

Математика НОН-СТОП: Новое в 2019 году

Б. А. Золотов, Д. Г. Штукенберг

Фонд «Время Науки»

8 октября 2019

Конструктивные задачи

Мы всё так же горячо любим задачи на приведение примера. Они наглядные и незамысловатые, при этом могут быть крайне разнообразными.

Разберём несколько таких задач — от более простых к более сложным.

Простые, но не простые-простые

7 класс, 9А–В

Докажите, что для любого n существует натуральное число N , у которого ровно n различных натуральных делителей.

Простые, но не простые-простые

7 класс, 9А–В

Докажите, что для любого n существует натуральное число N , у которого ровно n различных натуральных делителей.

В пункте **A** было $n = 43$. А ответ —

Простые, но не простые-простые

7 класс, 9А–В

Докажите, что для любого n существует натуральное число N , у которого ровно n различных натуральных делителей.

В пункте **A** было $n = 43$. А ответ —

$$N = 2^{n-1}.$$

7 класс, 3А

На предприятии работают 50 человек, и они выбирают себе начальника. Есть две кандидатуры, Ваня и Даня. Про каждого работника известно заранее, кому он отдаёт предпочтение: 20 человек за Даню, 30 человек за Ваню.

Голосование проходит по двухтуровой системе: люди делятся на 5 групп по 10 человек, в каждой группе выбирается кандидат, наиболее популярный среди членов этой группы, и затем из 5 ответов выбирается имя, названное большее число раз.

Разделите работников на группы так, чтобы в большинстве групп выбрали Даню и он победил на выборах, несмотря на изначально меньшее число голосующих за него.

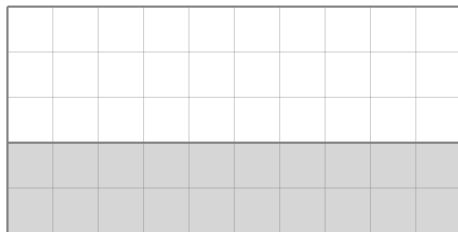
7 класс, 3А

На предприятии работают 50 человек, и они выбирают себе начальника. Есть две кандидатуры, Ваня и Даня. Про каждого работника известно заранее, кому он отдаёт предпочтение: 20 человек за Даню, 30 человек за Ваню.

Голосование проходит по двухтуровой системе: люди делятся на 5 групп по 10 человек, в каждой группе выбирается кандидат, наиболее популярный среди членов этой группы, и затем из 5 ответов выбирается имя, названное большее число раз.

Разделите работников на группы так, чтобы в большинстве групп выбрали Даню и он победил на выборах, несмотря на изначально меньшее число голосующих за него.

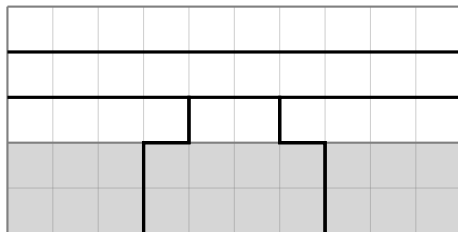
Аксиомы выборов



За Ваню

За Даню

Аксиомы выборов



За Ваню

За Даню

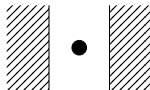
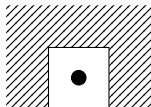
7 класс, 8С

Путник в лабиринте видит ситуацию вокруг. Помимо этого, никакой другой информации и памяти у него нет. Существует ли какой-нибудь набор правил, чтобы он, имея только эту информацию, мог дойти до финальной клетки в любом лабиринте?

7 класс, 8С

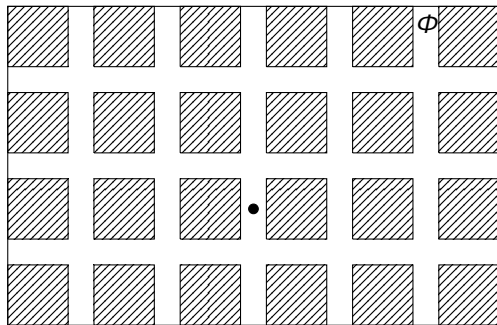
Путник в лабиринте видит ситуацию вокруг. Помимо этого, никакой другой информации и памяти у него нет. Существует ли какой-нибудь набор правил, чтобы он, имея только эту информацию, мог дойти до финальной клетки в любом лабиринте?

Заметим, что поведение путника однозначно определено в простых ситуациях:



Приведём решение без T -образных перекрёстков, чтобы о них не думать:

Приведём решение без T -образных перекрёстков, чтобы о них не думать:



Мы уже давали задачи, значительная часть решения которых заключалась в их вдумчивом прочтении.

Теперь мы пошли дальше и предложили участникам скорректировать наши условия. Для этого по сути нужно решить задачу «задом наперёд».

7 класс, 10В

В августе Саар планирует доехать от Бишкека до Астаны. Она проехала уже 1210 километров. Сверившись с картой, она поняла, что ей осталось ехать втрое больше, чем расстояние, которое проедет машина, в 4 раза более быстрая, чем Саар, за время от текущего момента до момента, когда Саар останется столько же, сколько она проехала сейчас.

Каково расстояние между Бишкеком и Астаной?

7 класс, 10В

В августе Саар планирует доехать от Бишкека до Астаны. Она проехала уже 1210 километров. Сверившись с картой, она поняла, что ей осталось ехать втрое больше, чем расстояние, которое проедет машина, в 4 раза более быстрая, чем Саар, за время от текущего момента до момента, когда Саар останется столько же, сколько она проехала сейчас.

Каково расстояние между Бишкеком и Астаной?

Пусть осталось ехать t км. До момента, когда останется 1210, $t - 1210$ км.

$$t = 3 \cdot 4 \cdot (t - 1210), \quad 11t = 12 \cdot 1210, \quad t = 1320.$$

$$1320 + 1210 = 2530.$$

7 класс, 10С

Замените числа 1210 и 4 в условии пункта **В** на какие-то другие так, чтобы ответ в задаче составил 1400 километров — настоящее расстояние между Бишкеком и Астаной.

7 класс, 10С

Замените числа 1210 и 4 в условии пункта **В** на какие-то другие так, чтобы ответ в задаче составил 1400 километров — настоящее расстояние между Бишкеком и Астаной.

A — сколько уже проехали, c — отношение скоростей машины и велосипеда.

$$t = 3c \cdot (t - A), \quad t = \frac{3cA}{3c - 1}.$$
$$A + t = A + \frac{3cA}{3c - 1} = A \cdot \frac{6c - 1}{3c - 1} = 1400.$$

Например, $A = 100$, $c = \frac{13}{36}$.

Ещё проще, ещё доступнее

«Математика НОН-СТОП» — олимпиада для всех, и каждый найдёт в ней то, что сможет решить.

Разберём несколько задач, доступных каждому.

Спасибо за внимание!

Сейчас даже ещё не полночь перед докладом. Прикольно.