1830

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ <u>«Информатика и системы управления»</u>

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 1

Дисциплина Методы вычислений

Тема: Венгерский метод решения задачи о назначениях

Вариант 4

Студент: <u>Борисов А. В.</u>
Группа: <u>ИУ7-11М</u>
Оценка (баллы): ______
Преподаватель: Власов П. А.

Цель работы: изучение венгерского метода решения задачи о назначениях.

Содержательная и математическая постановка задачи

В распоряжении работодателя имеется п работ и такое же число исполнителей. Стоимость выполнения і-ой работы j-ым исполнителем составляет $c_{ij} \ge 0$ единиц.

Требуется распределить все работы между исполнителями так, чтобы каждый из них выполнял ровно 1 работу. А общая стоимость выполнения всех работ была минимальна.

Матрица стоимостей: $C = (c_{ij}), i, j = \overline{1, n}$.

Матрица назначений: $X = (x_{ij}), i, j = \overline{1, n}$.

Введём управляющие переменные:

$$x_{ij} = egin{cases} 1$$
, если i — ую работу выполняет j — ый исполнитель, 0 , иначе $i,j=\overline{1,n}.$

Общая стоимость всех работ:

$$f = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

Условие того, что ј-ый исполнитель выполняет ровно 1 работу:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = \overline{1, n}$$

Условие того, что і-ую работу выполняет ровно 1 исполнитель:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, i = \overline{1, n}$$

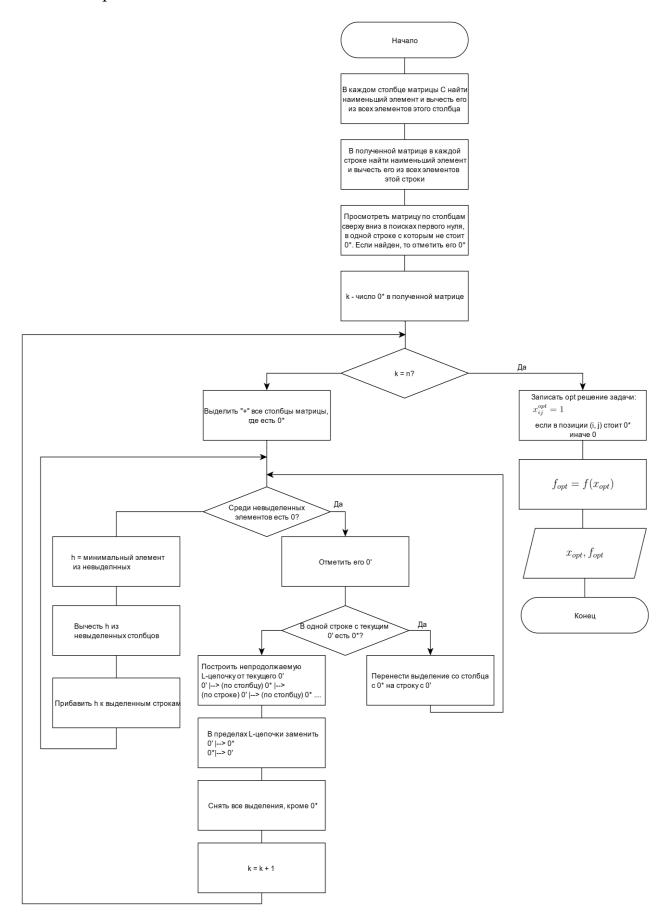
Таким образом, математическая постановка задачи о назначениях:

$$\begin{cases} f = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to min, \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = \overline{1, n} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = \overline{1, n} \\ x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = \overline{1, n} \end{cases}$$

Вариант 4

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 8 \\ 10 & 10 & 4 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & 5 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 3 \end{bmatrix}$$

Схема алгоритма:



Текст программы представлен на Листинге 1

Листинг 1

```
function lab1()
clc;
debugFlg = 1;
findMax = 0;
matr = [
    3 5 2 4 8;
    10 10 4 3 6;
    5 6 9 8 3;
    6 2 5 8 4;
    5 4 8 9 3];
disp('Матрица:');
disp(matr);
C = matr;
if findMax == 1
    C = convertToMin(matr);
    if debugFlg == 1
        disp('Матрица после приведения к задаче минимизации:');
        disp(C);
    end
end
C = updateColumns(C);
if debugFlg == 1
    disp('Результат вычитания наименьшего элемента по столбцам:');
    disp(C);
C = updateRows(C);
if debugFlg == 1
    disp('Результат вычитания наименьшего элемента по строкам:');
    disp(C);
[numRows, numCols] = size(C);
matrSIZ = getSIZInit(C);
if debugFlg == 1
    disp('Начальная СНН:');
    printSIZ(C, matrSIZ);
end
k = sum(matrSIZ, 'all');
if debugFlg == 1
    fprintf('Число нулей в построенной СНН: k = %d\n\n', k);
while k < numCols</pre>
    matrStreak = zeros(numRows, numCols);
    selectedColumns = sum(matrSIZ);
    selectedRows = zeros(numRows);
    selection = getSelection(numRows, numCols, selectedColumns);
    if debugFlg == 1
        disp('Результат выделения столбцов, в которых стоит 0*:');
        printMarkedMatr(C, matrSIZ, matrStreak, selectedColumns, selectedRows);
    end
    flag = true;
    streakPnt = [-1 -1];
    while flag
        if debugFlg == 1
            disp('Поиск 0 среди невыделенных элементов');
        streakPnt = findStreak(C, selection);
        if streakPnt(1) == -1
            C = updateMatrNoZero(C, numRows, numCols, selection, selectedRows,
selectedColumns);
            if debugFlg == 1
                disp('T.к. среди невыделенных элементов нет нулей, матрица была
преобразована: ');
                printMarkedMatr(C, matrSIZ, matrStreak, selectedColumns, selectedRows);
            end
```

```
streakPnt = findStreak(C, selection);
        end
        matrStreak(streakPnt(1), streakPnt(2)) = 1;
        if debugFlg == 1
            disp('Матрица с найденным 0"');
            printMarkedMatr(C, matrSIZ, matrStreak, selectedColumns, selectedRows);
        end
        zeroStarInRow = getZeroStarInRow(streakPnt, numCols, matrSIZ);
        if zeroStarInRow(1) == -1
            flag = false;
        else
            selection(:, zeroStarInRow(2)) = selection(:, zeroStarInRow(2)) - 1;
            selectedColumns(zeroStarInRow(2)) = 0;
            selection(zeroStarInRow(1), :) = selection(zeroStarInRow(1), :) + 1;
            selectedRows(zeroStarInRow(1)) = 1;
            if debugFlg == 1
                disp('Т.к. в одной строке с 0" есть 0*, было переброшено выделение:');
                printMarkedMatr(C, matrSIZ, matrStreak, selectedColumns, selectedRows);
        end
    end
    if debugFlg == 1
       disp('L-цепочка: ');
    [matrStreak, matrSIZ] = createL(numRows, numCols, streakPnt, matrStreak, matrSIZ);
    k = sum(matrSIZ, 'all');
    if debugFlg == 1
        disp('Текущая СНН:');
        printSIZ(C, matrSIZ);
        fprintf('VTOFO, k = %d\n', k);
    end
end
disp('Конечная СНН:');
printSIZ(C, matrSIZ);
disp('X =');
disp(matrSIZ);
fOpt = getFOpt(matr, matrSIZ);
fprintf("Результат = %d\n", fOpt);
function [streakPnt] = findStreak(matr, selection)
    streakPnt = [-1 -1];
    [numRows,numCols] = size(matr);
    for i = 1 : numCols
        for j = 1 : numRows
           if selection(j, i) == 0 && matr(j, i) == 0
                streakPnt(1) = j;
                streakPnt(2) = i;
                return;
           end
        end
    end
end
function [] = printSIZ(matr, matrSIZ)
    [numRows, numCols] = size(matr);
    for i = 1 : numRows
        for j = 1 : numCols
            if matrSIZ(i, j) == 1
                fprintf("\t%d*\t", matr(i, j));
                fprintf("\t%d\t", matr(i, j));
            end
        end
        fprintf("\n");
    end
    fprintf("\n");
function [] = printMarkedMatr(matr, matrSIZ, matrStreak, selectedCols, selectedRows)
    [numRows,numCols] = size(matr);
    for i = 1: numRows
```

```
if selectedRows(i) == 1
            fprintf("+")
        end
        for j = 1 : numCols
            fprintf("\t%d", matr(i, j))
if matrSIZ(i, j) == 1
                fprintf("*\t");
            elseif matrStreak(i, j) == 1
                fprintf("'\t")
                fprintf("\t");
            end
        end
        fprintf('\n');
    end
    for i = 1 : numCols
        if selectedCols(i) == 1
            fprintf("\t+\t")
            fprintf(" \t\t")
        end
    end
    fprintf('\n\n');
end
function matr = convertToMin(matr)
   maxElem = max(max(matr));
    matr = matr * (-1) + maxElem;
end
function matr = updateColumns(matr)
   minElemArr = min(matr);
    for i = 1 : length(minElemArr)
        matr(:, i) = matr(:, i) - minElemArr(i);
    end
end
function matr = updateRows(matr)
    minElemArr = min(matr, [], 2);
    for i = 1 : length(minElemArr)
        matr(i, :) = matr(i, :) - minElemArr(i);
    end
end
function matrSIZ = getSIZInit(matr)
    [numRows,numCols] = size(matr);
    matrSIZ = zeros(numRows, numCols);
    for i = 1: numCols
        for j = 1 : numRows
            if matr(j, i) == 0
                count = 0;
                for k = 1 : numCols
                   count = count + matrSIZ(j, k);
                end
                for k = 1: numRows
                   count = count + matrSIZ(k, i);
                end
                if count == 0
                    matrSIZ(j, i) = 1;
                end
            end
        end
end
function [selection] = getSelection(numRows, numCols, selectedColumns)
    selection = zeros(numRows, numCols);
    for i = 1 : numCols
        if selectedColumns(i) == 1
            selection(:, i) = selection(:, i) + 1;
        end
    end
end
```

```
function [matr] = updateMatrNoZero(matr, numRows, numCols, selection, selectedRows,
selectedColumns)
    h = 1e5; % Наименьший элемент среди невыделенных
    for i = 1 : numCols
        for j = 1 : numRows
            if selection(j, i) == 0 && matr(j, i) < h</pre>
                h = matr(j, i);
            end
        end
    end
    for i = 1 : numCols
        if selectedColumns(i) == 0
            matr(:, i) = matr(:, i) - h;
   end
    for i = 1: numRows
        if selectedRows(i) == 1
            matr(i, :) = matr(i, :) + h;
        end
    end
end
function [zeroStarInRow] = getZeroStarInRow(streakPnt, numCols, matrSIZ)
    j = streakPnt(1);
    zeroStarInRow = [-1 -1];
    for i = 1 : numCols
       if matrSIZ(j, i) == 1
           zeroStarInRow(1) = j;
           zeroStarInRow(2) = i;
           break
       end
    end
end
function [matrStreak, matrSIZ] = createL(numRows, numCols, streakPnt, matrStreak, matrSIZ)
    i = streakPnt(1);
    j = streakPnt(2);
    while i > 0 \&\& j > 0 \&\& i <= numRows \&\& j <= numCols
        matrStreak(i, j) = 0;
        matrSIZ(i, j) = 1;
        fprintf("[%d, %d] ", i, j);
        kRow = 1;
        while kRow <= numRows && (matrSIZ(kRow, j) ~= 1 || kRow == i)
            kRow = kRow + 1;
        if (kRow <= numRows)</pre>
            1Col = 1;
            while lCol <= numCols && (matrStreak(kRow, lCol) ~= 1 |  lCol == j)
                lCol = lCol + 1;
            end
            if 1Col <= numCols</pre>
                matrSIZ(kRow,j) = 0;
                fprintf("-> [%d, %d] -> ", kRow, j);
            end
            j = 1Col;
        end
        i = kRow;
     end
end
function [fOpt] = getFOpt(matr, matrSIZ)
    fOpt = 0;
    [numRows,numCols] = size(matr);
    for i = 1 : numCols
        for j = 1 : numRows
            if matrSIZ(j, i) == 1
                fOpt = fOpt + matr(j, i);
            end
        end
    end
end
```

Результаты расчетов для задач из индивидуального варианта.

Задача минимизации

Матрица:												
3	5											
	10	4	3	6								
5 6	2	9	8	<i>3</i>								
5	1	8	9	4								
3	7	O		3								
Резули	ьтат	выч	итан	н ки	наименьшего э.	лемента по стол	ібцам:					
0	3	0	1	5								
7	8	2	0	3								
2	4 0 2	7	5	0								
3	0	3	5	1								
2	2	6	6	0								
Резущ	Результат вычитания наименьшего элемента по строкам:											
0	3	0	1	5	nummenblief 6 5.	лемента по стро	Kum.					
7	8	2	0	3								
2	8 4	7	5	0								
2 3 2	0	3	5	1								
2	2		6									
		~~-										
Начал	ьная	я СН	lH:									
	0*				3	0	1	5				
	7				8	2	0*	3				
					4	7	5	0*				
	2 3 2				0*	3	5	1				
	2				2	6	6	0				
Число	нул	ей в	пос	троє	енной СНН: k =	= 4						
		V	Ітера	ания	я №1							
Резулі	ьтат	выд	елен	ия с	столбцов, в кот	орых стоит 0*:						
	0*				3	Ô	1	5				
	7				8	2	0*	3				
	2				4	7	5	0*				
	3				0*	3	5	1				
	2				2	6	6	0				
	+				+		+	+				
Почет	. 0	2077-	1105			(TOP						
					ленных элемен и 0-штрих	TOB						
Iviaipi	ица с *0		ідСН.	HIDIN	3	0'	1	5				
	7				8	2	0*	3				
	2				4	7	5	0*				
	3				0*	3	5	1				
	2				2	6	6	0				
	+				+		+	+				
		U		_								
	ОДНО	ой ст	грок	e c ()	_	*, было перебро	шено выделені					
+	0*				3	0'	1 0*	5				
	2				8 4	۷ 7	0* 5	3 0*				
	3				0*	3	5	1				
L	J				U	5	J	1				

2 2 6 6 6 0 + + + + + + + + + + + + + + + +							
Поиск 0 среди невыделенных элементов Т.к. среди невыделенных элементов нет нулей, матрипа была преобразована: + 0* 5 0' 3* 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +	2	2	6	6	0		
Т.к. среди невыделенных элементов нет нулей, матрица была преобразована: + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0 0* 3 0 4 5 5 0' 1 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +		+		+	+		
Т.к. среди невыделенных элементов нет нулей, матрина была преобразована: + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0 0* 3 0 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + Матрина с найденным 0-штрих + 0* 5 5 5 0* 1 0* 1 5 5 0* 5 8 0 0 0* 3 0' 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + Т.к. в одной строке с 0-штрих сеть 0*, былю переброшено выделение: + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0° 3 7 5 8 0 0° 3 7 5 8 0 0° 3 7 5 8 0 0° 3 7 5 8 0 0° 3 7 5 8 0 0° 3 7 5 8 0 0° 3 + 0' 4 5 5 5 0° 1 0° 1 5 10 0 2 4 6 0 + + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрина с найденным 0-штрих + 0* 5 0° 3 7 5 8 0 0° 3 + 0' 4 5 5 5 0* 1 0° 1 5 10 0 2 4 6 0 - 1 0° 1 5 10 C 1 0° 1 5 0° T 5 8 0 0° 3 - 1 0° 1 5 10 C 2 4 6 0 - 1 0° 1 5 10 C 3 7 5 8 0 0° 3 - 1 0° 1 5 10 C 3 7 5 8 0 0° 3 - 1 0° 1 5 10 C 3 7 5 8 0 0° 3 - 1 0° 1 5 10 C 3 7 5 8 0 0° 3 - 1 0° 1 5 10 C 3 7 5 8 0 0° 3 C 5 0° 3 C 5 0° 3 C 6 0 0° 3 C 7 5 8 0 0° 3 C 7 5 8 0 0° 3 C 7 5 8 0 0° 3 C 8 C 9 C 9 C 9 C 9 C 9 C 9 C 9							
Т.к. среди невыделенных элементов нет нулей, матрица была преобразована: + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0 0* 3 0 4 5 5 0' 1 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +	Поиск 0 среди н	евыделенных э.	лементов				
+ 0* 5 0 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 1 0 2 4 6 0 0 1 0 2 4 6 0 0 4 4 4 6 0 0 4 4 4 6 0 0 4 8 0 8 0 8 0 8 0 8 0 8 0 8 0 9 4 4 4 4 </td <td>Т.к. среди невыд</td> <td>целенных элеме</td> <td>нтов нет нулей</td> <td>і, матрица была</td> <td>преобразована:</td> <td></td>	Т.к. среди невыд	целенных элеме	нтов нет нулей	і, матрица была	преобразована:		
5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + Matthew Color of the Color of th					_		
0 4 5 5 0 0* 1 0 2 4 6 0 0 1 1 5 1 0 1 1 5 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1	5	8	0	0*	3		
1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + 0* 5 0 3 7 5 8 0 0* 3 0 0 3 0 0 3 0 0 3 0 <td></td> <td></td> <td>5</td> <td>5</td> <td>0*</td> <td></td>			5	5	0*		
0 2 4 6 0 Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0° 3 7 5 8 0 0* 3 0° 4 5 5 0* 1 1 0° 1 0° 1 5 1 1 0° 1 5 1 1 0° 1 5 1 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 1 0° 0° 1 0° 1 0°	_						
Н + <th colspa<="" td=""><td>0</td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td></th>	<td>0</td> <td></td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td>	0		4			
Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0° 3 7 5 8 0 0* 3 0° 4 5 5 0* 1 0* 1 0* 1 0 2 4 6 0 0 +	Ů		·				
+ 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + T.К. В ОДНОЙ СТРОК СОВОЛЬНИЕ В ВИДЕЛЕНИЕ В ВИДЕ		•			•		
+ 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + T.К. В ОДНОЙ СТРОК СОВОЛЬНИЕ В ВИДЕЛЕНИЕ В ВИДЕ	Матрица с найл	енным 0-штрих					
5 8 0 0* 3 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + T.К. В ОДНОЙ СТРОКО С ОВ ВОДИТИТИКИ СВО ОВ ВОДИТИТИКИ СВО ОВ ВОДИТИКИ В ВОДИТИКИ В ВОДИТИКИ В ВОДИТИКИ В ВОДИТИКИ В ВОДИТИКИ В ВОДИТИКИ) + 0*			3	7		
0' 4 5 5 0 0* 1 0 2 4 6 6 0 + + + + + Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 00* 1 0 2 4 6 0 + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 5 0* 1 0 2 4 6 0 + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0 0* 3 + 0' 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0' 2 4 6 0 + + L-цепочка: [5, 1] -> [1, 1] -> [1, 3] Текущая СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0 0* 3 0 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 ——————————————————————————————————			_				
1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + T.К. В одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0* 5 0 + 0* 5 0 0 3 7 5 8 0 0* 3 + 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 4 +			_				
0 2 4 6 0 + + + + T.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0* 3 7 5 8 0 0* 3 7 5 8 0 0* 3 7 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 0 + + 1 0 2 4 6 0 + + + 1 0 2 4 6 0 + + + + 1 0 2 4 6 0 0 4 5 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 7 5 8 0 0 3 7 5 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0	1		1				
T.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 6 0 + + + + Thouck 0 среди невыделенных элементов Matpula с найденным 0-штрих	1		1				
Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +	U		4				
+ 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + The control of		+		+	+		
+ 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + The company of	T	0	0* 6	~			
5 8 0 0* 3 1 0* 1 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 0 2 4 6 0 0 4 6 0 0 4 1 0 1 0 3 7 7 7 5 8 0 0* 3 7 3 7 7 5 8 0 0* 3 7 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0					_		
+ 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 + + + + Ноиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих - - + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 7 5 8 0 0* 3 7 1 0' 2 4 6 0 0 4 1 5 1 0 3 7 5 1 0 1<			-				
1 0* 1 5 1 0 2 4 6 0 На образа на прави на прав			_				
0 2 4 6 0 Ноиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 1 0* 3 + 1 0* 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1 0			5				
+ + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0 3 7 5 8 0 0* 3 + 0* 3 + 0* 1 0 0* 1 0 0* 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 3 0 3 0 3 0 0 3 0 <td< td=""><td>_</td><td></td><td>1</td><td></td><td>=</td><td></td></td<>	_		1		=		
Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0' 2 4 6 0	0		4		0		
Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0' 2 4 6 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + + +		+		+			
Матрица с найденным 0-штрих + 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0' 2 4 6 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + + +							
+ 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0' 2 4 6 0	Поиск 0 среди н	евыделенных э.	лементов				
+ 0* 5 0' 3 7 5 8 0 0* 3 + 0' 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0' 2 4 6 0	Матрица с найдо	енным 0-штрих					
+ 0' 4 5 5 5 0* 1 0' 2 4 6 0 0 + 1 5 1 0' 2 4 6 6 0 0 + 1 1 5 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1				3	7		
1 0* 1 5 1 0' 2 4 6 0 + + + 0 L-цепочка: [5, 1] -> [1, 1] -> [1, 3] Текущая СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 1 0* 1 5 1 0 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0	5	8	0	0*	3		
1 0* 1 5 1 0' 2 4 6 0 + + + 0 L-цепочка: [5, 1] -> [1, 1] -> [1, 3] Текущая СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0	+ 0'	4	5	5	0*		
Н + L-цепочка: [5, 1] -> [1, 1] -> [1, 3] Текущая СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 0* 3 0 0* 3 0 0* 3 0 0* 1 0 0* 1 0	1	0*	1		1		
Н + L-цепочка: [5, 1] -> [1, 1] -> [1, 3] Текущая СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 0* 3 0 0* 3 0 0* 3 0 0* 1 0 0* 1 0	0'	2	4	6	0		
L-цепочка: $[5,1] -> [1,1] -> [1,3]$ Текущая СНН:							
[5, 1] -> [1, 1] -> [1, 3] Текущая СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5							
[5, 1] -> [1, 1] -> [1, 3] Текущая СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5	L-пепочка:						
Текущая СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5		[1, 3]					
0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0	Текуппая СНН:	[1, 0]					
5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0	1 on jagan Cilli.						
5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0	0	5	0*	3	7		
0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0		8					
1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0							
0* 2 4 6 0 Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0				<i>5</i>			
Итого, k = 5 Конечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0							
Тонечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 0* 1 0* 2 4 6 0	U**	۷	4	O	U		
Тонечная СНН: 0 5 0* 3 7 5 8 0 0* 3 0 4 5 5 5 0* 1 0* 1 5 0* 1 0* 2 4 6 0	Mans 1- 5						
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	итого, $K = 5$						
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	TA CTTT						
5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0	Конечная СНН:						
5 8 0 0* 3 0 4 5 5 0* 1 0* 1 5 1 0* 2 4 6 0		~	O.t.	2	-		
$egin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		5					
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$							
0* 2 4 6 0				5			
X =	0*	2	4	6	0		
X =							
	X =						

Задача максимизации

задач	ia M	<u>акс</u>	иМИ	<u> 13a1</u>	<u>ции</u>			
Матр	ица:							
3	5	2	4	8				
10	10							
5	6	9	8	3				
6	2 4	5	8	4				
5	4	8	9	3				
Матр	ица і	тосл	е пр	ивед	дения к задаче миними	зации:		
7	5	8	6	2				
0	0	6	7	4				
5	4 8	1	2	7				
4	8	5	2	6				
5	6	2	1	7				
Резул				ия і	наименьшего элемента	по столбцам:		
7	5	7	5	0				
0	0	5	6	2				
	4	0	1	5				
4	8	4	1	4				
5	6	1	0	5				
					наименьшего элемента	по строкам:		
7	5	7	5	0				
0	0		6	2				
5 3			1					
5	7 6		0					
) 3	6	1	0	5				
Начал	TT 110.	T CL	ш.					
Пачал	тьпал	1 CI	ш.					
	7				5 7	5	0*	
	0*				0 5	6	2	
	5				4 0*	1	5	
	3				7 3	0*	3	
	5				6 1	0	5	
	5				0 1	O	3	
Число	э нул	ей в	пос	трое	енной СНН: k = 4			
	J			•				
		I	Ітера	ация	a №1			
					столбцов, в которых ст	оит 0*:		
	7				5 7	5	0*	
	0*				0 5	6	2	
	5				4 0*	1	5 3	
	3				7 3	0*		
	5				6 1	0	5	

Поис	z O cne	ци невыделенных э.	лементор		
Матр	к о сред ица с н	ци невыделенных эл айденным 0-штрих	псментов		
_	7	5	7	5	0*
	0*	0'	5	6	2
	5	4	0*	1	5
	3	7	3	0*	3
	5	6	1	0	5
	+	U		-	
	+		+	+	+
Т.к. в		строке с 0-штрих е	сть 0*, было по		
	7	5	7	5	0*
+	0*	0'	5	6	2
	5	4	0*	1	5
	3	7	3	0*	3
	5	6	1	$\overset{\circ}{0}$	5
	3	Ü	+	+	+
			•		·
		ци невыделенных эл		_	_
Т.к. с		евыделенных элеме		і, матрица была	
	4	2	7	5	0*
+	0*	0'	8	9	5
	2	1	0*	1	5
	0	4	3	0*	3
	2	3			5
	2	3	1	0	
			+	+	+
Матрі	ина с н	айденным 0-штрих			
r	4	2	7	5	0*
	0*	0'	8	9	5
+					
	2	1	0*	1	5
	0'	4	3	0*	3
	2	3	1	0	5
			+	+	+
Тир	OTHON	emoka e () himnin a	от 0* било п	macmourario ni i	папанна:
1 .K. B		строке с 0-штрих е	_		
	4	2	7	5	0*
+	0*	0'	8	9	5
	2	1	0*	1	5
+	0'	4	3	0*	3
	2	3	1	0	5
			+		+
_					
		ци невыделенных эл			
Матрі	ица с н	айденным 0-штрих			
	4	2	7	5	0*
+	0*	0'	8	9	5
· .	2	1	0*	1	5
. .			-	0*	
+	0'	4	3		3
	2	3	1	0'	5
			+		+
L-цеп					
[5, 4]	-> [4, 4	$[4] \rightarrow [4, 1] \rightarrow [2, 1] \rightarrow [4]$	> [2, 2]		
		_ · · · · ·			

Текуі	цая	CHE	I :										
	4				2		7		5		0*		
	0				0*		8 9				5		
	2			1			0*		1		5		
	0*	:			4		3		0		3		
	2				3		1		0*		5		
	_				3		1		U		3		
Итого	, 1 _z -	- 5											
Y1101 C	Э, к -	- 3											
Конеч		CH	 ப.										
Kohe	чная	CH	11.										
	1			2			7		5		0*		
	4				2 0*		8		9				
	0										5		
	2				1		0*		1		5		
	0*	•			4		3		0		3 5		
	2				3		1		0*		5		
X =													
0	0	0	0	1									
0	1	0	0	0									
0	0	1	0	0									
1	0	0	0	0									
0													
Резул	Результат = 42												
)		-											