

Домашнее задание 12. Кодирование ИП_σ , представимость функций.

23 ноября \rightarrow 30 ноября

Последнее в разделе “Выводимость и (не)разрешимость”

- 1) Докажите, что следующие функции рекурсивны:
 - (а) $y!$ (факториал); x^y (возведение в степень);
 - (б) функция, перечисляющая без повторения простые числа в порядке возрастания;
 - (в) последовательность Фибоначчи;
 - (г) количество простых чисел, не превосходящих y .

- 2) Докажите, что следующие множества рекурсивны:
 - (а) множество всех кодов термов сигнатуры $\sigma = \{<, +, \cdot, 0, 1\}$;
 - (б) множество кодов имен \widehat{n} натуральных чисел;
 - (в) множество всех кодов формул сигнатуры σ ;
 - (г) множество всех кодов логических следствий минимальной арифметики.

- 3) Докажите рекурсивность функции f :

(а)

$$f(a, b) = \begin{cases} \text{код терма } t + s, & a, b \text{ — коды термов } t, s, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

(б)

$$f(a) = \begin{cases} \text{код формулы } t + 0 = t, & a \text{ — код терма } t, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

(в)

$$f(a) = \begin{cases} \text{код формулы } \neg\varphi, & a \text{ — код формулы } \varphi, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

(г)

$$f(a, b, c) = \begin{cases} \text{код формулы } (\varphi \wedge \psi) \rightarrow \psi, & a, b, c \text{ — коды формул } \varphi, \psi, \theta, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- 4) Докажите, что функции $+$, \cdot , I_k^n (проекция), ℓ (характеристическая функция предиката $<$) представимы в минимальной арифметике.
- 5) Докажите, что суперпозиция представимых функций представима, и что минимизация представимой функции представима.