Übungen zu Statistik II
12. Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung

Dr. Boris Mayer

Institut für Psychologie

Universität Bern

Team Statistik II:

MSc Luca Panico
MSc Rahel Steuri
MSc Abimanju Subramaniam

cand. BSc Alina Blandenier
BSc Nora Jäger
cand. BSc Naomi Kiehl
BSc Fabrice Leuzinger

Arbeitszufriedenheit: Honeymoon oder Hangover?

Boswell, Shipp, Payne und Culbertson (2009) gehen in ihrer Studie davon aus, dass die Arbeitszufriedenheit von Job-Einsteigern nach einem kurvenförmigen Muster verläuft. Am Anfang ist man wahnsinnig zufrieden (Honeymoon), dann resigniert man und die Arbeitszufriedenheit bricht ein (Hangover). Doch letztendlich pendelt sich die Arbeitszufriedenheit wieder auf einem Mittelmaß ein (normalisierte Phase). Beeinflusst wird diese affektive Reaktion auf die zu verrichtende Arbeit beispielsweise durch die Organisationsstruktur und das Personalmanagement. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen untersuchen Sie als engagierter Personaler einer mittelständischen GmbH die Arbeitszufriedenheit Ihrer fünf neu eingestellten High Potentials.

a) Stellen Sie die Null- und die Alternativhypothese auf.

b) Berechnen Sie die Quadratsummen QS_{tot}, QS_{zwP}, QS_{zwA} und QS_{Res}.

c) Berechnen Sie df_A und df_{Res} sowie die mittleren Quadratsummen MQS_{zwA} und MQS_{Res}.

d) Führen Sie den Signifikanztest durch.

e) Berechnen Sie den nicht-partiellen und den partiellen Determinationskoeffizienten.

f) Ein Test der Hypothese eines U-förmigen Verlaufs ist nur mit einer **Kontrastanalyse** möglich. Testen Sie die Alternativhypothese eines positiven quadratischen Trends (einseitiger Test).

basierend auf Budischewski & Günther, 2020, Aufgabe 57b)

a) Null- und Alternativhypothese

- Tabelle: Rohwerte zur Arbeitszufriedenheit von $n = 5$ Personen zu drei Messzeitpunkten

	Arbeitszufriedenheit		
Vpn	**Anfang**	**nach 3 Monaten**	**nach 6 Monaten**
1	9	4	5
2	9	4	8
3	9	7	14
4	10	9	5
5	8	1	3

$$H_0: \mu_{\bullet 1} = \mu_{\bullet 2} = \mu_{\bullet 3} \quad \textit{oder} \quad \mu_{\bullet j} - \mu = 0 \quad \text{für alle } j$$

$$H_1: \mu_{\bullet j} - \mu \neq 0 \quad \text{für mindestens ein } j$$

b) Quadratsummen

> Vorbereitung: Berechnung der Mittelwerte

	Arbeitszufriedenheit			
Vpn	Anfang (a_1)	nach 3 Monaten (a_2)	nach 6 Monaten (a_3)	Personenmittelwert $\bar{x}_{m\bullet}$
1	9	4	5	$\bar{x}_{1\bullet} = 6$
2	9	4	8	$\bar{x}_{2\bullet} = 7$
3	9	7	14	$\bar{x}_{3\bullet} = 10$
4	10	9	5	$\bar{x}_{4\bullet} = 8$
5	8	1	3	$\bar{x}_{5\bullet} = 4$
Bedingungsmittelwert $\bar{x}_{\bullet j}$	$\bar{x}_{\bullet 1} = 9$	$\bar{x}_{\bullet 2} = 5$	$\bar{x}_{\bullet 3} = 7$	$\bar{x} = 7$

b) Quadratsummen: QS_{tot}

	Arbeitszufriedenheit			
Vpn	Anfang (a_1)	nach 3 Monaten (a_2)	nach 6 Monaten (a_3)	Personenmittelwert $\bar{x}_{m\bullet}$
1	9	4	5	$\bar{x}_{1\bullet} = 6$
2	9	4	8	$\bar{x}_{2\bullet} = 7$
3	9	7	14	$\bar{x}_{3\bullet} = 10$
4	10	9	5	$\bar{x}_{4\bullet} = 8$
5	8	1	3	$\bar{x}_{5\bullet} = 4$
Bedingungsmittelwert $\bar{x}_{\bullet j}$	$\bar{x}_{\bullet 1} = 9$	$\bar{x}_{\bullet 2} = 5$	$\bar{x}_{\bullet 3} = 7$	$\bar{x} = 7$

$$QS_{tot} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{n}\left(x_{mj} - \bar{x}\right)^2$$

$$= 2^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + (-3)^2 + (-3)^2 + 0^2$$
$$+ 2^2 + (-6)^2 + (-2)^2 + 1^2 + 7^2 + (-2)^2 + (-4)^2$$

$$= 4 + 4 + 4 + 9 + 1 + 9 + 9 + 0 + 4 + 36 + 4 + 1 + 49 + 4 + 16 = 154$$

UNIVERSITÄT BERN

b) Quadratsummen: QS_{zwP}, QS_{zwA}, QS_{Res}

	Arbeitszufriedenheit			
Vpn	Anfang (a_1)	nach 3 Monaten (a_2)	nach 6 Monaten (a_3)	Personenmittelwert $\bar{x}_{m\bullet}$
1	9	4	5	$\bar{x}_{1\bullet} = 6$
2	9	4	8	$\bar{x}_{2\bullet} = 7$
3	9	7	14	$\bar{x}_{3\bullet} = 10$
4	10	9	5	$\bar{x}_{4\bullet} = 8$
5	8	1	3	$\bar{x}_{5\bullet} = 4$
Bedingungsmittelwert $\bar{x}_{\bullet j}$	$\bar{x}_{\bullet 1} = 9$	$\bar{x}_{\bullet 2} = 5$	$\bar{x}_{\bullet 3} = 7$	$\bar{x} = 7$

$$QS_{zwP} = J \cdot \sum_{m=1}^{n} \left(\bar{x}_{m\bullet} - \bar{x}\right)^2 = 3 \cdot \left[(-1)^2 + 0^2 + 3^2 + 1^2 + (-3)^2\right] = 3 \cdot 20 = 60$$

$$QS_{zwA} = n \cdot \sum_{j=1}^{J} \left(\bar{x}_{\bullet j} - \bar{x}\right)^2 = 5 \cdot \left[2^2 + (-2)^2 + 0^2\right] = 5 \cdot \left[4 + 4 + 0\right] = 5 \cdot 8 = 40$$

$$QS_{Res} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{m=1}^{n} \left(x_{mj} - \bar{x}_{\bullet j} - \bar{x}_{m\bullet} + \bar{x}\right)^2 = QS_{tot} - QS_{zwP} - QS_{zwA} = 154 - 60 - 40 = 54$$

c) Freiheitsgrade und MQS

Freiheitsgrade:

$$df_{zwA} = J - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$df_{Res} = (n-1) \cdot (J-1) = (5-1) \cdot (3-1) = 4 \cdot 2 = 8$$

Mittlere Quadratsummen (MQS):

$$MQS_{zwA} = \frac{QS_{zwA}}{df_{zwA}} = \frac{40}{2} = 20$$

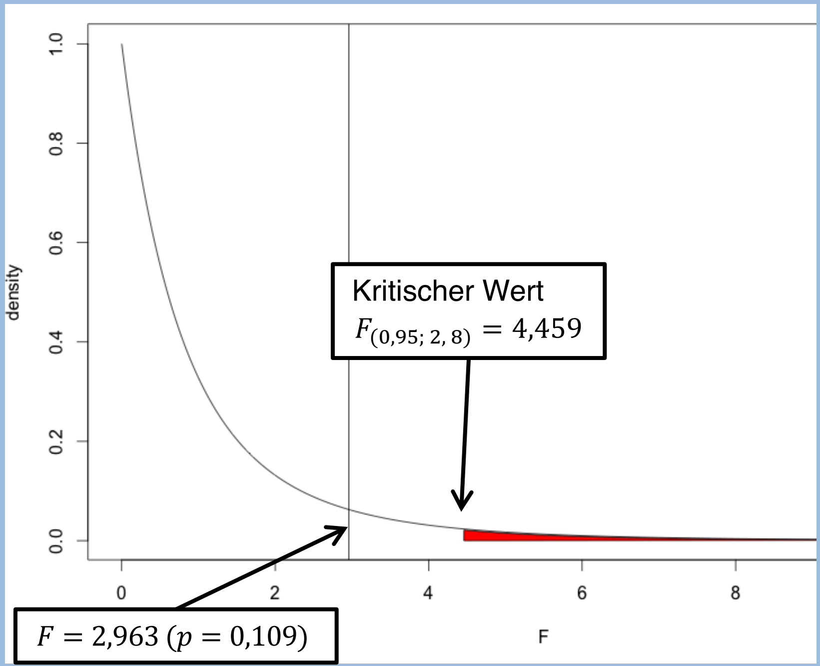
$$MQS_{Res} = \frac{QS_{Res}}{df_{Res}} = \frac{54}{8} = 6{,}75$$

UNIVERSITÄT BERN

d) Signifikanztest

$$F = \frac{MQS_{zwA}}{MQS_{Res}} = \frac{20}{6,75} = 2,963$$

Kritischer *F*-Wert: $F_{(0,95;\,2,\,8)} = 4,459$



➔ Da der empirische F-Wert kleiner als der kritische F-Wert ist, wird die H_0 („Keine Unterschiede zwischen den Bedingungsmittelwerten") aufrechterhalten. Es kann also nicht behauptet werden, dass sich die Arbeitszufriedenheit über die 3 Messzeitpunkte hinweg verändert hat.

e) Effektgrössen

1. Nicht-partieller Determinationskoeffizient

$$\hat{\eta}^2 = \frac{QS_{zwA}}{QS_{tot}} = \frac{QS_{zwA}}{QS_{zwA} + QS_{zwP} + QS_{\mathrm{Res}}} = \frac{40}{154} = 0,260$$

2. Partieller Determinationskoeffizient

$$\hat{\eta}_p{}^2 = \frac{QS_{zwA}}{QS_{zwA} + QS_{\mathrm{Res}}} = \frac{40}{40 + 54} = 0,426$$

UNIVERSITÄT BERN

f) Quadratischer Kontrast: $(1, -2,\ 1)$

$$\Lambda = (1 \cdot \mu_{\bullet 1}) + (-2 \cdot \mu_{\bullet 2}) + (1 \cdot \mu_{\bullet 3})$$

	Arbeitszufriedenheit			
Vpn	**Anfang** (a_1)	**nach 3 Monaten** (a_2)	**nach 6 Monaten** (a_3)	**Kontrastvariable** x_{Quad_m}
1	9	4	5	$9 - 2 \cdot 4 + 5 = 6$
2	9	4	8	$9 - 2 \cdot 4 + 8 = 9$
3	9	7	14	$9 - 2 \cdot 7 + 14 = 9$
4	10	9	5	$10 - 2 \cdot 9 + 5 = -3$
5	8	1	3	$8 - 2 \cdot 1 + 3 = 9$
	$\bar{x}_{\bullet 1} = 9$	$\bar{x}_{\bullet 2} = 5$	$\bar{x}_{\bullet 3} = 7$	$\bar{x}_{Quad} = 6$

Kontrastvariable x_{Quad_m} für jede Person:

$$x_{Quad_m} = \sum_{j=1}^{J} K_j \cdot x_{mj}$$

$$\Lambda = \sum_{j=1}^{J} K_j \cdot \bar{x}_{\bullet j} = \bar{x}_{Quad} = 6$$

Standardfehler des Kontrasts:

$$\sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{n}\left(\left(\sum_{j=1}^{J} K_j \cdot x_{mj}\right) - \left(\sum_{j=1}^{J} K_j \cdot \bar{x}_{\bullet j}\right)\right)^2}{(n-1) \cdot n}}$$

$$t_{Quad} = \frac{\sum_{j=1}^{J} K_j \cdot \bar{x}_{\bullet j}}{\sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{n}\left(\left(\sum_{j=1}^{J} K_j \cdot x_{mj}\right) - \left(\sum_{j=1}^{J} K_j \cdot \bar{x}_{\bullet j}\right)\right)^2}{(n-1) \cdot n}}} = \frac{1 \cdot \bar{x}_{\bullet 1} + (-2) \cdot \bar{x}_{\bullet 2} + 1 \cdot \bar{x}_{\bullet 3}}{\sqrt{\frac{(6-6)^2 + (9-6)^2 + (9-6)^2 + (-3-6)^2 + (9-6)^2}{4 \cdot 5}}}$$

$$= \frac{1 \cdot 9 + (-2) \cdot 5 + 1 \cdot 7}{\sqrt{\frac{0^2 + 3^2 + 3^2 + (-9)^2 + 3^2}{20}}} = \frac{9 - 10 + 7}{\sqrt{\frac{108}{20}}} = \frac{6}{2{,}32379} = 2{,}582$$

Kritischer t-Wert
$(df = n - 1)$:

$t_{(0{,}95;\, df = 4)} = 2{,}1318$

- ➢ Positiver Quadratischer Trend ist *signifikant*