

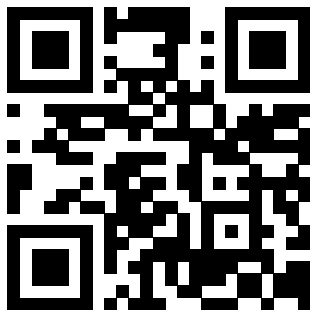
# Решения избранных задач

Е.И. Тодоров, «Математика НОН-СТОП»

Фонд «Время Науки»

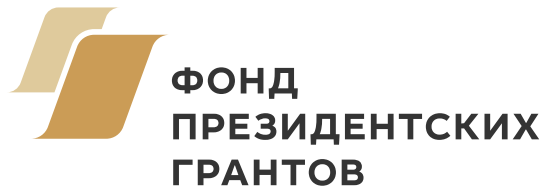
1 марта 2021 г.

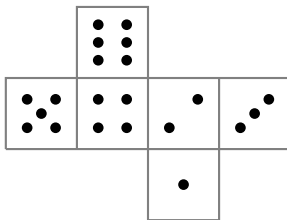
Зачем фотографировать презентацию, когда её можно скачать?



[http://bit.ly/3\\_razbor\\_ei](http://bit.ly/3_razbor_ei)

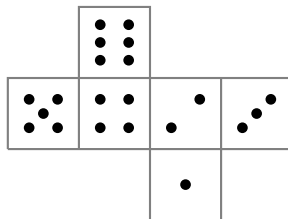
В 2020–2021 гг. олимпиада «Математика НОН-СТОП» и Санкт-Петербургский Турнир юных математиков проводятся с использованием гранта Президента Российской Федерации на развитие гражданского общества, предоставленного Фондом президентских грантов.





2020-4-6В

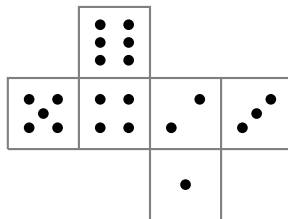
Сколько видимых точек может быть на башне из 6 кубиков?



2020-4-6В

Сколько видимых точек может быть на башне из 6 кубиков?

Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.



2020-4-6В

Сколько видимых точек может быть на башне из 6 кубиков?

Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.

Ответ —  $84 + k$ .

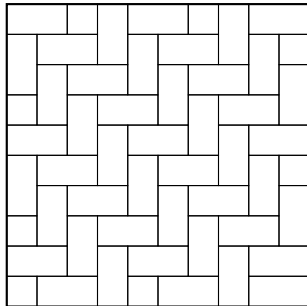
2020-4-4В

У Вани есть доски для паркета размером  $20 \times 10$  сантиметров, их можно распиливать пополам. Как Ване покрыть этими досками пол квадратной комнаты  $1 \text{ метр} \times 1 \text{ метр}$  так, чтобы не было швов длиной более 30 сантиметров ни в одном из направлений?

# Кирпичей требуют наши сердца

2020-4-4В

У Вани есть доски для паркета размером  $20 \times 10$  сантиметров, их можно распиливать пополам. Как Ване покрыть этими досками пол квадратной комнаты  $1 \text{ метр} \times 1 \text{ метр}$  так, чтобы не было швов длиной более 30 сантиметров ни в одном из направлений?





# Кирпичей требуют наши сердца

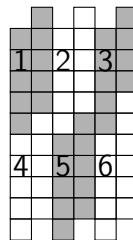
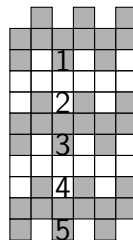
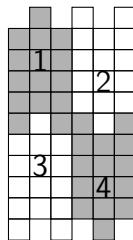
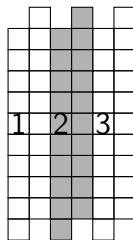
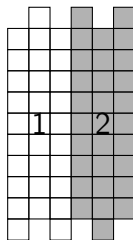
2020-4-4С

Нарисуйте на клетчатой бумаге такую фигуру, которую можно разделить по клеткам на 2, на 3, на 4, на 5, на 6 одинаковых по форме и размеру связных фигур — причём они не будут прямоугольниками.

# Кирпичей требуют наши сердца

2020-4-4C

Нарисуйте на клетчатой бумаге такую фигуру, которую можно разделить по клеткам на 2, на 3, на 4, на 5, на 6 одинаковых по форме и размеру связных фигур — причём они не будут прямоугольниками.

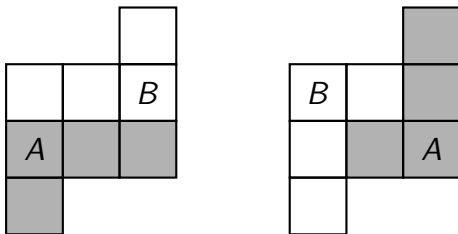


2020-5-1С

Можно ли нарисовать на клетчатом листе бумаги такую фигуру, которую можно разрезать по линиям сетки на две *одинаковые* фигуры двумя способами — причём фигуры в первом и во втором способе были бы одни и те же, но линии разреза выглядели бы по-разному?

2020-5-1С

Можно ли нарисовать на клетчатом листе бумаги такую фигуру, которую можно разрезать по линиям сетки на две *одинаковые* фигуры двумя способами — причём фигуры в первом и во втором способе были бы одни и те же, но линии разреза выглядели бы по-разному?



2020-5-3А

Песню каждого участника оценивает 15 судей. Судья ставит каждому участнику в паре от 0 до 22 баллов и отдаёт свой голос участнику, которому поставил больше баллов. В паре объявляется победителем тот участник, которому отдано больше голосов. Может ли быть так, что победитель в паре набрал меньше баллов, чем проигравший, несмотря на перевес в голосах?

2020-5-3А

Песню каждого участника оценивает 15 судей. Судья ставит каждому участнику в паре от 0 до 22 баллов и отдаёт свой голос участнику, которому поставил больше баллов. В паре объявляется победителем тот участник, которому отдано больше голосов. Может ли быть так, что победитель в паре набрал меньше баллов, чем проигравший, несмотря на перевес в голосах?

# Семнадцатый независимый

Участник	Победы	Проигрыши	Баллы	Голоса
Победитель 1	1 : 0	0 : 22	11	11
Победитель 2	2 : 0	0 : 16	20	10
Победитель 3	3 : 0	0 : 12	27	9
Победитель 4	4 : 0	0 : 9	32	8
Проигравший 4	9 : 0	0 : 4	63	7
Проигравший 3	12 : 0	0 : 3	72	6
Проигравший 2	16 : 0	0 : 2	80	5
Проигравший 1	22 : 0	0 : 1	88	4

2019-7-3А

На предприятии работают 50 человек, и они выбирают себе начальника. Есть две кандидатуры, Ваня и Даня. Про каждого работника известно заранее, кому он отдаёт предпочтение: 20 человек за Даню, 30 человек за Ваню.

Голосование проходит по двухтуровой системе: люди делятся на 5 групп по 10 человек, в каждой группе выбирается кандидат, наиболее популярный среди членов этой группы, и затем из 5 ответов выбирается имя, названное большее число раз.

Разделите работников на группы так, чтобы в большинстве групп выбрали Даню и он победил на выборах, несмотря на изначально меньшее число голосующих за него.



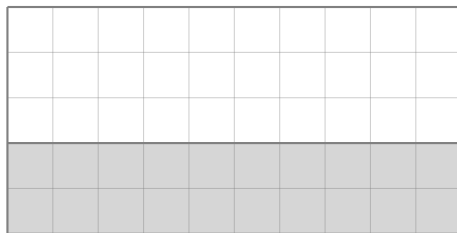
2019-7-3A

На предприятии работают 50 человек, и они выбирают себе начальника. Есть две кандидатуры, Ваня и Даня. Про каждого работника известно заранее, кому он отдаёт предпочтение: 20 человек за Даню, 30 человек за Ваню.

Голосование проходит по двухтуровой системе: люди делятся на 5 групп по 10 человек, в каждой группе выбирается кандидат, наиболее популярный среди членов этой группы, и затем из 5 ответов выбирается имя, названное большее число раз.

Разделите работников на группы так, чтобы в большинстве групп выбрали Даню и он победил на выборах, несмотря на изначально меньшее число голосующих за него.

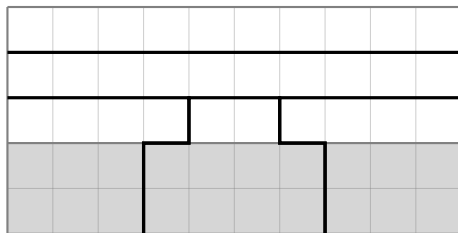
# Аксиомы выборов



За Ваню

За Даню

# Аксиомы выборов



За Ваню

За Даню

2020-6-2В

Научные руководители придумывают темы работ.

- Один из них придумывает 1 новую тему;
- После этого кто-то из них придумывает 2 новых темы;
- После этого кто-то из них придумывает 3 новых темы.

Пусть изначально первый придумал на  $n$  тем больше, чем второй.  
Докажите, что руководители всегда смогут сравнить количество придуманных ими тем.

2020-6-2В

Научные руководители придумывают темы работ.

- Один из них придумывает 1 новую тему;
- После этого кто-то из них придумывает 2 новых темы;
- После этого кто-то из них придумывает 3 новых темы.

Пусть изначально первый придумал на  $n$  тем больше, чем второй.  
Докажите, что руководители всегда смогут сравнять количество придуманных ими тем.

Каждые два хода разность количеств тем будем сокращать на 1.

2017-8-2С

Придумайте (или расскажите, как построить) 95-значное число, в котором нет нулей и которое делится на свою сумму цифр.

2017-8-2С

Придумайте (или расскажите, как построить) 95-значное число, в котором нет нулей и которое делится на свою сумму цифр.

Придумаем число, делящееся на  $144 = 9 \cdot 16$ :

$$\underbrace{\dots\dots\dots}_{\text{разрядов} - 91,} 3232.$$

$\Sigma$  цифр — 134

# Сумма простых — простое?

2020-7-5В

Найдите наибольшее натуральное число  $n$  такое, что существует набор из  $n$  различных простых чисел, сумма любых трёх чисел из которого является простым числом.



# Сумма простых — простое?

2020-7-5В

Найдите наибольшее натуральное число  $n$  такое, что существует набор из  $n$  различных простых чисел, сумма любых трёх чисел из которого является простым числом.

- из всех простых только 3 делится на 3;
- если у простых  $p_1, p_2$  и  $p_3$  одинаковые остатки от деления на 3, то  $p_1 + p_2 + p_3$  делится на 3;
- поэтому нельзя брать более двух чисел с одинаковыми остатками;
- лучший вариант для нас  $p_1, p_2$  с остатком 1 и  $p_3, p_4$  с остатком 2.

# Сумма простых — простое?

2020-7-5C

Обозначим через  $M_k$  ( $k \geq 3$ ) множество, состоящее из  $k$  различных простых чисел, сумма любых трёх из которых — простое число. Через  $S_k$  обозначим сумму элементов множества  $M_k$ . Найдите наименьшее возможное значение  $S_k$  (для всех возможных  $k$ ).

# Сумма простых — простое?

2020-7-5C

Обозначим через  $M_k$  ( $k \geq 3$ ) множество, состоящее из  $k$  различных простых чисел, сумма любых трёх из которых — простое число. Через  $S_k$  обозначим сумму элементов множества  $M_k$ . Найдите наименьшее возможное значение  $S_k$  (для всех возможных  $k$ ).

- из всех простых только 3 делится на 3;
- если у простых  $p_1, p_2$  и  $p_3$  одинаковые остатки от деления на 3, то  $p_1 + p_2 + p_3$  делится на 3;
- поэтому нельзя брать более двух чисел с одинаковыми остатками;
- лучший вариант для нас  $p_1, p_2$  с остатком 1 и  $p_3, p_4$  с остатком 2.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

2020-6-5A

На пульте есть две кнопки: «предыдущий режим» и «следующий режим». Работают только сегменты, образующие цифру 7. Сколько переключений тогда нужно, чтобы гарантированно определить режим, в котором находится пульт?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

2020-6-5A

На пульте есть две кнопки: «предыдущий режим» и «следующий режим». Работают только сегменты, образующие цифру 7. Сколько переключений тогда нужно, чтобы гарантированно определить режим, в котором находится пульт?

1 7 7 7 7 7 7 7

Система високосных лет для числа  $t$  — это последовательность натуральных чисел  $(a_0, a_2, a_3, \dots, a_n)$  такая, что  $a_{i+1}$  делится на  $a_i$ , а также

$$\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{1}{a_n} = t.$$

Какой могла бы быть система високосных лет, если бы длина года составляла 365.21875, 365.17, 365.33 дней? Для любого ли рационального числа существует система високосных лет?

$$365.21875 = 365 + \frac{1}{4} - \frac{1}{32}$$

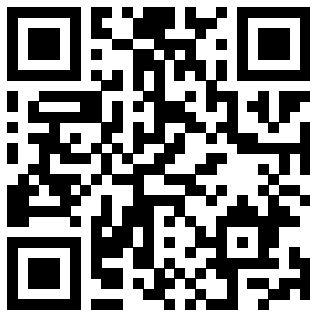
$$365.17 = 365 + \frac{1}{5} - \frac{1}{25} + \frac{1}{100}$$

$$365.33 = 365 + \frac{1}{3} - \frac{1}{300}$$

- нестандартные задачи;
- готовят к формату Турнира;
- 3 серии по 3–4 задачи;
- на решение даётся по 1,5–2 дня;
- решения сдаются дистанционно и письменно;
- решения проверяют авторы задач.



Собирайте команду и вступайте в бой!



[spbtym.ru](https://spbtym.ru) → Зарегистрироваться

Спасибо за внимание!

`mathnonstop.ru`

`spbtym.ru`

`mathnonstop@timeforscience.ru`

`vk.com/timeforscience`