

# Методические рекомендации по построению курса олимпиадной математики

## 1 Начальные разделы

Головоноги. Задачи об улитке. Игры со спичками. Волк, коза и капуста. Козы и колья.

## 2 Логика

Общее утверждение и утверждение о существовании. Построение отрицаний. Доказательство от противного. Логические связки и высказывания. Текстовые задачи.

## 3 Круги Эйлера

Определение, подсчёт числа предметов с конкретным сочетанием свойств. Мощность множества. Формула включений и исключений.

## 4 Делимость

Чётность. Суммы и произведения Ч и НЧ чисел. Задачи о разложениях. Определение, свойства делимости. Простые числа и их свойства. НОД, НОК. Арифметика остатков. Основная теорема арифметики. Циклы при сложении и возведении в степень. Китайская теорема об остатках. Алгоритм Евклида и его применения. Функция Эйлера, Малая теорема Ферма.

## 5 Раскраски и разрезания

Шахматные доски, вырезание фигур, паркеты. Четыре или несколько цветов. Ходы шахматных фигур и чередования цветов. Задачи на разрезания.

## 6 Комбинаторика

Сложить или умножить? Простейшие задачи на количество вариантов. Число размещений и сочетаний. Свойства сочетаний, треугольник Паскаля, план города Нью-Йорка. Состояния и формула  $a^b$ . Перестановки с повторениями. Шары и перегородки. Задача о беспорядках. Азы теории вероятности.

## 7 Принцип Дирихле

Принцип Дирихле, обобщенный принцип Дирихле, следствия из принципа Дирихле. Простые и сложные задачи, применение комбинаторики — подсчёт числа возможных случаев.

## 8 Инварианты

Определение: инвариант — то, что не меняется. Чётность, делимость, цвет, площадь, разность и прочие инварианты. Полуинварианты.

## 9 Графы

Определения: путь, цикл, висячая вершина, степень, дерево. Сумма степеней вершин и количество рёбер. Дерево — минимальный связный граф. В дереве есть висячая вершина: самый длинный путь. Двудольные графы. Эйлеров и гамильтонов пути и циклы. Формула Эйлера для деревьев и плоских графов.

## 10 Игры

Что такое правильная игра, выигрышная стратегия. Игры-шутки, игры на симметрию, дополнение до  $k + 1$ . Метод проигрышных и выигрышных позиций.

## 11 Геометрия на клетчатой бумаге

Понятие площади и периметра. Элементарные задачи. Формула Пика (с доказательством). Задачи на формулу Пика.

## 12 Индукция

Задача о Ханойской башне, задача о шоколадке  $2^n \times 2^n$  без клетки, тождества, геометрические задачи. Доказательство формул для сумм первых  $n$  чисел вида  $k, k^2, k^3, 2k, 2k + 1$  с помощью индукции. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Сильная форма индукции. Числа Фибоначчи и их свойства.

## 13 Системы счисления

Системы счисления с основанием — степенью, смешанные системы счисления: календарь, негепозиционные, уравновешенные, Фибоначчиева, 10-адическая. Факториальная с/с и нумерация перестановок.

Олимпиада «Математика  
НОН-СТОП»



Петербургский Турнир  
юных математиков

