

# TP : Modulation IQ et Microondes

Philéas Thibault - Boris Baudel - Benjamin Oksenberg

Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay - ArteQ

## 1. Introduction Théorique

### 1.1 Lien entre la sphère de Bloch et les paramètres IQ dans une Quantum Machine

Nous considérons une sphère de Bloch d'un qubit auquel nous allons appliquer des rotations dans un référentiel tournant.

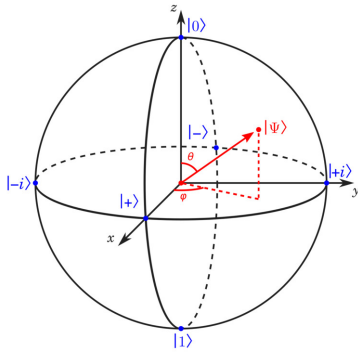


Figure 1: Sphère de Bloch

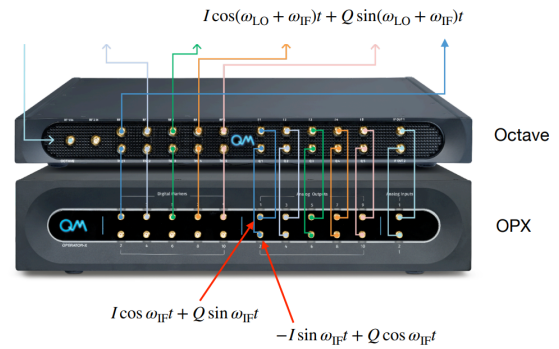


Figure 2: Quantum Machine

L'Hamiltonien que nous allons considérer, qui applique une matrice de Pauli  $\sigma_x$  (Rotation selon l'axe X dans la sphère de Bloch), est donnée par :

$$\begin{aligned} H &= \omega_q |1\rangle \langle 1| + g (|0\rangle \langle 1| + |1\rangle \langle 0|) \cos(\omega t) \\ &= \omega_q |1\rangle \langle 1| + \frac{g}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) (|0\rangle \langle 1| + |1\rangle \langle 0|) \end{aligned}$$

Nous allons considérer une transformation U dans le référentiel tournant tels que :

$$\begin{aligned} U &= |1\rangle \langle 1| e^{i\omega t} + |0\rangle \langle 0| \\ H' &= U H U^\dagger + i\hbar \dot{U} U^\dagger \end{aligned}$$

Ainsi, on obtient l'Hamiltonien donné par :

$$\begin{aligned} H' &= \omega_q |1\rangle \langle 1| + \frac{g}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) (|0\rangle \langle 1| e^{i\omega t} + |1\rangle \langle 0| e^{-i\omega t}) \\ &\quad + i\hbar \omega e^{-i\omega t} |1\rangle \langle 1| e^{i\omega t} \end{aligned}$$

$$H' = (\omega_q - \omega) |1\rangle \langle 1| + \frac{g}{2} (|0\rangle \langle 1| + |1\rangle \langle 0|) (I \cos(\omega t) + Q \sin(\omega t))$$

Dans le référentiel tournant, on a :

$$H' = (\omega_q - \omega) |1\rangle \langle 1| + \frac{g}{2} (I\sigma_x + Q\sigma_y)$$

## 1.2 Principe de la modulation IQ et démodulation IQ

La modulation IQ repose sur la décomposition d'un signal en deux composantes orthogonales,  $I(t)$  et  $Q(t)$ . On peut également représenter le signal sous forme complexe. Cette technique permet de transmettre simultanément deux flux d'informations, augmentant ainsi l'efficacité spectrale. Dans notre cas, si l'on utilise une modulation IQ avec des signaux constants, on obtient en sortie :  $I \cos(\omega_l t) + Q \sin(\omega_l t)$ . Cette méthode ne permet pas de corriger les transmissions parasites du signal de l'oscillateur local (LO leakage). De plus, la fréquence  $\omega_l$  de cet oscillateur ne peut pas changer rapidement.

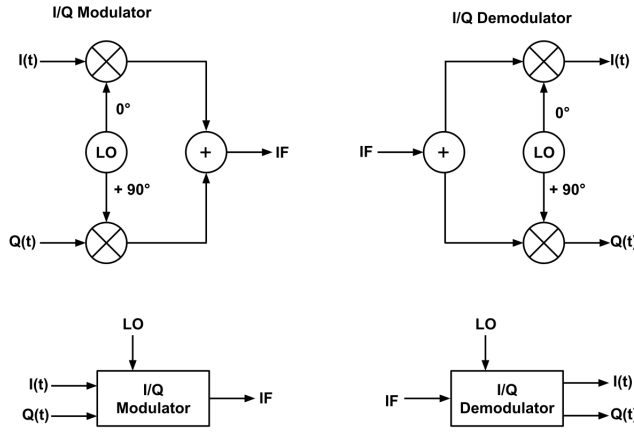


Figure 3: Principe de la modulation IQ

Pour corriger cela des signaux sinusoïdaux sont envoyés en entrée du mixeur IQ:

$$I'(t) = I \cos(\omega_{IF} t) + Q \sin(\omega_{IF} t)$$

$$Q'(t) = -I \sin(\omega_{IF} t) + Q \cos(\omega_{IF} t)$$

De cette manière, nous obtenons en sortie un signal de la forme suivante :

$$\begin{aligned} I (\cos(\omega_0 t) \cos(\omega_{IF} t) - \sin(\omega_0 t) \sin(\omega_{IF} t)) + Q (\cos(\omega_0 t) \sin(\omega_{IF} t) + \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_{IF} t)) \\ = I \cos((\omega_0 + \omega_{IF})t) + Q \sin((\omega_0 + \omega_{IF})t) \end{aligned}$$

Qui présente une composante à la fréquence  $\omega_{LO} + \omega_{IF}$  éloignée la fréquence de l'oscillateur local. Et dont la phase et l'amplitude est donnée par les paramètres I et Q.

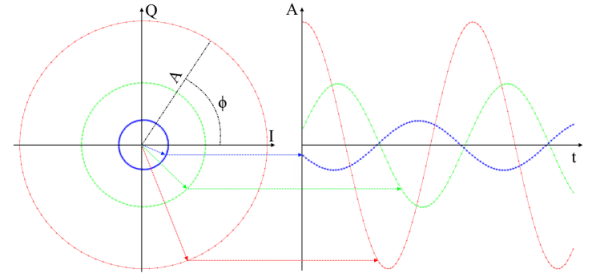


Figure 4: Principe de la modulation IQ sur un signal

## 2. Visualisation des signaux sur l'OPX

### 2.1 Visualisation du retard et de la phase

La commande `wait` dans le programme introduit un délai entre l'émission de pulses, ce qui permet à l'oscilloscope (ou au système de mesure) de distinguer chaque impulsion individuellement. Nous visualisons les différents signaux et nous étudions les effets du `wait` ainsi que le programme pour obtenir deux pulses séparés de 40 ns suivi d'une pause de 10   s.



Figure 5: Visualisation des pulses émis en quadrature de phase



Figure 6: Deux pulses de 40 ns séparés par 40 ns, suivis d'une pause de 10   s.

Dans notre environnement (OPX), la commande `amp()` permet de configurer non seulement l'amplitude, mais aussi le déphasage du signal généré en multipliant les paramètres IQ par une matrice  $2 \times 2$ . Nous pouvons par exemple déphaser des pulses de  $\pi/2$  en utilisant la commande `amp(0,1,-1,0)`.

#### 2.1.1 Réponses aux Questions

**Sans `wait`** : Le signal devient un train de pulses consécutifs sans séparation, rendant l'analyse et la discrimination de chaque impulsion difficile.

**Modification pour deux pulses** : En ajustant les temps de pulse et d'attente, il est possible de générer précisément deux pulses de 40 ns séparés par 40 ns, suivis d'une pause de 10   s.

**Contrôle de la phase** : La mesure de la phase entre chaque pulse permet d'assurer une bonne calibration des mixers.

**Commande `amp()` avec quatre paramètres** : En intégrant la phase dans la configuration via `amp()`, on peut générer deux pulses déphasés de  $\pi/2$ , répondant ainsi aux exigences de la modulation IQ, essentielle pour les applications de communication sans fil et de radar.

## 3. Visualisation des signaux en live sur Octave

### 3.0.1 Calcul de la puissance du signal

Dans le code de la classe de *live plot*, la puissance est calculée à partir des quadratures I et Q selon la formule suivante :  $P = I^2 + Q^2$ . Pour exprimer cette puissance en décibels (dB), on utilise la conversion suivante :  $P_{dB} = 10 \cdot \log_{10}(I^2 + Q^2)$ . Ceci est effectué dans le code via l'instruction suivante :

```
1 self.spectrum.set_ydata(10*np.log10(I**2+Q**2))
```

### 3.0.2 Identification des composantes sur le spectre

Lorsque le spectre est affiché (avec l'axe des fréquences en MHz et l'axe des amplitudes en dB), plusieurs raies (pics) apparaissent (Fig.7) :

- **La composante principale** : Il s'agit du signal souhaité, correspondant à l'émission par modulation IQ    10,25 GHz.
- **Les composantes parasites** : Il s'agit d'images, de fuites ou d'interférences résiduelles (par exemple dues à une non-idéalité des mixers ou à des offsets DC mal réglés), on retrouve à 10 GHz le LO leakage et à 9.75 GHz la bande latérale inférieure (LSB).

La différence entre le pic principal et un pic parasite correspond à l'atténuation du signal parasite par rapport au signal principal. Par exemple, si la composante principale est à  $-20$  dB et qu'une composante parasite est à  $-60$  dB, alors l'atténuation est :  $\Delta P = (-20) - (-60) = 40$  dB. Une atténuation de 40 dB indique que la composante parasite est 10 000 fois moins puissante que le signal principal.

Sans calibration, le signal de l'USB est environ 10 dB plus puissant que la composante correspondant à l'oscillateur local, ce qui n'est pas excellent.

### 3.0.3 Vérification de la calibration

Les procédures telles que l'exécution du programme `calibrate_mixer.py` permettant une calibration automatique, ou l'ajustement des offsets DC manuel (par exemple avec `qm.set_output_dc_offset_by`) visent à réduire la puissance des composantes parasites. Une bonne calibration se traduit par une grande différence en dB entre la composante principale et les parasites (typiquement dans la plage de 30 à 50 dB, voire plus, selon l'application). Après calibration à la fréquence intermédiaire de 250 MHz, on obtient un signal sur l'USB plus de 65 dB plus puissant que les composantes parasites (Fig.7).

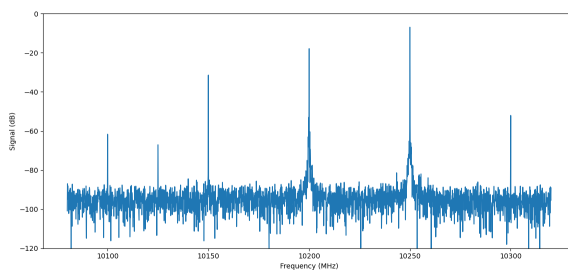


Figure 7: Spectre du signal modulé à 10 GHz sans calibration, la composante centrale est présente ainsi que les composantes latérales à  $\pm 250$  GHz.

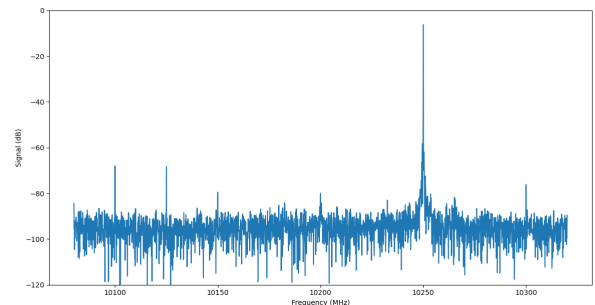


Figure 8: Spectre du signal modulé après calibration. La composante  $\omega_q = \omega_l + \omega_i$  est légèrement amplifiée et les autres composantes disparaissent, leurs puissances étant inférieures à -70 dBm.

## 4. Communication par modulation IQ

On commence par faire jouer à l'OPX une séquence d'un seul pulse à 250 MHz de phase constante, qui est par la suite modulé à 10 GHz et transmis d'un cornet à un autre. Le signal capté par le cornet de réception est alors démodulé à 10 GHz puis 250 MHz afin d'obtenir ses

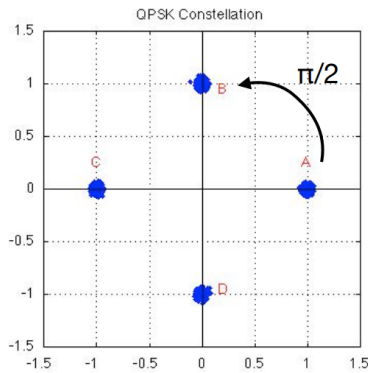


Figure 9: Positions dans le plan IQ des mesures d'une série de pulses ayant deux à deux un déphasage de  $\pi/2$

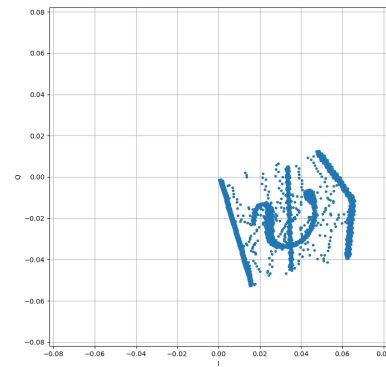


Figure 10: Reconstitution dans le plan IQ d'un message " $|\psi\rangle$ ".

quadratures qui sont affichées dans le plan IQ. On observe dans ce plan un point à distance à peu près constante de l'origine qui effectue des rotations lorsque l'on déplace les cornets l'un par rapport à l'autre. Ces rotations correspondent au déphasage du signal lors de sa propagation. Par la suite, on modifie la séquence pour qu'elle comporte une série de quatre pulses décalés d'une phase de  $\pi/2$  l'un par rapport à l'autre. On observe alors quatre points dans le plan IQ formant un carré, chacun des points correspondant à un des pulses. Il est donc possible de transmettre des messages encodés dans les positions des paramètres IQ. Ainsi une liste de coordonnées à notre disposition nous permet de tracer l'image " $|\psi\rangle$ " dans le plan IQ:

```
1 msg = np.load("msg_1007.npz")
2 msgI = msg["x"]
3 msgQ = msg["y"]
4
5 with program() as prog:
6     m = declare(int)
7     Im = declare(fixed, value=msgI)
8     Qm = declare(fixed, value=msgQ)
9     I = declare(fixed) # QUA variable for the measured 'I' quadrature
10    Q = declare(fixed) # QUA variable for the measured 'Q' quadrature
11    I_st = declare_stream() # Stream for the 'I' quadrature
12    Q_st = declare_stream() # Stream for the 'Q' quadrature
13
14    with infinite_loop_():
15        with for_(m, 0, m < len(msgI), m + 1):
16            play("pulse" * amp(Im[m], 0., 0., Qm[m]), "emitter")
```

Listing 1: Ce code charge le message depuis le fichier `msg_1007.npz` et envoie les pulses modulés selon les valeurs contenues dans `msgI` et `msgQ`.

Enfin, nous tentons de transmettre un message d'un système à un autre. Nous constatons alors que le signal reçu ne permet pas de reconstituer directement l'image envoyée, tous les points semblent affectés par une rotation différente. Cela est d   au fait que les fréquences utilisées pour la modulation par chacun des OPX est légèrement différente, elle varie de l'ordre de  $\Delta f = 500$  Hz. Bien que cela semble négligeable par rapport aux 10 GHz de la fréquence de transmission, cela signifie que chacun des points IQ reçu est affecté d'une rotation de  $2\pi \Delta f t$  où  $t$  est l'instant de réception du pulse associé. Afin d'identifier l'écart de fréquence  $\Delta f$  nous pouvons par exemple étudier la transformée de Fourier de  $S = I + jQ$ . En raison de l'écart de fréquence le signal reçu est  $S' = S(t)e^{2\pi\Delta f(t-t_0)}$ . Le maximum de la TF de  $S'/|S'|$  nous donne alors la valeur de  $\Delta f$  et sa phase  $-2\pi t_0$  nous permet de repositionner correctement dans le plan IQ l'image reconstituée.

## 5. Radar

### 5.1 Radar par écho

Lorsqu'un signal de fréquence  $f$  parcourt une distance  $L$  il subit un déphasage de  $2\pi fL/c$ . Ainsi en mesurant le déphasage de pulses de différentes fréquences avec un pas  $\delta f$  on obtient les  $\exp(2\pi(f + \delta f)L/c)$ , dont la transformée de Fourier présente un maximum au temps  $L/c$ . Ainsi par l'envoi de 1000 pulses de 50  $\mu$ s dont les fréquences sont réparties entre -500 et 500 MHz, on parvient à déterminer la distance parcourue par le signal. La précision sur la distance est alors de  $c/1\text{GHz} = 30$  cm, ajouter des points de zéro padding permet alors de gangner artificiellement en précision. On dispose alors les cornets côte à côte, ce qui permet d'enregistrer l'écho du signal sur un obstacle et d'en déterminer sa position. La mesure est étalonnée en positionnant un obstacle à 2.5 m des cornets. L'étalonnage permet de déterminer le délai introduit par la propagation du signal entre les cornets et l'appareil de mesure. Une fois ce délai pris en compte, notre système permet de connaître la distance entre un objet métallique et la paire de cornets.

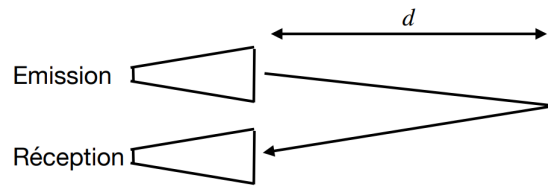


Figure 11: Principe de fonctionnement d'un radar par écho. Un signal est émis par un cornet, il est en suite réfléchi sur un objet puis reçu via un second cornet.

### 5.2 Radar Doppler

Le temps de trajet d'un signal réfléchi sur un objet en mouvement est  $\tau = \frac{2d}{c} + \frac{2vt}{c}$ . Le déphasage à considérer pour l'effet Doppler est donc donné par :

$$e^{i\omega(t-\tau)} = e^{i\omega(t-\frac{2d}{c}-\frac{2vt}{c})} = e^{i(\omega-\omega_d)t} e^{-2id\omega}$$

avec  $\omega_d = \frac{2v\omega}{c}$

Ainsi, lorsqu'une série de pulses de fréquence  $f_{rf}$  sont envoyés à des temps  $t_k$ , ils subissent chacun un déphasage

$$e^{2i\pi f_{rf}(1-2v/c)t_k} e^{-2id\omega}.$$

On obtient donc après démodulation les points  $S_k = I_k + jQ_k = e^{-2i\pi f_{rf}2vt_k/c} e^{-2id\omega}$ . Dès lors, la transformée de Fourier de  $S_k$  présente un maximum à la fréquence  $2f_{rf}v/c$ . Cela permet alors de déterminer la vitesse de l'objet ayant réfléchi le signal. C'est le principe du radar Doppler. Avec  $f_{rf} = 9.25$  GHz et une durée totale de la série de pulses de 200 ms, on obtient une précision sur la vitesse de 8 cm/s environ. À nouveau, avec du zero padding, il est possible d'augmenter la précision de la méthode.

### 5.3 Radar position-vitesse

Afin de combiner les deux méthodes précédentes, on réalise plusieurs balayages en fréquences successifs. Chaque balayage permet d'identifier la position de l'objet et les déphasages constatés entre les mesures à fréquences égales permettent d'obtenir sa vitesse. Ainsi, on émet 32 séries de 128 pulses de 50  $\mu$ s, réalisant un balayage en fréquence entre -500 et 500 MHz. On mesure  $S_{kl}$

pour chaque pulses, la transformée de Fourier 2D de  $S_{kl}$  permet alors d'afficher dans l'espace position-vitesse les informations d'un ou plusieurs objets placés en face des cornets.

## 6. Conclusion

La modulation IQ permet d'obtenir des signaux radiofréquences d'amplitude et de phase variable. Cette méthode a de nombreuses applications telles que le contrôle de l'état d'un qubit, la transmission d'informations, mais aussi la mise en place de radars en position et vitesse. Ainsi, ce TP nous a permis d'envoyer des messages complexes d'un OPX à un autre. Et nous avons réalisé un radar permettant de sonder la position d'un objet distant de quelques mètres avec une précision de l'ordre du centimètre et d'obtenir sa position en temps réel avec une précision de l'ordre du cm/s.