

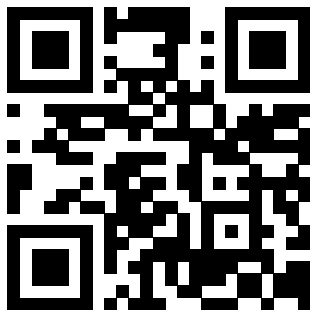
Решения избранных задач

Е.И. Тодоров, «Математика НОН-СТОП»

Фонд «Время Науки»

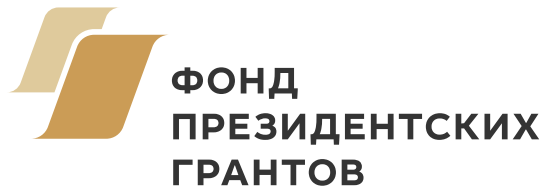
1 марта 2021 г.

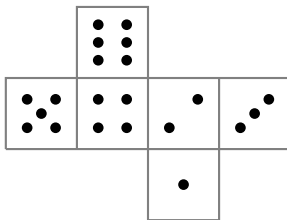
Зачем фотографировать презентацию, когда её можно скачать?



http://bit.ly/3_razbor_ei

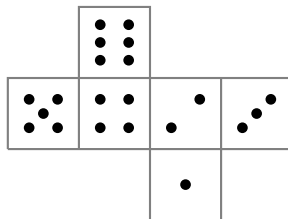
В 2020–2021 гг. олимпиада «Математика НОН-СТОП» и Санкт-Петербургский Турнир юных математиков проводятся с использованием гранта Президента Российской Федерации на развитие гражданского общества, предоставленного Фондом президентских грантов.





2020-4-6В

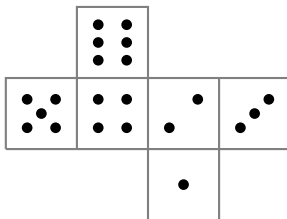
Сколько видимых точек может быть на башне из 6 кубиков?



2020-4-6В

Сколько видимых точек может быть на башне из 6 кубиков?

Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.



2020-4-6В

Сколько видимых точек может быть на башне из 6 кубиков?

Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.

Ответ — $84 + k$.

Кирпичей требуют наши сердца

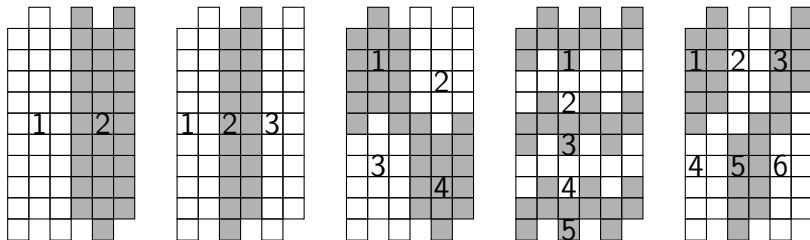
2020-4-4С

Нарисуйте на клетчатой бумаге такую фигуру, которую можно разделить по клеткам на 2, на 3, на 4, на 5, на 6 одинаковых по форме и размеру связных фигур — причём они не будут прямоугольниками.

Кирпичей требуют наши сердца

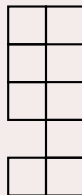
2020-4-4С

Нарисуйте на клетчатой бумаге такую фигуру, которую можно разделить по клеткам на 2, на 3, на 4, на 5, на 6 одинаковых по форме и размеру связанных фигур — причём они не будут прямоугольниками.



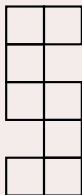
2018-5-5C

Двое по очереди вырезают из клетчатого прямоугольника 5×2018 фигуру, изображённую на рисунке. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?



2018-5-5C

Двое по очереди вырезают из клетчатого прямоугольника 5×2018 фигуру, изображённую на рисунке. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?



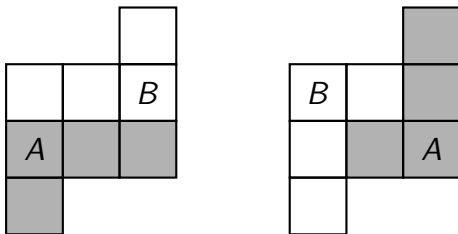
Стратегия для первого игрока: вырезать свою фигуру посередине, получатся два одинаковых куска. Повторять ходы второго симметрично в другом куске. Если он смог вырезать, то и мы сможем.

2020-5-1С

Можно ли нарисовать на клетчатом листе бумаги такую фигуру, которую можно разрезать по линиям сетки на две *одинаковые* фигуры двумя способами — причём фигуры в первом и во втором способе были бы одни и те же, но линии разреза выглядели бы по-разному?

2020-5-1С

Можно ли нарисовать на клетчатом листе бумаги такую фигуру, которую можно разрезать по линиям сетки на две *одинаковые* фигуры двумя способами — причём фигуры в первом и во втором способе были бы одни и те же, но линии разреза выглядели бы по-разному?



2019-7-3А

На предприятии работают 50 человек, и они выбирают себе начальника. Есть две кандидатуры, Ваня и Даня. Про каждого работника известно заранее, кому он отдаёт предпочтение: 20 человек за Даню, 30 человек за Ваню.

Голосование проходит по двухтуровой системе: люди делятся на 5 групп по 10 человек, в каждой группе выбирается кандидат, наиболее популярный среди членов этой группы, и затем из 5 ответов выбирается имя, названное большее число раз.

Разделите работников на группы так, чтобы в большинстве групп выбрали Даню и он победил на выборах, несмотря на изначально меньшее число голосующих за него.

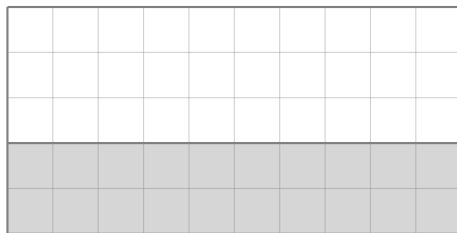
2019-7-3А

На предприятии работают 50 человек, и они выбирают себе начальника. Есть две кандидатуры, Ваня и Даня. Про каждого работника известно заранее, кому он отдаёт предпочтение: 20 человек за Даню, 30 человек за Ваню.

Голосование проходит по двухтуровой системе: люди делятся на 5 групп по 10 человек, в каждой группе выбирается кандидат, наиболее популярный среди членов этой группы, и затем из 5 ответов выбирается имя, названное большее число раз.

Разделите работников на группы так, чтобы в большинстве групп выбрали Даню и он победил на выборах, несмотря на изначально меньшее число голосующих за него.

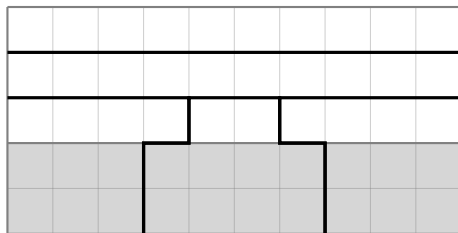
Аксиомы выборов



За Ваню

За Даню

Аксиомы выборов



За Ваню

За Даню

2020-6-2В

Научные руководители придумывают темы работ.

- Один из них придумывает 1 новую тему;
- После этого кто-то из них придумывает 2 новых темы;
- После этого кто-то из них придумывает 3 новых темы.

Пусть изначально первый придумал на n тем больше, чем второй.
Докажите, что руководители всегда смогут сравнить количество придуманных ими тем.

2020-6-2В

Научные руководители придумывают темы работ.

- Один из них придумывает 1 новую тему;
- После этого кто-то из них придумывает 2 новых темы;
- После этого кто-то из них придумывает 3 новых темы.

Пусть изначально первый придумал на n тем больше, чем второй.
Докажите, что руководители всегда смогут сравнять количество придуманных ими тем.

Каждые два хода разность количеств тем будем сокращать на 1.

2017-8-2С

Придумайте (или расскажите, как построить) 95-значное число, в котором нет нулей и которое делится на свою сумму цифр.

2017-8-2С

Придумайте (или расскажите, как построить) 95-значное число, в котором нет нулей и которое делится на свою сумму цифр.

Придумаем число, делящееся на $144 = 9 \cdot 16$:

$$\underbrace{\dots\dots\dots}_{\text{разрядов} - 91,} 3232.$$
$$\sum \text{цифр} - 134$$

Сумма простых — простое?

2020-7-5В

Найдите наибольшее натуральное число n такое, что существует набор из n различных простых чисел, сумма любых трёх чисел из которого является простым числом.

Сумма простых — простое?

2020-7-5В

Найдите наибольшее натуральное число n такое, что существует набор из n различных простых чисел, сумма любых трёх чисел из которого является простым числом.

- из всех простых только 3 делится на 3;
- если у простых p_1, p_2 и p_3 одинаковые остатки от деления на 3, то $p_1 + p_2 + p_3$ делится на 3;
- поэтому нельзя брать более двух чисел с одинаковыми остатками;
- лучший вариант для нас p_1, p_2 с остатком 1 и p_3, p_4 с остатком 2.

2018-5-5C

$$12 \oplus 34 = 1234.$$

Бывает ли так, что $P + Q > P \oplus Q$?

2018-5-5C

$$12 \oplus 34 = 1234.$$

Бывает ли так, что $P + Q > P \oplus Q$?

$$P \oplus Q = 10^k \cdot P + Q > P + Q.$$

Сумма простых — простое?

2020-7-5C

Обозначим через M_k ($k \geq 3$) множество, состоящее из k различных простых чисел, сумма любых трёх из которых — простое число. Через S_k обозначим сумму элементов множества M_k . Найдите наименьшее возможное значение S_k (для всех возможных k).

Сумма простых — простое?

2020-7-5C

Обозначим через M_k ($k \geq 3$) множество, состоящее из k различных простых чисел, сумма любых трёх из которых — простое число. Через S_k обозначим сумму элементов множества M_k . Найдите наименьшее возможное значение S_k (для всех возможных k).

- из всех простых только 3 делится на 3;
- если у простых p_1, p_2 и p_3 одинаковые остатки от деления на 3, то $p_1 + p_2 + p_3$ делится на 3;
- поэтому нельзя брать более двух чисел с одинаковыми остатками;
- лучший вариант для нас p_1, p_2 с остатком 1 и p_3, p_4 с остатком 2.

Система високосных лет для числа t — это последовательность натуральных чисел $(a_0, a_2, a_3, \dots, a_n)$ такая, что a_{i+1} делится на a_i , а также

$$\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{1}{a_n} = t.$$

Какой могла бы быть система високосных лет, если бы длина года составляла 365.21875, 365.17, 365.33 дней? Для любого ли рационального числа существует система високосных лет?

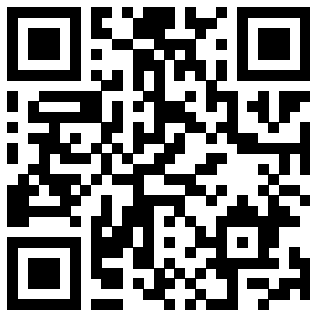
$$365.21875 = 365 + \frac{1}{4} - \frac{1}{32}$$

$$365.17 = 365 + \frac{1}{5} - \frac{1}{25} + \frac{1}{100}$$

$$365.33 = 365 + \frac{1}{3} - \frac{1}{300}$$

- нестандартные задачи;
- готовят к формату Турнира;
- 3 серии по 3–4 задачи;
- на решение даётся по 1,5–2 дня;
- решения сдаются дистанционно и письменно;
- решения проверяют авторы задач.

Собирайте команду и вступайте в бой!



spbtym.ru → Зарегистрироваться

Спасибо за внимание!

`mathnonstop.ru`

`spbtym.ru`

`mathnonstop@timeforscience.ru`

`vk.com/timeforscience`