1. $ff^{-1}(B) \subseteq B$; $f^{-1}f(A) \supseteq A$.
2. Определение счётного множества. Счётность множеств $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}^k$, $\operatorname{Seq}^{\mathrm{f}} \mathbb{N}$. Счётность счётного объединения счётных множеств, декартова произведения счётных множеств.
3. $\mathcal{P}(M)$ не равномощно M. Континуальные множества: отрезок, $\mathbb{R}$, $\operatorname{Seq}\mathbb{N}$. Континуальность E.
4. Канторово множество: описание через троичную запись, «длина» 0, замкнутость.
5. Топологическое пространство: определение. Примеры: $(\mathbb{R}, \mathcal{O}_{std})$, $(\mathbb{R}, \mathcal{S})$; дискретная и антидискретная топологии. Прямая Зоргенфрея, плоскость Немыцкого — построение, почему это не $\mathcal{O}_{std}$. Окрестность точки, открытое множество содержит каждую свою точку вместе с окрестностью.
6. База топологии. Базовое множество в открытом U, содержащее данную $x \in U$. Два свойства базы. Счётная база в $(\mathbb{R}, \mathcal{O}_{std})$, в $(\mathbb{R}, \mathcal{S})$. Базы в дискретных и антидискретных топологиях. Предбаза.
7. База в точке. Построение $\mathcal{B} \to \forall x\, \mathcal{B}(x)$; $\forall x\, \mathcal{B}(x) \to \mathcal{B}$. Аксиомы счётности; пространство с первой, но без второй аксиомы счётности.
8. Топологии Зарисского. Аксиомы счётности в $\mathcal{O}^{\mathbb{R}}_{\mathrm{cf}}$, $\mathcal{O}^{\mathbb{R}}_{\mathrm{cc}}$, $\mathcal{O}^{\mathbb{N}}_{\mathrm{cf}}$, $\mathcal{O}^{\mathbb{N}}_{\mathrm{cc}}$.
9. Замкнутые множества; их свойства, двойственные открытым. Отрезок замкнут. Замыкание множества. Монотонность замыкания.
10. Замыкания $\mathbb{Q}$ и (a, b) в $\mathcal{O}_{std}$ и в $\mathcal{S}$. Замыкание пустого, замыкание объединения, замыкание замыкания. Критерий принадлежности $x \in \operatorname{Cl} A$.
11. Внутренность множества. Монотонность внутренности. Связь внутренности и замыкания $(X \setminus \ldots)$. Внутренность $\mathbb{Q}$ в $\mathcal{O}_{std}$.
12. Внутренность множества. $\operatorname{Int} X$, $\operatorname{Int}(A \cap B)$, $\operatorname{Int}\operatorname{Int} A$. Критерий принадлежности $x \in \operatorname{Int} A$.
13. Применение операций Cl и Int. $\operatorname{Cl}\operatorname{Int}\operatorname{Cl}\operatorname{Int} = \operatorname{Cl}\operatorname{Int}$ $(\operatorname{Int}\operatorname{Cl}\operatorname{Int}\operatorname{Cl} = \operatorname{Int}\operatorname{Cl})$. Когда все семь „доступных“ множеств различны (на примере $\mathcal{O}_{std}$).
14. $\mathcal{O}_{x_0}$, почему это топология. База этой топологии, замыкания и внутренности в этой топологии. Стандартная топология окружности, стандартная топология отрезка.
15. Индуцированная топология, топология дизъюнктного объединения. Топология на двух отрезках как индуцированная и как дизъюнктное объеднение. Компоненты связности в этой топологии.
16. $(\mathbb{R}^2, \mathcal{O}_{std})$. Она индуцирует $\mathcal{O}_{std}$ на $\mathbb{R}$, замкнутые подмножества прямой сохраняются. Топология и графы: примеры открытых множеств, компоненты связности.
17. Граница множества. $\operatorname{Int}(\partial A)$, если A открыто, — пуста. Пример $X \subset \mathbb{R}$ такого, что $\partial X = \mathbb{R}$. Критерий принадлежности $x \in \partial A$.
18. Граница и теоретико-множественные операции: 9 свойств.
19. Равносильность четырёх определений открытого множества на плоскости (через B_r, $\tilde{B}_r$, открытый и замкнутый прямоугольник). Доказательство кольцом.
20. Предельные точки множества. Эквивалентное определение на плоскости (беск. много точек из A). $A'' = A'$; $(\operatorname{Cl} A)' = A'$.
21. $x \in \partial A$, $x \notin A' \Rightarrow x \in A$. $x \in A'$, $x \notin \partial A \Rightarrow x \in A$.
22. Всюду плотные, коплотные, нигде не плотные, плотные в себе множества; сепарабельные пространства. Вс.-пл. множество пересекается с любым открытым.
23. $\mathbb{R}$ сепарабельно. Вторая аксиома счётности $\Rightarrow$ сепарабельность. Int Cl нигде не плотного множества.
24. Непрерывное отображение. Пример: $f(x) = x^2$. Композиция непрерывных непрерывна, непрерывный образ сепарабельного пространства сепарабелен. Определение гомеоморфизма. Гомеоморфность — отношение эквивалентности.
25. Гомеоморфность двух интервалов, интервала и прямой, $\mathbb{N}$ и $\mathbb{Z}$. Негомеоморфность отрезка и интервала, прямой и плоскости.
26. Определение топологии прямого произведения через базу, проверка свойств базы. $(\mathbb{R}^2, \mathcal{O}_{std})$ как топология прямого произведения $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Определение проекций pr_1, pr_2, непрерывность проекций.
27. Фактор-топология, факторное отображение: определения. Примеры: прямая с двумя началами, окружность; стягивание в точку, приклеивание по отображению.
28. Букет пространств. Склейки квадрата, проективная плоскость.