Contents

Chapter 1

Introduzione

1.1 Intro

Se voi signorine finirete questo corso, e se sopravviverete sarete dispensatori di fbf e pregherete per modellizzare sistemi assurdi in modo ancora più assurdo, ma fino a quel giorno non siete altro che buoni annulla convinti che tutti i cretesi sono stupidi e forse mentono.

Lasciate il formaggio fuori dall'aula.

Chapter 2

Introduction

a è vera nel mondo α, e scriviamo $\mu \models_\alpha a$

se

- a è una lettera enunciativa allora deve valere $a \in V(\alpha)$
- a è del tipo: $a \vee b$ .... allora.... $\mu \models_\alpha a$ oppure $\mu \models_\alpha b$

2.1 Formule di Logica modale e significato

$\diamond a \Rightarrow \Box a$	funzione parziale	$\forall \alpha : \alpha R \beta,\ \beta R \gamma \Rightarrow \beta = \gamma$

Funzione parziale, dimostrazione

.

Ip) funzione parziale

Ts) $\diamond a \Rightarrow \Box a$

.

$\diamond a$ falsa allora dato che l'antecedente è falso di ha $\diamond a \Rightarrow \Box a$

$\diamond a$ vera allora $\exists \beta$:$\alpha R \beta$ e$\in V(\beta)$, ma dato che la funzione è parziale questo β è unico !

da cui $\mu \models \diamond a \Rightarrow \Box a$

.

.

Ip) $\diamond a \Rightarrow \Box a$

Ts) funzione parziale

.

.

Per assurdo: suppongo non che la funzione non sia parziale. Se è così $\exists \alpha$: $\alpha R \beta$, $\alpha R \gamma$, considero un modello in cui V(A) $= \{\beta\}$, $\Box A$ non vale in α dato che A è falsa in γ, il che contraddice l'ipotesi (BAM!)

$\diamond a \iff \Box a$	funzione totale	$\forall \alpha \exists !\, \beta : \alpha R \beta$

non ci sono “conti” da fare, R è seriale sse R è seriale $\Box a \implies \Diamond a$, e se R è una funzione parziale $\Diamond a \Rightarrow \Box a$

quindi dato che l'implica prevede un and di implica da una parte e dall'altra per definizione abbiamo la tesi

.

.

$\Diamond a \Rightarrow \Box \Diamond a$	relazione euclidea	$\forall \alpha, \beta, \gamma$: $(\alpha R \beta,\ \alpha R \gamma) \Rightarrow \beta R \gamma$ da cui anche: βRβ, $\gamma R \gamma$, γRβ

Ip) relazione euclidea

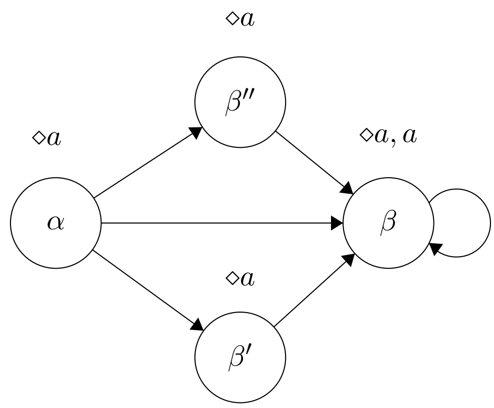
Ts) $\Diamond a \Rightarrow \Box \Diamond a$

Suppongo sia vero l'antecedente (se falso ho finito), quindi vale: $\Diamond a$ da cui: $\mu \models \Diamond a$

dato che $\Diamond a$ si ha che esiste almeno un β tale che in beta vale a

solo un beta: autoanello perché euclidea e quindi $\Box \Diamond a$

diversi beta: ognuno dei vari β', β'' , ecc. sono in relazione con β, dato che la relazione è euclidea, pertanto dato che in β vale a, in ognuno di loro vale $\Diamond a$



Ip)$\Diamond a \Rightarrow \Box \Diamond a$

Ts) relazione euclidea

Per assurdo, suppondo valga ip) ma non la tesi

Considero un Frame in cui: $\alpha R \beta$, $\alpha R \gamma$, $\beta R \gamma$ ma NON $\beta R \gamma$ cioè si ha un frammento in cui non vale l'euclidea. Poniamo che il modello sia tale che $V(A)= \{\gamma\}$

In queste ipotesi vale $\Diamond a$ dato che in γ vale a. In β non vale a e neppure $\Diamond a$ perché non ha “uscite”, da cui in a non vale $\Box \Diamond a$ contraddicendo così l'ipotesi (BAM!)

Chapter 3

Semantica

3.1 Semantica

$a \vdash b$ cioè a è conseguenza semantica di b, se in ogni Frame, Modello e Mondo in cui $\mu \models b$ si ha anche $\mu \models a$

$\diamond a \equiv \sim \Box \sim a$
Vale da sinistra a destra,
Infatti:
se $\mu \models_\alpha \diamond a$ allora
$\exists \beta : \alpha R \beta$ e $\mu \models_\beta a$ da cui:
$\mu \not\models_\beta \sim a$
per questo in α non vale $\Box \sim a$ (perché non vale $\sim a$ in β)
allora in α vale $\sim \Box \sim a$ cioè $\mu \models_\alpha \sim \Box \sim a$ cioè la tesi.

Vale anche da destra a sinistra, dimostrazione simile.