias X e Y , ou seja, a última coordenada do espaço é excluída.

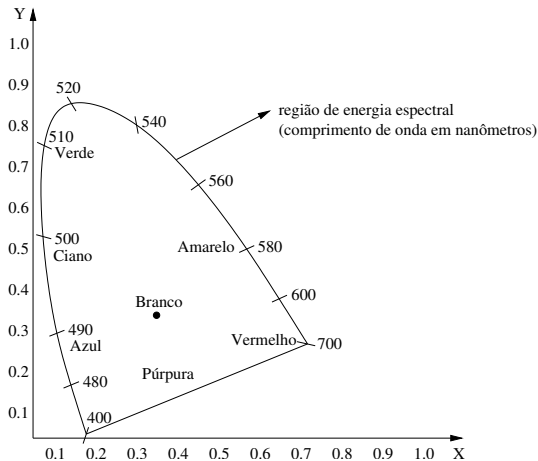


Figura: Diagrama de cromaticidade da CIE.

- Os modelos ou espaços de cores permitem a especificação de cores em um formato padronizado para atender a diferentes dispositivos gráficos ou aplicações que requerem a manipulação de cores.
- Um modelo de cor é essencialmente uma representação tridimensional na qual cada cor é especificada por um ponto no sistema de coordenadas tridimensionais.
- O universo de cores que podem ser reproduzidas por um modelo é chamado de *espaço* ou *gamute* de cores.
- Não há um modelo que descreva todos os aspectos referentes às cores, portanto, modelos diferentes são utilizados para especificar as características das cores.

- Os modelos de cores podem ser aditivos ou subtrativos.
- Nos modelos aditivos, a cor é gerada pela combinação de vários comprimentos de onda luminosa.
 - ▶ A cor branca é gerada pela adição das cores primárias verde, vermelha e azul.
 - ▶ A cor preta indica que nenhuma luz está sendo transmitida.
 - ▶ Exemplos de modelos aditivos incluem XYZ, RGB, HSV e HLS, descritos a seguir.
- Nos modelos subtrativos, a cor preta é produzida pela combinação das cores primárias ciano, magenta e amarelo.
 - ▶ A cor branca corresponde à ausência dessas cores primárias.
 - ▶ Exemplos de modelos subtrativos incluem CMY e CMYK.

Modelos de Cores

- A figura a seguir ilustra a combinação de cores nos modelos aditivos e subtrativos.

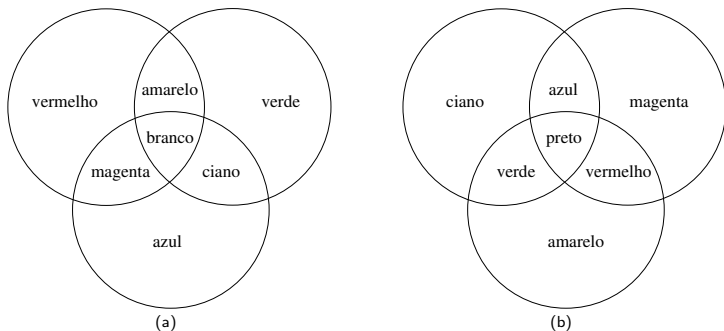
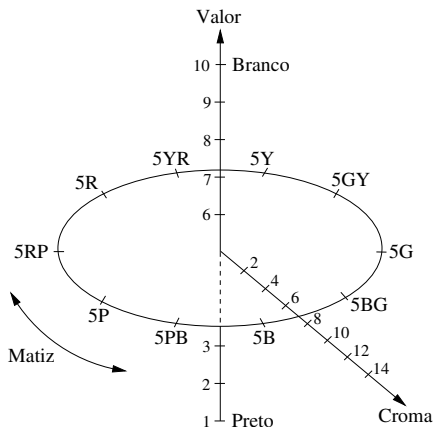


Figura: Modelos de cores. (a) aditivo; (b) subtrativo.

Modelo de Munsell

- O modelo de Munsell, desenvolvido por Albert Munsell (1858-1918), é uma das representações mais antigas para especificar cores.
- O modelo, ilustrado a seguir, define uma cor como um ponto no espaço tridimensional que representa os três atributos de percepção de cores, que são o matiz, o valor e o croma.

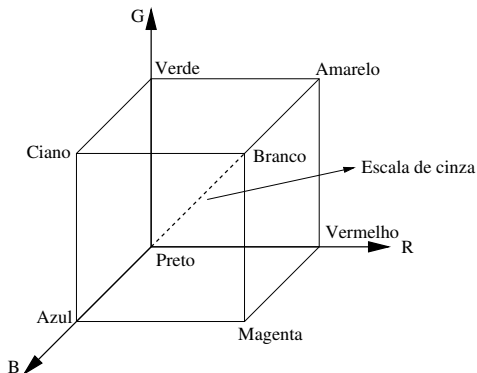


Modelo de Munsell

- O eixo central do modelo representa os valores de brilho, que podem variar de 1 (preto) a 10 (branco).
- Os matizes são organizados ao redor do eixo central, enquanto o croma aumenta à medida que se distancia da origem do modelo.
- O croma é análogo ao componente de saturação na representação CIE, descrevendo a pureza da cor.
- O modelo de Munsell é constituído de cinco cores primárias, que são o vermelho (R, *red*), amarelo (Y, *yellow*), verde (G, *green*), azul (B, *blue*) e púrpura (P, *purple*).
- As combinações de cores YR, GY, BG, PB e RP formam cinco meio-matizes.
- A especificação de uma cor é dada por meio de uma notação que inclui os atributos de matiz, valor e croma.
- Por exemplo, para a cor 5R 7/12, em que 5R representa o matiz vermelho, 7 representa o brilho e 12 é a saturação da cor.

Modelo RGB

- Este modelo de cores é baseado em um sistema de coordenadas cartesianas, em que o espaço de cores é um cubo, como mostrado a seguir.



Modelo RGB

- As cores primárias vermelho (R, *red*), verde (G, *green*) e azul (B, *blue*) estão em três vértices do cubo, as cores primárias complementares ciano, magenta e amarelo estão em outros três vértices, o vértice junto à origem é o preto e o mais afastado da origem corresponde à cor branca.
- No modelo RGB, a escala de cinza se estende através da diagonal do cubo, ou seja, a reta que une a origem (preto) até o vértice mais distante (branco).
- Por conveniência, geralmente assume-se que os valores R, G e B estão normalizados entre 0 e 1.
- O modelo RGB é muito utilizado em dispositivos como monitores e câmeras de vídeo.

Modelo XYZ

- O modelo de cores XYZ foi proposto pela CIE e é baseado nas cores primárias imaginárias X , Y e Z .
- Neste modelo teórico, qualquer combinação aditiva entre duas cores sempre será localizada na reta que conecta estas duas cores no plano XY .
- As cores primárias X , Y e Z estão linearmente relacionadas com o modelo RGB por

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.490 & 0.310 & 0.200 \\ 0.177 & 0.813 & 0.010 \\ 0.000 & 0.010 & 0.990 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

- A cor branca é representada por $X = Y = Z = 1$. Os coeficientes de cromaticidade $x = X/(X + Y + Z)$ e $y = Y/(X + Y + Z)$ podem ser utilizados para produzir o diagrama de cromaticidade mostrado anteriormente.

Modelo CMY

- Este modelo é baseado nas cores primárias complementares ciano (C, *cyan*), magenta (M, *magenta*) e amarelo (Y, *yellow*), as quais podem ser obtidas como

$$\begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ R \\ R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ B \\ G \end{bmatrix}$$

- Uma outra maneira de obter o modelo CMY é realizar uma mudança de coordenadas tomando-se como referência o modelo RGB.
- Essa conversão é feita subtraindo-se as cores primárias R, G e B da cor branca (W, *white*), representada por $W = (1, 1, 1)$. Assim

$$\begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

em que $0 \leq R, G, B \leq 1$.

Modelo CMY

- O modelo CMY é muito utilizado em dispositivos que depositam pigmentos coloridos sobre papel, como as impressoras de jato de tinta ou fotocopiadoras coloridas.
- Entretanto, algumas dificuldades surgem ao tentar reproduzir a cor preta a partir das três cores primárias CMY.
- A sobreposição dessas cores primárias para gerar a cor preta normalmente implica um consumo elevado de tinta, aumentando o custo da impressão e criando problemas de umidade no papel.
- Além disso, a combinação em iguais quantidades das cores CMY para produzir a cor preta tipicamente gera uma tonalidade próxima do marrom escuro.
- Devido a esses problemas, normalmente adiciona-se o componente de cor preta ao modelo de cores CMY, obtendo-se assim o modelo CMYK.

- Neste modelo, o componente Y corresponde à luminância e os componentes I (matiz) e Q (saturação) juntos codificam as informações de crominância.
- A conversão do modelo RGB para YIQ é definida como

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.275 & -0.321 \\ 0.212 & -0.523 & 0.311 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

em que $0 \leq R, G, B \leq 1$.

- A soma dos elementos da primeira linha da matriz é igual a 1, enquanto a soma das duas outras linhas é igual a 0.
- Assim, para uma imagem tom de cinza, em que todos os componentes R, G e B são iguais, os componentes I e Q são 0.

Modelo YIQ

- O modelo YIQ é utilizado para transmissão de sinal de televisão a cores.
- O uso do modelo YIQ possui a vantagem de que o sinal de luminância Y pode ser utilizado diretamente pelos aparelhos de televisão em preto-e-branco, mantendo a compatibilidade entre sistemas de televisão colorida e em preto-e-branco.
- O modelo YIQ é utilizado pelo padrão americano NTSC (*National Television System Committee*).

- O modelo YUV é utilizado para representar cores nos padrões de televisão PAL (do inglês, *Phase Alternation by Line*) e SECAM (do francês, *Séquentiel Couleur à Mémoire*).
- O componente Y corresponde à luminância e os componentes U e V codificam as informações de croma.
- A transformação do sistema RGB para YUV é dada por

$$\begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.147 & -0.289 & 0.436 \\ 0.615 & -0.515 & -0.100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

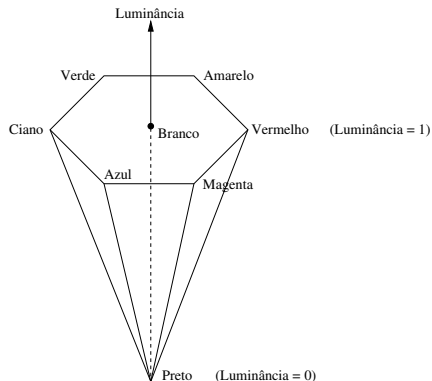
em que $0 \leq R, G, B \leq 1$.

- O modelo YCbCr é largamente utilizado em vídeos digitais.
- Neste modelo, a informação de luminância é representada pelo componente Y , enquanto a informação de cor é armazenada nos componentes Cb e Cr .
- O componente Cb é a diferença entre a cor azul e um valor de referência, o componente Cr é a diferença entre a cor vermelha e um valor de referência.
- A conversão do sistema RGB para YCbCr é dada por

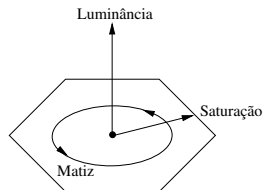
$$\begin{bmatrix} Y \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.169 & -0.331 & 0.5 \\ 0.5 & -0.419 & -0.081 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

Modelo HSV

- O modelo HSV é definido pelos parâmetros matiz (H, *hue*), saturação (S, *saturation*) e luminância (V, *value*).
- A representação gráfica 3D do modelo HSV, mostrada na figura (a), é uma pirâmide hexagonal derivada do cubo RGB. A figura (b) mostra a variação dos parâmetros na pirâmide do modelo.



(a) representação gráfica do modelo



(b) variação dos parâmetros no modelo HSV

Modelo HSV

- Os diferentes matizes estão representados na parte superior da pirâmide, a saturação é medida ao longo do eixo horizontal e a luminância é medida ao longo do eixo vertical, o qual passa pelo centro da pirâmide.
- Nessa base hexagonal da pirâmide, cada vértice corresponde a uma das cores primárias RGB ou às cores primárias complementares (ciano, magenta e amarelo).
- O ângulo entre os vértices é de 60° .
 - ▶ O vermelho é dado pelo ângulo 0° , o amarelo igual a 60° e assim por diante.
- A saturação varia de 0 a 1 e é representada como sendo a razão entre a pureza de um determinado matiz e sua pureza máxima ($S = 1$).
- Um determinado matiz possui $1/4$ de pureza em $S = 0.25$. Quando $S = 0$, tem-se a escala de cinzas.
- A luminância varia de 0 (no pico da pirâmide), que representa a cor preta, a 1 (na base), onde as intensidades das cores são máximas.

Modelo HSV

- A conversão do modelo RGB para o modelo HSV pode ser realizada por meio das seguintes equações:

$$\begin{aligned} H &= \begin{cases} 60 \frac{(G - B)}{(M - m)}, & \text{se } M = R \\ 60 \frac{(B - R)}{(M - m)} + 120, & \text{se } M = G \\ 60 \frac{(R - G)}{(M - m)} + 240, & \text{se } M = B \end{cases} \\ S &= \begin{cases} \frac{(M - m)}{M}, & \text{se } M \neq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \\ V &= M \end{aligned} \tag{1}$$

em que $m = \min(R, G, B)$ e $M = \max(R, G, B)$.

Modelo HSV

- A luminância V e a saturação S estão normalizadas entre 0 e 1.
- O matiz H varia entre 0 e 360 graus.
- Pode-se observar a partir da equação 1 que se a saturação S for igual a 0, então o matiz H é indefinido, ou seja, a cor do ponto situa-se ao longo da escala de cinzas.
- Se o valor V for igual a 0, ou seja, $M = 0$, então a saturação S é indefinida.

Modelo HSL

- O modelo HSL é definido pelos parâmetros matiz (H, *hue*), saturação (S, *saturation*) e luminosidade (L, *lightness*).
- A representação gráfica do modelo HSL é formada por dois cones de altura 1, cujas bases são coincidentes, conforme figura a seguir.

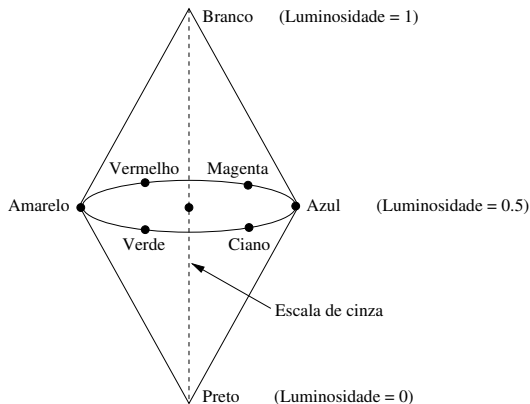


Figura: Modelo HSL.

Modelo HSL

- O matiz é determinado pelos pontos no círculo da borda das duas bases comuns aos cones.
- A saturação varia de 0 a 1, conforme a distância ao eixo do cone.
- A luminosidade varia de 0 (preto) a 1 (branco) ao longo do eixo comum aos dois cones, onde se encontra a escala de cinza.
- Os matizes puros são encontrados no plano onde a luminosidade é igual a 0.5 e a saturação é igual a 1.

Modelo HSL

- A conversão do modelo RGB para o modelo HSL pode ser realizada por meio das seguintes equações:

$$\begin{aligned} H &= \begin{cases} 60 \frac{(G - B)}{(M - m)}, & \text{se } M = R \\ 60 \frac{(B - R)}{(M - m)} + 120, & \text{se } M = G \\ 60 \frac{(R - G)}{(M - m)} + 240, & \text{se } M = B \end{cases} \\ S &= \begin{cases} 0, & \text{se } M = m \\ \frac{(M - m)}{(M + m)}, & \text{se } 0 < L \leq 0.5 \\ \frac{(M - m)}{2 - (M + m)}, & \text{se } L > 0.5 \end{cases} \\ L &= \frac{M + m}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

em que $m = \min(R, G, B)$ e $M = \max(R, G, B)$. A luminância L e a saturação S estão normalizadas entre 0 e 1. O matiz H varia entre 0 e 360 graus.

Modelo HSI

- O modelo HSI representa uma cor em termos do matiz (H , *hue*), saturação (S , *saturation*) e intensidade (I , *intensity*).
- A combinação desses parâmetros em um espaço de cores tridimensionais resulta uma estrutura piramidal de três lados, mostrada na figura (a).

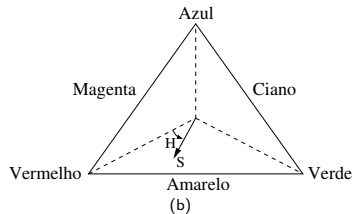
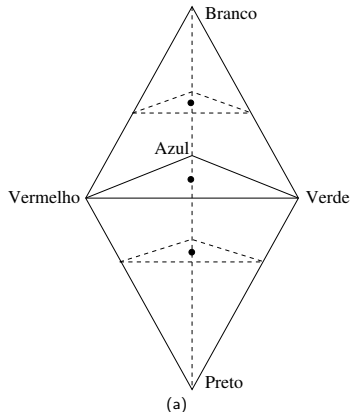


Figura: Modelo HSI. (a) representação gráfica do modelo; (b) variação dos parâmetros no modelo HSI.

- Qualquer ponto na superfície dessa estrutura representa uma cor puramente saturada.
- Os vértices do triângulo da base comum às duas pirâmides correspondem às cores primárias vermelho, verde e azul (figura (b)).
- Cada seção transversal da estrutura piramidal é um triângulo com as proporções das cores primárias para produzir um determinado valor de intensidade.
- A partir da figura (b), pode-se observar que o matiz H é determinado pelo ângulo do vetor com respeito ao eixo da cor vermelha.
- Assim, quando $H = 0^\circ$, a cor é vermelha, quando $H = 60^\circ$, a cor é amarela, e assim por diante.
- A saturação de uma cor está associada à pureza do matiz, ou seja, se a cor está diluída pelo branco e é proporcional à distância da cor ao centro do triângulo.
- Quanto mais distante uma cor estiver do centro do triângulo, maior sua saturação.

Modelo HSI

- O componente de intensidade no modelo HSI é medida com respeito a uma linha perpendicular ao triângulo, passando através de seu centro.
- As intensidades ao longo dessa linha que ficam abaixo do triângulo são mais escuras, enquanto as intensidades acima do triângulo são mais claras.
- Os componentes da representação RGB podem ser convertidos para o modelo HSI pelas expressões

$$\begin{aligned} H &= \arccos \left(\frac{(R - G) + (R - B)}{2 \sqrt{(R - G)^2 + (R - B)(G - B)}} \right) \\ S &= 1 - \frac{3 \min(R, G, B)}{R + G + B} \\ I &= \frac{R + G + B}{3} \end{aligned} \tag{3}$$

Modelo HSI

- Caso $B > G$, então $H = 360 - H$.
- Assume-se que os componentes R , G e B estão normalizados no intervalo entre 0 e 1.
- A intensidade I e a saturação S estão normalizadas entre 0 e 1. O matiz H varia entre 0 e 360 graus.
- Pode-se observar a partir da equação 3 que, se S for igual a 0, H será indefinido. O valor de S será igual a 0 se $\min(R, G, B) = 1/3$.
- O valor de S será igual a 1 se $\min(R, G, B) = 0$, ou seja, se o ponto estiver em uma das arestas do triângulo da figura (b).
- Assim como nos modelos HSV e HSL, o modelo HSI também permite se pensar em termos de cores mais *claras* e cores mais *escuras*.
- As cores mais claras são obtidas pelo aumento do brilho ou da luminosidade, enquanto as cores mais escuras pela diminuição desses valores.
- As cores intermediárias são obtidas pela diminuição da saturação.

Modelos $L^*u^*v^*$ e $L^*a^*b^*$

- No modelo XYZ, descrito anteriormente, duas distâncias iguais em regiões diferentes do diagrama de cromaticidade não indicam variações equivalentes das cores em termos de percepção visual.
- Em 1976, a CIE definiu dois modelos de cores para permitir escalas perceptualmente mais uniformes.
- O modelo $L^*u^*v^*$ é derivado do modelo XYZ da CIE, descrito anteriormente.
- O componente L^* corresponde à luminância, enquanto os componentes u^* e v^* correspondem à informação de crominância, dados por

$$L^* = \begin{cases} 116\left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3} - 16, & \text{se } \frac{Y}{Y_n} > 0.008856 \\ 903.3\left(\frac{Y}{Y_n}\right), & \text{se } \frac{Y}{Y_n} \leq 0.008856 \end{cases} \quad (4)$$
$$u^* = 13L^*(u' - u'_n)$$
$$v^* = 13L^*(v' - v'_n)$$

em que $u' = 4X/(X + 15Y + 3Z)$ e $v' = 9Y/(X + 15Y + 3Z)$.

Modelos $L^*u^*v^*$ e $L^*a^*b^*$

- Os valores u'_n e v'_n são definidos de maneira similar aos valores u' e v' , entretanto, são aplicados com referência ao branco (X_n, Y_n, Z_n).
- Assim, $u'_n = 4X_n/(X_n + 15Y_n + 3Z_n)$ e $v'_n = 9Y_n/(X_n + 15Y_n + 3Z_n)$.
- O valor de L^* varia de 0 a 100, sendo que a luminância relativa (Y/Y_n) varia de 0 a 1.

- O modelo $L^*a^*b^*$ também é derivado do modelo XYZ da CIE. O componente L^* corresponde à luminância, enquanto os componentes u^* e v^* correspondem à informação de cromaticidade, dados por

$$\begin{aligned} L^* &= \begin{cases} 116\left(\frac{Y}{Y_n}\right)^{1/3} - 16, & \text{se } \frac{Y}{Y_n} > 0.008856 \\ 903.3\left(\frac{Y}{Y_n}\right), & \text{se } \frac{Y}{Y_n} \leq 0.008856 \end{cases} \\ a^* &= 500 \left[f\left(\frac{X}{X_n}\right) - f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) \right] \\ b^* &= 200 \left[f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) - f\left(\frac{Z}{Z_n}\right) \right] \end{aligned} \tag{5}$$

em que $f(t) = t^{1/3}$ se $t > 0.008856$ ou, caso contrário, $f(t) = 7.787t + 16/116$.