

Mema1b : Mécanique des fluides

TP1 : Ecoulement autour d'un cylindre

07/05/2023

Martin Bichon Reynaud, Boris Baudel

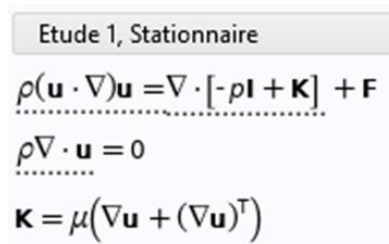
I/ Introduction

L'objectif de ce TP est d'analyser l'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre, d'étudier son sillage, la formation d'allées de Karman et de l'effet Magnus. Nous allons comparer les données expérimentales avec la simulation pour tenter de valider nos modèles.

II/ Écoulement stationnaire

Nous allons d'abord regarder le problème dans une étude stationnaire 2D, afin de vérifier si ce modèle suffit à reproduire les phénomènes observés en manipulations.

- 1) Comsol résout les équations de Navier Stokes figure 1, écrites intégralement avec l'opérateur Nabla.



Etude 1, Stationnaire

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \mathbf{K}] + \mathbf{F}$$
$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$
$$\mathbf{K} = \mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$$

Figure 1 : Equations résolues par Comsol

La deuxième équation est l'équation de continuité, de conservation du flux massique. Dans notre cas, comme on se situe en régime stationnaire, la dérivée partielle de la masse volumique est nulle, d'où donne donc la deuxième équation.

Voici donc les équations de Navier Stokes adaptées et utilisées par Comsol.

$$\eta \vec{\Delta} \vec{v} - \vec{\nabla} p + \rho \vec{g} = \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right)$$
$$\eta \vec{\nabla} \cdot (\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T) - \vec{\nabla} p + \rho \vec{g} = \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right)$$

Figure 2 : Equations de Navier Stokes sous une forme traditionnelle

- 2) Le modèle de notre simulation est observable figure 3. Un fluide est introduit par la paroi de gauche à une vitesse v_∞ . L'obstacle central est modélisé par un cylindre, ou un cercle dans le plan. La paroi de droite est une paroi de sortie à pression p_0 . On prendra notamment $p_0 = 0 \text{ Pa}$, à cause d'un bug de Comsol. Les deux autres parois sont glissantes, et guident seulement le fluide.

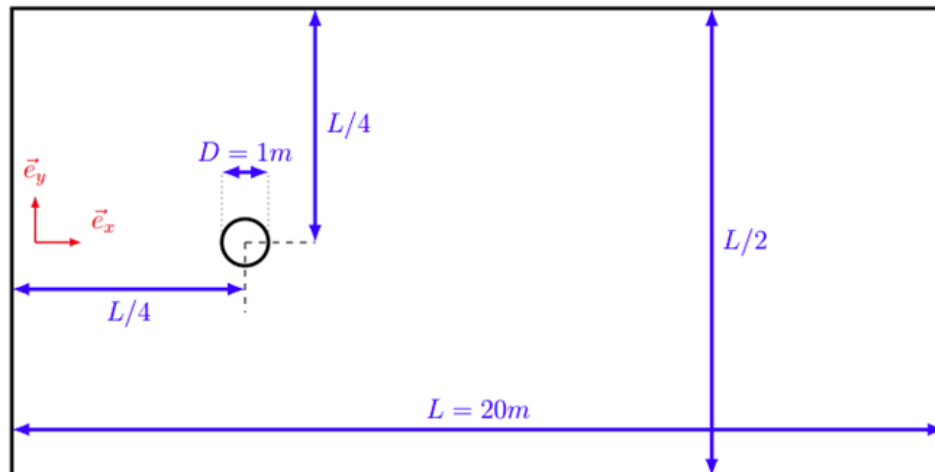


Figure 3 : Géométrie utilisée pour l'étude de l'écoulement du fluide

On fait une simulation avec $Re = 2000$ et on observe figure 4 le comportement du fluide suivant, qui semble correspondre à nos attentes. En envoyant un fluide à une certaine vitesse par la ligne de gauche, la vitesse est globalement homogène, sauf aux alentours de l'obstacle et notamment derrière celui-ci où la vitesse du fluide est 6 fois plus faible.

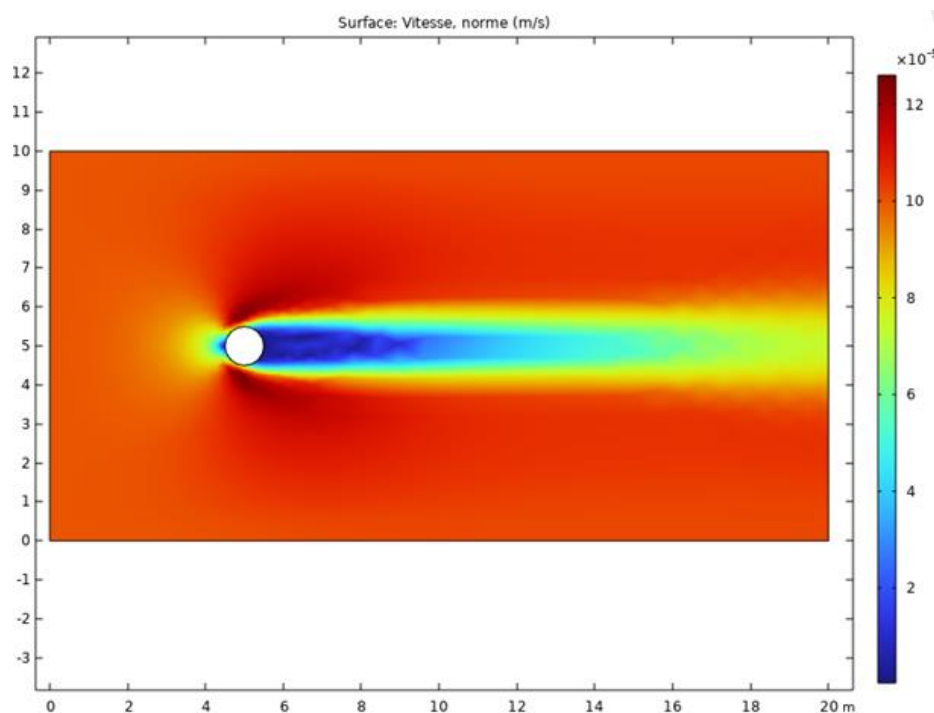


Figure 4 : Champ de vitesse pour un écoulement $Re=2000$

Pour calculer le coefficient de traînée C_x , on a la formule :

$$C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho v_\infty^2 S}$$

On trouve l'effort dans la direction de l'écoulement F_x en intégrant sur le cercle la composante de traction totale du fluide. Cet effort comporte une composante de pression et une composante de viscosité du fluide. Nous reverrons ces composantes plus tard. La simulation ne prend pas en compte l'épaisseur de fluide, nous prenons alors une épaisseur e qui servira pour calculer l'effort en intégrant sur une ligne.

On peut alors fixer le nombre de Reynolds et calculer le C_x , pour différents maillages. On peut alors tracer le C_x figure 5 pour différents degrés de libertés. En effet, plus il y a d'éléments, plus le nombre de degrés de liberté est important. On observe bien une convergence du coefficient de traînée quand le nombre de degrés de liberté devient grand. Le résultat converge rapidement vers $C_x = 2,23$ pour $Re = 13$, puisque le résultat est très similaire pour les 4 derniers maillages.

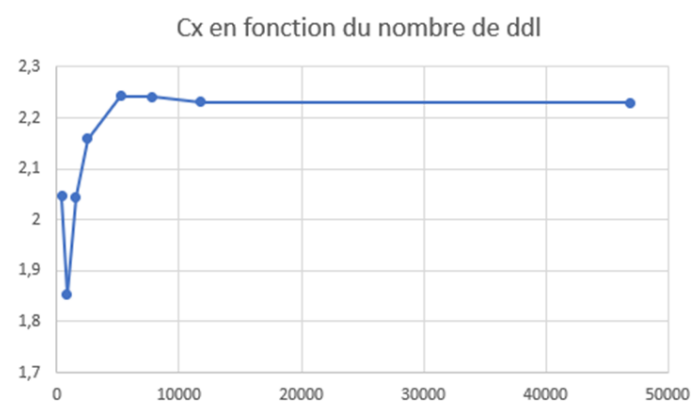


Figure 5 : Convergence du coefficient de traînée en fonction du nombre de degrés de liberté

- 3) On cherche maintenant à comparer les expériences pour différents nombres de Reynolds avec les résultats expérimentaux suivants :

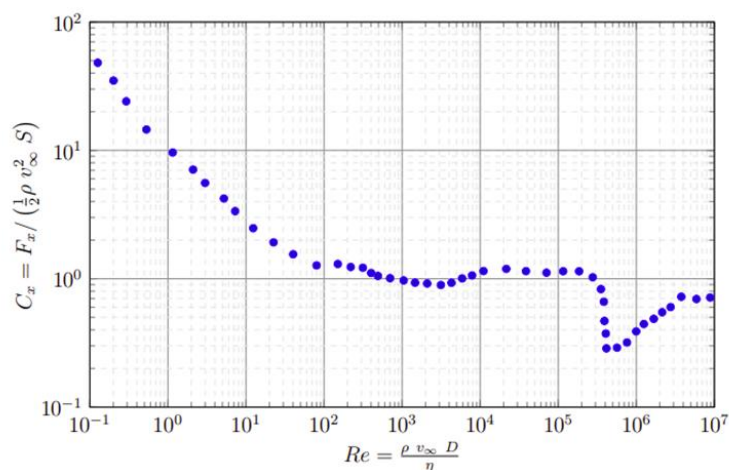


Figure 6 : Coefficient de traînée expérimental en fonction du nombre de Reynolds

Pour cela, nous pouvons faire une étude paramétrique logarithmique sur le nombre de Reynolds, et calculer le C_x pour chaque Re . On trouve alors le résultat suivant figure 7. On retrouve la forme globale souhaitée, $C_x \approx 100$ pour $Re = 0.1$, $C_x \approx 1$ pour $Re = 100$, et une convergence de C_x . La valeur de convergence de C_x ne correspond cependant pas à la valeur déterminée par Comsol pour des grands Re . Le problème réside dans le mode de simulation stationnaire, puisqu'on verra un résultat plus satisfaisant avec une étude temporelle.

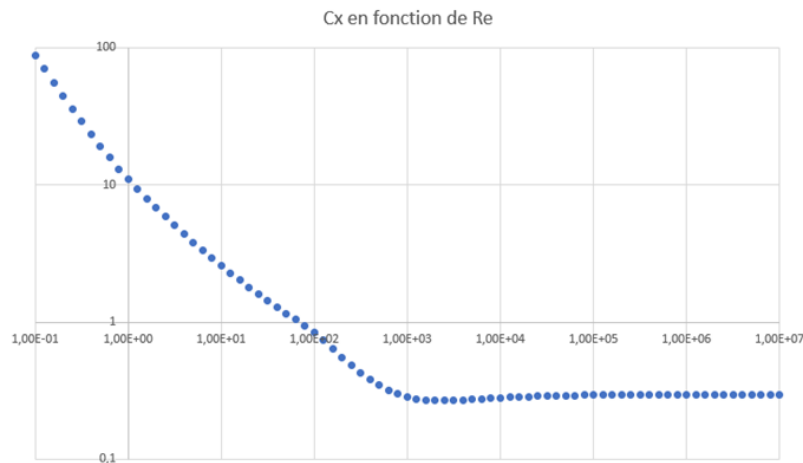


Figure 7 : Coefficient de traînée simulé en fonction du nombre de ddl

- 4) Expérimentalement, on distingue plusieurs régimes d'écoulement pour différents nombres de Reynolds :

$Re \ll 1$: l'écoulement est semblable, qualitativement, à celui d'un fluide parfait. Les lignes de courant présentent une symétrie gauche-droite et de haut en bas.

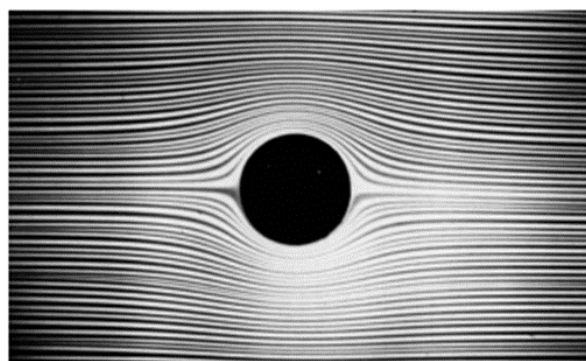


Figure 8 : Écoulement $Re \ll 1$, écoulement laminaire symétrique

$4 < Re < 40$: deux vortex (tourbillons) contrarotatifs stable apparaissent dans le sillage du cylindre. On appelle cela la "séparation" : le fluide se sépare de la paroi pour former des vortex.

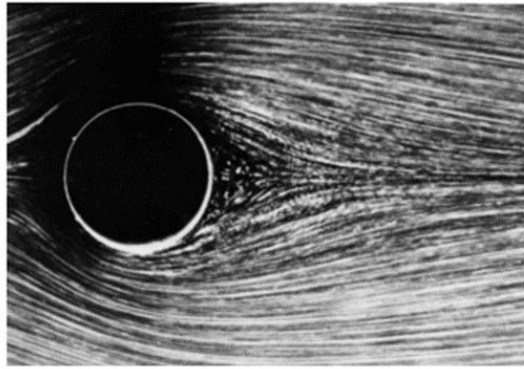


Figure 9 : Ecoulement $4 < Re < 40$, apparition de vortex

$40 < Re < 400$: les vortex commencent à osciller de plus en plus fort puis ils se "détachent" vers $Re \sim 150$ périodiquement du cylindre et partent dans le sillage du cylindre.

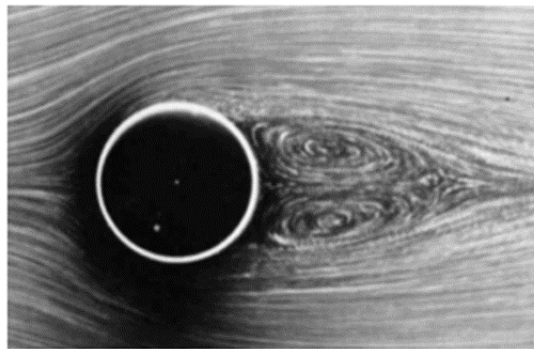


Figure 10 : Ecoulement $40 < Re < 400$, vortex qui se détachent progressivement

$Re > 400$: les turbulences se forment dans le sillage. On peut ici observer les allées de Karman et les oscillations du sillage turbulent.

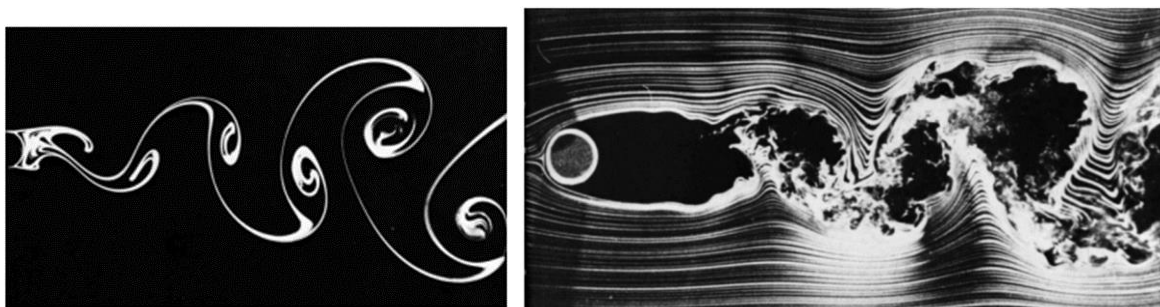


Figure 11 : Ecoulement $Re > 400$, apparition d'allées de Karman

- 5) On va chercher à retrouver ces différents régimes sur Comsol par simulation, et comparer les résultats. Pour observer les sillages, on peut tracer les lignes de courants de vitesse, on prendra notamment 1500 lignes pour bien faire apparaître les vortex.

Pour un nombre de Reynolds petit, on n'observe pas de vortex, et on retrouve le comportement du fluide parfait, avec des symétries horizontales et verticales. On obtient pour $Re = 15$ un début de vortex figure 12.

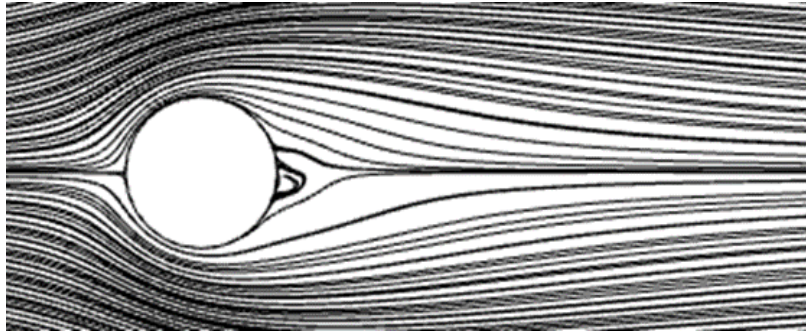


Figure 12 : Apparition d'un vortex

Pour $Re = 40$, on observe alors figure 13 un vortex considérablement plus grand. Le deuxième vortex est également présent mais non visible à cause du nombre de lignes de champs.

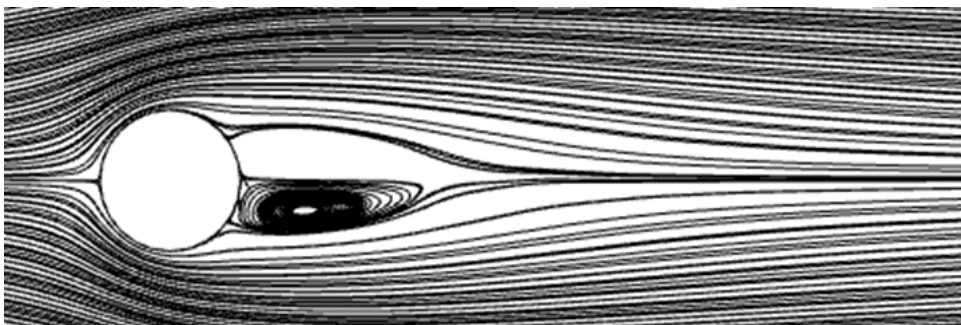


Figure 13 : Deux vortex et étalement des vortex

Pour $Re = 80$, les deux vortex sont très visibles figure 14, et s'étendent, ce qui correspond à nouveau à la théorie exprimée question 4.

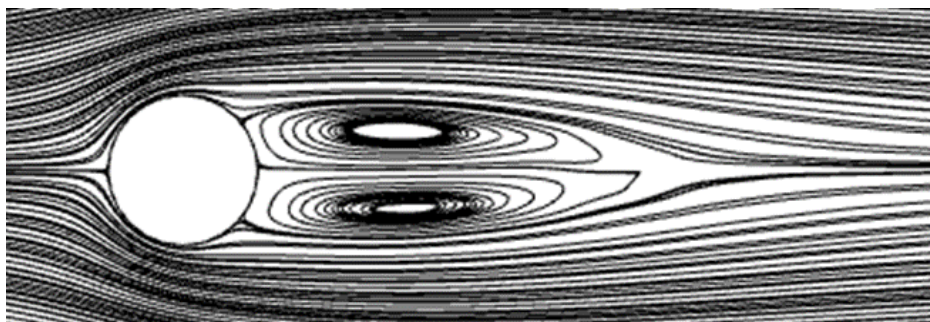


Figure 14 : Agrandissement des deux vortex

Il n'est cependant pas possible de voir les allées de Karman et le sillage oscillant, car il s'agit d'un comportement dynamique non observable en statique. L'écoulement du fluide est également supposé laminaire, ce qui n'est plus vrai pour de grands nombres

de Reynolds. Cela explique notamment l'écart figure 7 entre la courbe souhaitée et celle obtenue.

III/ Écoulement temporels

On garde le même modèle géométrique, mais pour une étude temporelle. Afin d'éviter des problèmes de continuité, on impose cette fois une vitesse en entrée avec une fonction step qui est en réalité une sigmoïde qui s'installe en 1 seconde.

- 1) On prend un nombre de Reynolds $R_e = 150$, qui selon la littérature permet d'observer des allées de Karman, et on trace l'évolution du coefficient de traînée dans le temps. On observe le résultat figure 15, qui montre une stabilisation oscillante autour d'une position moyenne. En effet la figure 16 permet d'observer les allées de Karman et les oscillations du sillage ce qui explique l'oscillation à même fréquence du coefficient de traînée. On a donc bien un C_x dépendant du temps. Pour trouver la valeur de convergence, on prend alors la moyenne autour de l'oscillation, et on trouve ici 0.0033. Cette valeur est incorrecte en raison d'un mauvais calcul sur Comsol, mais la forme du résultat reste correcte.

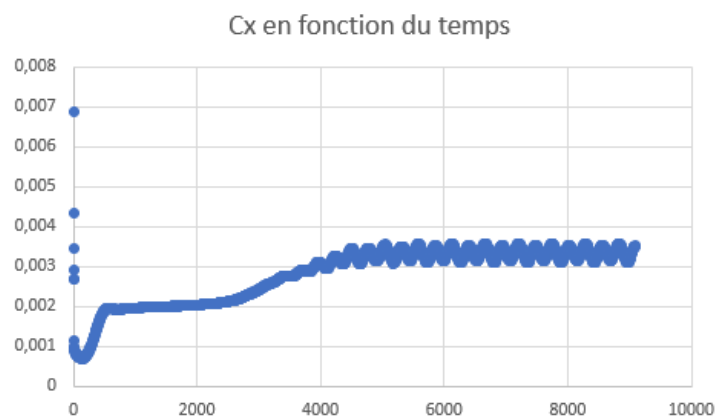


Figure 15 : Oscillation du coefficient de traînée après pseudo stabilisation

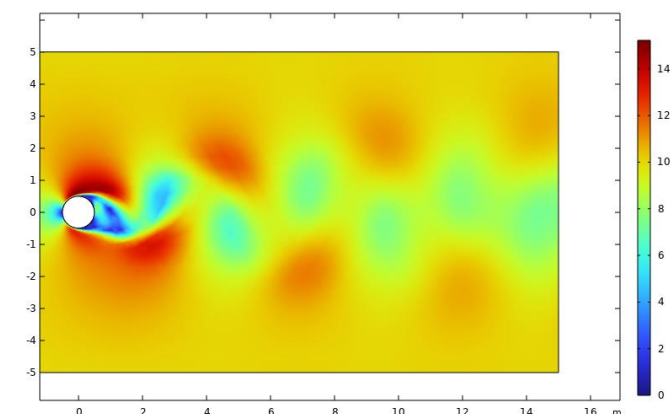


Figure 16 : Visualisation des allées de Karman en simulation temporelle

On calcule alors le coefficient de traînée moyenné en fonction du nombre d'éléments, et on obtient à nouveau figure 17 une convergence du résultat lorsque le maillage est plus fin. A nouveau les valeurs sont fausses, mais le problème a été corrigé par la suite.

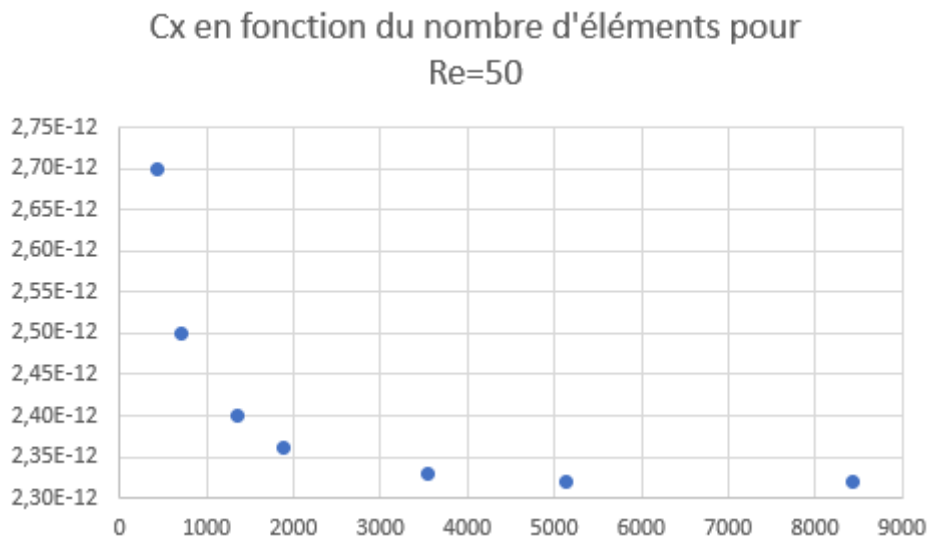


Figure 17 : Stabilisation du coefficient de traînée en fonction du nombre d'éléments du maillage

- 2) On va maintenant refaire le calcul du C_x pour différents Re , et comparer les résultats au graphique en stationnaire. Il est cette fois plus compliqué de faire l'étude avec de nombreux points, car pour chaque Re , on calcul de nombreux C_x . Après superposition des graphes, on trouve le résultat figure 18. Les points orange correspondent à cette étude temporelle, et les points bleus à l'étude précédente. On retrouve bien un comportement similaire sur de petits Re , car les hypothèses étaient correctes sur l'étude stationnaire, mais les résultats sont assez différents sur de grands Re , plus proches de ce qui a été obtenu expérimentalement. Le résultat est plus satisfaisant.

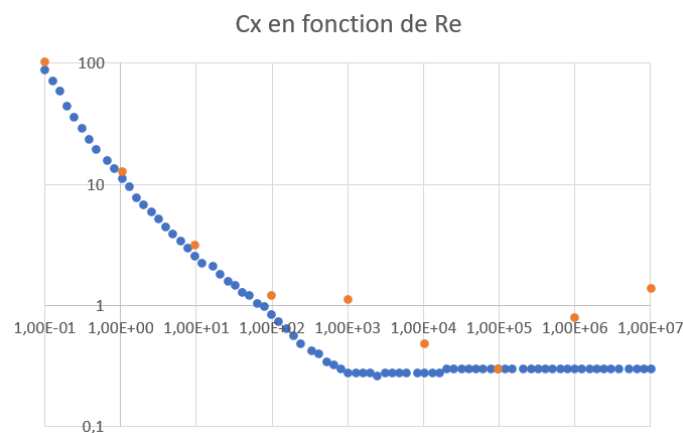


Figure 18 : Coefficients de traînés en études stationnaire et temporelle en fonction de Re

- 3) Il est ensuite possible de ne prendre en compte que la composante visqueuse dans l'effort généré par le fluide sur le cylindre pour calculer le coefficient de traînée. On regarde tableau 1 pour plusieurs nombres de Reynolds le rapport entre le coefficient de traînée total, et celui contenant uniquement la composante visqueuse. On observe que ce rapport est plus faible pour des grands Re , ce qui signifie que l'apport de la composante visqueuse du fluide est faible dans le coefficient de traînée à plus haut nombre de Reynolds.

Re	CxVisqueux	Rapport Cx/CxVisqueux
1,00E-01	3,76	3,76E-02
1,00E+03	0,08	7,27E-02
1,00E+06	7,10E-05	8,88E-05

Tableau 1 : Rapport de la composante visqueuse sur le coefficient de traînée

- 4) On observe effectivement la crise de traînée à grand Re figure 18, de manière moins brutale qu'expérimentalement. La valeur minimale atteinte est similaire, et la valeur de C_x se stabilise à nouveau vers 1 pour des nombres de Reynolds plus grands.
- 5) On voit figure 19 que pour de faibles nombres de Reynolds, l'écoulement atteint rapidement un régime stationnaire, d'où la justification de la première étude.

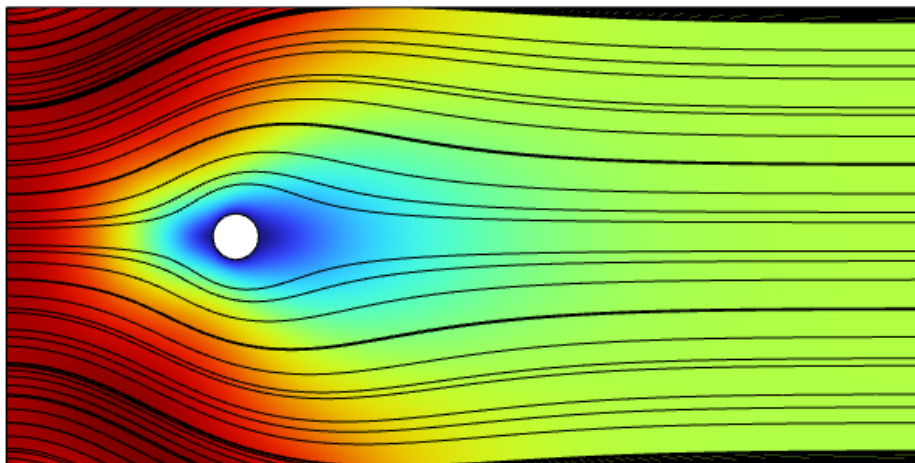


Figure 19 : Écoulement laminaire pour faible Re en étude temporelle

Cependant pour des Re plus grands, on commence à voir apparaître les allées de Karman figure 20. On remarque une forte vitesse autour du cylindre, et une accélération du fluide avec des vortex qui se détachent pour former les oscillations de Karman. On remarque aussi que le centre des vortex à faibles vitesses s'homogénéise à mesure que le fluide s'éloigne de l'obstacle. Cela est attendu car sans perturbation, l'écoulement tend à se stabiliser vers un écoulement continu.

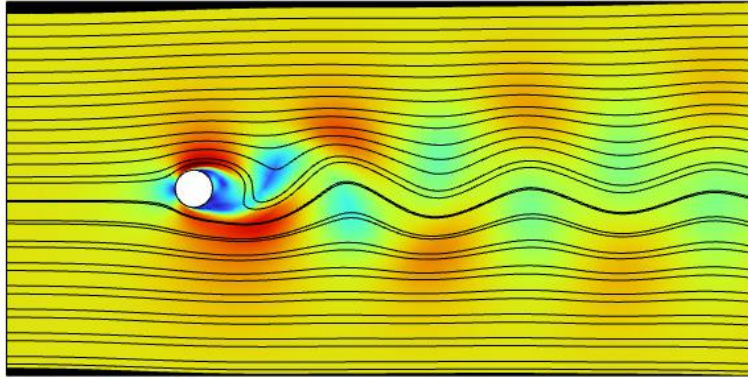


Figure 20 : Apparition d'allée de Karman pour $Re = 150$

- 6) On remarque qu'il est bien possible d'observer l'allée de Karman pour des nombres de Reynolds qui correspondent à l'expérimental. Il n'est cependant pas possible de les observer en étude stationnaire, car il s'agit d'un comportement dynamique qui nécessite de voir l'évolution de l'écoulement. On retrouve aussi bien les résultats de l'étude stationnaire pour des nombres de Reynolds plus faible, car les hypothèses de simulation sont toujours vérifiées.
- 7) On a vu que selon le phénomène qui est étudié et le type d'écoulement, il peut être plus judicieux de faire une étude temporelle pour voir son évolution et certains phénomènes dynamiques, mais parfois aussi de faire une étude stationnaire pour limiter le temps de calcul.

III/ Effet Magnus

Nous allons maintenant nous concentrer sur l'effet Magnus dans une approche stationnaire.

- 1) L'effet Magnus, encore nommé effet Magnus-Robins, étudié par Heinrich Gustav Magnus, est un phénomène aérodynamique qui explique la déviation que subit un objet en rotation se déplaçant dans un fluide (voir figure 21). Tel un ballon de football, l'objet en rotation change de trajectoire dans le fluide, ou entraîne le fluide dans une autre direction.



Figure 21 : Effet Magnus

- 2) On applique alors une vitesse v_t au cylindre pour simuler une rotation. Pour un nombre de Reynolds de 1, et une vitesse $v_t = v_\infty$, on trouve le champ de vitesse figure 22, qui montre bien le phénomène : les lignes de champ sont déviées.

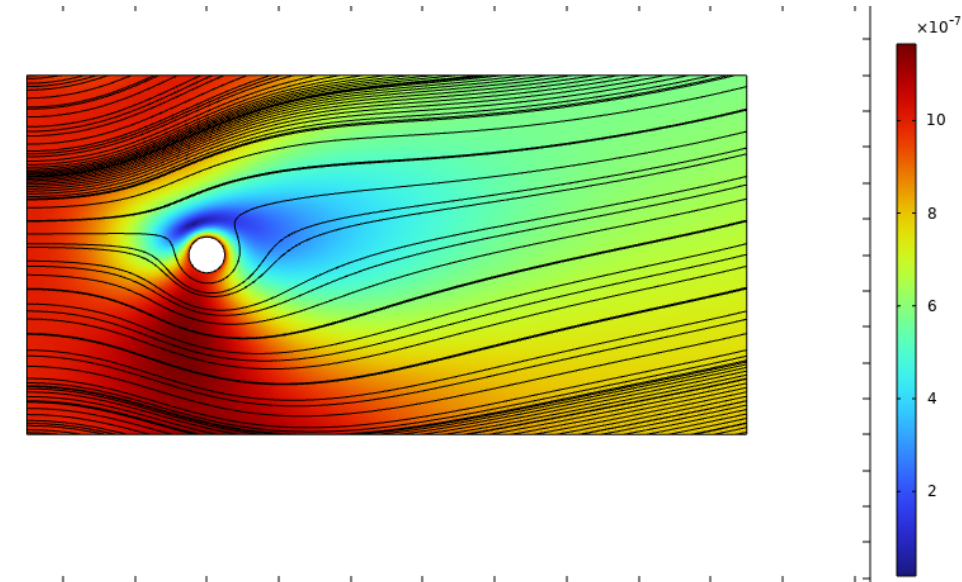


Figure 22 : Champ de vitesse et déviation des lignes de vitesse

On va alors tracer figure 23 l'effort de portance sur le cylindre dû à sa rotation. On prend ici v_t allant de $0.1v_\infty$ à $15v_\infty$.

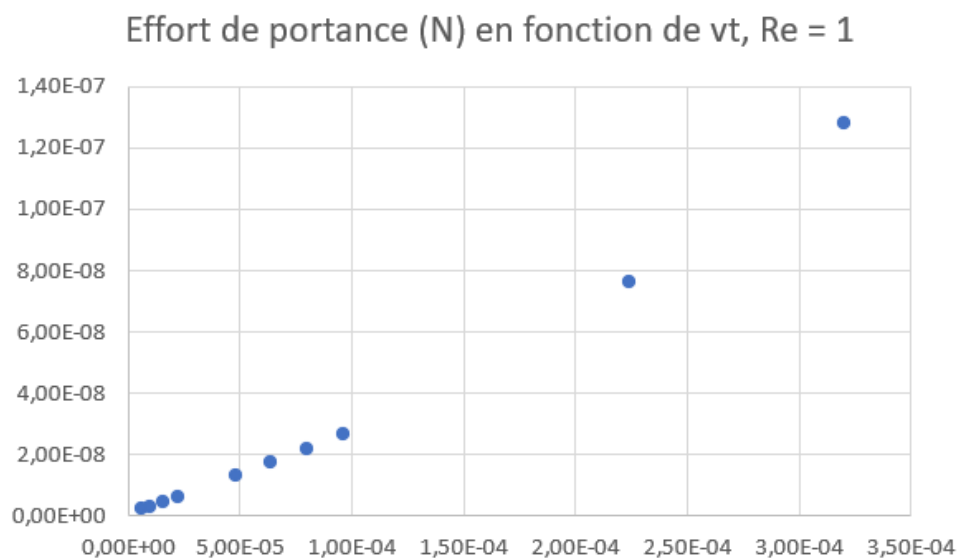


Figure 23 : Effort de portance en fonction de la vitesse de rotation de l'obstacle, $Re=1$

- 3) On remarque pour v_t très petit devant v_∞ , qu'il semble y avoir une relation linéaire entre l'effort de portance et v_t .

- 4) Pour $Re = 10$, on trouve cette fois une relation affine entre l'effort de portance et la vitesse de rotation (voir figure 24).

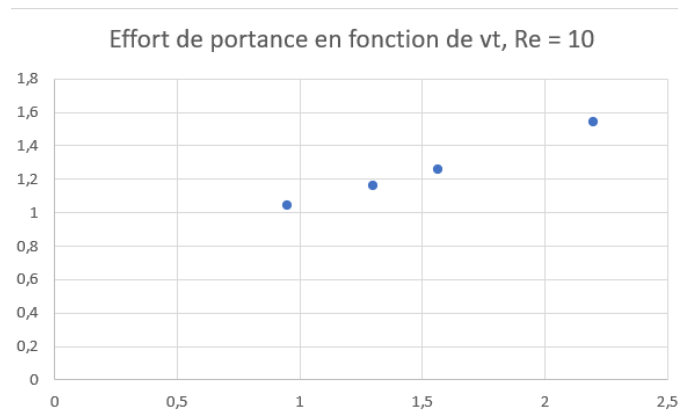


Figure 24 : Effort de portance en fonction de la vitesse de rotation de l'obstacle, $Re=10$

- 5) F_y est bien proportionnel à v_∞ et à v_t pour v_t petit devant v_∞ , la relation est bien celle prédite par Kutta.
- 6) On peut donner la relation suivante : $F_y = \alpha \cdot v_\infty = \beta \cdot v_t$, ou encore : $F_y = \gamma \cdot v_\infty \cdot v_t$ avec α , β et γ des constantes.

IV/ Conclusion

En conclusion, ce TP avait pour but d'analyser l'écoulement autour d'un cylindre en étudiant la formation de sillage, d'allée de tourbillons de Karman et l'effet Magnus. Différents régimes d'écoulement ont été observés en fonction du nombre de Reynolds, allant d'un régime semblable à celui d'un fluide parfait, à un régime turbulent. Il a aussi été mis en évidence que selon le phénomène étudié, il peut être judicieux de faire une étude stationnaire ou temporelle.