

**Математическая логика 2. ФМКН СПбГУ
(математика 3 к., осенний семестр 2022)**

Лектор В.Л. Селиванов

Основные экзаменационные вопросы

1. Элементарная эквивалентность изоморфных структур.
2. Фильтры и ультрафильтры. Расширение фильтра до ультрафильтра.
3. Фильтрованные произведения структур. Теорема Лося об ультрапроизведении.
4. Теорема Гёделя-Мальцева о компактности.
5. Теорема Лёвенгейма-Сколема о понижении мощности.
6. Теорема Лёвенгейма-Сколема о повышении мощности. Возможные мощности моделей данной теории.
7. Аксиоматизируемые классы структур. Критерий конечной аксиоматизируемости.
8. Критерий универсальной (Π_1 -) аксиоматизируемости.
9. Критерий Π_2 -аксиоматизируемости Чэна-Лося-Сушко.
10. Полные теории, их характеристики, тест Лося-Воота.
11. Иерархия формул по числу перемен кванторов. Модельно полные теории, их характеристики, тест Робинсона.
12. Тест модельной полноты Линдстрёма.
13. Элиминация кванторов. Модельная характеристика теорий, допускающих элиминацию кванторов.
14. Игры Эренфойхта. Выигрышные стратегии. Кванторная глубина формулы.
15. Характеристики элементарной эквивалентности и ее ограниченных вариантов в терминах выигрышных стратегий соответствующих игр Эренфойхта.
16. Аксиомы и правила вывода вариантов Гильбертовского исчисления предикатов. Их свойства.
17. Выводимость в исчислении предикатов, свойства отношения выводимости.
18. Непротиворечивые множества формул, их свойства.
19. Теории Хенкина, их свойства.
20. Теорема о существовании модели.
21. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. Разрешимость полной перечислимо аксиоматизируемой теории.
22. Вычислимость. Операторы суперпозиции и минимизации. Рекурсивные функции и предикаты. Тезис Чёрча. Бета-функция Гёделя.
23. Кодирование последовательностей чисел и его свойства. Замкнутость класса рекурсивных функций относительно рекурсивных определений.
24. Кодирование исчисления предикатов, его свойства. Рекурсивность множества выводов.
25. Минимальная арифметика, арифметика Пеано, теория стандартной модели арифметики. Представление рекурсивных предикатов в минимальной арифметике.
26. Теорема Чёрча о неразрешимости арифметики.
27. Неразрешимость логики предикатов. Примеры разрешимых и неразрешимых теорий.
28. Теорема Гёделя о неполноте арифметики.
29. R-программы и R-вычислимы функции. Замкнутость класса R-вычисляемых функций относительно суперпозиции и минимизации.
30. Кодирование R-вычислений. Совпадение классов R-вычисляемых и рекурсивных тотальных функций.
31. R-вычисляемые частичные функции. Рекурсивные частичные функции. Совпадение этих классов частичных функций.

32. R-вычислимые функции с оракулом h . Функции, рекурсивные относительно h . Совпадение этих двух классов (частичных) функций.
33. Существование главной вычислимой нумерации R-вычислимых частичных функций.
34. Теорема о неподвижной точке. Теорема Райса.
35. Характеризации рекурсивно перечислимых множеств. m-Сводимость и ее свойства.
36. Тьюрингова сводимость и тьюрингов скачок, их свойства. m-Универсальные рекурсивно перечислимые множества.
37. Арифметические множества. Арифметическая иерархия и ее свойства.
38. Связь арифметической иерархии с итерациями тьюрингова скачка.
39. Теорема Тарского о неопределимости истины.