Эволюционная теория игр и равновесие Нэша

Золотов Борис Алексеевич, аспирант МКН СПбГУ

6 октября 2022 г.

«Лига Лекторов», 3 сезон

Содержание

Битва в море Бисмарка

Битва в море Бисмарка

Генерал Имамура может послать конвой
северным маршрутом (2 дня) или
южным маршрутом (3 дня).

Генерал Кенни хочет бомбить конвой;
если он отправит свои самолёты *не туда*,
у него будет на это полдня меньше. Peters (2015)

Запись игры с помощью таблицы

Кенни выбирает строку таблицы, Имамура выбирает столбец. Их выигрыши записаны в соотв. клетках таблицы напротив их выбора.

		Имамура	
		Север	Юг
Кенни	Север	−2 2	−2.5 2.5
Кенни	Юг	−1.5 1.5	−3 3

Доминирующая стратегия

При любом действии Кенни Имамуре выгоднее выбирать север (см. строчки).

У Имамуры есть домин. стратегия, у Кенни нет.

		Имамура	
		Север	Юг
Кенни	Север	-2 2	$\geqslant$ -2.5 2.5
	Юг	-1.5 1.5	$\geqslant$ -3 3

Равновесие Нэша

Умный Кенни тоже выберет север. Позиция (Север, Север) — *равновесие Нэша*: действие каждого — лучший ответ на действие другого.

		Имамура	
		Север	Юг
Кенни	Север	-2 2	-2.5 2.5
	Юг	-1.5 1.5	-3 3

Равновесие Нэша

Равновесие Нэша — это *устойчивое состояние общества*, такой закон, который никто не будет хотеть нарушить даже при отсутствии какого-либо контроля.

Золотые шары (дилемма заключённого)

Что такое дилемма заключённого?

Известная игра, где равновесие Нэша находится не в позиции, которая кажется предпочтительной для обоих игроков. Peters (2015); Maschler et al. (2013)

Адаптирована в качестве телешоу «Золотые шары» на британском канале *ITV*. Darai and Grätz (2010)

Таблица выигрышей для «З. Ш.»

Оба делятся — выигрыш делится поровну.

Один делится — всё забирает другой.

Оба хотят забрать — остаются ни с чем.

		Игрок 2	
		Делить	Забрать
Игрок 1	Делить	5 5	10 0
	Забрать	0 10	0 0

Что тут происходит?

У обоих игроков есть доминирующая стратегия: забирать деньги.
Она всегда даёт не меньший выигрыш.

		Игрок 2	
		Делить	Забрать
Игрок 1	Делить	5 5	$\leqslant$ 10 0
	Забрать	0 10	$\leqslant$ 0 0

Равновесие Нэша

В этой игре три равновесия Нэша, но ни одно из них — не (Делить, Делить).

Игрок 2

Игрок 1	Делить	Забрать
Делить	5 5	10 0
Забрать	0 10	0 0

Парето-оптимум

Участники пытаются разработать такую систему контроля, которая бы заставила их гарантированно находиться в позиции, оптимальной по Парето:

Нельзя улучшить чей-либо выигрыш, не ухудшив суммарного выигрыша и справедливости его распределения.

Уступить или проехать (Ястребы и голуби)

Уступить или проехать: выигрыши

Оба уступают — заминка на одном месте

Один уступает — оба счастливы

Оба едут — попадают в ДТП

		Игрок 2	
		Уступить	Ехать
Игрок 1	Уступить	−1 −1	2 1
	Ехать	1 2	−11 −11

Доминирующая стратегия

Ни у одного из игроков нет доминирующей стратегии. (Игра симметрична, поэтому покажем только для первого.)

		Игрок 2		
		Уступить		Ехать
Игрок 1	Уступить	-1	$\leqslant$	2
		-1		1
	Ехать	1	$\geqslant$	-11
		2		-11

Два равновесия Нэша и светофор

Есть два симметричных равновесия Нэша, от которых игрокам невыгодно отступать, если им указать, в какой они играют.

Игрок 2

Игрок 1	Уступить	Ехать
Уступить	−1, −1	1, 2
Ехать	2, 1	−11, −11

Два равновесия Нэша и светофор

Прибор, который это указывает, называется *светофор*. Но предлагается поискать равновесие ещё кое-где.

		Игрок 2	
		Уступить	Ехать
Игрок 1	Уступить	-1; -1	1; 2
	Ехать	2; 1	-11; -11

Смешанные стратегии

Суть смешанных стратегий

Пусть *абстрактный коллективный* первый игрок уступает с вероятностью p, а второй — с вероятностью q.

Равновесие Нэша — позиция, когда действие каждого игрока — *лучший ответ* на действие другого.

Найдём, какая q будет лучшим ответом в зависимости от p.

Ожидаемый выигрыш второго игрока

$$-1 \cdot pq + 2 \cdot p(1-q) + 1 \cdot (1-p)q - 11 \cdot (1-p)(1-q) =$$
$$= (12 - 15p) \cdot q + 13p - 11$$

Лучшая q — либо 0, либо 1, либо *все возможные.*

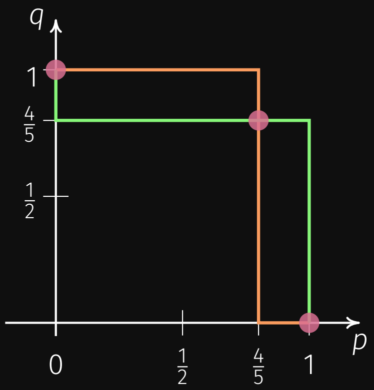
		Игрок 2	
		Уступить	Ехать
Игрок 1	Уступить	-1, -1	1, 2
	Ехать	2, 1	-11, -11

Три равновесия Нэша

$p < \frac{4}{5}$, тогда $q = 1$

$p = \frac{4}{5}$, тогда q любое, выигрыш от него не зависит

$p < \frac{4}{5}$, тогда $q = 0$



Эволюционная теория игр

Список литературы

Darai, D. and Grätz, S. (2010). Golden balls: A prisoner's dilemma experiment. Technical Report 1006, Socioeconomic Institute, University of Zurich.

Maschler, M., Solan, E., and Zamir, S. (2013). *Game Theory*. Cambridge University Press.

Peters, H. (2015). *Game Theory: A Multi-Leveled Approach*. Springer Texts in Business and Economics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, second edition.