

# Простые, но важные инструменты теории игр

Б. А. Золотов, Турнир юных математиков

Фонд «Время Науки»

8 ноября 2020

К чему скриншотить презентацию,  
когда можно её скачать

Слайды доступны по ссылке: <http://bit.ly/spbtym-game-theory>

# Игры с олимпиад

Они же — игры с полной информацией.

- Множество позиций
- Игроки делают ходы по очереди
- Игрокам известны все возможные ходы из каждой позиции
- На некоторых позициях определяется исход игры, например — «проигрывает тот, кто не может сделать ход».

# Кто выигрывает при правильной игре?

Правильная игра — никто из игроков не знает, какой ход его соперник сделает следующим.

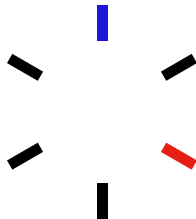
Нет ни игры «в поддавки», ни игры «в худший случай». Нельзя сводить рассмотрение такой игры к рассмотрению одного варианта поведения противника.

# Что такое выигрышная стратегия

Это правило, которое описывает ответы данного игрока на *любые* ходы его противника и при *любых* ходах противника приводит к выигрышу.

Мы должны уметь отвечать на любой возможный ход — разумеется, по-разному. Во всех разумных играх стратегия существует, причём только у одного игрока.

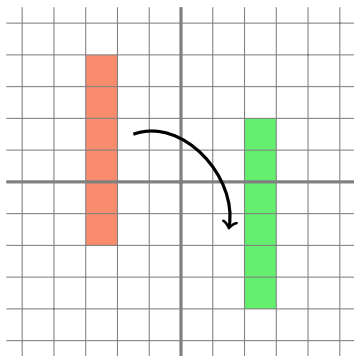
Изредка бывает, что выигрышных стратегий нет,  
каждый игрок может не проигрывать.



Двое размещают прямоугольники  $6 \times 1$  на доске  $100 \times 100$ .

# Симметрия

Двое размещают прямоугольники  $6 \times 1$  на доске  $100 \times 100$ .



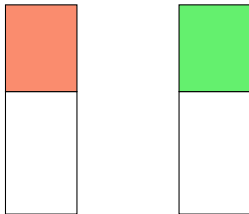


# Симметрия ещё глупее

Есть две кучи по 100 монеток. Можно вынуть сколько угодно монеток из одной кучи.

# Симметрия ещё глупее

Есть две кучи по 100 монеток. Можно вынуть сколько угодно монеток из одной кучи.

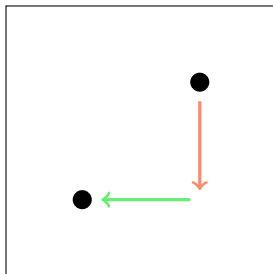


# Тоже симметрия, но в шахматных фигурах

Двое по очереди ходят ладьёй по шахматному полю, причём ходить можно только вниз или влево.

# Тоже симметрия, но в шахматных фигурах

Двое по очереди ходят ладьёй по шахматному полю, причём ходить можно только вниз или влево.



# Камни из кучи

- Дана куча из  $k$  камней. За ход можно вынуть из неё от 1 до 7 камней. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
- Дана куча из  $k$  камней. За ход можно вынуть из неё от 1 до 7, а также 9 камней. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

# Камни из кучи

- Дана куча из  $k$  камней. За ход можно вынуть из неё от 1 до 7 камней. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
- Дана куча из  $k$  камней. За ход можно вынуть из неё от 1 до 7, а также 9 камней. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Выигрывает второй при  $k$ , делящемся на 8, и первый иначе.