

TP1 – Mesure de déflexion d'un faisceau laser

Tous les fichiers enregistrés pendant le TP seront placés dans un dossier nommé par le numéro du TP, le nom du groupe et le nom des participants : TP1_M1_Nom1_Nom2_Nom3, par exemple.

A la fin du TP, le dossier sera téléversé sur un répertoire UMBOX avec le lien sur UMTICE.

A. Mesure de la déflexion de faisceau induit par l'effet de mirage

La déflexion d'un faisceau laser sera réalisée par « effet de mirage », en faisant passer le faisceau dans une zone de gradient thermique (Figure 1). La théorie de l'effet de mirage est donnée en annexe. Le gradient thermique est créé par un module thermoélectrique (module à effet Peltier) alimenté par un courant électrique alternatif afin de créer un gradient thermique modulé à une certaine fréquence. On pourra utiliser une détection synchrone pour mesurer la déflexion du faisceau laser.

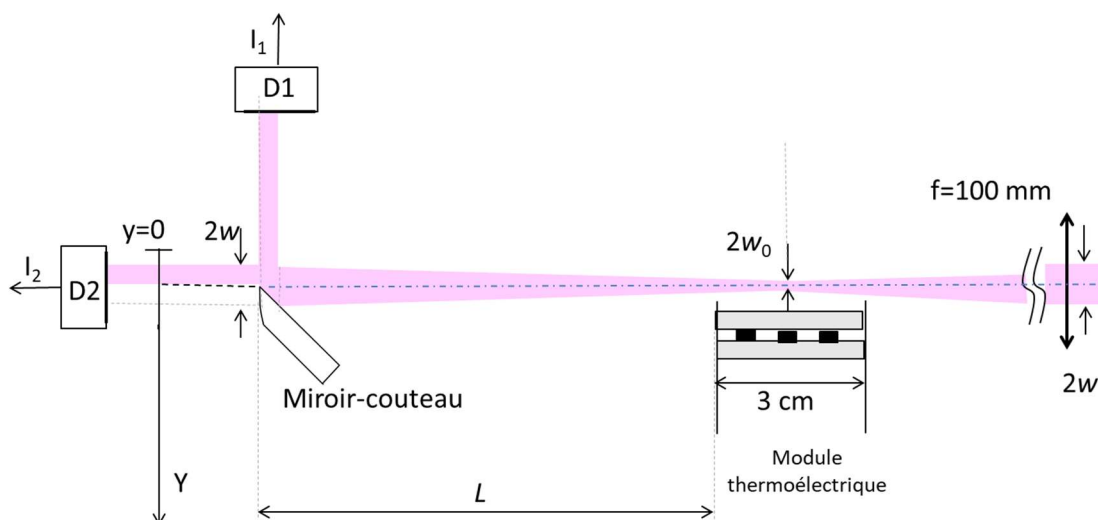


Figure 1 -Montage pour la mesure de la déflexion d'un faisceau laser provoqué par l'effet de mirage. Un gradient de température est créé dans l'air sur le passage du faisceau au niveau au voisinage d'une plaque thermoélectrique (module Peltier).

Le courant est commandé au moyen d'un convertisseur tension-courant ($U \rightarrow I$) pouvant délivrer en sortie une intensité maximale $\pm 3A$. Un générateur de tension envoie à l'entrée du convertisseur $U-I$, une tension alternative qui commande les variations de courant dans le module à effet Peltier, ce qui provoque un flux de chaleur variable à travers le module. Le flux de chaleur produit un gradient de température dans l'air au voisinage de la surface. Le gradient de température provoque un effet de mirage qui dévie le faisceau d'un angle $\Delta\theta$. La chaîne de mesure convertit la « déviation » $\Delta\theta$ (mesurande) en une tension ΔU mesurée en sortie. La chaîne de mesure est schématisée par les trois étages de conversion de la Figure 2. Après avoir traversé la zone de gradient thermique, d'une longueur de 3 cm, le faisceau, dévié d'un angle $\Delta\theta$, se propage en ligne droite sur une distance L où il atteint l'arête du miroir-couteau qui sépare le faisceau laser en deux faisceaux. Les deux faisceaux sont reçus par les photodiodes D1 et D2 qui fournissent les courants I_1 et I_2 . La variation $\Delta I = \Delta I_1 - \Delta I_2$ de la différence des courants est convertie en une variation de tension ΔU . La sensibilité $S = \frac{\Delta U}{\Delta\theta}$ de la chaîne de mesure est le produit des sensibilités des trois étages de conversion.

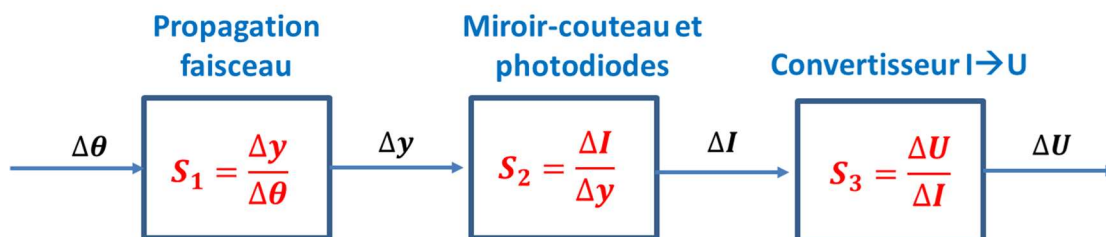


Figure 2 : Chaîne de mesure de la déflexion d'un faisceau. La sensibilité de la chaîne est : $S = \frac{\Delta U}{\Delta\theta} = S_1 \times S_2 \times S_3$.

Etage 1 : Traduction $\Delta\theta \rightarrow$ déplacement de faisceau Δy

Compte-tenu de la faible déviation $\Delta\theta$, le premier étage traduit la déviation $\Delta\theta$ en un déplacement du faisceau au niveau du miroir couteau : $\Delta y = L \Delta\theta$, où L est la distance du bord du module Peltier à l'arête du miroir-couteau. La sensibilité de l'étage 1 est : $S_1 = \frac{\Delta y}{\Delta\theta} = L$.

Etage 2 : Traduction $\Delta y \rightarrow$ en variation de courant ΔI

Le « miroir-couteau » réfléchit un flux lumineux ϕ_1 vers la photodiode D1 (cathode à la masse) et transmet un flux lumineux ϕ_2 intercepté par la photodiode D2 (anode à la masse). En supposant que les deux photodiodes D1 et D2 ont la même sensibilité S_D , alors les courants délivrés par les photodiodes sont : $I_1 = S_D \phi_1$ et $I_2 = S_D \phi_2$. Les deux photodiodes sont connectées comme montré sur la Figure 3 de façon à former la différence des courants : $I = I_2 - I_1$. La sensibilité $S_2 = \frac{\Delta I}{\Delta y}$ sera déterminée par un étalonnage en déplaçant le miroir-couteau au moyen d'une table de translation, la direction du faisceau laser restant fixe.

Etage 3 : Conversion courant-tension

Le dernier étage est celui de la conversion courant-tension. On utilise le convertisseur PDA 200C de Thorlabs. La tension de sortie est : $U = RI$, où R est le coefficient de transimpédance. Le convertisseur PDA 200C possède plusieurs valeurs de plusieurs valeurs de transimpédance (consulter la documentation du convertisseur courant-tension).

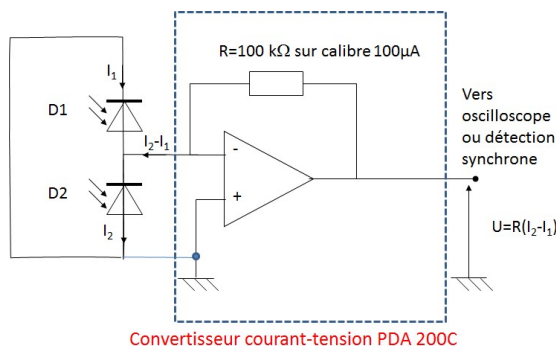


Figure 3 : La différence des courants $I = I_2 - I_1$ des deux photodiodes D1 et D2 est envoyée à l'entrée d'un convertisseur courant-tension PDA 200C.

1 - Détermination de la sensibilité $S_2 = \frac{\Delta I}{\Delta y}$

Le déplacement Δy du faisceau laser au niveau de l'arête du miroir se traduit en variation de courant ΔI qui sera mesuré directement sur l'afficheur du convertisseur PDA 200C. Le couteau peut être déplacé au moyen d'une table de translation (un tour de vis de la butée micrométrique : 50 div = 0,5mm et une rotation de 10 divisions du tambour induit un déplacement de 100 μm du miroir-couteau).

- Mesurer le courant différentiel I en fonction de la position y du couteau. L'échantillonnage pour la variable y sera de 0,1 mm (voir Tableau 1) et calibre du convertisseur PDA200C sera de 1 mA (résolution : 0,1 μA , coefficient de transimpédance : 10^4 V/A). La position initiale $y = 0$ du miroir-couteau sera une position où la photodiode D1 reçoit tout le flux laser. Le courant $I(y)$ a une valeur de saturation négative. En augmentant y , le flux lumineux sur D1 diminue et le flux lumineux sur D2 augmente. Au-delà d'une certaine valeur de y , le flux lumineux sur D2 atteint sa valeur de saturation. L'évolution du courant différentiel $I(y)$ avec y doit être croissante et monotone et posséder deux paliers de saturation (un négatif et un positif). Préparer la saisie des mesures dans une feuille de calcul avec *libreOffice.Calc*. Pour la série des valeurs de y , on pourra prendre un pas 100 μm comme montré dans le Tableau 1 (mettre de préférences les données en colonne dans la feuille de calcul)

Tableau 1 – Courant différentiel $I(y)$ en fonction de la position verticale y du couteau

y (mm)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
I (μA)																					

- La sensibilité S_2 est la pente de la courbe $I(y)$ au voisinage du point d'inflexion. Evaluer l'ordre de grandeur de S_2 en sélectionnant les points de la zone linéaire et en ajoutant une courbe de tendance linéaire sur ces points.

Pour une évaluation plus précise de la sensibilité, on recommande d'utiliser la méthode des moindres carrés en utilisant le modèle d'évolution du courant différentiel : $I(y) = a + b \times \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(y-y_0)}{w}\right)$, où w est le rayon gaussien du faisceau au niveau du couteau, y_0 est la position centrale du faisceau. La fonction $\operatorname{erf}()$ désigne la « fonction erreur » (error function).

- Avec *Notepad++*, sauvegarder les données y et I en colonnes dans un fichier nommé « *miroir-couteau_data.csv* » avec le caractère « tab » comme séparateur de colonne et le point « . » comme séparateur décimal.
- Ouvrir le programme MatLab « *Fit_erf_knife_edge.m* ». Le programme trouve les paramètres ajustés du modèle : a , b , y_0 et w , ce qui permet de calculer la sensibilité : $S_2 = \frac{dI}{dy}(y = y_0) = \frac{b}{w} \sqrt{\frac{8}{\pi}}$.

2 - Sensibilité de la chaîne de mesure

- Régler la position y du couteau de manière à avoir $I(y) \approx 0$.
- Pour le calibre du convertisseur PDA200C, choisir la valeur 100 μA (résolution de 10 nA). Consulter la documentation du convertisseur PDA200C pour connaître la valeur du coefficient de transimpédance R de ce calibre.
- Calculer la sensibilité S de la chaîne de mesure. Montrer que la sensibilité S ne dépend pas de la longueur L . Pour cela, on utilisera la relation qui donne le rayon gaussien en fonction de la distance au « waist » (voir annexe §9 - faisceaux gaussiens).
- Consulter la documentation relative aux photodiodes et au convertisseur PDA200C afin de déterminer la bande passante de la chaîne de mesure.

3 - Analyse spectrale des perturbations en l'absence de modulation thermique

On peut constater qu'une fois le couteau mis en position, le courant I dérive en permanence. Cela est dû à des changements de température de l'air dans l'environnement, aux vibrations des supports des composants optiques, et aux variations de puissance du laser. Ces perturbations sont gênantes pour mesurer des petites déviations $\Delta\theta$ du faisceau laser dû à l'effet de mirage. Pour minimiser le parasitage de la mesure par ces perturbations, on cherchera à provoquer une modulation sinusoïdale du mesurande $\Delta\theta$ à une fréquence connue f_m . La modulation de l'effet de mirage est obtenue en alimentant le module Peltier par un courant sinusoïdal à la fréquence f_m . Le signal en sortie de la chaîne de mesure, à la fréquence f_m , sera mesuré par une détection synchrone. Pour choisir convenablement la fréquence de modulation f_m , il faut au préalable analyser spectralement les « bruits » de l'environnement. L'étude spectrale permettra de déterminer un domaine de fréquence où les perturbations sont les plus faibles. La fréquence de modulation sera choisie dans un domaine spectral faiblement perturbé. De plus, la détection synchrone permettra de savoir si la réponse est bien linéaire. Dans ce cas le signal de sortie ne devra pas présenter des composantes harmoniques à $2f_m$, $3f_m$, etc.

- Relier avec un câble coaxial, la sortie tension du convertisseur PDA200C (sur le panneau arrière de l'appareil) à l'entrée CH1 du boîtier Handyscope HS3.
- Ouvrir le fichier « [AnalyseSpectrale_sortie_PDA200C_10s_2023-2024.tps](#) ». Cela ouvre l'application qui pilote l'oscilloscope HS3. Pour la voie CH1, choisir le couplage AC qui permet d'éliminer la composante continue et le calibre 200 mV (voire 400 mV si on observe une saturation à certains moments). La fréquence d'échantillonnage sera de 1 kHz avec 5 000 échantillons par acquisition, donc la durée d'acquisition sera de 5 s. Le panneau de droite montre la moyenne glissante de spectres FFT(CH1).
- Lancer les acquisitions pendant environ une à deux minutes de manière à moyenner un nombre suffisant de spectres.
- Identifier des plages spectrales où les perturbations sont les plus faibles.

4 - Mise en place de la modulation thermique

Le centre de la plaque thermoélectrique est positionné au niveau du foyer d'une lentille convergente de distance focale 100 mm comme indiqué sur la Figure 1. La focalisation permet de réduire le diamètre du faisceau et ainsi de sonder le gradient thermique au-dessus de la plaque thermoélectrique avec une résolution améliorée par rapport au faisceau non focalisé (important pour résoudre les ondulations de l'onde thermique qui se propage au-dessus de la plaque). La platine portant le module Peltier possède deux vis de réglage afin de que le faisceau laser soit parfaitement parallèle à la surface du module. Le module Peltier est alimenté par une source de courant commandée en tension. La tension du générateur de fonction (GF) HAMEG est envoyée à l'entrée de la source de courant qui fournit en sortie 1 A pour une tension de commande en entrée de 1,2 V (Figure 4). La source de courant commandée par une tension est constituée d'un amplificateur opérationnel alimenté en -15 V et $+15\text{ V}$ par deux alimentations, chacune pouvant délivrer un courant continu de 5 A mais qui sera limité à 3 A afin de préserver l'amplificateur opérationnel d'une surchauffe. Un ventilateur sert au refroidissement de l'ampli opérationnel de la « source de courant ».

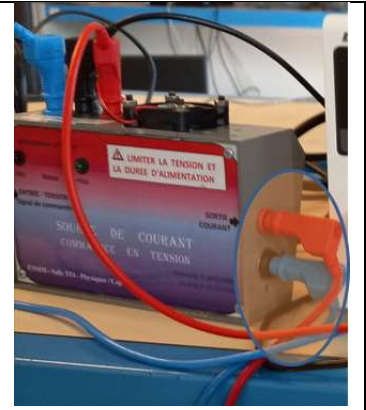


Figure 4 : Sortie de la « source de courant ».

- Régler la position verticale du module Peltier pour que le faisceau de sonde passe environ 0,25 mm au-dessus de la surface de la plaque. La translation verticale a une sensibilité de 0,25 mm pour 500 divisions (500 divisions = un tour de vis de la translation verticale). Trouver d'abord la position où le faisceau touche la plaque puis faire un tour de vis.
- Mettre les deux alimentations BaseTech BT-305 sous tension avec limitation de courant à 3 A et de tension à 15 V. Régler le GF avec les paramètres suivants : SINUS de fréquence 8 Hz, d'amplitude crête-à-crête de 6 V (soit un courant sinusoïdal en sortie d'amplitude 2,5 A ou 5 A crête-à-crête).
- Le signal de référence REF pour la détection synchrone est un signal TTL (créneau de 0 à 5 V) délivré par le générateur de fonction HAMEG sur le panneau arrière (connecteur BNC **trig. output**). Un câble coaxial relie la sortie **trig. output** à l'entrée CH2 du boîtier de l'oscilloscope HS3.
- Lancer le générateur de fonction puis faire une acquisition « monocoup » de 5 s. Estimer l'amplitude crête-à-crête du signal en sortie de la chaîne de mesure avec deux curseurs horizontaux et la table des mesures (cliquer sur les icônes situées en haut du graphique. Choisir la mesure « haut-bas »).
- Enlever les curseurs et les mesures puis enregistrer les données CH1 et CH2 en faisant un clic droit sur la zone du graphique puis « exportation des données ... ». Sauvegarder l'enregistrement sous le format « .csv », avec « ; » comme séparateur de colonne et « , » comme séparateur décimal, afin de pouvoir être lu par le programme de traitement simulant une détection synchrone « Lock-in_Simulation_Deflectometry_measurements.R » (voir les exemples du TD). Le nom du fichier enregistré comportera des informations comme la fréquence de modulation en mHz et la durée d'acquisition en seconde, ainsi qu'un numéro de fichier. Par exemple, pour les essais de répétabilité, si la fréquence de modulation est 8,2 Hz, la tension de commande est de 3,6 V, et la durée d'enregistrement est de 10 secondes, on enregistrera le fichier sous le nom :

CH1-Signal_CH2-Ref_8200mHz_Upp_3600mV_TC_10s_0001.csv

Si on refait une mesure dans les mêmes conditions, le nom sera :

CH1-Signal_CH2-Ref_8200mHz_Upp_3600mV_TC_10s_0002.csv et ainsi de suite.

5 - Essais de répétabilité – Evaluation du bruit dans la mesure

- Une fois choisie la tension de commande Upp du générateur de fonction HAMEG, recommencer 7 fois de suite les acquisitions dans les mêmes conditions (même fréquence de modulation et même durée d'enregistrement). Sauvegarder les 7 acquisitions en changeant le numéro de fichier à chaque nouvelle sauvegarde.

Travail après la séance de TP

- Traiter les fichiers sauvegardés par le programme « TP1_Lock-in_Simulation_v1.R » qui simule le traitement d'une détection synchrone (voir le TD3). Représenter graphiquement les amplitudes de la composante en phase X et en quadrature Y.
- Calculer l'écart-type σ_X et σ_Y du bruit sur les composantes X et Y. Calculer également σ_R , le rapport signal-à-bruit R/σ_R et l'écart-type σ_φ sur la phase (la phase du signal sera nommée φ pour éviter la confusion avec la déflexion θ).
- Déterminer l'amplitude des composantes multiples de la fréquence de modulation (2^{ème} et 3^{ème} harmoniques).
- Calculer la déflexion équivalente au bruit σ_θ . Evaluer la plus petite déflexion mesurable avec une probabilité de 99% (3 sigma).

B. Etude d'une onde thermique avec une détection synchrone

On utilisera la détection synchrone (DS) numérique SR850 (digital lock-in amplifier) pour les mesures de déviation de faisceau. Dans un premier temps, on étudiera la linéarité de la réponse avec la tension de commande. Ensuite, on étudiera la propagation d'une onde thermique en étudiant l'évolution du signal avec la position y du module Peltier. La translation verticale se déplace de 0,25 mm pour 500 divisions de la vis (soit 1 tour de vis). A partir de la phase donnée par la DS, on déterminera la longueur d'onde thermique. Avec les mesures d'amplitude, on déterminera la longueur caractéristique d'amortissement de l'onde thermique.

En annexe, on rappelle les principales caractéristiques d'une onde thermique.

1 - Réglage de la détection synchrone

- Déconnecter le câble coaxial connecté à la voie CH1 du boîtier HS3 et le reconnecter à l'entrée A de la détection synchrone. Déconnecter le câble coaxial connecté à la voie CH2 (signal de référence) du boîtier HS3 et le reconnecter à l'entrée « reference In » de la détection synchrone.
- Connecter les câbles coaxiaux reliés à CH1 et CH2 de la détection synchrone aux entrées CH1 et CH2 de HS3.
- Avant d'utiliser la détection synchrone, il est nécessaire de régler les paramètres : le signal de référence (choisir « external », front montant), l'entrée du signal (entrée A), l'ordre de l'harmonique recherchée (harmonique 1), la constante de temps (TC=300ms) et l'ordre du filtre (18 dB/oct), les sorties CH1 et CH2 (par défaut les signaux X et Y).
- Mettre la commande à 6V pp et régler la sensibilité à 10 mV.

2 - Etude de la linéarité de la réponse thermique avec la tension commande du GF

- Ouvrir le fichier « 2-Lock-in_SR850_mode_XY.tps ». Le volet de gauche montre l'évolution des signaux X et Y dans le temps pendant 2 s. Le volet de droite montre les signaux moyennés X et Y dans le mode XY.
- En gardant la même fréquence et la même position du faisceau de sonde par rapport au module Peltier, mesurer le signal X et Y. Les valeurs affichées sur CH1 et CH2 sont respectivement $X/SEN \cdot 10$ V et $Y/SEN \cdot 10$ V, où SEN est le calibre de la détection synchrone (sensitivity). Si le calibre est 10 mV, on lira sur CH1 $U = 5$ V pour $X = 5$ mV. Effectuer les mesures pour les 7 valeurs de la tension de commande U_{pp} : {0 ; 0,6 ; 1,2 ; 2,4 ; 3,6 ; 4,8 ; 6} V. Sauvegarder une image à chaque mesure et créer une référence.

Travail après la séance de TP

- Les écarts-type σ_X et σ_Y (lus sur le volet de droite de l'oscilloscope) sont calculés en enregistrant les signaux X et Y pendant 16 secondes (moyennage de 8 signaux d'une durée chacune de 2 s). Vérifier que σ_X et σ_Y ne dépendent pas de U_{pp} . Calculer une estimation de σ_R . En déduire la nouvelle « déviation équivalente au bruit » $\sigma_\theta(2)$. En comparant avec la précédente évaluation de l'écart-type équivalent au bruit $\sigma_\theta(1)$, déterminer la constante de temps TC(2) équivalente aux dernières conditions de mesure ? (indication : utiliser le fait que : $\sigma_\theta \propto 1/\sqrt{TC}$, alors que la première évaluation de $\sigma_\theta(1)$ a été faite avec TC=5 s))
- Tracer les graphiques de : (1) l'amplitude et (2) la phase, en fonction de la tension de commande U_{pp} .
- Calculer la pente du graphique $R(U_{pp})$ en mV/V. Evaluer l'incertitude sur la pente au niveau de confiance de 95%.

- Conclure quant à la linéarité de la réponse par rapport à la tension de commande. L'amplitude de la tension de sortie est-elle proportionnelle à U_{pp} ? La phase du signal est-elle constante ?

3 - Propagation de l'onde thermique dans l'air

En annexe, on rappelle les principales caractéristiques d'une onde thermique. On enregistrera le signal thermique pour plusieurs positions y du module Peltier, qui sera abaissé par pas de 0,25 mm (0,25 mm = 500 div = 1 tour de vis). La coordonnée y représente la position du faisceau de sonde par rapport à la surface de la platine.

- Comme pour l'étude de la linéarité, mesurer les composantes X et Y pour 7 positions du module Peltier avec une tension de commande constante $U_{pp}=6$ V. On prendra les valeurs y : {0,25 ; 0,5 ; 0,75 ; 1,0 ; 1,25 ; 1,5 ; 1,75} mm.

Travail après la séance de TP

- Tracer le graphique montrant l'évolution de $\ln(R)$ en fonction de y . Déterminer la longueur caractéristique d'atténuation L_a de l'onde thermique.
- Tracer le graphique de la phase φ donnée par la détection synchrone, en fonction de la position y du faisceau de sonde. Ajouter la courbe de tendance linéaire. Déterminer la longueur d'onde thermique λ_T .
- La relation théorique : $\lambda_T = 2\pi L_a$ est-elle vérifiée ?

4 - Gradient thermique

Travail à effectuer après la séance de TP

- A partir des propriétés connues de l'air à 300 K et à la pression atmosphérique normale, il est possible de calculer le gradient thermique $g=dT/dy$ normal à la surface du module Peltier. Si le mesurande est le gradient thermique g , alors il faut introduire un étage de transduction $\Delta g \rightarrow \Delta \theta$ avant l'étage 1 (étage 0). Cette transduction « thermo-optique » a une sensibilité : $S_0 = \frac{\Delta \theta}{\Delta g} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial T} l = 2,625 \times 10^{-8} \text{ rad m K}^{-1}$ (voir Annexe). Calculer la sensibilité $S_g = \frac{\Delta U}{\Delta g}$ de la chaîne de mesure où le mesurande est le gradient thermique g . Calculer le gradient thermique équivalent au bruit σ_g . Evaluer le plus petit gradient mesurable avec une probabilité de 99% (3 sigma).

5 - Paramètres du faisceau gaussien sondant l'onde thermique

Travail après la séance de TP

Dans un paragraphe précédent, on a déterminé les paramètres : a , b , y_0 et w par la méthode des moindres carrés. (Le faisceau laser est focalisé sur le module Peltier par une lentille convergente de distance focale $f=100$ mm. Le rayon gaussien w' juste au niveau de la lentille détermine le diamètre gaussien $2w_0$ du faisceau focalisé sur le module Peltier ainsi que la longueur de Rayleigh z_R (les formules requises sont données dans l'Annexe sur les faisceaux gaussiens).

- Calculer $w' \approx w \times \frac{f}{L'}$, puis $w_0 = \frac{\lambda f}{\pi w'}$ puis $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$.
- Si on considère que l'onde thermique plane se propageant sur l'axe vertical y pourra être correctement échantillonnée si les deux critères suivants sont vérifiés : (i) $2w_0 < L_a/10$ et (ii) $2z_R > l$, avec la longueur $l = 3$ cm du module Peltier. Les conditions expérimentales respectent-elles ces deux critères ?

C. Documents ANNEXES

6 - Effet de mirage dans l'air

- Le gradient thermique dans l'air est supposé faible. La déflexion du faisceau laser est donnée par : $\theta = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial T} \int \frac{\partial T}{\partial y} dy$.
- Avec l la longueur sondée par le faisceau laser le long de la plaque thermoélectrique On peut écrire : $\theta = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{\text{moy}} \int dy = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{\text{moy}} l$
- On suppose que le gradient thermique sondé est pratiquement uniforme le long de la plaque thermoélectrique. Il dévie peu par rapport au gradient thermique moyen $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{\text{moy}}$.
- Pour l'air à la pression atmosphérique normale et à la température de 300 K, on calcule : $\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial T} = 8,75 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$. Pour un gaz donné, lorsque la pression est constante, l'indice de réfraction dépend seulement de la température : $\frac{\partial n}{\partial T} = \frac{\partial n}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$. La relation de Gladstone-Dale, valable pour un gaz idéal est : $n = 1 + K\rho$, où $K = 0,226 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ pour l'air et pour la longueur d'onde de 632,8 nm. La masse volumique de l'air à la pression normale (1 atm) et à 300 K est de $1,2 \text{ kg m}^{-3}$. Par conséquent, l'indice de l'air est : $n = 1,000262 \approx 1$. Pour l'air considéré comme un gaz parfait, on a : $\frac{\partial n}{\partial \rho} = K = 0,226 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ et $\frac{\partial \rho}{\partial T} = -\frac{\rho}{T} = -3,87 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ à 300 K et 1 atm, et donc $\left| \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial T} \right| \approx \left| \frac{\partial n}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \right| = 8,75 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$.

La sensibilité de la déflexion photothermique au niveau du module Peltier de longueur $l = 3 \text{ cm}$ est : $\theta = \left(\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial T} l \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{\text{moy}} = [2,625 \times 10^{-8} \text{ rad (K m}^{-1})^{-1}] \times \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{\text{moy}}$.

Pour produire une déviation de $1 \mu\text{rad}$ (soit un déplacement du faisceau de 1 mm à 1 km de distance), sur une longueur de 3 cm dans l'air, il faut un gradient thermique moyen de $38 \text{ K m}^{-1} \approx 0,04 \text{ K mm}^{-1}$

7 - Onde thermique dans l'air

On suppose que le module Peltier génère, dans l'air proche de sa surface, un flux thermique variant de manière sinusoïdale à la fréquence f . Il s'ensuit l'apparition d'une onde thermique qui se propage dans l'air au-dessus de la plaque dans la direction verticale y . L'expression de l'onde thermique est : $T(y, t) = T_0 \times \exp\left(-\frac{y}{L_a}\right) \times \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{y}{\lambda_T}\right) + \varphi\right]$, où λ_T est la **longueur d'onde thermique** et L_a la **longueur caractéristique d'atténuation** de l'onde thermique. Le signal de déflexion photothermique est proportionnel au gradient thermique dont l'expression est :

$$\frac{\partial T}{\partial y}(y, t) = \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 \times \exp\left(-\frac{y}{L_a}\right) \times \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{y}{\lambda_T}\right) + \varphi'\right].$$

La phase φ' est différente de la phase φ de l'onde de température. L'important est que les deux paramètres : λ_T et L_a sont identiques dans les deux expressions. L'amplitude du gradient thermique décroît exponentiellement en fonction de la coordonnée verticale y . La longueur caractéristique d'atténuation d'une onde thermique est : $L_a = \sqrt{\frac{a}{\pi f}}$, où a est la diffusivité thermique du milieu. La longueur d'onde thermique est : $\lambda_T = 2\pi L_a$. Pour l'air, la diffusivité thermique est : $a = 2,25 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. A une fréquence de modulation de 10 Hz, on a : $L_a = 0,85 \text{ mm}$ et $\lambda_T \approx 5,4 \text{ mm}$.

8 - Onde acoustique dans l'air

On considère une onde acoustique se propageant dans l'air. Cette onde est capable de dévier un faisceau laser car l'onde acoustique comprime et dilate l'air, ce qui induit des changements de l'indice de réfraction.

En remplaçant, dans l'expression de la déflexion photothermique, la variable température T par la variable pression p , on obtient la déflexion du faisceau par une onde acoustique :

$$\theta = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial p} \int \frac{\partial p}{\partial y} dy$$

Le faisceau acoustique coupe le faisceau optique à angle droit afin de sonder le **gradient** de la **pression acoustique** de l'onde. L'expression d'une onde acoustique plane à la fréquence f se propageant selon l'axe y est :

$$p(y, t) = p_{max} \times \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{y}{\lambda_{ac}} \right) + \varphi \right]$$

où $\lambda_{ac} = \frac{c_a}{f}$ est la longueur d'onde acoustique et c_a la célérité de l'onde. Le gradient de pression dans l'onde est :

$$\frac{\partial p}{\partial y}(y, t) = -\frac{2\pi f}{c_a} \times p_{max} \times \sin \left[2\pi \left(ft - \frac{y}{\lambda_{ac}} \right) + \varphi \right]$$

L'amplitude de la déflexion acoustique pour un faisceau acoustique de diamètre D dans l'air est :

$$\Delta\theta = \frac{\partial n}{\partial p} \times \frac{2\pi f}{c_a} \times p_{max} \times D$$

Où $\frac{\partial n}{\partial p} = \frac{\partial n}{\partial \rho} \times \frac{\partial \rho}{\partial p} = K \times \frac{\partial \rho}{\partial p}$.

Pour une onde acoustique, la pression p du gaz est relié à sa masse volumique ρ par la relation : $p \rho^{-\gamma} = \text{const}$, où $\gamma = 1,4$ pour l'air (loi de compression adiabatique). Les variations de la pression acoustique Δp étant faibles devant la pression atmosphérique p_0 , on a : $p = p_0 + \Delta p$ et $\rho = \rho_0 + \Delta \rho$. D'où $\frac{\Delta p}{p_0} = \gamma \frac{\Delta \rho}{\rho_0}$. L'air est considéré comme un gaz parfait : $\rho_0 = \frac{p_0 \cdot M_{air}}{RT_0}$, avec T_0 est la température ambiante de l'air en Kelvin.

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{1}{\gamma} \times \frac{\rho_0}{p_0} = \frac{M_{air}}{\gamma RT_0}$$

Avec $M_{air} = 29 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$, $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $T_0 = 293 \text{ K}$, on calcule :

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{M_{air}}{\gamma RT_0} = 8,50 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-3} \text{ Pa}^{-1}.$$

Pour une onde acoustique ultrasonore à la fréquence $f = 40 \text{ kHz}$, dont le faisceau a un diamètre $D = 1 \text{ cm}$, la sensibilité à la pression acoustique est : $\frac{\Delta\theta}{\Delta p} = \frac{2\pi \times [40 \times 10^3 \text{ Hz}]}{[340 \text{ m s}^{-1}]} \times [0,226 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}] \times [8,50 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-3} \text{ Pa}^{-1}] \times [1 \times 10^{-2} \text{ m}] = 1,42 \times 10^{-8} \text{ rad Pa}^{-1}$

- L'intensité acoustique maximale d'un faisceau acoustique : $I = \frac{\Delta p^2}{\rho_0 c_a}$, en W m^{-2} , avec l'impédance acoustique du gaz : $Z_a = \rho_0 c_a \approx 400 \text{ Pa m}^{-1} \text{ s}$, à température ambiante, $\rho_0 = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$ et $c_a = 340 \text{ m s}^{-1}$. On pourra exprimer l'intensité acoustique par : $L_I = 10 \times \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ en décibel (dB), avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

9 - Formules pour les faisceaux gaussiens

On considère un faisceau laser gaussien qui se propage suivant l'axe z . Le faisceau est dit « gaussien » à symétrie de révolution, si, dans le plan transversal xy , l'éclairement (densité de puissance) du faisceau suit une loi de type :

$I(x, y) = I_0 \exp \left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{w^2} \right)$ Le paramètre w est le « rayon gaussien » du faisceau, appelé aussi rayon à $1/e^2$ car à une distance w de l'axe de symétrie du faisceau, l'intensité est égale à I_0/e^2 . Un faisceau gaussien reste toujours gaussien au cours de sa propagation mais le rayon gaussien w varie avec z . En prenant la position du « waist » comme

origine de l'axe de propagation ($z=0$), le rayon gaussien varie selon la relation : $w = \sqrt{w_0^2 + (\theta z)^2} = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2}$,

où z est la distance du point considéré au « waist » w_0 (le rayon gaussien minimum) du faisceau.

La **divergence du faisceau** avant ou après le waist est :

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$

et la **longueur de Rayleigh** est :

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

Lorsque $z = z_R \Rightarrow w = w_0 \sqrt{2}$. Lorsqu'on focalise un faisceau laser gaussien, le « waist » se trouve pratiquement au foyer de la lentille. Si la distance focale est f , alors le rayon gaussien du waist est : $w_0 = \frac{\lambda f}{\pi w'}$, où w' est le rayon gaussien du faisceau avant la lentille.

D. Faisceau gaussien coupé par un couteau

Our déterminer le rayon gaussien d'un faisceau laser, on peut utiliser la « méthode du couteau » qui consiste à occulter ou libérer progressivement le faisceau laser gaussien en déplaçant un couteau opaque dans une direction perpendiculaire au faisceau (Figure 5).

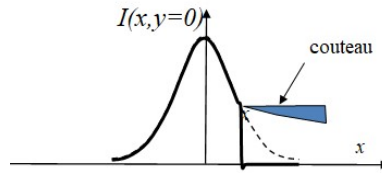


Figure 5 Déplacement du couteau selon l'axe x.

Une photodiode intercepte le faisceau transmis après le couteau. On mesure la puissance lumineuse reçue par la photodiode en fonction de la position x du couteau. On obtient une courbe typique dont l'allure est donnée par la Figure 6.

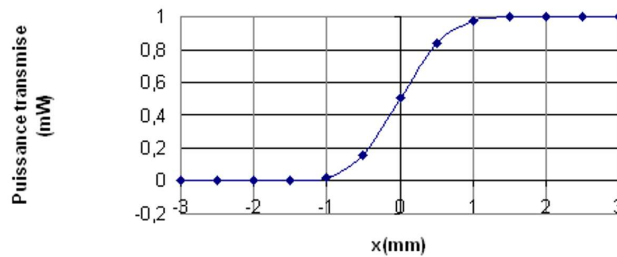


Figure 6 – Allure typique de la puissance transmise par un faisceau coupé par un couteau en fonction de la position x de l'arête du couteau. La largeur de la transition est de l'ordre de $2w$, où w est le rayon gaussien du faisceau. Dans cet exemple, on a $w \approx 2 \text{ mm}$ et la pente au point d'inflexion est de l'ordre de $0,5 \text{ mW/mm}$.

Modèle de la courbe de la Figure 6 :

On considère un faisceau laser gaussien qui se propage dans la direction de l'axe z. Dans le plan xy, perpendiculaire à l'axe de propagation, l'éclairement d'un faisceau gaussien TEM_{00} de « rayon gaussien » w est :

$$I(x, y) = I_0 \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{w^2}\right),$$

où I_0 est l'éclairement (ou l'intensité) au centre du faisceau.

Lorsqu'un couteau opaque (Figure 5), dont l'arête est alignée sur l'axe y, vient couper le faisceau gaussien à une position x, la puissance transmise après le couteau est :

$$P_t(x) = I_0 \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{2u^2}{w^2}\right) du \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{2v^2}{w^2}\right) dv \quad (2)$$

L'intégration de l'Eq. 2 donne :

$$P_t(x) = \frac{P_0}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) \right] \quad (3)$$

Avec la puissance totale du faisceau gaussien : $P_0 = \left(\frac{I_0}{2}\right) \pi w^2$ (= la moitié de l'intensité au centre du faisceau

multipliée par l'aire du disque de « rayon gaussien » w . La « fonction erreur » est : $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ d'où

$$\frac{d \operatorname{erf}}{dx}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}.$$

La mesure de la puissance P transmise en fonction de la position x permet de déterminer le « rayon gaussien » w par la méthode des « moindres carrés » en utilisant le modèle de l'Eq. 3 qui l'on « ajuste » au mieux sur les données mesurées.

En pratique, on complète le modèle de l'Eq. 3 en ajoutant deux paramètres afin de tenir compte d'un décalage éventuel à l'origine, notamment à cause de l'erreur de décalage de l'instrument de mesure (le puissance-mètre) et l'effet de la lumière parasite ambiante, ce qui donne le modèle suivant à 4 paramètres :

$$P_t(x) = P_1 + \frac{P_0}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(x-x_0)}{w}\right) \right] \quad (4)$$

Le faisceau laser, séparé en deux faisceaux par le « miroir-couteau », illumine les deux photodiodes qui délivrent les courants : $I_1(y)$ et $I_2(y)$. Ces courants s'expriment avec la *fonction erreur* (error function) $\operatorname{erf}()$:

$$I_1(y) = \frac{I_{1\max}}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(y-y_0)}{w}\right) \right] \quad \text{et} \quad I_2(y) = \frac{I_{2\max}}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(y-y_0)}{w}\right) \right]$$

La différence des courants est : $I(y) = I_2(y) - I_1(y)$ peut donc s'écrire sous la forme :

$$I(y) = a + b \times \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2} (y-y_0)}{w}\right).$$

La pente maximale est : $\frac{dI}{dy}(y = y_0) = \frac{b}{w} \sqrt{\frac{8}{\pi}}$. On a utilisé la relation : $\frac{d}{dz} \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2}$.