## «Математика НОН-СТОП»: Типичные ошибки и базовые навыки

СП6АППО

Методическая комиссия Олимпиады

28 ноября 2018



## 2017-4-1C

#### Условие

Дана таблица  $7 \times 7$ . В центры её клеток Кузя вбил гвоздики. Проведите линию через все гвоздики так, чтобы сделать при этом как можно меньшее количество поворотов.

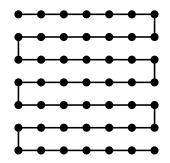
## 2017-4-1C

#### Условие

Дана таблица  $7 \times 7$ . В центры её клеток Кузя вбил гвоздики. Проведите линию через все гвоздики так, чтобы сделать при этом как можно меньшее количество поворотов.

Вроде как, 12 поворотов — но нужно объяснить, почему нельзя меньше.





В каждый ряд, кроме, возможно, двух, мы входим и выходим, поэтому должны сделать два поворота.

$$2 \cdot (7-2) + 2 = 12.$$



## 2018-5-2C

#### Условие

Известно, что в Авиаландии пять городов. Из каждого города летает шесть авиарейсов, внутренних или международных. Докажите, что за границы Авиаландии летает чётное количество авиарейсов.

## 2018-5-2C

#### Условие

Известно, что в Авиаландии пять городов. Из каждого города летает шесть авиарейсов, внутренних или международных. Докажите, что за границы Авиаландии летает чётное количество авиарейсов.

Опять же, нельзя ограничиваться исключительно конкретным примером, для которого всё верно.



Внутренний рейс имеет 2 «конца» в стране, международный — 1 «конец».

$$2 \cdot$$
внут.  $+$  межд.  $= 30$ .

Только отсюда международных чётное количество.



### Условие

 $12 \oplus 34 = 1234$ .

Бывает ли так, что  $P+Q>P\oplus Q$ ?



#### Условие

 $12 \oplus 34 = 1234$ .

Бывает ли так, что  $P+Q>P\oplus Q$ ?

У того, что так не бывает, есть вполне чёткое доказательство:



#### Условие

 $12 \oplus 34 = 1234$ .

Бывает ли так, что  $P+Q>P\oplus Q$ ?

У того, что так не бывает, есть вполне чёткое доказательство:

$$P \oplus Q = 10^k \cdot P + Q > P + Q.$$

## 2018-8-11A

#### Условие

18 крабов и 17 пауков встали в хоровод, имеющий форму восьмёрки. Это значит, что существо, стоящее в центре этой восьмёрки, держит за лапы четверых своих соседей. Известно, что каждый краб держится за лапы исключительно с пауками. Кто стоит в центре восьмёрки — краб или паук?



## 2018-8-11A

#### Условие

18 крабов и 17 пауков встали в хоровод, имеющий форму восьмёрки. Это значит, что существо, стоящее в центре этой восьмёрки, держит за лапы четверых своих соседей. Известно, что каждый краб держится за лапы исключительно с пауками. Кто стоит в центре восьмёрки — краб или паук?

Участники приводили только пример одной подходящей восьмёрки. Но вдруг есть другие, где в центре стоит другое существо? Их отсутствие надо доказать.



Сделаем из восьмёрки круглый хоровод, где либо  $19 \, \mathrm{k} - 17 \, \mathrm{n}$ , либо  $18 \, \mathrm{k} - 18 \, \mathrm{n}$  (в зависимости от того, кто в центре).

Крабов должно быть *не больше*, чем пауков:  $2\kappa \le 2\pi$ .

Значит, в центре стоял паук.



## 2018-7-1B

#### **Условие**

В понедельник Сергей растворил пачку красителя в десятилитровом ведре воды. Фёдор вылил из ёмкости 4 литра раствора, долил 4 литра воды и тщательно размешал.

На следующий день Сергей снова растворил пачку красителя в 10 литрах воды. На этот раз Фёдор вылил из ведра 2 литра раствора, долил 2 литра воды, тщательно размешал — и повторил ту же последовательность действий ещё раз. В какой из дней в ведре осталось больше красителя?

## 2018-7-1B

#### **Условие**

В понедельник Сергей растворил пачку красителя в десятилитровом ведре воды. Фёдор вылил из ёмкости 4 литра раствора, долил 4 литра воды и тщательно размешал.

На следующий день Сергей снова растворил пачку красителя в 10 литрах воды. На этот раз Фёдор вылил из ведра 2 литра раствора, долил 2 литра воды, тщательно размешал — и повторил ту же последовательность действий ещё раз. В какой из дней в ведре осталось больше красителя?

Ответ — не одинаковое количество красителя.



В первый день концентрация после действий Фёдора — 0.6: теперь красителя как в 6 литрах исходного раствора.

Во второй день —  $0.6 \cdot 0.6 = 0.64 > 0.6$ .

Секрет в том, что во второй день на второй итерации выливался менее концентрированный раствор.

## 2018-7-6B

Наша любимая ошибка.

#### **Условие**

Два кубика размером  $5 \times 5 \times 5$  см едут по транспортёру, причём расстояние между ними равняется 10 см. С данного транспортёра они попадают на следующий, в два раза более быстрый, и дальше едут по нему. Каково расстояние между ними теперь?



## 2018-7-6B

Наша любимая ошибка.

#### **Условие**

Два кубика размером  $5 \times 5 \times 5$  см едут по транспортёру, причём расстояние между ними равняется 10 см. С данного транспортёра они попадают на следующий, в два раза более быстрый, и дальше едут по нему. Каково расстояние между ними теперь?

Ответ — не 20 сантиметров.



2018-7-6B







$$2 \cdot (10+5) - 5 = 25.$$



# Спасибо за внимание! /\*/

<sup>/\*/</sup> Вы можете задать ещё вопросов