

TP 2: Polarisation et Birefringence

Boris Alexandre Baudel - Master de Physique - Université du Maine

December 2023

Introduction

Dans ce rapport, nous explorons les phénomènes complexes de la polarisation et de la biréfringence. Ces concepts sont essentiels en physique, en particulier dans le domaine de l'optique, car ils permettent de comprendre comment les ondes électromagnétiques interagissent avec différents milieux. Nous examinerons d'abord les bases théoriques de la polarisation et de la biréfringence avant de procéder à des expérimentations pratiques pour illustrer ces phénomènes. Ce travail a pour objectif de fournir une compréhension approfondie de ces concepts à travers une série de démonstrations et d'analyses.

Questions de cours

1. Polarisation d'une onde électromagnétique :

La polarisation d'une onde électromagnétique (EM) est caractérisée par la trajectoire de l'extrémité du champ électrique de l'onde, dans un plan d'onde. Pour définir la polarisation d'une onde plane EM progressive harmonique, on se place toujours dans un plan de cote donnée, que l'on prendra nulle par exemple.

Polarisation Rectiligne

La polarisation rectiligne correspond au cas où le champ électrique garde une direction constante au cours du temps, que l'on peut choisir parallèle à l'axe (Ox). Pour un observateur placé dans le plan de cote fixée, le champ oscille en fonction du temps le long de l'axe (Ox).

Polarisation Circulaire

Si les coordonnées E_x et E_y du champ électrique sont en quadrature, les axes de l'ellipse qui représente la trajectoire de l'extrémité du vecteur \vec{E} coïncident avec les axes (Ox) et (Oy). D'où l'équation d'une ellipse d'axes (Ox) et (Oy), de longueurs E_x et E_y . Si de plus les amplitudes E_x et E_y sont identiques égales à E_0 , l'ellipse correspond à un cercle, et la polarisation de l'onde EM est dite circulaire.

2. Champ électrique d'une onde se propageant suivant Oz et polarisée suivant Ox :

Dans la base (u_x, u_y, u_z) , un champ électrique \mathbf{E} se propageant suivant O_z et polarisé suivant O_x s'écrit comme

$$\mathbf{E} = E_0 \exp(i(kz - \omega t))\mathbf{u}_x$$

où E_0 est l'amplitude, k est le nombre d'onde, ω est la fréquence angulaire, et t est le temps.

3. Champ électrique résultant de la superposition de deux ondes polarisées suivant Ox et Oy :

Pour deux ondes se propageant suivant O_z , l'une polarisée suivant O_x et l'autre suivant O_y , le champ résultant est

$$\mathbf{E} = E_0 \exp(i(kz - \omega t))\mathbf{u}_x + E_0 \exp(i(kz - \omega t))\mathbf{u}_y$$

4. Propagation dans un milieu isotrope d'indice optique n :

Considérons la superposition de deux ondes se propageant suivant l'axe Oz et polarisées rectilignement selon les axes Ox et Oy . Dans un milieu isotrope d'indice optique n , le champ électrique résultant \vec{E} est donné par :

$$\vec{E} = E_{0x} \cos(nkz - \omega t)\hat{u}_x + E_{0y} \cos(nkz - \omega t + \Phi)\hat{u}_y$$

où E_{0x} et E_{0y} sont les amplitudes des composantes du champ électrique sur les axes Ox et Oy respectivement, nk est le nombre d'onde dans le milieu, ω est la fréquence angulaire de l'onde, et ϕ est le déphasage entre les deux ondes.

5. Milieu anisotrope :

Un milieu anisotrope est un milieu où les propriétés physiques varient selon la direction. L'indice de réfraction dépend de la

direction de propagation. Contrairement aux milieux isotropes, où les propriétés sont uniformes et identiques dans toutes les directions, dans un milieu anisotrope, ces propriétés (comme l'indice de réfraction, la perméabilité magnétique, ou la conductivité électrique) diffèrent selon l'orientation.

6. Effet de la biréfringence :

Dans un milieu biréfringent, une onde polarisée rectilignement se divise en deux ondes avec des vitesses différentes, entraînant une différence de phase. L'anisotropie se manifeste expérimentalement par une biréfringence, c'est-à-dire le dédoublement d'un faisceau qui traverse le matériau. Si le matériau est suffisamment épais, on peut voir les objets dédoublés à travers lui.

7. Différence de phase dans une lame biréfringente :

La différence de phase $\Delta\varphi$ est

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{e}(n_1 - n_2)$$

8. Loi de Malus :

L'intensité I après un polariseur est

$$I = I_0 \cos^2(\theta)$$

où I_0 est l'intensité initiale et θ l'angle entre la direction de polarisation et l'axe du polariseur.

La loi de Malus peut être démontrée en considérant l'effet d'un polariseur sur l'amplitude A_0 d'une onde électromagnétique. La projection de cette amplitude sur l'axe du polariseur est donnée par $A = A_0 \cos(\theta)$, où θ est l'angle entre l'onde incidente et l'axe de polarisation. L'intensité lumineuse I , qui est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde électromagnétique, s'exprime alors par :

$$I = I_0 \cos^2(\theta) = A_0^2 \cos^2(\theta). \quad (1)$$

Dans le cas d'une onde non polarisée, cette expression peut être obtenue en calculant la moyenne du cosinus carré de l'angle sur un intervalle de 0 à $\pi/2$. En utilisant l'identité trigonométrique $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$, on peut réécrire l'intégrale de la fonction $\cos^2(\theta)$ sur cet intervalle. Après intégration et simplification, on obtient :

$$\int_0^{\pi/2} \cos^2(\theta) d\theta = \frac{\pi}{4}, \quad (2)$$

Car l'intégration donne :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1 + \cos(2\theta)}{2} d\theta = \frac{\theta}{2} + \frac{\sin(2\theta)}{4} \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

Ce qui donne la valeur moyenne de $\frac{1}{2}$. Finalement, pour une onde non polarisée traversant un polariseur, l'intensité sortante est la moitié de l'intensité incidente :

$$I = \frac{I_0}{2}. \quad (4)$$

Cette démonstration montre que l'intensité lumineuse à travers un polariseur varie comme le carré du cosinus de l'angle de polarisation, ce qui est connu sous le nom de loi de Malus.

Réflexion d'un faisceau lumineux sur une surface de verre : Angle de Brewster

Principe : Un des moyens les plus simples pour produire de la lumière polarisée est la réflexion sur un dioptré séparant deux milieux diélectriques d'indices n_1 et n_2 . On peut montrer que seule la composante du champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence est réfléchié lorsque l'angle d'incidence a une valeur particulière appelée angle de Brewster i_B , définie par la relation :

$$\tan(i_B) = \frac{n_2}{n_1}$$

où n_1 désigne l'indice du milieu objet.

Expérimentation :

1. **Montage :** Réaliser le montage de la figure 1 en plaçant les éléments suivants :
 - LASER = Laser He-Ne non polarisé
 - Miroir = Miroir de renvoi large bande
 - Pol. H = Polariseur à orientation fixe (axe de polarisation horizontal)
 - Lame = Lame de verre sur support orientable repéré en angle

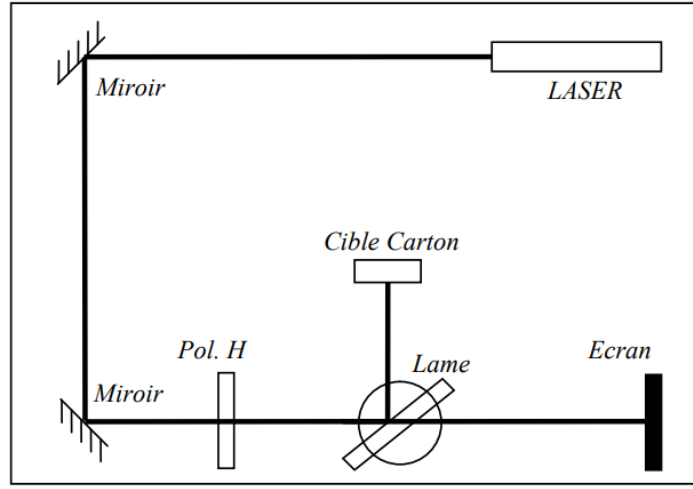


FIGURE 1 – Montage optique pour déterminer l'incidence de Brewster

— Cible Carton = Cible en carton blanc.

Allumer le laser He-Ne (ne jamais placer l'œil dans le faisceau principal ou une des réflexions secondaires).

2. **Observation de l'angle d'incidence :** Faire varier l'angle d'incidence i entre le faisceau incident et la lame de verre tout en observant à l'œil l'évolution de l'intensité du faisceau réfléchi sur la cible cartonnée. Rechercher la position pour laquelle on observe un minimum de réflexion sur le carton. Noter l'angle d'incidence i_B pour ce minimum.
3. **Comparaison et Conclusion :** Comparer la valeur mesurée pour i_B avec celle calculée d'après l'équation ci-dessus (où $n_2 \approx 1,5$). Conclure sur l'intérêt d'une mesure de l'indice de réfraction par cette méthode.
4. **Courbe de l'intensité réfléchie :** Donner l'allure de la courbe de l'intensité réfléchie en fonction de l'angle d'incidence i . Il s'agit des coefficients de Fresnel. Tracer son allure grossièrement.
5. **Modification du polariseur :** Remplacer le polariseur horizontal (Pol. H) par celui ayant son axe de polarisation vertical (Pol. V). Observer ce qui se produit lorsqu'on fait varier la position angulaire de la lame de verre.
6. **Observation avec le polariseur vertical :** Faire varier l'angle d'incidence i entre le faisceau incident et la lame de verre tout en observant à l'œil l'évolution de l'intensité du faisceau réfléchi sur la cible cartonnée.

Si l'on fait varier l'angle i entre le faisceau incident et la lame de verre on observe que l'angle d'incidence minimum est de 57° . En utilisant la relation avec tangente nous obtenons 56° . Une valeur assez proche de la valeur expérimentale. Si on trace l'allure de la courbe de l'intensité réfléchie, on obtient la figure 2.

Un polarisateur vertical est un filtre optique qui laisse passer la lumière polarisée verticalement tout en bloquant la lumière polarisée horizontalement. Cela signifie que l'axe de polarisation du polarisateur est aligné verticalement. On observe donc une fonction de type sinus mais décalé de la figure 2.

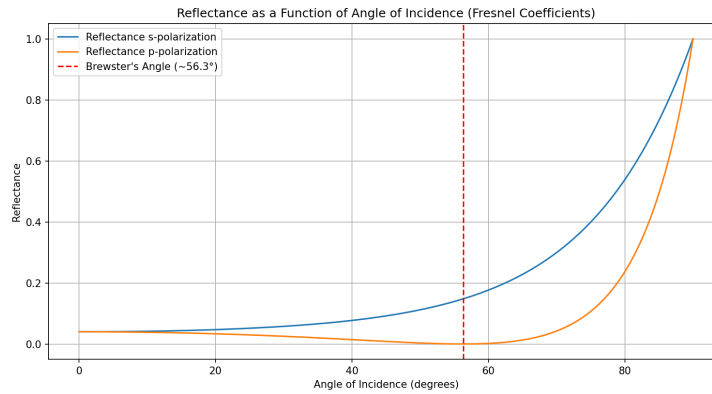


FIGURE 2 – Coefficients de Fresnels (Code Python en Annexe)

Le coefficient de Fresnel en réflexion pour une onde polarisée TM s'écrit

$$r_{TM} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

où les angles θ_1 et θ_2 sont liés par la loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Pour annuler le numérateur du coefficient en réflexion, on doit donc avoir

$$n_2^2 \cos^2 \theta_1 = n_1^2 \cos^2 \theta_2 = n_1^2 (1 - \sin^2 \theta_2) = n_1^2 \left(1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_1 \right)$$

En divisant le membre de gauche et celui de droite par $\cos^2 \theta_1$ et en remarquant que $\frac{1}{\cos^2 \theta_1} = 1 + \tan^2 \theta_1$, on obtient

$$1 - \frac{n_2^2}{n_1^2} = \left(\frac{n_1^2}{n_2^2} - 1 \right) \tan^2 \theta_1$$

c'est-à-dire

$$\tan^2 \theta_1 = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

L'angle de Brewster étant, par définition, la valeur de l'angle d'incidence θ_1 telle que le coefficient de réflexion de la composante TM de l'onde soit nul, on retrouve bien

$$\theta_B = \arctan \frac{n_2}{n_1}$$

Loi de Malus : Détermination de l'orientation de la polarisation d'un faisceau lumineux

Une onde polarisée rectilignement, issue d'un polariseur P1, tombe sur un second polariseur P2. Si θ désigne l'angle que font entre elles les directions des vibrations que transmettent P1 et P2, on a :

$$I_T = I_0 \cos^2(\theta)$$

Cette loi de variation de l'intensité transmise I_T est connue sous le nom de loi de Malus.

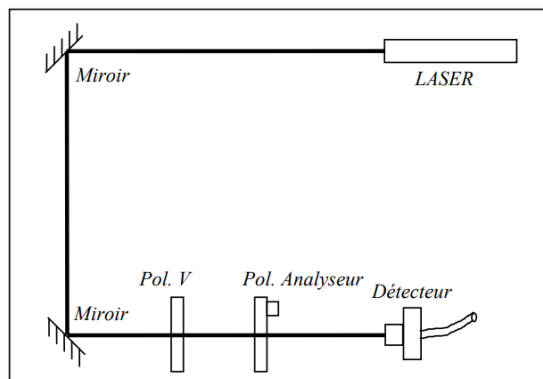


FIGURE 3 – Montage optique pour vérifier la loi de Malus

Expérimentation :

1. **Montage :** Réaliser le montage présenté en figure 2. Les éléments sont :

- LASER = Laser He-Ne non polarisé
- Miroir = Miroir de renvoi large bande
- Pol. V = Polariseur à orientation fixe (axe de polarisation vertical)
- Pol. Analyseur = Polariseur à orientation angulaire variable
- Détecteur = Photodétecteur

Allumer le laser He-Ne (ne jamais placer l'œil dans le faisceau principal ou une des réflexions secondaires).

2. **Observation :** Observer comment évolue le signal détecté par le photodétecteur lorsque vous modifiez l'orientation angulaire α du polariseur (Pol. Analyseur).

3. **Mesures et Analyse :** Mesurer l'intensité S du signal détecté pour des angles α compris entre 0° et 180° par pas de 10° . Tracer les résultats sur un diagramme $S = f(\alpha)$. Comparer avec la loi de Malus et conclure sur l'état de la polarisation du faisceau incident avant le polariseur analyseur et l'effet de ce dernier sur la polarisation. Noter la valeur de l'angle de rotation de l'axe de transmission du polariseur analyseur.

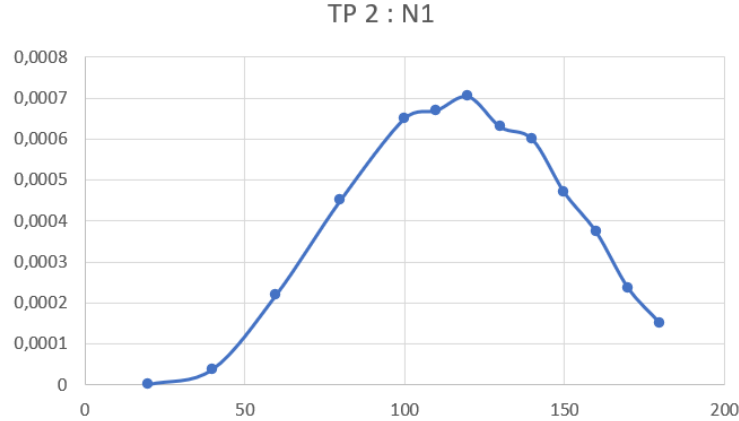


FIGURE 4 – $S = f(\alpha)$

Nous pouvons faire "fit" la courbe avec la loi de Malus. étape suivante consiste à ajuster les données à la loi de Malus pour déterminer les paramètres de l'intensité initiale et de l'angle initial de polarisation. La courbe ajustée semble suivre de près les points de données expérimentaux, ce qui suggère que la loi de Malus décrit bien le comportement de l'intensité lumineuse en fonction de l'angle de polarisation

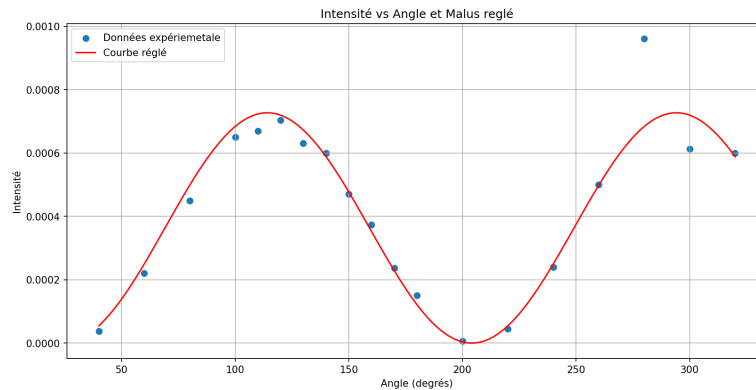


FIGURE 5 – $S = f(\alpha)$

Avec ces résultats, nous pouvons conclure que la lumière incidente est effectivement polarisée et que le polariseur analyseur a l'effet attendu de varier l'intensité de la lumière transmise en fonction de l'angle de polarisation.

- S_0 (intensité maximale) : 7.27×10^{-4} avec une incertitude de 2.57×10^{-5}
- α_0 (angle de polarisation initial) : 294.13° avec une incertitude de 1.96°

Lame Demi d'Onde

1. **Montage :** Réaliser le montage de la figure 3 avec :
 - Pol. V = Polariseur à orientation fixe (axe de polarisation vertical)
 - $\lambda/2$ = Lame demi-onde en monture orientable
 - Pol. Analyseur = Polariseur à orientation angulaire variable
 - Détecteur = Photodétecteur
2. **Configuration Croisée :** S'assurer qu'aucun faisceau n'est transmis à travers les polariseurs (Pol. V et Pol. Analyseur) en absence de la lame demi-onde. Rappeler l'effet d'une lame demi-onde lorsque l'angle de la polarisation d'une onde incidente est aligné avec l'une de ses lignes neutres. Trouver ensuite les lignes neutres de la lame.

3. **Polarisation à 45°** : Mettre un angle $\phi = 45^\circ$ entre l'angle de la polarisation de l'onde incidente et les lignes neutres de la lame.
4. **Observation avec Photodétecteur** : Tourner le polariseur (Pol. Analyseur) et noter l'évolution du signal transmis. Tracer la courbe et la comparer avec celle obtenue lors de la question précédente. Conclure sur l'état de polarisation du faisceau transmis et l'effet de la lame $\lambda/2$ sur une onde polarisée rectilignement.
5. **Variation de l'Angle α** : Réaliser la même expérience avec un angle α quelconque compris entre $\phi = 0^\circ$ et $\phi = 45^\circ$. Conclure sur l'effet d'une lame $\lambda/2$ sur la polarisation du faisceau.

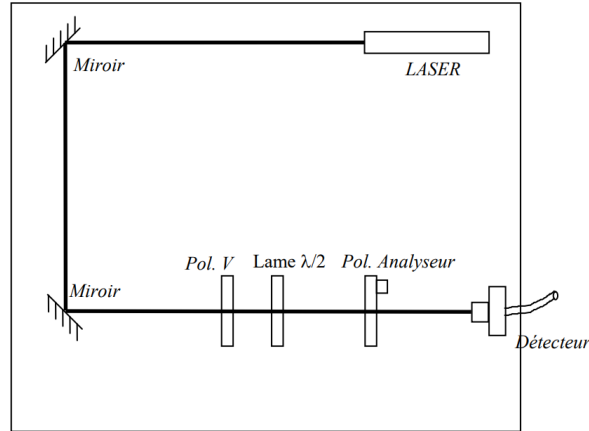


FIGURE 6 – Montage optique pour l'étude de lames $\lambda/2$

Les lignes neutres sont situées à 45° . Nous mettons maintenant l'angle de polarisation à 45° par rapport aux lignes neutres de la lame.

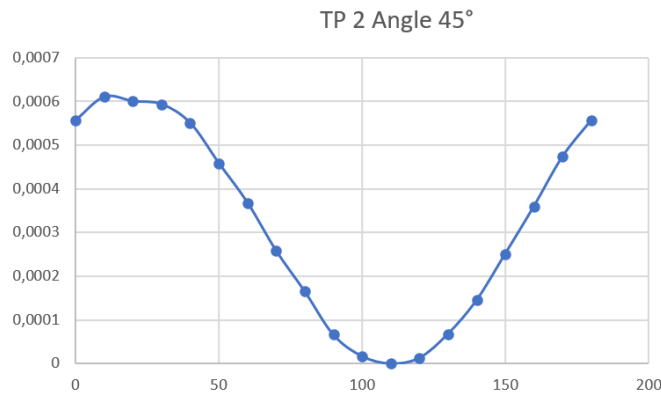


FIGURE 7 – Montage optique pour l'étude de lames $\lambda/2$

On peut remarquer que pour 45° par rapport aux lignes neutres de la lame nous avons une valeur minimale lorsque pour la figure 5 elle était maximale. On fait maintenant un nouveau "test" pour obtenir quelque chose de sinusoidal. L'ajustement des nouvelles données expérimentales à la loi de Malus a été réalisé, et les paramètres estimés du modèle pour cette expérience sont :

- S_0 (intensité maximale) : 6.20×10^{-4} avec une incertitude de 3.06×10^{-6}
- α_0 (angle de polarisation initial) : 20.04° avec une incertitude de 0.25°

La courbe ajustée correspond bien aux points de données expérimentaux, indiquant une fois de plus que la loi de Malus décrit efficacement le comportement de l'intensité lumineuse en fonction de l'angle de polarisation. Pour analyser l'effet de la lame, on considère que cette lame introduit un changement dans la polarisation de la lumière incidente. Si la lumière incidente était polarisée rectilignement avec un angle de 45° par rapport aux lignes neutres de la lame, on s'attendrait à ce que la lame convertisse cet état de polarisation en un autre état.

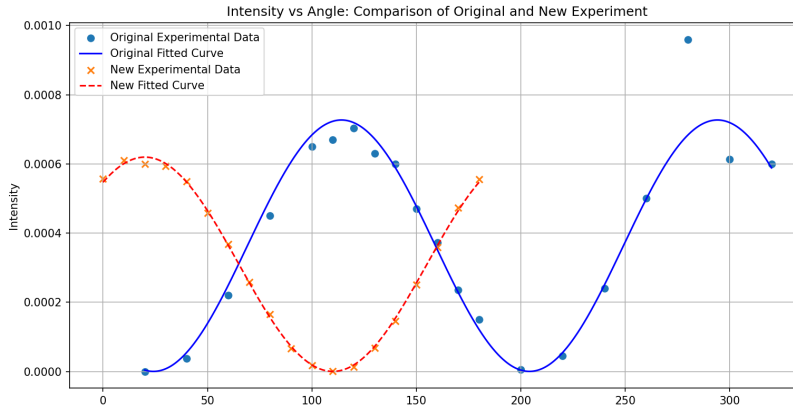


FIGURE 8 – Montage optique pour l'étude de lames $\lambda/2$

La présence d'un pic d'intensité à 20.04° pourrait indiquer l'angle de polarisation de la lumière après avoir traversé la lame. Nous évaluons maintenant un angle quelconque. On obtient donc un graphique de la forme :

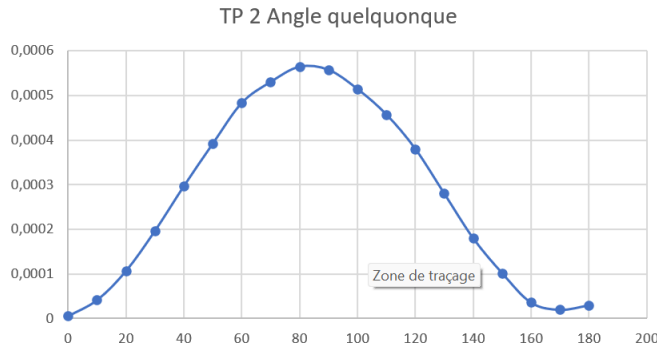


FIGURE 9 – Résultat angle quelconque

La lame introduit un déphasage de (180°) entre les composantes de la lumière polarisée selon ses axes principaux, ce qui a pour effet de tourner l'angle de polarisation de 90° . Si la lumière incidente est polarisée rectilignement à un angle donnée par rapport à ses lignes neutres, l'état de polarisation après passage à travers la lame sera également rectiligne mais tourné de 90° par rapport à l'angle d'incidence. Cela reste vrai tant que l'angle est 0° ou 90° ; pour des angles intermédiaires, la polarisation restera linéaire mais tournera d'un autre angle qui dépendra de la relation entre l'angle d'incidence et l'orientation de la lame demi-onde.

Lame Quart d'Onde

Expérimentation avec la Lame Quart d'Onde :

- Réaliser le montage de la figure 4 en plaçant les éléments suivants :
 - Pol. V = Polariseur à orientation fixe (axe de polarisation vertical)
 - $\lambda/4$ = Lame quart d'onde en monture orientable
 - Pol. Analyseur = Polariseur à orientation angulaire variable
 - Détecteur = Cible en carton blanc ou photodétecteur
- En l'absence de la lame quart-onde, vérifier l'absence de transmission du faisceau à travers le polariseur et l'analyseur. Insérer la lame demi-onde pour identifier ses lignes neutres.
- Régler un angle $\phi = 45^\circ$ entre la polarisation de l'onde incidente et les lignes neutres de la lame.
- Tourner le polariseur (Pol. Analyseur) et observer l'évolution du signal au photodétecteur pour déterminer l'état de polarisation du faisceau transmis après passage à travers la lame $\lambda/4$ avec un angle $\phi = 45^\circ$.
- Répéter l'expérience avec un angle α quelconque entre $\phi = 0^\circ$ et $\phi = 45^\circ$ pour en déduire l'état de polarisation du faisceau transmis et conclure sur l'effet de la lame $\lambda/4$.

Une lame demi-onde possède deux lignes neutres, qui sont orthogonales entre elles. Lorsque la lumière polarisée rectilignement est alignée avec l'une des lignes neutres de la lame demi-onde, elle ressort sans changement de son état de polarisation. Une lame

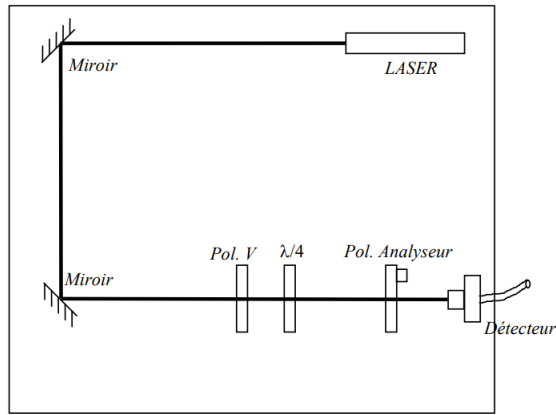


FIGURE 10 – Montage optique pour l'étude de lames $\lambda/2$

quart d'onde transforme la lumière polarisée rectilignement en lumière polarisée circulairement lorsqu'elle est orientée à 45° par rapport aux lignes neutres. Pour tout autre angle, la lumière devient elliptiquement polarisée. Pour des angles autres que 45° , l'état résultant est une forme d'ellipticité, tandis qu'à 45° , il s'agit d'une polarisation circulaire.

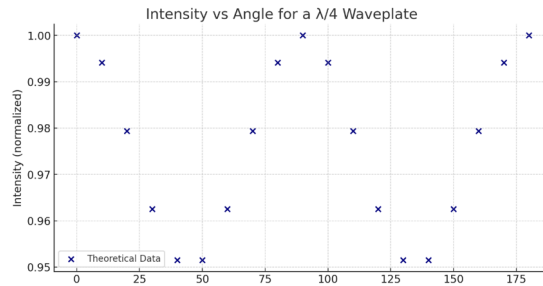


FIGURE 11 – Montage optique pour l'étude de lames $\lambda/2$

Lame Quart d'Onde double passage

1. Réaliser le montage comme indiqué sur la figure 5, sans utiliser la lame $\lambda/4$. Identifier correctement la réflexion du faisceau lumineux par le miroir sur la cible en carton. Insérer ensuite la lame $\lambda/4$ avec l'axe de polarisation du faisceau incident aligné avec l'une des lignes neutres de la lame, soit à $\phi = 0^\circ$ ou 90° .
2. Questionner si la polarisation du faisceau est altérée lors de son premier et second passage à travers la lame $\lambda/4$.
3. Modifier l'angle ϕ de la lame $\lambda/4$ à 45° et observer la réflexion sur la cible. Conclure sur les modifications de polarisation suite à la double traversée de la lame $\lambda/4$.

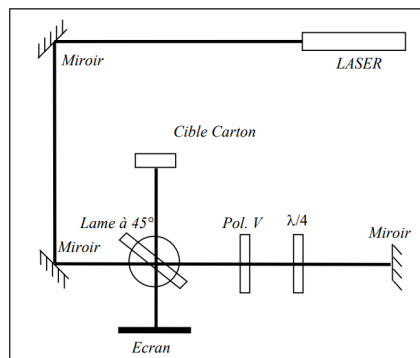


FIGURE 12 – Montage optique pour l'étude de lames $\lambda/4$

Lorsque le faisceau traverse pour la première fois la lame, la polarisation est modifiée. Une lame quart d'onde a pour effet de transformer la polarisation linéaire en polarisation circulaire ou elliptique, en fonction de l'angle entre l'axe de polarisation du faisceau incident et les axes de la lame.

Lors du second passage, si la lame est orientée à $\Phi = 45^\circ$ par rapport à l'axe de polarisation initial, la polarisation est encore affectée. La double traversée peut conduire à une retransformation de la polarisation circulaire en polarisation linéaire, mais avec un axe de polarisation tourné de 90° par rapport à l'axe initial. Si l'on observe une extinction de l'intensité après cette double traversée, cela indique que le faisceau est de nouveau polarisé linéairement, mais avec un axe orthogonal par rapport à celui du polariseur, ce qui cause l'extinction due à la polarisation croisée.

Manipulation optionnelle

- Retourner au montage de la figure 4 avec les polariseurs croisés et la lame $\lambda/4$ positionnée à un angle de 45° . Insérer une seconde lame $\lambda/4$ et ajuster l'analyseur pour minimiser le signal transmis. Discuter de l'effet de l'association des deux lames $\lambda/4$.

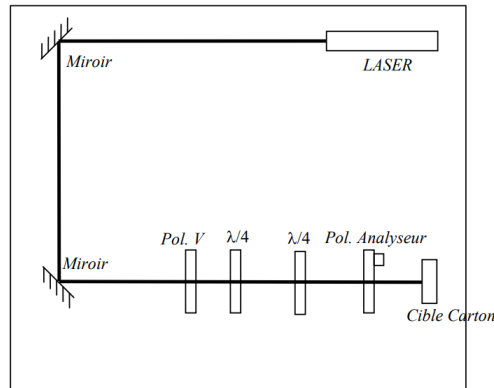


FIGURE 13 – Montage optique pour l'étude de lames $\lambda/4$

Conclusion

À travers ce travail pratique, nous avons pu mettre en évidence les principes fondamentaux de la polarisation et de la biréfringence. Les expériences menées ont non seulement consolidé notre compréhension théorique, mais ont également illustré l'importance de ces phénomènes dans l'étude des ondes électromagnétiques. La capacité de manipuler et de mesurer la polarisation et la biréfringence s'avère important dans de nombreuses applications en optique et en physique. En somme, ce travail renforce l'importance de ces concepts et ouvre la voie à des explorations plus avancées dans le domaine de la physique des ondes.

Codes Python

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3
4
5 incidence_angles_degrees = np.linspace(0, 90, 500)
6 incidence_angles = np.radians(incidence_angles_degrees)
7
8 n1 = 1
9 n2 = 1.5
10
11
12 Rs = ((n1 * np.cos(incidence_angles) - n2 * np.sqrt(1 - (n1/n2 * np.sin(incidence_angles))**2)) /
13        (n1 * np.cos(incidence_angles) + n2 * np.sqrt(1 - (n1/n2 * np.sin(incidence_angles))**2)))**2
14
15
16 Rp = ((n2 * np.cos(incidence_angles) - n1 * np.sqrt(1 - (n1/n2 * np.sin(incidence_angles))**2)) /
17        (n2 * np.cos(incidence_angles) + n1 * np.sqrt(1 - (n1/n2 * np.sin(incidence_angles))**2)))**2
18
19
20 plt.figure(figsize=(12, 6))
```

```

21
22
23 plt.plot(incidence_angles_degrees, Rs, label='Reflectance s-polarization')
24 plt.plot(incidence_angles_degrees, Rp, label='Reflectance p-polarization')
25
26
27 brewsters_angle = np.degrees(np.arctan(n2 / n1))
28 plt.axvline(x=brewsters_angle, color='red', linestyle='--', label=f"Brewster's Angle (~{brewsters_angle:.1f}
    )")
29
30
31 plt.title('Reflectance as a Function of Angle of Incidence (Fresnel Coefficients)')
32 plt.xlabel('Angle of Incidence (degrees)')
33 plt.ylabel('Reflectance')
34 plt.legend()
35 plt.grid(True)
36 plt.show()
37
38 import pandas as pd
39 import numpy as np
40 from scipy.optimize import curve_fit
41 import matplotlib.pyplot as plt
42 from io import StringIO
43
44 data_new_experiment = """
45 Angle,Intensity
46 0,0.000557
47 10,0.00061
48 20,0.0006
49 30,0.000593
50 40,0.00055
51 50,0.000458
52 60,0.000368
53 70,0.000258
54 80,0.000165
55 90,0.000066
56 100,0.000017
57 110,0.0000003
58 120,0.0000131
59 130,0.000068
60 140,0.000145
61 150,0.000251
62 160,0.000359
63 170,0.000473
64 180,0.000556
65 """
66
67 df_new = pd.read_csv(StringIO(data_new_experiment), delimiter=",")
68
69 def malus_law(alpha, S0, alpha0):
70     alpha_rad = np.deg2rad(alpha)
71     alpha0_rad = np.deg2rad(alpha0)
72     return S0 * (np.cos(alpha_rad - alpha0_rad))**2
73
74 angles_new = df_new['Angle']
75 intensities_new = df_new['Intensity']
76
77 initial_guess_new = [intensities_new.max(), angles_new[intensities_new.idxmax()]]
78
79 params_new, params_covariance_new = curve_fit(malus_law, angles_new, intensities_new, p0=initial_guess_new)
80
81 fit_angles_new = np.linspace(angles_new.min(), angles_new.max(), 1000)
82 fitted_curve_new = malus_law(fit_angles_new, *params_new)
83
84 plt.figure(figsize=(10, 5))
85 plt.scatter(angles_new, intensities_new, label='New Experimental Data')
86 plt.plot(fit_angles_new, fitted_curve_new, label='New Fitted Curve', color='red')
87 plt.title('Intensity vs Angle and Fitted Malus\'s Law for New Data')
88 plt.xlabel('Angle (degrees)')
89 plt.ylabel('Intensity')
90 plt.legend()
91 plt.grid(True)
92 plt.show()
93

```

```

94 params_new, np.sqrt(np.diag(params_covariance_new))
95
96 data_original_experiment = """
97 Angle,Intensity
98 20,0
99 40,0.000037
100 60,0.00022
101 80,0.00045
102 100,0.00065
103 110,0.00067
104 120,0.000704
105 130,0.00063
106 140,0.0006
107 150,0.00047
108 160,0.000373
109 170,0.000236
110 180,0.00015
111 200,0.000006
112 220,0.000045
113 240,0.00024
114 260,0.0005
115 280,0.00096
116 300,0.000613
117 320,0.0006
118 """
119
120 df_original = pd.read_csv(StringIO(data_original_experiment), delimiter=",")
121
122 df_original['Intensity'].loc[df_original['Angle'] == 20] = 0
123
124 params_original, params_covariance_original = curve_fit(
125     malus_law,
126     df_original['Angle'],
127     df_original['Intensity'],
128     p0=initial_guess_new
129 )
130
131 fit_angles_original = np.linspace(df_original['Angle'].min(), df_original['Angle'].max(), 1000)
132 fitted_curve_original = malus_law(fit_angles_original, *params_original)
133
134 plt.figure(figsize=(12, 6))
135 plt.scatter(df_original['Angle'], df_original['Intensity'], label='Original Experimental Data')
136 plt.plot(fit_angles_original, fitted_curve_original, label='Original Fitted Curve', color='blue')
137 plt.scatter(df_new['Angle'], df_new['Intensity'], label='New Experimental Data', marker='x')
138 plt.plot(fit_angles_new, fitted_curve_new, label='New Fitted Curve', color='red', linestyle='--')
139 plt.title('Intensity vs Angle: Comparison of Original and New Experiment')
140 plt.xlabel('Angle (degrees)')
141 plt.ylabel('Intensity')
142 plt.legend()
143 plt.grid(True)
144 plt.show()

```