

«Математика НОН-СТОП»: 2021 И 2022

Олимпиада проводится при поддержке



**ФОНД
ПРЕЗИДЕНТСКИХ
ГРАНТОВ**



**ВРЕМЯ
НАУКИ**

Математические лекции

Мы прочли ряд лекций
для привлечения детей к математике
и в качестве помощи
при решении олимпиад.

Можем провести лекцию,
тренировку или игру у вас в школе.

Теория игр

- Изолированная тема, не требующая предварительных знаний,
- Несомненно полезна на множестве олимпиад,
- Наглядна, множество задач, можно вызывать детей к доске.

Теория игр

- Главный результат: теорема о выигрышных и проигрышных позициях,
- Развитие: некооперативные игры, hawk—dove game, равновесие Нэша.

Циклы остатков

- Задача: найти последнюю цифру числа 2^{124} ,
- Дети сами замечают заикливание и умеют решать такую задачу, но хочется рассказать им теорию и научить считать длину цикла.

Циклы остатков

Главный результат: пусть x не делится на n ,
 $\text{НОД}(x, n) = d$.

Пусть D — делитель n , состоящий из простых $p \mid d$
в наибольших возможных степенях.

Пусть k — такое число, что x^k делится на любое
простое $p \mid d$ в степени не меньшей, нежели D . Тогда

$$x^k \equiv x^{k+\varphi\left(\frac{n}{D}\right)} \pmod{n}.$$

Циклы остатков

- Пример: $x = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$, $n = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 7 = 81648$,
- $k = 4$, $\frac{n}{D} = 7$, $90^4 \equiv 90^{10} \pmod{81648}$.
- Развитие: доказать теорему.
Похоже на доказательство существования
перв. корня $\pmod{2p^\alpha}$.

Функция Эйлера

- Красивый кусок из теории чисел, подводка к циклам остатков,
- Начинается с подсчёта на конкретных примерах,
- $\varphi(p)$, $\varphi(p^k)$.

Функция Эйлера

- Главный результат: если m и n взаимно просты, то

$$\varphi(m \cdot n) = \varphi(m) \cdot \varphi(n).$$

- Развитие: другие функции с таким свойством, научиться считать их *свёртки*.

Разбор задач олимпиады

- Наиболее очевидно, зачем проводить,
- Впечатление, мотивация решать, интерес в процессе
очень сильно зависит от подборки задач.

Спасибо за внимание!

- Темы лекций для школьников
- Основные результаты, возможные развития
- Разборы задач, математические игры