Вычислительная геометрия, день 2

Борис Золотов Матвей Магин

20 июня 2022 г.

Летняя школа МКН СПбГУ

Содержание

Алгоритм Чена—Хана

Постановка задачи

Дана поверхность многогранника; все грани — треугольники. Выбрана вершина S. Найти длины кратчайших путей *(по поверхности многогранника)* от S до каждой из остальных его вершин.

Устройство кратчайших путей

- Кратчайший путь переходит с грани на грань не более $n-1$ раза,
- Кратчайшие пути не пересекаются, кроме как в S или в вершине назначения,
- При разгибании рёбер кратчайший путь превращается в отрезок прямой линии.

Дерево кратчайших путей

Грани многогранника хранятся в DCEL; путь определяется последовательностью пройденных граней.

Покажем, как пересчитываются пути при переходе на следующую грань и как формируется двоичное дерево.

One angle — one split

Лемма

*Из двух узлов дерева, расположенных на одном полуребре,
только у одного может быть два потомка,
определяющих кратчайшие пути.*

Эффективный алгоритм

Считаем двух детей листа и проверяем, кто теперь *оккупирует* вершину многогранника под ним. У того, кто *(теперь)* не оккупирует, удаляем одного ребёнка.

На каждой итерации у дерева линейное количество листьев: по одному на каждое полуребро, плюс по одному разделяющемуся на каждое полуребро.

Глубина дерева не более n.

Теорема Александрова

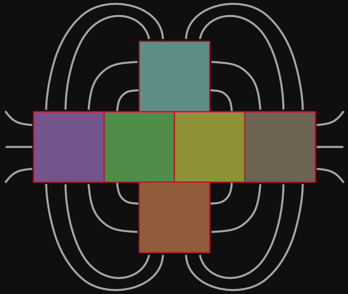
Отношение эквивалентности

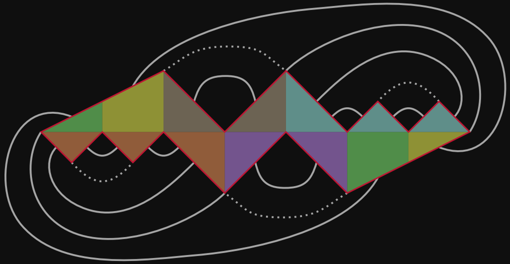
Дан набор многоугольников. Разобьём $\bigcup \partial P_i$ на отрезки, пары отрезков одинаковой длины можно склеивать между собой.

Будем рассматривать фактор-пространство, получающееся при таком склеивании.

Теорема Александрова: склейки

Нас интересуют склейки, которые гомеоморфны сфере и угол в каждой точке которых не превосходит 360°.

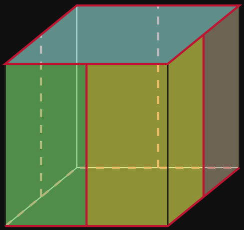


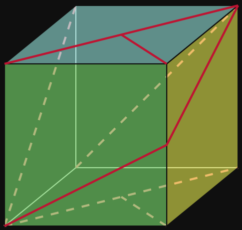


Теорема Александрова: многогранники

Теорема

Склейке, удовлетворяющей этим условиям, соответствует (изометричен) единственный выпуклый многогранник.





Спасибо за внимание!

Алгоритм Чена—Хана

Теорема Александрова